FH-DGG, Tagung 12. - 16.05. 2010, Tübingen

Anmerkungen zur Auswertung von Pumpversuchen mit artesischen Brunnen

Christian A. Gillbricht
Hydrogeologisches Büro
Christian A. Gillbricht, Hamburg
CAGsoft@CAGsoft.com

Zusammenfassung

Die Auswertung von Pumpversuchen mit konstantem Wasserspiegel, insbesondere Auslaufversuche an artesischen Brunnen, ist kein Standardverfahren in der Hydrogeologie. Da in Europa in Folge zurück gehender Grundwassernutzung in den Ballungsgebieten zunehmend wieder artesisch gespannte Verhältnisse auftreten, besteht ein verstärktes Interesse an entsprechenden Auswertungsverfahren. Für den einfachsten Fall eines vollkommenen Brunnens in einem ideal gespannten Grundwasserleiter liegen Approximationen ausreichender Genauigkeit vor, die auch zur Implementierung in entsprechenden Auswertungsprogrammen mit automatischer Parameteranpassung geeignet sind. Für andere hydraulische Fälle wird ein universelles teilnumerisches Verfahren vorgeschlagen, das einen weiten Bereich der praktischen Anwendung abdeckt.

Abstract

The evaluation of pumping test data from constant – head tests, e. g. free flowing wells, is not a standard procedure. Since in the European community groundwater extraction has been reduced significantly in urban environments over the past 30 years, free flowing (artesian) conditions have become more important and there is an increased interest in evaluation methods. Several good approximations for the most simple hydraulic case of a fully penetrating well in an artesian aquifer have been developed that could be incorporated into software packages. For more general purposes a numerical scheme is demonstrated that could be used over a wide range of applications.

Problemstellung

Gängige Verfahren zur Pumpversuchsauswertung gehen von Versuchen mit konstanter Förderrate und Beobachtung der Absenkung über die Zeit aus. Derartige Verfahren werden in der hydrogeologischen Praxis standardmäßig angewendet. Sie sind in marktgängigen Computerprogrammen implementiert und damit wirtschaftlich einsetzbar. Bei artesischen Brunnen, d. h. Brunnen mit einer Druckhöhe oberhalb der Geländeoberkante, können hydraulische Tests ohne Pumpe durch freies Auslaufen aus dem Standrohr durchgeführt werden. Dabei nimmt durch den Druckabbau im Grundwasserleiter um den Brunnen die Auslaufmenge mit der Zeit ab. Für die Auswertung dieser Versuchsanordnung gibt es zwar analytische Lösungen, diese sind jedoch nicht im regelmäßigen Einsatz und auch nicht in entsprechender Software enthalten. Bedingt durch den erheblichen Rückgang der Grundwasserentnahmen in den Ballungsgebieten Europas während der letzten 30 Jahre (z. B. KOFOD, 2001) treten heute vielerorts wieder artesische Grundwasserverhältnisse auf, sodass ein erhöhtes Interesse an entsprechenden Werkzeugen zur Parameterbestimmung gegeben ist.

Mathematisches Modell

Das klassische Modell zur mathematischen Beschreibung der Ausflussrate aus einem in einem gespannten Grundwasserleiter vollkommen ausgebauten artesischen Brunnen wurde von JACOB & LOHMAN (1952) entwickelt:

$$Q = 2*\pi*T*s_w*G(\alpha)$$

mit

$$\alpha = \frac{T*t}{S*r_w^2}$$

und

$$G(\alpha) = \frac{4*\alpha}{\pi}*\int_0^\infty x*e^{-\alpha*x^2}*\left[\frac{\pi}{2}+\tan^{-1}\left(\frac{Y_0(x)}{J_0(x)}\right)\right]dx$$

Q: Ausflussrate [m³/s]
T: Transmissivität [m²/s]
r_w: Brunnenradius [m]
S: Speicherkoeffizient [m/m]
s_w: Absenkung, Differenz zwischen Ruhewasserspiegel und Überlaufhöhe des Standrohrs [m]
t: Zeit nach Öffnen des Auslaufs [s]
G(α): Brunnenfunktion nach JACOB & LOHMAN (1952)
$J_0(x)$: Bessel'sche Funktion nullter Ordnung erster Art
$Y_0(x)$: Bessel'sche Funktion nullter Ordnung zweiter Art
x: Integrationsvariable

Für übliche Größen der Parameter ergibt sich der Arbeitsbereich der Funktion G(α) für α im Bereich 10^{-4} bis 10^{17}.

Rechentechnische Behandlung

Die Brunnenfunktion G(α) ist für die numerische Behandlung schlecht geeignet. Es sind daher in den letzten 10 Jahren mehrere Approximationen vorgeschlagen worden:

SWAMEE et al. (2000):

$$G(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{\pi*\alpha}} + \frac{2}{\ln\left[(1+4*c_1*\alpha)*(1+30*\alpha^{-0,45})\right]}$$

$$c_1 = e^{-0,577216}$$

OJHA (2004):

$$G(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{\pi*\alpha}} + \frac{2}{\ln\left[(4*c_1*\alpha+k_1)*(1+28*\alpha^{-0,425})\right]}$$

$$k_1 = 0,5+1,5*\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha+1}}$$

PERROCHET (2005):

$$G(\alpha) = \frac{1}{\ln(1+\sqrt{\pi*\alpha})}$$

SRIVASTAVA (2006):

$$G(\alpha) = \frac{1}{\ln(1+\sqrt{k*\alpha})}$$

$$k = 4*c_1 + \frac{\pi-4*c_1}{(1+\alpha)^{0,0644}}$$

SINGH (2007):

$$G(\alpha) = \frac{2}{\ln(2,246*\alpha)}*\left[1+\left(\frac{11}{40000*\alpha}\right)^{2/5}\right]^{-12}$$

Mit Ausnahme der Approximation von SINGH (2007), die für α < 10 starke Oszillationen aufweist, sind alle hier dargestellten Verfahren geeignet, die Brunnenfunktion G(α) mit einer Genauigkeit besser als 2 % wiederzugeben. Die beste Annäherung in einem weiten Bereich ergibt sich nach SRIVASTAVA (2006) (Abb. 1).

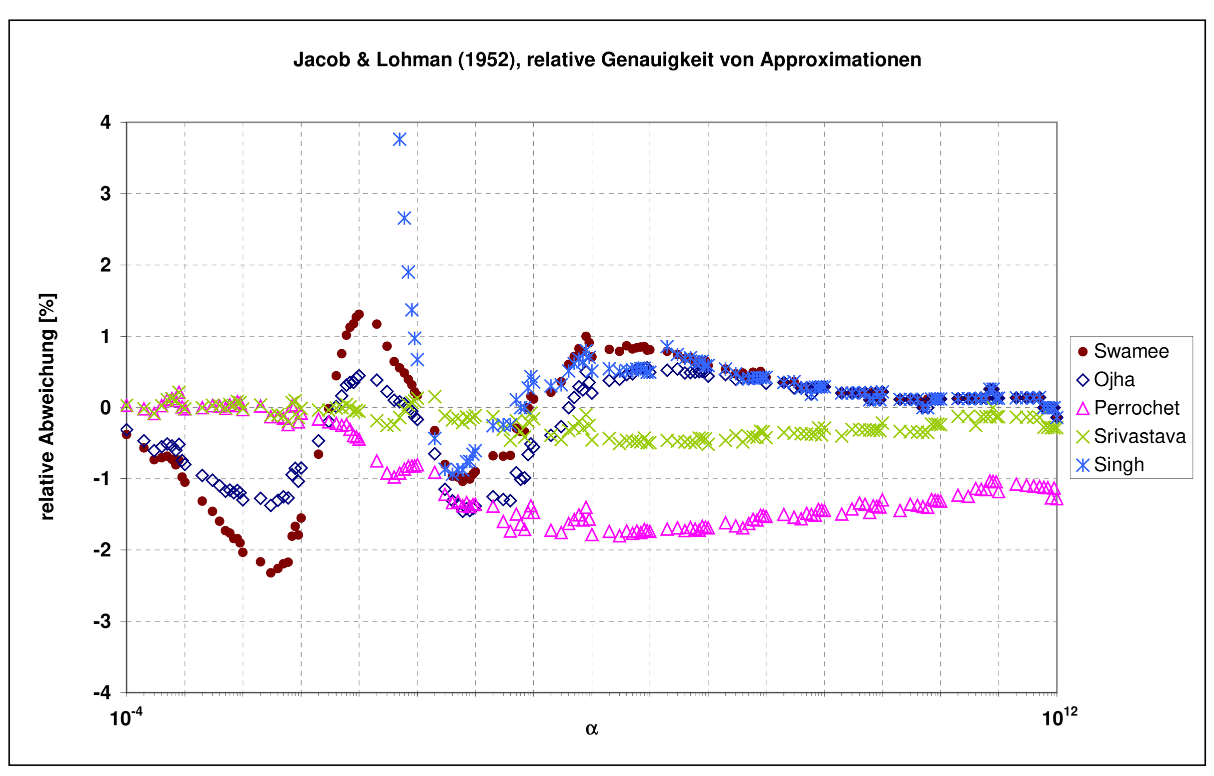

Abb. 1: Vergleich der Genauigkeit verschiedener Approximationen zur Berechnung der Brunnenfunktion nach JACOB & LOHMAN (1952)

Numerische Approximation

Ein grundlegender Nachteil der publizierten Approximationen besteht darin, dass sie ausschließlich den speziellen Fall nach JACOB & LOHMAN (1952), d. h. einen vollkommenen Brunnen in einem ideal gespannten Grundwasserleiter behandeln. Für Anwendungen in der Realwelt sind aber auch andere Randbedingungen, z. B. eine Zusickerung (Leakage) aus unterlagernden Schichten, und ein unvollkommener Ausbau des Brunnens zu berücksichtigen. Mit einer teilnumerischen Lösung lässt sich das Verhalten eines artesischen Brunnens unabhängig von diesen Bedingungen approximieren. Hierzu wird die Zeit bis zum Berechnungszeitpunkt linear in sechs gleich lange Schritte eingeteilt, also t_1 = t/6, t_2 = t/3 usw. Die Berechnung der Brunnenfunktion erfolgt nach folgendem Algorithmus:

$$G(\alpha) = 2*\left(1+\sum_{i=2}^{6}\frac{Q_i-Q_{i-1}}{Q_1}\right)*\frac{1}{W(t_1)}$$

mit

$$Q_1 = \frac{1}{W(t_1)}$$

$$\frac{Q_i-Q_{i-1}}{Q_1} = \frac{W(t_1)-W(t_i)-\sum_{j=2}^{i-1}\left[\frac{Q_j-Q_{j-1}}{Q_1}*W(t_i-t_{j-1})\right]}{W(t_i-t_{i-1})}$$

$W(t_i)$: Brunnenfunktion für konstante Förderrate

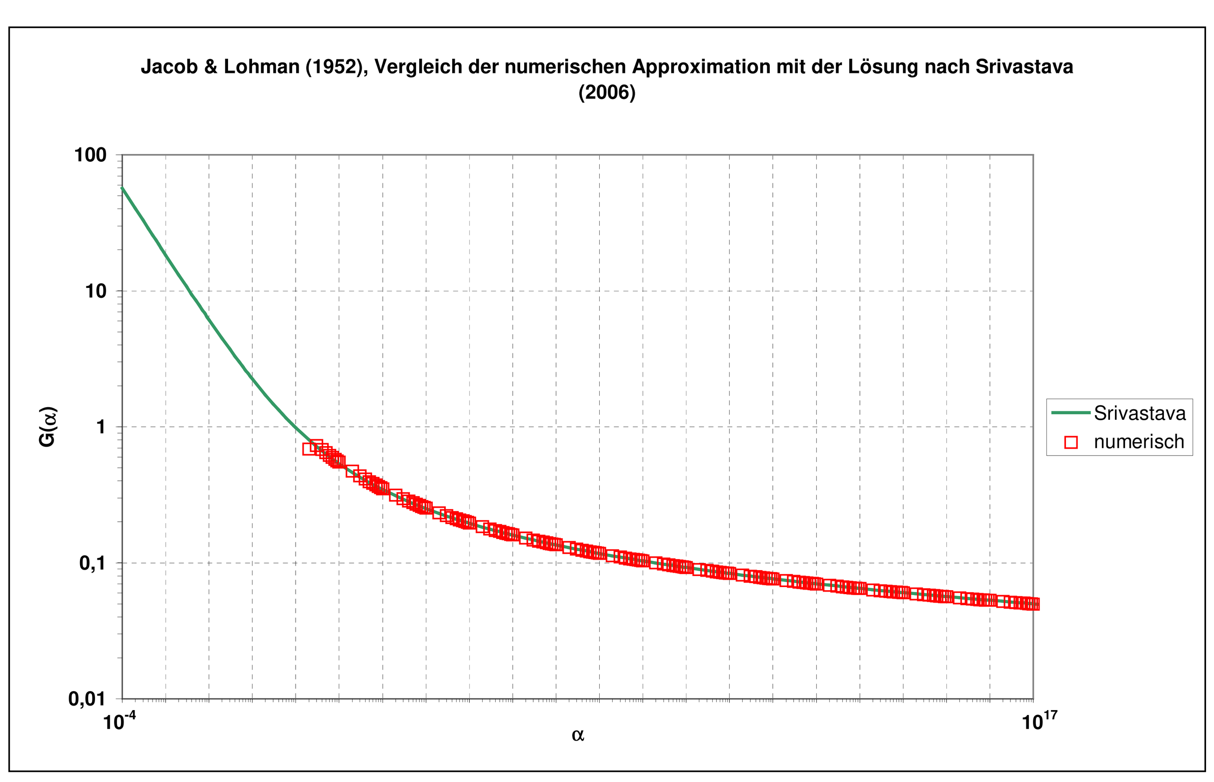

Abb. 2: Vergleich der Genauigkeit der numerischen Approximation mit der besten Lösung zur Berechnung der Brunnenfunktion nach JACOB & LOHMAN (1952) nach SRIVASTAVA (2006)

Für den einfachsten Fall nach JACOB & LOHMAN (1952) ist $W(t_i)$ die Brunnenfunktion nach Theis. Daher lässt sich die Anwendbarkeit des Algorithmus' an Hand der exakten Lösung überprüfen. Es zeigt sich, dass für α > 3 eine gute Übereinstimmung mit relativen Fehlern von maximal 3 % gegeben ist (Abb. 2, 3) und die Lösung damit mindestens die Qualität der Approximation nach SINGH (2007) aufweist. Es stellt sich die Frage, ob der so abgedeckte Wertebereich für praktische Fragestellungen ausreicht. Hierzu sind in Abb. 4 die Gültigkeitsbereiche in Abhängigkeit vom Brunnendurchmesser und der Transmissiviät und des Speicherkoeffizienten des Grundwasserleiters dargestellt. Es zeigt sich, dass in den meisten Fällen eine Gültigkeit nach wenigen Sekunden gegeben ist. Berücksichtigt man die Störungen beim Öffnen des Brunnenkopfes, die eine sofortige Einstellung einer konstanten Druckhöhe unmöglich machen, ist diese Approximation daher vollkommen ausreichend.

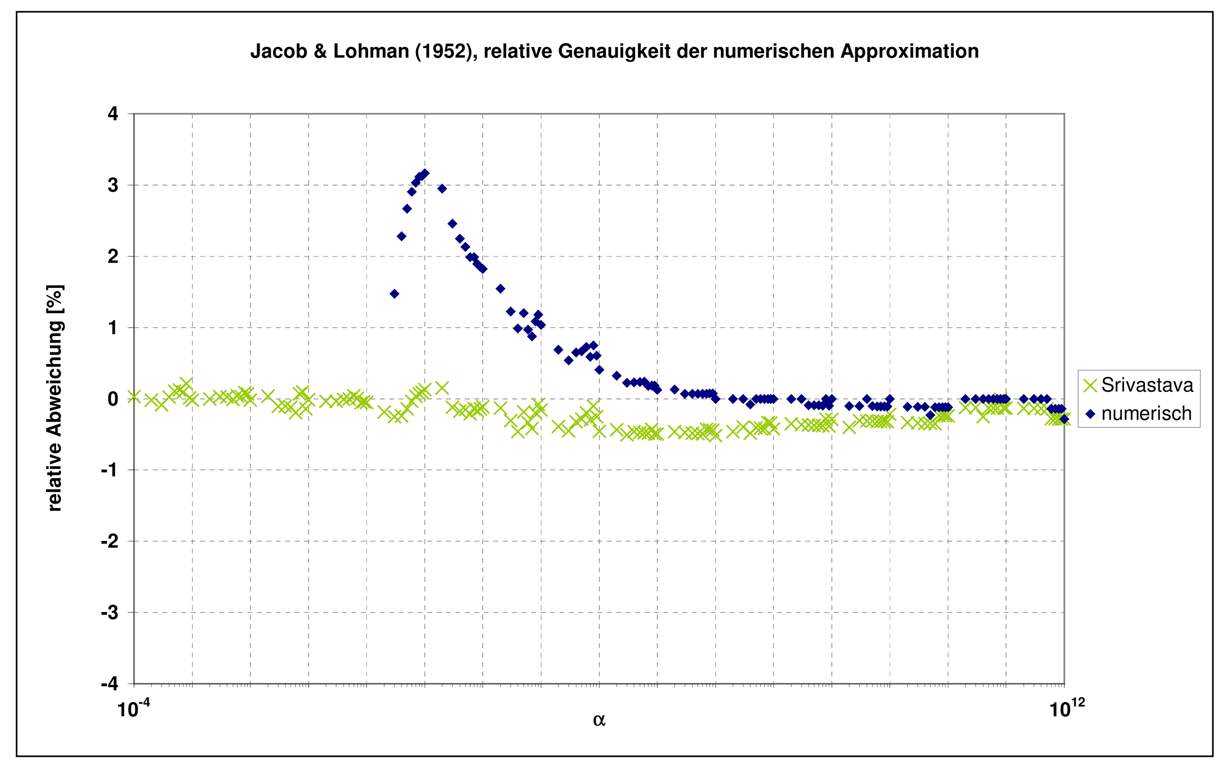

Abb. 3: Vergleich der relativen Genauigkeit der numerischen Approximation mit der besten Lösung zur Berechnung der Brunnenfunktion nach JACOB & LOHMAN (1952) nach SRIVASTAVA (2006)

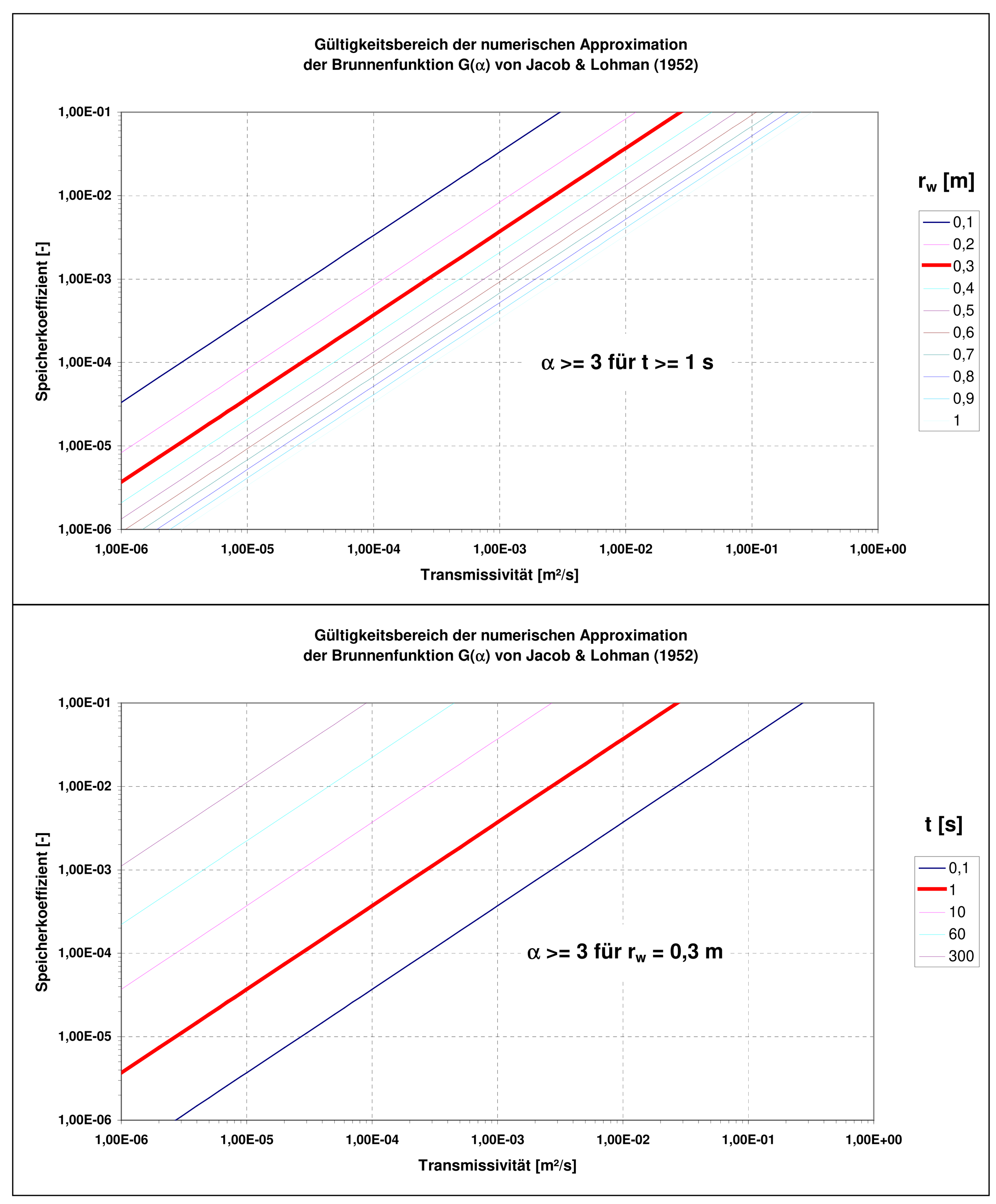

Abb. 4: Gültigkeitsbereich der numerischen Approximation für praktische Anwendungsfälle

Zusammenfassung und Ausblick

Die Auswertung von Pumpversuchen mit konstantem Wasserspiegel, insbesondere Auslaufversuche an artesischen Brunnen, ist kein Standardverfahren in der Hydrogeologie. Da in Europa in Folge zurück gehender Grundwassernutzung in den Ballungsgebieten zunehmend wieder artesisch gespannte Verhältnisse auftreten, besteht ein verstärktes Interesse an entsprechenden Auswertungsverfahren.

Für den einfachsten Fall eines vollkommenen Brunnens in einem ideal gespannten Grundwasserleiter liegt mit der Approximation von SRIVASTAVA (2006) eine sehr gute Lösung vor, die auch zur Implementierung in entsprechenden Auswertungsprogrammen mit automatischer Parameteranpassung geeignet ist. Für andere hydraulische Fälle wird ein universelles teilnumerisches Verfahren vorgeschlagen, das einen weiten Bereich der praktischen Anwendung abdeckt.

Eine unmittelbare Anbindung dieser Algorithmen an bestehende Auswertungsprogramme ist nicht möglich, da dies zu gemischten Optimierungskriterien führen würde, wenn fördernder Brunnen und Grundwassermessstellen im Umfeld zusammen ausgewertet werden sollen. Hinzu kommen Schwierigkeiten mit der Einbindung von Brunnenverlusten.

Literatur

JACOB, C.E. & LOHMAN, S.W. (1952): Nonsteady flow to a well of constant drawdown in an extensive aquifer.- American Geophysical Union Transactions, 33: 559 - 569; Washington, D.C.
KOFOD, M. (2001): Rückgang der Grundwasserförderung und Veränderung des Grundwasserspiegels in städtischen Regionen - Berlin, Hamburg, London.- gwf Wasser/Abwasser, 142: 356 - 360; München
OJHA, C.S.P. (2004): Aquifer parameters estimation using artesian well test data.- Journal of hydrologic engineering, 9: 64 - 67; New York
PERROCHET, P. (2005): A simple solution to tunnel or well discharge under constant drawdown.- Hydrogeology journal, 13: 886 - 888; Berlin
SINGH, S.K. (2007): Simple approximation of well function for constant drawdown variable discharge artesian wells.- Journal of irrigation and drainage engineering, 133: 282 - 285; New York
SRIVASTAVA, R. (2006): Discussion of "Aquifer parameters estimation using artesian well test data" by C. S. P. Ojha.- Journal of hydrologic engineering, 11: 510; New York
SWAMEE, P.K.; MISHRA, G.C. & CHADAR, B.R. (2000): Simple approximation for flowing well problem.- Journal of irrigation and drainage engineering, 126: 65 - 67; New York