

ZEITSCHRIFT
FÜR
GEOPHYSIK

Herausgegeben von der

Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft

Schriftleitung: B. Brockamp, Münster i. W.

Jahrgang 20

1954

Heft 1

PHYSICA - VERLAG · WÜRZBURG

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
<i>David, E.</i> : Materie im Erdinnern	1
<i>Reich, H.</i> : Über die Ausbreitung seismischer Impulse in der Malmkalkplatte des schwäbisch-fränkischen Juras	8
<i>Pietsch, D.</i> : Ein Verfahren zur direkten Berechnung der Schichtgeschwindigkeiten in der Reflexionsseismik	25
<i>Jung, K.</i> : „Schweydarsche“ Formeln für die Geländewirkung auf g	47

Die ZEITSCHRIFT FÜR GEOPHYSIK

erscheint in Jahrgängen zu je 4 Heften. Der Bezugspreis beträgt je Jahrgang DM 16.—, Einzelhefte je nach Umfang. Abonnements verlängern sich jeweils um einen Jahrgang, falls keine ausdrückliche Abbestellung zum Ende eines Jahrganges vorliegt.

Die Autoren werden gebeten, die Manuskripte in Maschinenschrift mit handschriftlich eingetragenen Formeln druckfertig einzureichen und gesondert eine „Anweisung für den Setzer“ beizufügen, aus der zu ersehen ist, wie kursiver, gesperrter oder fetter Satz und griechische, gothische oder einander ähnliche Typen und Zeichen kenntlich gemacht sind (z. B. durch farbige Unterstreichung). Die Vorlagen für die Abbildungen sollen reproduktionsfertig (Tuschzeichnung) möglichst im Maßstab 2:1 eingesandt werden. Die Beschriftung der Abbildungen soll auf einem lose vorgeklebten, durchsichtigen Papier erfolgen. Fußnoten sind fortlaufend zu nummerieren und am Ende des Manuskriptes zusammenzustellen; bei Zitaten sind Bandnummer, Erscheinungsjahr und Seitenzahl anzugeben.

Der Verfasser liest von der Arbeit in der Regel nur eine Korrektur: etwaige Autorenkorrekturen können nur als Fußnoten bzw. am Schluß des Artikels gebracht werden. Umfangreiche Änderungen bedürfen der Zustimmung des Schriftleiters und können nur gebracht werden, wenn sich der Autor bereit erklärt, die Korrekturkosten zumindest teilweise zu tragen.

Von seiner Arbeit erhält der Verfasser 50 Sonderdrucke ohne Umschlag kostenlos. Weitere Sonderdrucke liefert der Verlag gegen Erstattung der Selbstkosten. Eine Honorierung der Beiträge erfolgt nicht.

Für die *Zeitschrift für Geophysik* bestimmte Manuskripte u. redaktionelle Anfragen bitten wir an den Schriftleiter zu richten:

Dr. habil B. Brockamp, Münster (Westf.) Pferdegasse 3

Anschrift der *Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft*:

Professor Dr. F. Errulat, Hamburg. Kaiser-Friedrich-Ufer 24

Alle Rechte, auch die des auszugsweisen Nachdrucks, der photomechanischen Wiedergabe u. der Übersetzung, vorbehalten. Copyright 1954 by PHYSICA-VERLAG Rudolf Liebing K.-G., Würzburg. Printed in Germany. Druck Westkulturverlag Anton Hain, Meisenheim am Glan.

Bekanntmachung lt. Bayr. Pressegesetz: Verlag: PHYSICA-VERLAG Rudolf Liebing K.-G., Würzburg, Rotlöwengasse 2. Pers. haft. ges.: Rudolf Liebing, Arnulf Liebing u. Hildgund Holler, sämtl. Buchhändler in Würzburg. Kommanditisten: Friedr. Gäbler, Buchhändler u. Charl. Kuhnert, beide Würzburg. Verantwortl. f. d. Anzeigenteil: Arnulf Liebing.

Zum Wiedererscheinen der Zeitschrift für Geophysik

Die reine und angewandte Geophysik hat in den letzten Decennien in Wechselwirkung untereinander eine ungeahnte Ausweitung erfahren. In allen Teilen der Welt werden neue geophysikalische Forschungsinstitute und Explorationsgesellschaften ins Leben gerufen, die vielfach mit den modernsten Mitteln der Elektrotechnik und Elektronik ausgestattet alte und neue Probleme instrumenteller, experimenteller und methodischer Art einer Lösung zuzuführen streben.

Die als Organ der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft wiedererscheinende Zeitschrift für Geophysik, deren regelmäßige Herausgabe durch zeitbedingte Umstände seit 1942 nicht möglich war, will ihrer Tradition folgend mit Originalarbeiten aus allen Gebieten der Geophysik und deren Grenzgebieten den Stand unseres Wissens vermitteln.

Geplant sind zunächst vier Hefte zu insgesamt 200 Seiten pro Jahr. Für die Inhaltsgestaltung sollen folgende Gebiete der Geophysik unterschieden werden:

I. Bewegung und Konstitution der Erde.

- 1) Rotation, Umlauf, Präzession, Nutation, Polschwankung
- 2) Masse, Schwere, Figur, Dichte, Elastizität der Erde
- 3) Zusammensetzung, Druck, Temperatur des Erdkörpers, des Meeres und der Atmosphäre, Aggregatzustand des Erdkörpers
- 4) Massenverteilung und Massenlagerung im Erdinnern.

II. Deformationen, Strömungen, Schwingungen.

- 1) Geologische Hebungen und Senkungen, Faltung, Gebirgsbildung, Vereisung, Gletscherbewegung, Vulkanismus
- 2) Gezeiten der Atmosphäre, des Meeres und des festen Erdkörpers
- 3) Wellenbewegung und Strömung in Luft, Wasser und Grundwasser
- 4) Elastische Deformationen, Seismizität der Erde, Seismik, Schallausbreitung in Luft, Wasser und Erde.

III Elektrisches und magnetisches Feld der Erde.

- 1) Das innere, permanente Magnetfeld der Erde, seine geographische Verteilung und säkulare Variation.
- 2) Das erdmagnetische Außenfeld und seine periodischen Variationen. Erdmagnetische Störungen.
- 3) Erdströme, Polarlicht und Ionosphäre.
- 4) Lufterlektrizität. Radioaktivität der Erde, des Meeres und der Luft.

IV. Kosmische Physik. (In ihrer Beziehung zur Erde und ihrer Atmosphäre).

- 1) Geschichte der Erde und ihrer Teile
- 2) Solarkonstante, Strahlung der Erde und ihrer Atmosphäre, Durchlässigkeit der Atmosphäre für alle Wellenlängen, für die durchdringende Strahlung, Licht-, Wärme-, drahtlose Wellen, Ozon, Ionosphäre.
- 3) Beziehung der Sonnentätigkeit zum Wärmehaushalt der Erde und zu ihrem elektrischen und magnetischen Feld.
- 4) Klimaschwankung.

V. Angewandte Geophysik.

- 1) Gravimetrische
- 2) Seismische
- 3) Magnetische
- 4) Elektrische
- 5) Radioaktive
- 6) Thermische
- 7) Chemische
- 8) Bohrlochmessungs-
- 9) Physikalische Abstands- und Höhenmessungen, Tiefenbestimmungen des Meeres.

Methoden zur Bestimmung der Lagerung der Erdschichten zu geologischen und bergbaulichen, hydrologischen und bautechnischen Zwecken.

- 10) Richtungsbestimmungen mittels Magnet- und Kreiselkompass.

VI. Grenzgebiete.

- 1) Meteorologie; 2) Hydrologie; 3) Glaziologie; 4) Physiogeographie; 5) Geodäsie; 6) Geologie; 7) Mineralogie; 8) Astronomie; 9) Astrophysik; 10) Physik; 11) Chemie; 12) Mathematik.

Wie bisher werden die Arbeiten in deutscher, englischer, französischer, italienischer und spanischer Sprache veröffentlicht. Erwünscht ist eine kurze Zusammenfassung in einer anderen als der für die Arbeit gewählten Sprache.

Deutsche Geophysikalische Gesellschaft
Professor Dr. F. Errulat
Hamburg, Kaiser-Friedrich-Ufer 24

Schriftleitung
Dr. habil. B. Brockamp
Münster i. W., Pferdegasse 3

Verlag
PHYSICA-VERLAG
Würzburg, Rotlöwengasse 2

Materie im Erdinnern

Von Erwin David, Weil a/Rh., bisher Hamburg¹⁾

Eine Diskussion der verschiedenen Vorschläge über die Zusammensetzung des Erdinnern führt bereits mit den z. Zt. greifbaren Argumenten ziemlich sicher zum Resultat: Der äussere Erdkern ist Eisen-Nickel, darin gelöst ein kleiner Prozentsatz Wasserstoff. Der innere Kern ist etwa dasselbe, nur in festem Zustand. Quantitativ keineswegs haltbar ist der *Kuhn-Rittmannsche* 2) Vorschlag unentmischter Solarmaterie. Auch der besonders von *Ramsay* ausgearbeitete Vorschlag druckumgewandelter Silikate lässt sich (zum Bedauern des Verfassers) quantitativ nicht halten.

1. Fragestellung

Die Grundfrage nach der chemischen Zusammensetzung des Erdinnern muss heute noch in gewissem Ausmass als offen bezeichnet werden. Für die physikalischen Erscheinungen, hauptsächlich Bebenwellen und Erdmagnetismus, kommt es nur auf die physikalischen Eigenschaften des Materials an. Das wären etwa Dichte und Elastizität sowie elektrische und Wärmeleitfähigkeit, Fluidität und adiabatischer Gradient. Welche chemischen Stoffe unter den betreffenden Drucken und Temperaturen diese Eigenschaften haben, ist ohne Belang. Wichtig ist dagegen die Entscheidung über die chemische Konstitution als Basis für die Inangriffnahme von Fragen, wie Entstehung der Erde, Temperaturverlauf im Erdinnern, tiefere Ursachen für Gebirgsbildung und Erdbeben.

Kuhn und *Rittmann* haben 1941 darauf hingewiesen, dass bei einer Bildung der Erde, die von einem heissen, homogenen Gasball ausgeht, die Entmischung verschiedener Substanzen höchst problematisch ist. *Eucken*, *Urey* und *Edgeworth* haben dagegen gezeigt, dass die Ausscheidung von leichten Gasen kein Problem ist; auch die Trennung von Silikaten und Eisen ist bei geeigneten Bedingungen denkbar. Weitere Differenzierungen sind dagegen so gut wie unmöglich:

Nach Ausweis der Seismik enthält die Erde ja nun aber drei in sich offenbar recht homogene, gegeneinander sich scharf absetzende Zonen. Ausser liegt der 2900 km dicke, recht feste Mantel, darin der flüssige Kern von 3470 km Radius, der wiederum einen inneren, wahrscheinlich festen Kern von 1250 km Radius enthält.

Nur eine der Grenzen könnte die Grenze Silikate-Eisen sein. Eine muss, aber es können auch beide druckbedingte Modifikationsübergänge in homogenem Material sein. Ein einfacher, temperaturbedingter Phasensprung festflüssig ist für die Grenze Mantel-Kern mit dem beobachteten Dichtesprung unvereinbar. Auch für die Grenze äusserer-innerer Kern ist der umgekehrte Übergang flüssig-fest nicht von vornherein wahrscheinlich.

1) Dr. Erwin David, Weil a/Rh., Haltingerstr. 50 a

2) Da sich ein vollständiges Literaturverzeichnis bei F. Birch, J. Geophys. Res. 57, 227-286, (1952) findet, soll hier auf nochmalige Wiedergabe verzichtet werden.

2. Druckbedingte Modifikationen

Wie hat man sich solche druckbedingten Modifikationsübergänge vorzustellen? Das Kristallgitter eines Silikates kann man in gewisser Näherung als Ionengitter beschreiben. O^{--} , Si^{++++} und z. B. Mg^{++} haben jeweils die stabile Elektronenkonfiguration des Neons. Die elektrostatische Anziehung verschieden geladener Ionen hält das Gitter zusammen. Der Anziehung hält die gegenseitige Abstossung von Edelgasschalen das Gleichgewicht. Der Raumbedarf der je 10 Elektronen in den Ionen beträgt: O^{--} : 10 \AA^3 , Mg^{++} : 2 \AA^3 , Si^{++++} : $0,25 \text{ \AA}^3$. Bei geringem Druck spielt der Raumbedarf keine Rolle. Z.B. entspricht bei 1000 Atm einer Kompression um 1 \AA^3 nur eine Energie von 0,0006 eV, also eine Energie, die klein ist gegenüber denen, die in der äusseren Elektronenhülle eines Atoms oder Moleküls in Frage kommen. Bei 1,4 Millionen Atm dagegen kommt man etwa auf 1 eV, also bei einigen \AA^3 Kompressionen auf einige eV. Diese könnten aber ausreichen für den Übergang zu einer zwar energetisch ungünstigeren, aber weniger Raum beanspruchenden Elektronenkonfiguration. Geht man weiter bis 10 Millionen Atm, so ist sicher, dass die Natur von der einfachen Kompression der einen unverantwortlichen Raum einnehmenden O^{--} Ionen abweicht und günstigere Formen der Elektroneneigenfunktionen findet. Sehr große Dichtesprünge kann man aber dabei nicht erwarten. Ganz grob läßt sich etwa sagen: Wenn man ein Elektron von einer Eigenfunktion wegnimmt, und dort Platz einspart, so muß man es anderweitig unterbringen, und dort Platz zugeben. Groß wird die Raumdifferenz nur bei Substanzen, die bei geringem Druck anormal locker gebaut sind. Die Silikate sind das aber keineswegs.

Leider erfordert die theoretische Berechnung von Elektroneneigenfunktionen in der kompakten Materie einen sehr großen Aufwand, wenn sie auch prinzipiell möglich ist. Aber bisher hat man die langwierigen mehrdimensionalen numerischen Lösungen von Differential- bzw. Integralgleichungen für die Frage des Erdinnern nicht in Angriff genommen. Und mit irgendwelchen groben qualitativen Abschätzungen ist dem Problem nicht näher zu kommen. Es ist zwar plausibel, daß aus den O^{--} Ionen verdrängte Elektronen auf Eigenfunktionen gehen müssen, die die Potentialmulden mehrerer Atomrümpfe benutzen. Das bedeutet Übergang der Materie in eine metallische Modifikation, die chemisch und physikalisch nichts mehr mit dem normalen nichtmetallischen Zustand der Silikate gemein hat. Qualitativ mag auch noch vernünftig erscheinen, daß das "Gas" der "metallischen" Elektronen einen Teil des Drucks aufnimmt und die kleiner gewordenen Atomrümpfe darin leichter beweglich werden. Wenn also der Erdmantel speziell an seiner unteren Grenze fast die Schmelztemperatur hat, so wäre ein durch einen solchen Modifikationsübergang entstandener Kern bei derselben Temperatur sicher flüssig. Der umgekehrte Verlauf an der Grenze äußerer-innerer Kern

ist nicht unbedingt ein Widerspruch dazu. Er braucht nur zu besagen, daß dort die Umordnung der Elektroneneigenfunktionen einen etwas anderen Charakter hat.

3. Thomas-Fermi-Methode

Neben der Möglichkeit, nach irgendwelchen mehr oder weniger guten Näherungsmethoden individuelle Eigenfunktionen der Elektronen zu berechnen, gibt es in der Quantentheorie die statistische *Thomas-Fermi-Methode*. Nach ihr hat zuerst *Jensen* Dichten bei hohen Drucken berechnet. Sie gilt mit Sicherheit, wenn auf der Strecke der hauptsächlich vorkommenden *de Broglie-Wellenlänge* das Potential sich nicht wesentlich ändert. Diese Bedingung wird bei praktisch allen Anwendungen der Methode stark verletzt, aber durch Kompensation von Fehlern erhält man dennoch meist brauchbare Resultate. Leider fehlen jedoch Möglichkeiten, die Güte oder Fehlerhaftigkeit der Resultate abzuschätzen.

Bei der Berechnung der Dichte der Materie bei hohen Drucken mittelt die Methode über die individuellen Dichten der verschiedenen Stoffe innerhalb einer Zeile des Periodensystems hinweg, ebenso über die in den beiden vorhergehenden Absätzen geschilderten Phasensprünge. Bei kleinen Drucken liefert die Methode erfahrungsgemäß durchgängig zu kleine Dichten; erst oberhalb 10 Millionen Atm kann man erwarten, daß die berechneten sich allmählich den richtigen Dichten nähern. Bei diesen Drucken werden nämlich die Kompressionsenergien größer als die Energien der äußeren Elektronen der Atome. Damit verteilen sich die beim Einzelatom scharfen Energien der Elektronenzustände für die Elektronen eines Zustands in verschiedenen Atomen der komprimierten Materie auf breite Energiebereiche ("Bänder"). Die Energiebereiche verschiedener Zustände überlappen sich, und es entsteht ein Durcheinander, das sich der "idealen" *Thomas-Fermi-Unordnung* stark nähert. Außerdem weiß man, daß die Elektronendichteverteilung der inneren Elektronenschalen der Atome durch *Thomas-Fermi* unabhängig vom Druck gut dargestellt wird, also wird bei hohem Druck die gesamte, innere und äußere, Elektronendichte richtig.

4. Druck-Dichte-Diagramm

Die Interpolation von den sich bis 10^5 Atm erstreckenden, aber dort bereits sehr unsicheren *Bridgman'schen* Messungen bis zu dem Gültigkeitsbereich der *Thomas-Fermi-Methode* ist problematisch, denn sie geht über mindestens 2 Zehnerpotenzen im Druck. Sehr schlecht läßt sich mit den stark gekrümmten Kurven in den üblichen Darstellungen $\log \rho$ gegen $\log p$ interpolieren. Vielleicht geht es besser, wenn man das seismisch-empirisch ermittelte Druck-Dichte-Gesetz des Erdinnern benutzt, um die Kurven zu strek-

ken. Erfahrungsgemäß steigt ja in den homogenen Regionen des Erdinnern die Inkompressibilität (bulk-modulus) etwa linear mit dem Druck. Durch elementare Rechnungen folgt daraus, daß die Druck-Dichte-Beziehung linear wird, wenn man $\log \rho$ gegen $\log (p + \text{Const})$ aufträgt. Die für den äußeren Erdkern richtige Konstante ist nach *Ramsay* 0,36 MB (Mega-Bar = 10^{12} dyn/cm² \approx 1 Million Atm). Die Figur 1 zeigt: Man erhält mit dieser Wahl von Ordinate und Abszisse nicht nur im Druckbereich des Erdinnern, sondern vom Druck 0 bis zum Gültigkeitsgebiet der *Thomas-Fermi*-Methode gut übersehbare Kurvenzüge.

Wie werden wirkliche Dichteverläufe über den ganzen Druckbereich der Figur hinweg aussehen? Die *Thomas-Fermi*-Kurven sind am rechten oberen Ende bei 100 MB wahrscheinlich nahezu richtig. An den linken, unteren Enden dagegen sind sie so stark hochzubiegen, so daß sie sich glatt zu den linken empirischen Kurven hin verlängern lassen. Möglich ist dabei ein leichter S-förmiger Schwung in dem einen oder anderen Sinne; möglich sind Dichtesprünge, die aber wahrscheinlich recht klein sind. Die Neigung im mittleren Gebiet wird der im Erdinnern empirisch gefundenen ähnlich sein. Auszuschließen sind jedenfalls sehr flach verlaufende Kurventeile. Sie würden eine atomtheoretisch nicht denkbare, weitgehende Inkompressibilität der Materie in dem betreffenden Druckbereich bedeuten.

Sehr gut läßt sich zwischen dem empirischen Dichteverlauf der Silikate, Kurventeil a, und deren *Thomas-Fermi*-Dichte, Kurve d, interpolieren. Wenn aber nach *Ramsay* der Erdkern aus druckumgewandelten Silikaten besteht, so ist zwischen den Kurven b und d die Verbindung herzustellen. Das erfordert zwangsläufig eine absolut unwahrscheinliche Inkompressibilität im Druckbereich 5 MB bis 20 MB. *Also spricht die Figur sehr eindeutig gegen den Silikatkern.*

Für Eisen ist die Kurve c ziemlich sicher ohne nennenswerte Dichtesprünge an die Kurve e anzuschließen. Man sieht: Kurvenstück b paßt hier auf keinen Fall hinein. Die Dichte des äußeren Erdkerns ist für Eisen zu klein. Als Temperatureffekt ist die Abweichung zu beträchtlich. Dagegen kann sie gut eine Folge der Mischung des Eisen-Nickels mit vielleicht 10 bis 20 Atomprozenten (0,2 bis 0,5 Gewichtsprozenten) Wasserstoff und in geringerem Maße anderen leichten Elementen sein. Experimentell löst Eisen bei einer Atmosphäre etwas oberhalb des Schmelzpunkts 0,14 Atomprozent Wasserstoff, Nickel etwas mehr. Es erscheint plausibel, wenn die bei kleinen Drucken druckproportionale Löslichkeit bei dem 10^6 -fachen Druck 10^2 mal höher wird.

5. Argumente gegen Eisenkern

Ramsay und *Bullen* haben dagegen noch einige Argumente beigebracht, die gegen den Eisenkern der Erde sprechen.

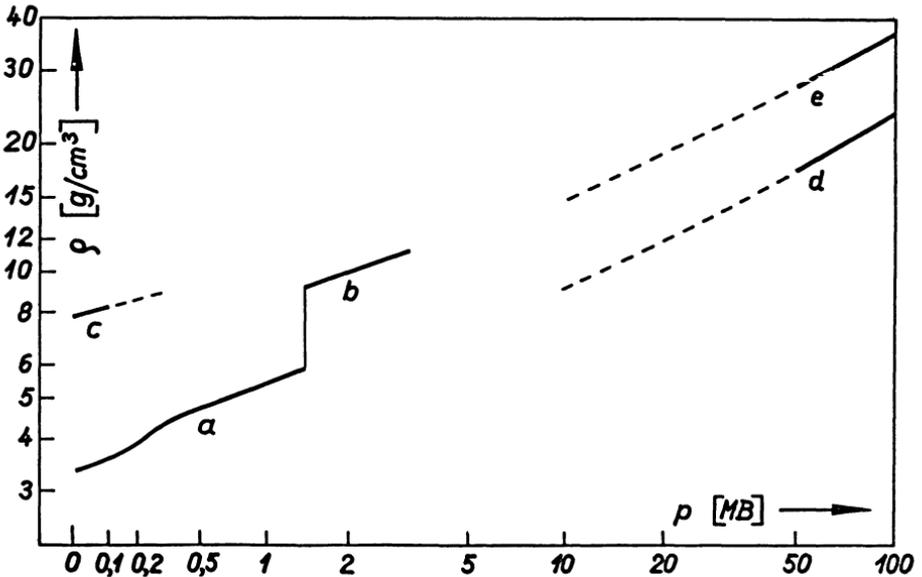


Fig. 1: Dichte in Abhängigkeit vom Druck a: Erdmantel, b: äußerer Erdkern, c: Eisen nach *Bridgman* mit Extrapolation nach *Birch*, d: Silikate nach *Thomas-Fermi*, e: Eisen nach *Thomas-Fermi*.

Das Nichtineinpassen des Kurventeils b in die Druck-Dichte-Kurve des Eisens kann man auch durch die Annahme zu deuten versuchen, b sei die Druck-Dichtebeziehung der metallischen Modifikation der Silikate.

Die Schallgeschwindigkeit zeigt in der Nähe der unteren Grenzen von Erdmantel und äußerem Erdkern ein gewisses stetiges Absinken. Das erklärt sich zwanglos, wenn die Grenzen Modifikationsübergänge sind. Oberhalb der Grenzen werden in diesem Falle die Moleküle gelegentlich nach der *Boltzmann*statistik schon in dem Zustand sein, der unterhalb durchgängig angenommen wird. Das macht die Materie in diesen Gebieten kompressibler, setzt also die Schallgeschwindigkeit herab. Für diesen Effekt fehlt dagegen eine stichhaltige Erklärung, wenn die Grenzen chemische Grenzen sind.

Weiter müssen druckbedingte Modifikationsübergänge bei denselben Drucken in anderen Planeten auftreten. In Übereinstimmung damit ist der Mond ein recht homogener Körper von der Dichte des oberen Erdmantels. Im Mars liegen die Drücke auch noch im Bereich derjenigen des Erdmantels. Die mittlere Dichte 4,2 und das von einer homogenen Kugel nicht sehr verschiedene Trägheitsmoment passen qualitativ zu der zu erwartenden nicht sehr großen Dichtezunahme zum Mittelpunkt hin. Quantitativ übersteigt die Abweichung die Fehlergrenzen ein wenig. Ähnlich liegt es bei der, in den Dimensionen die Erde fast erreichenden Venus. Merkur fällt aus, weil astronomisch weder Masse noch Durchmesser genau genug zu ermitteln sind.

Selbstverständlich wird die Voraussetzung, die kleineren Planeten seien anfangs mit derselben Pauschalzusammensetzung entstanden, als eine zwar plausible, aber nicht notwendig richtige Hypothese angesehen. Deshalb braucht man kleine Abweichungen nicht ernst zu nehmen. Aber aus irgendwelchen unbekanntem Entstehungsbedingungen heraus kann auch die Masse der Eisenkerne nicht proportional, sondern so viel rascher progressiv mit der Gesamtmasse der Körper angestiegen sein, daß mit Eisenkernen ein Bild zustande gekommen ist, das dem für Silikatkerne mit Modifikationsübergang zu fordernden sehr ähnelt. So findet man auch hier kein zwingendes Argument.

6. Hypothese von KUHN-RITTMANN

Die ursprünglich überspitzte Formulierung von *Kuhn* und *Rittmann*, das Erdinnerste bestehe aus unentmischter Solarmaterie, ist durch die Rechnungen von *Kronig*, *de Boer* und *Korringa* widerlegt. Sie fanden, daß Wasserstoff im Druckbereich des Erdinnern Dichten von 1 bis maximal 2 g/cm^3 annimmt. Ein überwiegender Wasserstoffgehalt ist also mit den beobachteten Dichten unvereinbar.

7. Innerer Kern

Über den inneren Erdkern ist bisher wenig gesagt worden. Aus seismischen Daten kann man mit Sicherheit seine Existenz, seinen Radius und die scharfe Begrenzung an seiner Oberfläche entnehmen, mit einigermaßen Wahrscheinlichkeit auch noch, daß er fest ist. Nicht ermittelbar ist seine Dichte, fraglich sind Feinheiten des Schallgeschwindigkeitsverlaufs in der Nähe seiner Oberfläche.

Falls der äußere Erdkern Nickel-Eisen ist, so fehlen sowohl chemisch als auch nach der kosmischen Häufigkeitsverteilung der Elemente Möglichkeiten, schwerere Stoffe abzutrennen. Vermutet worden ist deshalb ein Quantenübergang unter den äußeren Elektronen des Eisens. Aber daß dieser in Anbetracht der Breite und Überlappung der Energiebänder bei diesen Drucken zu einer scharfen Grenze des inneren Kerns führt, ist unplausibel. Der Verfasser möchte deshalb vermuten, die Grenze sei doch nur ein einfacher, druckbedingter Phasenübergang flüssig-fest. Der von *Kronig*, *de Boer* und *Korringa* berechnete Übergang zwischen molekularem und metallischem Wasserstoff kann hier keine Rolle spielen, da in Metallen gelöster Wasserstoff sich stets in der atomaren "metallischen" Form befindet.

Unabhängig kann man aus dem Druck-Dichte-Diagramm Fig. 1 vorhersagen: Wenn die Grenze äußerer-innerer Kern mit einem Dichtesprung verbunden ist, so ist dieser nicht groß, maximal etwa 10%. Die Dichte im Erdmittelpunkt wird 14 g/cm^3 nicht übersteigen.

8. Schlußbemerkung

Qualitativ hat sich mit guter Sicherheit ergeben, daß der äußere Erdkern Eisen-Nickel mit darin gelöstem Wasserstoff sein wird, und daß der innere Kern, abgesehen von dem Unterschied flüssig-fest, kaum sehr verschieden davon sein kann. *Eine quantitative Verfeinerung der Schlüsse bleibt dringend erwünscht.* Kosmogonisch könnte man dann nach dem Wasserstoffpartialdruck bei der Bildung des Eisenkerns fragen, und weiter, warum die relative Größe der Eisenkerne so rasch mit der Planetengröße abfällt. Geologisch ist zu fragen, ob speziell die Grenzen Mantel-Kern und äußerer-innerer Kern stabil sind, oder ob z. B. durch Diffusion, laufend mit geologisch interessierender Geschwindigkeit sich Ausgleichsvorgänge abspielen.

Hamburg, Physikalisches Staatsinstitut.

Über die Ausbreitung seismischer Impulse in der Malmkalkplatte des schwäbisch-fränkischen Juras.

Von H. Reich, München¹⁾

Zusammenfassung

Bei refraktionsseismischen Untersuchungen im Bereich der Malmkalkplatte des schwäbisch-fränkischen Juras liegt der ungewöhnliche Fall vor, daß unter einer etwa 200 m dicken Platte mit Gesteinen hoher Geschwindigkeit (4000 bis 5000 m/s) Schichten geringer Geschwindigkeit (2500 bis 3000 m/s) von erheblicher Mächtigkeit, etwa 400 m, folgen.

Bei strenger Anwendung der optischen Gesetze können unter diesen Verhältnissen von der wichtigsten, in etwa 600 m Tiefe gelegenen Zubringerfläche, nämlich der Grenze der Sedimente gegen das Kristallin, Refraktionseinsätze erst in großer Entfernung auftreten und dann auch nur mit geringer Energie. Tatsächlich sind solche Einsätze mit Seismographen verschiedenster Bauart mit bester Energie schon in sehr geringen Entfernungen beobachtet worden. Wenn man Reflexion als Erklärung für das Zustandekommen dieser kräftigen Impulse heranzieht, so können nach den optischen Gesetzen auf der Malmkalkplatte nur in relativ kurzen Entfernungen vom Schußpunkt Reflexionen guter Energie, die an der Oberfläche des Kristallins gespiegelt sind, beobachtet werden, da in schon relativ geringen Entfernungen vom Schußpunkt Totalreflexion an der Unterkante der Malmkalkplatte eintreten muß. Die kräftigen Einsätze, die von der Grenze des Kristallins gegen die Sedimente ausgehen und die auch in wesentlich größeren Entfernungen registriert wurden, können also auch nicht als Reflexionseinsätze gedeutet werden. Eine Erklärung der beobachteten Einsätze ist nur möglich, wenn man einen Strahlenweg annimmt, der die Malmkalkplatte senkrecht durchläuft.

Es wurden ferner von allen Instrumenttypen kräftige Impulse aufgezeichnet, die mit der Geschwindigkeit der Malmkalke in einem Zeitabstand vom ersten Einsatz auftreten, die dem doppelten, 4-fachen usw. Weg zwischen der Unterkante der Malmkalkplatte als Zubringerfläche und der Erdoberfläche entsprechen. Diese Einsätze können nicht anders gedeutet werden, als daß sie von Impulsen herrühren, die an der unteren Grenze der Malmkalkplatte geführt sind und senkrecht nach oben, nämlich zur Erdoberfläche durch die Schichten hoher Geschwindigkeit ausstrahlen.

¹⁾ Prof. H. Reich, München, Institut für Angewandte Geophysik, Richard-Wagner-Str. 10

Bei seismischen Untersuchungen, insbesondere bei refraktionsseismischen, liegt in der Regel der Fall vor, daß die Geschwindigkeit seismischer Wellen entweder stetig oder unstetig mit wachsender Tiefe zunimmt. Der Fall, daß Schichten hoher Geschwindigkeit am Tage anstehen und unter ihnen Schichten geringer Geschwindigkeit folgen, ist selten gegeben. Er liegt tatsächlich im Bereich der schwäbisch-fränkischen Malmkalkplatte vor. Es ergab sich die Möglichkeit, 3 verschiedene derartige seismische Aufnahmen zu bearbeiten und es sollen darüber einige Mitteilungen gemacht werden, weil man bei der Auswertung der in diesen Gebieten erhaltenen Seismogramme, wie gezeigt werden kann, mit der schematischen Anwendung der optischen Gesetze auf seismische Probleme nicht auskommt, sondern eine Erweiterung und z. T. auch eine Änderung der z. Zt. geltenden Anschauungen über den Verlauf seismischer Strahlen vorgenommen werden muß.

Es sind dabei insbesondere 2 Probleme zu besprechen, die im Folgenden dargestellt werden sollen. Es ist einmal der Verlauf der an der Oberfläche des Kristallins als Zubringerfläche geführten seismischen Impulse und dann der Verlauf der an der Unterkante der Malmkalkplatte geführten Impulse zu diskutieren.

Wenn wir uns zunächst dem ersten Problem zuwenden, so können wir feststellen, daß im Bereich der aufgezählten Untersuchungsgebiete im Jura überall in Tiefen, die zwischen 600 und 1000 m gelegen sind, eine besonders scharfe geologische Grenzfläche vorhanden ist, an der eine besonders große Änderung der Geschwindigkeiten seismischer Wellen auftritt. Diese Grenzfläche ist die Transgressionsfläche der seismisch-weichen, mesozoischen Schichten auf den seismisch-harten, kristallinen Gesteinen des Grundgebirges. Nördlich des Rieses beträgt der Geschwindigkeitssprung z. B. 2200 m/s gegen 5500 m/s und auch sonst ist der anzunehmende Unterschied in den Geschwindigkeiten mindestens 3000 m/s im Mesozoikum gegen 5000 m/s im Kristallin.

Der Strahlengang seismischer Impulse die von einem Schußpunkt ausgehen, der im Bereich der Malmkalke, z. B. an einer Grenze gelegen ist, muß nach den optischen Gesetzen, wie das sehr richtig von Herrn *Th. Krey* in einem Bericht der Seismos an das Amt für Bodenforschung, Hannover, dargestellt worden ist, einen Verlauf nehmen, wie ihn die Abbildung (1) zeigt. Es ist aus dieser Skizze zu entnehmen, daß Refraktionseinsätze erst von einer Mindestentfernung an möglich sind, die von den Geschwindigkeitsunterschieden einesteils des Kristallins (Schicht 1) und andernteils des seismisch-weichen, älteren Mesozoikums (Keuper bis Malm- α , Schicht 2) und des seismisch-härteren, jungen Mesozoikums (Kalke des Malm- β bis ζ , Schicht 3) abhängig ist und von der Dicke dieser Kalkplatte. Nehmen wir als möglichen Wert für die Schicht 1 (Kristallin) 5500 m/s, für die Schicht 2 (älteres Mesozoikum) 2500 m/s und für die Schicht 3 (jüngerer Mesozoikum) 4500 m/s, so ergeben sich die folgenden Bre-

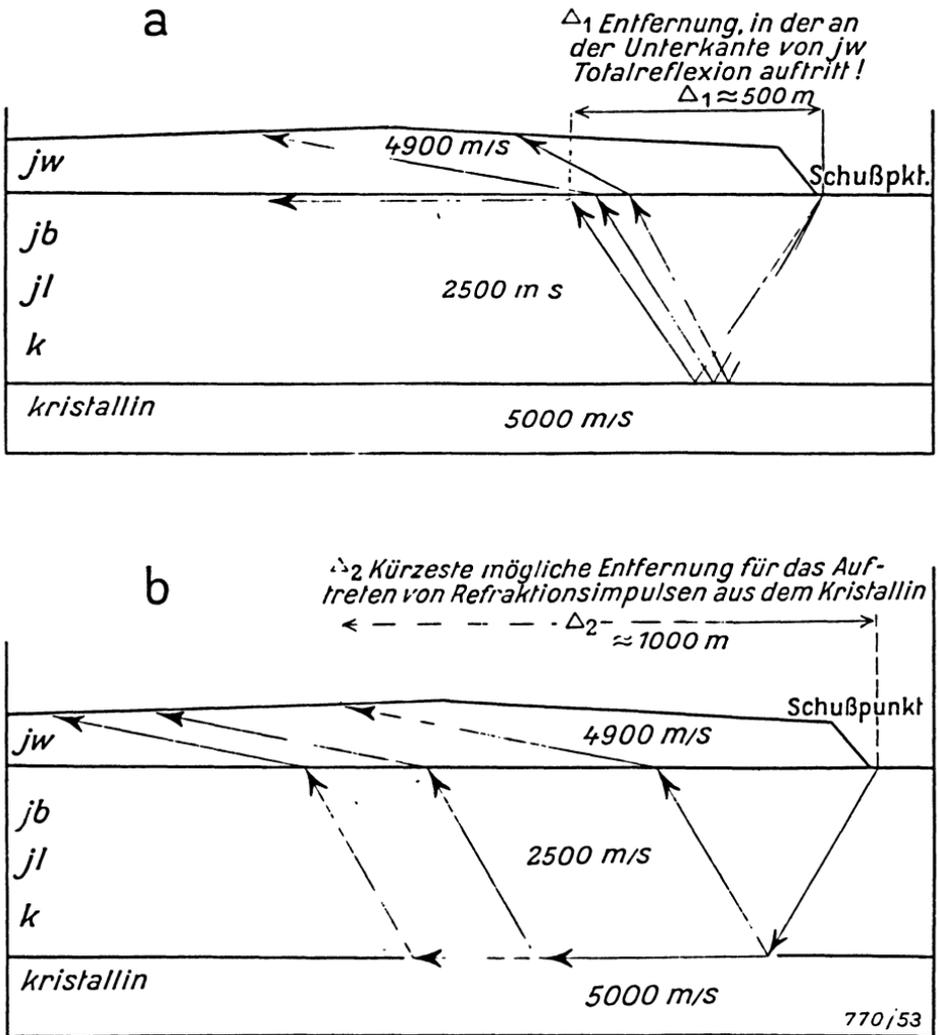


Abb. 1: Möglicher Strahlenverlauf seismischer Impulse die unter der Malmkalkplatte (*Jw*) an der Oberkante des Kristallins reflektiert (Skizze I) bzw. refraktiert (Skizze II) sind. Nach Th. Krey, Hannover.

Jw = Malmkalke *Jb* = Dogger *Jl* = Lias *K* = Keuper

chungswinkel: Schicht 1 gegen Schicht 2: 27° und Schicht 2 gegen Schicht 3: $33^\circ 45'$. Dann kann bei einem Schußpunkt der genau an der Grenze der Schicht 2 gegen die Schicht 3, für die wir nur 100 m Mächtigkeit einsetzen, gelegen ist, ein Refraktionseinsatz erst in einer Entfernung von $200 + 850 \text{ m}$

= 1050 m die Erdoberfläche erreichen. Wenn wir die von Herrn *Th. Krey* angenommenen Geschwindigkeitsverhältnisse zugrundelegen, also 5000 m/s für Schicht 1, 2500 m/s für Schicht 2 und 4900 m/s für Schicht 3, so erhalten wir für diese Mindestentfernung fast 10 km (genau 9660 m). Da nun Refraktionseinsätze, die einwandfrei von der Grenzfläche (Zubringerfläche) der Kristallinoberfläche (Schicht 1) stammen, mit Sicherheit von verschiedenen Schußpunkten aus beobachtet werden konnten, die entweder im Malm 50 bis 100 m über seiner unteren Grenze gelegen sind, oder auf der Oberfläche der Malmkalkplatte selbst angesetzt waren, müssen die Entfernungen, in denen das Auftauchen von Refraktionseinsätzen überhaupt möglich ist, noch größer sein. Diese mit bester Energie beobachteten Impulse können also nicht den Strahlenweg gelaufen sein, den diese optischen Gesetze vorschreiben.

Herr *Th. Krey* hat weiter, um diese Einsätze zu erklären, den Versuch gemacht, sie als Reflexionseinsätze zu deuten. Auch dieser Strahlengang ist nach den optischen Gesetzen nicht möglich. Gute Reflexionseinsätze können, wie ebenfalls die schematische Skizze von Herrn *Krey* zeigt, nur in ganz geringen Entfernungen, die auf weniger als 500 m geschätzt werden können, überhaupt die Erdoberfläche erreichen, da schon bei dieser geringen Entfernung an der Unterkante der Malmkalkplatte Totalreflexion eintritt. Nach den von Herrn *Krey* gemachten Angaben über die Geschwindigkeitsverhältnisse muß der Winkel der Totalreflexion schon in noch geringeren Entfernungen eintreten.

Man muß also aus diesen Überlegungen den Schluß ziehen, daß die vorzüglichen, mit Instrumenten der verschiedensten Typen aufgenommenen Einsätze, die sicher von der Oberkante des Kristallins (Schicht 1) stammen, ihren Weg nicht nach den optischen Gesetzen genommen haben.

Zur Klärung dieser Feststellung liegen m. E. zwei Möglichkeiten vor: die eine Möglichkeit liegt in der Tatsache, daß die Wellenlänge der seismischen Impulse von einer Größe ist, die gegenüber der Mächtigkeit der Weißjura-Kalkplatte, die in der Umgebung des Rieses zwischen 100 und 200 m liegt, als groß angesehen werden kann. Die gemessenen Frequenzen liegen bei 20 bis 40 Hz, was bei einer Geschwindigkeit von 5000 m/s Wellenlängen von 150 bis 250 m entsprechen würde, das wären also Wellenlängen, die größer sind als die Dicke der Malmkalkplatte. Man wird bei der Tiefenberechnung dann mit einer mittleren Geschwindigkeit rechnen müssen, die über den 2500 m/s liegt, die für das ältere Mesozoikum (Schicht 2) bestimmt war. Der für eine Tiefenberechnung einzusetzende Geschwindigkeitswert muß dem Mittel der gesamten Geschwindigkeitswerte des Schichtenkomplexes zwischen der Oberfläche des Kristallins und der Erdoberfläche entsprechen. Dieser mittlere Geschwindigkeitswert des gesamten Deckgebirges würde bei einer Mächtigkeit der Malmkalke von 100 m 2700 m/s, bei einer Mächtigkeit dieser Kalke von 200 m 2900 m/s betragen.

Die Tatsache, daß bei Refraktionsprofilen oft über viele km, ja über noch größere Entfernungen hinweg eine konstante Geschwindigkeit sowohl für Deckschichten wie für die Schichten in der Tiefe beobachtet werden, ist ein physikalisch bisher ungeklärtes Wunder. Wie sowohl Elastizitätsbestimmungen an Gesteinsproben wie ebenso die Geschwindigkeitsmessungen in Bohrlöchern zeigen, ändern sich auch innerhalb einer petrographisch einheitlichen Schichtenserie die Geschwindigkeitswerte, also die elastischen Eigenschaften, sehr erheblich. Um so erstaunlicher ist es, daß man so schnurgerade Linien in den Laufzeitkurven erhält. Bei den großen Wellenlängen der seismischen Impulse in der angewandten Seismik entspricht deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit offenbar einem Mittelwert der gesamten durchlaufenen Schichtenserie. Für die an einer Zubringerfläche geführten Impulse ist der genaue Geschwindigkeitswert des Gesteins, in dem die höhere Geschwindigkeit einsetzt, maßgebend.

Die mit einer solchen mittleren Geschwindigkeit berechneten Tiefenwerte stimmen durchaus zu den bekannten geologischen Verhältnissen und passen vor allen Dingen bestens zu den Tiefenwerten, die für das Kristallin einwandfrei in den Nachbarbereichen im Ries und seiner Umgebung ermittelt werden konnten, wo nur seismisch weichere Schichten auf den seismisch harten kristallinen Gesteinen gelegen sind, wie das z. B. im N bei Öttingen und im W bei Bopfingen der Fall ist.

Es scheint mir aber doch noch eine andere Erklärungsmöglichkeit zu bestehen, die abseits der Strahlenoptik, wie sie für seismische Strahlen gilt, gelegen ist, die mir aber trotzdem recht gut belegt erscheint. Bei den seismischen Untersuchungen auf der Malmkalkplatte in der Umgebung des Rieses konnten mit den verschiedensten Instrumententypen nach den 1. Einsätzen, die mit auffallend geringer Energie mit der Geschwindigkeit der Malmkalke ankommen, 2., 3. und 4. Einsätze beobachtet werden, die mit viel besserer Energie ausgestattet sind. Die Zeitdifferenz gegenüber den 1. Einsätzen entspricht bei diesen kräftigen Einsätzen dem Weg oder dem Vielfachen des Weges, den ein an der Unterkante der Malmkalkplatte geführter Impuls zurückzulegen hat, nämlich im Mittel der Beobachtungen in der Umgebung des Rieses 65 millisek. Derartige 2. Einsätze konnten bei den seismischen Untersuchungen des Rieses sowohl²⁾ bei den Linien 9', 16' und 23, bei denen die Schußpunkte am Rande der Malmkalkplatte gelegen waren, beobachtet werden, als auch auf der Linie 36, bei der der Schußpunkt auf der Malmkalkplatte angelegt war (Abb. 2. u. 3. Laufzeitkurven, Abb. 4. bis 7. Seismogramme). Dabei sind diese Einsätze sowohl von den mechanischen Minutrop-Pendeln (Abb. 4. u. 5.), als auch den elektrischen Apparaten der Seimos G.m.b.H. (Abb. 6. u. 7.) aufgezeichnet worden und ebenso von den Seismographen des Instituts für angewandte Geophysik der Universität München.

²⁾ Eine nähere Beschreibung dieser seismischen Untersuchungen ist in einer größeren Abhandlung: "Seismische Untersuchungen im Ries und Vorries" gegeben.

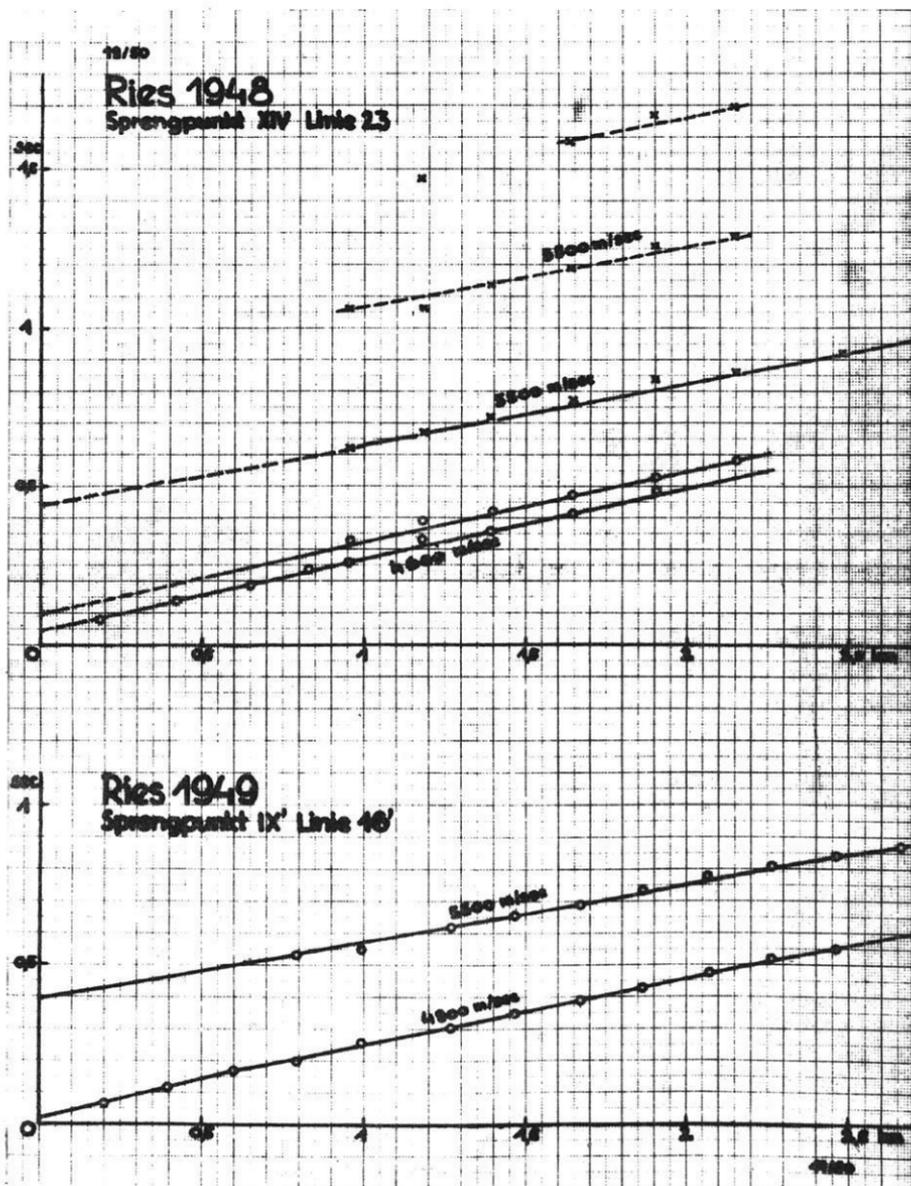


Abb. 2: Laufzeitkurve von Linie 23 im Südosten des Rieses und Linie 16' im Süden des Rieses auf der Hochfläche der Malmkalke, nach den seismischen Aufnahmen der Seismos G.m.b.H. Zu beachten sind die parallelen Einsätze mit 4600 m/s, Linie 23, und die vielfach reflektierten Einsätze mit 5500 m/s derselben Linie.

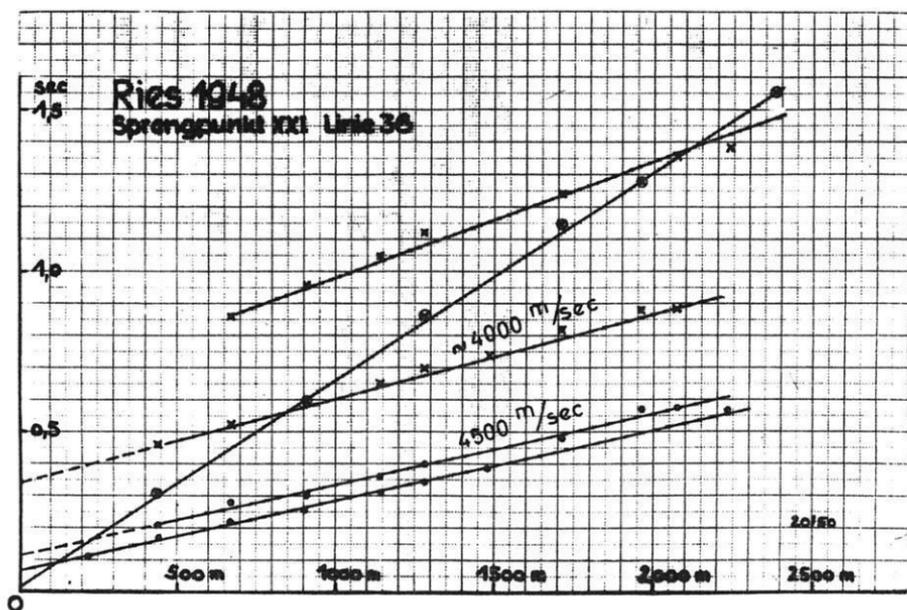


Abb. 3: Laufzeitkurve der Linie 36 im Osten des Rieses auf der Hochfläche der Malmkalkke nach Aufnahmen der Seismos G.m.b.H. Zu beachten sind die parallelen Einsätze mit 4500 m/s und die Einsätze mit der Scheingeschwindigkeit von ≈ 400 m/s und weniger, die an der nach Osten abfallenden Kristallinoberkante geführt sind.

Die Erklärung dieser Einsätze ist nur möglich, wenn man sie als an der Unterkante der Malmkalkplatte geführte Impulse (Abb. 8.) auffaßt, die also mit der Geschwindigkeit der Malmkalkke als parallele Linien in den Laufzeitkurven darzustellen sind, wie es die gegebenen Beispiele zeigen.

Die Zeitdifferenz gegenüber dem 1. Einsatz entspricht dem senkrechten Weg vom Schußpunkt bis zur Unterkante der Malmkalkplatte und von da wieder bis zur Erdoberfläche am Beobachtungspunkt. Nach den vorliegenden Seismogrammen werden diese an dieser Grenzfläche geführten Impulse vielfach reflektiert, so daß in dem Zeitabstand von etwa 65 millisek Mehrfacheinsätze auftreten, die in ihrer Energie den 1. Einsätzen vielfach überlegen sind und auf größeren Entfernungen überhaupt allein noch registriert werden konnten.

Wenn man die geologischen Verhältnisse in der Malmkalkplatte betrachtet, ist das nicht verwunderlich. Die Massenkalkke der Riff-Fazies im Malm mit der unregelmäßigen Begrenzung der einzelnen Schwammriffe sind für eine Fortleitung der seismischen Energie sehr viel schlechter geeignet, als die

Ries 1948

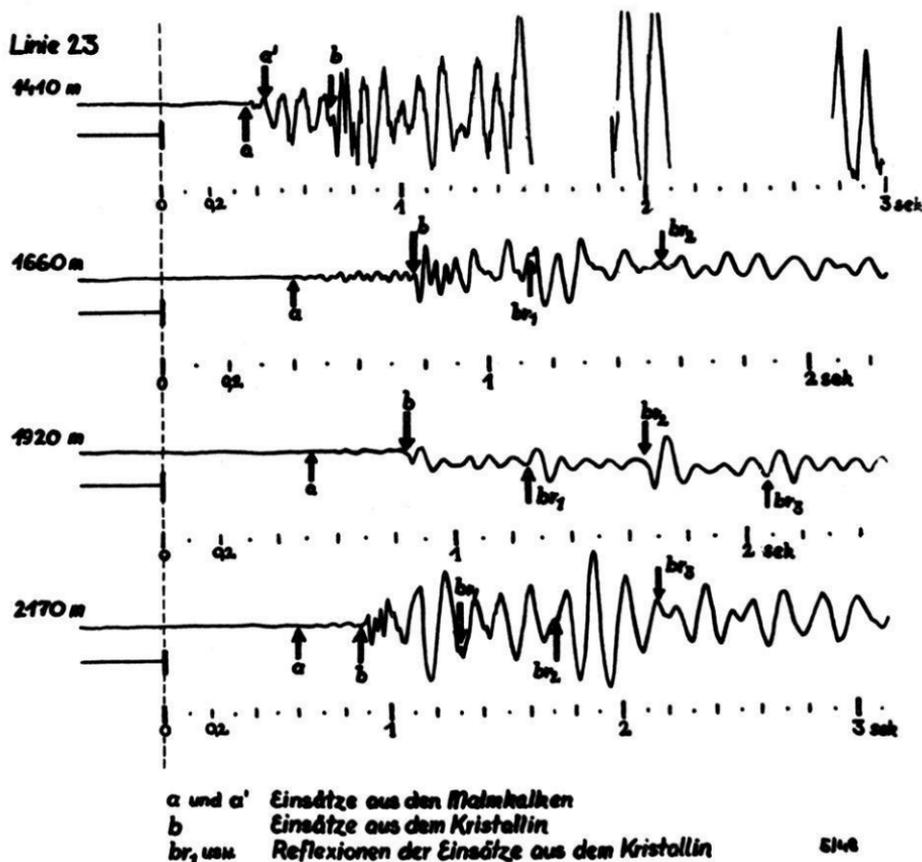


Abb. 4: Seismogramme der Linie 23, Aufnahme der Seismos G. m. b. H.

wohlgebankten Kalke des Malm- β oder des Malm- δ . Ich glaube also aus dem Auftreten dieser 2., 3. und 4. Einsätze im Bereich der Jurakalkplatte darauf schließen zu müssen, daß die an ihrer Untergrenze geführte Energie nicht allein in das tiefere Medium mit geringer Geschwindigkeit (Schicht 2, älteres Mesozoikum) ausgestrahlt wird, sondern ebenso in das über dieser Grenzfläche gelegene Medium hoher Geschwindigkeit, die Schicht 3 (jüngeres Mesozoikum).

Wenn wir nun noch einmal den Strahlenverlauf der an der Oberkante des Kristallins geführten Impuls betrachten, so scheint mir die Möglichkeit ge-

Ries 1948

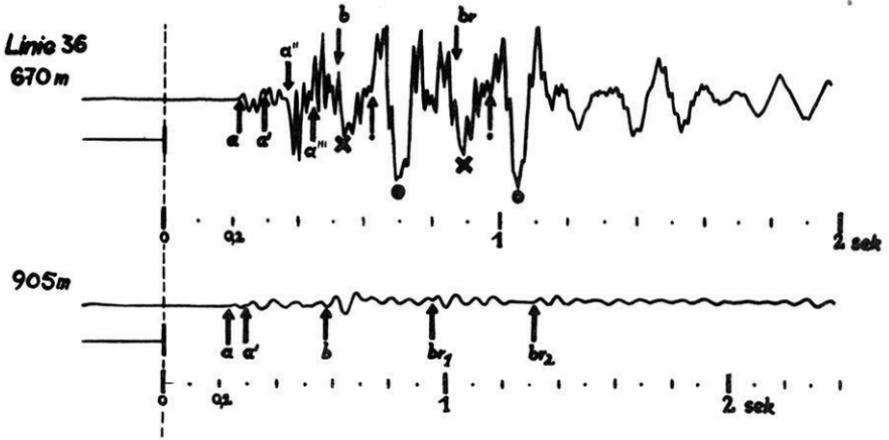


Abb. 5: Seismogramme der Linie 36, Aufnahme der Seismos G.m.b.H. a, a', a'' und a''' = Einsätze der im Malm verlaufenen (a) bzw. an seiner Unterkante geführten (a', a'', a''') Impulse. b = Einsatz der an der Oberfläche des Kristallins geführten Impulse. br, br1 und br2 = Einsätze von Reflexionen dieser Impulse

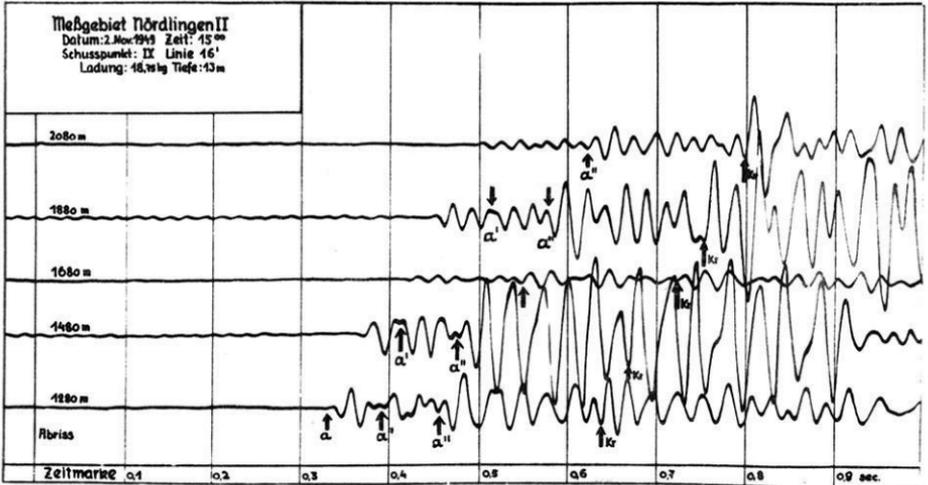


Abb. 6: Seismogramm der Linie 16', Aufnahme der Seismos G.m.b.H. a, a' und a'' = Einsätze der im Malm verlaufenen (a) bzw. an seiner Unterkante geführten (a' und a'') Impulse.

Kr = an der Oberfläche des Kristallins geführte Impulse.

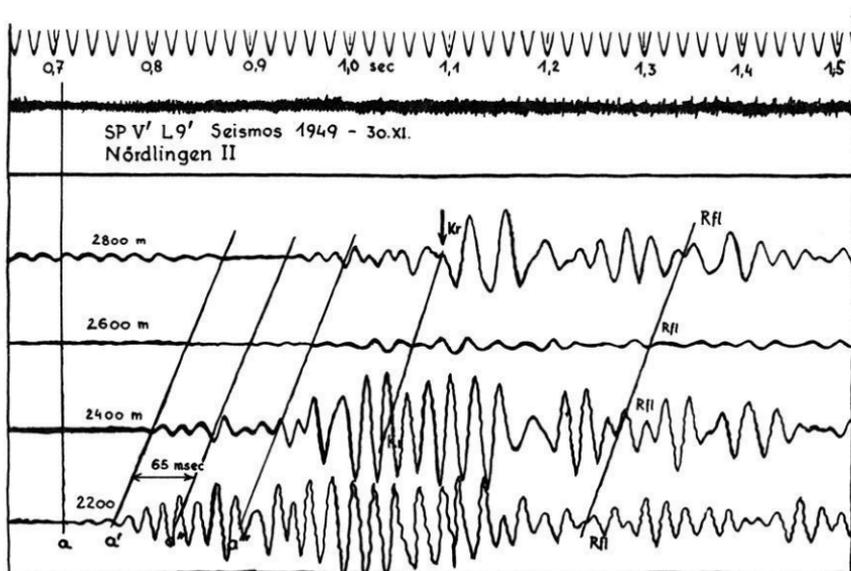


Abb. 7: Seismogramm der Linie 9', Aufnahme der Seismos G.m.b.H. a, a', a''' und a'''' = Einsätze der im Malm verlaufenden (a) bzw. an seiner Unterkante geführten (a', a'' und a''') Impulse. Kr = Einsatz der an der Oberfläche des Kristallins geführten Impulse. Rfl = Reflexion dieser Impulse.

Schubpunkt

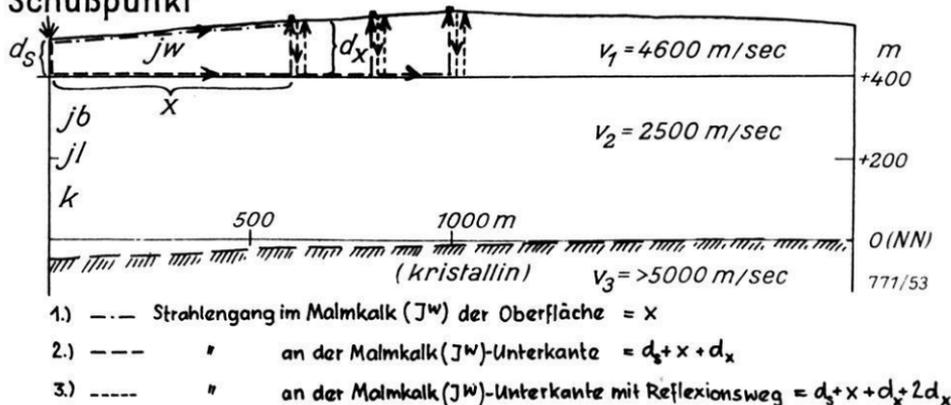


Abb. 8: Möglicher Strahlenverlauf seismischer Impulse, die im Malmkalk (1.) bzw. an seiner Unterkante (2.) und 3.) geführt wurden, nach H. Reich.

Jw = Malmkalk Jb = Dogger JI = Lias K = Keuper

geben, daß ebenso die durch das ältere Mesozoikum gelaufenen Strahlen, die an der Oberkante des Kristallins nach oben gebrochen sind, nach dem Erreichen der Unterkante der Kalkplatte nicht vom Lot weggebrochen werden, wie es die Optik verlangt, sondern den kürzesten senkrechten Weg zur Oberfläche nehmen, wie das für die oben geschilderten Einsätze gezeigt werden konnte. Der Strahlenweg dieser Impulse größerer Energie würde dann nicht einen geradlinigen Verlauf nehmen unter dem Brechungswinkel, der dem Geschwindigkeitsverhältnis der oben diskutierten mittleren Geschwindigkeit des Deckgebirges zur Geschwindigkeit des kristallinen Grundgebirges entsprechen würde, sondern einen gebrochenen Verlauf bis zur Unterkante der Malmkante unter dem Winkel, der dem Geschwindigkeitsverhältnis älteres Mesozoikum 2500 m/s, gegen kristallines Grundgebirge 5500 m/s, entspricht und dann von der Unterkante der Malmkalke bis zur Erdoberfläche senkrecht zur Erdoberfläche. Welchen Weg die Strahlen tatsächlich gehen, ist schwer zu entscheiden, da die Tiefenberechnung bei beiden Annahmen nahezu zu gleichen Werten führt.

Es bestehen also für die mit so auffallender Energie aufgezeichneten Einsätze der Linien 23, 16', 9' und 36 in der Umgebung des Nördlinger Rieses 2 Möglichkeiten: Entweder laufen die aufgezeichneten Impulse mit einer mittleren Geschwindigkeit von der Kristallinoberkante nach dem Brechungsgesetz oder sie verlaufen in der Schicht 2 (älteres Mesozoikum) nach dem Brechungsgesetz und dann weiter senkrecht durch die Malmkalkplatte bis zur Erdoberfläche.

An den Formeln für die Laufzeiten und die Tiefenbestimmungen ist bei diesen Annahmen wenig zu ändern. Bei der Annahme einer mittleren Geschwindigkeit für das ältere Mesozoikum bleiben die bekannten Formeln bestehen. Für den Fall des senkrechten Strahlenganges durch die Malmkalkplatte werden die Laufzeiten, wenn man mit d die Dicke der Malmkalktafel bezeichnet und mit v_1 die Geschwindigkeit in ihr, für die Entfernung x um $2d/v_1$, bzw. $4d/v_1$, bzw. $6d/v_1$ usw. vergrößert. Die Laufzeit t_x für die Entfernung x ist dann für den ersten Einsatz $tx_1 = \frac{x}{v_1}$, für den 2. Einsatz $tx_2 = \frac{x}{v_1} + \frac{2d}{v_1}$, für den 3. Einsatz $tx_3 = \frac{x}{v_1} + \frac{4d}{v_1}$, Für den 4. Einsatz $tx_4 = \frac{x}{v_1} + \frac{6d}{v_1}$

usf. Bei den für die Tiefenberechnung zu bestimmenden Verzögerungszeiten (intercept times) sind diese zusätzlichen Zeitwerte entsprechend zu berücksichtigen. In den Laufzeitkurven werden diese Einsätze als parallele Linien z. B. Linie 23 und Linie 36, abgebildet. Sie verlaufen parallel zu den Linien der ersten Einsätze, die die Geschwindigkeit der Malmkalke aufzeichnen.

Es scheint mir sehr bemerkenswert, worauf Brockamp, B. (in Hannover 1953) in der Diskussion aufmerksam gemacht hat, daß Laufzeitkurven mit

solchen parallelen Linien auch bei seismischen Untersuchungen auf dem Pasterzegletscher beobachtet und in Laufzeitkurven dargestellt worden sind (Brockamp, B. & Mothes, H. 1930 Seite 486, Fig. 3). Auch hier wird von den Autoren ein senkrechter Strahlengang durch das Eis als der wahrscheinlichste Strahlenweg angegeben. Die Einsätze werden als U_p Einsätze bezeichnet und sind nach den Seismogrammen, die auf Seite 485 (Fig. 2b) abgebildet sind, z. T. mit besserer Energie registriert als die ersten P Einsätze. Auch im Falle des Gletschereises haben wir eine Platte mit hoher Geschwindigkeit (hier wird 3580 m/s angegeben), die an ihrer Basis von einer scharfen Grenzfläche (Grundmoränen oder anstehender Fels) begrenzt ist. Brockamp, B. & Mothes, H. teilen mit (S. 495), daß die aus der Laufzeit der U_p -Wellen berechnete Eisdicke in guter Übereinstimmung mit der aus der Laufzeit der reflektierten Wellen (R) erhaltenen ist. Sie haben weiter daraus geschlossen, "daß diese (U_p Wellen) die Eisschicht nahezu senkrecht durchsetzen".

Auch die neuen seismischen Messungen auf dem Inlandeis von Grönland (Joset, A. & Holtzschherer, J.J. 1953) lassen nach den mitgeteilten prachtvollen Seismogrammen deutlich erkennen, daß zu den P Einsätzen parallel verlaufende Einsätze aufgezeichnet werden, wobei allerdings Art und Tiefe der Grenzfläche, an der diese U_p Impulse geführt werden, noch näher ergründet werden muß. (Seismogrammes Camp VI, 1950, Fig. 8, Pl, Laufzeitkurve Fig. 13, S. 336). Weiter scheint mir die Tatsache wichtig, daß bei diesen Wellen oft sehr gute Reflexionen auftreten, wie sie von H. Reich (1953) näher beschrieben worden sind. Auch das erscheint mit ein weiteres Argument dafür, daß der Energietransport an den bevorzugten Grenzflächen überraschend gut erfolgt und nicht durch die von O.v.Schmidt (1936 und 1939) gegebenen Ausführungen hinreichend erklärt werden kann.

Die eben aus der Umgebung des Rieses geschilderten Verhältnisse konnten in der gleichen Weise auch bei seismischen Registrierungen von Großsprengungen im Bereich der Malmkalkplatte bestimmt werden. Herr Dr. O. Förtsch hat ganz unabhängig von mir und meinen Gedankengängen dieses Problem an Beobachtungen einer Großsprengung in Saal bei Kelheim a. d. Donau ausgewertet und eine Laufzeitkurve (Abb. 9) aufgestellt, die die parallelen Einsätze der Malmkalktafel sehr gut zeigt. Der Zeitabstand der parallelen Einsätze mit der Malmgeschwindigkeit ist hier wesentlich größer als im Ries. Das ist durch die dort auch aus geologischen Gründen zu erwartende größere Mächtigkeit der Malmkalkplatte (> 300 m) bedingt. Interessant ist, daß hier auch bei Transversalwellen parallele Einsätze mit einem, der geringeren Geschwindigkeit transversaler Wellen entsprechenden, größeren Zeitabstand auftreten. Die parallel zu den Einsätzen aus dem Kristallin verlaufenden Einsätze kommen in einem noch größeren Zeitabstand an. Sie müssen auf Strahlen zurückgeführt werden, die an der Grenzfläche des Kristallins (Schicht 1) gebrochen und zwischen der Malmkalkplatte und der Oberfläche des Kristallins reflektiert worden sind. Hier entspricht die Zeit-

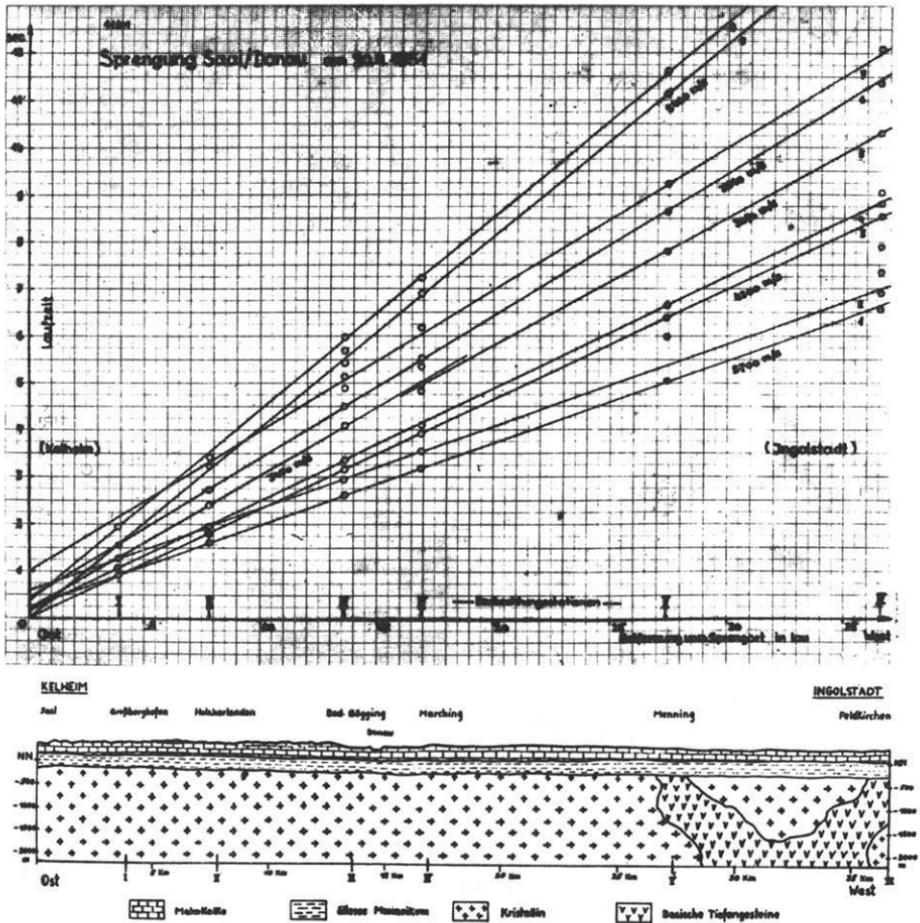


Abb. 9: Laufzeit der bei der Sprengung Saal/Donau 1951 mit Instrumenten des Instituts für angewandte Geophysik registrierten Impulse, nach O. Förtsch, mit Geologie unter der Laufzeitkurve nach H. Reich.

verzögerung von 0,35 s dem doppelten, senkrechten Weg zwischen diesen beiden bevorzugten Grenzflächen. Wenn wir für die Zwischenschicht (älteres Mesozoikum, Schicht 2) eine Geschwindigkeit von 3000 m/s einsetzen, erhalten wir eine Mächtigkeit für diese Schichtenserie von 515 m. Die so ermittelten Mächtigkeiten sowohl für die Malmkalktafel (Schicht 1) wie für das ältere Mesozoikum (Schicht 2) passen durchaus zu den aus der Überholungsentfernung bzw. Verspätungszeit (intercept time) ermittelten Tiefenwerten.

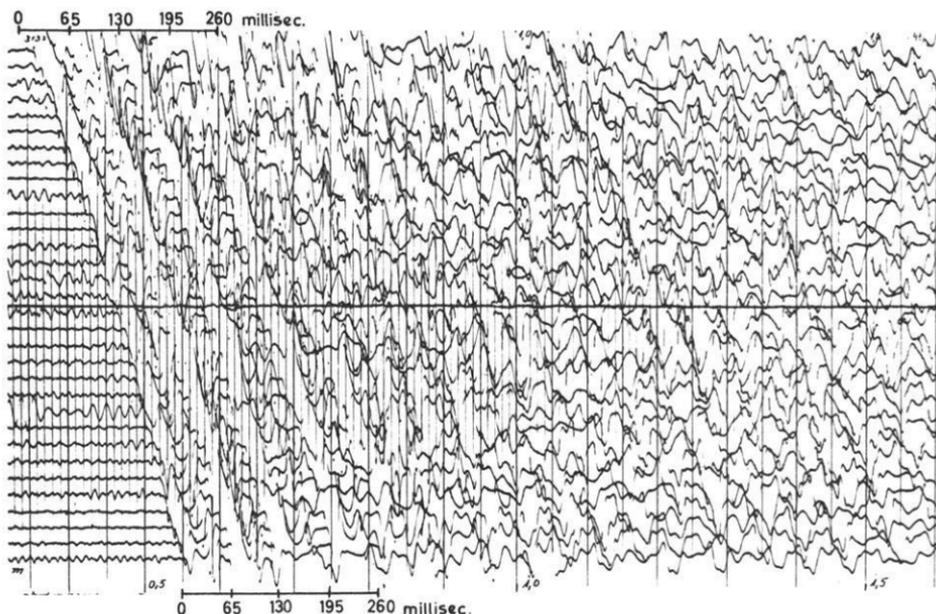


Abb. 10: Von der PRAKLA, Hannover (Dr. Köhler) bei der Großsprengung in Blaubeuren am 10. 5. 1952 aufgenommenes Seismogramm. Entfernung der im Abstand von $33 \frac{1}{3}$ m aufeinanderfolgenden Geophone 1283 m bis 2315 m. Die Zeitabstände von 65, 130, 195 und 260 millis. sind oben und unten im Seismogramm gekennzeichnet. Die geringen zeitlichen Abweichungen der Einsätze sind durch die Änderungen in der Dicke der den Malmkalk auflagernden tertiären Schichten bewirkt.

Schließlich möchte ich zu der Frage noch ein Seismogramm (Abb. 10) vorlegen, das von Herrn Dr. Köhler von der PRAKLA bei der Aufnahme von tiefen Reflexionen einer Großsprengung bei Blaubeuren beobachtet worden

ist und das mir freundlicherweise von der PRAKLA für diesen Aufsatz zur Verfügung gestellt worden ist. Die Großsprengung fand am 10. Mai 1952 südlich des Steinbruches der *Gebrüder Spohn* statt, bei der eine Ladung von 3,6 to abgetan wurde. Das vorgelegte Seismogramm wurde in Entfernungen von 1350 bis 2315 m registriert. Das Seismogramm zeigt eine Reihe von scharfen Einsätzen in einem Zeitabstand von etwa 65 millis. Das ist ungefähr der gleiche Zeitabstand um den, wie ich zeigen konnte, auf Seismographen der verschiedensten Bauart im Bereich der Malmkalkplatte in der Umgebung des Rieses scharfe Einsätze auftreten. Ich möchte darum auch diese Einsätze als Aufzeichnungen von Impulsen deuten, die an der Unterkante der Malmkalkplatte geführt wurden, und die ihre Energie nicht nur nach unten in die Tiefe, sondern auch nach oben zur Erdoberfläche abstrahlten. Daß diese Einsätze, wie wir sehen, mehrfach im genau gleichen Zeitabstand auftreten, scheint mir ein Beweis dafür zu sein, daß es sich nicht um instrumentell bedingte Einsätze, die in der "Verwirrungszone" entstehen, sondern tatsächlich um die Wiedergabe von Bodenbewegungen handelt. Das in einer kleinen Arbeit über die hier erstmalig in Deutschland beobachteten tiefen Reflexionen gegebene geologische Profil (*Reich*, 1953, Abb. 2) von Blaubeuren zeigt, daß wir hier im Gegensatz zum Ries seismisch mit einer Zweiteilung der Malmkalkplatte rechnen müssen. Die wichtigste Zubringerfläche ist hier nicht die Unterkante des Malm- β , sondern die Unterkante des Malm- δ . Die hier geführten Impulse brauchen hin und zurück von der Erdoberfläche $2 \times 32 = 64$ millis. Der Zufall will es, daß auch die von der Unterkante des Malm- β ausgehenden Impulse nach der beobachteten Geschwindigkeit im unteren Malm (4000m/s) um ungefähr den gleichen Zeitabstand ($2 \times 30 = 60$ millis.) verspätet die Erdoberfläche erreichen. Das mag mit einer Ursache dafür sein, weshalb hier diese Einsätze besonders gut ausgeprägt sind. Übrigens sind die Einsätze im Zeitabstand von 65 millis. auch auf dem anschließenden Registrierstreifen von Herrn Dr. *Köller* der PRAKLA, der von 350 bis 1350 m Entfernung reicht, noch gut zu erkennen. Sie lassen sich also auch auf geringeren Entfernungen als 1350 m noch ausmachen.

Es soll nicht verschwiegen werden, daß Herr Dr. *Maaß* von der PRAKLA meine Deutung dieser Einsätze ablehnt und sie auf mehr oder weniger zufällige apparative Vorgänge in der "Verwirrungszone" zurückführt. Herr Dr. *Maaß* hat dazu dankenswerterweise auch Experimente durchgeführt, die seine Auffassung stützen. Nachdem auch mit mechanischen Seismographen, bei denen diese bei elektrischen Apparaturen möglichen und durch die Versuche von Herrn Dr. *Maaß* auch nachgewiesenen Vorgänge nicht auftreten können, solche Einsätze registriert worden sind, scheint die von Herrn Dr. *Maaß* gegebene Erklärung wohl größte Beachtung zu verdienen, aber nicht imstande zu sein, diese regelmäßigen, scharfen, wiederholten Einsätze, die gar nicht nach einer "Verwirrung", sondern nach einer Gesetzmäßigkeit auszu- sehen, zu erklären.

Mit diesen Ausführungen glaube ich gezeigt zu haben, daß die in der Umgebung des Rieses und anderwärts auf der Malmkalkplatte beobachteten Einsätze, die von der Oberfläche des Kristallins stammen und mit bester Energie auftreten, nur dann nach den Regeln der Optik geklärt werden können, wenn man den an der Oberfläche des Kristallins geführten Impulsen für das gesamte über dem Kristallin gelegene Schichtpaket eine mittlere Geschwindigkeit zuordnet. Nur dann ist für diese Erscheinung eine Erklärung gegeben, die sich mit unseren Anschauungen über den Verlauf seismischer Strahlen nach dem *Fermat'schen* Prinzip vereinigen läßt.

Es erscheint mir jedoch schwierig, elastisch so heterogene Schichten zu einer mechanischen Einheit zusammenzuziehen. Es treten, wie oben auseinandergesetzt, auf allen an der Malmoberfläche registrierten Seismogrammen der verschiedensten Instrumenttypen Einsätze guter Energie auf, die nur so erklärt werden können, daß an der Unterkante der Malmkalke geführte Impulse ihre Energie nicht nur nach unten, sondern auch senkrecht nach oben ausstrahlen. Der Strahlenweg dieser Einsätze kann nur so gedeutet werden, daß die registrierten Impulse vom Schußpunkt senkrecht nach unten, dann entlang dieser Zubringerfläche (Unterkante der Malmkalke) und schließlich wieder senkrecht zur Erdoberfläche zurücklaufen. Die an dieser Grenzfläche geführten, nicht gebrochenen Mintropwellen werden vielfach reflektiert. Es erscheint daher wahrscheinlich, daß auch die an der Oberfläche des Kristallins als Zubringer geführten Impulse die Malmkalke auf senkrechtem Wege durchlaufen. Sie nehmen also offenbar einen Verlauf, der vom Strahlengang nach dem *Fermat'schen* Prinzip abweicht.

Mit dieser Feststellung soll keineswegs die fundamentale Bedeutung der Berechnung seismischer Strahlen nach den Gesetzen der Optik herabgesetzt oder angezweifelt werden. Es soll nur mit diesen Ausführungen zum Ausdruck gebracht werden, daß es in der Seismik offenbar Ausnahmen von diesen Regeln gibt, die mit der ganz anderen Wellenlänge und offenbar auch der auch ganz anderen Energiefortpflanzung an Grenzflächen (Mintropwellen!) in der Seismik im Gegensatz zur Optik zusammenhängen. Es soll dabei darauf aufmerksam gemacht werden, daß Fürst *B. Galitzin* in seinem bekannten Buch "Vorlesungen über Seismometrie" in dem er sonst die Analogie des Verlaufs seismischer Strahlen mit dem Verlauf der Lichtstrahlen aufzeigt, auch in einem ganz anderen Zusammenhang eine Abweichung des Verhaltens der seismischen Strahlen gegenüber den Lichtstrahlen findet. Er schreibt (S. 152), daß "die seismische Dispersion entgegengesetzt der normalen optischen" ist. Also auch bei der Dispersion besteht nicht überall eine restlose Parallelität zwischen Seismik und Optik.

Die seismischen Beobachtungen im Bereich der Malmkalktafel im schwäbisch-fränkischen Raum haben uns somit ausserordentlich interessante Einblicke in die Vorgänge bei der Ausbreitung seismischer Wellen gebracht. Es konnte z. B. die Energiefrage der Seismik, die auch noch keineswegs

gelöst ist, nur gestreift werden. Auch hier ergeben sich gerade im Bereich der Malmkalkplatte besonders interessante Beobachtungen, weil die an den beschriebenen Grenzflächen geführten Impulse in größeren Entfernungen mit wesentlich stärkeren Einsätzen an den Beobachtungspunkten eintrafen, als die direkt gelaufenen. Es erschien zunächst im Bereich der Malmkalkplatte fast unmöglich, refraktionsseismische Ergebnisse zu erhalten. Wie gezeigt werden konnte, sind trotzdem Refraktionseinsätze mit bester Energie registriert worden. Man kann also auch in dem Bereich der Malmkalktafel neben der Reflexionsseismik, die man natürlich immer mit heranziehen wird, auch Refraktionsseismik mit guter Aussicht auf Erfolg einsetzen.

Literatur

- Berson, J.S.* u. *Jepinatjewa, A.M.*: Über vielfach reflektierte Wellen. Nachrichten d. Ak. d. Wiss. d. U.S.S.R., Geophys. Serie Nr. 4, 1952 S. 9-32 (Russisch)
- Blut, H.*: V. u. VII. Ein Beitrag zur Theorie der Reflexion und Brechung elastischer Wellen an Unstetigkeitsflächen. Zeitschr. f. Geophysik 8, 1932, S. 130-144 u. S. 305-322.
- Brockamp, B.* u. *Mothes, H.*: Seismische Untersuchungen auf dem Pasterzegletscher I. Zeitschr. f. Geophysik 6, 1930, S. 482-500.
- Ellsworth, T.P.*: Multiple Reflections. Geophysics 13, 1948, S. 1-18
- Galitzin, Fürst B.*: Vorlesungen über Seismometrik. Deutsche Herausgabe von O. Hecker. Leipzig und Berlin, 1914.
- Joset, A.* u. *Holtzscherer, J.J.*: Sondages Séismiques au Groenland. Annales de Géophysique 9, Nr. 4, 1953. S. 329-344.
- Krey, Th.*: Bericht über die refraktionsseismischen Messungen im Messgebiet Nördlingen I, 1951, Nördlingen II, 1950, Seismos G.m.b.H., Hannover, (nicht veröffentlicht).
- Menzel, H.*: Über das Spektrum seismischer Wellen, die durch Sprengungen erzeugt werden. Annali di Geofisica 4, 1951, S. 301-321
- Reich, H.*: Über reflektierte Refraktionsimpulse. Geol. Jahrb. 67, 1952, S. 135-142.
 — Über seismische Beobachtungen der PRAKLA von Reflexionen aus großen Tiefen bei den großen Steinbruchsprengungen in Blaubeuren am 4. März und 10. Mai 1952. Geol. Jahrb. 68, 1953, S. 225-240.
- v. Schmidt, O.*: Brechungsgesetz oder senkrechter Strahl? Zeitschr. f. Geophysik 8, 1932, S. 376-396.
 — Zur Theorie der Erdbebenwellen. Zeitschr. f. Geophysik 12, 1936, S. 199-205.
 — Über Kopfwellen in der Seismik. Zeitschr. f. Geophysik 15, 1939, S. 141-148.

Ein Verfahren zur direkten Berechnung der Schichtgeschwindigkeiten in der Reflexionsseismik.

Von Dietrich Pietsch, Hannover¹⁾

Zusammenfassung

Es wird ein Verfahren der Reflexionsseismik angegeben, nach dem man aus Seismogrammen die Geschwindigkeit seismischer Wellen in den einzelnen Schichten unter Berücksichtigung der Brechung direkt bestimmen kann. Dieses Verfahren wird für den Fall paralleler horizontal gelagerter Schichten entwickelt und auf parallele geneigte Schichten erweitert.

Die bisher übliche Bestimmung einer sogenannten Durchschnittsgeschwindigkeit wird vermieden. Eine Fehlerabschätzung gibt den Anwendbarkeitsbereich der Methode an.

Die Berechnung der Geschwindigkeiten wird an analytisch vorgegebenen Beispielen und einem von der Prakla, Gesellschaft für praktische Lagerstättenforschung (Hannover), zur Verfügung gestellten Fall aus der Praxis durchgeführt.

Die Bestimmung der Geschwindigkeiten seismischer Wellen aus Laufzeitkurven mit den bisherigen Methoden der Reflexionsseismik beschränkt sich darauf, das "Einschichtenproblem" auch auf mehrere Schichten anzuwenden. Die dabei sich ergebende Geschwindigkeit ist dann eine Durchschnittsgeschwindigkeit, deren Fehler in die sich hieraus ergebenden Schichtgeschwindigkeiten eingehen.

Aufgabe der Arbeit soll es daher sein, eine direkte Methode zur Bestimmung der Geschwindigkeiten innerhalb der einzelnen Schichten zu entwickeln.

Vorausgesetzt wird, daß in den betrachteten Schichten selbst keine Faciesunterschiede auftreten, d. h., die Wellengeschwindigkeiten innerhalb dieser Schichten konstant bleiben. Weiterhin, daß die Schichtdicken D_ν ($\nu = 1, 2 \dots n$) nicht kleiner oder gleich der Wellenlänge sind, also die Gesetze der geometrischen Optik angewandt werden können. Für Schichtgrenzen wird benutzt: 1.) Das Reflexionsgesetz: Einfallswinkel = Ausfallswinkel = α_ν . 2.) Das Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin \alpha_\nu}{\sin \alpha_{\nu+1}} = \frac{v_\nu}{v_{\nu+1}} \quad (\nu = 1, 2, \dots n) \text{ wo}$$

bei α_ν und $\alpha_{\nu+1}$ die Einfallswinkel auf zwei Seiten einer Diskontinuität sind, die eine Schicht mit der Wellengeschwindigkeit v_ν von einer Schicht mit der Wellengeschwindigkeit $v_{\nu+1}$ trennt.

¹⁾ Dietrich Pietsch, Geophysikalisches Institut, Universität Mainz – jetzt Prakla, Gesellschaft für praktische Lagerstättenforschung, Hannover, Haarstr. 5

Die Gleichung für die Laufzeit T_n (der Index n bedeutet die Schicht, an deren Basis der Strahl reflektiert wird) kann beim Einschichtenproblem, also $n = 1$, bekanntlich exakt explizit angegeben werden und gestattet eine genaue Bestimmung der Geschwindigkeit aus:

$$(1) \quad v_1^2 = 2x^2 / T_{1+}^2 + T_{1-}^2 - 2T_{01}^2$$

wobei T_{1+} und T_{1-} die Laufzeiten der Strahlen bedeuten, die im Abstand x und $-x$ die dort aufgestellten Geophone treffen und von diesen registriert werden.

Die Aufstellung des Schußpunktes zu den Geophonen wird für unsere Methode der Geschwindigkeitsbestimmung zweckmäßigerweise so gewählt, wie sie von *R. Garber*²⁾ in seiner Arbeit über multiple Reflexionen beschrieben wurde.

Im Folgenden wird die Methode für den Fall paralleler Schichten in horizontaler Lagerung beschrieben, und auf parallele geneigte Schichten erweitert.

Parallele Schichten in horizontaler Lagerung.

Gegeben sind n Schichten mit horizontalen Schichtgrenzen, den Geschwindigkeiten v_1, v_2, \dots, v_n und den Schichtmächtigkeiten D_1, D_2, \dots, D_n . Zur Berechnung der Geschwindigkeiten aus den Laufzeitkurven $T_1(x), T_2(x), \dots, T_n(x)$ ($x =$ Abstand des Geophons vom Schußpunkt, $T_\nu(x)$ die zugehörige Laufzeit bei Reflexion an der Basis der ν -ten Schicht) benötigt man eine analytische Darstellung dieser Kurven. Dabei werden die Unbekannten v_ν und D_ν ($\nu = 1, 2, \dots, n$) als Parameter neben x auftreten. Im Folgenden wird der Winkel α_1 , unter dem die Welle in das Schichtsystem eindringt, konstant gehalten. Zu jedem festgehaltenen Winkel α_1 gehört dann ein Wertesatz: $x_1 T_1, x_2 T_2, \dots, x_n T_n$, je nach Reflexion an der ersten, zweiten, bzw. n -ten Schichtgrenze. Dabei bedeutet x_ν den Abstand des Punktes vom Schußpunkt $Sp.$, an dem der Strahl, der an der ν -ten Schichtgrenze reflektiert wird, ankommt, und dessen Gesamtlaufzeit T_ν dort registriert wird.

Die Laufzeit T_n als Funktion von x_n wird auf folgende Art gewonnen: Nach Abbildung 1 gilt:

$$(2) \quad v_\nu (T_\nu - T_{\nu-1}) / 2 = D_\nu / \cos \alpha_\nu \quad (\nu = 2, 3, \dots, n)$$

und wegen $T_n = \sum_1^n (T_\nu - T_{\nu-1})$, wobei $T_0 = 0$ zu setzen ist:

²⁾ *R. Garber*, Ein Beispiel für die Kennzeichnung multipler Reflexionen durch die Geschwindigkeit, Erdöl und Kohle, April 1954 (Heft 4)

$$(3) \quad T_n = 2 \sum_1^n (D_\nu / v_\nu \cos \alpha_\nu)$$

Ebenfalls entnimmt man aus Figur 1, daß:

$$(1 / \cos \alpha_\nu)^2 = [v_\nu (T_\nu - T_{\nu-1}) / 2D_\nu]^2 = (D_\nu^2 + u_\nu^2) / D_\nu^2 = 1 + u_\nu^2 / D_\nu^2$$

also:

$$(4) \quad (1 / \cos \alpha_\nu) = \sqrt{1 + (u_\nu^2 / D_\nu^2)} \quad (\nu = 1, 2, \dots, n)$$

Mithin ergibt sich durch Einsetzen von (4) in (3):

$$(5) \quad T_n = 2 \sum_1^n [D_\nu / v_\nu \sqrt{1 + u_\nu^2 / D_\nu^2}] \quad 3)$$

Weiterhin ist:

$$(6) \quad u_\nu = (x_\nu - x_{\nu-1}) / 2 = v_\nu (T_\nu - T_{\nu-1}) \cdot \sin \alpha_\nu / 2$$

Hierin bedeutet x_ν den zum Wert T_ν der ν -ten Reflexion gehörenden Geophonabstand.

Nach dem Brechungsgesetz gilt:

$$(7) \quad \sin \alpha_\nu / v_\nu = c = \text{konst. für alle } \nu = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Durch Einsetzen von (7) in (6) ergibt sich:

$$(8) \quad u_\nu = c \cdot v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1}) / 2$$

Berücksichtigt man noch, daß nach Abb. 1:

$$(9) \quad x_n = \sum_1^n (x_\nu - x_{\nu-1}) = 2 \cdot \sum_1^n u_\nu \quad \text{ist,}$$

wobei $x_0 = 0$ zu setzen ist, so folgt aus (8) und (9):

$$x_n = c \cdot \sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})$$

3) *P.T. Sokolov*, Zur Theorie der seismischen Methode, Beiträge zur angewandten Geophys. Bd. 5, S. 15, 1936

Durch Ersetzen von u_ν in Gleichung (5) durch (11) erhält man eine Gleichung für T_n , – allerdings nicht explizit, da T_n noch unter der Wurzel vorkommt –, aber in der die Parameter $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ nicht mehr vorkommen:

$$(12) \quad T_n = 2 \sum_1^n \frac{D_\nu}{v_\nu} \cdot \sqrt{1 + \frac{x_n^2}{4D_\nu^2} \left(\frac{v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})}{\sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})} \right)^2}$$

Falls der Ausdruck $\frac{x_n^2}{4D_\nu^2} \left(\frac{v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})}{\sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})} \right)^2$ unter der Wurzel kleiner als

1 ist, und das ist, wie später gezeigt wird, durch geeignete Wahl von x_n stets zu erreichen, kann man die Wurzel in eine unendliche konvergente Reihe entwickeln, die man wiederum nach geeigneter Wahl von x_n nach dem zweiten Gliede abbricht, ohne daß der Fehler zu groß wird.

Es ergibt sich dann wegen $D_\nu = v_\nu (T_{o\nu} - T_{o\nu-1})/2$

$$(13) \quad T_n = T_{on} + x_n^2 \cdot \sum_1^n \frac{v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})^2}{(T_{o\nu} - T_{o\nu-1})} \Big/ 2 \left[\sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1}) \right]^2$$

wobei T_{on} die Laufzeit des an der Basis der n -ten Schicht in sich reflektierten Strahles bedeutet.

Aus der Entwicklung und der Bedingung der Konvergenz der Reihe ergibt sich eine Abschätzung für x_n , die gleichzeitig den Fehler von T_n liefert.

Es muß bei Vergleich von (12) mit (5) gelten:

$$u_\nu^2 / D_\nu^2 = x_n^2 \left(\frac{v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})}{\sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})} \right)^2 \Big/ 4D_\nu^2 < 1$$

Das ist wegen (5) der Fall, wenn man $|u_\nu| < |D_\nu|$ wählt. Dann gilt nämlich nach (9):

$$(14) \quad x_n = 2 \sum_1^n u_\nu < 2 \sum_1^n D_\nu$$

Also hat man, damit die Entwicklung konvergiert, x_n kleiner als zweimal die

Tiefe der Basis der reflektierenden Schichten zu wählen. Es ist noch zu prüfen, unter welchen Bedingungen das Abbrechen der Reihe nach dem zweiten Glied erlaubt ist. Verlangt man eine Genauigkeit von 5%, so darf der Fehler, der beim Abbrechen entsteht, nicht größer sein. Durch Abschätzen der beiden auf das zweite Glied folgenden Terme kann man eine Bedingung für die Differenz $2 u_\nu = x_\nu - x_{\nu-1}$ herleiten. Es genügt, nur diese beiden Glieder abzuschätzen, weil die Reihe konvergiert.

Entwickelt man Gleichung (12) oder, was dasselbe ist, Gleichung (5), so ist der Absolutbetrag der beiden ersten in Gleichung (13) vernachlässigten Glieder:

$$\left| \frac{1}{4} \sum_1^n \frac{D_\nu}{v_\nu} \left(\frac{u_\nu}{D_\nu} \right)^4 - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 6} \sum_1^n \frac{D_\nu}{v_\nu} \left(\frac{u_\nu}{D_\nu} \right)^6 \right| = \frac{1}{4} \left| \sum_1^n \frac{D_\nu}{v_\nu} \left(\frac{u_\nu}{D_\nu} \right)^4 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{u_\nu}{D_\nu} \right)^2 \right) \right|;$$

und es gilt die Abschätzung:

$$\frac{1}{4} \left| \sum_1^n \frac{D_\nu}{v_\nu} \left(\frac{u_\nu}{D_\nu} \right)^4 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{u_\nu}{D_\nu} \right)^2 \right) \right| < \left| \Delta T_n \right| < \frac{1}{4} \left| \sum_1^n \frac{D_\nu}{v_\nu} \left(\frac{u_\nu}{D_\nu} \right)^4 \right|;$$

wobei ΔT_n den Fehler bedeuten soll, den man durch das Abbrechen nach dem zweiten Gliede macht. Aus der Forderung, daß dieser Ausdruck kleiner als 5% von T_n sein soll, folgt, daß Bedingung (14) nicht genügt. Wählt man nämlich $u_\nu/D_\nu = \frac{1}{2}$; so ist wegen $D_\nu/v_\nu = (T_{0\nu} - T_{0\nu-1})/2$:

$$\left| \Delta T_n \right| < 2^{-7} \cdot T_{0n} < 2^{-7} \cdot T_n \sim \left| \frac{\Delta T_n}{T_n} \right| < 0,008;$$

andererseits gilt aber wegen der Reihenentwicklung in eine alternierende Reihe:

$$T_{0n} < T_n < T_{0n} + \sum_1^n \frac{D_\nu}{v_\nu} \left(\frac{u_\nu}{D_\nu} \right)^2$$

Bei $u_\nu = D_\nu/2$ wird also $T_n < 9/8 T_{0n}$; als Abschätzung nach unten erhält man dann:

$$\left| \Delta T_n \right| > \frac{7}{8} \cdot 2^{-7} \cdot T_{0n} > \frac{7}{9} \cdot 2^{-7} T_n = 0,006 T_n .$$

Der relative Fehler liegt bei der Wahl von $u_\nu = D_\nu/2$ zwischen 6 und 8%, man hat also $u_\nu < D_\nu/2$ zu wählen, um einen Fehler $< 5\%$ zu erhalten. Also muß auch $(x_n - x_{n-1}) < D_n$ sein.

Unter Verwendung der Formel (13) ergibt sich, wenn man T_n als Funktion von x^2 in einem Koordinatensystem mit der Abszisse x^2 und Ordinate T zeichnet, in erster Näherung eine Gerade, nämlich:

$$(15) \quad T_n = T_{on} + x_n^2 \cdot m_n, \text{ wobei } m_n \text{ die Steigung der Geraden bedeutet,}$$

$$(16) \quad m_n = \frac{1}{2} \cdot \sum_1^n \frac{v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})^2}{(T_{o\nu} - T_{o\nu-1})} \cdot \frac{1}{[\sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})]^2}$$

Seien nun alle v_ν und T_ν mit den zugehörigen x_ν bekannt, so fehlt zur Bestimmung von v_n das zu dem bekannten Wertesatz $x_\nu T_\nu$ ($\nu = 1, \dots, n-1$) gehörende Paar $x_n T_n$. Kennt man x_n , so kann man T_n aus der Laufzeitkurve ablesen. x_n ergibt sich folgendermaßen:

$$2m_n = \frac{\sum_1^{n-1} \frac{v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})^2}{(T_{o\nu} - T_{o\nu-1})} + \frac{v_n^2 (T_n - T_{n-1})^2}{(T_{on} - T_{on-1})}}{[\sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})]^2};$$

ebenso gilt:

$$2m_{n-1} = \frac{\sum_1^{n-1} \frac{v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})^2}{(T_{o\nu} - T_{o\nu-1})}}{[\sum_1^{n-1} v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})]^2}$$

aus beiden Gleichungen folgt:

$$2m_n [\sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})]^2 = 2m_{n-1} [\sum_1^{n-1} v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})]^2 + \frac{v_n^2 (T_n - T_{n-1})^2}{(T_{on} - T_{on-1})}$$

oder unter Verwendung von (10):

$$(17) \quad 2m_n \cdot x_n^2 / c^2 - 2m_{n-1} x_{n-1}^2 / c^2 = v_n^2 (T_n - T_{n-1})^2 / (T_{on} - T_{on-1})$$

Aus (15), angewandt für n und $n-1$ und Gleichung (8), folgt wegen $u_\nu = (x_\nu - x_{\nu-1})/2$:

$$(18) \quad 2(m_n x_n^2 - m_{n-1} x_{n-1}^2) = (x_n - x_{n-1}) \cdot c \cdot (T_n - T_{n-1}) / (T_{on} - T_{on-1});$$

außerdem gilt nach Figur 1:

$$(T_n - T_{n-1})^2 = (T_{on} - T_{on-1})^2 + (x_n - x_{n-1})^2 / v_n^2$$

Hieraus und aus Gleichung (8), angewandt für $\nu = n$, folgt:

$$(T_n - T_{n-1})^2 - (T_{on} - T_{on-1})^2 = c \cdot (T_n - T_{n-1}) \cdot (x_n - x_{n-1})$$

Dies eingesetzt in Gleichung (18) ergibt:

$$(19) \quad 2(m_n x_n^2 - m_{n-1} x_{n-1}^2)^2 = (T_n - T_{n-1})^2 / (T_{on} - T_{on-1}) - (T_{on} - T_{on-1})$$

Bildet man mit (15), angewandt für n und $n-1$, den Ausdruck $(T_n - T_{n-1})^2$, so ist:

$$\begin{aligned} T_n &= T_{on} + x_n^2 m_n \\ (-) T_{n-1} &= T_{on-1} + x_{n-1}^2 m_{n-1} \end{aligned}$$

$$(20) \quad (T_n - T_{n-1}) = (T_{on} - T_{on-1}) + x_n^2 m_n - x_{n-1}^2 m_{n-1} \quad ;$$

und durch Quadrieren:

$$\begin{aligned} (T_n - T_{n-1})^2 &= (T_{on} - T_{on-1})^2 + 2(T_{on} - T_{on-1})(x_n^2 m_n - x_{n-1}^2 m_{n-1}) + \\ &\quad + (x_n^2 m_n - x_{n-1}^2 m_{n-1})^2 \quad ; \end{aligned}$$

eingesetzt in (19) ergibt das:

$$2(m_n x_n^2 - m_{n-1} x_{n-1}^2) = (m_n x_n^2 - m_{n-1} x_{n-1}^2)^2 / (T_{on} - T_{on-1}) + 2(m_n x_n^2 - m_{n-1} x_{n-1}^2) \quad ;$$

woraus folgt:

$$(m_n x_n^2 - m_{n-1} x_{n-1}^2)^2 = 0 \quad \text{oder}$$

$$(21) \quad \frac{x_{n-1}^2}{x_n^2} = \frac{m_n}{m_{n-1}}$$

Damit hat man eine Formel zur Bestimmung von x_n .

Setzt man Bedingung (21) in (20) ein, so zeigt sich, daß man $T_{on} - T_{on-1}$ durch $T_n - T_{n-1}$ ersetzen kann.

Führt man diese Ersetzung in (16) für alle ν durch, so ergibt sich:

$$m_n = \frac{1}{2} \left[\frac{\sum_1^n v_n^2 (T_\nu - T_{\nu-1})^2}{(T_{on} - T_{on-1})} \right] \frac{1}{\left[\sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1}) \right]^2} = \frac{1}{2} \frac{\sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})}{\left[\sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1}) \right]^2},$$

$$(22) \quad m_n = \frac{1}{2} \frac{1}{\sum_1^n v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})} ;$$

Dasselbe gilt entsprechend für m_{n-1} ;

$$(23) \quad m_{n-1} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sum_1^{n-1} v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1})}$$

Diese beiden Gleichungen dienen jetzt zur Bestimmung von v_n . Es ist nämlich nach (22):

$$(m_n)^{-1} = 2 \cdot \sum_1^{n-1} v_\nu^2 (T_\nu - T_{\nu-1}) + 2 v_n^2 (T_n - T_{n-1})$$

$$\text{und mit (23): } (m_n)^{-1} = (m_{n-1})^{-1} + 2 v_n^2 (T_n - T_{n-1}) .$$

Hieraus folgt durch einfache Umformung:

$$(24) \quad v_n^2 = \frac{1}{2} (m_n^{-1} - m_{n-1}^{-1}) \cdot (T_n - T_{n-1})^{-1}$$

Damit zeigt sich, daß es bei parallel gelagerten horizontalen Schichten genügt, zur Bestimmung der Geschwindigkeit v_n die Laufzeitkurven der n -ten und $(n-1)$ -ten Reflexionen heranzuziehen. Man braucht also die Geschwindigkeiten in den anderen Schichten nicht zu kennen. Damit gehen auch die Fehler, die bei der Bestimmung der vorhergehenden Geschwindigkeiten auftreten, nicht in die Rechnung ein.

Die Ableitung der Gleichung (24) wurde für die n -te Schicht durchgeführt, wobei also n ein festgehaltener Index war. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit gilt diese Ableitung dann auch für jedes ν . ($\nu = 1, 2, 3, \dots, n$).

Der Gang der Berechnung ist mit Formel (21) und (24) vorgeschrieben. Zunächst zeichnet man die Laufzeitkurven T_n in Abhängigkeit von x^2 . Diese werden in erster Näherung Geraden sein, deren Steigungen m_n zu bestimmen sind. Danach wird bei einem vorgegebenem x_n das zugehörige x_{n-1} gemäß Gleichung (21) bestimmt und die Werte von T_n und T_{n-1} abgelesen. Damit sind alle Bestimmungsstücke bekannt, und die Geschwindigkeit v_n kann nach Gleichung (24) berechnet werden.

Zu beachten ist dabei, daß man bei der Wahl von x_n und x_{n-1} innerhalb des oben bestimmten Konvergenzbereiches bleibt.

Beispiele für parallele horizontal gelagerte Schichten.

Zwei nach vorgegebenen Daten analytisch berechnete Beispiele mögen das Verfahren erläutern.

Beispiel 1.

$v_1 = 1000 \text{ m/sec}$	$D_1 = 100 \text{ m}$
$v_2 = 2000 \text{ m/sec}$	$D_2 = 300 \text{ m}$
$v_3 = 1000 \text{ m/sec}$	$D_3 = 100 \text{ m}$

Beispiel 2

$v_1 = 1500 \text{ m/sec}$	$D_1 = 500 \text{ m}$
$v_2 = 2000 \text{ m/sec}$	$D_2 = 500 \text{ m}$
$v_3 = 2400 \text{ m/sec}$	$D_3 = 600 \text{ m}$
$v_4 = 1000 \text{ m/sec}$	$D_4 = 200 \text{ m}$
$v_5 = 3000 \text{ m/sec}$	$D_5 = 100 \text{ m}$

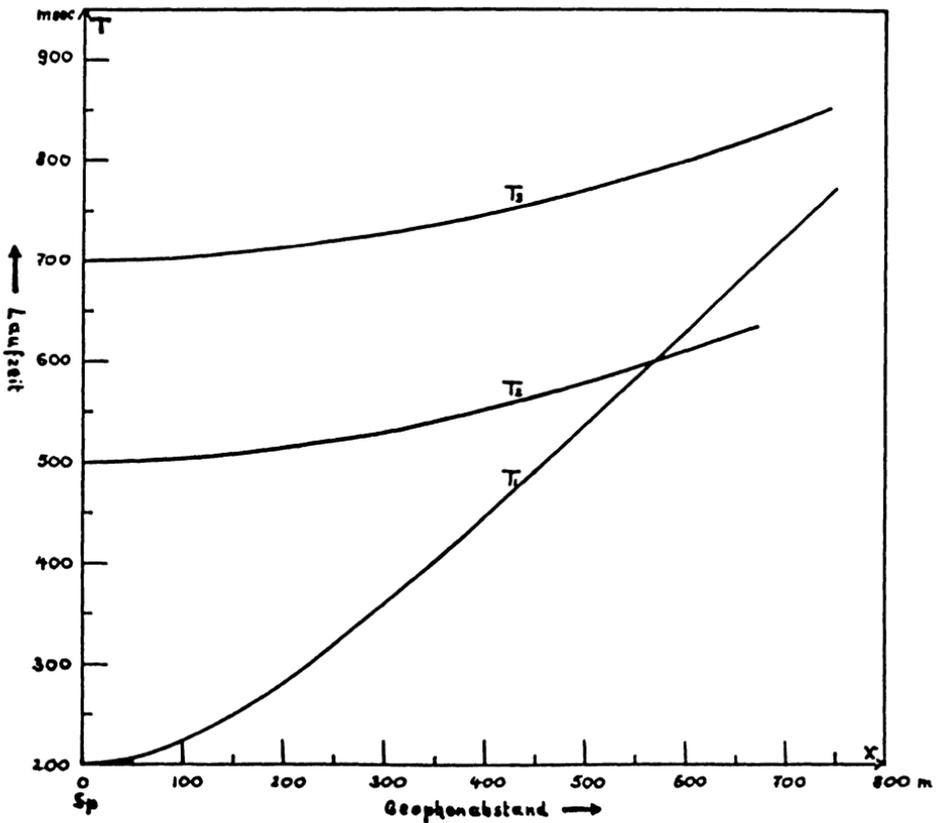


Abb. 2: Laufzeitkurven $T_n(x)$ von Beispiel 1, berechnet nach Gleichung (3) und (3a).

Die Berechnung der genauen Laufzeitkurven wurde nach Gleichung (3) durchgeführt, wobei die zugehörigen x_n sich nach Abb. 1 aus

$$(3a) \quad x_n = 2 \sum_1^n D_\nu \operatorname{tg} \alpha_\nu \quad \text{ergeben.}$$

Abb. 2 und 3 zeigen die berechneten Laufzeitkurven $T_n(x)$ und $T_n(x^2)$, von Beispiel 1, Abb. 4 und 5 diejenigen von Beispiel 2. In Abb. 3 und 5 sind außerdem die Geraden T'_n durch die Punkte T_{0n} der T-Achse mit den Steigungen in diesen Punkten eingezeichnet, um die Abweichung der Kurven $T_n(x^2)$ von einer Geraden zu veranschaulichen.

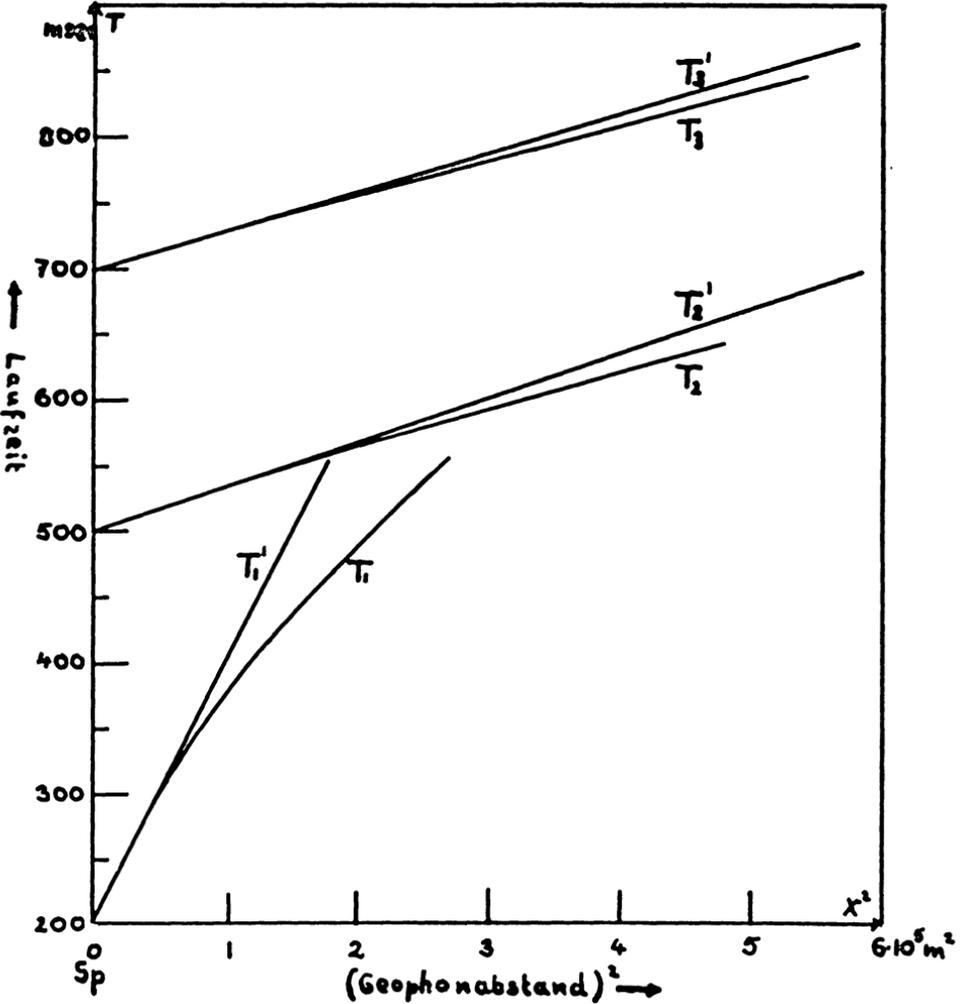


Abb. 3: Laufzeitkurven $T_n(x^2)$ von Beispiel 1 und Geraden T_n durch die Punkte T_{on} der T-Achse als Tangenten an die $T_n(x^2)$ -Kurven.

Die Geschwindigkeit v_1 ergab sich nach Gleichung (1) exakt, alle anderen Geschwindigkeiten wurden nach Gleichung (24) bestimmt.

Die aus den Kurven $T_n(x^2)$ der Abb. 3 und 5 berechneten Steigungen m_n und die nach (24) berechneten Geschwindigkeiten v_n ergeben sich zu:

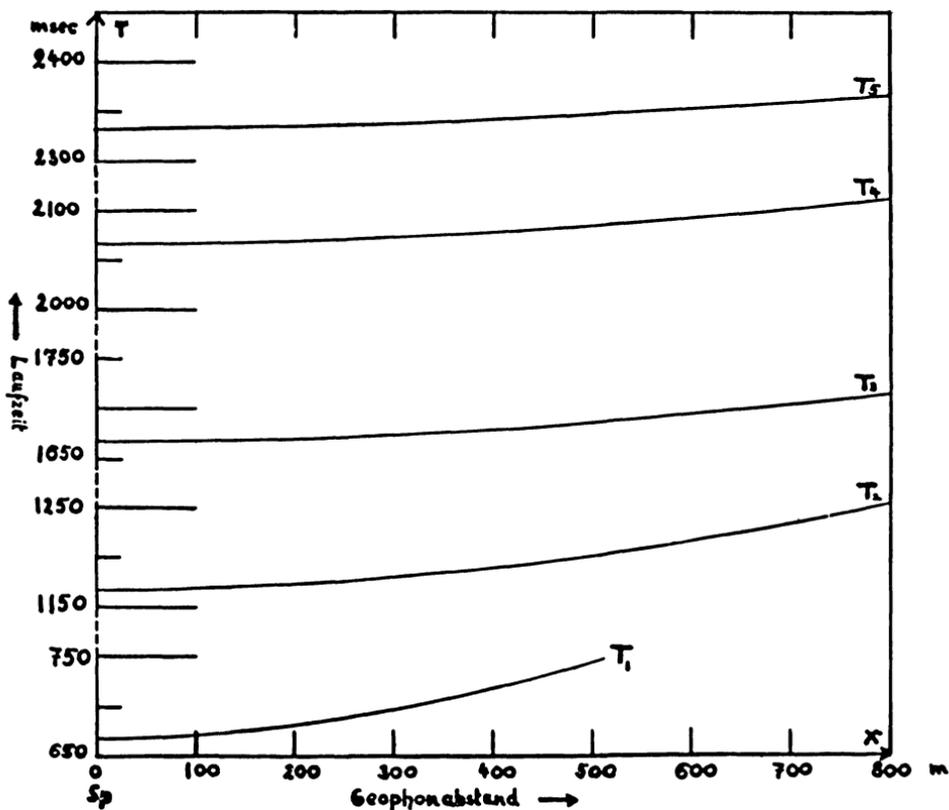


Abb. 4: Laufzeitkurven $T_n(x)$ von Beispiel 2. Berechnet nach Gleichung (3) und (3a).

Beispiel 1

$$m_1 = 200 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$$

$$v_1 = 1000 \text{ m/sec}$$

Fehler

exakt

$$m_2 = 35 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$$

$$v_2 = 2010 \text{ m/sec}$$

< 1%

$$m_3 = 30 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$$

$$v_3 = 1050 \text{ m/sec}$$

5%

Beispiel 2

$$m_1 = 31,0 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$$

$$v_1 = 1500 \text{ m/sec}$$

Fehler

exakt

$$m_2 = 14,2 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$$

$$v_2 = 1960 \text{ m/sec}$$

2 %

$$m_3 = 7,9 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$$

$$v_3 = 2370 \text{ m/sec}$$

1,5%

$$m_4 = 7,5 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$$

$$v_4 = 960 \text{ m/sec}$$

4 %

$$m_5 = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$$

$$v_5 = 2880 \text{ m/sec}$$

4 %

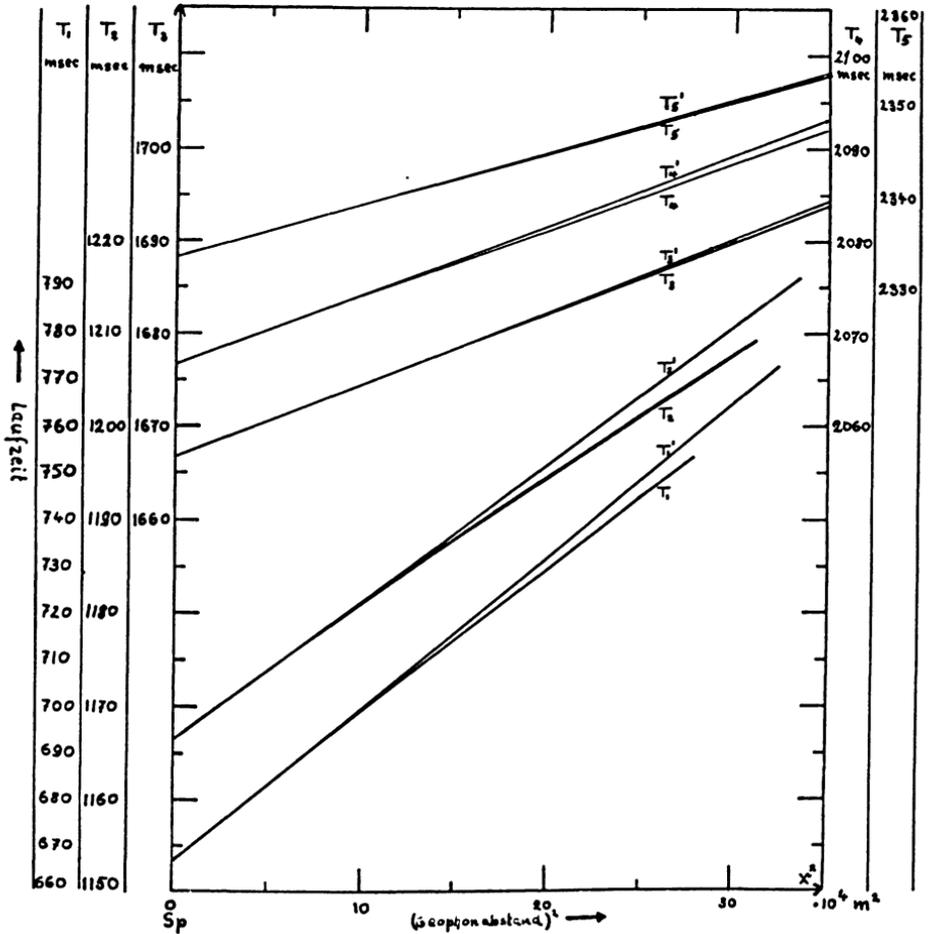


Abb. 5: Laufzeitkurven $T_n(x^2)$ von Beispiel 2 und Geraden T_n wie in Abb. 3.

Erweiterung auf parallele, mit einem Winkel γ gegen die Horizontale geneigte Schichten.

Die Voraussetzungen sind dieselben wie im Falle paralleler horizontaler Schichten. Als weitere Voraussetzung kommt hinzu, daß die Geophone senkrecht zum Streichen der Schichten aufzustellen sind. Die Gesetzmäßigkeiten und die Bezeichnungen im Falle mehrerer Schichten ergeben sich aus Abb. 6. Danach gilt: .

$$(25) \quad T_{nr} = 2 \sum_1^n (D_\nu / v_\nu \cos \alpha_\nu) - x_{nr} \cdot \sin \gamma / v_1 \cos \alpha_1 ;$$

$$(25a) \quad T_{nl} = 2 \sum_1^n (D_\nu / v_\nu \cos \alpha_\nu) + x_{nl} \cdot \sin \gamma / v_1 \cos \alpha_1 ;$$

wobei T_{nr} = Laufzeit des am Punkt x_{nr} "aufwärts" registrierten Strahls,
 T_{nl} = Laufzeit des am Punkt x_{nl} "abwärts" registrierten Strahls
 ist.

Weiterhin gilt:

$$(26) \quad x_{nr} = \cos \alpha_1 \cdot 2 \sum_1^n (D_\nu \cdot \operatorname{tg} \alpha_\nu) / \cos (\alpha_1 - \gamma)$$

und

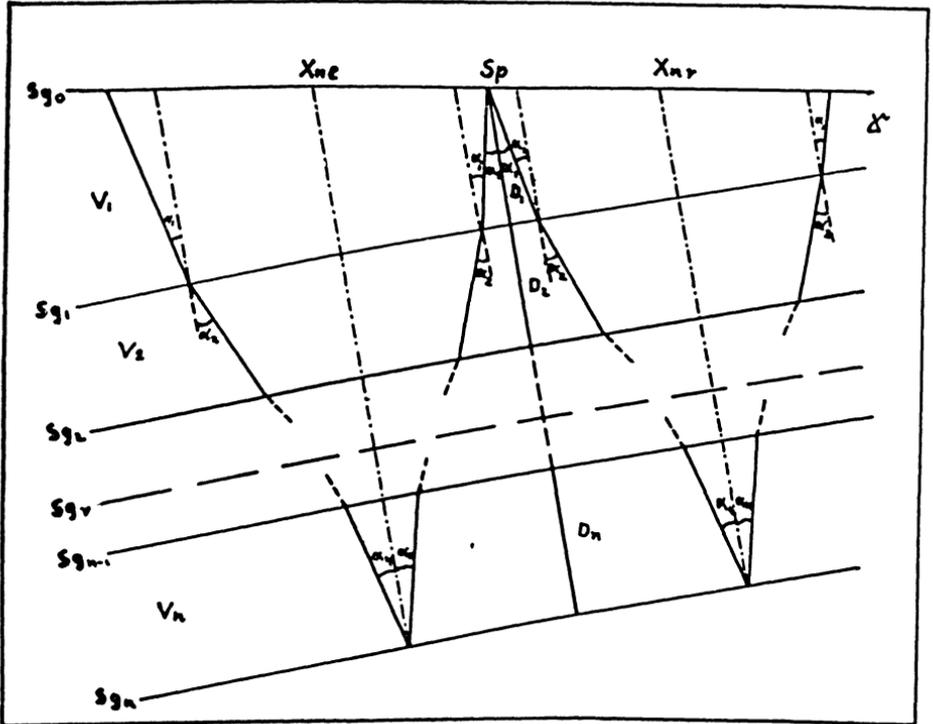


Abb. 6: Zur Berechnung der Funktionen T_{nr} und T_{nl} bei parallelen, aber mit einem Winkel γ gegen die Horizontale geneigten Schichten. Bezeichnungen wie in Abb. 2.

$$(26a) \quad x_{n1} = \cos \alpha_1 \cdot 2 \sum_1^n (D_\nu \cdot \operatorname{tg} \alpha_\nu) / \cos (\alpha_1 - \gamma)$$

also

$$(27) \quad x_{n1} = x_{nr} \cdot \cos (\alpha_1 - \gamma) / \cos (\alpha_1 + \gamma)$$

Für kleine Winkel α_1 , das heißt, wenn man die x_{n1} , x_{nr} kleiner als $\sum_1^n D_\nu$ wählt, kann man setzen:

$$(28) \quad x_{n1} = x_{nr}$$

Dann folgt, indem man (25) und (25a) addiert und dabei Gleichung (28) berücksichtigt:

$$(29) \quad (T_{nr} + T_{n1})/2 = 2 \sum_1^n D_\nu / v_\nu \cos \alpha_\nu$$

Diese auf der rechten Seite der Gleichung stehende Summe entspricht der rechten Seite von Gleichung (3) des ersten Teils. Man kann also auf den Ausdruck $(T_{nr} + T_{n1})/2$ das Verfahren von Teil 1 anwenden.

Danach hat man also $T_{nr}(x^2)$ und $T_{n1}(x^2)$ zu zeichnen und $(T_{nr} + T_{n1})/2$ zu bilden, was sich leicht graphisch durchführen läßt. Dabei muß, falls parallele geneigte Schichten vorliegen, $(T_{nr} + T_{n1})/2$ in einem geeignet gewählten Bereich in der Nähe des Nullpunktes durch eine Gerade ersetzt werden können.

Die Berechnung der Geschwindigkeit v_n geht dann wie im ersten Teil unter Benutzung der Kurven $(T_{nr} + T_{n1})/2$ und $(T_{n-1r} + T_{n-11})/2$ vor sich.

Eine neue Abschätzung zur Bestimmung der Genauigkeit des Verfahrens ist nicht nötig, da die oben geforderte Bedingung, daß nämlich α_1 klein sein soll, im Gültigkeitsbereich des Verfahrens von Teil 1 von selbst erfüllt ist. Die Ersetzung von $T_{on} - T_{on-1}$ durch $T_n - T_{n-1}$, die zu Gleichung (22) führte,

ist ja nur erlaubt, wenn $\cos \alpha_n = \frac{T_{on} - T_{on-1}}{T_n - T_{n-1}} \approx 1$ ist, das heißt aber, daß α_n

und damit auch α_1 klein sein muß.

Beispiele für parallele mit einem Winkel γ gegen
die Horizontale geneigte Schichten.

Ein Beispiel von 5 Schichten soll auch in diesem Falle das Verfahren erläutern:

Beispiel 3

$$v_1 = 1000 \text{ m/sec}$$

$$D_1 = 300 \text{ m}$$

$$v_2 = 1500 \text{ m/sec}$$

$$D_2 = 200 \text{ m}$$

$$v_3 = 2000 \text{ m/sec}$$

$$D_3 = 500 \text{ m}$$

$$v_4 = 2400 \text{ m/sec}$$

$$D_4 = 300 \text{ m}$$

$$v_5 = 2200 \text{ m/sec}$$

$$D_5 = 500 \text{ m}$$

$$\gamma = 10^\circ$$

Die $T_n(x)$ -Kurven wurden wieder analytisch berechnet nach den Gleichungen (25), (25a) und (26), (26a) und in Abb. 7 und 8 dargestellt. Abb. 9 zeigt T_n in Abhängigkeit von x^2 . Es ergibt sich in befriedigender Weise, daß die Kurven $(T_{nr} + T_{n1})/2$ durch Geraden ersetzt werden können.

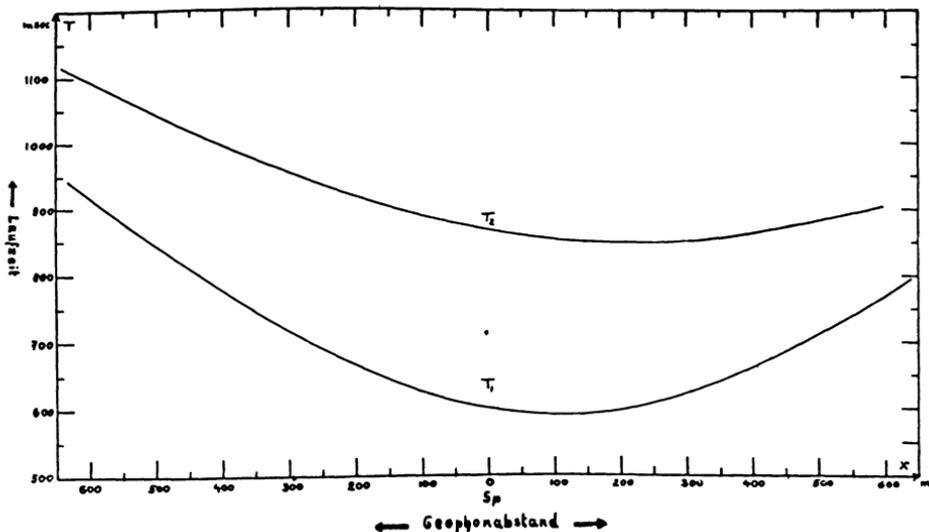


Abb. 7: Laufzeitkurven $T_1(x)$ und $T_2(x)$ von Beispiel 3, berechnet nach den Gleichungen (25), (25a), (30) und (30a).

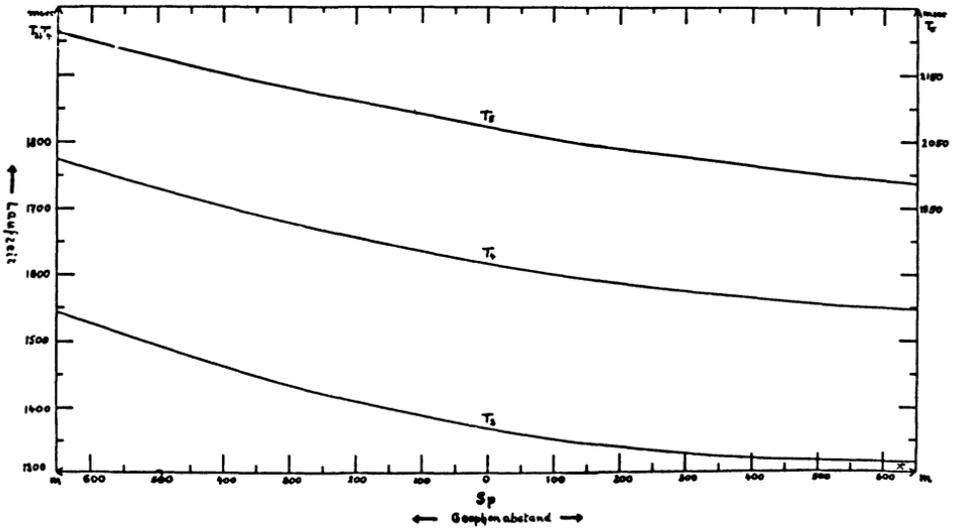


Abb. 8: Laufzeitkurven $T_3(x)$, $T_4(x)$ und $T_5(x)$ von Beispiel 3, berechnet nach denselben Gleichungen wie in Abb. 7.

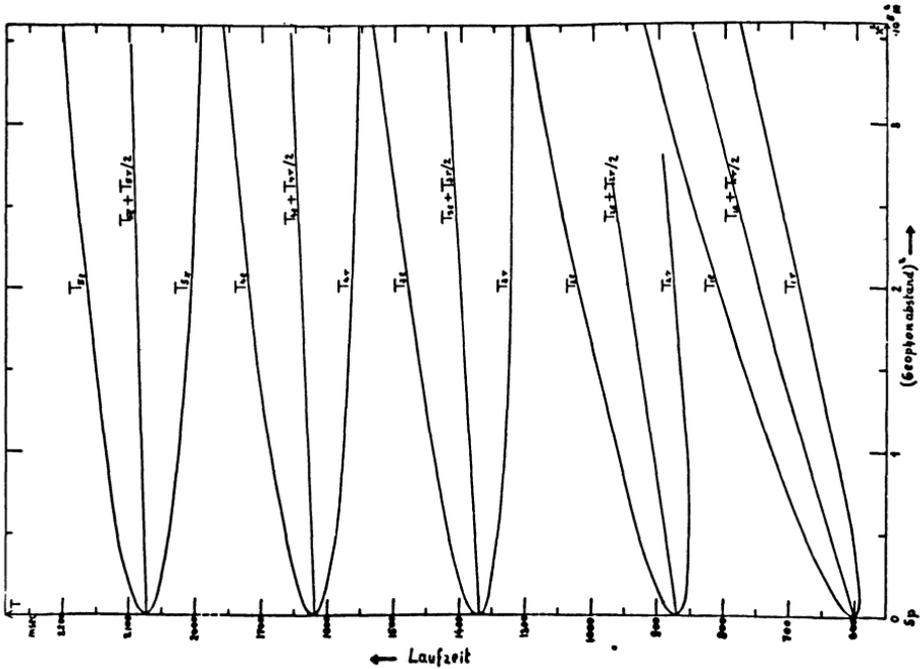


Abb. 9: Laufzeitkurven $T_{n1}(x^2)$ und $T_{nr}(x^2)$ von Beispiel 3 und Kurven $(T_{nr} + T_{n1})/2$ in Abhängigkeit von x^2 .

Die für Beispiel 3 aus den analytisch gewonnenen Laufzeitkurven errechneten Geschwindigkeiten für die einzelnen Schichten betragen:

Beispiel 3		Fehler
$m_1 = 68,2 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$	$v_1 = 1000 \text{ m/sec}$	exakt
$m_2 = 38,4 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$	$v_2 = 1540 \text{ m/sec}$	2,7%
$m_3 = 15,6 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$	$v_3 = 1950 \text{ m/sec}$	2,5%
$m_4 = 11,1 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$	$v_4 = 2320 \text{ m/sec}$	3,5%
$m_5 = 7,2 \cdot 10^{-8} \text{ sec/m}^2$	$v_5 = 2300 \text{ m/sec}$	4,5%

Wobei die Geschwindigkeit in der ersten Schicht sich wieder exakt nach Gleichung (1) ergab.

Anwendung:

Zum Nachprüfen des Verfahrens an einem der reflexionsseismischen Praxis entnommenen Fall wurde von der Prakla, Gesellschaft für praktische Lagerstättenforschung (Hannover), liebenswürdigerweise ein Satz von Registrierungen zur Verfügung gestellt.

In dem untersuchten Gebiet lag eine Tiefbohrung vor, die bis zu einer Tiefe von 1550 m seismisch vermessen war. Etwa 2 km nordwestlich davon befand sich der Schußpunkt mit Geophonaufstellungen in SW.-NE.-Richtung auf einer Länge von ungefähr 1 km nach jeder Seite. Die Geophone standen mit einem gegenseitigen Abstand von 20 m, wobei je 32 Seismographen auf einem Film registrierten. Es lagen 5 Filme vor, die sich jeweils zur Hälfte überdeckten, sodaß bis auf die letzten 16 Punkte jede Reflexion 2malaufgenommen werden konnte. Abb. 10 zeigt die Laufzeitkurven von drei aufeinanderfolgenden Reflexionen. Bemerkenswert ist die erhebliche Streuung der registrierten Laufzeiten in den einzelnen Reflexionen. Wegen dieser Streuung benötigt man Langaufstellungen in dem oben angegebenen Sinne, um den Gesamtverlauf der Laufzeitkurven u und ihre Krümmung festlegen zu können. Die Schichten sind geneigt, weichen aber in ihrer Neigung gegen die Erdoberfläche nur wenig voneinander ab. Abb. 11 stellt die Laufzeitkurven $(T_{nr} + T_{n1})/2$ als Funktion von x^2 dar. Das Mittel aus den beiden Ästen läßt sich gut durch eine Gerade approximieren. Die aus den Bohrlochmessungen sich ergebenden Geschwindigkeiten in den einzelnen Tiefenintervallen betragen:

Tiefeninterv.	Laufz. i. Interv.	Interv. geschw.
0 – 16 m	0,0213 sec	750 m/sec
16 – 200 m	0,1011 sec	1820 m/sec
200 – 650 m	0,1852 sec	2430 m/sec
650 – 950 m	0,1060 sec	2830 m/sec
950 – 1200 m	0,0714 sec	3500 m/sec
1200 – 1550 m	0,0934 sec	3750 m/sec

Faßt man dieses Beispiel auf Grund der drei erhaltenen Reflexionen als Dreischichtenproblem auf, so ergeben sich in dem mit dieser Arbeit angegebenen Verfahren für geneigte parallele Schichten die Geschwindigkeiten v_2 und v_3 der zweiten und dritten Schicht aus:

$$\begin{aligned} m_1 &= 18,5 \cdot 10^{-8} \\ m_2 &= 12,8 \cdot 10^{-8} \quad [\text{sec/m}^2] \\ m_3 &= 7,75 \cdot 10^{-8} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} (m_1)^{-1} &= 5,408 \cdot 10^6 \\ (m_2)^{-1} &= 7,815 \cdot 10^6 \quad [\text{m}^2/\text{sec}] \\ (m_3)^{-1} &= 12,9 \cdot 10^6 \end{aligned}$$

zu

$$\begin{aligned} v_2 &= 2520 \text{ m/sec} \\ v_3 &= 3080 \text{ m/sec} \end{aligned}$$

Die aus Abb. 11 sich ergebenden halben Lotzeiten betragen:

$$\begin{array}{lll} T_{o_1} = 0,241 \text{ sec} & \text{Diese Lotzeiten ent-} & D_1 = 488 \text{ m} \\ T_{o_2} = 0,336 \text{ sec} & \text{sprechen nach den} & D_1 + D_2 = 730 \text{ m} \\ T_{o_3} = 0,471 \text{ sec} & \text{Bohrlochmessungen} & D_1 + D_2 + D_3 = 1149 \text{ m} \\ & \text{den Tiefen:} & \end{array}$$

Da die Neigungen der Schichten sehr gering sind, kann man setzen:

$$D_\nu = v_\nu \cdot (T_{o_\nu} - T_{o_{\nu-1}})/2$$

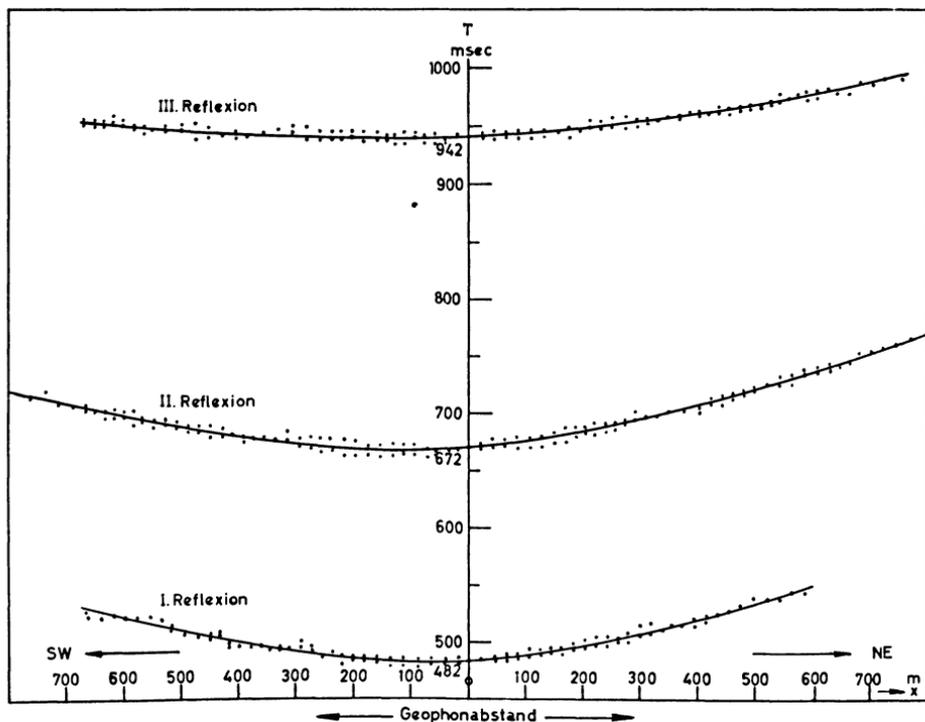


Abb. 10: Laufzeitkurven $T_n(x)$ des von der Prakla zur Verfügung gestellten Beispiels.

Als Schichtgeschwindigkeit für die zweite und dritte Schicht ergeben sich mit den Mächtigkeiten D_2 und D_3 nach den Bohrlochmessungen:

$$v_2 = \frac{2D_2}{(T_{02} - T_{01})} = 2550 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}; \quad v_3 = \frac{2D_3}{(T_{03} - T_{02})} = 3110 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Die aus den Laufzeiten sich ergebenden Geschwindigkeiten $v_2 = 2520 \text{ m/sec}$ und $v_3 = 3080 \text{ m/sec}$ stimmen also mit den sich aus Bohrlochmessungen ergebenden Geschwindigkeiten bis auf einen Fehler, der kleiner als 2% ist, überein.

Wie man aus den angeführten Beispielen ersehen kann, werden zur Berechnung der Geschwindigkeiten nur die (bei unseren Beispielen in Abb. 3, 5, 9, und 11 dargestellten) Laufzeitkurven $T_n(x^2)$ benötigt. Man hat also nach Entnahme der Laufzeiten aus den Seismogrammen, diese in Abhängigkeit von x^2 aufzutragen und kann die Kurven T_n in Abhängigkeit von x weglassen. Die Meßpunkte erscheinen dann, wegen der Aufstellung der Geophone und der Art der Darstellung, in der Nähe des Schußpunktes gehäuft. Um eine gleichmäßige Belegung der Kurve mit Meßpunkten zu erhalten, hat

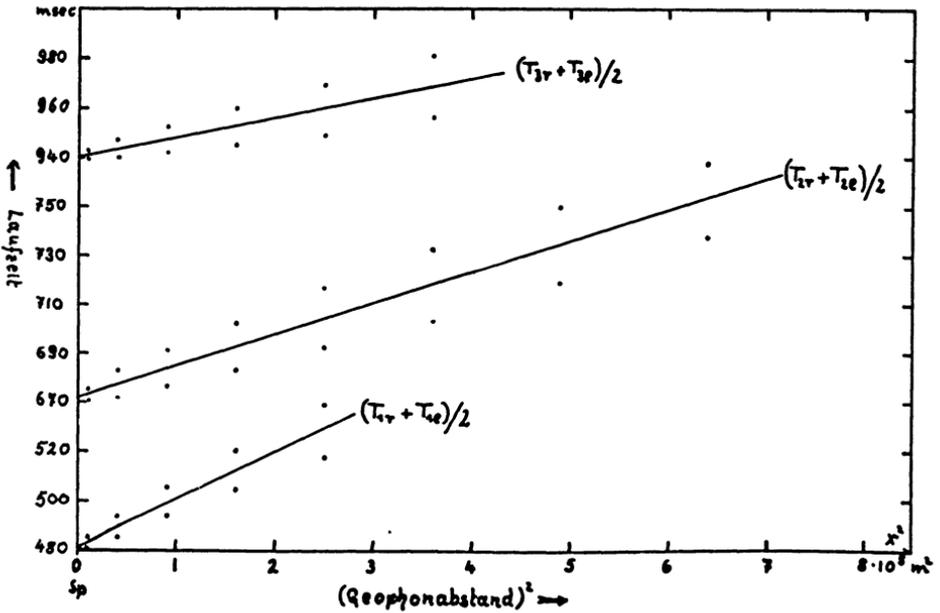


Abb. 11: Laufzeitkurven $(T_{nv} + T_{ie})/2$ in Abhängigkeit von x^2 des von der Prakla zur Verfügung gestellten Beispiels.

man nur die Geophonaufstellung derart zu ändern, daß die Abstände der Geophone untereinander nicht in einer linearen Skala, sondern in einer quadratischen Skala äquidistant erscheinen. Das erreicht man, indem man den Abstand des jeweiligen Geophons vom Schußpunkt nicht gleich x sondern gleich \sqrt{x} wählt.

Verfasser dankt Herrn Prof. Dr. F. Möller für seine Anregungen und Hinweise, sowie Herrn Dr. W. Zettel für die freundliche Genehmigung zur Veröffentlichung des von der Prakla, Gesellschaft für praktische Lagerstättenforschung, zur Verfügung gestellten Materials.

Literatur

- Krey, Th.: Die Berücksichtigung der Brechung in der Reflexionsseismik, Erdöl und Kohle 2, 1949
- Romberg, Fr.: The probable Errors of Delta-T-Velocities Geophysics Vol. 3, Nr. 4
- Tuchel, G.: Seismische Messungen im Taschenbuch der angew. Geophysik von H. Reich und R. v. Zwerger

"SCHWEYDARSche" Formeln für die Geländewirkung auf g. Von Karl Jung, Bergakademie Clausthal.¹⁾

Den bekannten Entwicklungen von *Schweydar* entsprechend, werden Formeln zur Berechnung der Geländewirkung auf die Schwereintensität abgeleitet. Betrachtungen über den Gültigkeitsbereich und Fehlerabschätzungen schließen sich an.

Bei der Geländereduktion von Drehwaagemessungen haben sich die bekannten, von *Eötvös* entwickelten und von *Schweydar* verbesserten Formeln (1, 2, 4) vielfach bewährt. Dagegen sind für die Geländereduktion von Gravimetermessungen bisher keine ähnlichen Formeln bekannt geworden, und es scheint daher, daß man Nomogrammen und ähnlichen Hilfsmitteln den Vorzug gibt (3, 4, 5). Wenn sich diese auch eher einem bewegten Geländere relief anpassen lassen als die verhältnismäßig starren Formeln und eine Abschätzung der Fehlermöglichkeiten auf graphischem Weg oft einfacher erscheint, als bei rechnerischer Behandlung, so gibt es doch zahlreiche Fälle, in denen eine Formel von Nutzen sein kann. Solche Formeln lassen sich in gleicher Weise wie die von *Schweydar* angegebenen Ausdrücke entwickeln und sie sollen daher "Schweydarsche" Formeln genannt werden.

Die folgenden Darstellungen werden sich ausführlich mit ihnen befassen. An die Berechnung ihrer Koeffizienten schließen sich Untersuchungen über ihren Gültigkeitsbereich und einige Fehlerbetrachtungen an.

Ableitung der Gebrauchsformeln.

Die *Schweydarsche* Näherung.

Koordinatenanfang sei der Bezugspunkt S des Instruments (Abb. 1). Ferner seien

- F der Fußpunkt des Instruments,
- H die Höhe von S über F
- ρ, ϕ, ζ Zylinderkoordinaten
- h die Geländehöhe über dem Bezugspunkt S,
- h_F die Geländehöhe über dem Fußpunkt F,
- k die Gravitationskonstante ($6,67_4 \cdot 10^{-8}$ cgs-Einheiten),
- σ die als konstant angenommene Gesteinsdichte,
- δg die Geländewirkung auf die Schwereintensität in S,
bezogen auf das Fußpunktsniveau.

¹⁾ Prof. Dr. Karl Jung, (20b) Clausthal-Zellerfeld 1, Bergakademie.

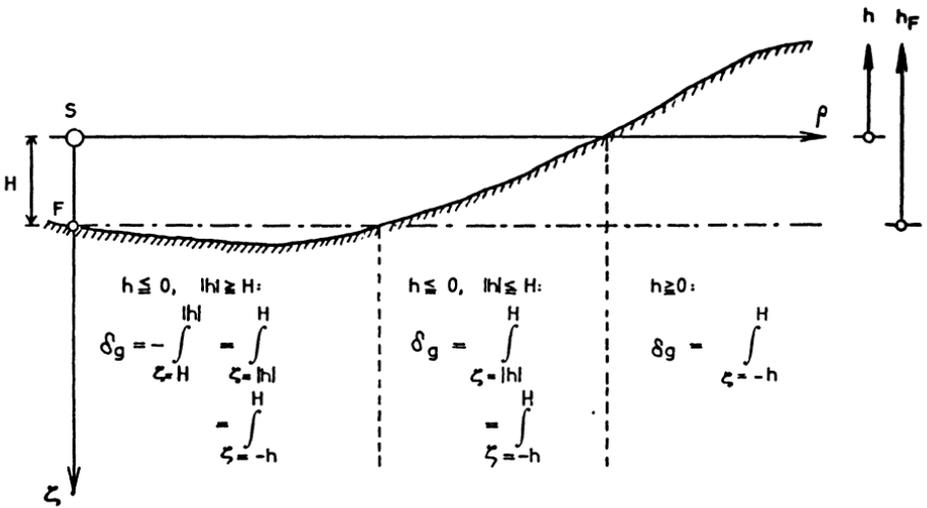


Abb. 1

Das Gelände wird in bekannter Weise in Ringe eingeteilt. Über die Ringe ist zu summieren. Dann gilt

$$(1) \quad \delta g = k\sigma \sum \int_{\rho=\rho_a}^{\rho_b} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\zeta=-h}^H \frac{\zeta \rho \, d\rho \, d\phi \, d\zeta}{\sqrt{\rho^2 + \zeta^2}^3}$$

Zur Vereinfachung wird die *Schweydarsche* Näherung eingeführt:

$$(2) \quad \sqrt{\rho^2 + \zeta^2} \approx \sqrt{\rho^2 + H^2}$$

und man erhält nach Integration über ζ :

$$(3) \quad \delta g \approx \frac{1}{2} k\sigma \sum \int_{\rho=\rho_a}^{\rho_b} \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{(H^2 - h^2) \rho \, d\rho \, d\phi}{\sqrt{\rho^2 + H^2}^3}$$

Es sei

$$(4) \quad \overline{h(\rho)^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} h(\rho)^2 d\phi$$

das arithmetische Mittel von h^2 auf dem Kreis mit dem Radius ρ . Dann ist

$$(5) \quad \delta g \approx \pi k \sigma \sum_{\rho=\rho_a}^{\rho_b} \int (H^2 - \overline{h(\rho)^2}) \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2 + H^2}^3}$$

$$(5) \quad \delta g \approx \pi k \sigma \left\{ H - \sum_{\rho=\rho_a}^{\rho_b} \int \overline{h(\rho)^2} \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2 + H^2}^3} \right\}$$

Die Annäherung von $\overline{h(\rho)^2}$.

Für die weitere Integration kommt es darauf an, $\overline{h(\rho)^2}$ mit einer einfachen Funktion von ρ in solcher Weise anzunähern, daß die Integration in geschlossener Form möglich wird. Hierzu empfiehlt sich die *quadratische* Annäherung

$$\overline{h(\rho)^2} \approx \alpha + \beta \rho + \gamma \rho^2$$

im Doppelring von ρ_i über ρ_{i+1} bis ρ_{i+2}

und die *lineare* Annäherung

$$\overline{h(\rho)^2} \approx \alpha + \beta \rho$$

im einfachen Ring von ρ_i bis ρ_{i+1}

Bezeichnet man die zu $\rho_i, \rho_{i+1}, \rho_{i+2}$ gehörenden Mittel der Höhenquadrate mit $\overline{h_i^2}, \overline{h_{i+1}^2}, \overline{h_{i+2}^2}$, so erhält man als Endergebnis

bei quadratischer Annäherung von $\overline{h(\rho)}$:

$$(6) \quad \delta g \approx \pi k \sigma \left\{ H + \sum_i \left(\begin{aligned} &+ \frac{\overline{h_i^2}}{(\rho_{i+2} - \rho_i)(\rho_{i+1} - \rho_i)} \\ &+ \frac{\overline{h_{i+1}^2}}{(\rho_{i+2} - \rho_{i+1})(\rho_{i+1} - \rho_i)} \\ &+ \frac{\overline{h_{i+2}^2}}{(\rho_{i+2} - \rho_{i+1})(\rho_{i+2} - \rho_i)} \end{aligned} \right) \right. \\ \left. \begin{aligned} &\left(-\rho_{i+2}\rho_{i+1}(\mathfrak{S}_1)_i^{i+2} + (\rho_{i+2} + \rho_{i+1})(\mathfrak{S}_2)_i^{i+2} - (\mathfrak{S}_3)_i^{i+2} \right) \\ &\left(+\rho_{i+2}\rho_i(\mathfrak{S}_1)_i^{i+2} - (\rho_{i+2} + \rho_i)(\mathfrak{S}_2)_i^{i+2} - (\mathfrak{S}_3)_i^{i+2} \right) \\ &\left(-\rho_{i+1}\rho_i(\mathfrak{S}_1)_i^{i+2} + (\rho_{i+1} + \rho_i)(\mathfrak{S}_2)_i^{i+2} - (\mathfrak{S}_3)_i^{i+2} \right) \end{aligned} \right\}$$

und bei linearer Annäherung von $\overline{h(\rho)}$:

$$(7) \quad \delta g \approx \pi k \sigma \left\{ H + \sum_i \frac{1}{\rho_{i+1} - \rho_i} \left(\begin{aligned} &+ \overline{h_i^2} \left(-\rho_{i+1}(\mathfrak{S}_1)_i^{i+1} + (\mathfrak{S}_2)_i^{i+1} \right) \\ &+ \overline{h_{i+1}^2} \left(+\rho_i(\mathfrak{S}_1)_i^{i+1} - (\mathfrak{S}_2)_i^{i+1} \right) \end{aligned} \right) \right\}$$

Gebrauchsformel

$$\delta g = A \cdot H + \sum_{\rho} B_{\rho} \cdot \overline{h^2}_{\rho}$$

$$A = 41'93 \cdot 10^{-3} \text{ mgal/m für } \sigma = 2'0 \text{ g/cm}^3$$

Koeffizienten B_{ρ} für $\sigma = 2'0 \text{ g/cm}^3$

Bei quadratischer Annäherung von $\overline{h^2}$:

	ρ m			B_{ρ} $\cdot 10^{-3} \text{ mgal/m}^2$		
$H = 0$	0	3	5	($-\infty$)	($+\infty$)	($-\infty$)
	5	10	20	- 1'907	- 3'906	- 0'478
$H = 0'5 \text{ m}$	0	3	5	- 42'114	- 41'523	+ 8'114
	5	10	20	- 1'884	- 3'887	- 0'478
$H = 1'0 \text{ m}$	0	3	5	- 13'136	- 23'510	+ 2'937
	5	10	20	- 1'816	- 3'837	- 0'477
$H = \begin{cases} 0 \\ 0'5 \text{ m} \\ 1'0 \text{ m} \end{cases}$	20	30	50	- 0'237	- 0'867	- 0'153
	50	70	100	- 0'091	- 0'278	- 0'051
	100	200	500	- 0'077	- 0'232	- 0'0270
	500	1000	2000	- 0'0191	- 0'0391	- 0'00477
	2000	3000	5000	- 0'00237	- 0'00868	- 0'00153
	5000	10000	20000	- 0'00191	- 0'00391	- 0'000477
	20000	30000	50000	- 0'000237	- 0'000868	- 0'000153

Tabelle 1a

<i>Bei linearer Annäherung von $\overline{h^2}$:</i>				
	ρ		B_ρ	
		m		$\cdot 10^{-3}$ mgal/m ²
$H = 0$	0	3	($-\infty$)	($+\infty$)
	3	5	- 3'267	- 2'323
	5	10	- 2'575	- 1'619
	10	20	- 1'287	- 0'810
	20	30	- 0'396	- 0'303
	30	50	- 0'327	- 0'232
$H = 0'5$ m	0	3	- 49'037	- 21'042
	3	5	- 3'171	- 2'272
	5	10	- 2'547	- 1'610
	10	20	- 1'283	- 0'809
	20	30	- 0'396	- 0'302
	30	50	- 0'327	- 0'232
$H = 1'0$ m	0	3	- 16'516	- 12'157
	3	5	- 2'903	- 2'134
	5	10	- 2'473	- 1'579
	10	20	- 1'274	- 0'805
	20	30	- 0'395	- 0'302
	30	50	- 0'326	- 0'232
$H = \begin{cases} 0 \\ 0'5 \text{ m} \\ 1'0 \text{ m} \end{cases}$	50	70	- 0'133	- 0'106
	70	100	- 0'100	- 0'0793
	100	200	- 0'1287	- 0'0810
	200	500	- 0'0816	- 0'0442
	500	1000	- 0'0257	- 0'01620
	1000	2000	- 0'01287	- 0'00810
	2000	3000	- 0'00397	- 0'00302
	3000	5000	- 0'00327	- 0'00232
	5000	10000	- 0'00257	- 0'00162
	10000	20000	- 0'001287	- 0'000810
	20000	30000	- 0'000397	- 0'000302
	30000	50000	- 0'000327	- 0'000232

Tabelle 1b

$$(\mathfrak{S}_1)_a^b = \int_{\rho_a}^{\rho_b} \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2 + H^2}^3} = - \left| \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + H^2}} \right| ,$$

$$(\mathfrak{S}_2)_a^b = \int_{\rho_a}^{\rho_b} \frac{\rho^2 d\rho}{\sqrt{\rho^2 + H^2}^3} = - \left| \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + H^2}} \right| + \left| \ln \left(\frac{\rho}{H} + \sqrt{1 + \left(\frac{\rho}{H} \right)^2} \right) \right| ,$$

$$(\mathfrak{S}_3)_a^b = \int_{\rho_a}^{\rho_b} \frac{\rho^3 d\rho}{\sqrt{\rho^2 + H^2}^3} = \left| \frac{2H^2 + \rho^2}{\sqrt{\rho^2 + H^2}} \right|$$

Für die Zahlenrechnung erhält man eine Formel von der Gestalt

$$(8) \quad \delta g \approx A \cdot H + \sum_{\rho} B_{\rho} \cdot \overline{h^2}_{(\rho)}$$

Die Koeffizienten A und B_{ρ} wurden für $\sigma = 2,0 \text{ g/cm}^3$ mit den von *Schleuse-ner* (3) gewählten Entfernungen ρ berechnet. Die Zahlenwerte sind in den Tabellen 1a und 1b angegeben. Um Vergleiche mit den *Schleusener*schen Nomogrammen zu ermöglichen, ist jeder Doppel- oder Einzelring für sich behandelt. Selbstverständlich können die zu gleichen ρ -Werten gehörenden Koeffizienten zusammengezogen werden.

Will man die Erdkrümmung berücksichtigen, so sind die in Tabelle 2 angegebenen η -Werte von den Geländehöhen h abzuziehen.

Der Gültigkeitsbereich.

Bei Einführung der *Schweydarschen* Näherung treten Vernachlässigungen auf. Sie sind nicht größer als $\nu\%$ der mit dieser Vernachlässigung berech-

neten Geländewirkung, wenn

$$(10) \quad \left| \int_{\zeta=-h}^H \frac{\zeta d\zeta}{\sqrt{\rho^2 + \zeta^2}^3} - \int_{\zeta=-h}^H \frac{\zeta d\zeta}{\sqrt{\rho^2 + H^2}^3} \right| \leq \frac{\nu}{100} \left| \int_{\zeta=-h}^H \frac{\zeta d\zeta}{\sqrt{\rho^2 + H^2}^3} \right|$$

Die Berechnung der Integrale führt auf

$$\left| \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + h^2}} - \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + H^2}} - \frac{H^2 - h^2}{2\sqrt{\rho^2 + H^2}^3} \right| \leq \frac{\nu}{100} \left| \frac{H^2 - h^2}{2\sqrt{\rho^2 + H^2}^3} \right|$$

und nach elementaren Umformungen auf

$$\left| \frac{2\sqrt{\rho^2 + H^2}^3}{H^2 - h^2} \left(\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + h^2}} - \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + H^2}} \right) - 1 \right| \leq \frac{\nu}{100}$$

Die von ν abhängigen Grenzen für h sind durch

$$(11) \quad \frac{2\sqrt{\rho^2 + H^2}^3}{H^2 - h^2} \left(\frac{1}{\sqrt{\rho^2 + h^2}} - \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + H^2}} \right) = \begin{cases} 1 + \frac{\nu}{100} \\ 1 - \frac{\nu}{100} \end{cases}$$

gegeben. In den Spezialfällen $\rho = 0$, $\rho \rightarrow \infty$, $H = 0$, $h = 0$ können sie leicht berechnet werden. Für die allgemeine Untersuchung ist es zweckmäßig, folgende Bezeichnungen einzuführen:

$$\left(\frac{\rho}{H} \right)^2 + 1 = X$$

$$1 - \left(\frac{h}{H} \right)^2 = Y$$

$$1 + \frac{\nu}{100} = G_+$$

$$1 - \frac{\nu}{100} = G_- .$$

Zur Berücksichtigung der Erdkrümmung	
ρ m	η m
70	0.000
100	0.001
200	0.003
500	0.020
1000	0.078
2000	0.314
3000	0.706
5000	1.962
10000	7.848
20000	31.39
30000	70.63
50000	196.2

Tabelle 2

Grenzen für $\nu = 5$ (Vernachlässigung $< 5\%$)		
$\frac{\rho}{H}$	$\frac{ h_1 }{H}$	$\frac{ h_2 }{H}$
0	1.035	0.968
0.5	1.043	0.960
1	1.068	0.935
2	1.163	0.827
3	1.306	0.607
3.5	1.391	0.404
3.852	1.455	0
5	1.684	
10	2.851	
20	5.413	
30	8.037	
50	13.32	
70	18.63	
100	26.59	
200	53.14	
500	132.8	
·	·	} $\approx 0.2657 \frac{\rho}{H}$
·	·	
·	·	

Tabelle 3

Hiermit gilt:

$$\frac{2\sqrt{X}^3}{Y} \left(\frac{1}{\sqrt{X-Y}} - \frac{1}{\sqrt{X}} \right) = \begin{cases} G_+ \\ G_- \end{cases}$$

und man erhält die Beziehung

$$(12) \quad G_+^2 Y^2 + 4X \left(G_+ - \frac{G_-^2}{4} \right) Y + 4X^2 (1 - G_+) = 0$$

mit der man $\frac{h}{H}$ bei vorgegebenen Werten von $\frac{\rho}{H}$ bestimmen kann.

Tabelle 3 und Abbildung 2 zeigen die für $\nu = 5$ berechnete Grenzkurve. Sie besteht aus mehreren Ästen (1) und (2). Die Vernachlässigungen bei der Schweydarschen Näherung machen sicher nicht mehr als 5% der mit ihnen berechneten Geländereief innerhalb der mit Schraffierung hervorgehobenen Kurvenstücke befindet. Die Grenzkurven (1) nähern sich asymptotisch den Geraden

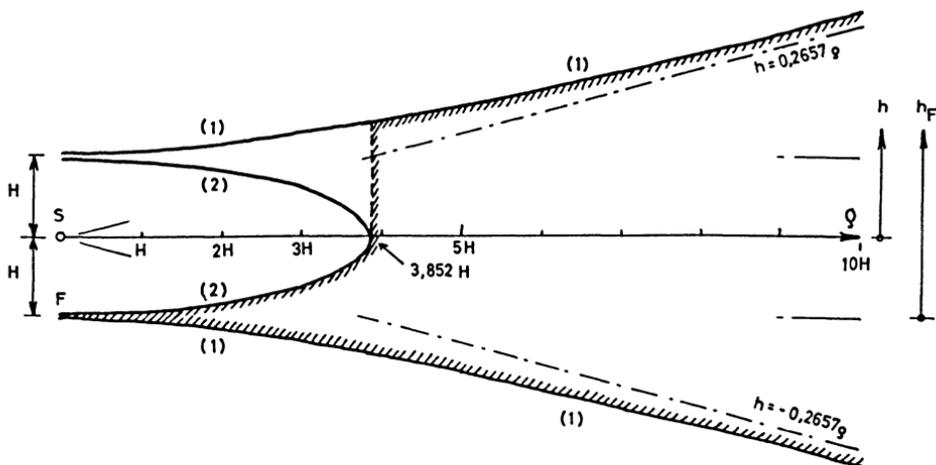


Abb. 2

$H = 0$ $\sigma = 2 \cdot 0 \text{ g/cm}^3$ $\bar{h} = \bar{h}_F$	δg		
	Kreisfläche 0 bis 1 m	Ringfläche 1 m bis 3 m	Ringfläche 3 m bis 5 m
	$\cdot 10^{-3} \text{ mgal}$	$\cdot 10^{-3} \text{ mgal}$	$\cdot 10^{-3} \text{ mgal}$
$\bar{h} = 2 \cdot 0 \text{ m}$	- 64'07	- 52'88	- 18'48
1'9	- 63'14	- 49'99	- 16'97
1'8	- 62'14	- 47'01	- 15'47
1'7	- 61'03	- 43'96	- 14'01
1'6	- 59'81	- 40'83	- 12'60
1'5	- 58'47	- 37'63	- 11'23
1'4	- 56'99	- 34'38	- 9'92
1'3	- 55'34	- 31'07	- 8'67
1'2	- 53'51	- 27'75	- 7'47
1'1	- 51'44	- 24'43	- 6'35
1'0	- 49'13	- 21'13	- 5'31
0'9	- 46'51	- 17'89	- 4'34
0'8	- 43'56	- 14'74	- 3'46
0'7	- 40'20	- 11'75	- 2'67
0'6	- 36'38	- 8'96	- 1'97
0'5	- 32'04	- 6'42	- 1'38
0'4	- 27'09	- 4'23	- 0'89
0'3	- 21'47	- 2'43	- 0'50
0'2	- 15'11	- 1'10	- 0'23
0'1	- 7'97	- 0'28	- 0'06
0	0	0	0

Tabelle 4a

$H = 0\dot{5} \text{ m}$ $\sigma = 2\dot{0} \text{ g/cm}^3$		δg		
		Kreisfläche 0 bis 1 m	Ringfläche 1 m bis 3 m	Ringfläche 3 m bis 5 m
\bar{h}	\bar{h}_F			
		$\cdot 10^{-3} \text{ mgal}$	$\cdot 10^{-3} \text{ mgal}$	$\cdot 10^{-3} \text{ mgal}$
$\bar{+} 2\dot{0} \text{ m}$	$\overbrace{2\dot{5} \quad -1\dot{5} \text{ m}}$	- 32'03	- 46'46	- 17'10
1'9	2'4 - 1'4	- 31'10	- 43'57	- 15'59
1'8	2'3 - 1'3	- 30'10	- 40'59	- 14'09
1'7	2'2 - 1'2	- 28'99	- 37'54	- 12'63
1'6	2'1 - 1'1	- 27'77	- 34'41	- 11'22
1'5	2'0 - 1'0	- 26'43	- 31'21	- 9'85
1'4	1'9 - 0'9	- 24'95	- 27'96	- 8'54
1'3	1'8 - 0'8	- 23'30	- 24'65	- 7'29
1'2	1'7 - 0'7	- 21'47	- 21'33	- 6'09
1'1	1'6 - 0'6	- 19'40	- 18'01	- 4'97
1'0	1'5 - 0'5	- 17'09	- 14'71	- 3'93
0'9	1'4 - 0'4	- 14'47	- 11'47	- 2'96
0'8	1'3 - 0'3	- 11'52	- 8'32	- 2'08
0'7	1'2 - 0'2	- 8'16	- 5'33	- 1'29
0'6	1'1 - 0'1	- 4'34	- 2'54	- 0'59
0'5	1'0 0	0	0	0
0'4	0'9 0'1	+ 4'95	+ 2'19	+ 0'49
0'3	0'8 0'2	+ 10'57	+ 3'99	+ 0'88
0'2	0'7 0'3	+ 16'93	+ 5'32	+ 1'15
0'1	0'6 0'4	+ 24'07	+ 6'14	+ 1'32
0	0'5	+ 32'04	+ 6'42	+ 1'38

Tabelle 4b

$H = 1.0 \text{ m}$ $\sigma = 2.0 \text{ g/cm}^3$		δg		
		Kreisfläche 0 bis 1 m	Ringfläche 1 m bis 3 m	Ringfläche 3 m bis 5 m
\bar{h}	\bar{h}_F			
		$\cdot 10^{-3} \text{ mgal}$	$\cdot 10^{-3} \text{ mgal}$	$\cdot 10^{-3} \text{ mgal}$
+ 2.0 m	3.0 - 1.0 m	- 14.94	- 31.75	- 13.17
1.9	2.9 - 0.9	- 14.01	- 28.86	- 11.66
1.8	2.8 - 0.8	- 13.01	- 25.88	- 10.16
1.7	2.7 - 0.7	- 11.90	- 22.83	- 8.70
1.6	2.6 - 0.6	- 10.68	- 19.70	- 7.29
1.5	2.5 - 0.5	- 9.34	- 16.50	- 5.92
1.4	2.4 - 0.4	- 7.86	- 13.25	- 4.61
1.3	2.3 - 0.3	- 6.21	- 9.94	- 3.36
1.2	2.2 - 0.2	- 4.38	- 6.62	- 2.16
1.1	2.1 - 0.1	- 2.31	- 3.30	- 1.04
1.0	2.0 - 0	0	0	0
0.9	1.9 0.1	+ 2.62	+ 3.24	+ 0.97
0.8	1.8 0.2	+ 5.57	+ 6.39	+ 1.85
0.7	1.7 0.3	+ 8.93	+ 9.38	+ 2.64
0.6	1.6 0.4	+ 12.75	+ 12.17	+ 3.34
0.5	1.5 0.5	+ 17.09	+ 14.71	+ 3.93
0.4	1.4 0.6	+ 22.04	+ 16.90	+ 4.42
0.3	1.3 0.7	+ 27.66	+ 18.70	+ 4.81
0.2	1.2 0.8	+ 34.02	+ 20.03	+ 5.08
0.1	1.1 0.9	+ 41.16	+ 20.85	+ 5.25
0	1.0	+ 49.13	+ 21.13	+ 5.31

Tabelle 4c

$$\frac{h}{H} = \pm 0,2657 \frac{\rho}{H} .$$

Für $\nu = 10$ und $\nu = 15$ erhält man die Asymptoten $\frac{h}{H} = \pm 0,3872 \frac{\rho}{H}$ und $\frac{h}{H} = \pm 0,4895 \frac{\rho}{H}$.

In der unmittelbaren Umgebung des Fußpunktes wird sich das Gelände-relief nur selten in den schraffierten Grenzen halten, und man wird seine Wirkung häufig auf andere Art ermitteln müssen, z. B. durch Einteilung in eine zentrale Kreisfläche und konzentrische Ringflächen, deren mittlere Höhen $\overline{h_F}$ aus dem Stationsnivelement bestimmt werden. Die Geländewirkung wird sodann aus den *Schleusenerschen* Nomogrammen oder den Tabellen 4a, 4b, 4c abgelesen.

Fehlerabschätzung.

Für die praktische Handhabung muß man wissen, mit welcher Genauigkeit die Geländehöhen zu ermitteln sind, damit sich die Geländewirkung mit der erforderlichen Sicherheit ergibt. Eine rohe Abschätzung kann folgendermaßen vorgenommen werden.

In Formel (8) seien N Kreise mit verschiedenem Radius ρ zu berücksichtigen. Nimmt man an, daß jeder dieser Kreise in gleichem Maß zu dem mittleren Fehler $m(\delta g)$ der Geländewirkung beiträgt, so gilt auf dem Kreis mit dem Radius ρ

$$m(\overline{h^2_{(\rho)}}) \approx \frac{1}{|B_\rho| \sqrt{N}} \cdot m(\delta g) .$$

Ist $\overline{h^2_{(\rho)}}$ mit Mittelbildung aus n Einzelwerten $h^2_{(\rho)}$ berechnet, so ist

$$m(\overline{h^2_{(\rho)}}) \approx \sqrt{n} \cdot m(h^2_{(\rho)}) \approx \frac{\sqrt{n}}{|B_\rho| \sqrt{N}} \cdot m(\delta g) .$$

Weiter erhält man

Zulässige Fehler $m(\bar{h})$ für $m(\delta g) = \pm 0.1$ mgal,
 $\sigma = 2.0 \text{ g/cm}^3$ und $H = 0.5 \text{ m}$.

ρ	$m(\bar{h}_\rho)$	
	bei quadratischer Annäherung von \bar{h}^2	bei linearer Annäherung von \bar{h}^2
3 m	$\pm 0.3 \text{ m}$	$\pm 0.5 \text{ m}$
5	1.4	1.8
10	1.2	1.6
20	3.3	1.9
30	1.8	2.5
50	3.9	2.6
70	2.4	3.3
100	3.7	2.3
200	1.0	1.4
500	2.0	1.3
1000	1.2	1.6
2000	3.3	1.9
3000	1.8	2.5
5000	2.8	1.9
10000	1.2	1.2
20000	3.3	1.9
30000	1.8	2.5
50000	6.1	4.1

Tabelle 5

$$m(h_{(\rho)}) \approx \frac{1}{2|\bar{h}_{(\rho)}|} \cdot m(h_{(\rho)}^2) \approx \frac{\sqrt{n}}{2|\bar{h}_{(\rho)}| |B_\rho| \sqrt{N}} \cdot m(\delta g),$$

$$m(\bar{h}_{(\rho)}) \approx \frac{m(h_{(\rho)})}{\sqrt{n}} \approx \frac{1}{2|\bar{h}_{(\rho)}| |B_\rho| \sqrt{N}} \cdot m(\delta g).$$

Beispiel I				
$\sigma = 2.0 \text{ g/cm}^3$ $H = 0$		δg		
ρ m	h m	Doppelring m	mit quadr. Annäherung $\cdot 10^{-3}$ mgal	mit linearer Annäherung $\cdot 10^{-3}$ mgal
0	*			
3	*	0 - 5	*	*
5	*			
10	+2.5	5 - 20	- 32	- 31
20	+4.0			
30	+2.5	20 - 50	- 9	- 10
50	0			
70	+17.5	50 - 100	- 105	- 95
100	+20.0			
200	+17.5	100 - 500	- 101	- 101
500	0			
1000	+250	500 - 2000	- 3207	- 3112
2000	+400			
3000	+250	2000 - 5000	- 921	- 1028
5000	0			
10000	+2500	5000 - 20000	- 32070	- 31129
20000	+4000			
30000	+2500	20000 - 50000	- 9217	- 10284
50000	0			

Tabelle 6a

Setzt man für $|\overline{h_{(\rho)}}|$ die größten in Betracht kommenden Beträge, d. h. die mit Tabelle 3 oder Abbildung 2 zu ermittelnden Werte $|h_1|$, so erhält man mit $\sigma = 2,0 \text{ g/cm}^3$, $H = 0,5 \text{ m}$, $N = 16$ für $m(\delta g) = \pm 0,1 \text{ mgal}$ die in Tabelle 5 angegebenen zulässigen Fehler $m(\overline{h_{(\rho)}})$.

Betrachtet man diese Zahlen, so fällt auf, daß sie mit der Entfernung nur langsam wachsen. Aus ihnen folgt, daß es praktisch kaum möglich sein wird, die mehr als etwa 100 m entfernten Geländeteile so genau zu erfassen, daß die Geländewirkung in allen Fällen mit einer Sicherheit von $\pm 0,1 \text{ mgal}$ ermittelt werden kann; auch dann nicht, wenn die Geländehöhen unter den Grenzwerten $|h_1|$ bleiben und das Verhältnis von $m(\overline{h_{(\rho)}})$ zu $m(\delta g)$ günstiger

Beispiel II				
$\sigma = 2 \cdot 0 \text{ g/cm}^3$ $H = 0$		δg		
ρ	h	Doppelring	mit quadr. Annäherung	mit linearer Annäherung
m	m		m	$\cdot 10^{-3} \text{ mgal}$
0	*		*	*
3	*	0 - 5		
5	*			
10	+ 2'5	5 - 20	- 24	- 18
20	0			
30	+ 7'5	20 - 50	- 49	- 35
50	0			
70	+ 17'5	50 - 100	- 85	- 63
100	0			
200	+ 50	100 - 500	- 580	- 406
500	0			
1000	+ 250	500 - 2000	- 2444	- 1816
2000	0			
3000	+ 750	2000 - 5000	- 4882	- 3538
5000	0			
10000	+ 2500	5000 - 10000	- 24438	- 18169
20000	0			
30000	+ 7500	10000 - 50000	- 48825	- 35382
50000	0			

Tabelle 6b

wird. Weiterhin ist zu bedenken, daß die Unsicherheit der Dichtebestimmung wesentlich zu der Unsicherheit des Berechnungsergebnisses beiträgt und sich in einer theoretischen Betrachtung kaum erfassen läßt. Diese Erkenntnisse sind nicht neu, und die geschilderten Umstände beeinträchtigen jede Art der Bestimmung von Geländewirkungen.

Es fragt sich auch, ob die quadratische und die lineare Annäherung von h^2 so anpassungsfähig sind, daß die Unebenheiten des Geländes genau genug erfaßt werden. Einen Eindruck dieser Verhältnisse kann man sich dadurch verschaffen, daß man dasselbe Gelände mit beiden Annäherungen be-

arbeitet. Zwei Beispiele bringen die Tabellen 6a und 6b. Beispiel I ist als normal, Beispiel II als extrem ungünstig anzusehen. Selbstverständlich kann man sich mit Verengerung des Nivellementsnetzes und Verkleinerung der Ringbreiten dem Gelände besser anpassen. Die Grenze der Wirtschaftlichkeit dieses Weges ist jedoch bald erreicht.

Literatur

- (1) *Schweydar, W.*: Die topographische Korrektion bei Schweremessungen mittels einer Torsionswaage. 2. Mitteilung. Zeitschrift für Geophysik 3, 17-23, 1927.
- (2) *Jung, K.*: Gravimetrische Methoden der angewandten Geophysik. Handbuch der Experimentalphysik Bd. XXV, 3. Teil, 1930.
- (3) *Schleusener, A.*: Nomogramme für Geländeverbesserung von Gravimetermessungen der angewandten Geophysik. Beiträge zur angewandten Geophysik 8, 415-430, 1940.
- (4) Taschenbuch der angewandten Geophysik. Herausgegeben von *H. Reich* und *R. v. Zwerger*. 1943.
- (5) *Hammer, S.*: Terrain corrections for gravimeter stations. Geophysics 4, 184-194, 1939.

World-Wide Leaders

IN SEISMIC INSTRUMENTATION

Now serving over 90% of all companies actively engaged in Seismic operations. *Electro - Tech* offers a complete line of Seismic Instruments and equipment of thoroughly proven and the most advanced design.

On the spot attention to your Seismic requirements is available at the following points:

Glendale, California*

Lafayette, Louisiana

Calgary, Alberta, Canada*

Tokyo, Japan

Melbourne, Australia

Paris, France*

Cambridge, England*

* Indicates *Electro Tech*-equipment manufacturing facilities

For complete information . . . write, cable or telephone

Electro-Technical Labs., Inc.

Cable Address
ELTEC

504 Waugh Drive
HOUSTON 19, TEXAS

Telephone
JUSTIN 1596

Our representatives will be glad to meet you and discuss instrumentation at the forthcoming meeting of the European Geophysical Society at the Hague, starting Dec. 8th. Headquarters at Hotel Des Indes.

"JournalfranZ"
ARNULF LIEBING OHG.

WISSENSCHAFTLICHES ANTIQUARIAT UND HOCHSCHULBUCHHANDLUNG

Spezialgeschäft für wissenschaftliche Zeitschriften

liefert und kauft

**Zeitschriften - Reihen, Sammelwerke, Lexika,
Bibliographien**

**und sonstige grössere Veröffentlichungen
aller Fach- und Wissensgebiete**

**Senden Sie uns bitte Ihre Angebote oder fordern Sie
unsere Kataloge, Listen und Sonderangebote an!**

Ankauf vollständiger Bibliotheken

WÜRZBURG 2

**Briefanschrift: Postfach 1136 – Geschäftsräume: Rotlöwengasse 2
Fernsprecher: 4020 – Telegramme: JournalfranZ Würzburg**

SEISMOS
G. M. B. H.
HANNOVER

GEOPHYSIKALISCHE UNTERSUCHUNGEN

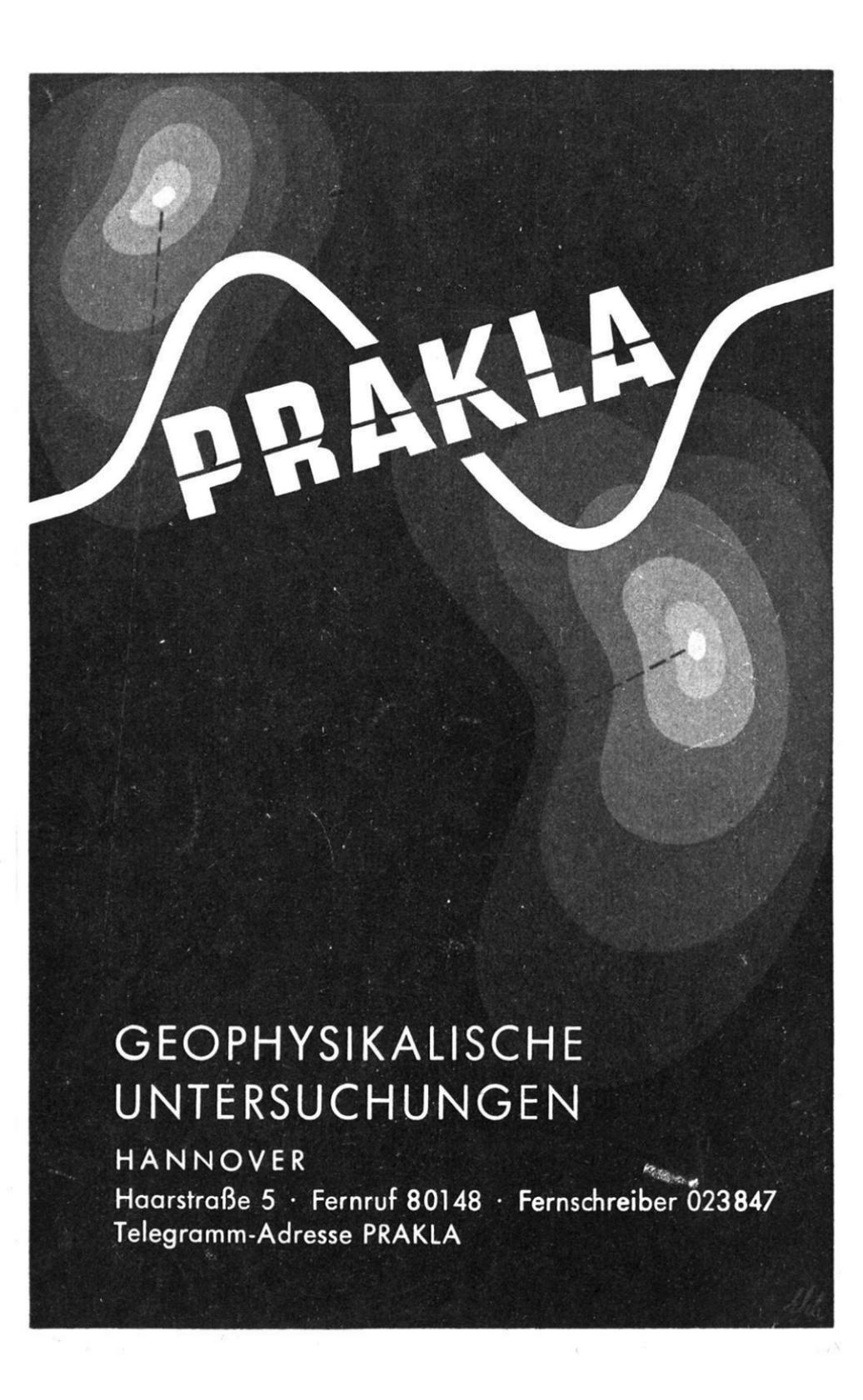
Seit über 30 Jahren

ERFAHRUNGEN IM IN- U. AUSLAND



PRÄZISIONS
*Thermometer
Barometer*
FABRIK
OSKAR GÜNTHEL
Lemgo/Lippe/A



A black and white graphic design. A thick white wave-like line curves across the upper half of the frame. The word "PRAKLA" is written in a bold, white, sans-serif font, slanted upwards, and positioned within the white wave. The background is black with two faint, glowing, concentric oval shapes, one in the upper left and one in the lower right, each with a small white dot at its center.

PRAKLA

**GEOPHYSIKALISCHE
UNTERSUCHUNGEN**

HANNOVER

Haarstraße 5 · Fernruf 80148 · Fernschreiber 023847
Telegramm-Adresse PRAKLA