

Instrumentelle und auswertemethodische Arbeiten zur Wechselstromgeoelektrik

vorgelegt von
Diplom-Geophysiker
Tino Radić
aus Berlin

von der Fakultät VI – Planen Bauen Umwelt
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Naturwissenschaften
- Dr. rer. nat. -
genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. J. Tiedemann

Berichter: Prof. Dr. H. Burkhardt

Berichter: Prof. Dr. A. Hördt (TU Braunschweig)

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 10. Oktober 2007

Berlin 2008

D83

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung

1	Einleitung	1
1.1	Motivation und Aufgabenstellung	1
1.2	Aufbau dieser Arbeit	1
2	Der spezifische frequenzabhängige elektrische Gesteinswiderstand	4
2.1	Physikalische Grundgleichungen	5
2.2	Elektrochemische Grundlagen	8
2.2.1	Ladungsträger	8
2.2.2	Grenzflächeneffekte.	8
2.3	Petrophysikalische Modellvorstellungen	11
2.3.1	Gleichstromwiderstand von porösen nicht mineralisierten Gesteinen	12
2.3.2	Polarisationsmechanismen	13
2.4	Informationsgehalt von Widerstandsspektren	16
2.4.1	Erzmineralogische Deutung der Cole-Cole Parameter.	16
2.4.2	Nicht mineralisierte Sedimentgesteine	18
2.4.3	Organisches Material	21
2.4.4	Das Formationswasser	22
2.5	Geophysikalische Methodik	24
2.5.1	Klassische Parameter zur Charakterisierung von Polarisationserscheinungen	24
2.5.2	Spektrale Induzierte Polarisation	26
2.6	Zusammenfassung und Diskussion	28
3	Theorie der geoelektrischen Wechselstrommessung	30
3.1	Die geoelektrische Wechselstromimpedanz des homogenen Halbraumes	30
3.2	1D-Modellierung	35
3.3	Abbildungseigenschaften eines Störkörpers (3D-Fall)	36

4	Statistische Verfahren zur Widerstandsschätzung	42
4.1	Klassische Ausgleichsrechnung	42
4.1.1	Modellvorstellung	42
4.1.2	Annahmen über die statistischen Eigenschaften der Signale	43
4.1.3	Schätzung des spezifischen Widerstandes	44
4.1.4	Schätzung des Signal- zu Rauschverhältnisses	45
4.1.5	Schätzung des Vertrauensbereichs	46
4.1.6	Überprüfung der Annahmen über die statistischen Eigenschaften der Daten	48
4.1.7	Auswirkungen von Eingangsrauschen auf die Impedanzschätzung	52
4.1.8	Auswirkung einer Spannungsquelle auf die Impedanzschätzung	53
4.1.9	Auswirkung einer Potentialdrift auf die Impedanzschätzung	55
4.2	Robuste Ausgleichsrechnung	60
4.3	Berücksichtigung von großräumigen Störfeldern	64
4.3.1	Multivariate Ausgleichsrechnung	64
4.3.1.1	Motivation	64
4.3.1.2	Skalarer Ansatz mit einem Referenzkanal	66
4.3.1.3	Skalarer Ansatz mit mehreren Referenzkanälen	70
4.3.1.4	Schätzung von Vertrauensbereichen	72
4.3.1.5	Tensorieller Ansatz mit einem Referenzkanal	77
4.3.1.6	Schätzung der mittleren Amplituden der Signalanteile an der Basis	78
4.3.1.7	Skalarer Ansatz im Falle mehrerer unkorrelierter Störfelder	79
4.3.2	Systematische Fehler des Widerstandes	80
4.3.2.1	Charakterisierung der Verzerrung	82
4.3.2.2	Modellierung der Nutzsignalspannungen	83
4.3.2.3	Einfluss der Impedanzverzerrung auf den Frequenzeffekt	86
4.3.3	Methoden zur Entzerrung des Widerstandes	87
4.3.3.1	1D-Modellrechnung	87
4.3.3.2	Allgemeine Methode für Widerstandskartierungen	91
4.4	Bestimmung von Parametern zur Charakterisierung lateral inhomogener Medien	96
4.4.1	Der geoelektrische Widerstandstensor und hiervon abgeleitete Parameter	96
4.4.2	Parameter des unvollständig bestimmten Widerstandstensors	97
4.4.2.1	Parameterbestimmung mittels univariaten Ausgleichsrechnung	98
4.4.2.2	Parameterbestimmung mittels Kohärenzkriterien	100
4.4.3	Vergleich der Methoden zur Parameterbestimmung	111
4.4.4	Auswirkungen von Gleichstromverzerrung auf die Missweisung	113

5	Bau und Erprobung von Wechselstrom Feldmessgeräte	116
5.1	Allgemeine technische Beschreibung der Messgerätetypen	117
5.1.1	SIP-TUB	117
5.1.2	SIP-Fuchs I	118
5.1.3	SIP-256B	120
5.2	Hardwarekonzept	124
5.2.1	Messsignalerzeugung	124
5.2.2	Strom- vs. Spannungsquelle	124
5.2.3	Strom- und Spannungsmessung	125
5.2.4	Synchronität der Messung	126
5.3	Softwarekonzept	128
5.3.1	Wahl der Messsignalform	128
5.3.2	Messung von Zeitreihen	131
5.3.3	Unterdrückung von Potentialdriften	133
5.3.4	Berechnung von Fourier-Koeffizienten	134
5.3.5	Überblick über das Signalverarbeitungskonzept	135
5.3.6	Schnittstelle zum Anwender	136
5.4	Methode zur Kalibration der Messgeräte	138
5.5	Methode zur Messung des Rauschens der Messgeräte und Potentialsonden	140
6	Feldmessungen, Modellierung und Interpretation	146
6.1	Wechselstromsondierungen über lateral inhomogenem Untergrund	147
6.1.1	Auswertung von EM-Effekten zur Korrektur von Gleichstromverzerrungen	148
6.1.2	Tensorielle Wechselstromsondierung im Humar Basin (Sudan)	153
6.2	1D-Multifrequenz Inversion unter Berücksichtigung von EM-Effekten	160
6.3	Messung und 2D-/3D-Inversion von SIP-Daten	170
6.3.1	3D-Einzelfrequenz Inversion (Hüttenplatz im Pandelbachtal, Harz)	170
6.3.2	2D-Multifrequenzinversion (Berlin-Lübars)	181
6.3.3	2D-Multifrequenzinversion (Berlin-Schönholz)	200
6.4	Einsatz der geoelektrischen Referenztechnik	204
6.4.1	Störungen durch S-Bahn (Bhf. Berlin-Schönholz)	204
6.4.2	Störungen in Siedlungen (Berlin-Lübars)	212
6.4.3	Tellurische Störungen (Ägypten/Sudan)	226
6.5	Verifizierung der Messergebnisse durch Vergleich mit konventionellem Messgerät	240
6.6	Minderung systematischer Fehler bei Labor- und Feldmessungen	244
6.6.1	Auswirkungen hoher Übergangswiderstände der Potentialsonden	244
6.6.2	Methode zur Bestimmung der Parameter des Tiefpasses	247
6.6.3	Methode zur Minderung des kapazitiven Leckstromes der Elektrodenkabel	251
6.6.4	Modellierung von kapazitiver Kabelkopplung und RC-Effekt	259

7	Labor- und kleinskalige Feldmessungen	264
7.1	Besonderheiten von Labormessungen	264
7.2	Messzellen für spektrale Widerstandsmessungen an Probenmaterial	264
7.2.1	Mechanischer Aufbau des verwendeten Probenhalters mit 0.5 l Volumen	265
7.2.2	Charakterisierung der elektrischen Eigenschaften	266
7.3	Anwendung der Referenztechnik zur Störspannungsminderung im Labor	269
7.4	Nichtlineare Impedanz von Elektronenleitern bei hohen Stromdichten	274
7.4.1	Kenntnisstand, Motivation	274
7.4.2	Phänomen der Nichtlinearität	274
7.4.3	Ausgleichsrechnung bei nichtlinearer Impedanz	278
7.4.4	Einfluss der Stromdichte auf die elektrischen Eigenschaften von Pyrit	278
7.4.5	Messung des Widerstandes bei schnellen Änderungen der Stromdichte	285
7.4.6	Modellierung der Stromdichtenabhängigkeit des spezifischen Widerstandes	286
7.4.7	Messung der Stromdichtenabhängigkeit der Impedanz von Ton	290
7.4.8	Zusammenfassung der Ergebnisse	291
7.5	Empirisches Widerstandsmodell für nicht mineralisierte Gesteine	292
7.5.1	Das Linear Phase Angle Model (LPAM)	292
7.5.2	Erprobung des LP Modells an Messdaten aus der Tongrube Schöningen	295
7.5.3	Mögliche Ursachen für die beobachteten Frequenzcharakteristiken	299
8	Schlussfolgerung und Ausblick	300
	Literaturverzeichnis	302
	Verwendete Symbole	310
	Anhang	
A1	Herleitung der Ladungsverteilung an Grenzflächen	
A2	Vergleich der Effizienz verschiedener Anregungssignalformen	
A3	Lebenslauf, Danksagung	

Zusammenfassung

Im Rahmen verschiedener Drittelmittelprojekte waren vom Autor Wechselstrommessungen bei z.T. sehr kleinen Signal- zu Rauschverhältnissen durchzuführen. In den ariden Messgebieten (Ägypten, Sudan) waren hierfür die schlechten Ankopplungsbedingungen verantwortlich, in den dicht besiedelten Gebieten (Stadtgebiet Berlin) die hohen Störspannungspegel. Trotz konsequenter Anwendung von Filter- und Stapelungstechniken, blieb die Datenqualität bisweilen unakzeptabel niedrig. Inspiriert durch multivariate Zeitreihenanalysetechniken der Audiomagnetotellurik wurde vom Autor eine geoelektrische Referenztechnik mathematisch formuliert und mit Hilfe von speziell hierfür gefertigten mehrkanaligen Geoelektrikapparaturen erfolgreich eingesetzt. Anhand von Fallbeispielen wurde demonstriert, dass die Anwendung der geoelektrischen Referenztechnik den statistischen Messfehler sowohl im Gelände als auch im Labor um bis zu 2 Größenordnungen verringern kann. Anders als Stapelungstechniken vermindert die Referenztechnik den Messfortschritt jedoch nicht. Ein ungünstig gewählter Referenzstationsstandort kann zu systematisch verfälschten Messwerten führen. Anhand von Modellrechnungen wurde untersucht welche Anordnungen vorteilhaft sind.

Bei den Wechselstrommessungen wurden neben den bekannten systematischen Fehlerquellen (wechselseitige induktive Kopplung der Kabel, Wirbelströme im Erdboden, Drift der Potentialabgriffe) weitere bedeutende Quellen identifiziert. Hierzu zählen der RC-Effekt und die kapazitive Kopplung der Stromeinspeisungskabel mit dem Erdboden. Anhand von theoretischen Überlegungen wurden die Ursachen aufgedeckt und mittels Modellrechnungen die beobachteten Effekte quantitativ nachvollzogen. Es wurden neuartige Techniken entwickelt und erprobt, mit deren Hilfe sich die Auswirkungen auf die Messdaten wirksam mindern ließen.

Die Existenz lateraler Leitfähigkeitsinhomogenitäten konnte anhand der bei Wechselstrommessungen auftretenden EM-Effekte nachgewiesen werden. Die Gefahr einer Datenfehlinterpretation kann so gemindert werden. Im Sonderfall einer Gleichstromverzerrung konnten die auftretenden systematischen Fehler quantifiziert und weitgehend korrigiert werden.

Bei der Inversion von spektralen Widerstandsdaten sind bisher stets Gesteinsleitfähigkeitsmodelle (z.B. Cole-Cole) erforderlich. Ist das geeignete Modell jedoch mangels Vorinformation nicht bekannt oder überlagern sich mehrere Leitfähigkeitsprozesse, dann ist eine Inversionsstrategie ohne Modellvorgabe erforderlich. Eine solche Strategie wurde vorgestellt und erfolgreich an Felddaten erprobt. Hierzu wurden kommerzielle 1D- und 2D-Inversionsprogramme in unkonventioneller Weise genutzt.

Die Widerstandsspektren von nicht mineralisierten Gesteinen können häufig nicht mit dem Cole-Cole Modell interpretiert werden. Daher wurde ein neues Modell (Linear Phase Angle Model) eingeführt, das eine Vielzahl vom Autor gemessener Spektren gut anpasst.

Bei Labormessungen können Stromdichten erreicht werden, die bei elektronenleitenden Mineralen zu einem nichtlinearen spezifischen Widerstand führen. Anhand einer Pyritprobe wurden die Erscheinungen näher untersucht. Es zeigte sich, dass neben einer Signalverzerrung weitere zeitabhängige Effekte beobachtet werden konnten. Die verwendeten statistischen Widerstandsschätzverfahren erwiesen sich auch in Gegenwart von Nichtlinearitäten als geeignet, um den Einfluss der Stromdichte auf die Impedanz zu quantifizieren. Zur Untersuchung zeitabhängiger Phänomene wurde ein Messsignal verwendet, das die Stromdichte moduliert.

1 Einleitung

1.1 Motivation und Aufgabenstellung

Die elektrischen Eigenschaften der Gesteine des Untergrundes geben u.a. Hinweise auf die Lithologie, die Grundwassergüte, Lagerstätten und Kontaminationen sowie deren räumliche Verteilung. Die Aussagekraft des frequenzabhängigen spezifischen elektrischen Widerstandes kann durch keine anderen, von der Oberfläche her, zerstörungsfrei messbaren physikalischen Größen (magnetische Suszeptibilität, seismische Wellengeschwindigkeit, Dichte, Temperatur etc.) ersetzt werden. Die Aufklärung des petrophysikalischen Hintergrundes ist jedoch nicht Hauptgegenstand der Arbeit. Vielmehr sollen Methoden entwickelt und praktisch erprobt werden, die hierfür die Voraussetzung schaffen. Zu den Voraussetzungen zählen:

- eine hohe Messgenauigkeit,
- ein hoher Messfortschritt,
- 2D- und 3D-Inversionsmethoden.

Die instrumentellen und auswertemethodischen Entwicklungsarbeiten sind notwendig, da bisher verfügbare Messgeräte und Auswertemethoden hierfür nicht ausreichen. Bei der Bearbeitung galt es in besonderer Weise zu berücksichtigen, dass die messtechnischen und auswertemethodischen Lösungen auch für den routinemäßigen Einsatz geeignet sind.

1.2 Aufbau dieser Arbeit

Kapitel 2

Zunächst werden die wichtigsten Befunde über die elektrischen Eigenschaften von Gesteinen zusammengestellt. Dabei wird deren frequenzabhängigen Eigenschaften besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Die Mehrzahl der Sedimente zählt zu den nicht mineralisierten Gesteinen. Trotzdem ist über ihre spektralen Eigenschaften bisher nur wenig publiziert worden. Es werden grundlegende Konzepte zur Messung der Polarisationserscheinungen vorgestellt und ihre Eigenschaften diskutiert.

Kapitel 3

Bei Wechselstrommessungen im Feld treten elektromagnetische Effekte (EM) auf, die die Messung der elektrischen Gesteinseigenschaften erschweren. Anhand von theoretischen Überlegungen werden deren Eigenschaften untersucht. Von Interesse sind Messanordnungen mit möglichst geringen EM-Effekten. Eine 3D-EM-Modellrechnung offenbart, dass kleine Störkörper Gleichstromverzerrungen verursachen. Die Auswertung der EM-Effekte erlaubt sowohl ihre Erkennung als auch eine Datenentzerrung. Die Elliptizität und die Richtung der Hauptachse des elektrischen Feldvektors zeigen ebenfalls laterale Inhomogenitäten an und helfen so fehlerhaften Interpretationen vorzubeugen.

Kapitel 4

Labor- und Feldmessungen werden sowohl von zufälligen als auch von systematischen Fehlern beeinflusst. Es werden multivariate statistische Verfahren entwickelt, die es erlauben externe Störfelder wirksam zu unterdrücken. Nicht stationäres Rauschen verursacht zudem systematische Fehler. Es werden mathematische Modelle zu ihrer Beschreibung und Unterdrückung entwickelt.

Kapitel 5

Da kommerzielle Wechselstrommessgeräte nicht die für die Untersuchungen erforderlichen Eigenschaften ausweisen, werden vom Autor die Prototypen neuartiger Messgeräte entwickelt und erprobt. Diese bilden die Grundlage für eine Fortentwicklung zur Serienreife.

Kapitel 6

Anhand von Feldmessungen werden die verschiedenen zuvor entwickelten statistischen Verfahren und Messgeräte erprobt und bewertet. Für spezifische Probleme werden Methoden aufgezeigt, wie systematische Fehler besser erkannt und beseitigt werden können. Hierzu zählen die kapazitive Kopplung der Stromkabel mit dem Erdboden und der Einfluss ungenügender Ankopplung der Potentialsonden an den Erdboden auf den Frequenzgang. Laterale Inhomogenitäten können mittels tensorieller Messanordnungen besser erkannt werden. SIP-Messungen werden 1D-invertiert und Cole Cole Parameter abgeleitet. Die EM-Effekte werden dabei quantitativ berücksichtigt. Profil- und flächenhafte SIP-Sektionen werden mit kommerziell verfügbaren 2D- und 3D-Programmen invertiert. Es wird dabei ein Weg beschritten, der keine a-priori Information über die Leitungsmechanismen des Untergrundes voraussetzt. Aus diesen „wahren“ Spektren werden Gesteinsparameter abgeleitet und ihre Verteilung im Untergrund diskutiert. Labormessungen an Bodenproben verifizieren die Felddatenergebnisse.

Kapitel 7

Bei Labormessungen treten prinzipiell die gleichen Fehlerquellen in Erscheinung wie bei Feldmessungen. Die Bedeutung der einzelnen Problemfelder ist jedoch anders gewichtet. Es wird aufgezeigt, dass Störspannungen im Labor ebenso wie zuvor im Feld mittels multivariater Zeitreihenanalyse gemindert werden können.

Es wird ein neuartiges Leitfähigkeitsmodell eingeführt, das die Frequenzcharakteristik einer großen Zahl von nicht mineralisierten Lockersedimenten beschreibt.

Im Labor auftretende hohe Stromdichten führen bei mineralisierten Gesteinen zu nichtlinearen Effekten. Es wird untersucht, wie diese gemessen und welche zusätzlichen Parameter gewonnen werden können.

Kapitel 8

Die Ergebnisse der Arbeit werden bewertet und ein Ausblick auf sinnvolle nächste Schritte gegeben.

Kapitel 9

Die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit werden zusammenfassend aufgelistet.

2 Der frequenzabhängige spezifische elektrische Gesteinswiderstand

Vorbemerkung

Die elektrischen Eigenschaften von Gesteinen können auf Mikro, Meso-, und Makroskala untersucht und beschrieben werden. Mit diesen korrespondieren entsprechende Methoden:

- Elektrochemische Beschreibung
- Petrophysikalische Beschreibung
- Geophysikalische Beschreibung

Auf der untersten Beschreibungsebene existieren nur einfachste Strukturen, wie das Elektrolyt des Porenraumes und die Ladungsverteilung an der Grenzfläche zwischen Elektrolyt und Matrix.

Auf der mittleren Ebene betrachtet man ein quasi homogenes Gestein. Da dessen innere Strukturelemente nicht mehr aufgelöst werden können, werden Gesteinsmodelle entwickelt, die die geometrischen mit elektrischen Kenngrößen verknüpfen.

In der obersten Ebene existieren nebeneinander unterschiedliche lithologische Einheiten, die jeweils als quasi homogen angenommen werden.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt eindeutig bei der Verbesserung der geophysikalischen Messmethoden. Allerdings motiviert hierzu vor allem der Wunsch, aus genaueren geophysikalischen Messdaten genauere petrophysikalische Parameter ableiten zu können. Beispielsweise besteht ein großes praktisches Interesse an einer zerstörungsfreien Bestimmung der spezifischen inneren Oberfläche und der hydraulischen Permeabilität. Diese erleichtern dann die Prognose der Ausbreitungsgeschwindigkeit von wasserlöslichen Schadstoffen im Untergrund. Zum Verständnis des mit geophysikalischen Methoden zugänglichen Parameters spezifischer elektrischer Widerstand $\rho(x, y, z, t, \omega)$ ist jedoch die Kenntnis der zugrunde liegenden elektrochemischen Prozesse entscheidend. Aus diesem Grund sollen im folgenden die wichtigsten Parameter aller drei Beschreibungsweisen angeführt und ihre Beziehungen skizziert werden. Ausführliche Darstellungen zu Teilaspekten finden sich z.B. bei Kulenkampff (1994), Börner (1990) und Bigalke (1996).

2.1 Physikalische Grundgleichungen

Wird einem Gestein ein äußeres elektrisches Feld aufgeprägt, dann kommt es zu einer materialspezifischen Bewegung oder Verschiebung von Ladungsträgern, also zu einem Stromfluss. Eine komplexe lineare Übertragungsfunktion verknüpft die elektrische Feldstärke E mit der Stromdichte j . Diese makroskopische Beschreibung resultiert aus den Maxwell'schen Gleichungen der Elektrodynamik:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\psi}{\epsilon_0} \quad (2.1.1) \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (2.1.2) \qquad \nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.1.4)$$

ψ steht für die Volumenladungsdichte. In der hier interessierenden Anwendung kann der Effekt seitens der Verschiebungsströme $\partial D/\partial t$ vernachlässigt werden (Kulenkampff, 1994). Im

Labormaßstab gilt dies auch für den Induktionsanteil $-\partial B/\partial t$, nicht jedoch bei Feldmessungen (Kapitel 3).

Drei Materialgleichungen vervollständigen die Maxwellschen Gleichungen:

$$\vec{D} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} \quad \vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad (2.1.5, 6, 7)$$

σ , ϵ_r , μ_r sind Tensoren der elektrischen Leitfähigkeit, der relativen dielektrischen Permittivität und der relativen magnetischen Permeabilität. In homogenen, isotropen Medien nehmen diese die einfache Gestalt von Skalaren an. Die magnetischen Eigenschaften der im Labormaßstab untersuchten Gesteinen können vollständig außer Acht bleiben. Im Feldmaßstab nehmen wir an, dass die Näherung $\mu_r \cong 1$ gilt. Somit kann die zur Beschreibung der elektrischen Gesteinseigenschaften relevante lineare Gleichung angegeben werden:

$$\vec{j} = (\sigma + i\omega\epsilon_r\epsilon_0)\vec{E} \quad (2.1.8)$$

Die elektrischen Eigenschaften der Gesteine können vollständig mit Hilfe der beiden Parameter elektrische Leitfähigkeit σ und relative dielektrische Permittivität ϵ_r beschrieben werden. Im Hinblick auf die hier interessierende Methode kann der Wertebereich, in dem die Materialgleichungen angewandt werden sollen, eingegrenzt werden auf spezifische Widerstände kleiner 10 k Ω m und Frequenzen kleiner 12 kHz. Unter diesen Bedingungen ist der Beitrag des Terms $i\omega\epsilon_r\epsilon_0$ vernachlässigbar klein:

$$|\sigma = \frac{l}{\rho}| \gg |i\omega\epsilon_r\epsilon_0| \quad (2.1.9)$$

In einem zeitlich veränderlichen Feld $E(t)$ ist die Stromdichte $j(t)$ nicht zwangsläufig allein vom Zeitpunkt t bestimmt, sondern ggf. auch von der Vorgeschichte $E(t-\tau)$ beeinflusst. Physikalisch bedeutet dies, dass ein Gestein elektrische Energie zu speichern vermag und diese verzögert abgibt. Da wir für den Labormaßstab Induktions- und Verschiebungsstromeffekte ausschließen können, müsste eine solche Eigenschaft mit dem galvanischen Leitungsvorgang im Gestein selbst im Zusammenhang stehen. Man spricht auch von einer induzierten galvanischen Polarisation (Buchheim et al., 1979). Mathematisch entspricht dies einer Faltung:

$$j(t) = \sigma(t) * E(t) = \int_0^t \sigma(\tau) E(t-\tau) d\tau \quad (2.1.10)$$

Gesteine, für die das Ohmsche Gesetz gilt, können als kausale Systeme bezeichnet werden. Für solche Systeme gilt für alle $t < 0$ stets:

$$E(t) = 0 \Leftrightarrow j(t) = 0 \quad (2.1.11)$$

$\sigma(\tau)$ ist die Antwortfunktion des Erdbodens. Sie kann für alle Zeiten dann ermittelt werden, wenn man mit einem Dirac-Impuls anregt: $E(t) = E_0 \delta(t - t_0)$. In allen anderen Fällen ist die Information unvollständig. Mit der reellen Antwortfunktion $\sigma(\tau)$ korrespondiert eine komplexe Übertragungsfunktion $\sigma(\omega)$. Diese erhalten wir, indem man Gleichung 2.1.10 Fouriertransformiert:

$$j(\omega) = L\{\sigma(t) * E(t)\} = L\{\sigma(t)\} L\{E(t)\} = \sigma(\omega) E(\omega) \quad (2.1.12)$$

Außer im trivialen Fall keiner Speicherfähigkeit und unabhängig von der konkreten Form der materialspezifischen Antwortfunktion $\sigma(\tau)$, kann festgestellt werden, dass $\sigma(\omega)$ zu hohen Frequenzen hin zunimmt und in den Grenzfällen ($\omega \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow \infty$) reell ist. Bei allen anderen Frequenzen ist $\sigma(\omega)$ eine komplexe Größe:

$$\sigma(\omega) = \sigma'(\omega) + i \sigma''(\omega) \quad (2.1.13)$$

Eine äquivalente Beschreibung ist:

$$\sigma(\omega) = |\sigma(\omega)| e^{i\varphi} \quad (2.1.14)$$

mit

$$|\sigma|^2 = (\sigma')^2 + (\sigma'')^2 \quad (2.1.15)$$

$$\tan \varphi(\omega) = \frac{\sigma''(\omega)}{\sigma'(\omega)} \quad (2.1.16)$$

Für ein kausales System können der Real- und der Imaginärteil der Leitfähigkeit mittels Hilbert Transformation wechselseitig ineinander überführt werden. Analoges gilt auch für die Beziehung zwischen Betrag und Phase (Zonge, 1972):

$$\varphi(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial a(y)}{\partial u} \ln \coth \frac{|u|}{2} du \quad (2.1.17)$$

mit $y = \omega e^u$, $du = \frac{dy}{y}$ und $a(y) = \ln |\sigma(y)|$

Der Term $\ln \coth(|u|/2) du$ stellt eine Gewichtsfunktion dar, die nur in der Nähe von $u=0$ nicht verschwindet. Daher gilt folgende Näherung:

$$\varphi(\omega) \approx -\frac{2}{\pi} \frac{\partial a(\omega)}{\partial u} = -\frac{2}{\pi} \frac{\partial \ln |\sigma(\omega)|}{\partial \ln \omega} \quad (2.1.18)$$

Börner et al. (1996) bezeichnen die Frequenzabhängigkeit (Steigung) des Betrags der Leitfähigkeit in einer doppeltlogarithmischen Auftragung als logarithmischen Frequenzeffekt LFE:

$$LFE(\omega) := \frac{\partial \ln |\sigma(\omega)|}{\partial \ln(\omega)} \quad (2.1.19)$$

Also besteht zwischen der Phase (Gln. 2.1.18) und der Steigung (Gln. 2.1.19) ein linearer Zusammenhang:

$$\varphi(\omega) \approx -\frac{\pi}{2} LFE(\omega) \quad (2.1.20)$$

Da die Leitfähigkeit mit steigender Frequenz zunimmt, ist der $LFE(\omega)$ stets positiv und die Phase weist stets ein negatives Vorzeichen auf. Weiterhin genügt es, entweder nur das Betrags- oder nur das Phasenspektrum auszuwerten, um alle in den Messdaten vorhandenen Informationen über Polarisationserscheinungen zu erhalten. Über die Gleichstromleitfähigkeit gibt jedoch allein das Betragsspektrum Auskunft.

Einen Sonderfall stellt die Stromdichtenabhängigkeit der Leitfähigkeit $\sigma = \sigma(j)$ dar. Dieser bedarf einer gesonderten Betrachtung (Kap. 7.4) und soll hier zunächst nicht berücksichtigt werden.

2.2 Elektrochemische Grundlagen

2.2.1 Ladungsträger

Die zumeist karbonatische oder silikatische Matrix der Gesteine besitzt nahezu keine frei beweglichen Ladungsträger. Sie trägt daher nur indirekt zu den elektrischen Gesteinseigenschaften bei, indem sie die Geometrie des Porenraumes einschließlich der Form der inneren Oberflächen definiert.

Die positiven und negativen Ionen des meist wässrigen Porenraumfluids stammen von dissoziierten Salzen. Ihre Anzahl hängt von der Temperatur und der Menge an löslichen Stoffen ab. An den Ionen lagern sich die stark polaren Wassermoleküle an (Klusterbildung). Hierdurch wird ihre Beweglichkeit deutlich vermindert.

Leitfähige Minerale mit metallischem Gitter zeigen eine Elektronenleitung. Die Wechselwirkung der Elektronen mit dem Metallgitter ist sehr viel kleiner als die der Ionen mit dem Wasser und den Porenraumwänden. Folglich ist ihre Beweglichkeit im Vergleich mit der der Ionen so hoch, dass diese für die hiesige Fragestellung als trägheitslos angesehen werden können.

Ein äußerer elektrischer Potentialgradient mobilisiert die vorhanden Ladungsträger. Es kommt zu einem makroskopisch messbaren Strom durch das Gestein. Da der Ladungstransport in den Porenraumfluiden an die Ionenbewegung gekoppelt ist, geht dieser stets mit einem relevanten Materialtransport einher. Bei Gleichströmen kann dieser über längere Zeiträume den Chemismus des betroffenen Fluids signifikant verändern.

Ionen können sich an der Matrix anlagern oder aus der Matrix herauslösen und damit neu bilden. Damit verbunden ist ein Ladungsaustausch zwischen den verschiedenen Phasen.

2.2.2 Grenzflächeneffekte

Die Bedeutung der Grenzflächen für die elektrischen Eigenschaften der Gesteine resultiert daher, dass nur dort die energetischen Bedingungen für eine Trennung von positiven und negativen Ladungsträgern existieren. Ladungstrennung ist die Grundlage für makroskopische Polarisationserscheinungen. Für einen Ladungstransport über Phasengrenzen hinweg sind spezifische elektrochemische Vorgänge verantwortlich.

Im Gestein treten unterschiedliche Typen von Grenzflächen auf:

- zwischen Elektrolyt und nicht leitender Gesteinsmatrix
- zwischen Elektrolyt und leitenden Mineralen
- zwischen zwei Elektrolyten mit unterschiedlicher Ionenkonzentration, chemischer Zusammensetzung, Dichte oder Temperatur

Die meisten Minerale erscheinen gegenüber den Elektrolyten negativ geladen.

Der hohe Feldgradient führt zu einer Anlagerung von Anionen und, vor allem, von polaren Wassermolekülen an der Mineraloberfläche. Die Beweglichkeit der Moleküle nimmt mit zunehmendem Abstand von der Oberfläche zu.

Die sich ausbildende Doppelschicht wird von Schön (1996) und Börner (1990) detailliert beschrieben. Hier sei nur das Resultat für einen Ionentyp mit einer einzigen Ladung wiedergegeben (Gln. 2.2.3.1). Es zeigt sich, dass die zusätzliche Raumladungsdichte mit

zunehmenden Abstand von der Oberfläche exponentiell abfällt (Abb. 2.2.1.1). Ihre Mächtigkeit d hängt von der Raumladungsdichte in freien Fluiden n_∞ ab und von der relativen Dielektrizität, die primär durch die Wassermoleküle festgelegt wird.

$$n_1(x) = n_\infty e^{-x/d} \quad \text{mit} \quad d = \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0 kT}{e^2 n_\infty}} \quad \text{Debye-Hückel-Länge} \quad (2.2.3.1)$$

Im Anhang 1 wird die sich an Grenzflächen ausbildende Ladungsdichteverteilung abgeleitet.

Auch zeitvariable Druckgradienten (Haartsen, 1997) und natürliche Oxidations- und Reduktionsprozesse (Bigalke, 1997) können einen Ladungsträgertransport in Fluiden induzieren.

Nicht leitende Minerale

Die Ursache der negativen Oberflächenladung nicht leitender Minerale liegt in nicht abgesättigten Valenzen und Kristallgitterfehlern. Das elektrische Feld eines negativ geladenen Minerals induziert einen Kationenstrom zur Oberfläche hin und einen Anionenstrom von ihr weg. Da die Ionen ihre Ladung nicht an das Mineral abgeben können, kommt es zu einer Ladungsanhäufung. Der Prozess versiegt, wenn der Ladungsträgerdichtegradient zu einem gleich großen entgegengerichteten Diffusionsstrom führt.

Elektronenleiter

Elektronenleiter weisen ein metallisches Atomgitter auf. Die wichtigsten Vertreter sind Sulfide und Grafit. Die Metallionen des Minerals zeigen eine Lösungstension. Dabei lösen sich Kationen unter Zurücklassung eines Elektrons aus dem Gitter. Dieser Diffusionsstrom kommt zum Erliegen, wenn das Mineral eine charakteristische Spannungsdifferenz U_k zum Elektrolyten aufweist. Die Butler-Volmer Gleichung (Wong, 1979) quantifiziert diesen Zusammenhang:

$$j(U) = k_+ c_2 e \left\{ e^{\frac{e(U_k - U)}{2kT}} - e^{-\frac{e(U_k - U)}{2kT}} \right\} \quad (2.2.3.2)$$

k_+ : *Ratenspezifische Konstante*

c_2 : *Kationenüberschusskonzentration*

U_k : *Charakteristische Spannungsdifferenz*

e : *Ladung des Elektrons*

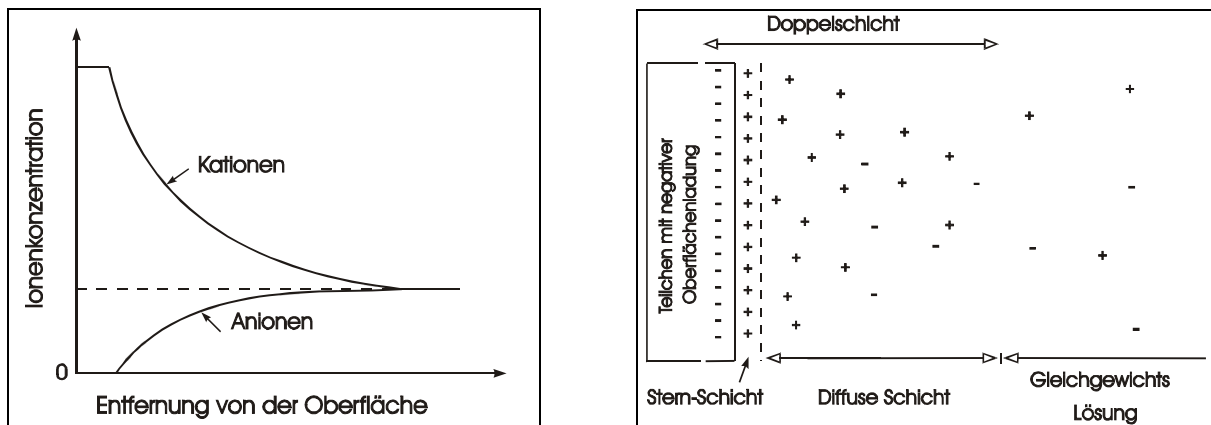


Abb. 2.2.1.1: Schematische Darstellung der Ladungsverteilung in einer Doppelschicht.

In Gegenwart eines konstanten äußeren Feldes kommt der Diffusionsstrom erneut in Gang. Dabei werden Ladungen aufgrund der Spannungsdifferenz U zwischen der Doppelschicht und dem Mineral ausgetauscht. Dieser Leckstrom $j(U)$ kommt nicht zum Erliegen und ist über eine nichtlineare Kennlinie mit der Spannung verknüpft. Es lässt sich zeigen, dass für kleine Stromdichten die Kennlinie als linear angesehen werden kann. Die flächenbezogene Impedanz Z_F ist dann:

$$Z_F = \frac{U}{j(U)} = \frac{kT}{k_+ c_2 e} \quad (2.2.3.3)$$

Die elektrischen Eigenschaften der Doppelschicht bei zeitlich veränderlichem äußeren Feld

Tritt ein äußeres E-Feld hinzu, dann kommt es zu einer Wanderung der Ladungsträger mit dem Ziel, die neue Gleichgewichtslage zu erreichen. Aufgrund der gegenüber den Ionen *10000-fach* größeren Beweglichkeit der Elektronen des Minerals, ist der neue Gleichgewichtszustand im Mineral jedoch viel eher erreicht als im Elektrolyten. Typische Ionen-Beweglichkeiten liegen bei nur $4 - 7 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{Vs}$.

Bei sehr langsamen (niederfrequenten) Änderungen der äußeren Feldstärke können die Ionen der Änderung ohne nennenswerte Verzögerung folgen. Die Potentialdifferenz zwischen dem momentanen Potential U_0 und dem Gleichgewichtspotential U_∞ ist gering. Bei sinusförmigem äußerem Feld ist die Spannungsdifferenz jedoch im Nulldurchgang am größten, da dann die Slew Rate $\partial U/\partial t$ am größten ist. Der resultierende Strom ist zwar klein, jedoch um 90° gegenüber dem im freien Elektrolyt verschoben. Anders ist es bei mittleren Frequenzen. Beträgt die Potentialdifferenz $U_{\text{Soll}} - U_{\text{IST}}$ etwa ein Drittel der Differenz der beiden Gleichgewichtswerte mit und ohne äußerem Feld, dann ist der Ausgleichsstrom um 45° gegenüber dem anregenden Feld verschoben. Da er jedoch ebenfalls 30% des Maximalwertes erreicht, ist die makroskopisch messbare Phase (zeitliche Verzögerung) zwischen anregendem Feld und dem Gesamtstrom jetzt maximal. Erst bei sehr hohen Frequenzen verschwindet die messbare Phasenverschiebung wieder, da nun die Ladungsträger nahe der Position verharren, die der Lage ohne äußerem Feld entspricht und die momentane Stromstärke stets proportional zum äußeren Feld ist. Aufgrund der stets maximalen Entfernung vom Gleichgewicht ist auch der Strom größt möglich.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der von der Ladungswolke verursachte Migrationsstrom und der durch die Doppelschicht hindurchtretende Diffusionsstrom als ein makroskopisch messbarer zusätzlicher Leitungspfad erscheint, dessen Stärke zu hohen Frequenzen hin zunimmt. Hiermit verbunden ist eine Abnahme des spezifischen Widerstandes zu hohen Frequenzen hin. Quantitative Modelle zur Beschreibung des einem verlustbehafteten Kondensator ähnelnden Doppelschichtwiderstandes werden in Kapitel 2.4 diskutiert.

2.3 Petrophysikalische Modellvorstellungen

Die gesamte Feinstruktur einer Gesteinsprobe und damit die elektrochemischen Prozesse können, messtechnisch bedingt, nicht aufgelöst werden. Die Erfahrung lehrt aber, dass z.B. an Sandsteinen nicht alle theoretisch denkbaren Strukturen auftreten, weil im Zuge der Diagenese eine ordnende Kraft wirkt. Ziel der petrophysikalischen Betrachtung ist es daher, Gesteinsmodelle zu entwickeln, die es letztlich erlauben, von den makroskopisch zugänglichen Parametern auf die mikroskopischen Parameter zu schließen.

Generell wird ein Gestein als ein Mehrphasensystem aufgefasst, bestehend aus:

- Matrix,
- Porenraum,
- Grenzflächen

Matrix

Die zumeist karbonatische oder silikatische Matrix trägt nur in vernachlässigbar geringem Umfang zur Gesamtleitfähigkeit eines Gesteins bei. Eine wichtige Ausnahme stellen jedoch hochleitfähige Mineralisationen wie z.B. Graphit und Pyrit dar.

Porenraum

Der Raum zwischen der festen Matrix wird als Porenraum bezeichnet. Unter natürlichen Bedingungen ist er teilweise oder vollständig mit Wasser gesättigt. In seltenen Fällen können es auch Kohlenwasserstoffe sein. Bei Teilsättigung existiert auch eine gasförmige Phase. Der Porenraum ist meist außerordentlich komplex strukturiert. Zu seiner geometrischen Beschreibung werden daher generalisierende Parameter verwendet:

- Porosität,
- Tortuosität,
- Konstriktivität,
- Konnektivität,
- Dimensionalität,
- Größe der inneren Oberfläche S_{por}

Zur Beschreibung der elektrischen Eigenschaften der Porenraumfüllung sind weitere Parameter erforderlich:

- Formationswiderstandsfaktor F ,
- Sättigung,
- Spezifische elektrische Leitfähigkeit σ_w

Darüber hinaus ist die Kenntnis der hydraulischen Kennwerte wichtig:

- Benetzung,
- Viskosität,
- Permeabilität

2.3.1 Gleichstromwiderstand von porösen nicht mineralisierten Gesteinen

Elektrolytleitfähigkeit

Die elektrische Leitung wird hier primär von den Fluiden des Porenraums bestimmt. Den empirischen Zusammenhang zwischen den geometrischen und elektrischen Parametern einer Formation und geophysikalisch messbaren Größen gibt Archie (1942):

$$F = \frac{\sigma_0}{\sigma_w} = \frac{a}{\Phi^m}, \quad \frac{\sigma_0}{\sigma_t} = (S_w)^n \quad (2.3.1.1)$$

F : Formationsfaktor

σ_0 : Formationsleitfähigkeit bei Vollsättigung

σ_w : Leitfähigkeit des Formationswassers

σ_t : Formationsleitfähigkeit

Φ : Porosität

S_w : Sättigung

m : Zementationsfaktor

n : Sättigungs exponent

a : Proportionalitätsfaktor

Schön (1983) gibt Wertebereiche für die oben genannten Faktoren an:

$$m = \{1.3-2.4\}, n \cong 2, a = \{0.5-1.0\}.$$

Bei Vollsättigung und bekannter Leitfähigkeit des Formationswassers kann aus der messbaren elektrischen Leitfähigkeit auf die Porosität geschlossen werden.

Grenzflächenleitfähigkeit

Die gegenüber den Fluiden höhere Ladungsträgerdichte in den Doppelschichten bedingt, dass die effektive Leitfähigkeit eines Gesteins höher ist als dies vom Volumenanteil her zu erwarten wäre. Große spezifische innere Oberflächen, Teilsättigung oder hohe Formationswasserleitfähigkeiten bedingen einen relativ größeren Beitrag der Grenzflächen zur Gesamtleitfähigkeit. Aus diesem Grund weisen Tone niedrigere spezifische Widerstände auf als Sande.

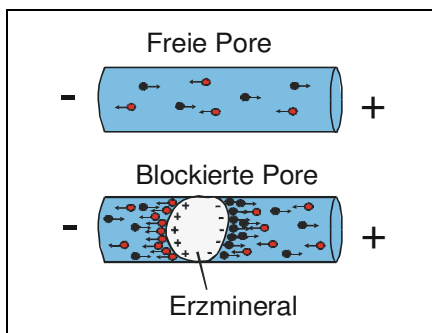


Abb. 2.3.2.1: Gesteinsmodell eines von elektronenleitenden Mineralen erfüllten Porenraumes. Nach Pelton et al. (1978b).

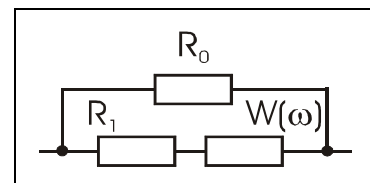


Abb. 2.3.2.2: Elektrischer Ersatzschaltkreis für das Gesteinsmodell in Abbildung 2.3.2.1.

2.3.2 Polarisationsmechanismen

In der Terminologie der Frequenzbereichsverfahren ist das Vorhandensein einer Polarisation gleichbedeutend mit einer Zunahme der Leitfähigkeit mit der Frequenz. Allgemein kann man sagen, dass zu der Gleichstromleitfähigkeit ein zusätzlicher Leitungsmechanismus hinzutritt (Abb. 2.3.2.2).

Mineralisierte Gesteine

Sind elektronenleitende Minerale wie Pyrit und Sulfid (Kap. 2.2.2) in einem porösen Gestein eingelagert, dann spricht man von mineralisiertem Gestein.

Nach einem Modell von Pelton (1978b) blockiert ein Teil der leitenden Minerale einen Teil der Poren (Abb.2.3.2.1). Solche Minerale, die vollständig von Matrix umgeben sind, nehmen keinen Einfluss auf die elektrischen Gesteinseigenschaften. Im Falle eines äußeren Wechselfeldes kommt es zu einem In-Phase Strom durch die nicht blockierten Poren und zu einem Out-Of-Phase Strom durch die blockierten Poren.

Diesen Vorgang hat Wong et al. (1981) mit einem elektrochemisch-mineralogischen Modell detailliert theoretisch begründet. Einige Ergebnisse werden in Kapitel 2.4 diskutiert.

Die makroskopisch messbare Polarisation ist dann eine Konsequenz der frequenzabhängigen Grenzflächenimpedanz W . Ähnlich einem Kondensator ist diese bei niedrigen Frequenzen sehr hoch, nimmt aber mit anwachsender Frequenz stetig ab. Eine von Cole et al. (1941) in einem anderen Zusammenhang vorgeschlagene elektronische Ersatzschaltung, bestehend aus einem Ohmschen Widerstand R_0 und einem parallel liegenden verlustbehafteten Kondensator R_1+W , führt zu einer in der Erzexploration (Gesteinstyp von elektronenleitenden Mineralen) sehr erfolgreich angewandten mathematischen Beschreibung der IP-Effekte. Der komplexwertige frequenzabhängige Term $W=(i\omega X)^c$, beschreibt das elektrische Verhalten eines polarisierbaren Gesteins bei zeitlich veränderlichen Strömen. Im Spezialfall $c=0.5$ wird W auch als Warburgimpedanz bezeichnet. Für $c=1$ (Debye-Modell) hat X die physikalische Bedeutung einer Kapazität. Der Gesamtwiderstand $R(\omega)$ der Ersatzschaltung ergibt sich aus der folgenden Beziehung:

$$\frac{1}{R(\omega)} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1 + W(\omega)} \quad (2.3.2.1)$$

Führt man zwei neue Größen m und τ ein

$$m = \frac{R_0 - R_1}{R_0} \quad \tau = X \left(\frac{R_0}{m} \right)^{-c}, \quad (2.3.2.2)$$

so folgt daraus eine nach Cole & Cole (1941) benannte Gleichung:

$$\rho(\omega) = \rho_0 \left\{ 1 - m \left[1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c} \right] \right\} \quad (2.3.2.3)$$

ρ_0 Spezifischer Gleichstromwiderstand

m Aufladefähigkeit oder Polarisierbarkeit, dimensionslos ($0 \leq m \leq 1$)

τ Zeitkonstante des Relaxationsprozesses

c Frequenzabhängigkeit des Relaxationsprozesses, dimensionslos ($0 \leq c \leq 0.5$)

Abbildung 2.3.2.3 zeigt exemplarisch für die Gruppe der mineralisierten Gesteine den an einer Pyritprobe gemessenen, frequenzabhängigen scheinbaren spezifischen Widerstand. Generell nimmt der Betrag des spezifischen Widerstandes zu hohen Frequenzen hin stets ab. Damit einher geht ein charakteristischer Phasenverlauf. In der Nähe der Frequenz mit der größten Steigung der Betragsfunktion beobachtet man ein Phasenmaximum. Die IP-Phase weist stets ein negatives Vorzeichen auf. Die durchgezogene Linie stellt den Verlauf der besten Anpassung mit der Cole-Cole Modellfunktion (Gln. 2.3.2.3) dar. Die Parameter der besten Messdatenanpassung sind neben der Abbildung aufgelistet.

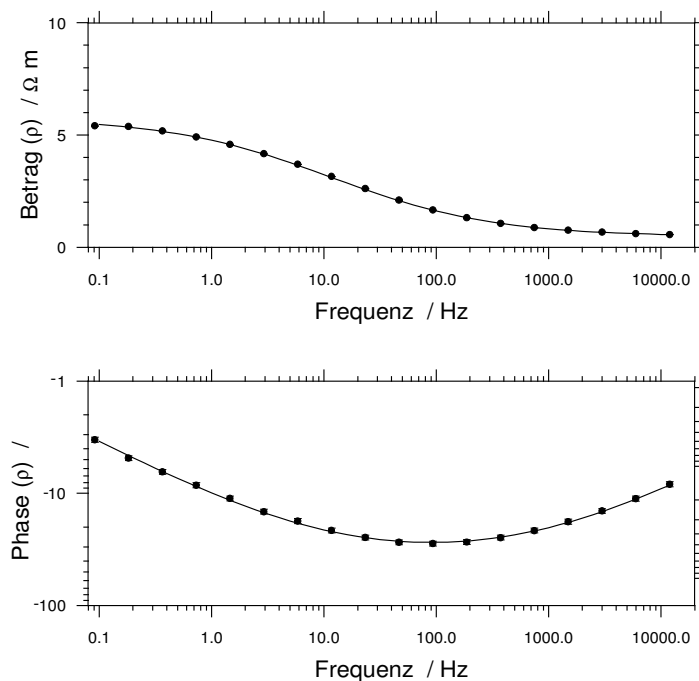


Abb. 2.3.2.3: Bei vollständiger Wassersättigung gemessener frequenzabhängiger spezifischer elektrischer Widerstand einer Probe mit hohem Pyritanteil.

Symbole: Messwerte

Linie: Beste Anpassung

Cole-Cole Modellparameter:

$$\rho_0 = 5.807 \, \Omega m$$

$$m = 0.53$$

$$c = 0.53$$

$$\tau = 0.0185 \, s$$

Nichtmineralisierte poröse Gesteine

Nach dem klassischen Modell für nicht mineralisierte Gesteine (Telford et al., 1994) werden Polarisierungseffekte auf die Existenz von ionenselektiven Membranen (Membranpolarisation) zurückgeführt (Abb. 2.3.2.4). Ist die Porenweite in der Größenordnung der Debye-Hückel Länge d , dann verschmelzen zwei sich gegenüberliegende Doppelschichten zu einer gemeinsamen. Während in den freien (weiten) Poren der Ionenstrom ungehindert von den Doppelschichten erfolgt, ist er in diesen Bereichen behindert. Da in aktiven Zonen die Beweglichkeit der Ladungsträger von deren Vorzeichen abhängt, entspricht das Verhalten einer aktiven Zone dem einer Membran (Marshall et al., 1959). Für die Stärke der Polarisierbarkeit ist daher neben der Größe der inneren Oberfläche auch die Konstriktivität bedeutsam, also der stete Wechsel zwischen weiten und engen Poren.

Einer der wenigen Versuche, die Widerstandsspektren von Sandsteinen auf der Basis eines elektrochemischen Modells vorherzusagen, wurde von Buchheim et al. (1979) unternommen. Sein komplexestes Modell ist das eines eindimensionalen Zwei-Poren-Systems. Eingangsgrößen sind die Diffusionsgeschwindigkeiten der Kationen und Anionen, die Ladungsträgerdichte und die Porenweiten. Die Modellspektren weisen ein ausgeprägtes Phasenmaximum und eine ähnlich starke Frequenzabhängigkeit auf, wie sie Wong (1979) für Erzminerale ableitete.

Tonfreie Sandsteine

Die Geometrie des Porenraumes ist die wohl am wenigsten genau bekannte Eingangsgröße. Es ist zu fragen, ob es auch Prozesse gibt, die zu einer „Ordnung“ im Porenraum führen, vergleichbar mit Bildung von Pyrit-Kristallen. Tatsächlich entstehen solche speziell strukturierten Porenräume z.B. im Zuge der Sandsteingeneese durch Lösungs- und Zementationsprozesse. Es besteht in diesen Fällen die berechtigte Hoffnung, dass wenige Parameter zur Beschreibung ihrer hydraulischen und elektrischen Eigenschaften genügen. Einen dahingehenden Ansatz bilden fraktale Modelle, wie das „pigeon hole model“ (Pape et al., 1987), das im Kapitel 2.4.2 eingeführt wird.

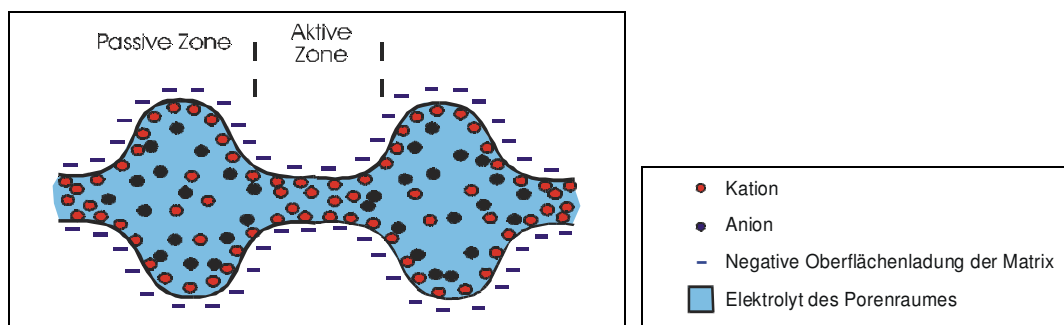


Abb. 2.3.2.4: Schematische Darstellung der Ladungsträgerverteilung im Porenraum eines nicht mineralisierten tonfreien Gesteins. An Engstellen des Porenraumes ist die Beweglichkeit der verschiedenen Ionensorten unterschiedlich. Es kommt zu einer Ladungstrennung und damit zu einer Polarisierung. In Anlehnung an Telford et al. (1994).

2.4 Informationsgehalt von Widerstandsspektren

Es müssen Leitfähigkeitsmodelle verwendet werden, die den Verlauf fitten. Die Parameter eines solchen Modells sollten idealerweise elektrochemische, petrophysikalische, mineralogische Parameter oder bodenphysikalische Kennwerte sein. Tatsächlich stehen solche Modelle nur für wenige Gesteine zur Verfügung. Eine Ausnahme bilden hier wieder die elektronenleitenden Minerale.

2.4.1 Erzmineralogische Deutung der Cole-Cole Modellparameter

Grissmann (1971) erkannte als einer der ersten den Zusammenhang zwischen der Zeitkonstante τ des Cole-Cole Modells und dem Radius der Erzminerale. Pelton et al. (1978b) haben dies in einem Diagramm (Abb. 2.4.1.1) gemeinsam mit der Aufladefähigkeit publiziert. Die empirischen Befunde wurden von Wong (1979, 1981) mittels eines elektrochemisch-mineralogischen Modells begründet. Danach skaliert die Zeitkonstante näherungsweise wie folgt:

$$\tau \propto r^2 \quad (2.4.1.1)$$

Es überrascht nicht, dass höhere relative Erzgehalte (massive mineralized) zu einer höheren Polarisierbarkeit führen, jedoch beobachtet man auch, dass, bei gleicher Höffigkeit, Gesteine mit kleineren Erzpartikeln (dissiminated mineralized) die relativ höchsten Aufladefähigkeiten aufweisen. Hierfür sind mehrere Prozesse verantwortlich. Zum einen haben kleinere Minerale seltener Kontakt untereinander (geringere Konnektivität). Wenn sie aber keine ausgedehnten Leiter ausbilden, ist der Betrag der Gesteinsleitfähigkeit gering. Andererseits ist die spezifische Oberfläche größer als bei großen Mineralen. Der Anteil des Stromes, der durch die Minerale fließt, ist folglich größer.

Einheitliche Bildungsbedingungen von Erzen lassen eine enge Radienverteilung erwarten. Man beobachtet genau in diesem Fall den theoretisch größtmöglichen Frequenzexponenten $c=0.5$. Liegt hingegen eine sehr breite Radienverteilung vor, dann überlagern sich viele Relaxationsprozesse mit unterschiedlichen Zeitkonstanten. Das resultierende Impedanzspektrum weist dann ein sehr breites Phasenmaximum auf, das häufig mit einem niedrigeren c trotzdem gut angepasst werden kann.

Die Parameter des Cole-Cole Modells können mineralogisch gedeutet werden. Der Gleichstromwiderstand spiegelt den Leitungsmechanismus wider, der durch die inneren Oberflächen und über den Elektrolyten gebildet wird. Das nicht mineralisierte Gestein trägt nicht zum Leitungsprozess bei. Die an sich sehr gut leitenden Minerale erscheinen bei Messung mit einem Gleichstrom als Nichtleiter, sofern es sich nicht um massive Vererzungen handelt. Hier offenbart sich, dass Gleichstromgeoelektrikapparaturen nicht den Gleichstromwiderstand messen, sondern vielmehr den Betrag eines Mischwiderstandes bei Frequenzen von typischerweise $0.3-1\text{ Hz}$. Im Fall der Pyritprobe (Abb. 2.3.2.3) ist dieser deutlich kleiner als der aus den Messdaten extrapolierte wahre Gleichstromwiderstand.

Bei sehr hohen Frequenzen ist die Warburgimpedanz der Doppelschicht vernachlässigbar klein. Die elektrisch sehr gut leitenden Minerale tragen nun zur Gesamtleitfähigkeit maximal bei und der Widerstand hat sich um den Faktor $m \rho_0$ verringert. Die Aufladefähigkeit quantifiziert somit den Beitrag, den die elektronenleitenden Minerale zur Gesamtleitfähigkeit beitragen.

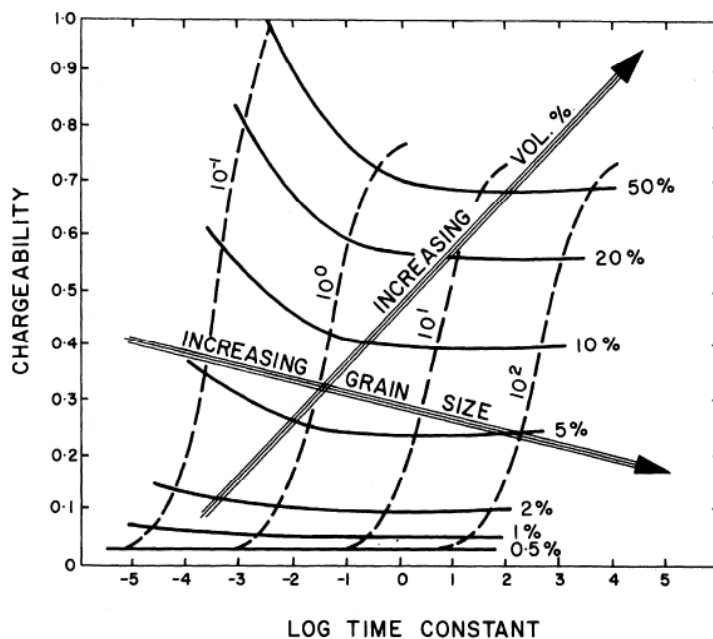


Abb. 2.4.1.1: Abhängigkeit der Cole-Cole Modellparameter τ und m vom relativen Erzgehalt und vom Mineralkorndurchmesser [mm]. Aus Pelton et al. (1978b).

2.4.2 Nicht mineralisierte Sedimentgesteine

Die Gruppe der nicht mineralisierten Gesteine umfasst eine kaum vollständig zu benennende Anzahl von Gesteinstypen. Hierzu zählen

- kristalline Gesteine,
- metamorphe Gesteine,
- sedimentäre Locker- und Festgesteine,
- Salzgesteine

Über die Frequenzcharakteristiken nicht mineralisierter Gesteine existieren deutlich weniger Publikationen als über die von Erzmineralen. Das hat seine Ursache einerseits in der großen wirtschaftlichen Bedeutung von Erzen und andererseits darin, dass die deutlich größeren Effekte relativ einfacher zu messen und zu deuten sind. Wichtige Veröffentlichungen sind:

- Tone: Vanhala et al., (1995), Vinegar et al., (1984), Radić (1998a)
- Tonarme Sandsteine Börner (1990)
- Mikroklüftige Gesteine: Lockner et al. (1985)
- Salzgesteine: Kulenkampff et al. (1993)

Wie zuvor erwähnt, wird deren elektrisches Verhalten entscheidend von der Porenraumgeometrie und der Porenraumfüllung bestimmt. Die meisten Publikationen untersuchen daher die Einwirkung verschiedener Fluide:

- Kohlenwasserstoff kontaminierte Sedimente:
Olhoeft (1985), Vanhala (1997)
- Salinität : Vinegar et al. (1984), Weller et al. (2005)

Die Geometrie des Porenraumes ist auch Ausdruck der über einen mehr oder minder langen Zeitraum erfolgten Einwirkung äußerer Faktoren: klimatische Bedingungen, tektonische Spannungen, Lösungsvorgänge, thermische Einwirkung. Sind die äußeren Faktoren bekannt, kann prinzipiell, über die Verwitterungsresistenz, auf die Matrix selbst rückgeschlossen werden.

Abschätzung der hydraulischen Permeabilität tonarmer Sandsteine

Tonarmer Sandsteine bilden eine petrophysikalisch vergleichsweise gut zu charakterisierende Gesteinsgruppe. Im Zuge der Diagenese von Sandstein bildete sich eine sehr spezifische Struktur des Porenraums aus, die gut mit fraktalen Modellen (Abb. 2.4.2.1) beschrieben werden kann.

Die Kozeny-Carman (KC) Gleichung (Kozeny 1927), (Carman 1937, 1948, 1956):

$$k = \frac{(r_{\text{eff}})^2}{8F} \quad \text{mit} \quad F = \frac{\Phi}{T} \quad (2.4.2.1)$$

verknüpft die Permeabilität k mit der Porosität Φ , der Tortuosität T und dem effektiven Porenradius r_{eff} . Der KC Gleichung liegt ein Modell zugrunde, in dem die Poren durch gewundene parallele Röhren mit einem Radius r_{eff} approximiert werden.

Für einen fraktalen Porenraum von tonfreien Sandsteinen wird der effektive Porenradius von der volumenbezogenen inneren Oberfläche S_{por} und der Dimensionalität D bestimmt (Pape et al. (2000):

$$r_{\text{eff}} = (14 / S_{\text{por}})^{1/(3-D)} \quad (2.4.2.2)$$

$$D = 2.36 \quad (2.4.2.3)$$

Beide Gleichungen (2.4.2.2, 2.4.2.3) in Gleichung 2.4.2.1 eingesetzt, führt zur Paris Gleichung:

$$k = 475.3 \frac{1}{F(S_{\text{por}})^{3.1}} \quad [k \text{ in } (\mu\text{m})^{-1}] \quad (2.4.2.4)$$

Börner et al. (1996) konnten für diesen Gesteinstyp einen Zusammenhang zwischen S_{por} und dem Imaginärteil der komplexen Leitfähigkeit nachweisen und quantifizieren:

$$S_{\text{por}} = 86 \text{Im}(\sigma(\omega)) \quad [S_{\text{por}} \text{ in } (\mu\text{m})^{-1}, \sigma \text{ in } 10^{-3} \text{Sm}^{-1}, \omega \sim 2\pi 10 \text{ Hz}] \quad (2.4.2.5)$$

Da auch der Formationsfaktor aus Gleichstrommessungen abgeschätzt werden kann (Gln. 2.3.1.1), steht einer Berechnung der Permeabilität k (Gln. 2.4.2.4) unter Verwendung der gemessenen komplexen Leitfähigkeit nichts mehr im Wege.

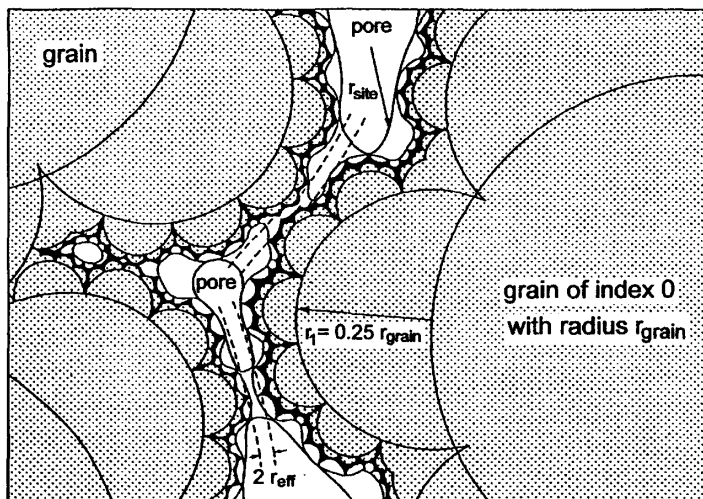


Abb. 2.4.2.1: Porenraummodell

„pigeon hole model (Pape et al., 2000). Das Modell weist eine fraktale innere Oberfläche auf. Danach ist diese skalenunabhängig selbstähnlich.

Empirische Untersuchungen zeigen zudem, dass die Phase der spezifischen Leitfähigkeit über mehrere Frequenzdekaden konstant ist (Abbildung 2.4.2.2). Diesen Befund beschreibt Börner et al. (1996) mathematisch mit dem „constant phase angle model“ (CPA Modell):

$$\sigma(\omega) = \sigma_n |i\omega|^{-p} \quad (2.4.2.6)$$

σ_n steht für den Betrag der Leitfähigkeit bei $\omega=1 \text{ Hz}$. Eine konstante Phase φ geht einher mit einem konstanten logarithmischen Frequenzeffekt *LFE*:

$$LFE = 1 - p = \frac{\partial \ln |\sigma(\omega)|}{\partial \ln(\omega)} = \frac{2}{\pi} \varphi \quad (2.4.2.7)$$

Ein reales Gestein weist sowohl bei sehr niedrigen, als auch bei sehr hohen Frequenzen eine verschwindende Phase und eine konstante Leitfähigkeit auf. Im CPA Modell strebt hingegen die Leitfähigkeit gegen 0 bzw. ∞ . Folglich enthält es auch keinen Parameter, der die Gleichstromleitfähigkeit beschreibt.

Schätzung hydraulischer Permeabilitäten an Lockersedimenten

Diese theoretischen Modelle und die im Labormaßstab gefundenen empirischen Zusammenhänge wurden von Börner et al. (1996) erstmals gemeinsam im Feldmaßstab erprobt. SIP-Log-Messungen und Schlumbergersondierungsmessungen der komplexen elektrischen Leitfähigkeit wurden benutzt, um Permeabilitäten zu schätzen. An Material aus Rammkernsondierungen wurden Permeabilitäten mit hydrogeologischen Methoden (Kornverteilung, Triaxial Messung) bestimmt. Der Vergleich ergab eine gute Korrelation, jedoch waren die Daten aus SIP-Messungen systematisch um eine Größenordnung zu groß.

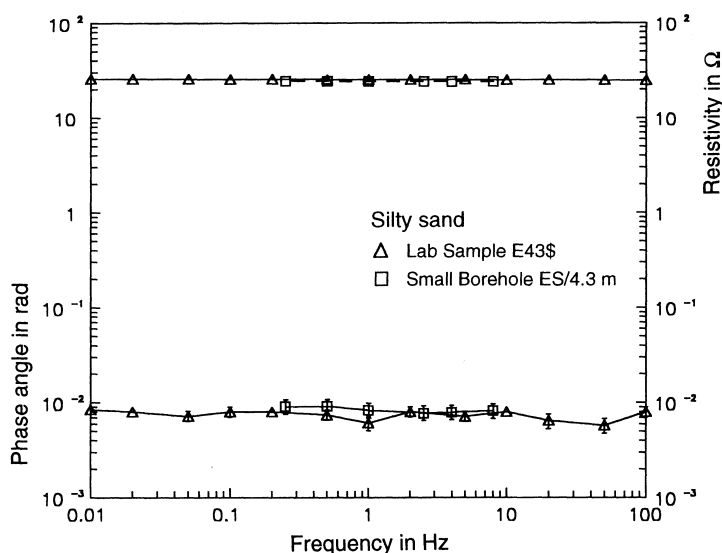


Abb. 2.4.2.2: Frequenzcharakteristik von tonfreien Sandsteinen. Aus Börner et al. (1996).

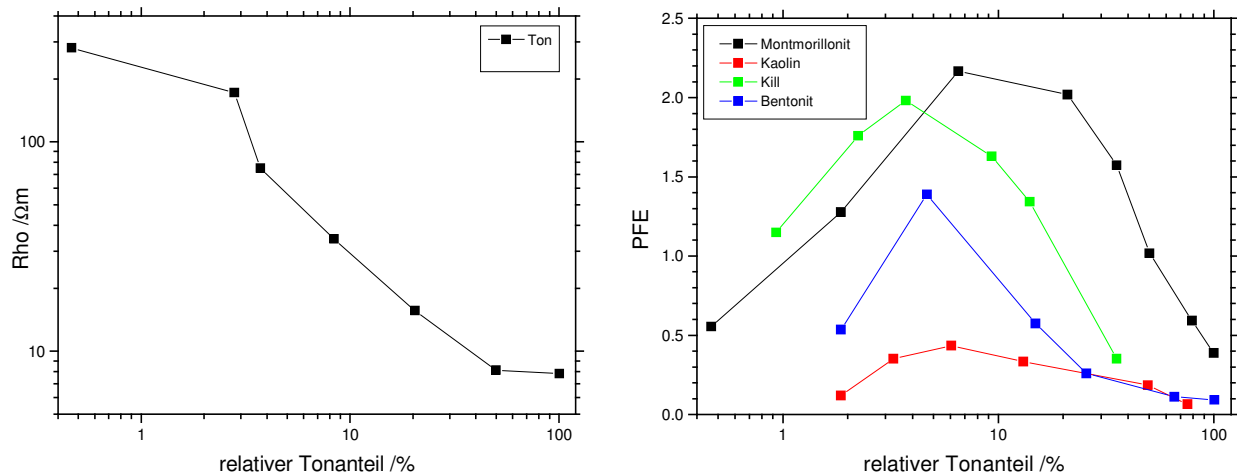


Abb. 2.4.2.3: Abhängigkeit der Polarisierbarkeit (PFE) und des spezifischen Widerstandes vom Tongehalt. Daten aus Ogilvy et al. (1972)

Zusammenhang von Tongehalt und Stärke des IP-Effekts von Sanden

Dass die Polarisierbarkeit eines nicht mineralisierten Gesteins stark von dessen Tongehalt abhängt, ist seit langem bekannt. Messungen von Ogilvy et al. (1972) zeigen, dass die stärksten Effekte zwischen 4 % und 20 % Tongehalt auftreten (Abb. 2.4.2.3). Ohne Tonanteil ist der Polarisierungseffekt gering, weil die innere Oberfläche relativ klein ist. Bei hohem Tonanteil ist ebenfalls nur eine geringe Polarisierung zu beobachten, weil die Doppelschichten eine zusammenhängende Struktur ausbilden und daher zu einer sehr guten Gleichstromleitfähigkeit führen, gegen die die imaginäre Leitfähigkeit zurücktritt.

Die maximalen Polarisierungen treten bei allen von Ogilvy et al. (1972) untersuchten Tonmineraltypen bei nahezu dem selben relativen Tonanteil auf. Deutliche Unterschiede zeigen sich erst, wenn man die Stärke der Polarisierungen im Maximum vergleicht. Insgesamt sind die maximal auftretenden Polarisationserscheinungen jedoch um 1-2 Größenordnung schwächer als die von mittleren bis massiven Verzerrungen.

2.4.3 Organisches Material

Aufgrund seiner spezifischen elektrischen Eigenschaften ist es zweckmäßig, Material primär pflanzlicher Herkunft gesondert zu behandeln. Zu den organischen Ablagerungen zählen Torf, Kompost und Holz. Letzteres wurde und wird bekanntermaßen seit Jahrtausenden als Baumaterial für Wege, Hausbauten und Schiffe verwendet und ist nicht zuletzt deswegen für die archäologische Altersdatierung bedeutsam.

Beispielhaft für die Sonderstellung seien Messungen von Thierry et al. (2001) an in Mooren konservierten Baumhölzern von Bohlenwegen angeführt. Abbildung 2.4.3.1 zeigt ein Widerstandsspektrum, das bei niedrigen Frequenzen ein ausgeprägtes Phasenmaximum aufweist. Symmetrisch zu diesem Maximum fallen die Phasen rasch ab. Der IP-Effekt ist stark anisotrop. Die größten Zeitkonstanten werden axial, die kleinsten radial zum Stamm beobachtet.

Damit ähneln die Phasenspektren mehr denen von Erzgestein als denen von nicht mineralisierten Gesteinen. Den Cole-Cole Spektren von Erzen liegt jedoch die Elektrodenpolarisation zugrunde, die nur an elektronenleitenden Metallgittern auftritt. Die Polarisationserscheinungen an Holz

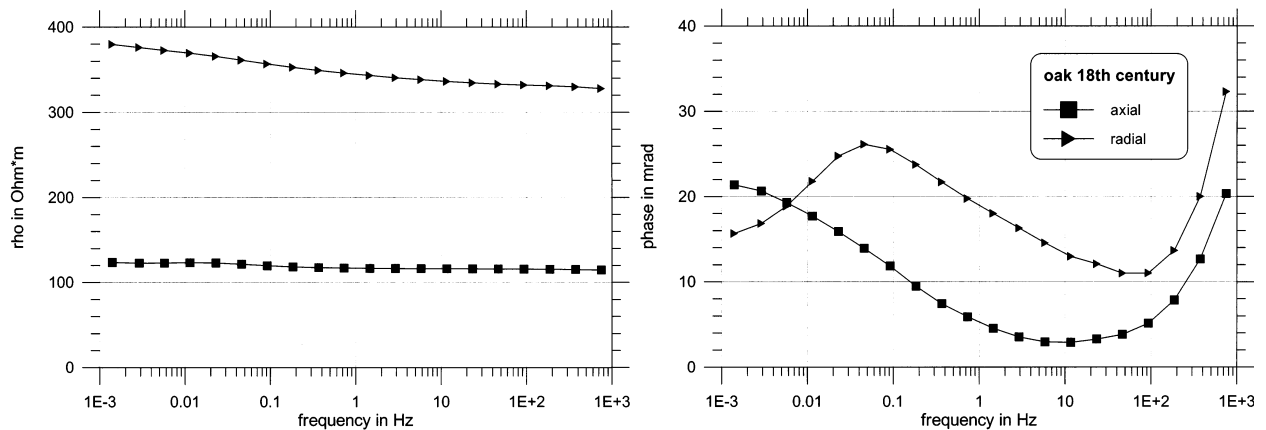


Abb. 2.4.3.1: Frequenzcharakteristik von Holz aus archäologischen Grabungen. Die Phase muss ein negatives Vorzeichen aufweisen. Oberhalb von 100 Hz ist der Phasenverlauf, vermutlich aufgrund hoher Übergangswiderständen der Potentialelektroden, verfälscht. Die Messung wurde mit einer SIP-Apparatur vom Typ Fuchs durchgeführt (Thierry et al., 2001).

basieren ebenso wie die poröser nicht mineralisierter Sande und Tone auf der Membranpolarisation.

Ein ausgeprägtes Phasenmaximum bedeutet, dass ein einzelner Relaxationsprozess mit der Zeitkonstante τ den IP-Effekt dominiert. Eine einzelne Zeitkonstante steht jedoch stets mit einer vorherrschenden Strukturgröße (Weglänge) im Zusammenhang. Die Pflanzenzellen der untersuchten Hölzer besitzen eine etwa einheitliche Form und können daher zur Erklärung herangezogen werden.

2.4.4 Das Formationswasser

Salinität

Eine hohe Salinität des Formationswassers verringert Polarisierungseffekte auf zweierlei Weise:

- Die Gleichstromleitfähigkeit der Fluide wird anteilmäßig größer als die der imaginären Leitfähigkeit.
- Hohe Fluidleitfähigkeiten verringern die Mächtigkeiten der Doppelschichten (Gln. 2.2.3.1).

Messungen an Sanden bestätigen dies (Vinegar et al., 1984). Bei einer NaCl Konzentration wie der des Meerwassers, sind die Phasen typischerweise bereits kleiner als 1 mrad und nähern sich damit, zumindest unter Feldbedingungen, der Nachweisbarkeitsgrenze.

Salzwasserintrusionen in Tonen sind anhand des Gleichstromwiderstandes schwer nachweisbar. Einem Vorschlag von Seara et al. (1987) folgend, hat Wagenstein (2002) mit einer SIP-Apparatur vom Typ Fuchs erfolgreich eine solche bei Cuxhaven nachgewiesen.

Organische Kontamination

Befinden sich organische Flüssigkeiten im Porenraum eines Gesteins, dann kann dies prinzipiell die elektrische Leitfähigkeit beeinflussen. Hierbei sind mehrere Faktoren von Bedeutung:

- Wasserlöslichkeit, Dielektrizität, Dichte und Konzentration

Grundsätzlich sind folgende Prozesse denkbar:

1. Die meist elektrisch schlecht leitenden organischen Kontaminanden verdrängen teilweise das Formationswasser. Entsprechend dem verringerten Volumenanteil erhöht sich der spezifische Formationswiderstand.
2. Die gegenüber dem Porenwasser meist deutlich niedrigere relative Dielektrizität verringert die Mächtigkeiten der Doppelschichten und somit sowohl die Grenzflächenleitfähigkeit als auch die Polarisationserscheinungen.
3. Noch unbekannte Einflüsse auf den IP-Effekt.

Der erste Prozess wäre nicht mit charakteristischen Änderungen des Widerstandsspektrums verbunden, da auch andere nichtleitende Stoffeinträge die gleiche Wirkung hätten. Der zweite Prozess setzt voraus, dass die üblicherweise gering polaren Kontaminanden die stark polaren Wassermoleküle aus den Doppelschichten verdrängen können. Im Labormaßstab ist dies nur dann beobachtet worden, wenn die Proben vollständig getrocknet und erst dann mit organischen Flüssigkeiten beaufschlagt wurden. Derartiges passiert unter natürlichen Bedingungen nicht. Es ist allerdings nicht auszuschließen, dass es über längere Zeitspannen doch zu einer teilweisen Verdrängung des gebundenen Wassers kommt. Ebenso nicht auszuschließen ist die Existenz von noch unbekanntem Prozessen, die zu charakteristischen Effekten führen.

Verschiedene Autoren (Draskovits et al., 1993), (Hughes et al., 1987), (King et al., 1989), (Olhoeft et al., 1991), (Börner et al., 1991) und (Börner et al., 1993) haben an kontaminierten Probenmaterialien, sowohl im Feld als auch im Labor, nach charakteristischen Veränderungen in den Widerstandsspektren gesucht. Einige beschrieben charakteristische Veränderungen des Widerstandsspektrums. Diese Beobachtungen wurden von anderen Arbeitsgruppen jedoch noch nicht verifiziert.

2.5 Geophysikalische Methodik

Bereits im Kapitel 2.1 zeigte sich, dass zur vollständigen Beschreibung der elektrischen Gesteinsleitfähigkeit äquivalente mathematische Formalismen existieren. Die bekanntesten sind die Zeitbereichs- und die Frequenzbereichsrepräsentation. Seit Anbeginn der geophysikalischen Exploration wurden daher sowohl „time domain“ (TD)- als auch „frequency domain“ (FD)-Messgeräte entwickelt. In dieser Arbeit wird dem Frequenzbereichsverfahren der Vorzug gegeben. Die Argumente, die zu dieser Entscheidung führten, werden im Kapitel 5 (S. 128) benannt.

Im folgenden sei angenommen, dass das Untersuchungsobjekt makroskopisch homogen und isotrop ist. Andernfalls sind alle Messgrößen auch von der gewählten Messkonfiguration abhängig.

2.5.1 Klassische Parameter zur Charakterisierung von Polarisationserscheinungen

Messung im Zeitbereich

Da derzeit noch überwiegend Zeitbereichsapparaturen zum Einsatz kommen, sollen hier deren Grundbegriffe eingeführt und die Bezüge zu denen der Spektralen Induzierten Polarisation hergestellt werden.

Zwei Parameter zur Quantifizierung der Stärke von Polarisationserscheinungen werden häufig verwendet:

$$m = \frac{U_s}{U_p} \qquad M = \frac{I}{U_p} \int_0^{\infty} U(t) dt \qquad (2.5.1.1a, b)$$

mit

U_p Maximalwert der Spannung vor dem Abschalten des Speisestromes (Abb. 2.5.1.1)

U_s Spannung, unmittelbar nach Abschalten des Speisestromes

Die unterschiedlichen Bedeutungen beider Definitionen werden klar, wenn man z.B. die Gültigkeit des Debey-Modells ($c=I$ in Gln. 2.3.2.2) voraussetzt:

$$\frac{U_s}{U_p} = m = \frac{R_0}{R_0 + R_I} \qquad \frac{I}{U_p} \int_0^{\infty} U(t) dt = M = m\tau = R_0 C \qquad (2.5.1.2a, b)$$

Offensichtlich ist die Definition für m und M (Gln. 2.5.1.1a, b) nicht äquivalent. Im ersten Fall (Gln. 2.5.1.2a) wird die Aufladbarkeit m , im zweiten Fall (Gln. 2.5.1.2b) eine der gespeicherten Energie äquivalente Größe M gemessen.

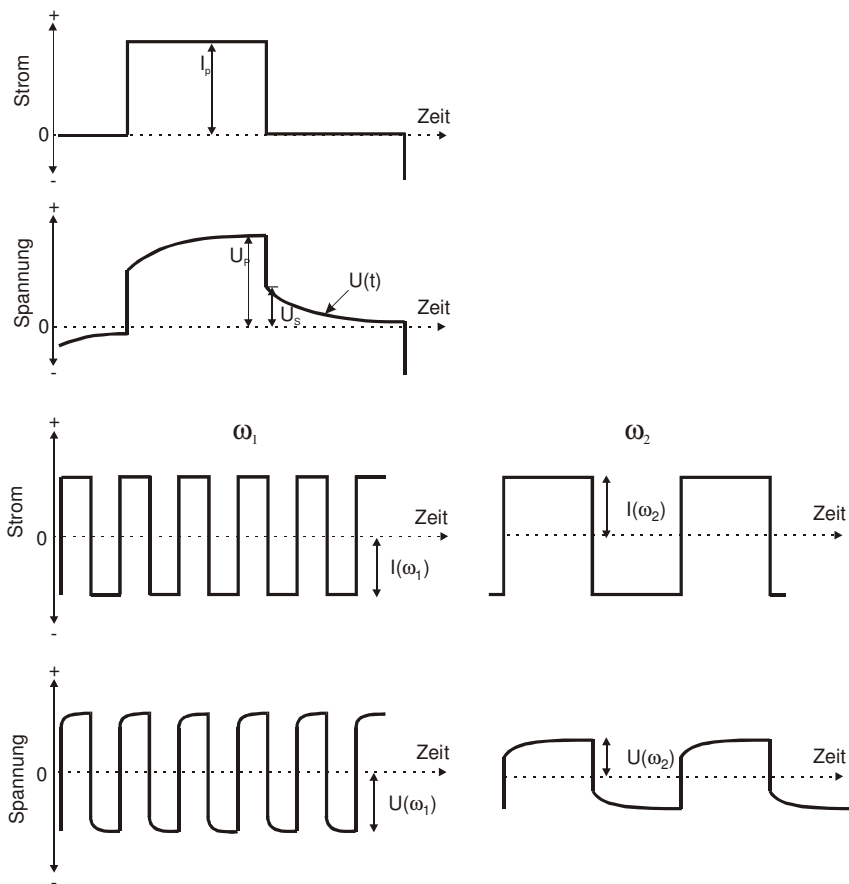


Abb. 2.5.1.1: Idealisierte Darstellung des zeitlichen Verhaltens von Strom und Spannung über einem polarisierbaren Medium.

Messung im Frequenzbereich

Polarisationserscheinungen bedingen stets eine Abnahme des spezifischen Widerstandes bei steigender Frequenz. Diese Abnahme zwischen zwei Frequenzen $\omega_1 < \omega_2$ kann quantifiziert werden mit Hilfe des sogenannten Prozentualen Frequenzeffekts (*PFE*):

$$PFE = \frac{|\rho(\omega_2)| - |\rho(\omega_1)|}{|\rho(\omega_1)|} 100\% \quad (2.5.1.3)$$

Bei Gleichstrom wird also der größte Wert, bei sehr hohen Frequenzen der niedrigste Wert beobachtet.

Dazwischen liegt ein Bereich monotoner Widerstandsabnahme. Die obige Definition ist insofern unbefriedigend, als dass das Ergebnis stark von der Wahl der beiden Frequenzen abhängig ist. Allerdings genügen bereits zwei Messungen, um einen ersten Hinweis auf das Vorhandensein von Polarisierungseffekten zu erhalten - vielfach ausreichend, um Erzvorkommen zu lokalisieren.

Anders als der Frequenzeffekt, ist die Aufladefähigkeit m nicht von der Frequenzcharakteristik des Widerstandes abhängig und quantifiziert die Stärke des Polarisierungseffekts:

$$m = \frac{\rho(\omega \rightarrow 0) - \rho(\omega \rightarrow \infty)}{\rho(\omega \rightarrow 0)} \quad (2.5.1.4)$$

Die scheinbar elegante Definition basiert allerdings auf prinzipiell nicht direkt messbaren Größen, nämlich dem Gleichstromwiderstand und dem Widerstand bei sehr hohen Frequenzen.

Generell gilt, dass sämtliche klassischen Parameter nur einen Teil der heute messbaren Informationen berücksichtigen und quantifizieren.

2.5.2 Spektrale Induzierte Polarisation

Die Methode der Spektralen Induzierten Polarisation (SIP) misst den frequenzabhängigen spezifischen Widerstand, indem üblicherweise nacheinander monofrequente Wechselströme mit jeweils ansteigender oder abfallender Frequenz in das Gesteinsmaterial eingespeist werden (Abb. 2.5.2.1) und die komplexe Übertragungsfunktion $Z(\omega)$ zwischen gemessenem Strom $I(\omega)$ und Spannung $U(\omega)$ bestimmt und ausgewertet wird:

$$Z(\omega_i) = \frac{U(\omega_i)}{I(\omega_i)} \quad (2.5.2.1)$$

Dabei werden grundsätzlich die gleichen 4-Punkt-Konfigurationen verwendet wie für gleichstromgeoelektrische Messungen. Folglich wird der Einfluss der Messanordnung auf die Impedanz $Z(\omega)$ auch hier durch einen reellen Geometriefaktor K berücksichtigt. Hiermit kann der spezifische Widerstand $\rho(\omega)$ berechnet werden:

$$\rho(\omega) = K Z(\omega) \quad (2.5.2.2)$$

Die Phase φ ist definiert, als die Phasendifferenz zwischen der des durch das Gestein fließenden Stroms φ und der der an der Probe abfallenden Spannung φ_U :

$$\varphi(\omega) = \varphi_U(\omega) - \varphi_I(\omega) \quad (2.5.2.3)$$

Zur vollständigen Erfassung des IP-Effekts bedarf es der Messung des frequenzabhängigen spezifischen Widerstandes (Betrag und Phase) über einen möglichst weiten Frequenzbereich. Insbesondere sollte der Abschnitt der größten Widerstandsänderung (Warburgregion) erfasst werden. Dieser kann bei massiven Vererzungen unter 10 mHz und bei Tonen oberhalb von 1 kHz liegen. Im Feld wird die Impedanz in den meisten Fällen bei Frequenzen zwischen 0.1 Hz und 1000 Hz gemessen. Im Labormaßstab darüber hinaus auch bei tieferen Frequenzen (ab etwa 1 mHz) und bei noch höheren Frequenzen.

Da die Frequenzabhängigkeit des Widerstandes relativ gering ist ($c \leq 0.5$), genügen 4-5 logarithmisch äquidistant verteilte Messungen je Frequenzdekade um einen aliasing Effekt sicher zu vermeiden.

Wie bei Gleichstrommessungen werden in inhomogenen Medien nur scheinbare Beträge und Phasen gemessen. Erst die Inversionsrechnung erlaubt die Bestimmung von wahren komplexen Widerständen und deren Verteilung im Untergrund.

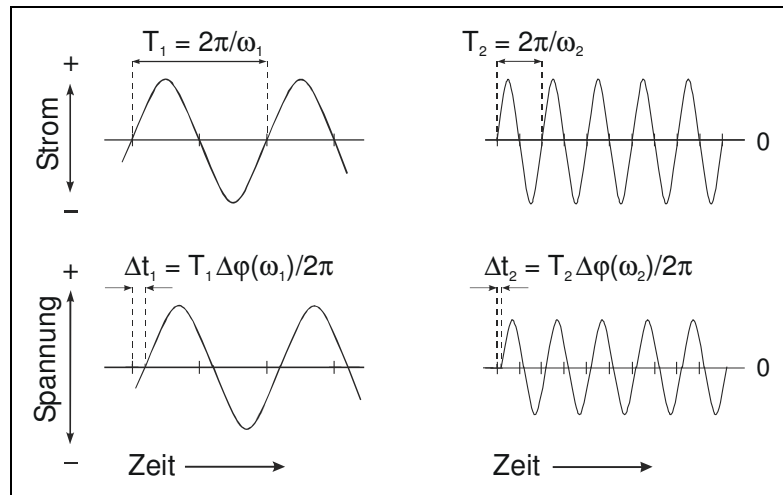


Abb. 2.5.2.1: Definition der Amplitude und Phase von Strom und Spannung in Abhängigkeit von der Frequenz.

2.6 Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass sich die Widerstandsspektren von nicht mineralisierten Gesteinen in der überwiegenden Zahl der Fälle in charakteristischer Weise von denen von Elektronenleitern unterscheiden. Diese Unterschiede bedingen, dass das bewährte Cole-Cole Modell meist nicht angewandt werden kann. Weisen diese zudem mittlere bis hohe Tonanteile auf, dann variieren die Porenweiten weit stärker als die Korngrößen der Erzminerale.

Die elektrochemischen Grundlagen der Leitungsvorgänge und Polarisationserscheinungen in Gesteinen sind bekannt. Bei vollständiger Kenntnis der Porenraumstruktur eines Gesteins und der chemischen Zusammensetzung des Porenwassers könnten zumindest theoretisch dessen makroskopische elektrische Eigenschaften vorhergesagt werden. Es stehen jedoch keine hinreichend hochauflösenden Techniken hierfür zur Verfügung. Röntgen- und Kernspintomografische Vermessungen erlauben allenfalls eine Auflösung von 50 μm . Tatsächlich stellt sich der Geophysik die ungleich schwerere Umkehraufgabe. Da diese extrem unterbestimmt ist, kann sie im Allgemeinen nicht exakt gelöst werden.

Hoffnung erwächst aus der Tatsache, dass es starke Ordnungsprinzipien bei der Gesteinsbildung gibt. So werden in der Praxis nicht alle denkbaren Porenraumstrukturen tatsächlich beobachtet. In bestimmten Fällen, etwa bei tonarmen Sanden, genügt beispielweise die Kenntnis weniger Parameter, um die Gleichstromleitfähigkeit in guter Annäherung vorherzusagen (Archie, 1942).

Wenn solche Ordnungsprinzipien existieren, dann besteht die berechtigte Hoffnung, dass aus den gemessenen Widerstandsspektren auf die Gesteinseigenschaften rückgeschlossen werden kann.

Mit Ausnahme der Erzminerale ist die Suche nach solchen Prinzipien jedoch erst noch am Anfang. Ein wesentliches Hindernis war dabei auch die ungenügende Messgenauigkeit der verfügbaren Messgeräte.

Ob die „frequency domain“ oder „time domain“ Messtechnik zu genaueren Ergebnissen führt, soll hier nicht diskutiert werden. Nach Auffassung des Autors gilt es aber, unter Berücksichtigung des aktuellen Standes der Technik, diese Frage regelmäßig neu zu bewerten. Hinweise auf die Bevorzugung der FD Methodik finden sich im Kapitel 5.

3 Theorie der geoelektrischen Wechselstrommessung

Die Grundgleichungen der Gleichstromgeoelektrik beschreiben nicht die bei Wechselstrommessungen auftretenden elektromagnetischen Erscheinungen. Sie können nur als Grenzfall für niedrige Frequenzen und kleine Messkonfiguration angesehen werden. Da geeignete 1D- und 3D-Modellierungsprogramme von Professor Weidelt (Uni Braunschweig) zur Verfügung gestellt wurden, soll auf die umfängliche Ableitung beginnend bei den Maxwell Gleichungen verzichtet und auf detaillierte Ableitungen anderen Autoren (Weidelt, 1986b), (Kretzschmar, 2001) verwiesen werden.

Die EM-Effekte können unter bestimmten Bedingungen die materialsspezifische frequenzabhängige Leitfähigkeit eines Gesteins vollständig verdecken. In komplex strukturierten Untergründen ist eine Trennung beider Effekte mittels Modellierung noch in weiter Ferne. Es besteht daher ein großes Interesse daran, von EM-Effekten möglichst wenig beeinflusste Messbedingungen zu schaffen oder zumindest solche, die eine optimale Modellierung der EM-Effekte erlauben. Weiterhin soll geklärt werden, ob die EM-Effekte zusätzliche Informationen liefern können. Im folgenden sollen daher die Eigenschaften der EM-Effekte analysiert und die bei der numerischen Modellierung relevanten Parameter benannt werden.

3.1 Die geoelektrische Wechselstromimpedanz des homogenen Halbraumes

Ein im Nullpunkt befindlicher, in x -Richtung orientierter, geerdeter elektrischer Dipol weist das Moment „ $I ds$ “ auf (Abb. 3.1.1). Im Abstand r befindet sich ein Leiterstück dS , das gegenüber dem Stromdipol, um den Winkel α , azimuthal gedreht ist. Das vom Stromdipol ausgehende Magnetfeld induziert im Leiterstück ds eine Spannungsdifferenz ($dU=E ds$). Nach Wynn et al. (1977) kann die elektrische Feldkomponente $E(r, \omega)$ beschrieben werden durch zwei Funktionen $P(r, \omega)$ und $Q(r, \omega)$:

$$E(r, \omega) = I ds \left[\frac{\partial^2 Q(r, \omega)}{\partial s \partial S} + P(r, \omega) \cos(\alpha) \right] \quad (3.1.1)$$

Für den homogenen, isotropen und gegebenenfalls polarisierbaren Halbraum existieren für P und Q geschlossene Ausdrücke (Wait, 1984):

$$Q(r, \omega) = \frac{I}{2\pi\sigma(\omega)r}, \quad P(r, \omega) = \frac{i\mu\omega}{2\pi r} \left[\frac{1 - (1 + kr)e^{-kr}}{(kr)^2} \right] \quad (3.1.2)$$

Hierbei ist $k = (i\sigma(\omega)\mu\omega)^{1/2}$ die komplexe Wellenzahl.

Das elektrische Feld am Aufpunkt könnte mit einem Leiter der Länge dS in Form einer Spannung U gemessen werden. Somit lässt sich eine Wechselstromimpedanz Z formulieren:

$$Z(\omega) = \frac{U(\omega)}{I(\omega)} = \iint_{AM}^{BN} \left[\frac{\partial^2 Q(r, \omega)}{\partial s \partial S} + P(r, \omega) \cos(\alpha) \right] ds dS \quad (3.1.3)$$

Im homogenen Halbraum ist das Doppelintegral über den Q -Term nicht vom Integrationsweg abhängig. Daher erhält man:

$$Z(\omega) = Q(AM) + Q(BN) - Q(AN) - Q(BM) + \iint_{AM}^{BN} [P(r, \omega) \cos(\alpha)] ds dS \quad (3.1.4)$$

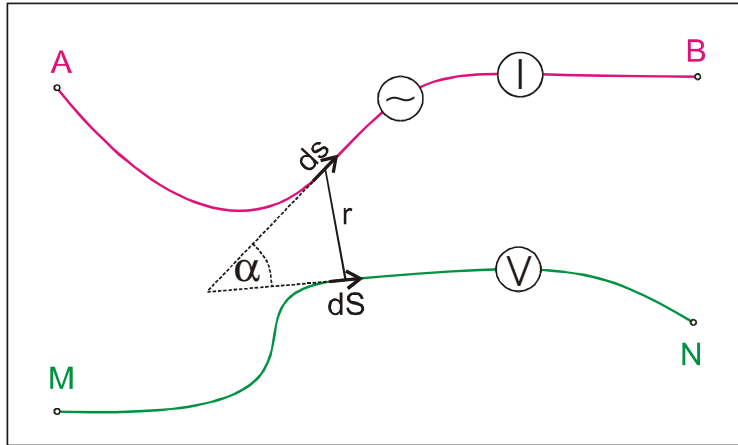


Abb. 3.1.1: Schematische Darstellung der Stromzuführungs- ($A \leftrightarrow B$) und Spannungsmessleitungen ($M \leftrightarrow N$). Die Stärke der vom Teilstück ds in dS induzierten Spannung wird vom Abstand, dem Winkel α , der Leitfähigkeit des Untergrundes und der Frequenz bestimmt.

Diskussion der Eigenschaften

Die Q -Terme entsprechen der bekannten Gleichstromimpedanz im Halbraum. Im geschichteten Medium sind diese nach Wynn et al. (1975) jedoch auch frequenzabhängig, wenn die Deckschichtmächtigkeit nicht mehr groß gegen die Skintiefe ist.

Der P -Term wird vom Verlauf der Stromzuführungs- und der Spannungskabel bestimmt. Er beschreibt nur die elektromagnetischen Effekte und verschwindet im Gleichstromfall. Um diesen Term besser zu verstehen, wird $P(r, \omega)$ (Gln. 3.1.2) entwickelt:

$$P(r, \omega) = -\frac{I}{2\pi\sigma r^3} \left[\frac{(kr)^2}{2} - \frac{(kr)^3}{3} + \sum_{n=4}^{\infty} \frac{(-1)^n (n-1)(kr)^n}{n!} \right] \quad (3.1.5)$$

Das erste Glied dieser Reihe

$$P(r, \omega) \approx \frac{i\mu\omega}{2\pi r} \quad (3.1.6)$$

beschreibt die induktive Kopplung zwischen den Kabeln. Es wird nur von bekannten Größen, nämlich den Kabelverläufen und der Frequenz bestimmt, nicht jedoch von der unbekanntem Leitfähigkeit des Untergrundes¹. Die induzierte Spannung ist um 90° gegenüber dem Wechselstrom verschoben und ihre Amplitude wächst proportional mit der Frequenz an. Ist $|kr| \ll 1$, dann können die anderen Terme vernachlässigt werden. Um die physikalische Bedeutung dieses Kriteriums zu verstehen, führen wir die u.a. in der Magnetotellurik übliche Definition der Skintiefe δ für homogene Quellfelder ein:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}} \quad (3.1.7)$$

Wenn man die Wellenzahl durch die Skintiefe substituiert

$$|kr| = r\sqrt{\omega\sigma\mu} = \frac{r\sqrt{2}}{\delta} \ll 1,$$

gelangt man mit

$$r \ll \delta/\sqrt{2} \quad (3.1.8)$$

¹ Hierauf gründen sich verschiedene Techniken um IP-Messungen von induktiven Einflüssen zu befreien (Pelton et al., 1978b), ohne eine aufwendige Modellierung durchführen zu müssen.

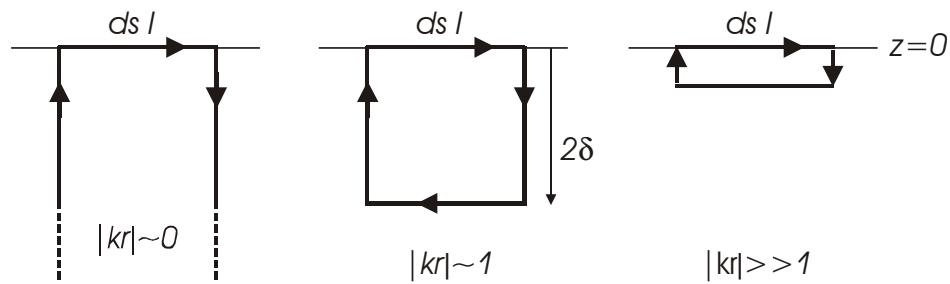


Abb. 3.1.2: Der Einfluss eines leitenden Halbraums auf das Magnetfeld eines geerdeten elektrischen Dipols kann nach Weidelt (1986b) durch einen in doppelter Skintiefe verlaufenden Spiegelstrom approximiert werden. Mit steigender Frequenz (abnehmender Skintiefe) kompensieren sich die Magnetfelder der gegenläufigen Ströme zunehmend.

zu einem leicht interpretierbaren Ausdruck. Danach muss der Abstand zwischen den beiden Dipolen klein gegen die Skintiefe sein. Bei den in Sedimenten auftretenden spezifischen Widerständen und den üblichen Kabelführungen, ist diese Bedingung bei den niedrigsten verwendeten Frequenzen praktisch immer erfüllt. Mit steigender Frequenz treten die EM-Effekte daher stets zuerst mit der von der Bodenleitfähigkeit unabhängigen Kabelkopplung in Erscheinung und erst danach mit den von der Leitfähigkeit kontrollierten Skineffekten.

Betrachtet man nun das Verhalten bei sehr hohen Frequenzen ($|kr| \gg 1$), dann nimmt P einen reellen und damit konstanten Wert an:

$$P(r, \omega \rightarrow \infty) \approx \frac{I}{2\pi\sigma r^3} \quad (3.1.9)$$

Offensichtlich überkompensiert der Skineffekt die Auswirkungen der induktiven Kabelkopplung (Gln. 3.1.6).

Nach Weidelt (1986b) gehen von einem geerdeten elektrischen Dipol mehrere Wirkungen aus:

- das Magnetfeld des Stromdipols induziert im Empfängersegment eine Spannung,
- der Erdungsstrom an den Elektroden A, B bewirkt im Erdboden ein elektrisches Feld, dass durch Induktion an die Oberfläche gedrängt wird,
- das Magnetfeld des Spiegelstroms kompensiert teilweise das Feld des Oberflächenstroms (Abb. 3.1.2).

$|kr| \approx 0$:

Im quasi Gleichstromfall induziert das Magnetfeld des Leiters keine Spannung im Empfänger. Das Spiegelstromsystem ist in zu großer Tiefe, als dass dessen Magnetfeld messbar wäre.

$|kr| \ll 1$:

Der Leiterstrom induziert eine frequenzproportional ansteigende Spannung im Empfängersegment (induktive Kabelkopplung). Das Spiegelstromsystem tritt noch nicht in Erscheinung

$|kr| \approx 1$:

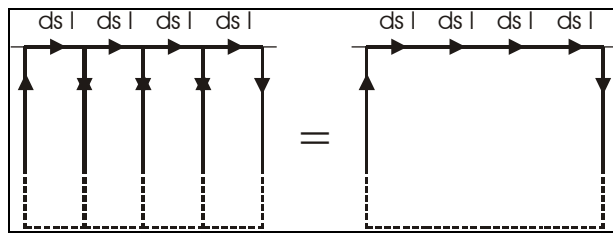


Abb. 3.1.3: Äquivalente Kreisströme.

Der Skineneffekt kommt in zweierlei Weise zum Tragen: a) Der Spiegelstrom kompensiert einen Teil des vom Oberflächenstrom hervorgerufenen Magnetfeldes. Damit wächst die induzierte Spannung nicht mehr so stark mit der Frequenz an. Es sei angemerkt, dass der Spiegelstrom dem Stromkabelverlauf folgt. b) Das Stromsystem, das von den Elektroden A, B ausgeht, folgt diesem hingegen nicht. Es wird jedoch ebenfalls zunehmend zur Oberfläche hin gedrängt und erhöht so die Gesamtimpedanz.

$|krl| \gg I :$

Die Magnetfelder von Oberflächenstrom und Spiegelstrom heben sich fast auf, so dass die induktive Kabelkopplung mit steigender Frequenz abnimmt. Die Gesamtimpedanz wird zunehmend wieder reell, weist jedoch einen anderen Wert auf als im Gleichstromfall.

Numerische Berechnung der Impedanz

Um die elektromagnetischen Effekte für die üblicherweise verwendeten 4-Punktanordnungen zu berechnen, denkt man sich das Strom- und das Spannungskabel als aus vielen aneinander gereihten horizontalen Abschnitten ds bzw. dS zusammengesetzt (Abb. 3.1.3). Die Lösung der Wegintegrale (Gln. 3.1.4) muss jedoch auf numerischem Weg erfolgen, da, selbst für die einfache Dipol-Dipol Konfiguration, keine geschlossene analytische Lösung existiert (Millet, 1967).

Die Kabelführung wird durch die Angabe der Endpunkte der Einzelabschnitte beider Polygonzüge eindeutig festgelegt. Zur numerischen Berechnung des Doppelintegrals (Gln. 3.1.4) wird jeder der k bzw. l Abschnitte beider Polygone in 20-50 Subabschnitte unterteilt und die Beiträge aller Paare aufsummiert. Mit dieser Diskretisierung können die von Millet (1967) publizierten Berechnungen auf 5 Stellen genau verifiziert werden.

Fallbeispiel, homogener Halbraum

Für die EM-Effekte sind vor allem jene Stromkabelabschnitte bedeutsam, die dem Spannungskabel am nächsten liegen. Im Interesse möglichst geringer EM-Effekte sollte die Kabelführung daher so gewählt werden, dass der Abstand zwischen den Strom- und den Spannungskabeln möglichst groß ist. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass der Aufwand zur Kabelverlegung vertretbar bleibt. Der Kompromiss besteht in der Wahl einer V-Form für die beiden Stromzuführungskabel. Diese, u.a. im Sudan (Kap. 6.1) verwendete, bewährte Kabelanordnung (Abb. 3.1.4), sei im Folgenden zugrunde gelegt. Für einen homogenen, isotropen nicht polarisierten Halbraum mit einem spezifischen Widerstand von $10 \Omega m$ ergibt sich für eine Auslagenweite von $AB/2=1000 m$ ($MN=2 m$) dann die in Abbildung 3.1.5 wiedergegebene Frequenzabhängigkeit. Die numerische Berechnung erlaubt es neben dem messbaren spezifischen Gesamtwiderstand (Total) auch den spezifischen Gleichstromwiderstand (DC) und den von EM-Effekten herrührenden Beitrag (EM) getrennt darzustellen. Aber auch ohne diese getrennte

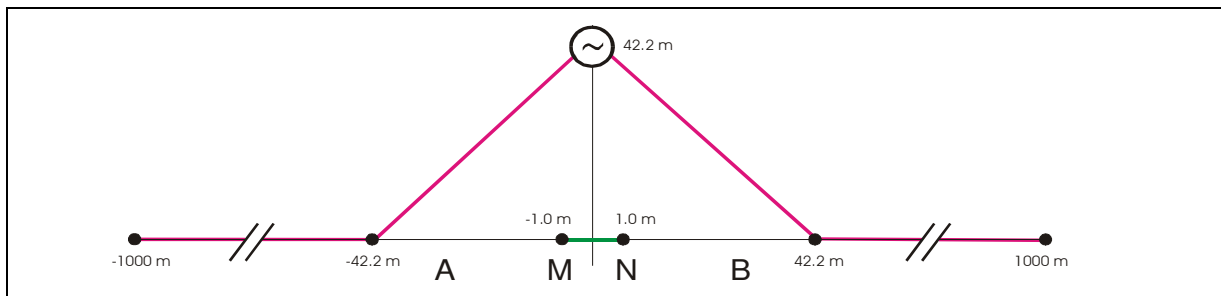


Abb. 3.1.4: Kabelführung mit relativ geringen EM-Effekten, die bei einer großen Zahl an Schlumberger Tiefensondierungen verwendet wurde (Radić, 1994).

Darstellung lassen sich die einzelnen Beiträge meist problemlos identifizieren. Bei niedrigen Frequenzen ($<0.1 \text{ Hz}$) ist der Betrag der EM-Effekte vernachlässigbar klein. Der quasi Gleichstromwiderstand ist reell und weist den wahren Halbraumwiderstand auf.

Da der EM-Betrag jedoch proportional mit der Frequenz anwächst und die EM-Phase gegenüber dem Strom um etwa 90° verschoben ist, beobachtet man zwischen 0.1 und 1 Hz erste Einflüsse auf den Gesamtwiderstand. Zunächst auf die Phase, die proportional mit der Frequenz anwächst, dann auch auf den Gesamtbetrag. Oberhalb von 10 Hz nimmt die EM-Phase schließlich ab, da sich Skin-Effekte einstellen. Der Anstieg der Gesamtphase flacht ab und kehrt sich oberhalb von 1000 Hz sogar um. Oberhalb von 10 kHz wechselt dieser sogar das Vorzeichen und auch der Betrag des spezifischen Widerstandes überschreitet seinen Maximalwert.

Ähnliche Kurvenverläufe können auch bei komplexen Widerstandverteilungen (Kapitel 3.3 und Kapitel 6.1.1) und mäßigen Polarisationserscheinungen beobachtet werden, insbesondere das frequenzproportionale Anwachsen der Phase, wobei, abhängig von der Kabelführung, beide Vorzeichen auftreten.

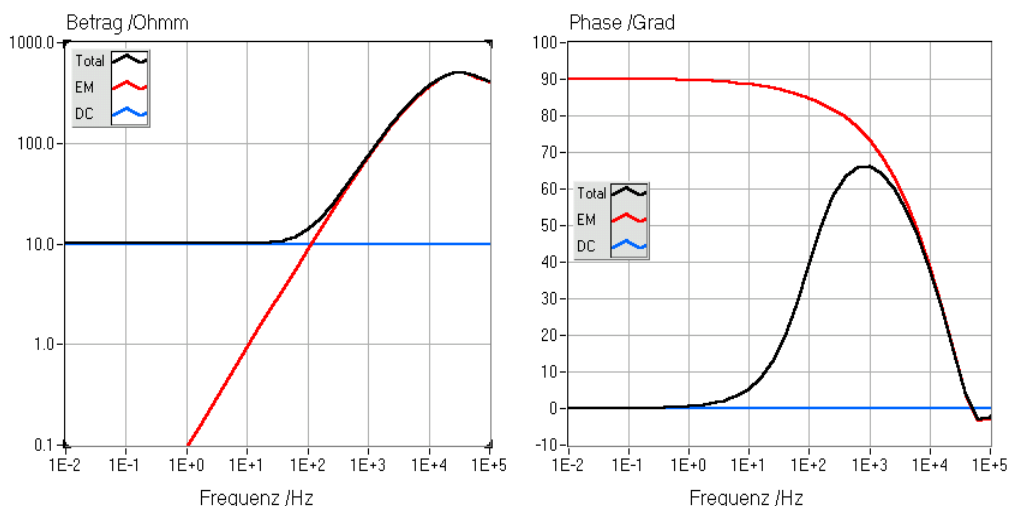


Abb. 3.1.5: Einfluss induktiver Effekte auf den spezifischer Widerstand einer Schlumberger Konfiguration ($AB/2=1000 \text{ m}$, $MN=2 \text{ m}$) über einem unpolarisierbaren, homogenen Halbraum ($10 \text{ } \Omega\text{m}$). Dargestellt sind die modellierten frequenzabhängigen Betrags- und Phasefunktionen. Die Kabelführung entspricht der in Abbildung 3.1.4 dargestellten. DC (blau): Widerstand ohne EM-Effekte, EM (rot): EM-Anteil am spezifischen Widerstand, Total (schwarz): messbarer spezifischer Gesamtwiderstand.

3.2 1D-Modellierung

Der eben geschichtete Halbraum stellt eine häufig benutzte erste Näherung des realen Untergrundes dar. Die theoretischen Grundlagen zu seiner mathematischen Behandlung findet man bei Wynn et al. (1975). Dey et al. (1973) erweitern diese zur Behandlung des anisotropen geschichteten Halbraumes. Eine Ableitung, die auch die auftretenden Magnetfelder explizit angibt, findet sich bei Weidelt (1986b). Ein hierauf basierendes Programm, das auch Modellierung von IP-Effekten erlaubt, wurde dem Autor von Professor Weidelt (Braunschweig) zur Verfügung gestellt. Die Eingabegrößen des Programms sind:

- die Schichtmächtigkeiten,
- die spezifischen Schichtwiderstände (ggf. frequenzabhängig),
- der Verlauf der Strom- und Potentialkabel,
- die Frequenz.

Die Kabelführungen werden durch zwei kreuzungsfreie Polygonzüge beschrieben. Jeder gerade Kabelabschnitt wird programmintern in 8-64 Segmente zerlegt. Jedes dieser Segmente wird dann durch einen Dipol gleichen Moments angenähert und analog zu Kapitel 3.1 die Wirkung auf die Impedanz berechnet. Zweckmäßigerweise berechnet man die Modellwerte genau für die Messfrequenzen.

Im Rahmen eines von der Deutschen Stiftung Umwelt finanzierten Vorhabens (Burkhardt et al, 1994) wurde dieses Programm von Kretzschmar (2001) im Hinblick auf eine automatische Inversion fortentwickelt. Da das hierbei entwickelte Programm nur unter dem Betriebssystem OS2 läuft, konnte es im Rahmen dieser Arbeit nicht genutzt werden.

3.3 Abbildungseigenschaften eines Störkörpers (3D-Fall)

In den Kapiteln 6.1 und 6.2 werden punktuelle Wechselstromtiefsondierungen vorgestellt, bei denen vermutet wird, dass sie von kleinen Störkörpern beeinflusst sind. Im Folgenden soll daher anhand einer 3D-Modellierung exemplarisch untersucht werden, ob und wie sich ein kleiner Störkörper in einer Wechselstromsondierung abbildet. Wenn er dies tut, dann sollte es möglich sein, aus den gemessenen EM-Effekten auf die Existenz und die Charakteristiken des Störkörpers zu schließen und dies bei der Modellierung zu berücksichtigen.

3D-Modellierungsprogramm

Für die nachfolgenden Modellrechnungen stand ein 3D-Programm von Prof. Weidelt (Braunschweig) zur Verfügung. In diesem Integralgleichungsprogramm wird der Untergrund durch einen eben geschichteten Halbraum und, darin eingebettet, einen endlichen anomalen Bereich approximiert (Weidelt, 1986a). Dieser Bereich hat die Form eines Würfels, der in alle Raumrichtungen diskretisiert ist. Hinsichtlich der Beschreibung der Strom- und Potentialkabel ähnelt das Programm dem 1D-Programm (Kap. 3.2).

Die Berechnung von 3D-Modellen erwies sich, trotz des Einsatzes eines leistungsfähigen PC, als sehr zeitaufwändig. Das Programm ist aus diesem Grund nicht zur routinemäßigen Modellierung von Feldmessdaten geeignet.

3D-Fallbeispiel

Ein würfelförmiger Störkörper mit einer Kantenlänge von 15 Metern sei in einem homogen leitenden Halbraum eingebettet (Abb. 3.3.1). Der mit seiner Oberkante in 2 m Tiefe liegende Körper weist einen deutlich niedrigeren spezifischen Widerstand (10Ω) auf als seine Umgebung ($100 \Omega m$). Eine Schlumberger Messanordnung befindet sich an der Erdoberfläche, seitlich versetzt zum Körper.

Abbildung 3.3.2 zeigt die für Frequenzen bis 1 MHz zu erwartenden Sondierungskurven. Bei Auslageweiten $L/2 > 10 m$ ist der scheinbare spezifische Gleichstromwiderstand, als Folge der durch den Störkörper verursachten lokalen Verzerrungen des elektrischen Feldes, konstant niedriger als der Halbraumwiderstand. In Unkenntnis der Existenz des Störkörpers wäre von einem eben geschichteten Untergrund auszugehen. Im konkreten Fall würde die Inhomogenität mit einer geringmächtigen Deckschicht mit $100 \Omega m$ und einem Halbraum mit einem etwas kleineren spezifischen Widerstand ($\sim 88 \Omega m$) gut angepasst werden können. Der Verlauf der durch EM-Effekte stark anwachsenden Widerstände und Phasen lässt sich kaum von denen im 1D-Fall unterscheiden. Wird jedoch außer der zur Messauslage parallelen Horizontalkomponenten des E-Feldes auch die orthogonale berücksichtigt, dann können zwei neue Parameter berechnet werden, die die Existenz von lateralen Inhomogenitäten deutlich anzeigen.

Drehwinkel

Der Drehwinkel (Abb. 3.3.3, links) beschreibt die Abweichung der Stromflussrichtung gegenüber der im homogenen Halbraum. Sie ist eine Funktion der Auslagenweite und der Frequenz. Der Störkörper wird ab etwa $L/2=10 m$ erfasst und führt im Gleichstromfall ab $L/2=100 m$ zu einem konstanten Drehwinkel von 9° . Die randlichen Begrenzungen des Störkörpers widerspiegeln sich in den frequenzabhängigen Linienverdichtungen.

Elliptizität

Die Elliptizität (Abb. 3.3.3, rechts) ist eine Konsequenz unterschiedlicher Phasen in den Horizontalkomponenten des scheinbaren spezifischen Widerstandes. Sie verschwindet im Gleichstromfall, da dann auch die elektromagnetischen Erscheinungen verschwinden.

Das Stromsystem wird in Folge der Selbstinduktion in die obersten Erdschichten verdrängt, so dass es den unter einer 2 m mächtigen Überdeckung liegenden Störkörper zunehmend weniger erfasst. Beide Parameter nehmen aus diesem Grund zu hohen Frequenzen hin wieder ab.

Die Modellrechnung zeigt, dass die Messung und Auswertung elektromagnetischer Effekte in dem Frequenzbereich bis $>10\text{ kHz}$ gut geeignet ist, um laterale Inhomogenitäten nachzuweisen und zu charakterisieren. Der Messfortschritt mindert sich hierdurch kaum, da lediglich eine zusätzliche (orthogonale) Sondenstrecke und Messungen bei höheren Frequenzen erforderlich sind.

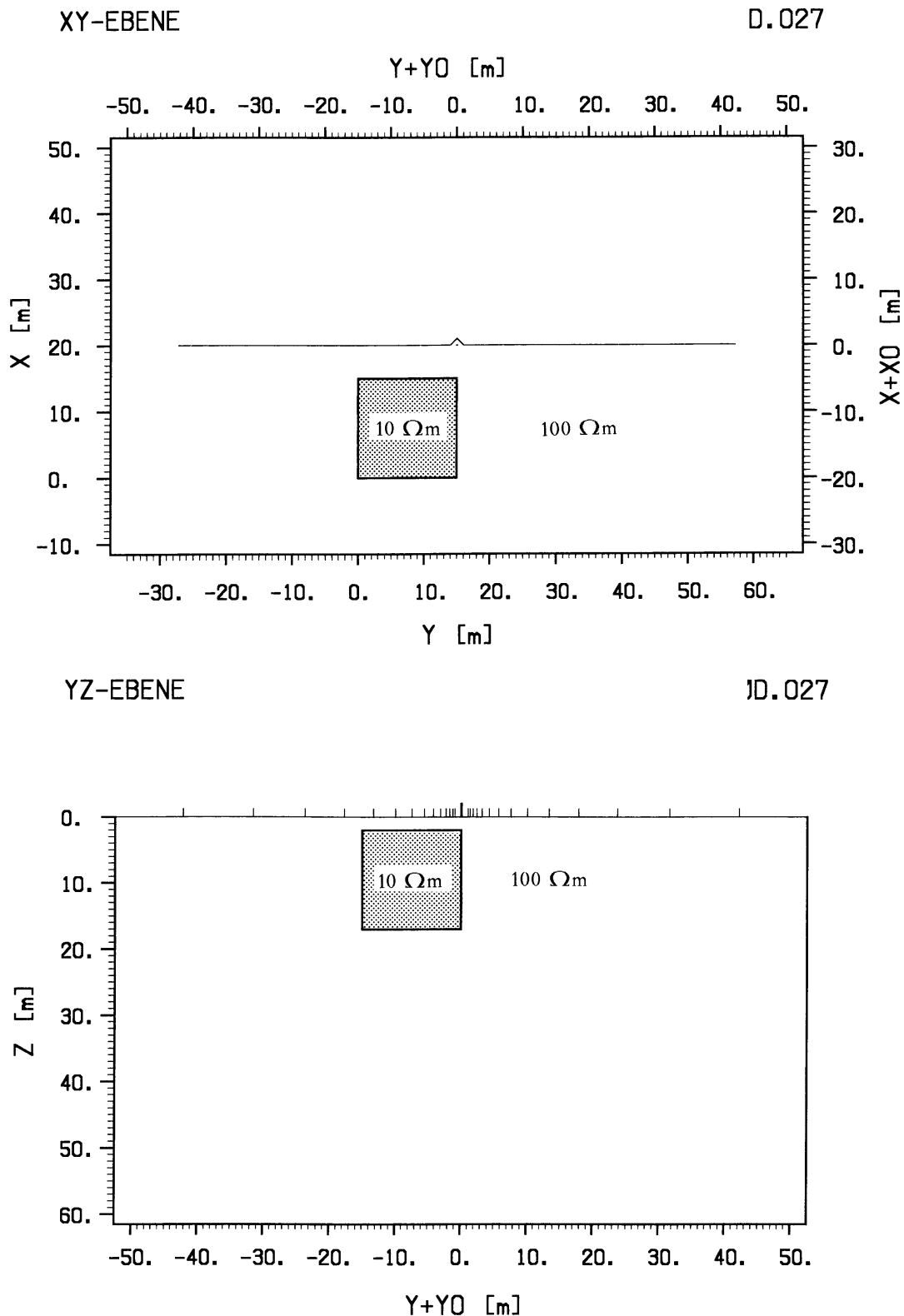


Abb. 3.3.1: Modell für eine oberflächennahe elektrisch gut leitende dreidimensionale Inhomogenität. Der würfelförmige Störkörper ist unter einer geringmächtigen Überdeckung in einem unpolarisierbaren Halbraum geringerer Leitfähigkeit eingebettet. Oben: Lage der Schlumberger-Messanordnung (einschließlich der Kabelführung) und des Störkörpers in der Draufsicht. Unten: Lage des Störkörpers in der Seitenansicht.

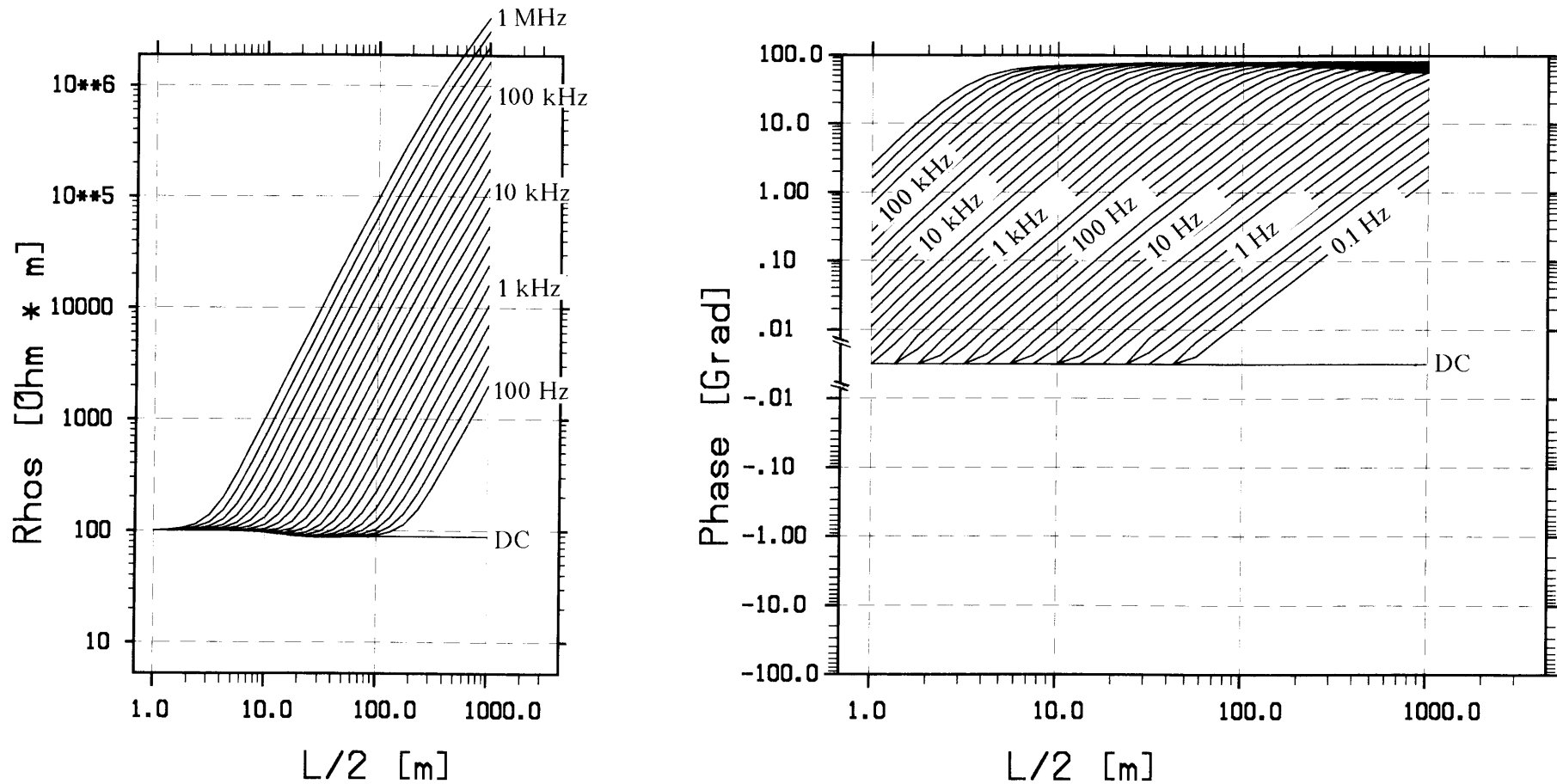


Abb. 3.3.2: Theoretische Sondierungskurve (Schlumberger Konfiguration) für das in Abbildung 3.3.1 dargestellte 3D-Modell. In Folge der elektromagnetischen Kopplung zwischen den Strom- und Sondenkabeln und deren Abhängigkeit von der Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund, wachsen die scheinbaren spezifischen Widerstände, beginnend mit den hohen Frequenzen, zu größeren Auslageweiten übersteil an. Der Störkörper verzerrt das elektrische Dipolfeld im Bereich der Sonden und täuscht dadurch eine ebene Schichtung des Untergrundes vor (Gleichstromverzerrung).

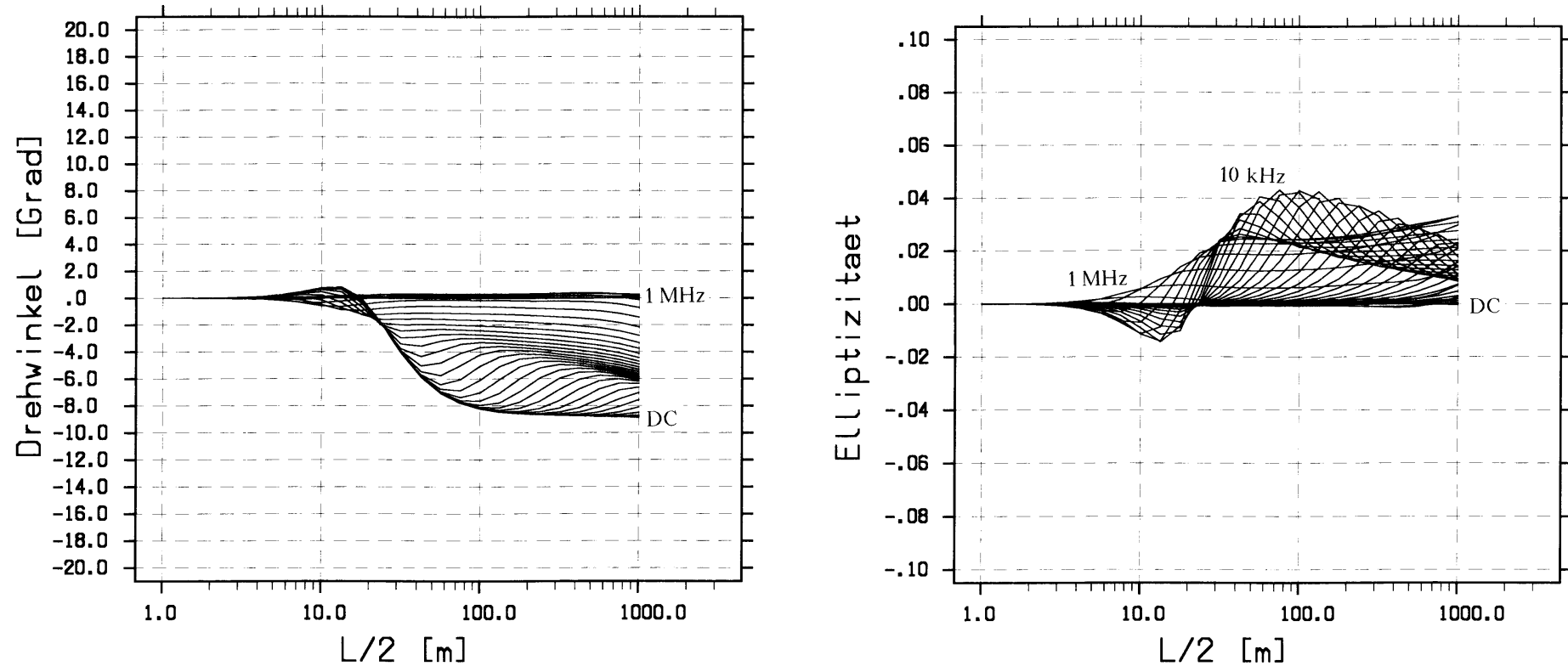


Abb. 3.3.3: Theoretisch zu erwartende Drehung und Elliptizität des vom eingespeisten Wechselstrom herrührenden Feldes, als Funktion der Auslagenweite L und der Frequenz für das in Abbildung 3.3.1 dargestellte Untergrundmodell. Die Elliptizität ist Folge unterschiedlicher Phasen in den Horizontalkomponenten des elektrischen Feldes. Die Eigenschaft, dass der Drehwinkel und die Elliptizität im eben geschichteten Untergrund verschwinden, macht sie zu sicheren Indikatoren für das Vorhandensein lateraler Inhomogenitäten.

4. Statistische Verfahren zur Widerstandsschätzung

4.1 Klassische Ausgleichsrechnung

4.1.1 Modellvorstellung

Nach Gleichung 2.5.2.2 stehen der spezifische elektrische Widerstand und die Impedanz in linearer Beziehung. Der reelle Proportionalitätsfaktor K ist entsprechend seiner Definition nur von der Lage der vier Elektroden abhängig und damit genau bekannt. Folglich genügt es zur Widerstandsschätzung ein Verfahren anzugeben, mit dem die Impedanz aus den gemessenen zeitlichen Variationen von Stromstärke und Spannung bestimmt werden kann.

Nach Gleichung 2.5.2.1 ist die Impedanz definiert als der komplexwertige Quotient aus Spannung und Strom. Fasst man hingegen die Impedanz als Proportionalitätsfaktor zwischen Strom und Spannung auf, dann offenbart sich eine einfache lineare Input/Output Relation zwischen Strom und Spannung:

$$U(\omega) = Z(\omega) I(\omega). \quad (4.1.1.1)$$

Die Erfahrung zeigt, dass die gemessene Spannung stärker fehlerbehaftet ist als der Strom. Zur Bestimmung der Impedanz samt eines Vertrauensbereichs ist daher eine lineare Ausgleichsrechnung angeraten.

Im Folgenden sollen die bisherigen einfachen Vorstellungen etwas genauer hinterfragt werden. Abbildung 4.1.1.1 gibt hierzu die Bestandteile des Modells und die wechselseitigen Beziehungen wieder.

Die Annahme, dass die Impedanz des Erdbodens während der Messung zeitlich konstant und bei der üblicherweise im Feld erzielten Stromdichte von dieser unabhängig ist, wird sicher in den meisten Fällen erfüllt. Ausnahmen sind hingegen bei Labormessung zu erwarten (Kap. 7). Die Hauptursachen für Instationarität sind temperaturbedingte, chemische und strukturelle Veränderungen im Probenmaterial. Darüber hinaus können bei hinreichend hohen Stromdichten j an polarisierbaren Materialien Nichtlinearitäten auftreten (Kap. 7.5).

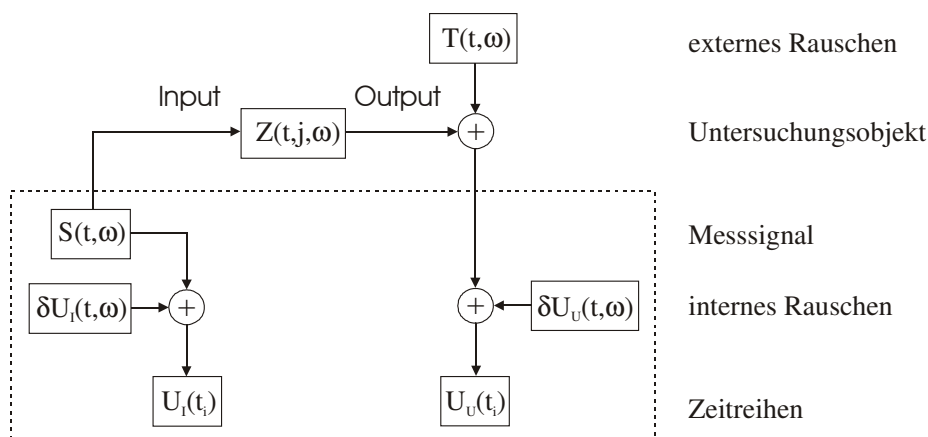


Abb. 4.1.1.1: Vereinfachtes Modell der Signalflüsse und Fehlerquellen, die auf die Impedanzschätzung einen Einfluss ausüben. Der gestrichelte Rahmen kennzeichnet die internen Anteile eines Messgerätes.

Zur Strommessung wird der hierzu proportionale Spannungsabfall $U_I(t)$ über einem im Stromkreis liegenden bekannten Shunt Widerstand R^* (R^* ist keine konjugiert komplexe Variable) registriert. Dieser muss in hohem Maß Zeit-, Temperatur-, Frequenz- und Stromdichteninvariant sein, wenn systematische Fehler vermieden werden sollen. Im betrachteten Frequenzbereich ist das thermisch bedingte Rauschen frequenzinvariant. Kleine Widerstandswerte verringern dieses Rauschen – gleichzeitig aber auch den Nutzsignalpegel. Die thermisch bedingte Streuung der Strommessung genügt einer Normalverteilung.

Die zeitlichen Variationen von Strom und Spannung gilt es möglichst synchron (Kap. 5.2.4) zu registrieren und in Form von Zeitreihen $U_U(t_i)$ und $U_I(t_i)$ zu speichern.

Von allen zufälligen Fehlerquellen, die die Impedanzschätzung beeinflussen, sind die Störsignale, die sich der Nutzsignalspannung überlagern, die bedeutsamsten. Neben den internen gerätebedingten Störspannungen ($\delta U_U(t), (\delta U_I(t))$) überlagern externe (tellurische) Störspannungen $T(t)$ das Messsignal. Auch die Potentialsonden können Störspannungen produzieren.

Die Eigenschaften der verschiedenen Störspannungen wechseln sowohl von Messort zu Messort, als auch mit der Tageszeit. Als erste Arbeitshypothese gehen wir jedoch von besonders günstigen Eigenschaften der Streuung der Messwerte aus (Kap. 4.1.2). Spezifische Abweichungen von den Annahmen werden in den Kapiteln 4.1.7 – 4.1.9 und 4.2 behandelt.

4.1.2 Annahmen über die statistischen Eigenschaften der Signale

- $Z(\omega)$ sei stationär

Die Impedanz des Untersuchungsobjekts nehmen wir als nur von der Frequenz abhängig an. Obwohl zeitliche Variationen und eine Stromdichteabhängigkeit Quelle weiterer Informationen sein können, soll dies hier zunächst ausgeschlossen werden.

- 2D normalverteilt

Die Störspannungen $\delta U_U^i, \delta U_I^i, \delta T^i$ besitzen einen Real- und einen Imaginärteil. Diese sind nicht miteinander korreliert ($\gamma(Re, Im) = 0$) und ihre Varianzen sind gleich groß ($\sigma_{Re} = \sigma_{Im}$). Die Mittelwerte aller Komponenten verschwinden ($\mu = 0$).

- $\gamma(\delta U_U, \delta U_I) = \gamma(\delta U_U, T) = \gamma(\delta U_I, T) = 0$

Die unterschiedlichen Störspannungstypen des Messgerätes sind nicht miteinander korreliert.

- $\sigma_U = \sigma_I \ll \sigma_T$

Die Varianzen der internen Störspannungen sind gleich groß und zugleich signifikant viel kleiner als die der Externen.

4.1.3 Schätzung des spezifischen Widerstandes

Ausgangspunkt sind dabei die zeitgleich registrierten Variationen von eingespeistem Strom und gemessener Spannung. Diese seien frei von unerwünschten Signalanteilen (Kap. 4.1.8) und in N gleich lange Abschnitte zerlegt. Aus diesen Teilzeitreihen werden die im Folgenden betrachteten Fourier-Koeffizientensätze gewonnen. Die Methoden der Zeitreihenverarbeitung und Fourier-Koeffizientengewinnung werden im Kapitel 5 beschrieben.

Die so bestimmten je N komplexwertigen Fourier-Koeffizienten der Spannung U^i und des Stroms I^i seien:

$$U^i(f_j) = U_a^i(f_j) + i U_b^i(f_j) \quad I^i(f_j) = I_a^i(f_j) + i I_b^i(f_j)$$

Hierbei indiziert i die Teilzeitreihe und j die Frequenz. Im weiteren wird jedoch auf die explizite Angabe der Frequenz verzichtet soweit dies nicht zu Mehrdeutigkeiten führt.

Ausgehend vom Ohm'schen Gesetz und unter Einbeziehung eines Störspannungsterms δU^i , kann für jede Teilzeitreihe folgender univariate Ansatz gemacht werden:

$$U^i = Z I^i + \delta U^i \quad \rightarrow \quad \delta U^i = U^i - Z I^i \quad (4.1.3.1)$$

Dabei wird angenommen, dass der Störterm im Wesentlichen das innere und das äußere Störsignal beschreibt.

$$\begin{aligned} \delta U^i &= (\delta U_a^i + i \delta U_b^i) \\ &= (U_a^i - Z_a I_a^i + Z_b I_b^i) + i (U_b^i - Z_a I_b^i - Z_b I_a^i) \end{aligned} \quad (4.1.3.2)$$

Zur bestmöglichen linearen Vorhersage der Spannung aus dem gemessenen Strom muss die Summe der quadratischen Abweichungen minimiert werden:

$$\sum_{i=1}^N |\delta U^i|^2 \rightarrow \text{Minimum} \quad (4.1.3.3)$$

Das bedeutet aber, dass ein optimales Z bestimmt ist, wenn die partiellen Ableitungen verschwinden:

$$\frac{\partial}{\partial Z_a} \sum_{i=1}^N |\delta U^i|^2 = 0 \quad \frac{\partial}{\partial Z_b} \sum_{i=1}^N |\delta U^i|^2 = 0 \quad (4.1.3.4a, b)$$

$$|\delta U^i|^2 = (\delta U_a^i)^2 + (\delta U_b^i)^2 \quad (4.1.3.5)$$

Einsetzen von Gleichung 4.1.3.2 und 4.1.3.5 in Gleichung 4.1.3.4a und b liefert:

$$2 \sum (U_a^i * \frac{\partial}{\partial Z_a} \delta U_a^i + \delta U_b^i * \frac{\partial}{\partial Z_b} \delta U_b^i) = \sum (\delta U_a^i I_a^i + \delta U_b^i I_b^i) = 0 \quad (4.1.3.6a)$$

$$2 \sum (U_a^i * \frac{\partial}{\partial Z_b} \delta U_a^i + \delta U_b^i * \frac{\partial}{\partial Z_b} \delta U_b^i) = \sum (\delta U_a^i I_b^i - \delta U_b^i I_a^i) = 0 \quad (4.1.3.6b)$$

Das Ergebnis der komponentenweisen Ableitungen kann zu einem komplexwertigen Term zusammengefasst werden:

$$\sum [(\delta U_a^i I_a^i + \delta U_b^i I_b^i) + i(-\delta U_a^i I_b^i + \delta U_b^i I_a^i)] = \sum \delta U^i I^{i*} = 0 \quad (4.1.3.7)$$

Andererseits kann der Ansatz (Gln. 4.1.3.1) mit I^{i*} (konjugiert komplex zu I^i) erweitert und über alle Teilzeitreihen aufsummiert werden. Nach Gleichung 4.1.3.7 muss das Ergebnis verschwinden:

$$\sum \delta U^i I^{i*} = \sum U^i I^{i*} - Z \sum I^i I^{i*} = 0 \quad (4.1.3.8)$$

Hieraus folgt die Bestimmungsgleichung für Z im Sinne der Ausgleichsforderung (4.1.3.3):

$$Z = \frac{\sum U^i I^{i*}}{\sum I^i I^{i*}} \quad (4.1.3.9)$$

Die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung erhalten wir aus Gleichung 4.1.3.9:

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{Z_b}{Z_a} \right) \quad (4.1.3.10)$$

Im Folgenden wird das Skalarprodukt $[,]$ in einer um den Normierungsfaktor N von der üblichen Form (Kao et al., 1977) abweichenden Weise definiert.

$$[X, Y^*] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X^i Y^{i*} \quad (4.1.3.11)$$

Hierdurch wird das Powerspektrum unabhängig von der Anzahl der Realisationen N und die Bestimmungsgleichung 4.1.3.9 lässt sich in einer kompakteren Form angeben:

$$Z = \frac{[U, I^*]}{[I, I^*]} = \frac{|[U, I^*]|}{\sqrt{[U, U^*][I, I^*]}} \sqrt{\frac{[U, U^*]}{[I, I^*]}} e^{i\varphi} = \gamma(U, I) \sqrt{\frac{[U, U^*]}{[I, I^*]}} e^{i\varphi} \quad (4.1.3.12)$$

Es zeigt sich, dass die Impedanz nicht nur vom komplexwertigen Amplitudenverhältnis, sondern auch von der Kohärenz zwischen Spannung und Strom abhängt. Mit der oben gewählten Definition lässt sich als Eigenschaft der Kohärenz $\gamma \in [0, 1]$ angeben.

Die Kohärenz fungiert in Gleichung 4.1.3.12 als Gewichtungsfaktor, der die im Autospektrum der Spannung $[U, U^*]$ enthaltenen Rauschteile kompensiert.

4.1.4 Schätzung des Signal- zu Rauschverhältnisses

Die mittlere quadratische Abweichung s^2 sei:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum |\delta U^i|^2$$

Nach teilweiser Substitution mit Gleichung 4.1.3.2 folgt:

$$\begin{aligned}
s^2 &= \frac{1}{N} \sum \{ \delta U_a^i (U_a^i - Z_a I_a^i + Z_b I_b^i) + \delta U_b^i (U_b^i - Z_a I_b^i - Z_b I_a^i) \} \\
&= \frac{1}{N} \left\{ \sum (\delta U_a^i U_a^i + \delta U_b^i U_b^i) - Z_a \sum (\delta U_a^i I_a^i + \delta U_b^i I_b^i) + Z_b \sum (\delta U_a^i I_b^i - \delta U_b^i I_a^i) \right\}
\end{aligned}$$

und unter Berücksichtigung von Gleichung 4.1.3.6a und 4.1.3.6b schließlich:

$$s^2 = [\delta \mathbf{U}, \mathbf{U}^*]_{\text{Re}} \quad (4.1.4.1)$$

Andererseits kann Gleichung 4.1.3.1 mit \mathbf{U}^{i*} erweitert werden. Die anschließende Summation über alle Realanteile führt zu dem gleichen Ausdruck:

$$[\delta \mathbf{U}, \mathbf{U}^*]_{\text{Re}} = ([\mathbf{U}, \mathbf{U}^*] - Z [\mathbf{U}, \mathbf{I}^*])_{\text{Re}} \quad (4.1.4.2)$$

Gleichsetzen der Gleichungen 4.1.4.1 und 4.1.4.2 liefert:

$$s^2 = ([\mathbf{U}, \mathbf{U}^*] - Z [\mathbf{U}, \mathbf{I}^*])_{\text{Re}}$$

Die Substitution von Z mit Gleichung 4.1.3.12 führt schließlich zu:

$$s^2 = [\mathbf{U}, \mathbf{U}^*] (1 - \gamma^2(\mathbf{U}, \mathbf{I})) = [\mathbf{U}, \mathbf{U}^*] - [\mathbf{U}, \mathbf{U}^*] \gamma^2(\mathbf{U}, \mathbf{I}) \quad (4.1.4.3)$$

Der letzte Term in Gleichung 4.1.4.3 kann als der mit dem Strom korrelierende Anteil in \mathbf{U} identifiziert werden. Hiermit kann das gesuchte Signal- zu Rauschverhältnis angegeben werden:

$$\left(\frac{S}{R} \right)^2 = \frac{[\mathbf{U}, \mathbf{U}^*] \gamma^2(\mathbf{U}, \mathbf{I})}{s^2} = \frac{\gamma^2(\mathbf{U}, \mathbf{I})}{1 - \gamma^2(\mathbf{U}, \mathbf{I})} \quad (4.1.4.4)$$

4.1.5 Schätzung des Vertrauensbereichs

Die Impedanz Z stellt nur eine Schätzung des wahren Wertes dar. Wir können sie in der komplexen Ebene auftragen (Abb. 4.1.5.1) und wollen klären, wie weit dieser Wert vom Wahren entfernt ist. Aus der Bestimmungsgleichung von Z können wir ersehen, dass Z aus einer Mittelung über die Produkte der Fourier-Koeffizienten hervorgeht. Für den Fourier-Koeffizienten wurde angenommen:

- Die Real- und die Imaginärkomponenten von U bzw. I sind unkorreliert
- Die Komponenten genügen einer Normalverteilung
- Die Varianzen der Real- und Imaginärkomponenten von U bzw. I sind paarweise gleich groß

Also genügen die Koeffizienten einer 2D-Normalverteilung. Die hieraus berechneten Auto- und Kreuzspektren genügen dann einer Chi-Quadrat Verteilung und die Impedanz Z schließlich einer Fischer-Verteilung.

Bendat et al. (1971) geben für die Größe des Vertrauensbereich ΔZ an:

$$\Delta Z^2 = \frac{2}{N-2} F(n_1, n_2, \alpha) \frac{Z^2}{(S/R)^2} = \frac{2}{N-2} F(n_1, n_2, \alpha) (1 - \gamma(\mathbf{U}, \mathbf{I})) \frac{[\mathbf{U}, \mathbf{U}^*]}{[\mathbf{I}, \mathbf{I}^*]} \quad (4.1.5.1)$$

Der Vertrauensbereich hat in der komplexen Ebene die Gestalt einer Kreisfläche. Hieraus folgt dann sofort, dass der Vertrauensbereich des Winkels ebenso wie der des Real- und Imaginärteils keine unabhängigen Größen sind, sondern eindeutig durch den Kreisradius ΔZ bestimmt:

$$\Delta\varphi = \sin^{-1}\left(\frac{\Delta Z}{|Z|}\right) \qquad \Delta Z_{RE} = \Delta Z_{IM} = \Delta Z \qquad (4.1.5.2)$$

Der Fehler ΔZ hängt u.a. vom gegebenen Signal zu Rauschverhältnis, der gewünschten Wahrscheinlichkeit $(1-\alpha)$ mit der der Schätzwert innerhalb des Vertrauensbereichs liegen soll und dem Freiheitsgrad N , also der Anzahl an Teilzeitreihen, die in das Ergebnis einfließen, ab. Die Bedeutung von n_1 und n_2 wird im Kapitel 4.3.1.4 erläutert.

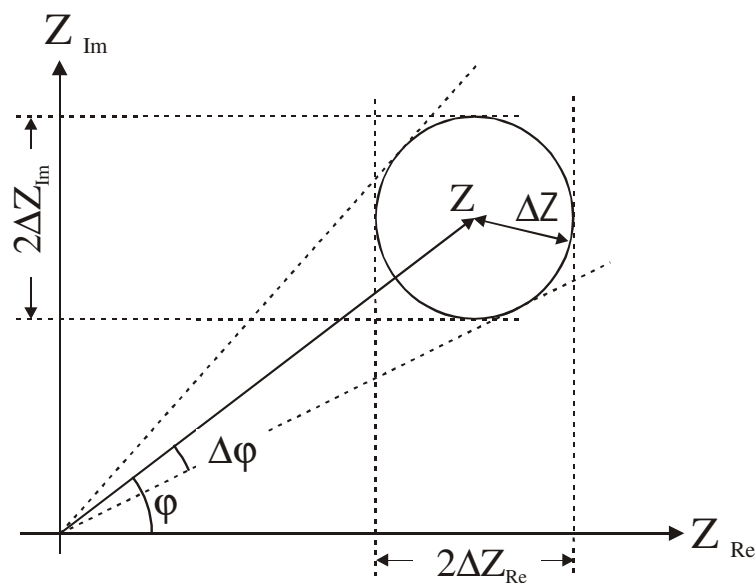


Abb. 4.1.5.1: Darstellung der Impedanz Z und des zugehörigen Vertrauensbereichs in der komplexen Ebene.

Z : Schätzwert der Impedanz

ΔZ : Radius des Vertrauensbereichs

$\Delta\varphi$: Vertrauensbereich des Winkels

4.1.6 Überprüfung der Annahmen über die statistischen Eigenschaften der Daten

Die im Kapitel 4.1.2 getroffenen Annahmen über die statistischen Eigenschaften der Daten sollen nachfolgend exemplarisch überprüft werden. Nur wenn diese Tests positiv ausfallen, ist die Schätzung des Mittelwertes biasfrei und der Mittelwert liegt mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit innerhalb eines aus der Streuung berechneten Vertrauensbereichs.

Die drei Fallbeispiele wurden bei einer Messfrequenz von 0.15 Hz bzw. 1.47 Hz gewonnen. Diese Frequenzen wurde gewählt, da sie einerseits häufig für Widerstandsondierungen verwendet werden, andererseits etwa in der Mitte des IP-Spektrums liegen. Das Registrier- und Signalverarbeitungsschema entsprach dem im vorherigen Kapitel beschriebenen.

Die nachfolgenden drei unter Laborbedingungen gemessenen Datensätze,

- 2-Punkt Messung an 100 Ω Widerstand,
- 4-Punkt Messung an einer mit Wasser gefüllten Messzelle,
- 4-Punkt Messung an einer mit stark polarisierbarem Probenmaterial befüllten Messzelle

sind bis zu einem bestimmten Grad auch für Feldbedingungen repräsentativ.

Die Messung am Widerstand (Abb. 4.1.6.1) gibt Auskunft über die unter besonders günstigen Umständen angetroffene Störspannungssituation. Der statistische Messfehler wird nur vom Messgerät selbst und von den Störfeldern, die über die Messleitungen gelangen, bestimmt. Es zeigt sich, dass die Streuung der Messdaten stationär ist und in guter Näherung einer Gauß-Verteilung entspricht. Das trifft sowohl auf die Fourier-Koeffizienten des registrierten Stromsignals, als auch auf die des Spannungssignals zu. Die Streuung beider Messkanäle ist gleich stark. Hieraus folgt, dass die internen nicht klein gegen die externen Störspannungen sind. In Kapitel 4.1.7 wird die Frage untersucht, welche Auswirkungen dies auf die Ausgleichsrechnung hat.

Die Messungen an einer Messzelle werden zusätzlich vom Verhalten der Ankoppelwiderstände bestimmt. (Abb. 4.1.6.2) zeigt, dass der Strom durch den Probenhalter bereits innerhalb der relativ kurzen Messzeit von 21.8 Sekunden stetig um 0.2% zunimmt. Hierfür verantwortlich ist jedoch nicht das Wasser, sondern der Metall/Elektrolyt-Übergangswiderstand. Andernfalls wäre die Impedanz ebenfalls zeitabhängig. Letztere genügt damit den in Kapitel 4.1.2 getroffenen Annahmen. Bei niedrigeren Frequenzen (größeren Messzeiten) kann die Impedanz zeitabhängig werden, wenn der Probenhalter Temperaturschwankungen unterliegt.

Messungen an stark polarisierbarem elektronenleitendem Probenmaterial führen bereits bei geringen Stromdichten zu einer instationären Impedanz. Abbildung 4.1.6.3 zeigt, dass die Impedanz zunächst stark, dann immer schwächer zunimmt. Bei dieser Probe erweist sich die Phase als weitgehend zeitinvariant. Eine verlässliche Fehlerschätzung ist nicht möglich.

In allen Fällen hat sich das berechnete Vertrauensintervall als zu klein erwiesen. Es schließt im Mittel nur etwa 50% der Messwerte ein. Möglich wäre, dass jeweils benachbarte Zeitabschnitte nicht, wie angenommen, unkorreliert sind. Modellrechnungen an unkorrelierten synthetischen Daten haben diese Vermutung jedoch nicht bestätigt. Als geeignet erweist sich hingegen das zwei Sigma Intervall. Zu erwarten wären hingegen 95% der Messwerte, tatsächlich sind es jedoch nur etwa 85%. Eine mögliche Ursache könnte eine nicht Gauß-Verteilung sein.

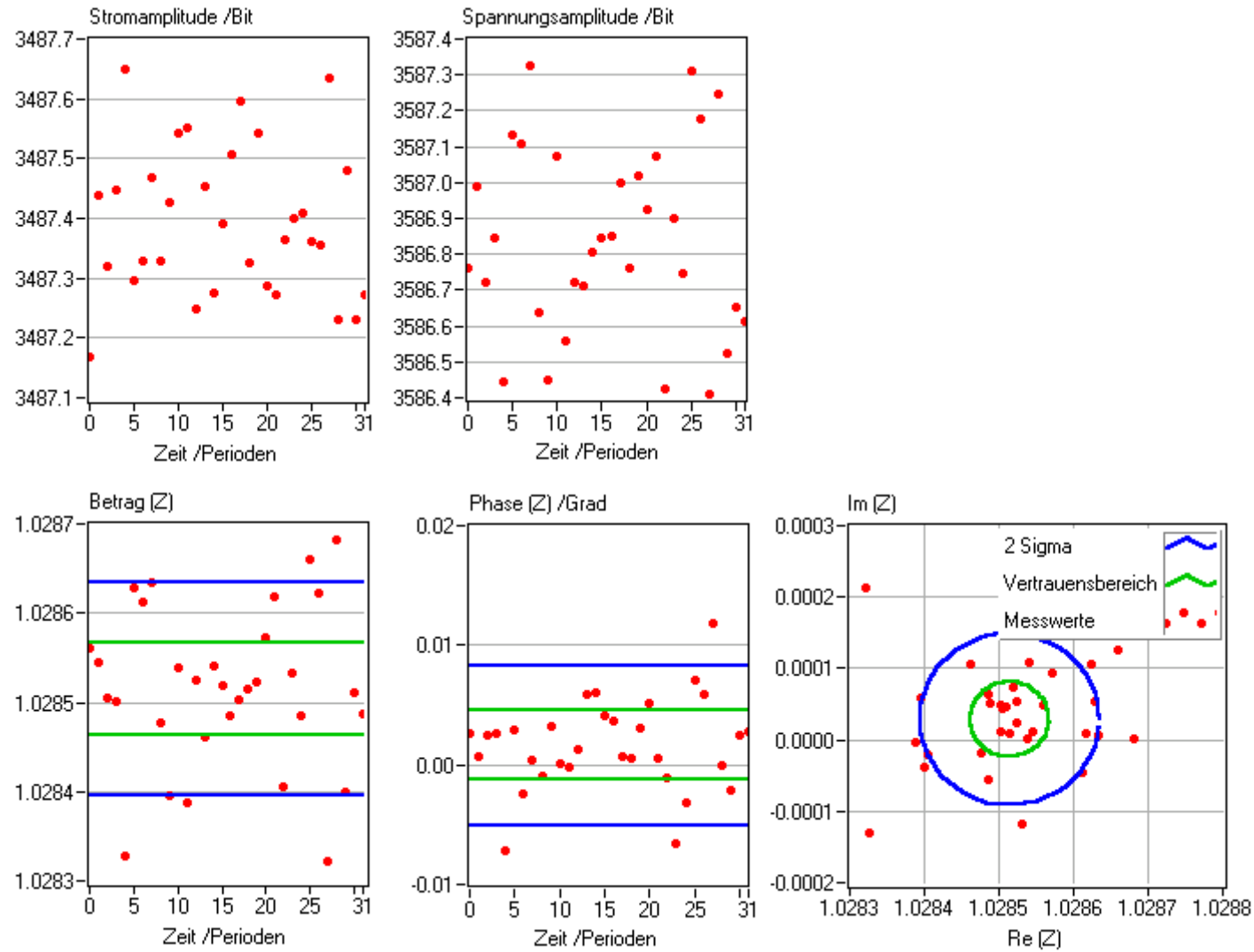


Abb. 4.1.6.1: 2-Punkt Impedanzmessung an einem elektronischen Widerstand von 100 Ohm.

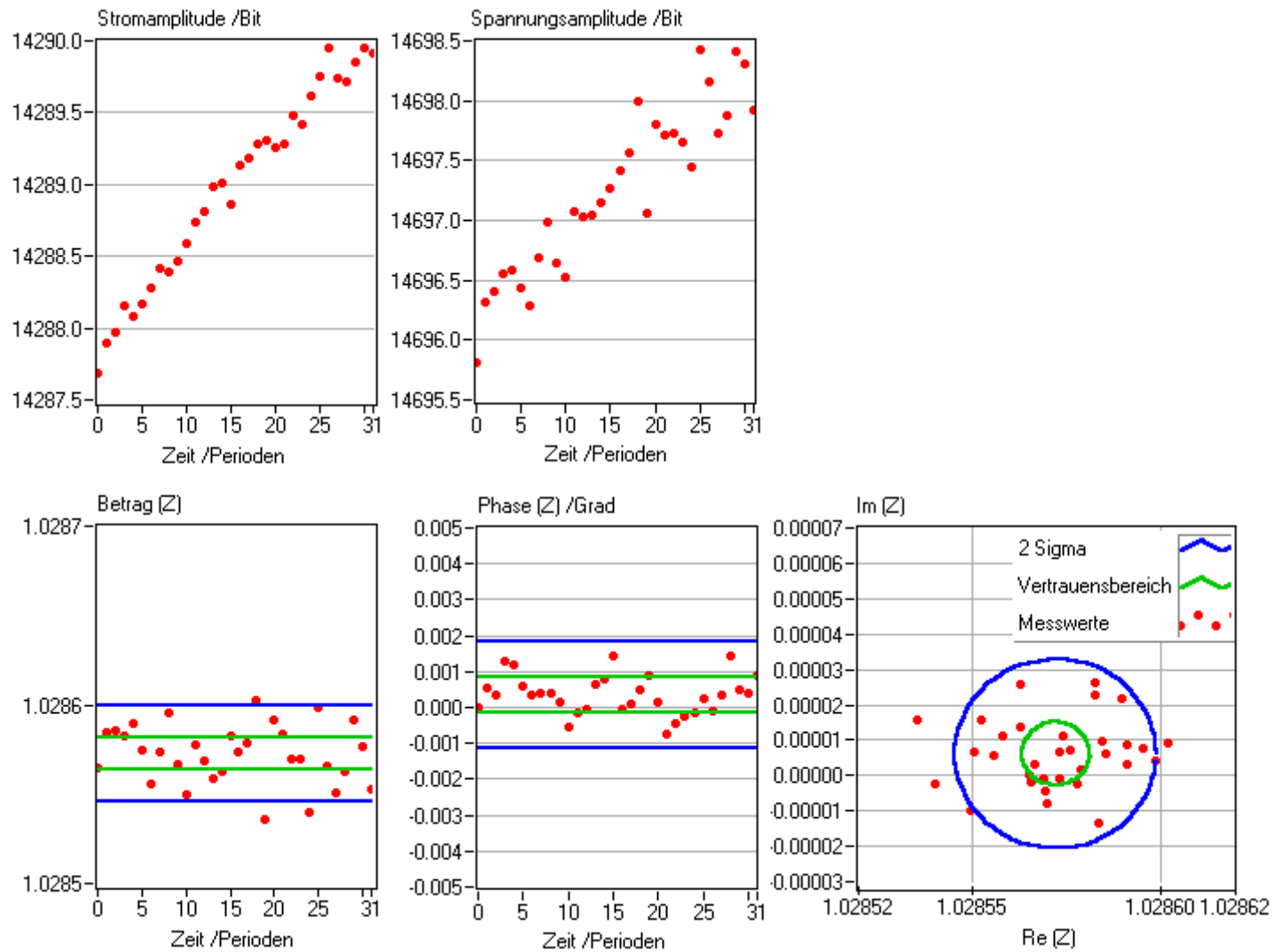


Abb. 4.1.6.2: 4-Punkt Impedanzmessung an einer Wasser gefüllten Messzelle (Probenhalter wie in Kapitel 7.2 beschrieben).

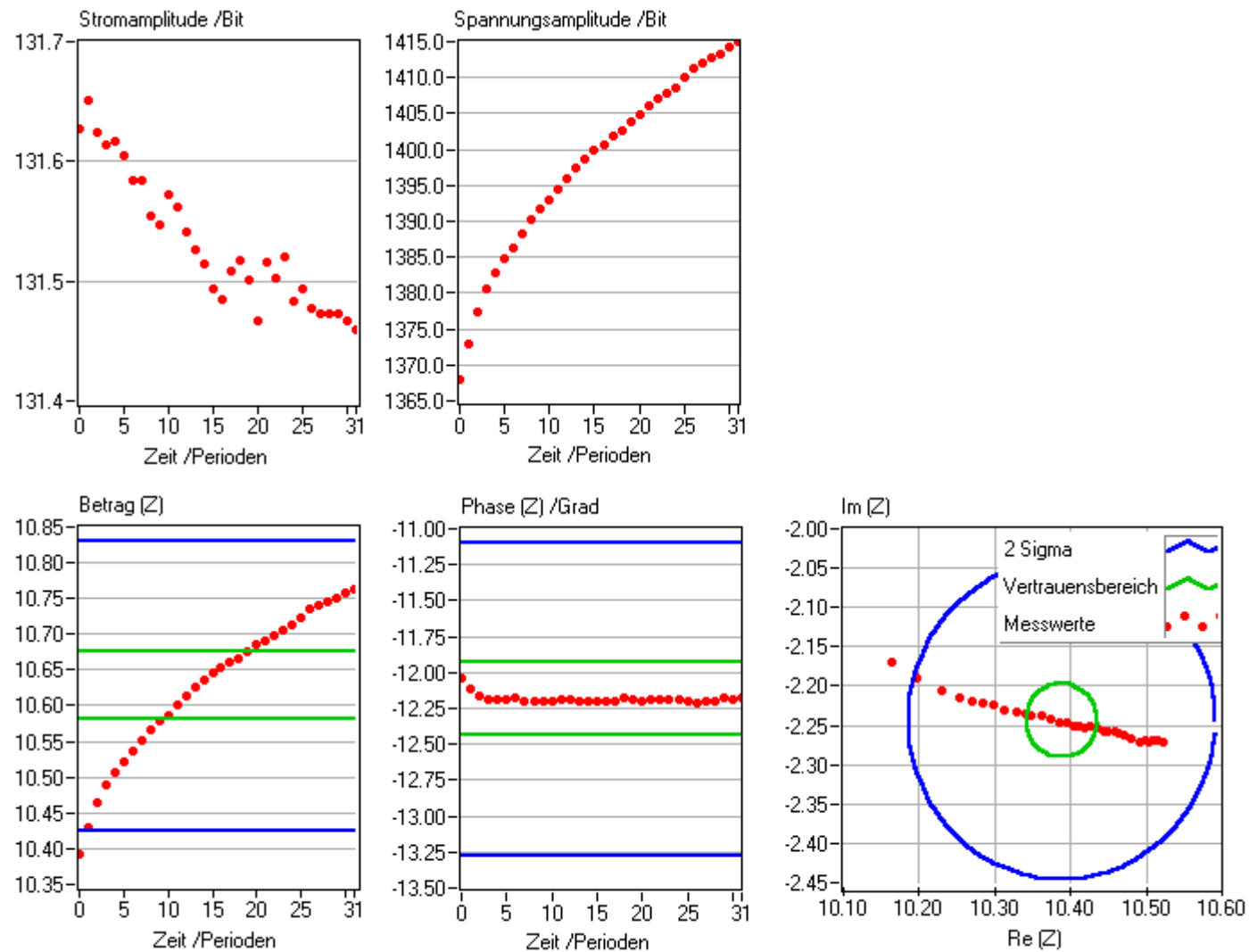


Abb. 4.1.6.3: 4-Punkt Impedanzmessung an einer mit Pyrit gefüllten und mit Wasser gesättigten Messzelle (Probenhalter wie in Kapitel 7.2).

4.1.7 Auswirkungen von Eingangsrauschen auf die Impedanzschätzung

Im Folgenden wird angenommen, dass nicht nur die gemessene Spannung, sondern auch der Strom I_M^i von einem Rauschen δI^i überlagert ist. Herkunft des Rauschens sei das Messgerät selbst. Wir nehmen weiter an, dass keiner der beteiligten Rauschterme (δI^i , δU^i) vernachlässigbar klein ist. Bezeichnen wir mit dem Index „w“ den ungestörten „wahren“ Messwert, so können wir folgende Beziehungen angeben:

$$U_M^i = U_W^i + \delta U^i \quad I_M^i = I_W^i + \delta I^i \quad (4.1.7.1a, b)$$

Setzt man dies in das Ohmsche Gesetz ein und fasst die Rauschterme zusammen, dann gelangt man zu einem Ausdruck, der formal identisch ist mit dem ohne Eingangsrauschen.

$$U_M^i = Z_W I_M^i - (Z_W \delta I^i - \delta U^i) \quad (4.1.7.2)$$

Die Bestimmungsgleichung für Z_M muss dann formal ebenso unverändert sein:

$$Z_M = \frac{[U, I^*]}{[I, I^*]} \quad (4.1.7.3)$$

Setzt man die Gleichungen 4.1.7.1a und 4.1.7.1b in Gleichung 4.1.7.2 ein, so erhält man:

$$Z_M = \frac{[U_W, I_W^*] + [\delta U, I_W^*] + [U_W, \delta I^*] + [\delta U, \delta I^*]}{[I_W, I_W^*] + 2[\delta I, I_W^*] + [\delta I, \delta I^*]} \quad (4.1.7.4)$$

Da die Rauschterme nicht mit dem wahren Strom- bzw. dem Spannungssignal korreliert sind, verschwinden alle gemischten Terme für große N :

$$Z_M = \frac{[U_W, I_W^*]}{[I_W, I_W^*] + [\delta I, \delta I^*]} \quad (4.1.7.5)$$

Vergleicht man die Bestimmungsgleichung 4.1.7.5 mit der Gleichung 4.1.3.12, dann zeigt sich, dass ein Rauschen im Eingangskanal (Strom), anders als ein Rauschen im Ausgangskanal (Spannung), Einfluss auf den Schätzwert nimmt. Folge dieses Einflusses ist eine systematische Unterschätzung des Betrages der Impedanz.

Die relative Stärke der Verzerrung δZ_B kann quantifiziert werden:

$$\frac{Z_W}{Z_M} = 1 + \frac{[\delta I, \delta I^*]}{[I_W, I_W^*]} \quad \delta Z_B := \frac{Z_W}{Z_M} - 1 = \left(\frac{|\delta I|}{|I_W|} \right)^2 \quad (4.1.7.6)$$

Demnach wächst diese mit dem Quadrat der mittleren Streuung $|\delta I|$ an.

Bedeutsam ist die Verzerrung jedoch nur bei sehr kleinen Auslageweiten. Nur dann ist sowohl der Messstrom als auch der statistische Fehler von Z am geringsten. Folglich ist der systematische Fehler am größten und gegenüber dem statistischen Fehler ggf. nicht mehr vernachlässigbar klein.

4.1.8 Auswirkung einer Spannungsquelle auf die Impedanzschätzung

Zur Impedanzmessung muss ein Strom in den Erdboden eingespeist werden. Hierzu werden sowohl Spannungs- als auch Stromquellen verwendet. Im Folgenden soll geklärt werden, ob der Typ der Signalquelle auf das Ergebnis der Impedanzschätzung Einfluss nimmt. Dabei wird angenommen, dass der in den Erdboden fließende Strom praktisch fehlerfrei gemessen werden kann.

Abbildung 4.1.8.1 zeigt ein elektronisches Ersatzschaltbild für den Stromkreis der Signalquelle, der zur Beschreibung beider Typen geeignet ist. Der im Kreis fließende Strom kann an einem Shunt-Widerstand R^* als Spannungsabfall gemessen und mit dem bekannten Widerstandswert berechnet werden. Die Stärke des Stroms (Gln. 4.1.8.1) hängt dabei von der Spannung der Signalquelle $U_{AB}(t)$, dem Widerstand im Kreis Z_{AB} und der Störspannung $kT(t)$ des Erdbodens an den Stromelektroden ab. Der Widerstand Z_{AB} setzt sich primär aus den Ankopplungswiderständen der Stromelektroden A und B und dem Widerstand des Erdbodens zusammen. Der Kabelwiderstand und der Shunt-Widerstand R^* tragen hingegen nur geringfügig zum Gesamtwiderstand bei.

$$I(t) = \frac{U_{AB}(t)}{(Z_{AB} + Z_T(t))} \quad \text{mit} \quad Z_T(t) = \frac{kT(t)}{I(t)} \quad (4.1.8.1)$$

Das Störsignal $kT(t)$ tritt als zeitveränderlicher Widerstand im Stromkreis in Erscheinung. Mit einem Vorfaktor k wird berücksichtigt, dass die Störspannung am Stromdipol ein k -faches der Störspannung am Spannungsdipol U_0 beträgt. Setzen wir Gleichung 4.1.8.1 in Gleichung 4.1.3.1 ein, dann folgt

$$U_0^i = Z_0 \underbrace{\left(\frac{U_{AB}^i + kT^i}{Z_{AB}} \right)}_{I^i} + T^i + \delta U_0^i \quad (4.1.8.2)$$

Es ist hieraus zu ersehen, dass sich der Strom einer Spannungsquelle aus zwei Anteilen zusammensetzt, einem der dem gewollten Signal entspricht (U_{AB}/Z_{AB}) und einem weiteren, der mit dem externen Störsignal korreliert (kT/Z_{AB}). Bei Verwendung einer Stromquelle tritt hingegen nur das gewollte Stromsignal auf, da diese die Störspannungen an den Elektroden automatisch ausregelt. Die Konsequenzen für die Impedanzschätzung können angegeben werden. Hierzu wird Gleichung 4.1.8.2 mit I^* erweitert und über N Realisationen aufsummiert. Nicht korrelierte Produkte verschwinden für große Werte von N .

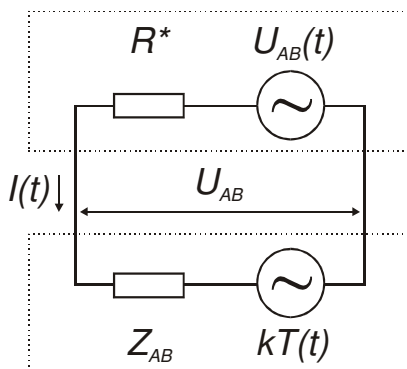


Abb. 4.1.8.1: Ersatzschaltbild für den Stromkreis der Signalquelle. Der obere, umrandete Bereich fasst die messgeräteinternen Komponenten zusammen, der untere die Komponenten die den Boden charakterisieren.

U_{AB} : Spannung der Strom-/Spannungsquelle

R^* : Shunt-Widerstand zur Strommessung

Z_{AB} : Widerstand zwischen den Stromelektroden

kT : Störspannung an den Stromelektroden

$$\frac{[U_0^i, I^{i*}]}{[I^i, I^{i*}]} = Z = Z_0 + \underbrace{\frac{Z_{AB}}{k} \left(1 + \frac{|U_{AB}|^2}{|kT|^2} \right)^{-1}}_{Z^*} \quad (4.1.8.3)$$

In der linken Seite der Gleichung 4.1.8.3 erkennt man die zuvor hergeleitete Bestimmungsgleichung 4.1.3.9 zur Impedanzschätzung wieder. Die rechte Seite enthält jedoch jetzt neben der Impedanz Z_0 einen weiteren Term Z^* (Z^* ist keine konjugiert komplexe Variable!). Da nur beide Terme gemeinsam geschätzt werden können, ist das Ergebnis systematisch verfälscht. Wenn das Verhältnis von Speisespannung zu Störspannung an den Elektroden groß ist, ist Z^* klein gegen Z_0 und die Verfälschung von Z ebenfalls klein. Eine gute Ankopplung der Elektroden verringert ebenfalls Z^* , allerdings verringert sich hierdurch in gleichem Umfang auch der statistische Fehler von Z_0 , so dass hierdurch keine Verringerung der relativen Verfälschung zu erreichen ist. Im Folgenden soll eine Abschätzung die Relevanz für Messungen genauer klären. Die dabei getroffenen Annahmen sind in Tabelle 4.1.8.1 zusammengestellt.

<i>Parameter</i>	<i>Wert</i>	<i>Bemerkung</i>
U_{AB}	200 V	
Z_{AB}	1 k Ω	
AB	50 m	Schlumberger Konfiguration
MN	1 m	Schlumberger Konfiguration
T	100 mV/m	
ρ	10 k Ω m	

Tab. 4.1.8.1: Annahmen für eine Abschätzung des maximalen systematischen Fehlers von Z .

Aus diesen Annahmen können alle relevanten Größen, einschließlich des S/R-Verhältnisses, berechnet werden (Tab. 4.1.8.2).

<i>Parameter</i>	<i>Wert</i>	
K	1963 m ⁻¹	Geometriefaktor
I	200 mA	
U_0	1.02 V	
k	50	
Z_0	5.09 Ω	
Z^*	0.0125 Ω	
Z^*/Z_0	0.25 %	
S/R	10	

Tab. 4.1.8.2: Ergebnis der Berechnung zur Verzerrung von Z unter Verwendung der Parameter aus Tabelle 4.1.8.1.

Zur Berechnung von k muss das Verhältnis zwischen den Störspannungen am Stromdipol und am Spannungsdipol gebildet werden.

$$k = \frac{kT}{T} = \frac{AB}{MN} \quad (4.1.8.4)$$

Der relative systematische Fehler von Z ergibt sich aus der Relation Z^*/Z_0 ; er beträgt 0.25 %. Aufgrund des hohen Störspannungspegels beträgt das S/R-Verhältnis lediglich 10. Legt man

Messzeiten zugrunde wie sie im Feld üblicherweise verwendet werden, dann sollt dies zu einem statistischen Fehler führen, der ein mehrfaches des systematischen Fehlers beträgt. Da für die Abschätzung bewusst Parameter verwendet wurden die in der Praxis nur in Extremfällen auftreten, kann diese Fehlerquelle im Weiteren vernachlässigt werden. Außerdem folgt, dass dieser Fehlertyp keinen Anlass gibt, anstelle einer Spannungsquelle, eine technisch aufwendigere Stromquelle einzusetzen.

4.1.9 Auswirkung einer Potentialdrift auf die Impedanzschätzung

Feldmessungen zeigen, dass die geschätzte Impedanz systematisch vom wahren Wert abweicht, wenn das Nutzsignal $U_S(t)$ von einer Potentialdrift $U_D(t)$ überlagert ist. Da die Bedeutung dieses Fehlers den anderer unter bestimmten Messbedingungen (Kap. 6.3.1) deutlich übertrifft, sollen die Auswirkungen auf die Impedanzschätzung anhand von synthetischen Zeitreihen quantifiziert und der Nutzen einer Driftfilterung bewertet werden. Zur Impedanzschätzung wird im Folgenden dasselbe statistische Verfahren (Kap. 4.1.3) angewandt, das auch bei den Feldmessungen Verwendung finden wird (Kap. 6). Der Einfluss einer Drift kann hier nur exemplarisch untersucht werden. In Abbildung 4.1.9.1 sind daher die beiden am häufigsten beobachteten Typen von Drift, die lineare und die exponentielle, dargestellt. Die zur Zeitreihensynthese verwendeten mathematischen Formulierungen sind dabei:

$$U_S(t) = U_0 \sin(\omega t) \quad \text{Nutzsignalspannung} \quad (4.1.9.1)$$

$$U_D(t) = D^{LIN} U_0 f_0 t \quad \text{Lineare Drift} \quad (4.1.9.2a)$$

$$U_D(t) = D^{EXP} N U_0 \exp^{-t f_0 / N} \quad \text{Exponentielle Drift} \quad (4.1.9.2b)$$

$$U_N(t) = \frac{U_S(t) + U_D(t)}{U_0} \quad (4.1.9.3)$$

$$I_N(t) = \frac{U_S(t)}{U_0 Z} \quad \text{mit } Z = 1 \Omega \quad (4.1.9.4)$$

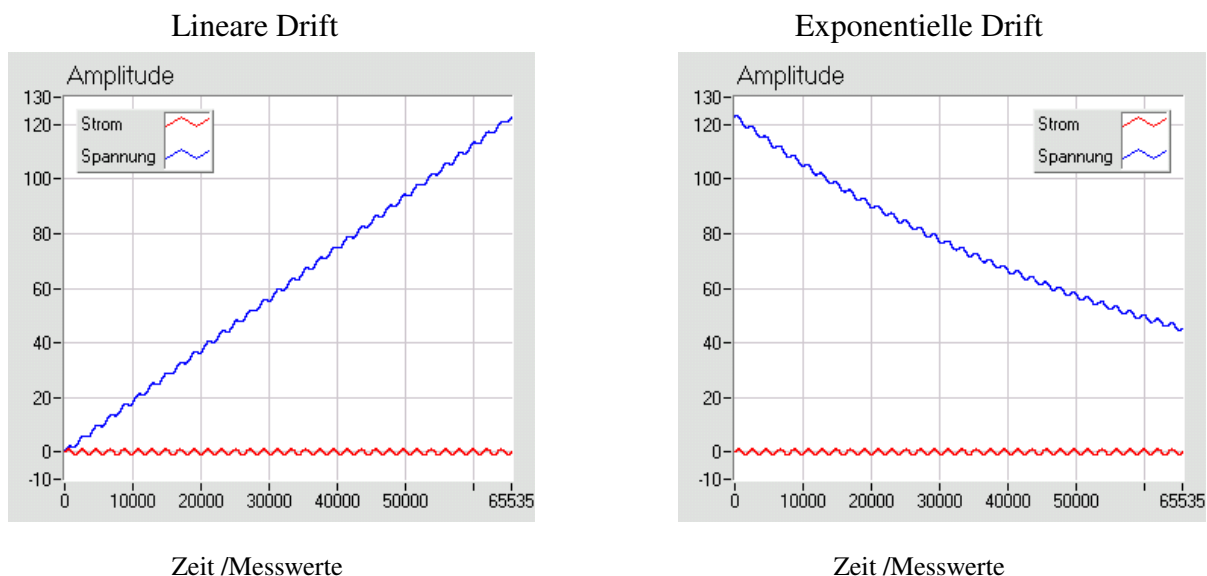


Abb. 4.1.9.1: Synthetische Zeitreihen für Strom und Spannung. Der Spannung ist eine lineare Potentialdrift (links) bzw. eine exponentiell abfallende Potentialdrift (rechts) überlagert.

Zur Quantifizierung der Driftstärke wird in den Gleichungen 4.1.9.1 und 4.1.9.2 ein spezieller Parameter D eingeführt. Der Wert des Parameters der linearen Drift D^{LIN} spezifiziert beispielsweise, um wie viele Nutzsignalamplituden U_0 das Potential je Periode driftet. Damit die Ergebnisse leicht auch auf andere Frequenzen und Nutzsignalamplituden übertragbar sind, werden die Signale normiert (Gln. 4.1.9.3 - 4). Es zeigt sich, dass auch die Anzahl der Perioden N und die Anzahl der Messwerte einer Zeitreihe Einfluss auf den Grad der Verfälschung nehmen. Um trotzdem zu aussagekräftigen Ergebnissen zu kommen, werden diese Parameter stets so gewählt, dass sie den bei den Labor- und Feldmessungen verwendeten entsprechen. Die Periodenanzahl entspricht daher der Anzahl an Teilzeitreihen (hier 32).

In den Abbildungen 4.1.9.2 - 4 wird das Ergebnis der Modellrechnungen für beide Formen der Drift wiedergegeben. Neben dem Einfluss auf den Betrag und die Phase, wird auch der auf den statistischen Messfehler geschätzt. Es zeigt sich dabei, dass bereits geringe Driften ($D < 0.05$) zu systematischen Fehlern führen (Amplitude: $\pm 2\%$, Phase: $\pm 0.03^\circ$), die in den meisten Fällen größer sind als die statistischen Fehler. Für große Driftstärken ($D > 4$) können die systematischen Fehler sogar die Frequenzeffekte überdecken. Auch der statistische Fehler kann sich als Folge einer Drift erhöhen. Jedoch tritt dies nur bei einer nichtlinearen Drift auf (Abb. 4.1.9.4, rechts).

Die Richtung der Drift bestimmt, ob der Betrag und die Phase über- oder unterschätzt werden. Die Verfälschung ist bezogen auf den Nullpunkt in hohem Maß asymmetrisch. Eine exponentielle Drift hat eine signifikant andere Wirkung auf die Impedanz als eine lineare Drift. Erstere verfälscht, z.B. bei kleinen Driften, die Phase in deutlich höherem Maß. Ein weiteres Ergebnis ist, dass hohe Abtastraten sich günstig auf die Phasenberechnung auszuwirken scheinen. Jedoch streben die Verzerrungen asymptotisch bestimmten Grenzwerten zu.

Die Modellrechnungen zeigen, dass eine Drift häufig nicht toleriert werden kann. Der im Kapitel 5.3.3 vorgestellte Drift-Filter wurde daher auf die synthetischen Zeitreihen angewandt und die Rechnungen in gleicher Weise wiederholt. Erwartungsgemäß gelingt es hiermit, die lineare Drift und damit jegliche negative Auswirkungen auf die Messung vollständig zu eliminieren (daher hier nicht dargestellt). Etwas weniger günstig fällt das Ergebnis bei exponentieller Drift aus. Abbildung 4.1.9.5 zeigt, dass der Einsatz des Filters die Verzerrung um mehr als zwei Größenordnungen mindert. Für kleine bis mäßige Driften sind die dann noch verbleibenden Verzerrungen meist tolerabel klein, da diese dann am größten sind, wenn auch der statistische Fehler der Impedanz, als Folge kleiner Nutzsignalamplituden, ohnehin erhöht ist.

Ergebnisse

Da die Auswirkungen einer gegebenen absoluten Spannungsdriftstärke primär von der Signalamplitude abhängen, sind vor allem die Messungen mit großen K -Faktoren bzw. großen Aussagetiefen betroffen. Die von einer gegebenen absoluten Driftstärke ausgehende systematische Verfälschung wirkt sich bei tiefen Frequenzen stärker aus als bei hohen Frequenzen. Beispielsweise bewirkt eine Halbierung der Messfrequenz eine Verdoppelung der Potentialdrift. Im Impedanzspektrum kann hierdurch eine ausgeprägte, sogar stetige Frequenzabhängigkeit vortäuscht werden. Da die Potentialdrift meist einen größeren systematischen als einen statistischen Fehler zur Folge hat, besteht die Gefahr, dass dieser nicht erkannt und als IP-Effekt fehlgedeutet wird.

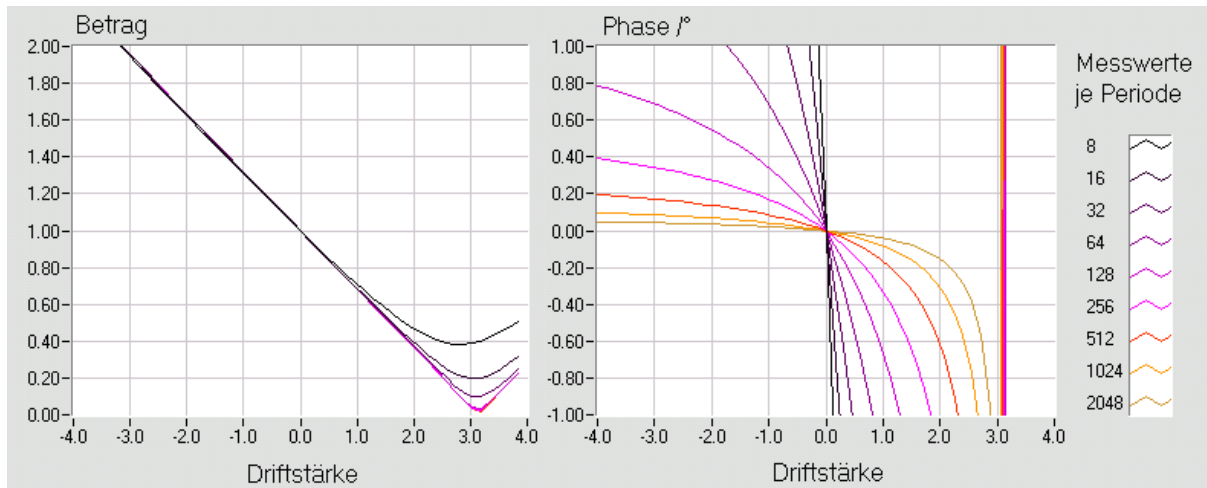


Abb. 4.1.9.2: Auswirkung einer linearen Potentialdrift auf die geschätzte Impedanz.

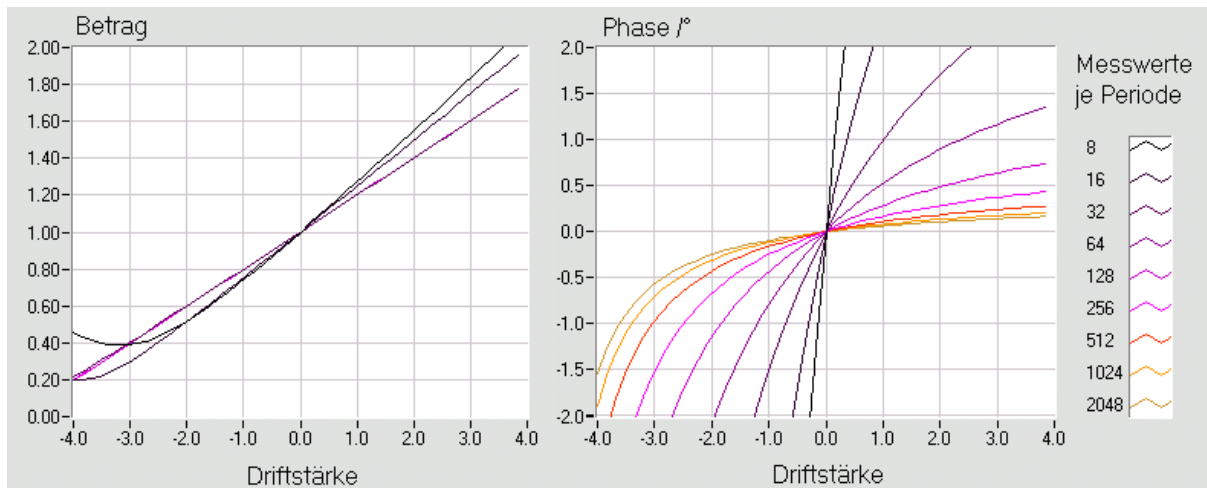


Abb. 4.1.9.3: Wie oben, jedoch mit einer exponentiellen Potentialdrift.

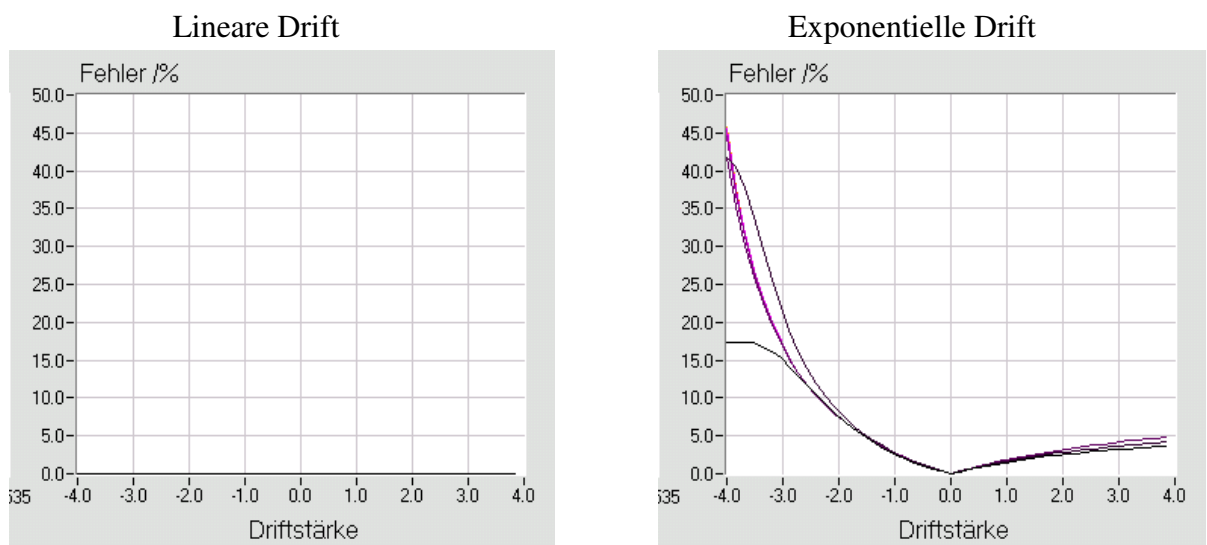


Abb. 4.1.9.4: Erhöhung des statistischen Messfehlers der Impedanz als Folge einer linearen (links) bzw. einer exponentiellen Potentialdrift (rechts).

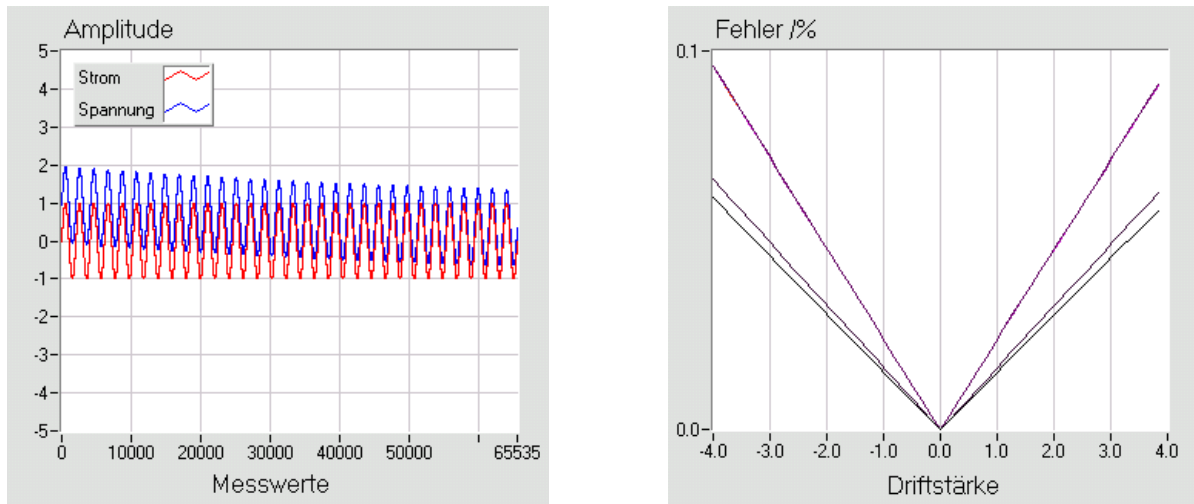


Abb. 4.1.9.5: Die mittels des Filters verminderte exponentielle Drift (links) wirkt sich günstig auf den statistischen Messfehler aus (rechts).

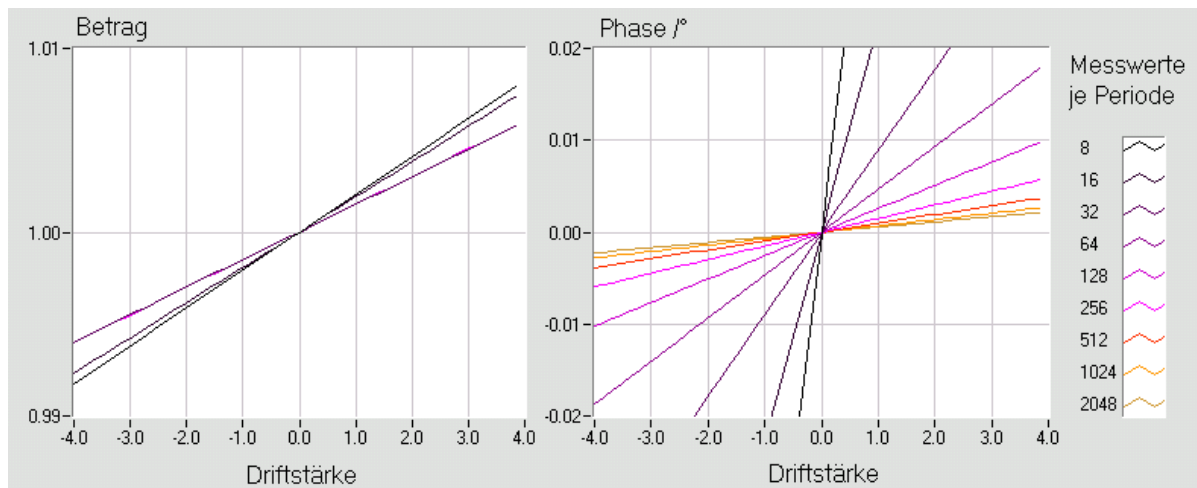


Abb. 4.1.9.6: Betrag und Phase der Impedanz, sonst wie in Abbildung 4.1.9.5.

4.2 Robuste Schätzung des spezifischen Widerstandes

Bei der Berechnung des spezifischen Widerstandes und dessen Vertrauensbereichs wurde in Kapitel 4.1 angenommen, dass die Streuung der Messgröße einer Normalverteilung genügt und sich der Schätzwert für große Probenzahlen asymptotisch dem wahren Wert annähert. Dies konnte anhand realer Daten exemplarisch belegt werden. In Einzelfällen können die realen Gegebenheiten jedoch auch stark von diesen Annahmen abweichen. Besonders in dicht besiedelten Gebieten, also nahe den Stromverbrauchern, gehen von Lastschwankungen sporadische Störspannungen aus, die sich, innerhalb der bei geoelektrischen Messungen üblichen Registrierzeiten, nicht ausmitteln. Wie das Fallbeispiel zeigen wird, gibt es jedoch auch natürliche Störquellen, die zu nicht normalverteilten Daten führen.

Unter bestimmten Voraussetzungen kann trotzdem eine statistische Auswertung durchgeführt werden. Dies gilt z.B. dann, wenn die Messung durch sogenannte „Ausreißer“ gestört wird. In der Magnetotellurik werden unter dem Begriff der „Robusten Auswertung“ Algorithmen verstanden, die „Ausreißer“ erkennen und diesen bei der Ausgleichsrechnung ein geringeres Gewicht beimessen (Junge, 1990).

Voraussetzung für die Erkennung eines „Ausreißers“ ist dessen Charakterisierung. Ausgehend von nicht normalverteilten Daten ist ein Ausreißer eine Stichprobe, deren Ausschluss die verbleibenden Stichproben einer Normalverteilung näherführt. Der Test auf Normalverteilung ist jedoch für kleine Stichprobenzahlen nicht sehr spezifisch, daher wird im Folgenden eine alternative Charakterisierung von Ausreißern verwendet.

1. Es sei $G^N = \{(U^i, I^i)\}$ die Gesamtheit der gemessenen N Stichproben und ΔZ^N der Vertrauensbereich des zugehörigen Schätzwertes Z^N .
2. G^{N-1} sei eine neue Gesamtheit mit $N-1$ Stichproben und zudem eine Teilmenge von G^N . Die in G^{N-1} fehlende Stichprobe (U^j, I^j) sei charakterisiert durch die Bedingung $\Delta Z^{N-1} < \Delta Z^N$ und wird als Ausreißer bezeichnet.
3. Wiederhole den zweiten Schritt solange bis keine Stichprobe mehr gefunden werden kann, die durch obige (2.) Bedingung zu charakterisieren wäre. G^{N-M} sei die kleinste Stichprobengesamtheit, für die die obige Bedingung und alle größeren Stichprobengesamtheiten erfüllt ist.
4. Das Ergebnis der robusten Auswertung von G^N ist identisch mit dem Ergebnis der klassischen statistischen Auswertung von G^{N-M} .

Im Schritt 3. wird der Selektionsprozess fortgeführt, bis der Messfehler nicht mehr abnimmt. Da die Datenbasis hierdurch zunehmend schmaler wird, muss der Messfehler schließlich wieder zunehmen.

Fallbeispiel

Die oben beschriebene Methode soll im Folgenden zur Erkennung und Beseitigung von Ausreißern in geoelektrischen Registrierungen genutzt werden. Der Schätzwert und der Vertrauensbereich werden hierzu mittels Gleichung 4.1.3.9 bzw. Gleichung 4.1.5.1 berechnet.

Windinduzierte Störspannungen bei Sondierung im Sudan

Während eines Sandsturmes wurde an der Lokation WM5 (Wadi Melek, Sudan) eine Geoelektrische Tiefensondierung durchgeführt. Im Folgenden wird eine mit einer Schlumberger-Konfiguration bei $L/2=567.3\text{ m}$ und $MN=40\text{ m}$ registrierte Zeitreihe näher betrachtet.

Abbildung 4.2.1 (links) zeigt die Auswirkungen einer Windböe auf die registrierte Messspannung. Die Störspannungen traten in Form von einige Sekunden andauernden Oszillationen auf. Windstille Momente korrelierten klar mit ungestörten Abschnitten der Registrierung. Damit unterscheidet sich dieser Typ von Störung in seinen statistischen Eigenschaften sehr deutlich von den in seinen Amplituden eher beständigen tellurischen Störsignalen. Als Anregungsmechanismus sind seismoelektrische Effekte anzunehmen (Haartsen, 1997).

Abbildung 4.2.1 (rechts) stellt die Abhängigkeit des statistischen Messfehlers vom Grad der Datenselektion dar. Wie erwartet nimmt der Messfehler zunächst stark ab. Ein Minimum wird jedoch erst bei einer Selektion von 25 erreicht, also dann, wenn bereits 75 % aller Stichproben (=Teilzeitreihen) ausgeschlossen wurden. Die Verwendung von nur 25 % des Datensatzes erhöht den Fehler bei Gaußverteilten Daten um den Faktor zwei. Es erweist sich wider Erwarten als sehr schwierig, hier eine klare Grenze zu definieren. Insgesamt ist der Fehler der selektierten Daten um den Faktor vier kleiner als der der Unselektierten.

Bei der robusten Auswertung wurden nur die mit der Messfrequenz übereinstimmenden Fourier-Koeffizienten berücksichtigt. Die Messfrequenz liegt jedoch um eine Größenordnung niedriger als die Frequenz des Störspannungsmaximums (Abb. 4.2.2, links). Der Vergleich des mittels konventioneller Ausgleichsrechnung bestimmten Spektrums mit dem durch robuste Ausgleichsrechnung bestimmten zeigt, dass die Verbesserung nicht nur bei der Messfrequenz eintritt, sondern auch bei allen anderen Frequenzen (Abb. 4.2.2, rechts). Tatsächlich ist die mittlere Amplitude der nicht korrelierten Signalanteile nach der Selektion weitgehend unabhängig von der Frequenz und liegt bei 4 Hz um mehr als eine Größenordnung niedriger als bei den Rohdaten.

Diskussion

Die vom Selektionsgrad abhängige Fehlerfunktion weist in dem Fallbeispiel kein ausgeprägtes Minimum auf, das als klares Abbruchkriterium dienen könnte. Das überrascht zunächst, zumal die Zeitreihe einen deutlichen Unterschied zwischen gestörten und ungestörten Abschnitten zeigt. Wird das Fehlerminimum erst erreicht, wenn bereits mehr als 50% der Stichproben ausgeschlossen wurden, dann kann man nicht mehr von einer Selektion von „Ausreißern“ sprechen (Junge, 1990). Es besteht dann nämlich die Gefahr, dass das Ziel einer Normalverteilung verfehlt wird. Ein weiteres Abbruchkriterium könnte die Forderung nach einer Mindestverbesserung sein: $g \Delta Z^{N-1} < \Delta Z^N$ mit $g > 1$. Bei der Wahl des Parameters g wäre sicher die Stichprobengröße zu berücksichtigen. Bei einer großen Stichprobenanzahl sind Ausreißer besser erkennbar und g kann kleiner gewählt werden als bei kleiner Stichprobenanzahl.

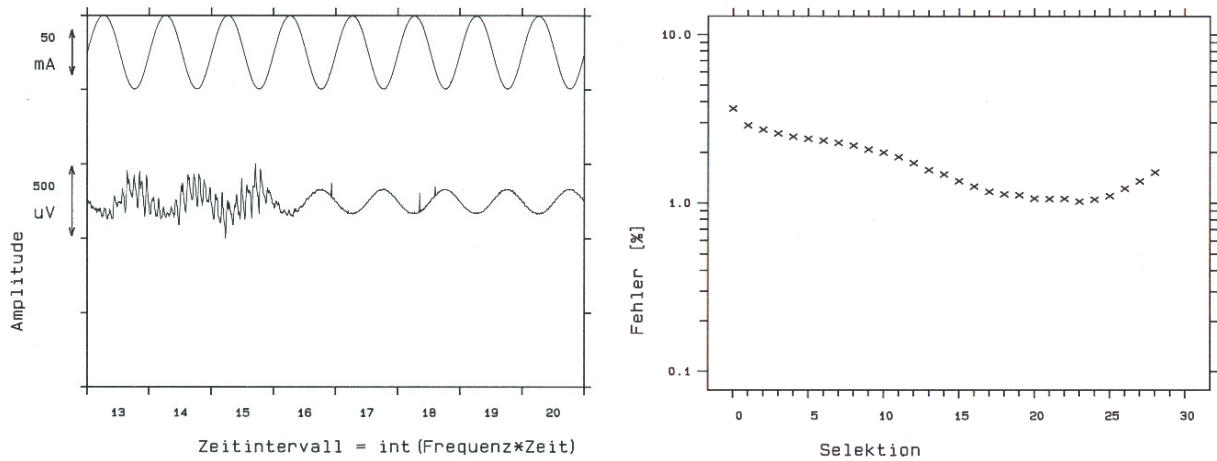


Abb. 4.2.1: Links: Darstellung einer abschnittsweise stark gestörten Registrierung. Als Ursache werden durch Windböen induzierte elektrokinetische Störspannungen angenommen. Die Registrierung wurde am 9.4.1988 im Wadi Melek (Sudan) aufgenommen. Rechts: Darstellung des aus dieser Registrierung geschätzten Fehlers der Impedanz in Abhängigkeit von der Anzahl ausgeschlossener Stichproben. Der kleinste Fehler wird bei einem Selektionsgrad von 75 % beobachtet. Zur Ermittlung der gestörten Abschnitte wurde eine robuste Auswertung verwendet.

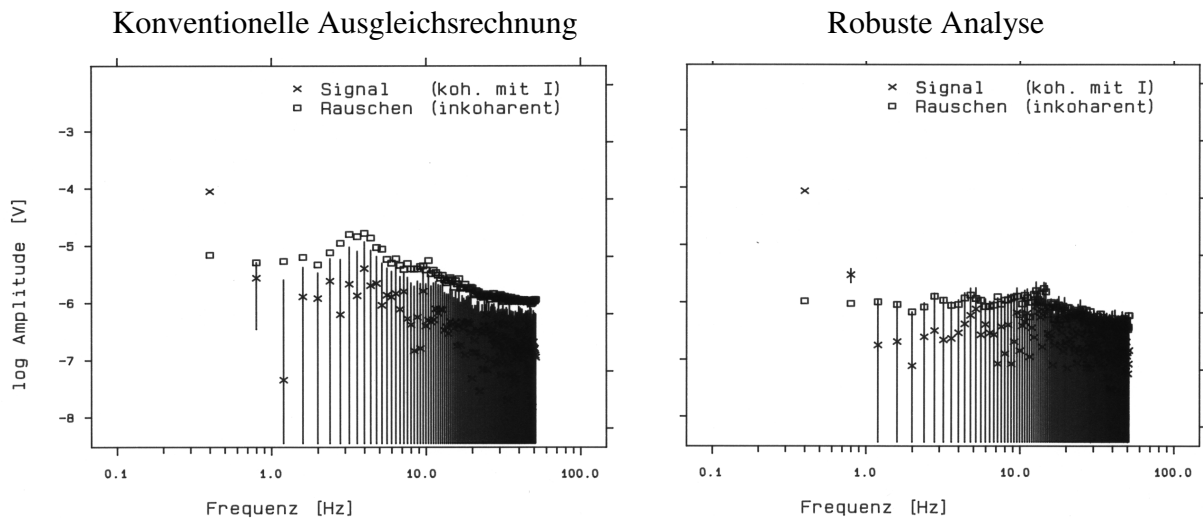


Abb. 4.2.2: Amplitudenspektren des Nutzsignals und des Rauschens. Links: Ergebnis der klassischen Ausgleichsrechnung, rechts: Robuste Analyse. Hierbei wurden 50% der Stichproben als „Ausreißer“ verworfen. Das Maximum der windinduzierten Störspannungsamplituden liegt bei 4 Hz, deutlich oberhalb der Messfrequenz. Datenbasis wie in Abbildung 4.2.1.

4.3 Berücksichtigung von großräumigen Störfeldern (Referenztechnik)

4.3.1 Multivariate Ausgleichsrechnung

4.3.1.1 Motivation

Bei Widerstandsmessungen stehen stets nur begrenzte zeitliche und technische Ressourcen zur Verfügung. Auch wenn diese optimal genutzt werden, wird die statistische Sicherheit der Widerstandsschätzung von der Stärke des externen Störfelds prinzipiell limitiert. Gelingt es jedoch, dieses Störfeld für die Zeit der Registrierung vorherzusagen und das Spannungssignal hiervon zu befreien, dann würde sich das Signal- zu Rauschverhältnis erhöhen und die Messgenauigkeit könnte über die prinzipielle Grenze für 4-Punkt-Anordnungen hinaus gesteigert werden. In diesem Abschnitt soll zunächst theoretisch untersucht werden, wie das externe Störfeld am zweckmäßigsten gemessen und die Spannungsregistrierung hiervon befreit werden kann.

Zeitgleiche Registrierungen des tellurischen Feldes mit benachbarten, parallel angeordneten Sondenpaaren weisen eine sehr hohe Kohärenz auf (Kap. 6.4.3.1). Dies hat seine Ursache darin, dass die externen Störfelder an beiden Sondenpaaren von der selben Störquelle her stammen. Hohe Kohärenzen, wie sie auch bei technisch bedingten Störfeldern gefunden werden (Kap. 6.4.1 und 6.4.2), sind aber gleichbedeutend mit der Existenz von linearen Beziehungen zwischen verschiedenen Messorten. Folglich sollte es möglich sein, die korrelierenden Rauschteile an der Basisstation aus Registrierungen an einer oder mehreren Referenzstationen vorherzusagen und vom Messsignal U_o abzutrennen.

Der Begriff der geoelektrischen Referenztechnik soll all jene Ansätze umfassen, die durch Einbeziehung von zusätzlichen Informationen (Messkanälen) eine genauere Messung des Nutzsignals \hat{U}_o an der Basis ermöglichen, als mit dem klassischen Ansatz.

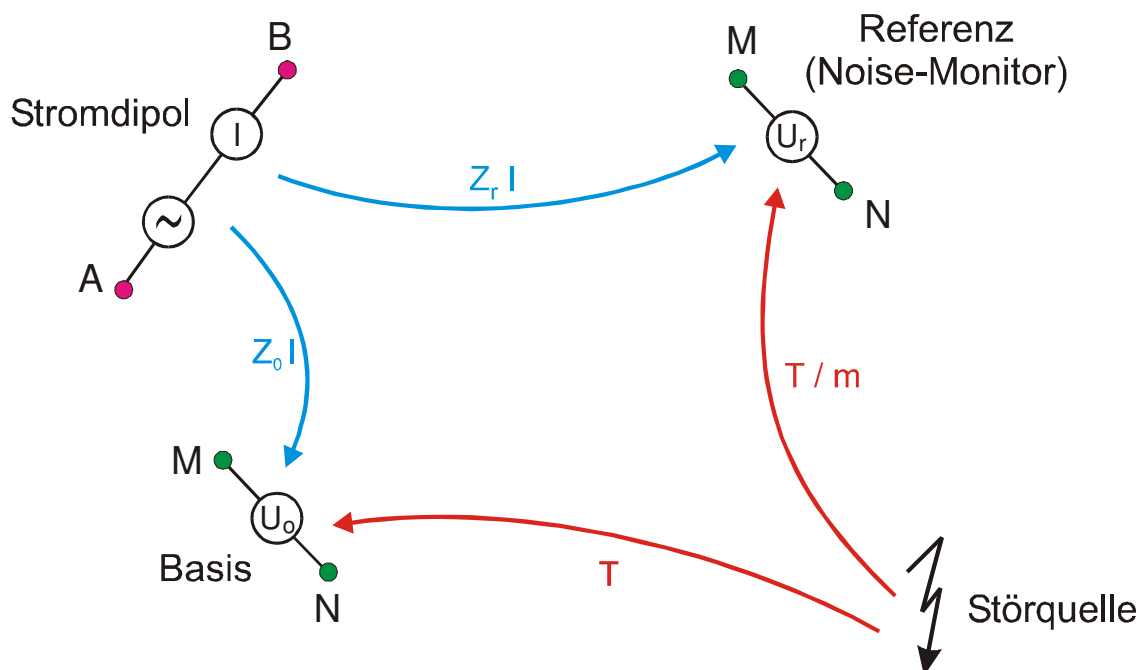


Abb. 4.3.1.1: Schematische Darstellung der bei einer geoelektrischen Messung mit Referenztechnik beteiligten Signalquelle, Sensoren und Übertragungsfunktionen.

Die räumliche Kohärenz von tellurischen Variationen wurde mit der tellurischen Methode (Haak, 1968) quantitativ erstmals in der zweiten Hälfte der 60er Jahre zur Kartierung lateraler Leitfähigkeitsinhomogenitäten genutzt. Ist der Abstand zwischen zwei Orten nicht mehr klein gegen die Skintiefe, dann ist das elektrische Feld stets mit einem Magnetfeld gekoppelt. Die Remote-Referenz-Methode der Magnetotellurik (Gamble et al., 1979) nutzt diesen Umstand zur Schätzung biasfreier Impedanzen.

Wenngleich die statistischen Methoden zur Bestimmung von Übertragungsfunktionen die gleichen sind, unterscheidet sich die geoelektrische Referenztechnik hiervon in wesentlichen Punkten:

- Als aktives Messverfahren sind die Geometrie der Quelle (Stromdipol) und die Quellsignalfeldform sehr genau bekannt und können bei der Auswertung als fehlerfreie Randinformationen genutzt werden.
- Die praktische Anwendung der geoelektrischen Referenztechnik erfordert technisch aufwendige Vorkehrungen zur Entkopplung der Stromquelle von den Komponenten zur Spannungsmessung.
- Die Anforderungen hinsichtlich des Dynamikumfangs der Spannungsmessung sind wesentlich größer, da das Amplitudenverhältnis zwischen dem quellkorrelierten Signal und den räumlich kohärenten Störsignalen stark variiert und sehr hoch werden kann.
- Die tellurischen Felder werden primär als Störsignale aufgefasst, die die Messgenauigkeit mindern und daher vom Messsignal abzutrennen sind. Da die tellurischen Übertragungsfunktionen u.a. die Leitfähigkeitsverteilung des Untergrunds reflektieren, können diese auch als zusätzliche Informationsquelle angesehen werden.
- Die Anforderungen an die Synchronismus der Systemkomponenten übertrifft die der Remote-Referenz-Methode der Audiomagnetotellurik um etwa 2-3 Größenordnungen. Nur dann ist gewährleistet, dass die Referenztechnik auch bei IP-Messungen nutzbringend eingesetzt werden kann.

Zur Formulierung eines mathematischen Ansatzes muss geklärt werden, in welcher Weise sich die verschiedenen Feldanteile an Basis- und Referenzstation zusammensetzen. Abbildung 4.3.1.1 illustriert die Modellvorstellung im Falle eines einzigen homogenen Störfeldes. Danach setzen sich die Messsignale an der Basis- und an der Referenzstation aus dem mit der Stromquelle korrelierten Nutzsignal, dem räumlich kohärenten Störsignal sowie Rauschanteilen (nicht wiedergegeben) zusammen.

Im Allgemeinen deformieren laterale Leitfähigkeitsinhomogenitäten sowohl das Feld der Stromquelle, als auch das der Störquelle. Daher ist zu erwarten, dass sich die verschiedenen Signalanteile, die an der Basis- und an der Referenzstation auftreten, für jede Frequenz auf andere Weise bezüglich ihrer Amplitude, Phasenlage und Richtung unterscheiden.

Für das Auftreten einfacher linearer Beziehungen zwischen zwei Stationen - die im Folgenden immer vorausgesetzt werden - ist es jedoch wichtig, dass die Quellen des Störfeldes entweder alle sehr entfernt liegen und sich die Messanordnung quasi in deren Fernfeld befindet oder dass es nur eine einzelne nahe ortsfeste Quelle gibt. Im Falle mehrerer naher Quellen muss die

Referenzmethode erweitert werden (Kap. 4.3.1.7), da dann mehrere verschiedene Übertragungsfunktionen nebeneinander existieren.

Die Übertragungsfunktion des Störfeldes m spiegelt unter bestimmten Bedingungen, in ihrer Frequenzabhängigkeit, laterale Leitfähigkeitsänderungen im Untergrund wider. Das dabei zu berücksichtigende Volumen wird durch die Skintiefe begrenzt. Analog zur oben erwähnten tellurischen Methode, kann aus ihr auf die tatsächliche Widerstandstiefenverteilung geschlossen werden, wenn das induzierende Magnetfeld räumlich konstant (Haak, 1968) und die Leitfähigkeitstiefenverteilung an der Basisstation bekannt ist. Letztere könnte alternativ zur Magnetotellurik aus der vorliegenden geoelektrischen Tiefensondierung gewonnen werden. Die Wahl des geeigneten Frequenzbereichs ist jedoch von entscheidender Bedeutung.

4.3.1.2 Skalarer Ansatz mit einem Referenzkanal (bivariate Analyse)

Im Folgenden soll die klassische 4-Punkt-Anordnung, die nur die Registrierung des Stroms $I(t)$ und der Spannung $U_0(t)$ ermöglicht, um einen weiteren Dipol zur Spannungsmessung $U_r(t)$ ergänzt werden. Der Begriff „skalar“ bringt zum Ausdruck, dass Störspannungsanteile, die senkrecht zur Auslage der Referenzstation orientiert sind, nicht berücksichtigt werden. Über inhomogenen Untergründen könnte es dann geschehen, dass diese nicht erfassten Anteile an der Basisstation nicht senkrecht stehen und folglich die Spannungsmessung überlagern. Die auch diesen Fall einbeziehende „tensorielle“ Erweiterung, bleibt einem späteren Kapitel vorbehalten.

Unter Verwendung der Fourier-Koeffizienten einer gegebenen Frequenz der drei Teilzeitreihen U_0^i (Basisstation), U_r^i (Referenzstation), I^i (Strom) und unter Berücksichtigung eines Störfeldes T^i sowie von internen Rauschanteilen, kann für die beiden Spannungsmessungen der folgende Ansatz aufgestellt werden:

$$\begin{aligned} U_0^i &= Z_0 I^i + T^i + \delta U_0^i && \text{Basisstation} \\ U_r^i &= Z_r I^i + \frac{1}{m} T^i + \delta U_r^i && \text{Referenzstation} \end{aligned} \quad (4.3.1.1a, b)$$

Durch Gleichsetzung der Gleichungen 4.3.1.1a und b kann das Störsignal T^i eliminiert werden:

$$U_0^i = \underbrace{(Z_0 - mZ_r)}_{\tilde{Z}_0} I^i + mU_r^i + \underbrace{\delta U_0^i - m\delta U_r^i}_{\delta U^i} \quad (4.3.1.2)$$

Die beiden das Rauschen beschreibenden Terme sind nicht miteinander korreliert und können zu einem einzigen Störterm δU^i zusammengefasst werden.

An Gleichung 4.3.1.2 zeigt sich, in welcher Weise sich ein Nichtverschwinden des mit dem Strom korrelierten Feldes auswirkt. Die Ausgleichsrechnung ermöglicht nämlich nur die Bestimmung des Ausdrucks \tilde{Z}_0 , nicht aber die der Einzelkomponenten Z_0 und Z_r selbst. Aus Z_0 wird jedoch der scheinbare spezifische Widerstand ρ_s idealer Weise abgeleitet. Bei Verwendung von \tilde{Z}_0 wird der Widerstand durch den Term mZ_r systematisch verzerrt. Die Verzerrung steht also in inniger Verbindung mit der Größe des mit I korrelierten Signalanteils in U_r .

In m erkennen wir die Übertragungsfunktion des Störfeldes zwischen der Basis- und der Referenzstation. Diese kann unverzerrt bestimmt werden. Ist der Untergrund homogen leitend

und die Quellen des Störfeldes bezogen auf den Abstand zwischen Basis- und Referenzstation sehr entfernt gelegen, dann wird m reell und dem Betrag nach eins sein und damit keinen Einfluss auf die Stärke der Verzerrung nehmen.

Hieraus folgt der skalare Ansatz der bivariaten Ausgleichsrechnung:

$$\delta U^i = U_0^i - \tilde{Z}_0 I^i - m U_r^i \quad (4.3.1.3)$$

Zur Ableitung der Bestimmungsgleichungen für \tilde{Z}_0 und m , kann, wie schon im Kapitel 4.1.3, die Methode der kleinsten Quadrate angewandt werden:

$$\begin{aligned} \delta U^i &= (U_{0a}^i + iU_{0b}^i) - (\tilde{Z}_{0a} + i\tilde{Z}_{0b})(I_a^i + iI_b^i) - (m_a + im_b)(U_{ra}^i + iU_{rb}^i) \\ &= (U_{0a}^i - \tilde{Z}_{0a}I_a^i + \tilde{Z}_{0b}I_b^i - m_a U_{ra}^i + m_b U_{ra}^i) + \\ &\quad i(U_{0b}^i - \tilde{Z}_{0a}I_b^i - \tilde{Z}_{0b}I_a^i - m_a U_{rb}^i - m_b U_{ra}^i) \\ &= \delta U_a^i + i\delta U_b^i \end{aligned} \quad (4.3.1.4)$$

Die Ausgleichsforderungen im Sinne der kleinsten Quadrate lauten dann:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N |\delta U^i|^2 &\rightarrow \text{MINIMUM} \quad \Leftrightarrow \\ \frac{\partial}{\partial \tilde{Z}_{0a}} \sum_{i=1}^N |\delta U^i|^2 &= -2 \sum_{i=1}^N (\delta U_a^i I_a^i + \delta U_b^i I_b^i) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \tilde{Z}_{0b}} \sum_{i=1}^N |\delta U^i|^2 &= -2 \sum_{i=1}^N (\delta U_b^i I_a^i - \delta U_a^i I_b^i) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial m_a} \sum_{i=1}^N |\delta U^i|^2 &= -2 \sum_{i=1}^N (\delta U_a^i U_{ra}^i + \delta U_b^i U_{rb}^i) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial m_b} \sum_{i=1}^N |\delta U^i|^2 &= -2 \sum_{i=1}^N (\delta U_b^i U_{ra}^i - \delta U_a^i U_{rb}^i) = 0 \end{aligned} \quad (4.3.1.5a-d)$$

Werden die Gleichungen 4.3.1.5a und b, sowie 4.3.1.5c-d zusammengefasst, dann folgt

$$\begin{aligned} -\sum [(\delta U_a^i I_a^i + \delta U_b^i I_b^i) + i(-\delta U_a^i I_b^i + \delta U_b^i I_a^i)] &= \sum \delta U^i I^{i*} = 0 \\ -\sum [(\delta U_a^i U_{ra}^i + \delta U_b^i U_{rb}^i) + i(-\delta U_a^i U_{rb}^i + \delta U_b^i U_{ra}^i)] &= \sum \delta U^i U_r^{i*} = 0 \end{aligned} \quad (4.3.1.6a, b)$$

Gleichung 4.3.1.3 wird mit I^{i*} bzw. U_r^{i*} erweitert und dann über alle Realisationen aufsummiert:

$$\begin{aligned} \sum \delta U^i I^{i*} &= \sum U_0^i I^{i*} - \tilde{Z}_0 \sum I^i I^{i*} - m \sum U_r^i I^{i*} = 0 \\ \sum \delta U^i U_r^{i*} &= \sum U_0^i U_r^{i*} - \tilde{Z}_0 \sum I^i U_r^{i*} - m \sum U_r^i U_r^{i*} = 0 \end{aligned} \quad (4.3.1.7a, b)$$

Dies führt zu zwei gekoppelten Bestimmungsgleichungen:

$$\begin{aligned} m &= \frac{[U_0, I^*] - \tilde{Z}_0 [I, I^*]}{[U_r, I^*]} \\ m &= \frac{[U_0, U_r^*] - \tilde{Z}_0 [I, U_r^*]}{[U_r, U_r^*]} \end{aligned} \quad (4.3.1.8a, b)$$

Durch Entkopplung der Gleichungen 4.3.1.8a-b gelangt man zu den gesuchten Bestimmungsgleichungen:

$$\begin{aligned}\tilde{Z}_0 &= \frac{[U_0, I^*][U_r, U_r^*] - [U_0, U_r^*][U_r, I^*]}{[I, I^*][U_r, U_r^*] - |[I, U_r^*]|^2} \\ m &= \frac{[U_0, U_r^*][I, I^*] - [U_0, I^*][I, U_r^*]}{[I, I^*][U_r, U_r^*] - |[I, U_r^*]|^2}\end{aligned}\quad (4.3.1.9a, b)$$

In beiden Nennern steht die Determinante der Matrix der Auto- und Kreuzpowerspektren der Eingangskanäle I und U_r . Die Bestimmungsgleichungen für die Koeffizienten lassen sich in eine Form bringen, die dem univariaten Fall (Gln. 4.1.3.12) äquivalent ist:

$$\begin{aligned}\tilde{Z}_0 &= \frac{\sqrt{[U_0, U_0^*]}}{\sqrt{[I, I^*]}} e^{i\varphi} \frac{\gamma(U_0, I) - \gamma(U_0, U_r)\gamma(I, U_r)}{1 - \gamma^2(I, U_r)} \\ m &= \frac{\sqrt{[U_0, U_0^*]}}{\sqrt{[U_r, U_r^*]}} e^{i\varphi} \frac{\gamma(U_0, U_r) - \gamma(U_0, I)\gamma(I, U_r)}{1 - \gamma^2(I, U_r)}\end{aligned}\quad (4.3.1.10a, b)$$

Wieder wird jeweils das einfache Amplitudenverhältnis zweier Messkanäle mit einem Kohärenz-Term gewichtet. Durch die Einbeziehung des Referenzkanals enthält dieser jedoch weitere einfache Kohärenzen, nämlich solche mit dem Referenzkanal. Ob \tilde{Z}_0 im statistischen Sinn genauer bestimmt wird, ist hieraus jedoch nicht unmittelbar zu ersehen und wird erst im Kapitel 4.3.1.4 quantitativ untersucht.

Zur Ableitung der partiellen Kohärenz zwischen U_0 und I wird Gleichung 4.3.1.10a erweitert:

$$\tilde{Z}_0 = \frac{\sqrt{1 - \gamma^2(U_r, U_0)}}{\sqrt{1 - \gamma^2(I, U_r)}} \frac{\sqrt{[U_0, U_0^*]}}{\sqrt{[I, I^*]}} e^{i\varphi} \gamma(I, U_0 | U_r) \quad (4.3.1.11)$$

wodurch die partielle Kohärenz in der Form von Schönwiese (2000)

$$\gamma(I, U_0 | U_r) = \frac{\gamma(I, U_0) - \gamma(U_r, U_0)\gamma(I, U_r)}{\sqrt{1 - \gamma^2(U_r, U_0)}\sqrt{1 - \gamma^2(I, U_r)}} \quad \text{Partielle Kohärenz} \quad (4.3.1.12)$$

angegeben werden kann. In Gegenwart räumlich kohärenter Störfelder ist die partielle Kohärenz zwischen U_0 und I meist höher als die entsprechende einfache Kohärenz. Hiermit hätte man also ein erstes qualitatives Kriterium zur Beurteilung der mittels der Referenztechnik erzielten Verbesserung. Allerdings sieht man an Gleichung 4.3.1.12, dass die einfache Kohärenz zwischen I und U_r wesentlichen Einfluss auf den Wert der partiellen Kohärenz nimmt. Hieraus können wir qualitativ schließen, dass das Auftreten von mit dem Strom korrelierten Signalanteilen im Referenzkanal nicht nur zu einer Verzerrung von Z_0 führt, sondern darüber hinaus zu einem höheren statistischen Fehler. Für die spätere Verallgemeinerung dieses Kohärenzbegriffs ist eine Form, wie sie Bendat et al. (1971) angeben, zweckmäßiger. Durch Anwendung der Definition der ordinären Kohärenz erhält man:

$$\gamma^2(\mathbf{I}, \mathbf{U}_0 | \mathbf{U}_r) = \frac{\left([\mathbf{I}, \mathbf{U}_0^*] - \frac{[\mathbf{I}, \mathbf{U}_r^*][\mathbf{U}_r, \mathbf{U}_0^*]}{[\mathbf{U}_r, \mathbf{U}_r^*]} \right) \left([\mathbf{U}_0, \mathbf{I}^*] - \frac{[\mathbf{U}_0, \mathbf{U}_r^*][\mathbf{U}_r, \mathbf{I}^*]}{[\mathbf{U}_r, \mathbf{U}_r^*]} \right)}{\left([\mathbf{U}_0, \mathbf{U}_0^*] - \frac{|[\mathbf{U}_0, \mathbf{U}_r^*]|^2}{[\mathbf{U}_r, \mathbf{U}_r^*]} \right) \left([\mathbf{I}, \mathbf{I}^*] - \frac{|[\mathbf{U}_r, \mathbf{I}^*]|^2}{[\mathbf{U}_r, \mathbf{U}_r^*]} \right)} \quad (4.3.1.13)$$

Im Vorgriff auf das folgende Kapitel lassen sich die einzelnen Terme als Residuen s identifizieren:

$$\gamma^2(\mathbf{I}, \mathbf{U}_0 | \mathbf{U}_r) = \frac{s(\mathbf{I}, \mathbf{U}_0 | \mathbf{U}_r) s(\mathbf{U}_0, \mathbf{I} | \mathbf{U}_r)}{s(\mathbf{U}_0, \mathbf{U}_0 | \mathbf{U}_r) s(\mathbf{I}, \mathbf{I} | \mathbf{U}_r)} \quad (4.3.1.14)$$

Diese Substitution liefert einen sehr kompakten Ausdruck für Gleichung 4.3.1.9a:

$$\tilde{Z}_0 = \frac{s(\mathbf{I}, \mathbf{U}_0 | \mathbf{U}_r)}{s(\mathbf{I}, \mathbf{I} | \mathbf{U}_r)} \quad (4.3.1.15)$$

der wieder dem Ausdruck der univariaten Bestimmung der Übertragungsfunktion ähnelt. Die mittlere quadratische Streuung von U_0 ist definiert durch:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum |\delta U^i|^2 = \frac{1}{N} \sum \delta U^i \delta U^{i*} \quad (4.3.1.16)$$

Substituiert man das konjugiert komplexe Residuum δU^{i*} durch den Ansatz in Gleichung 4.3.1.3

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{N} \sum \delta U^i (U_0^i - \tilde{Z} I^i - m U_r^i)^* \\ &= \frac{1}{N} \left(\sum \delta U^i U_0^{i*} - \tilde{Z} \sum \delta U^i I^{i*} - m \sum \delta U^i U_r^{i*} \right) \end{aligned} \quad (4.3.1.17a, b)$$

und berücksichtigt die Gleichungen 4.3.1.5a-d, so gelangt man zu:

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum \delta U^i U_0^{i*} \quad (4.3.1.18)$$

Andererseits lässt sich der Ansatz 4.3.1.3 mit U_0^{i*} erweitern und durch Summation über alle Teilzeitreihen in eine Form bringen, die durch Gleichsetzung mit Gleichung 4.3.1.18 zur Bestimmungsgleichung für s führt:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{N} \sum \delta U^i U_0^{i*} = \frac{1}{N} \sum (U_0^i U_0^{i*} - \tilde{Z}_0 I^i U_0^{i*} - m U_r^i U_0^{i*}) \\ &= [\mathbf{U}_0, \mathbf{U}_0^*] - \tilde{Z}_0 [\mathbf{I}, \mathbf{U}_0^*] - m [\mathbf{U}_r, \mathbf{U}_0^*] \\ &= [\mathbf{U}_0, \mathbf{U}_0^*] (1 - \gamma^2(\mathbf{U}_0 | \mathbf{I}, \mathbf{U}_r)) \end{aligned} \quad (4.3.1.19)$$

mit

$$\gamma^2(\mathbf{U}_0 | \mathbf{I}, \mathbf{U}_r) = \frac{\tilde{Z}_0 [\mathbf{I}, \mathbf{U}_0^*] + m [\mathbf{U}_r, \mathbf{U}_0^*]}{[\mathbf{U}_0, \mathbf{U}_0^*]} \quad \text{Multiple Kohärenz}$$

Hiermit haben wir die multiple Kohärenz im bivariaten Fall definiert. Sie drückt aus, wie groß der Anteil am Gesamtsignal ist, der linear aus I und U_r vorhergesagt werden kann. Anders als im univariaten Fall unterscheidet sich jedoch der gesamte vorhersagbare Anteil von dem, der

allein aus I vorhersagbar ist. Ein hieraus ableitbares S/R-Verhältnis muss daher anders bewertet werden.

Für den Fall $\gamma(\mathbf{I}, \mathbf{U}_r) = 0$, also dem Verschwinden des Quellsignals an der Referenzstation, erhält man aus den Gleichungen 4.3.1.19 und 4.3.1.10a, b einen Ausdruck für den nicht erklärbaren Signalanteil in U_0 :

$$s^2 = [\mathbf{U}_0, \mathbf{U}_0^*] (1 - \gamma^2(\mathbf{U}_0, \mathbf{I}) - \gamma^2(\mathbf{U}_0, \mathbf{U}_r)) \quad (4.3.1.20)$$

Einen sehr ähnlichen Ausdruck erhielten wir bereits bei der univariaten Ausgleichsrechnung (Gln. 4.1.4.3). Vergleicht man beide Ausdrücke, so zeigt sich, dass bei Einbeziehung eines Referenzkanals der nicht erklärbare Anteil kleiner (oder gleich) ist. Eine Verringerung ergibt sich, wie zu Beginn vermutet dann, wenn U_0 und U_r aufgrund eines großräumigen Störfeldes korrelieren.

4.3.1.3 Skalarer Ansatz im Falle mehrerer Referenzkanäle (multivariate Analyse)

Nachdem am uni- und bivariaten Ansatz deutlich geworden ist, in welcher Weise aus den Auto- und Kreuzspektren die Koeffizienten der Übertragungsfunktion bestimmt werden, soll im Weiteren die effizientere Matrizennotation verwendet werden. Hierzu wird, abweichend von den vorherigen Kapiteln, mit Y allgemein der Ausgangskanal und mit X_q ein beliebiger Eingangskanal (also auch das Quellsignal I) bezeichnet. Analog dazu wird nicht mehr zwischen \tilde{Z}_0 und m unterschieden. Dies muss insbesondere bei der Berechnung der Fehler Δm der Übertragungsfunktion (Gleichung 4.3.1.18) berücksichtigt werden, wo auch die multiple Kohärenz zwischen den Eingangskanälen bestimmt werden muss. Die Übertragungsfunktionen und die Kreuzspektren des Ausgangskanals mit den Eingangskanälen werden in Vektoren

$$\mathbf{M}_{y|x} = \begin{pmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_Q \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_{y|x} = \begin{pmatrix} [Y, X_1^*] \\ \vdots \\ [Y, X_Q^*] \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_{x|y} = \begin{pmatrix} [X_1, Y^*] \\ \vdots \\ [X_Q, Y^*] \end{pmatrix}, \quad (4.3.1.21a-c)$$

und die Auto- und Kreuzspektren der Eingangskanäle in der Matrix

$$\overline{\mathbf{H}}_{xx} = \begin{vmatrix} [X_1, X_1^*] & \cdots & [X_1, X_Q^*] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ [X_Q, X_1^*] & \cdots & [X_Q, X_Q^*] \end{vmatrix} \quad (4.3.1.22)$$

zusammengefasst. Mit der neuen Notation schreiben wir das Gleichungssystem 4.3.1.7a-b neu:

$$\mathbf{S}_{y|x} - \overline{\mathbf{H}}_{xx}^T \mathbf{M}_{y|x} = 0 \quad (4.3.1.23)$$

Daraus lässt sich dann die Bestimmungsgleichung für $\mathbf{M}_{y|x}$ ableiten.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{y|x} &= \overline{\mathbf{H}}_{xx}^T \mathbf{M}_{y|x} \\ \mathbf{S}_{y|x}^T &= \mathbf{M}_{y|x}^T \overline{\mathbf{H}}_{xx} \\ \mathbf{M}_{y|x}^T &= \mathbf{S}_{y|x}^T \overline{\mathbf{H}}_{xx}^{-1} \end{aligned} \quad (4.3.1.24)$$

Die wesentliche Aufgabe besteht also in der Inversion der Matrix $\overline{\mathbf{H}}$. Verallgemeinert man in gleicher Weise die Bestimmungsgleichung 4.3.1.19 für das Residuum, so erhält man:

$$s^2 = [\mathbf{Y}, \mathbf{Y}^*] - \mathbf{M}_{y|x}^T \mathbf{S}_{x|y} \quad (4.3.1.25)$$

Durch Ausklammern des Autospektrums des Ausgangskanals erhalten wir einen Ausdruck, der schon vom univariaten Ansatz her bekannt ist:

$$s^2 = [\mathbf{Y}, \mathbf{Y}^*] (1 - \gamma_{y|x}^2) \quad (4.3.1.26)$$

In der Klammer finden wir die multiple Kohärenz:

$$\gamma_{y|x}^2 = \frac{\mathbf{M}_{y|x}^T \mathbf{S}_{x|y}}{[\mathbf{Y}, \mathbf{Y}^*]} \quad (4.3.1.27)$$

Die multiple Kohärenz entspricht der ordinären Kohärenz zwischen der gemessenen Zeitreihe $U_o(t)$ und der mit der Methode der kleinsten Quadrate aus den Eingängen $U_{r1}(t)$ bis $U_{rQ}(t)$ gewonnenen, bestmöglichen linearen Vorhersage dieser Zeitreihe. Das Signal- zu Rauschverhältnis ist dann:

$$\left(\frac{S}{R} \right)^2 = \frac{\gamma_{y|x}^2}{1 - \gamma_{y|x}^2} \quad (4.3.1.28)$$

Zur allgemeinen Formulierung der partiellen Kohärenz folgen wir Raddy et al. (1974). Hierzu definieren wir die um den Eingangskanal erweiterte Matrix $\bar{\mathbf{H}}_{yx}$ der Power- und Kreuzspektren:

$$\bar{\mathbf{H}}_{yx} = \begin{bmatrix} [\mathbf{Y}, \mathbf{Y}^*] & [\mathbf{Y}, \mathbf{X}_1^*] & \dots & [\mathbf{Y}, \mathbf{X}_Q^*] \\ [\mathbf{X}_1, \mathbf{Y}^*] & [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_1^*] & \dots & [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_Q^*] \\ [\mathbf{X}_2, \mathbf{Y}^*] & [\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1^*] & \dots & [\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_Q^*] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\mathbf{X}_Q, \mathbf{Y}^*] & [\mathbf{X}_Q, \mathbf{X}_1^*] & \dots & [\mathbf{X}_Q, \mathbf{X}_Q^*] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_{yy} & \bar{\mathbf{P}}_{yI} \\ \bar{\mathbf{P}}_{Iy} & \bar{\mathbf{P}}_{II} \end{bmatrix} \quad (4.3.1.29)$$

Aus den Teilmatrizen lässt sich dann die Spektralmatrix der Residuen ableiten:

$$\bar{\mathbf{S}}_{Iy|x} = \bar{\mathbf{P}}_{yy} - \bar{\mathbf{P}}_{yI} \bar{\mathbf{P}}_{II}^{-1} \bar{\mathbf{P}}_{Iy} = \begin{bmatrix} \bar{s}_{yy|x} & \bar{s}_{y1|x} \\ \bar{s}_{1y|x} & \bar{s}_{11|x} \end{bmatrix} \quad (4.3.1.30)$$

$\bar{\mathbf{S}}_{Iy|x}$ ist dabei immer eine 2 x 2 Matrix, aus deren Elementen die partielle Kohärenz zwischen dem Ausgang \mathbf{Y} und dem Eingang \mathbf{X}_I , unter Berücksichtigung aller $(Q-1)$ anderen Eingänge, im multivariaten Fall bestimmt werden kann:

$$\gamma_{Iy|x}^2 = \frac{|s_{Iy|x}|^2}{s_{II|x} s_{yy|x}} \quad (4.3.1.31)$$

Durch einfache Vertauschung der Koeffizienten in $\bar{\mathbf{H}}_{yx}$ können sämtliche anderen partiellen Kohärenzen gewonnen werden.

4.3.1.4 Schätzung von Vertrauensbereichen

Nach Bendat et al. (1971) kann der Vertrauensbereich der Übertragungsfunktion m_q wie folgt geschätzt werden:

$$\Delta m_q^2 = \frac{2p}{N-2p} F(n_1, n_2, \alpha) \frac{1 - \gamma_{ylx}^2 [Y, Y^*]}{1 - \gamma_{qlx}^2 [X_q, X_q^*]} \quad q \in \{1, \dots, Q\} \quad (4.3.1.32)$$

Δm_q^2 : absoluter Fehler des q-ten Koeffizienten der Übertragungsfunktion

$[Y, Y^*]$: Powerspektrum des Ausgangskanals

$[X_q, X_q^*]$: Powerspektrum des q-ten Eingangskanals

p : Anzahl der Koeffizienten der Übertragungsfunktion

N : Anzahl der Teilzeitreihen (Freiheitsgrad)

γ_{ylx} : multiple Kohärenz zwischen den Eingangskanälen und dem Ausgangskanal

γ_{qlx} : multiple Kohärenz zwischen dem q-ten Eingang und allen übrigen Eingängen

n_1 : $2p$

n_2 : $2N-2p$

α : $1 - \alpha'$ Sicherheit, dass das wahre m_q im Vertrauensintervall liegt

Die Funktion $F(n_1, n_2, \alpha)$ wird bestimmt durch Integration der Fischer'schen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f von 0 bis zu dem Wert, für den das Integral die Summenwahrscheinlichkeit $1 - \alpha'$ annimmt. In der Praxis entnimmt man die Werte für F Tabellen etwa Bendat et al. (1971). Die Fehler der Phasen der Koeffizienten berechnen sich aus den relativen Fehlern der Beträge:

$$\Delta \varphi(m_q) = \sin^{-1} \left(\frac{\Delta m_q}{|m_q|} \right) \quad (4.3.1.33)$$

Da bei den Feldmessungen (Kapitel 6) meist eine feste Anzahl von 32 Teilzeitreihen je Kanal zur statistischen Auswertung gelangen und das Vertrauensintervall so gewählt wird, dass der Schätzwert mit 95%-iger Wahrscheinlichkeit darin enthalten ist, ergeben sich einige Vereinfachungen, die im Folgenden unter Verwendung der ursprünglichen Notation angegeben werde. Es gilt dabei $m_1 := Z$, $m_2 := m_x$, $m_3 := m_y$ - was leicht zu Verwechslungen führen kann.

im univariaten Fall:

$$\Delta Z^2 = 0.22 (1 - \gamma^2(U_0, I)) \frac{|U_0|^2}{|I|^2} \quad (4.3.1.34)$$

im bivariaten Fall:

$$\Delta \tilde{Z}^2 = 0.37 \frac{1 - \gamma^2(U_0 | I, U_r)}{1 - \gamma^2(U_r, I)} \frac{|U_0|^2}{|I|^2} \quad (4.3.1.35a,b)$$

$$\Delta m^2 = 0.37 \frac{1 - \gamma^2(U_0 | I, U_r)}{1 - \gamma^2(I, U_r)} \frac{|U_0|^2}{|U_r|^2}$$

im trivariaten Fall:

$$\begin{aligned}\Delta\tilde{Z}_x^2 &= 0.52 \frac{1-\gamma^2(\mathbf{U}_{0x} | \mathbf{I}, \mathbf{U}_r) |U_{0x}|^2}{1-\gamma^2(\mathbf{U}_r, \mathbf{I}) |I|^2} \\ \Delta m_x^2 &= 0.52 \frac{1-\gamma^2(\mathbf{U}_{0x} | \mathbf{I}, \mathbf{U}_r) |U_{0x}|^2}{1-\gamma^2(\mathbf{U}_{rx} | \mathbf{I}, \mathbf{U}_{ry}) |U_{rx}|^2} \\ \Delta m_y^2 &= 0.52 \frac{1-\gamma^2(\mathbf{U}_{0x} | \mathbf{I}, \mathbf{U}_r) |U_{0x}|^2}{1-\gamma^2(\mathbf{U}_{ry} | \mathbf{I}, \mathbf{U}_{rx}) |U_{ry}|^2}\end{aligned}\quad (4.3.1.36a-c)$$

Der Gewichtungsfaktor am Beginn jeder Gleichung wird bestimmt von der Messzeit und dem damit eng verknüpften Freiheitsgrad, dem gewählten Vertrauensbereich und der Anzahl an Unbekannten. Mit zunehmender Zahl von Referenzstationen nimmt dieser Faktor fast umgekehrt proportional zu, bei sonst gleichen Randbedingungen. Der Erfolg der Referenztechnik ist daher nicht gleich der durch Einbeziehung weiterer Kanäle erzielten Erhöhung der multiplen Kohärenz sondern prinzipiell etwas kleiner. Für den Fall, dass die Einbeziehung eines weiteren Referenzkanals keine weitere Kohärenzerhöhung bewirkt, sollte dieser Kanal daher nicht in die Auswertung mit einbezogen werden. Weitere, den Fehler erhöhende Faktoren sind Eingangskohärenzen, die z.B. von einem zu geringen Referenzstationsabstand herrühren können. Im univariaten Fall verschwindet der Nenner des Kohärenzterms und die multiple Kohärenz wird zur ordinären Kohärenz. Im bivariaten Fall findet sich im Nenner beider Fehlerterme die ordinäre Kohärenz zwischen den beiden Eingangskanälen.

Quantifizierung des Gewinns an statistischer Sicherheit

Im Folgenden soll der Gewinn oder Verlust an statistischer Sicherheit bei Anwendung der skalaren bivariaten Referenztechnik gegenüber der einfachen Impedanzschätzung quantifiziert werden. Hierzu muss die Relation $\Delta Z_0 / \Delta \tilde{Z}_0$ als Funktion der Stärke des kohärenten Störfeldes, des Restrauschens und des Referenzstationsabstandes ausgedrückt und ausgewertet werden. Ausgehend von Gleichung 4.3.1.32 und mit der Kurzschreibweise

$$f_{p,N}^2 := \frac{2p}{N-2p} F(2p, 2N-2p, \alpha), \quad (4.3.1.37)$$

kann die Größe des Vertrauensbereichs der Impedanz wie folgt angegeben werden:

$$\Delta Z_0^2 = f_{I,N}^2 (1 - \gamma^2(\mathbf{U}_0, \mathbf{I})) \frac{|U_0|^2}{|I|^2}. \quad (4.3.1.38)$$

Die Kohärenz in diesem Ausdruck kann nach Gleichung 4.3.1.19 und 4.3.28 auch als Signal- zu Rauschverhältnis ausgedrückt werden:

$$\left(\frac{S}{R}\right)^2 = \frac{\gamma^2(\mathbf{U}_0, \mathbf{I}) |U_0|^2}{1 - \gamma^2(\mathbf{U}_0, \mathbf{I}) |U_0|^2} = \frac{|\hat{U}_0|^2}{|T|^2 + |\delta U_0|^2} \quad (4.3.1.39)$$

Hiermit lässt sich der Vertrauensbereich als Funktion der mittleren Stromstärke und des mittleren Gesamttrauschens angeben:

$$\Delta Z_0^2 = f_{I,N}^2 \frac{|T|^2 + |\delta U_0|^2}{|I|^2} \quad (4.3.1.40)$$

In ähnlicher Weise kann verfahren werden, wenn eine Referenzstation berücksichtigt werden soll. Es gilt dann:

$$\Delta \tilde{Z}_0^2 = f_{2,N}^2 \frac{(1 - \gamma^2(\mathbf{U}_0 | \mathbf{I}, \mathbf{U}_r)) |\mathbf{U}_0|^2}{(1 - \gamma^2(\mathbf{U}_r, \mathbf{I})) |\mathbf{I}|^2} \quad (4.3.1.41)$$

Werden auch hier die Kohärenzen substituiert, so folgt:

$$1 - \gamma^2(\mathbf{U}_0 | \mathbf{I}, \mathbf{U}_r) = \gamma^2(\mathbf{U}_0 | \mathbf{I}, \mathbf{U}_r) \frac{|\delta \mathbf{U}|^2}{|\hat{\mathbf{U}}_0|^2} = \frac{|\delta \mathbf{U}|^2}{|\hat{\mathbf{U}}_0|^2} \quad (4.3.1.42)$$

$$1 - \gamma^2(\mathbf{U}_r, \mathbf{I}) = \gamma^2(\mathbf{U}_r, \mathbf{I}) \frac{|m^{-1}T| + |\delta \mathbf{U}_r|^2}{|\hat{\mathbf{U}}|^2} = \frac{|m^{-1}T| + |\delta \mathbf{U}_r|^2}{|\mathbf{U}_r|^2}$$

$$\Delta \tilde{Z}_0^2 = f_{2,N}^2 \frac{|\delta \mathbf{U}|^2 |\mathbf{U}_r|^2}{(|m^{-1}T|^2 + |\delta \mathbf{U}_r|^2) |\mathbf{I}|^2} \quad (4.3.1.42)$$

Einige Größen sind noch mit anderen linear verknüpft. Die folgenden Relationen

$$\begin{aligned} |\delta \mathbf{U}|^2 &= |\delta \mathbf{U}_0|^2 + |m \delta \mathbf{U}_r|^2 \\ |\mathbf{U}_r|^2 &= |Z_r \mathbf{I}|^2 + |m^{-1}T|^2 + |\delta \mathbf{U}_r|^2 \end{aligned} \quad (4.3.1.43)$$

beheben diesen Umstand und der gesuchte Zusammenhang kann angegeben werden:

$$\frac{\Delta Z_0^2}{\Delta \tilde{Z}_0^2} = \frac{f_{1,N}^2}{f_{2,N}^2} \frac{(|T|^2 + |\delta \mathbf{U}_0|^2)(|m^{-1}T|^2 + |\delta \mathbf{U}_r|^2)}{(|\delta \mathbf{U}_0|^2 + |m \delta \mathbf{U}_r|^2)(|Z_r \mathbf{I}|^2 + |m^{-1}T|^2 + |\delta \mathbf{U}_r|^2)} \quad (4.3.1.43a)$$

Vor einer Auswertung des Ergebnisses soll vereinfachend angenommen werden, dass

- beiden Kanäle im Mittel gleich stark rauschen: $|\delta \mathbf{U}_0| = |\delta \mathbf{U}_r|$,
- das elektrische Störfeld und der leitende Untergrund homogen sind: $m = 1$.

Wir erhalten in diesem Fall:

$$\frac{\Delta Z_0}{\Delta \tilde{Z}_0} = \frac{f_{1,N}}{f_{2,N}} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1 + \frac{|\delta \mathbf{U}_0|^2}{|T|^2}}{\frac{|\delta \mathbf{U}_0|}{|T|} \sqrt{\left(1 + \frac{|Z_r \mathbf{I}|^2}{|T|^2} + \frac{|\delta \mathbf{U}_0|^2}{|T|^2}\right)}} \quad (4.3.1.44)$$

Das Ergebnis wird primär von den zwei Relationen $|Z_r \mathbf{I}|/|T|$ und $|\delta \mathbf{U}_0|/|T|$ bestimmt (Abb. 4.3.1.2). Eine Verbesserung ergibt sich stets dann, wenn die Referenzstation sehr weit entfernt ist $|Z_r \mathbf{I}| < |T|$ und wenn die Messkanäle kleinere Rauschpegel aufweisen als das kohärente Störsignal $|Z_r \mathbf{I}| > |\delta \mathbf{U}_0|$. Die Verbesserung ist jedoch, aufgrund des kleineren Freiheitsgrades der Referenztechnik, stets etwas geringer als die Relation $|T|/|\delta \mathbf{U}_0|$ (linker, oberer Quadrant in Abb.4.3.1.2).

Es stellt sich hingegen grundsätzlich keine Verbesserung ein, wenn die mittlere Amplitude des Störfeldes kleiner ist als das Restrauschen (untere Hälfte in Abb.4.3.1.2).

Der häufigste Fall ist der einer etwas zu nahen Referenzstation, wobei unter "nah" zu verstehen ist, dass $|Z_r \mathbf{I}| > |T|$ ist. In diesem Fall (rechter oberer Quadrant von Abb. 4.3.1.2) gilt:

$$\log_{10} \left(\frac{|T|}{|\delta U_0|} \right) - \log_{10} \left(\frac{|Z_r I|}{|T|} \right) = \log_{10} \left(\frac{\Delta Z_0}{\Delta \tilde{Z}_0} \right) \quad \text{bzw.} \quad \frac{|T|}{|\delta U_0|} \sim \frac{\Delta Z_0}{\Delta \tilde{Z}_0}. \quad (4.3.1.45)$$

In dem Maß, in dem $|Z_r I|$ gegenüber $|T|$ wächst, müsste auch $|T|$ gegenüber $|\delta U_0|$ wachsen, um ein gleich bleibendes Maß an Verbesserung sicherzustellen. Da aber $|T|$ nicht zu beeinflussen und in einem bestimmten Messgebiet für eine gegebene Frequenz konstant ist, gilt bei Variation der Lage der Referenzstation:

$$\frac{|T|}{|Z_r I|} \sim \frac{\Delta Z_0}{\Delta \tilde{Z}_0} \quad (4.3.1.46)$$

Zu bemerken ist noch, dass der Relation $|Z_0|/|Z_r|$, die ja ein Maß für die Verzerrung ist, in diesem Zusammenhang keine Bedeutung zukommt. Im Zusammenhang mit der Anwendung der Referenztechnik auf die Verbesserung eines Widerstandsspektrums stellen sich andere Fragen. Hier dürfte $|Z_r I|$ in den meisten Fällen in erster Näherung konstant sein, während $|T|$ variiert. Insbesondere bei technischen Störfeldern (kohärente Felder) wie dem Netzbrummen, muss mit Variationen um 1-2 Größenordnungen ($0.1-1000 \text{ Hz}$) gerechnet werden. In dem Maß wird auch die Relation $\Delta Z_0/\Delta \tilde{Z}_0$ variieren. Für den Fall $|Z_r I| > |T|$ führt dies in der Praxis dazu, dass störriche Frequenzbereiche zu einer starken Verschlechterung des Ergebnisses führen, während die Bereiche starker Störfelder sehr gut verbessert werden. Für $|Z_r I| < |T|$ ist dies nicht problematisch, da im ungünstigsten Fall eine leichte Verschlechterung in Kauf zu nehmen ist

$$\log_{10} (\Delta Z_0 / \Delta \tilde{Z}_0)$$

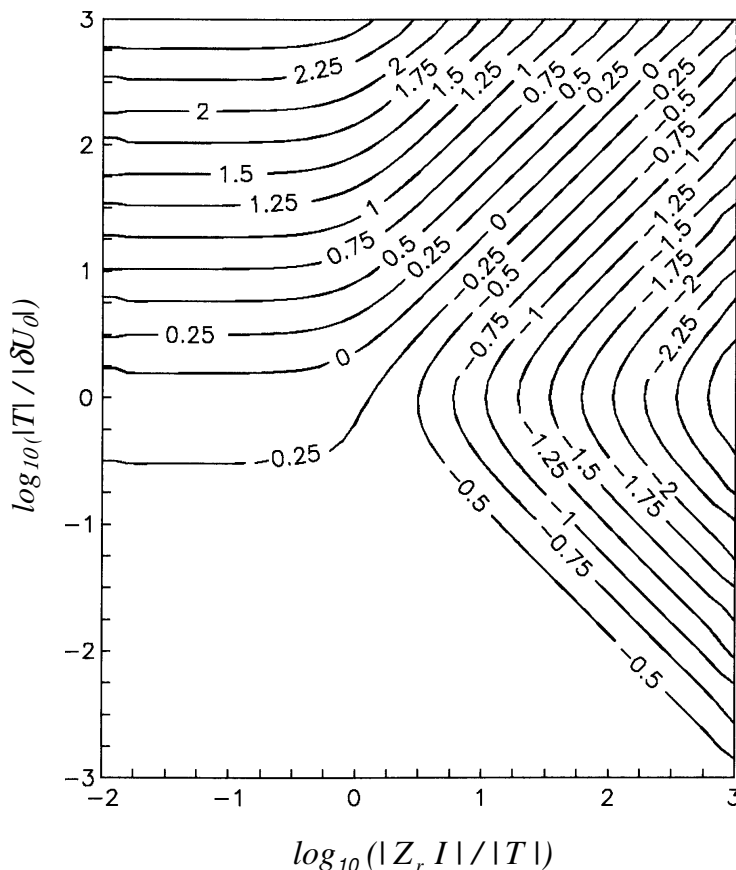


Abb. 4.3.1.2: Relative Verringerung des Messfehlers ΔZ_0 in Abhängigkeit von $|Z_r I|$, $|T|$ und $|\delta U_0|$.

(linker oberer Quadrant in Abb.4.3.1.2).

In von technischen Störfeldern freien Gebieten (z.B. Sudan) ist die frequenzabhängige Variation von $|T|$ meistens klein und die Relation $|T|/|\delta U_o|$ häufig groß. In diesen Fällen führt die Referenztechnik im gesamten Frequenzbereich zu einer Verkleinerung der Vertrauensbereiche.

4.3.1.5 Tensorieller Ansatz mit einem Referenzkanal

Die Tatsache, dass das elektrische Feld eine gerichtete Größe ist, wird mit dem skalaren Ansatz (Gln. 4.3.1.1) noch nicht berücksichtigt. Demzufolge wird das Ergebnis, insbesondere bei sehr inhomogenem Untergrund, nicht optimal sein können. Der vollständige Ansatz setzt die Erfassung beider Horizontalkomponenten des elektrischen Feldes sowohl an der Basis- als auch an der Referenzstation voraus. Die zueinander orthogonalen Komponenten werden zu Ortsvektoren zusammengefasst. Das Quellsignal I bleibt ein Skalar, jedoch nicht die Größe \mathbf{Z} . Dadurch kann eine mögliche Drehung, sowie eine elliptische Polarisierung des korrelierten Signalanteils berücksichtigt werden. Ebenso wie laterale Leitfähigkeitsinhomogenitäten die Richtung, den Betrag und die Phase des Nutzsignals an den Sondenkreuzen ändern können, wird auch das Störfeld beeinflusst. Ein Tensor $\overline{\mathbf{M}}$ beschreibt allgemein die Unterschiede im Störfeld an der Basis- und der Referenzstation. Mit:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= \begin{pmatrix} Z_x \\ Z_y \end{pmatrix} & \delta \mathbf{U}^i &= \begin{pmatrix} \delta U_x^i \\ \delta U_y^i \end{pmatrix} & \mathbf{T}^i &= \begin{pmatrix} T_x^i \\ T_y^i \end{pmatrix} \\ \overline{\mathbf{M}} &= \begin{pmatrix} m_{xx} & m_{xy} \\ m_{yx} & m_{yy} \end{pmatrix} & \overline{\mathbf{M}}^{-1} &= \begin{pmatrix} m^{xx} & m^{xy} \\ m^{yx} & m^{yy} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.3.1.47a-e)$$

lassen sich die Messgrößen in vektorieller Form ausdrücken:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_0^i &= \mathbf{Z}_0 I^i + \mathbf{T}^i + \delta \mathbf{U}_0^i \\ \mathbf{U}_r^i &= \mathbf{Z}_r I^i + \overline{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{T}^i + \delta \mathbf{U}_r^i \end{aligned} \quad (4.3.1.48a-b)$$

Auflösen von Gleichung 4.3.1.48b nach \mathbf{T}^i

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{T}^i &= \mathbf{U}_r^i - \mathbf{Z}_r I^i - \delta \mathbf{U}_r^i \\ \mathbf{T}^i &= \overline{\mathbf{M}} (\mathbf{U}_r^i - \mathbf{Z}_r I^i - \delta \mathbf{U}_r^i) \end{aligned} \quad (4.3.1.49a-b)$$

und Einsetzen von Gleichung 4.3.1.49 in Gleichung 4.3.1.48a liefert den tensoriellen Ansatz für die Ausgleichsrechnung:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_0^i &= \mathbf{Z}_0 I^i + \overline{\mathbf{M}} (\mathbf{U}_r^i - \mathbf{Z}_r I^i - \delta \mathbf{U}_r^i) + \delta \mathbf{U}_0^i \\ &= (\mathbf{Z}_0 - \overline{\mathbf{M}} \mathbf{Z}_r) I^i + \overline{\mathbf{M}} \mathbf{U}_r^i + (\delta \mathbf{U}_0^i - \overline{\mathbf{M}} \delta \mathbf{U}_r^i) \\ &= \tilde{\mathbf{Z}} I^i + \overline{\mathbf{M}} \mathbf{U}_r^i + \delta \mathbf{U}^i \end{aligned} \quad (4.3.1.50)$$

Zerlegt man diesen tensoriellen Ansatz in die x- und y-Komponente, dann zeigt sich, dass die Koeffizienten der Übertragungsfunktionen \mathbf{Z}_0 , $\overline{\mathbf{M}}$ durch zweimalige Anwendung der skalaren, trivariaten Ausgleichsrechnung bestimmt werden können:

$$\mathbf{U}_{0s}^i = \tilde{\mathbf{Z}}_s I^i + m_{ss} U_s^i + m_{st} U_t^i + \delta U^i \quad s, t \in \{x, y\} \quad (4.3.1.51)$$

Dabei gilt:

$$\tilde{\mathbf{Z}}_s = \mathbf{Z}_{0s} I^i - (m_{ss} \mathbf{Z}_{rs} + m_{st} \mathbf{Z}_{rt}) \quad s, t \in \{x, y\} \quad (4.3.1.52)$$

Da $\tilde{\mathbf{Z}}$ verzerrt ist, ist auch der spezifische Widerstand verzerrt:

$$\tilde{\rho}_s = K \tilde{\mathbf{Z}} \quad K : \text{Geometriefaktor} \quad (4.3.1.53)$$

4.3.1.6 Schätzung der mittleren Amplituden der Signalanteile an der Basis

Als Vorbereitung auf die Fallstudien in Kapitel 6 soll nachfolgend geklärt werden, wie die mittleren Amplituden der verschiedenen Signalanteile aus den Fourier-Koeffizienten der Teilzeitreihen berechnet werden können. Für die Messkanäle wurde dies an verschiedenen Stellen bereits getan:

$$|I|^2 = [I, I^*] \quad \text{mittlere Stromstärke} \quad (4.3.1.54)$$

$$|U_0|^2 = [U_0, U_0^*] \quad \text{mittlere Gesamtspannung an Basis}$$

$$|U_{rx}|^2 = [U_{rx}, U_{rx}^*], \quad |U_{ry}|^2 = [U_{ry}, U_{ry}^*] \quad \text{mittlere Spannungen an der Referenz}$$

Die Bestimmung der mittleren Amplituden der statistisch unterscheidbaren Signalanteile in U_0

$$|\hat{U}_0|, |\hat{T}_x|, |\hat{T}_y| \quad \text{kohärente Anteile in } U_0$$

ist etwas komplizierter. Die Terme in Gleichung 4.3.1.50 sind bekannt und können identifiziert werden als der mit dem Quellsignal korrelierende Anteil

$$\hat{U}_0^i = \tilde{Z} I^i, \quad (4.3.1.55)$$

als der mit dem Referenzkanal korrelierende Anteil, der im Wesentlichen das kohärente Störfeld ausmacht

$$\hat{T}_x^i = m_y U_r^i, \quad \hat{T}_y^i = m_x U_y^i \quad (4.3.1.56)$$

und als der nicht vorhersagbare Rauschanteil

$$s^i = \delta U^i. \quad (4.3.1.57)$$

Zur mittleren Nutzsinalamplitude wird Gleichung 4.3.1.55 mit dem konjugiert Komplexen erweitert

$$\hat{U}_0^i \hat{U}_0^{i*} = (\tilde{Z} I^i)(\tilde{Z} I^i)^*, \quad (4.3.1.58)$$

über alle Teilzeitreihen summiert, mit deren Anzahl normiert und die Wurzel gezogen

$$|\hat{U}_0| = |\tilde{Z}| |I|. \quad (4.3.1.59)$$

Auf diese Weise können auch die mittleren kohärenten Störsignalamplituden an der Basis berechnet werden:

$$|\hat{T}_x| = |m_x| |U_{rx}|, \quad |\hat{T}_y| = |m_y| |U_{ry}| \quad (4.3.1.60)$$

Nach Gleichung 4.3.1.19 ist die mittlere Amplitude des Rauschens N gleich der Differenz zwischen der gemessenen mittleren Gesamtspannung und der linear vorhersagbaren mittleren Gesamtspannung:

$$|N|^2 = |U_0|^2 - |U_0|^2 \gamma^2(U_0 | I, U_r) \quad (4.3.1.61)$$

In Gleichung 4.3.1.56 nahmen wir an, dass sich die Amplitude des kohärenten Störsignals an der Basis, unter Verwendung von m und U_r , schätzen lässt. Nach Gleichung 4.3.1.48b gilt dies jedoch nur dann, wenn kein mit dem Strom korreliertes Signal an der Referenzstation auftritt:

$$U_r^i = Z_r I^i + \frac{T^i}{m} + \delta U^i \quad (4.3.1.62a)$$

Andernfalls gilt:

$$|U_r|^2 = |Z_r I|^2 + \frac{|T|^2}{|m|^2} \quad (4.3.1.62b)$$

und folglich:

$$|T|^2 = m^2 (|U_r|^2 - |Z_r I|^2) \quad (4.3.1.62c)$$

Also ist die geschätzte Störsignalamplitude verzerrt.

Vertrauensbereiche der Signalanteile

Die absoluten Fehler der Signalanteile lassen sich unmittelbar aus den bekannten Fehlern von \tilde{Z}_s und m_x, m_y ableiten, da die Autopowerspektren der Eingangskanäle als fehlerfrei vorausgesetzt werden:

$$\Delta \hat{U}_0 = \Delta Z |I| \quad (4.3.1.63a)$$

$$\Delta \hat{T}_x = \Delta m_x |U_{rx}| \quad (4.3.1.63b)$$

$$\Delta \hat{T}_y = \Delta m_y |U_{ry}| \quad (4.3.1.63c)$$

4.3.1.7 Skalarer Ansatz im Falle mehrerer unkorrelierter Störfelder

Bisher sind wir, ohne dies explizit zu benennen, davon ausgegangen, dass die Quellen sämtlicher Störfelder weit entfernt liegen. Nur in diesem Fall erscheinen sämtliche Felder im Messgebiet als homogene Felder und besitzen die gleichen Übertragungsfunktionen. Es ist jedoch im Allgemeinen davon auszugehen, dass die Quellen auch in der Nähe des Messortes liegen könnten. In diesem Fall lautet die verallgemeinerte Form der Ansätze aus Gleichung 4.3.1.1a,b:

$$U_0^i = Z_0 I^i + \sum_{j=1}^J (T_j^i) + \delta U_0^i \quad \text{Basis} \quad (4.3.1.64)$$

$$U_{rk}^i = Z_{0k} I^i + \sum_{j=1}^J (m_{kj} T_j^i) + \delta U_{rk}^i \quad k - te \text{ Referenz, } k = \{1, \dots, K\}$$

Wenn die Übertragungsfunktionen m_{kj} jedoch unterschiedlich sind, dann können diese nicht mehr aus dem Summenterm herausgezogen werden.

Bekannt sind nur die Spannungen U_0, U_{rj} und der Strom I . Ein Ansatz wie in Gleichung 4.3.1.2 ist bereits für kleine J -Werte so komplex, dass er sich nicht mehr explizit angeben lässt. Formal können jedoch die $J+1$ Gleichungen zusammengefasst und nach U_0 aufgelöst werden:

$$U_o^i = \tilde{Z} I^i + \sum_{j=1}^J (\tilde{m}_j U_{rj}^i) + \delta U^i \quad (4.3.1.65)$$

$$\text{mit } \tilde{Z} = f(Z_k, m_{kj}), \quad \tilde{m}_j = f(m_{kj}) \quad \text{und} \quad \delta U^i = f(m_{kj}, \delta U_{rj}^i)$$

Natürlich setzt sich das kohärente Rauschen in U_o auch im Falle vieler naher Störfelder als Linearkombination dieser zusammen. Im \tilde{Z}_o -Term findet man neben den Impedanzen der Referenzen auch sämtliche Störfeldübertragungsfunktionen. In \tilde{m}_{kj} treten hingegen nur die Störfeldübertragungsfunktionen auf. Letzteres hat jedoch zur Konsequenz, dass nun nicht mehr nur die Impedanz verzerrt ist, sondern auch die Übertragungsfunktionen der Störfelder. In beiden Fällen liegt die Ursache in der Kohärenz der Messkanäle. Nur wenn es gelingt die Referenzstationen im Nahfeld jeder Störquelle zu platzieren, könnte dies weitgehend vermieden werden.

Eine j-variate Ausgleichsrechnung führt genau dann zu einer optimalen Vorhersage von U_o bzw. der Übertragungsfunktionen, wenn die Anzahl der Referenzstationen J gleich der Anzahl K der Störfeldübertragungsfunktionen ist und keine trivialen Kohärenzen zwischen den verschiedenen Referenzen bestehen. Ist die Zahl der Referenzen kleiner, dann wird das Ergebnis stets ein schlechteres sein. In diesem Fall gilt es, die verfügbaren Referenzen nahe an den Quellen der amplitudenstärksten Störfelder zu platzieren.

Aus den bisherigen allgemeinen Überlegungen kann keine Strategie für die optimale Anordnung der Referenzstationen abgeleitet werden. Zur Bewertung der Anzahl und Lage der Referenzstationen können jedoch die multiplen Kohärenzen herangezogen werden. Nur wenn sich die Kohärenz durch die Hinzunahme einer weiteren Referenz erhöht, ist deren Verwendung gerechtfertigt.

In ähnlicher Weise ist die Lage der Referenzstationen zu bewerten. Führt die Konfiguration A zu einer höheren multiplen Kohärenz als die Konfiguration B, so ist A vorzuziehen.

Eine Konfiguration ist dann optimal, wenn der nicht erklärbare Anteil von U_o in der Größenordnung des instrumentellen Eigenrauschens liegt.

4.3.2 Systematischer Fehler der bivariaten Widerstandsschätzung

Eigenschaften der Verzerrung

Nach Gleichung 4.3.1.2 ist die bivariat geschätzte Impedanz

$$\tilde{Z}_o = Z_o - mZ_r \quad (4.3.2.1)$$

i.A. verzerrt. Verwendet man diese zur Berechnung des scheinbaren spezifischen Widerstandes

$$\tilde{\rho}_s = K_o \tilde{Z}_o = K_o Z_o - K_o m Z_r = \rho_s - K_o m Z_r, \quad (4.3.2.2)$$

dann ist auch dieser zwangsläufig verzerrt. Den Grad der relativen Verzerrung von $\tilde{\rho}_s$, dv kann man angeben mit

$$dv = \frac{\rho_s - \tilde{\rho}_s}{\rho_s} = \frac{mZ_r}{Z_o}. \quad (4.3.2.3)$$

Aus Sicht des Anwenders ist die Verzerrung dann klein, wenn

- die Referenzstation sehr weit von der 4-Punkt Messanordnung entfernt ist ($Z_r \Rightarrow 0$), bzw. die Messanordnung vergleichsweise klein ist. In diesen Fällen ist die Impedanz Z_0 groß und der Geometriefaktor K_0 klein,
- sich die Referenzstation im Nahfeld einer Störquelle befindet, da dann die Übertragungsfunktion des Störfeldes sehr klein ist $m \ll 1$.

In einem homogenen Halbraum, mit dem spezifischen Widerstand ρ , kann dies noch genauer untersucht werden. Es gilt dort:

$$\rho = K_0 Z_0 \quad \text{Basisstation} \quad (4.3.2.4)$$

$$\rho = K_r Z_r \quad \text{Referenzstation} \quad (4.3.2.5)$$

Subtrahiert man Gleichung 4.3.2.2 von Gleichung 4.3.2.4

$$\rho - \tilde{\rho} = K_0 m Z_r, \quad (4.3.2.6)$$

und dividiert durch Gleichung 4.3.2.2, dann gelangt man zu einem Ausdruck, der die Verzerrung mittels der Geometriefaktoren beschreibt:

$$\delta v = \frac{\rho - \tilde{\rho}}{\rho} = \frac{m Z_r}{Z_0} = \frac{m K_0}{K_r} \quad \Rightarrow \quad K_r = \frac{m K_0}{\delta v} \quad (4.3.2.7a,b)$$

Man ist nun daran interessiert, für eine gegebene Messanordnung mit dem Geometriefaktor K_0 , den notwendigen Mindestabstand der Referenzstation aus K_r zu bestimmen. Hierzu muss die gerade noch tolerable Verzerrung δv festgelegt werden und es bedarf der Kenntnis der Übertragungsfunktion m des Störfeldes (Gln. 4.3.2.7b).

Die Werte von δv werden sich an der erzielten statistischen Messgenauigkeit $\delta \rho$ orientieren. Dabei sind zwei Level denkbar:

- $\delta v < \delta \rho$ univariat,
- $\delta v < \delta \rho$ bivariat.

Ist das erste Kriterium erfüllt, dann lohnt sich die Anwendung der Referenztechnik in jedem Fall. Das Kriterium ist jedoch so schwach, dass die Gefahr besteht, dass der statistische Fehler der multivariaten Widerstandsschätzung kleiner ist als die Verzerrung und man das Ergebnis fehldeutet. Das zweite Kriterium ist erheblich strenger. Der zu seiner Erfüllung notwendige Abstand der Referenzstation kann dann möglicherweise, aus Platzgründen oder technischen Gründen, nicht mehr realisiert werden. Die zweite Bedingung ist jedoch wesentlich leichter zu befriedigen, wenn die Störfeldübertragungsfunktion sehr klein ist ($m \ll 1$). Kleine Werte nimmt sie genau dann an, wenn die Referenzstation nahe und die Basisstation weit entfernt von der Störquelle liegt. Diese Situation ist sicher vorwiegend in dicht besiedelten Gebieten zu erwarten.

In dünn besiedelten Gebieten befindet sich die Quelle des Störfelds meist sehr entfernt vom Messort. Das Störfeld ist dann, im homogenen Halbraum, ebenfalls homogen und die Übertragungsfunktion $m=1$.

Große notwendige Referenzstationsabstände sind also eher in weniger dicht besiedelten Gebieten zu erwarten. Dort steht jedoch meist auch mehr Platz zur Verfügung.

4.3.2.1 Die Richtungsverzerrung

Eine Ausgleichsrechnung unter Verwendung des tensoriellen Ansatzes (Gln. 4.3.1.50) liefert neben $\bar{\mathbf{M}}$, die i.A. verzerrte lineare Beziehung zwischen Strom und Spannung:

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{Z}_0 - \bar{\mathbf{M}} \mathbf{Z}_r \quad (4.3.2.8)$$

Analog zu Gleichung 4.3.1.59 kann hieraus, durch Multiplikation mit der mittleren Stromstärke $|\mathbf{I}|$, die verzerrte mittlere Nutzsignalamplitude $\hat{\tilde{\mathbf{U}}}_0$ an der Basis abgeleitet werden,

$$\hat{\tilde{\mathbf{U}}}_0 = \hat{\mathbf{U}}_0 - \bar{\mathbf{M}} \hat{\mathbf{U}}_r, \quad (4.3.2.9)$$

die ebenso wie $\hat{\mathbf{U}}_0$ und $\hat{\mathbf{U}}_r$ eine komplexwertige und gerichtete Größe ist.

Im Allgemeinen werden die Richtungen von $\hat{\mathbf{U}}_0$ und von $\hat{\mathbf{U}}_r$ nicht übereinstimmen. In diesen Fällen tritt zu einer Verzerrung des Betrags und der Phase auch eine solche der Richtung hinzu (Abb. 4.3.2.1). Die Richtungsverzerrung kann angegeben werden:

$$\cos \Theta := \frac{[\hat{\mathbf{U}}_0, \hat{\tilde{\mathbf{U}}}_0]}{\sqrt{[\hat{\mathbf{U}}_0, \hat{\mathbf{U}}_0^*][\hat{\tilde{\mathbf{U}}}_0, \hat{\tilde{\mathbf{U}}}_0^*]}} \quad (4.3.2.10)$$

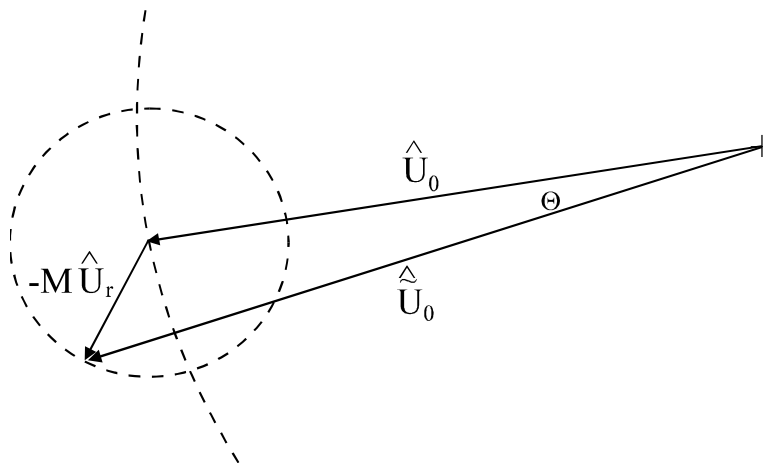


Abb. 4.3.2.1: Zur Verzerrung der Amplitude und Richtung des Nutzsignals $\hat{\tilde{\mathbf{U}}}_0$ bei nicht verschwindenden kohärenten Signalanteilen an der Referenzstation.

4.3.2.2 Modellierung der Nutzsinalspannungen

Nachfolgend werden die an der Basis- und der Referenzstation auftretenden Nutzsinalspannungen für einen konkreten Fall exemplarisch berechnet. Da die Referenztechnik zunächst für den Einsatz in ariden Gebieten entwickelt und erprobt wurde (Radić, 1988), wird eine Leitfähigkeitsstruktur zugrunde gelegt, die den Verhältnissen im nubischen Aquifer, speziell im Grenzbereich Sudan/Ägypten, angenähert ist.

Für das Modell wurden folgende Annahmen gemacht:

- Die gut leitende sedimentäre Deckschicht wird in einer Tiefe d von einem schlechtleitenden kristallinen Grundgebirge (Halbraum) begrenzt (Abb. 4.3.2.2a). Beide Schichten sind eben, homogen und isotrop.
- Induktions- und Polarisationserscheinungen sollen vernachlässigbar klein sein.
- Die Störquellen, üblicherweise tropische Gewitter, befinden sich in vergleichsweise großer Entfernung. Da wir einen eben geschichteten Untergrund annehmen, ist das Störfeld am Ort der Messung dann zwangsläufig homogen ($m=1$).
- Die verwendete Schlumberger Konfiguration ist in x-Richtung orientiert.
- Die Referenzstation befindet sich im Abstand D vom Mittelpunkt der Messanordnung entfernt und erscheint, bezogen auf die x-Achse, unter einem Azimutwinkel ϑ (Abb. 4.3.2.2b).

Im Messgebiet wurden Sondierungen mit maximalen Auslageweiten von $L/2=3\text{ km}$ durchgeführt. Hiermit ließ sich die Grundgebirgsoberfläche bis in 600 m Tiefe nachweisen.

Mit dem zur Verfügung stehenden Instrumentarien waren maximale Referenzstationsabstände von 1400 m möglich. Für die größten Auslageweiten ist dieser Abstand sicher zu klein. Daher wurde auch der Fall eines größeren Referenzstationsabstandes (5000 m) untersucht.

Zur exakten analytischen Berechnung der Nutzsinalspannung wurde das Spiegelpunktverfahren verwendet. Parameter der Modellierung sind die Elektrodenauslagenweite, der Azimut und der Referenzstationsabstand.

Abbildung 4.3.2.3 zeigt das Ergebnis für den Betrag der Spannungen. Mit wachsender Auslagenweite nimmt die Spannung an der Basis U_0 etwa umgekehrt proportional zum Quadrat der Auslagenweite ab. Ab $L/2=500\text{ m}$ flacht die Funktion, als Folge des Einflusses des Grundgebirges, etwas ab. Parallel hierzu nimmt die Spannung an der Referenzstation proportional mit der Auslagenweite zu. Bei einem Referenzstationsabstand von 1400 m und einer

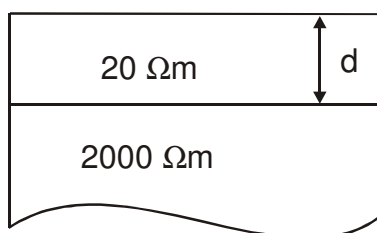


Abb. 4.3.2.2a: Leitfähigkeitsmodell

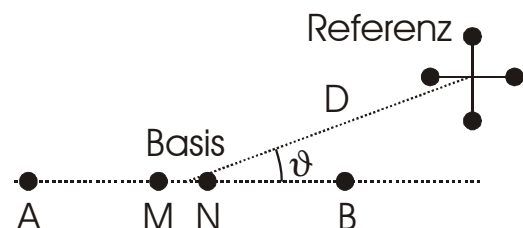


Abb. 4.3.2.2b: Beschreibung der relativen räumlichen Lage von Basis- und Referenzstation. $L=AB$

halben Auslagenweite von 1000 m sind beide Spannungen gleich groß. Bei einem 4-fach größeren Referenzstationsabstand (5000 m) ist dies erst bei einer 4-fach so großen Auslagenweite der Fall. Die Spannungen sind dort 12-fach kleiner.

Im eben geschichteten Untergrund ist die Verzerrung gleich dem Verhältnis der Nutzsinalspannungen. Dieses Verhältnis skaliert umgekehrt proportional mit der dritten Potenz der Auslagenweite. Es ist also bei kleinen Auslageweiten sehr groß, nimmt aber rasch zu großen Auslageweiten hin ab. Bis $L/2=100\text{ m}$ ist die Verzerrung kleiner als 1 Promille.

Berücksichtigt man weiter, dass das Signal- zu Noise Verhältnis umgekehrt proportional mit U_0 skaliert, dann folgt, dass die Verzerrung zu großen Auslageweiten hin stärker anwächst als der statistische Messfehler. Man kann also nicht darauf vertrauen, dass aus einer bei kleinen Auslageweiten vernachlässigbar kleinen Verzerrung folgt, dass dies auch bei großen Auslageweiten stets der Fall ist.

Der Azimutalwinkel hat nur dann einen nennenswerten Einfluss auf den Betrag der Nutzsinalspannung U_r , wenn die Auslagenweite etwa mit dem Referenzstationsabstand übereinstimmt. Bei kleinen Winkeln befindet sich eine der Stromelektroden dicht, bei großen Winkeln hingegen, weit ab der Referenzstation.

Das Ergebnis ist ein anderes, wenn man nur die U_{rx} -Komponente anstelle des Betrages betrachtet. In diesem Fall hängt das Nutzsignal stark vom Azimut ab (Abb. 4.3.2.4). Während ein kleiner Winkel (15°) nahezu das gleiche Ergebnis liefert wie ein großer (75°), erbringt ein solcher von 45° , für Auslageweiten $L/2 < 600\text{ m}$, ein 10-fach kleineres Nutzsignal an der Referenzstation. Tatsächlich kann diese positive Eigenschaft auch in der Praxis genutzt werden. In dem oben angenommenen Fall ändert das Störfeld seine Richtung nicht. Wenn es also an der Basis registriert wird, dann ist es in der parallel hierzu orientierten Referenzstationskomponente U_{rx} ebenfalls zu registrieren. Aus diesem Grund ist auf die Betrachtung der U_{ry} -Komponente verzichtet worden.

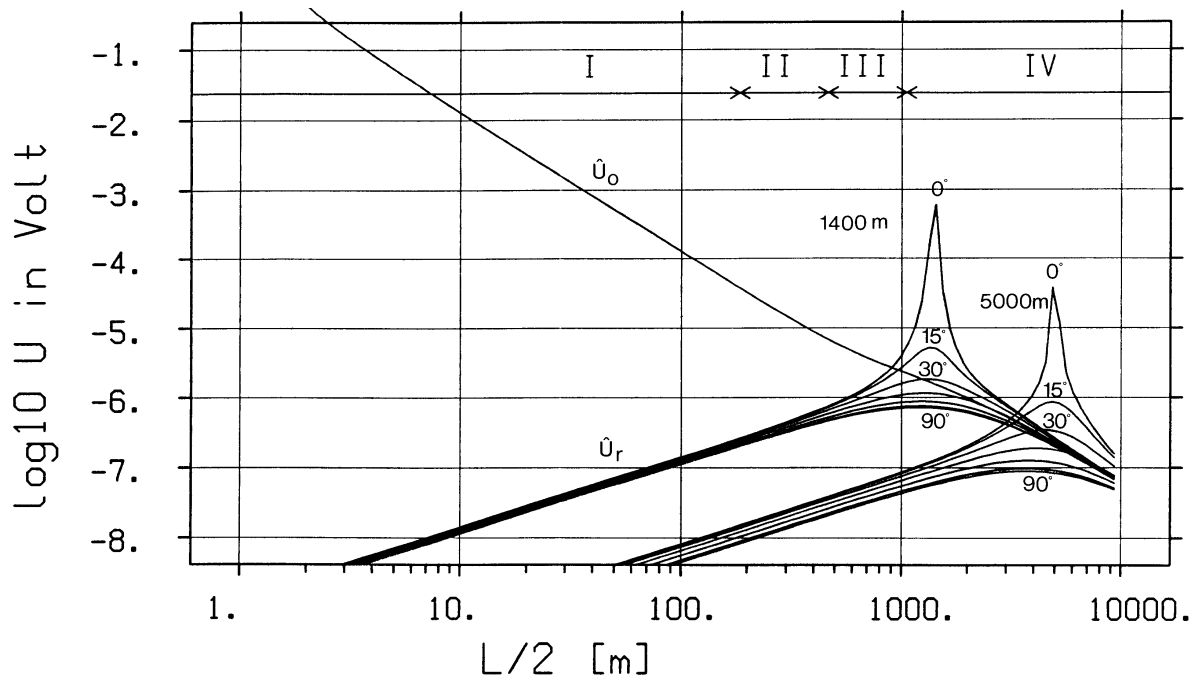


Abb. 4.3.2.3: Gesamtnutzsignalamplituden \hat{U}_0 , \hat{U}_r an der Basis- und der Referenzstation als Funktion von $L/2$ der Schlumberger Konfiguration für zwei Referenzstationsabstände und mehrere Azimutalwinkel ϑ . Die kleinsten Spannungen stellen sich für Referenzstationen ein, die im rechten Winkel zur Messauslage angeordnet sind. Eine Vergrößerung des Abstandes von $D=1400$ m auf 5000 m verringert die Spannung \hat{U}_r um den Faktor 12.

Modell: Eben geschichteter Halbraum mit: $\rho_0 = 20 \Omega m$, $\rho_1 = 2000 \Omega m$, $d = 500$ m, $I = 0.1$ A

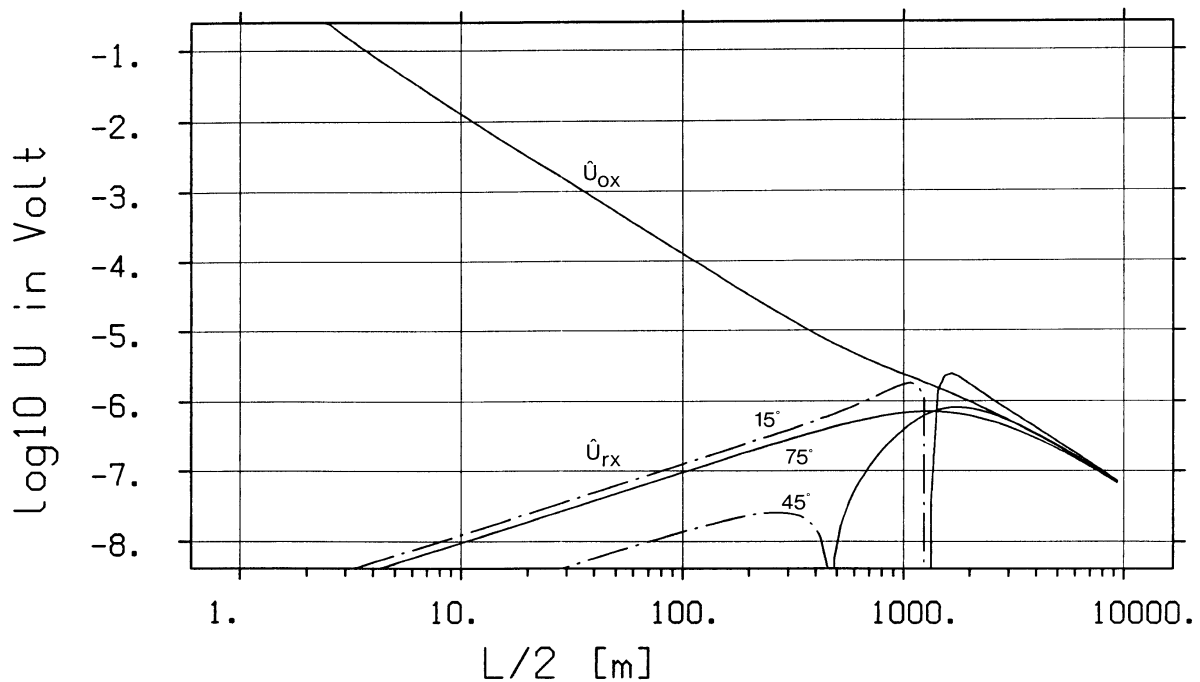


Abb. 4.3.2.4: Komponenten der Nutzsignalamplituden (\hat{U}_{0x} , \hat{U}_{rx}) parallel zum Streichen der Messauslage, an der Basis- und der Referenzstation, als Funktion von $L/2$ der Schlumberger Konfiguration. Für einen Referenzstationsabstand von 1400 m stellen sich die kleinsten Spannungen bei einem Azimut von $\vartheta=45^\circ$ ein. Leitfähigkeitsmodell wie in Abbildung 4.3.2.3.

4.3.2.3 Einfluss der Impedanzverzerrung auf den Frequenzeffekt

Vor der Diskussion, wie eine Verzerrung korrigiert werden kann, steht die Frage, ob dies in jedem Fall notwendig ist. Zur Erfassung von Polarisationserscheinungen ist die genaue Vermessung der Frequenzcharakteristik erforderlich. Hierzu gilt es den frequenzabhängigen normierten Widerstand und die Phase zu messen. An die Genauigkeit der Messung der Widerstandsänderungen sind dabei höhere Anforderungen zu stellen, als an die Messung des Absolutwertes des Widerstandes.

Um die Auswirkungen einer Verzerrung auf die Änderung der Impedanz zu bewerten, genügt es die Auswirkung auf den Frequenzeffekt zu untersuchen. Was für zwei beliebige Frequenzen gilt, gilt auch für das Betragsspektrum und dieses ist eindeutig mit dem Phasenspektrum verknüpft. Hierzu wird zunächst der verzerrte Frequenzeffekt $\tilde{\tilde{F}}E$, analog zum unverzerrten FE , vereinbart:

$$FE = 1 - \frac{Z_0(\omega_i)}{Z_0(\omega_0)} \quad (4.3.2.11)$$

$$\tilde{\tilde{F}}E = 1 - \frac{Z_0(\omega_i) - v(\omega_i)}{Z_0(\omega_0) - v(\omega_0)} \quad \text{mit } v(\omega) = m(\omega)Z_r(\omega) \quad (4.3.2.12)$$

Der Verzerrungsterm v wird als frequenzabhängig angenommen. Nach einigen Umformungen von Gleichungen 4.3.2.11 und 4.3.2.12 gelangt man zu einem Ausdruck, der den Einfluss der Verzerrung auf den Frequenzeffekt beschreibt:

$$\tilde{\tilde{F}}E = FE \left(1 - \frac{\left(1 - \frac{FE^v}{FE} \right)}{\left(1 - \frac{Z_0(\omega_0)}{v(\omega_0)} \right)} \right) \quad \text{mit } FE^v = 1 - \frac{v(\omega_i)}{v(\omega_0)} \quad (4.3.2.13)$$

Das Ergebnis erweist sich als komplexer als vermutet. Im Folgenden sollen daher die Eigenschaften anhand verschiedener Annahmen untersucht werden:

- Ohne eine Impedanzverzerrung ($v=0$) ist auch der Frequenzeffekt unverfälscht.
- Wenn die Verzerrung die gleiche Frequenzabhängigkeit aufweist wie die der Impedanz ($FE^v = FE$), dann ist der Frequenzeffekt ebenfalls unverzerrt. Dieser Fall tritt z.B. dann auf, wenn der Untergrund eben geschichtet ist und sich die Störquelle in großer Entfernung befindet. Die Übertragungsfunktion des Störfeldes ist dann $m(\omega)=1$ und $Z_r(\omega)$ weist die gleiche Frequenzabhängigkeit auf wie $Z_0(\omega)$.
- Wenn die Verzerrung hingegen nicht frequenzabhängig ist ($FE^v = 0$), dann ist die Stärke der Verzerrung des Frequenzeffekts gleich groß wie die der Verzerrung der Impedanz

$$\frac{\tilde{\tilde{F}}E}{FE} = \frac{Z}{\tilde{Z}}$$

Nehmen wir beispielsweise eine Verzerrung an, die doppelt so groß ist wie der statistische Messfehler (mit Referenztechnik), dann hat dies, bei einem Frequenzeffekt von typischerweise einigen Prozent, keinen messbaren Einfluss auf den Frequenzeffekt.

Auf das Betragsspektrum übertragen bedeutet dies, dass die Frequenzcharakteristik nicht signifikant verfälscht sein würde.

- d) Ein wirklich ungünstiges Ergebnis stellt sich nur ein, wenn $v \rightarrow Z_0$. Dann wirken sich die Frequenzabhängigkeiten sowohl von m als auch von Z_r stark auf den Frequenzeffekt aus. Mit diesem Fall müsste vor allem in dicht besiedelten Gebieten gerechnet werden.

4.3.3 Methoden zur Entzerrung des geschätzten Widerstandes

4.3.3.1 1D-Modellrechnungen

Für den Fall, dass trotz bestmöglicher Positionierung der Referenzstation eine geringe, jedoch den bivariaten statistischen Fehler übertreffende Verzerrung verbleibt, kann eine Entzerrung über eine Modellrechnung versucht werden. Der Erfolg und die Wahl der im Folgenden untersuchten Korrekturmethode hängt dabei wesentlich von der Stärke der Verzerrung, von der Homogenität des Untergrundes und von der Abhängigkeit der Verzerrung von der Leitfähigkeitsverteilung im Allgemeinen ab.

Wie bei 1D-Modellrechnungen für 4-Punkt-Anordnungen auch, wird zunächst vereinfachend angenommen, dass der Widerstand im Untergrund nur eine Funktion der Tiefe ist. Diese Annahme soll nun jedoch nicht mehr nur für das Areal gelten, das üblicherweise betrachtet wird, sondern für ein größeres, das auch die Referenzstation mit einschließt.

Mindestens zwei Vorgehensweisen sind denkbar:

1. Als erste Approximation wird ein Modell des Untergrundes zunächst nur aus der 'ungenauen', ohne Referenztechnik gewonnenen, Sondierungskurve abgeleitet. Hieraus kann die Verzerrung geschätzt und die unter Verwendung der Referenzmethode gewonnene Sondierungskurve entzerrt werden.
2. Es werden die, insbesondere bei großen Auslagen, verzerrten Widerstandswerte unmittelbar durch eine Modellkurve angepasst. Die Auswirkung der Referenztechnik wird jedoch bei der Modellrechnung berücksichtigt.

Ebenso wie die Annahme einer Eindimensionalität bei konventionellen Modellrechnungen begründet sein muss, sollte überprüft werden, ob auch das erweiterte Integrationsvolumen, das die Referenzstation einschließt, horizontal geschichtet ist. Mögliche laterale Inhomogenitäten werden in beiden Fällen in die Tiefe projiziert und verfälschen das Modell.

Durch Variation des in Kapitel 4.3.2.2 verwandten Modells kann der Einfluss der Modellparameter auf die Verzerrung untersucht werden.

Abbildung 4.3.3.1 zeigt hierzu die prozentuale Verzerrung, unter Berücksichtigung der Gesamtamplitude von \hat{U}_r , und eines Azimuts von 45° , für verschiedene Mächtigkeiten des gutleitenden Sediments. Trotz großer Variationsbreite ($d = 50 - 5000 \text{ m}$) ergeben sich nur geringe Änderungen in der Verzerrung (Faktor 3). Ein Einfluss geht dabei primär von einem begrenzten Tiefenbereich aus. Änderungen in Tiefen größer als der horizontale Abstand zur Referenzstation und solche in sehr geringen Tiefen verursachen eine Verzerrung, die der eines homogenen Halbraumes beliebigen spezifischen Widerstandes entspricht. Wachsende Widerstandskontraste verstärken den Einfluss des Schichtmächtigkeitsparameters auf die Verzerrung. Oberhalb eines Kontrastes von $1:10$ ist der Einflusszuwachs jedoch nur noch gering. Für den Erfolg einer

Modellierung der Verzerrung sind dies günstige Voraussetzungen, da offensichtlich ein relativ ungenaues Untergrundmodell bereits eine gute Entzerrung ermöglicht.

Ein Problem ergibt sich jedoch für Referenzstationsabstände, die deutlich größer sind als die maximale Auslagenweite. Die Verzerrung wird zunehmend von einem Tiefenbereich mitbeeinflusst, der die Aussagetiefe übertrifft. Diesem Nachteil steht jedoch eine deutlich geringere Verzerrung an sich gegenüber. Eine allgemeine Aussage über den Erfolg einer Korrektur auch bei großen Referenzabständen ist daher im Allgemeinen nicht möglich und hängt wesentlich davon ab, ob in diesem Tiefenbereich Widerstandsänderungen erwartet werden.

Grundsätzlich gelten die gleichen Aussagen auch für die skalare Referenzmethode (Abb. 4.3.3.2). Die allgemein geringere Verzerrung wird jedoch mit einer stärkeren Abhängigkeit von der Widerstandstiefenverteilung erkauft.

Während für geringe Verzerrungen (Gruppe II) Hoffnung auf eine hinreichende Korrektur besteht, kann dies für größere, aufgrund der immer vorhandenen, nicht im Modell erfassten lateralen Inhomogenitäten nicht mehr erwartet werden.

Das Polardiagramm (Abb. 4.3.3.3) zeigt das Verhalten des normierten Spannungsvektors

$$\mathbf{v} = \frac{\hat{\mathbf{U}}_0}{\hat{U}_0} \quad (4.3.3.1)$$

für Auslagenweiten bis $L/2=10 \text{ km}$. Bei kleinen Weiten besitzt dieser eine Länge von eins und zeigt auf den äußeren Kreis bei 0° . Mit wachsender Auslagenweite nimmt dessen Länge ab und ändert dabei seine Richtung um mehr als 90° .

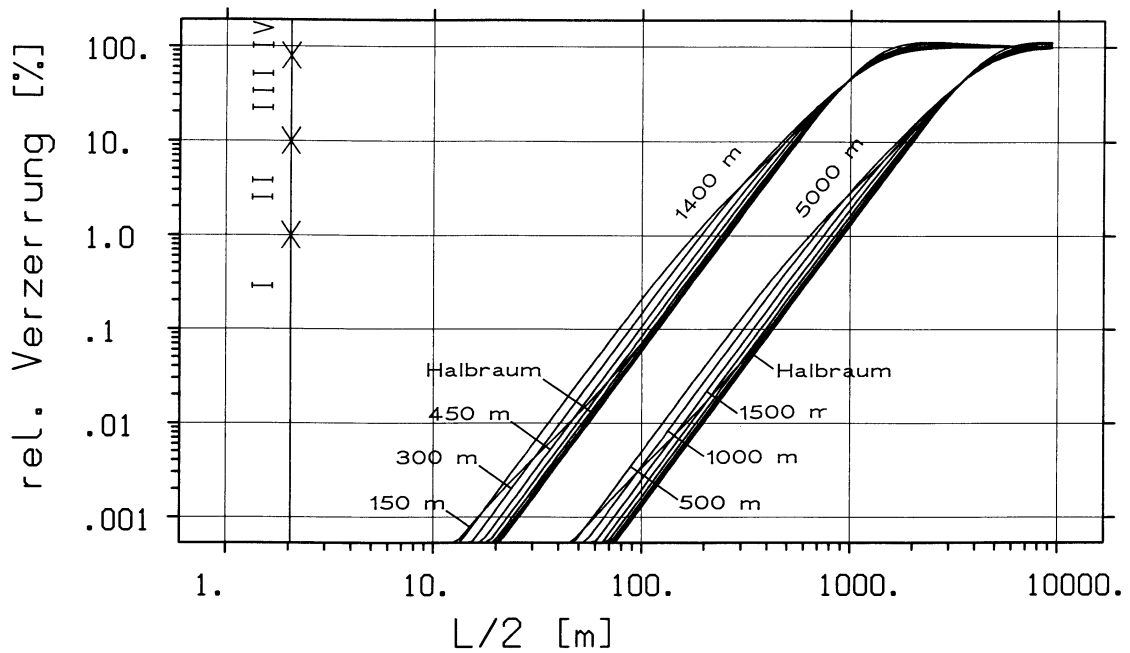


Abb. 4.3.3.1: Maximale relative Verzerrung ε_r des Nutzsignals \hat{U}_0 als Funktion der Auslagenweite für zwei verschiedene Referenzstationsabstände. Die Verzerrung ist in geringem Umfang von der Mächtigkeit der sedimentären Überdeckung abhängig. Modell wie in Abbildung 4.3.2.3 jedoch ist $\vartheta=45^\circ$.

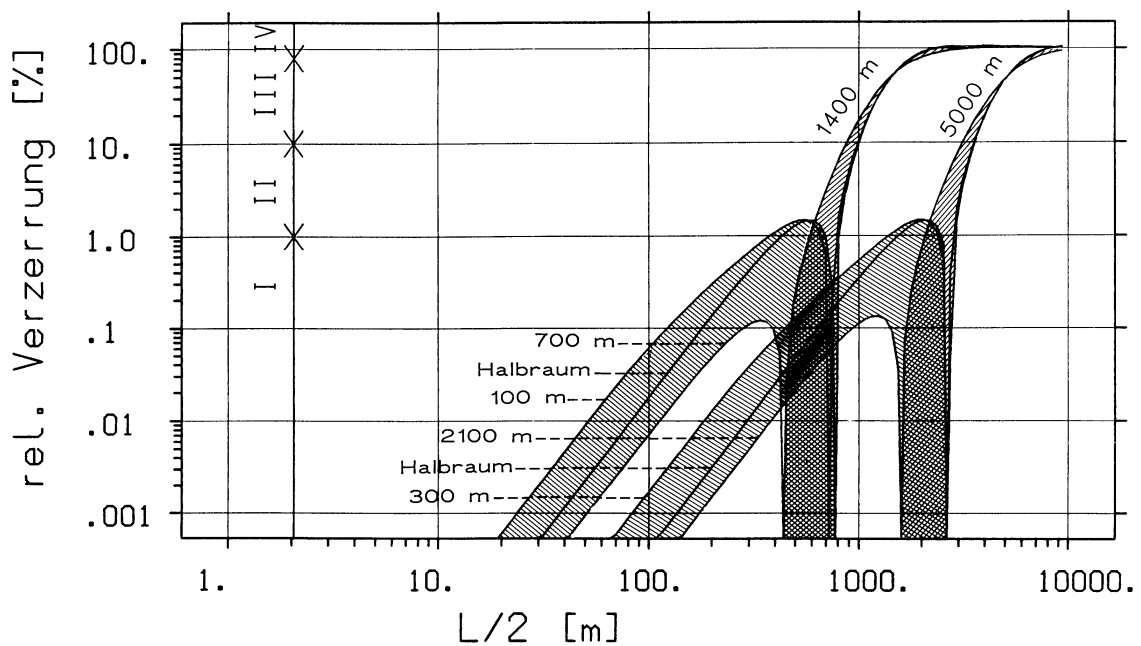


Abb. 4.3.3.2: Abhängigkeit des Betrags der maximalen relativen Verzerrung ε_r der skalaren Referenzmethode von der Sedimentmächtigkeit für zwei verschiedene Referenzstationsabstände. Das Modell minimaler Verzerrung und das Modell maximaler Verzerrung 'hüllen' die Gesamtviefalt (schraffiert) ein. Die Linie innerhalb des schraffierten Bereichs stellt das Modell des homogenen Halbraumes dar, gegen den die Modelle im Grenzfall ($d \ll D$ und $d \gg D$) konvergieren. Modell wie in Abbildung 4.3.2.3, $\vartheta=45^\circ$

Der Einfluss lateraler Inhomogenitäten kann nur über 3D-Modellierung untersucht werden. Von Bedeutung dürften jedoch insbesondere oberflächennahe Inhomogenitäten sein, die 'static-shifts' und Drehungen der Richtung des Stromfeldes nach sich ziehen. Großräumige Strukturen können wie bei konventionellen Modellrechnungen quantitativ nur durch zusätzliche Messungen erfasst werden.

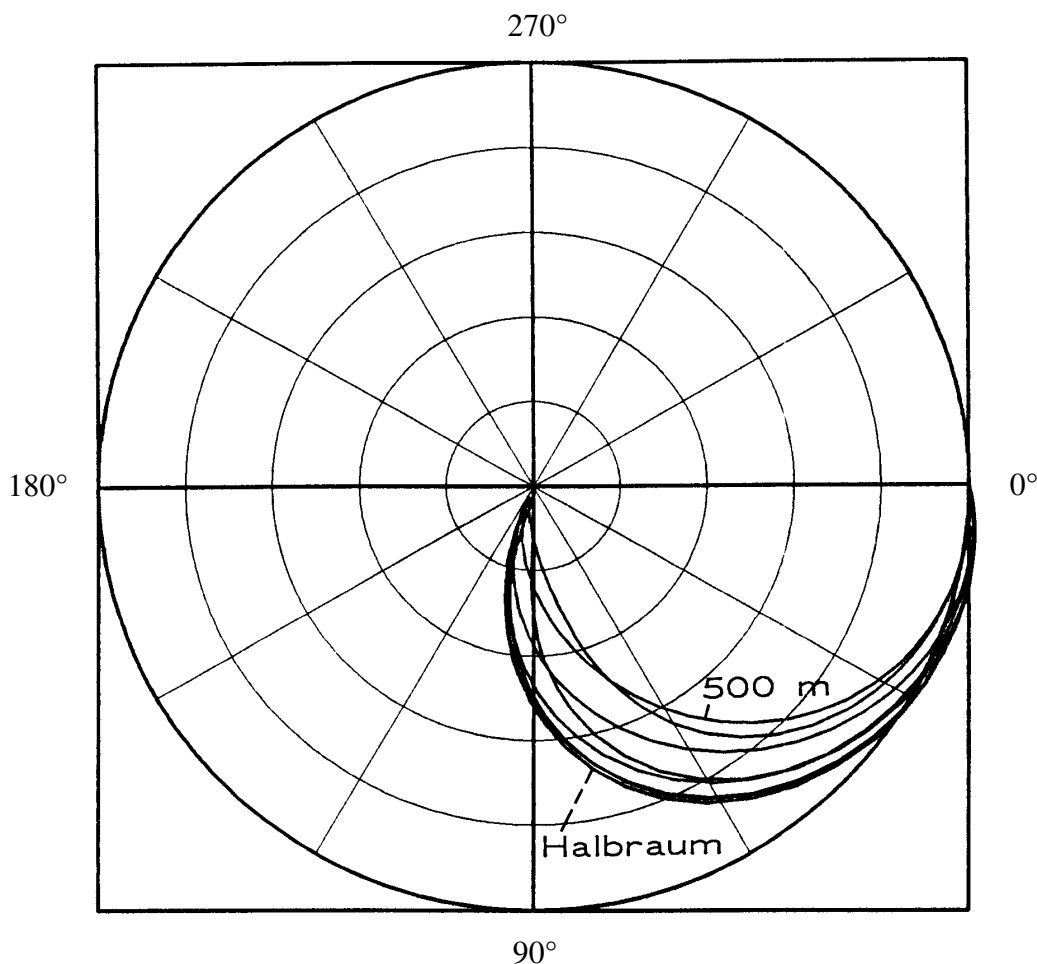


Abb. 4.3.3.3: Betrag und Richtung von \hat{U}_0/\hat{U}_0 für große Elektrodenauslagenweiten und unterschiedliche Mächtigkeit der sedimentären Überdeckung. Das unverzerrte Nutzsignal weist in Richtung der Dipolachse AB (0°) und hat die Länge des äußeren Kreisradius. Die Vielfalt der Modellkurven wird zum einen durch ein Modell mit einer Sedimentmächtigkeit von $d=500\text{ m}$ und zum anderen durch den Fall des homogenen Halbraums 'umhüllt'. Modell wie in Abbildung 4.3.2.3, $\vartheta=45^\circ$, $D=1400\text{ m}$.

4.3.3.2 Sonderfall sukzessive Widerstandskartierungen

Bisweilen ist es weder möglich, die Referenzstation hinreichend günstig aufzustellen, noch den Untergrund hinreichend genau zu modellieren um eine Verzerrung des spezifischen Widerstandes zu vermeiden. Dann gibt es nur noch im Spezialfall einer sukzessiv durchgeführten Kartierung die Möglichkeit der Entzerrung.

Der Übersichtlichkeit halber sei die Methode nur für den skalaren Fall der Referenztechnik aufgezeigt. Eine Verallgemeinerung ist jedoch möglich.

Ausgehend von Gleichung 4.3.2.1 gelangt man zur Bestimmungsgleichung:

$$Z_0 = \tilde{Z}_0 + m Z_r$$

Mit Hilfe der bivariaten Ausgleichsrechnung (Gln. 4.3.1.2) können das verzerrte \tilde{Z}_0 und das unverzerrte m sofort geschätzt werden. Zur Bestimmung des unverzerrten Z_0 bedarf es also nur noch der Kenntnis von Z_r . Z_r kann grundsätzlich mit einer univariaten Ausgleichsrechnung verzerrungsfrei bestimmt werden:

$$U_r^i = Z_r^u I^i + \delta U_r^i \quad \sum |\delta U_r^i|^2 \rightarrow \text{MINIMUM} \quad (4.3.3.2)$$

Verwendet man hierzu jedoch lediglich die Fourier-Koeffizienten, die auch zur bivariaten Schätzung verwendet wurden, dann ist das auf diese Weise geschätzte Z_r^u mit einer so großen statistischen Unsicherheit behaftet, dass der mit Hilfe der Referenztechnik erzielte Gewinn vollständig verloren geht.

Die Unsicherheit ließe sich verringern, wenn die Messzeit (Erhöhung des Freiheitsgrades) einmalig im notwendigen Umfang vergrößert werden würde. Aber auch dies bringt keinen Vorteil, da in diesem Fall der Zeitvorteil der Referenztechnik verloren gingen.

Die Lösung besteht nun darin, die erforderlichen zusätzliche Freiheitsgrade aus verschiedenen, jedoch ohnehin erforderlichen Widerstandsmessungen, also ohne zeitlichen Mehraufwand, zu gewinnen. Dies ist bei einer Widerstandskartierung zwanglos möglich, da mit jeder Transmitter-Position nicht nur eine, sondern üblicherweise viele Widerstandsmessungen durchgeführt werden.

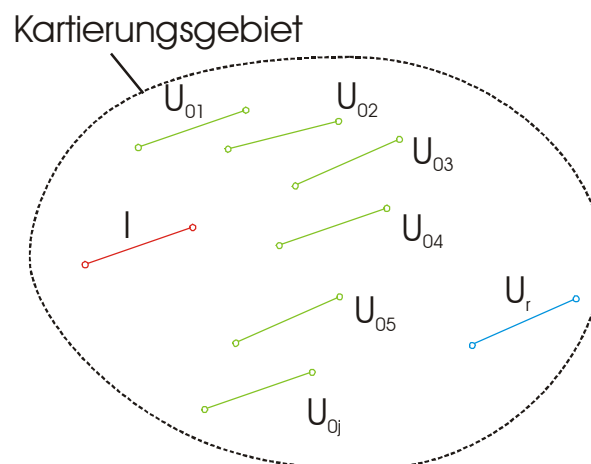


Abb. 4.3.3.4: Mögliche Anordnung des Stromdipols I , der Basisstationen U_{0j} und der Referenzstation U_r , zur Kartierung des elektrischen Feldes im umrandeten Gebiet.

Abbildung 4.3.3.4 veranschaulicht den Fall, bei dem die Potentialverteilung um einen einzelnen Stromdipol sukzessive mit einer Wanderstation auskartiert wird.

Sämtliche Messergebnisse werden nun in Gruppen zusammengefasst. Für die Elemente jeder Gruppe gilt, dass sowohl die Position des Strom-, als auch die des Referenzdipols übereinstimmt. Betrachten wir aus einer solchen Gruppe einen beliebigen Vertreter j , dann können aus den zugehörigen Fourier-Koeffizienten folgende Größen geschätzt werden:

$$\tilde{Z}_{0j}, \quad m_j, \quad Z_{rj}^u \quad (4.3.3.3)$$

Da innerhalb einer Gruppe die Referenzstation und der Stromdipol ortsfest sind, folgt sofort, dass der Erwartungswert von Z_{rj}^u für jedes Gruppenmitglied gleich ist. Mittelt man nun über alle J Messungen einer Gruppe,

$$\bar{Z}_r^u = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J Z_{rj}^u, \quad (4.3.3.4)$$

so erhält man mit dem Mittelwert \bar{Z}_r^u die gesuchte genauere Impedanzschätzung. Sofern die Randbedingungen bei den Messungen gleich bleiben (insbesondere das S/R -Verhältnis und die tellurische Übertragungsfunktion), lässt sich die zu erwartende Verbesserung aus Gleichung 4.3.1.37 herleiten und angeben mit:

$$\Delta \bar{Z}_r^u = \frac{f_{1,N}}{f_{1,NJ}} \Delta \bar{Z}_{rj}^u \approx \frac{1}{\sqrt{J}} \Delta \bar{Z}_{rj}^u \quad (4.3.3.5)$$

Nach Gleichung 4.3.3.5 wächst die Sicherheit der Schätzung mit steigender Zahl J an Kartierungspunkten an. Es stellt sich nun die Frage, wie sich die Entzerrung, mit einem gemittelten \bar{Z}_r^u , auf die statistische Sicherheit der Impedanzschätzung auswirkt. Um zu klären wie groß die relative Steigerung der Messgenauigkeit mit Hilfe der Referenztechnik nach erfolgter Entzerrung ist, muss die folgende Relation berechnet werden:

$$\frac{\Delta Z_0^u}{\Delta Z_0^b} \quad (4.3.3.6)$$

Hierzu werden die Vertrauensbereiche aller Übertragungsfunktionen benötigt:

$$\Delta Z_0^u, \Delta \tilde{Z}_0, \Delta \bar{Z}_r^u, \Delta m \quad (4.3.3.7)$$

Analog zur Herleitung von ΔZ_0^u und $\Delta \tilde{Z}_0$ (Kapitel 4.3.1.4) kann auch der Fehler von \bar{Z}_r^u bestimmt werden:

$$\Delta \bar{Z}_r^2 = f_{1,NJ}^2 (1 - \gamma^2(U_r, I)) \frac{|U_r|^2}{|I|^2} \quad (4.3.3.8)$$

Die Übertragungsfunktion Z_r sollte dabei jedoch wesentlich genauer bestimmt sein als dies mit einer normallangen Registrierung der Fall wäre. Dies wird durch den Index NJ zum Ausdruck gebracht, wobei gilt: $N \ll NJ$. Nach Ersetzung der Kohärenz durch das entsprechende S/R -Verhältnis folgt:

$$\Delta Z_r^2 = f_{1,NJ} \frac{\sqrt{(|m^{-1}T|^2 + |\delta U_r|^2)}}{|I|} \quad (4.3.3.9)$$

Die Übertragungsfunktion m des Störfeldes geht aus der bivariaten Ausgleichsrechnung für eine Registrierung mit dem Freiheitsgrad N hervor:

$$\Delta m^2 = f_{2,N}^2 \frac{1 - \gamma^2(\mathbf{U}_0 | \mathbf{I}, \mathbf{U}_r) |\mathbf{U}_0|^2}{1 - \gamma^2(\mathbf{I}, \mathbf{U}_r) |\mathbf{U}_r|^2} \quad (4.3.3.10)$$

Entsprechend Gleichung 4.3.1.28 kann auch die multiple Kohärenz im Zähler substituiert werden:

$$1 - \gamma^2(\mathbf{U}_0 | \mathbf{I}, \mathbf{U}_r) = \gamma^2(\mathbf{U}_0 | \mathbf{I}, \mathbf{U}_r) \frac{|\delta \mathbf{U}|^2}{|\hat{\mathbf{U}}_0|^2} \quad (4.3.3.11)$$

Das Signal steht jetzt nicht mehr in Relation zum Gesamtrauschen, sondern nur noch zum nicht kohärenten Rest.

$$1 - \gamma^2(\mathbf{I}, \mathbf{U}_r) = \frac{|m^{-1}T|^2 + |\delta \mathbf{U}_r|^2}{|\delta \mathbf{U}_r|^2} \quad (4.3.3.12)$$

Für den absoluten Fehler folgt dann:

$$\Delta m = f_{2,N} \frac{|\delta \mathbf{U}_0|^2}{|m^{-1}T|^2 + |\delta \mathbf{U}_r|^2} \quad (4.3.3.13)$$

Unter der Annahme einer maximalen Fortpflanzung des Fehlers müssen die relativen Fehler von m und Z_r addiert werden, um den Fehler des Produkts zu erhalten

$$\delta(mZ_r) = \delta m + \delta Z_r = \frac{\Delta m}{|m|} + \frac{\Delta Z_r}{|Z_r|} = \frac{\Delta(mZ_r)}{|mZ_r|} \quad (4.3.3.14)$$

$$\Delta(mZ_r) = |Z_r| \Delta m + |m| \Delta Z_r$$

Durch Einsetzen von Δm und ΔZ_r folgt:

$$\Delta(mZ_r) = |Z_r| f_{2,N} \frac{|\delta \mathbf{U}_0|}{\sqrt{(|m^{-1}T|^2 + |\delta \mathbf{U}_r|^2)}} + |m| f_{1,NJ} \frac{\sqrt{(|m^{-1}T|^2 + |\delta \mathbf{U}_r|^2)}}{|I|} \quad (4.3.3.15)$$

Abschließend sei vereinfachend angenommen, dass das Störfeld homogen ($m = 1$) und das mittlere Eigenrauschen der Eingangskanäle gleich stark ist $|\delta \mathbf{U}_0| = |\delta \mathbf{U}_r|$.

$$\frac{\Delta Z_0^u}{\Delta Z_0^b} = \frac{f_{1,N} \left(1 + \frac{|\delta \mathbf{U}_0|^2}{|T|^2} \right)}{f_{1,NJ} \left(1 + \frac{|\delta \mathbf{U}_0|^2}{|T|^2} \right) + f_{2,N} \frac{|\delta \mathbf{U}_0|}{|T|} \left\{ \frac{|Z_r I|}{|T|} + \sqrt{2 \left(1 + \frac{|Z_r I|^2}{|T|^2} + \frac{|\delta \mathbf{U}_0|^2}{|T|^2} \right)} \right\}} \quad (4.3.3.16)$$

Wie bereits in Kapitel 4.3.1.4, enthält die Bestimmungsgleichung auch hier nur zwei Typen von Relationen: $|\delta \mathbf{U}_0|/|T|$ und $|Z_r I|/|T|$, so dass sich der Fehlerquotient wieder als Funktion dieser Relationen darstellen lässt (Abb. 4.3.3.5). Dabei wurde ein 100-fach erhöhter Freiheitsgrad bei der Schätzung von \bar{Z}_r^u vorausgesetzt. Der Vergleich mit Abbildung 4.3.1.2 zeigt, dass sich wesentliche Unterschiede nur für den Fall eines starken kohärenten Feldes ergeben. Die Größe

des Fehler von \bar{Z}_r^u wird dann zum limitierenden Faktor, der eine Verbesserung um mehr als das $J^{1/2}$ -fache nicht zulässt.

Wird die Kartierung nicht sukzessive, sondern in einem Schritt durchgeführt, dann fallen die für die Entzerrung erforderlichen zusätzlichen Freiheitsgrade leider nicht an und die Entzerrungstechnik kann nicht angewandt werden.

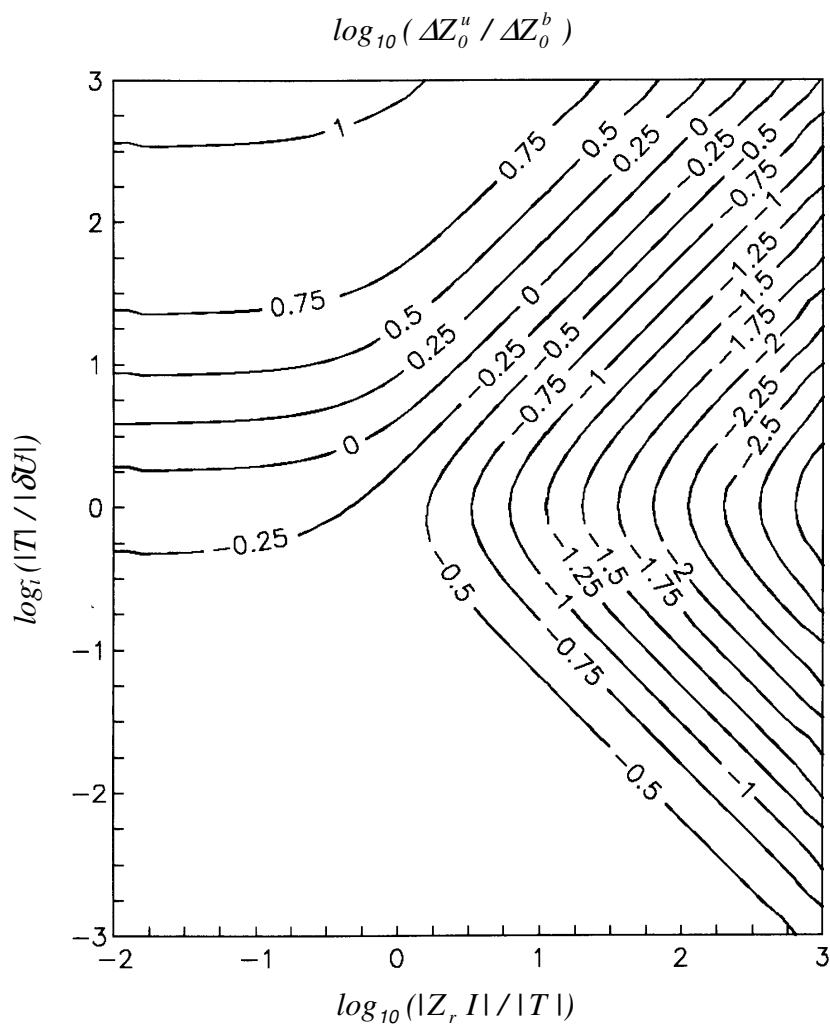


Abb. 4.3.3.5: Relative Erhöhung der statistischen Sicherheit der Impedanzschätzung durch die Anwendung der skalaren Referenztechnik in Verbindung mit einer Entzerrungstechnik. Dabei wurde angenommen, dass für die Entzerrung über $J=100$ Kartierungspunkte gemittelt werden kann. Weiter gelte: $m=1$, $|\delta U_0| = |\delta U_r|$.

4.4 Bestimmung von Parametern zur Charakterisierung lateral inhomogener Medien

Ist ein zu untersuchendes Messgebiet so groß, dass die verfügbaren zeitlichen, personellen und instrumentellen Ressourcen lediglich isolierte Tiefensondierungen zulassen, dann besteht stets die Gefahr, dass unerkannte laterale Leitfähigkeitsinhomogenitäten zu falschen Interpretationsergebnissen führen. Nicht selten ist den Messdaten der Einfluss von lateralen Inhomogenitäten nicht anzumerken und folglich eine gute Datenanpassung, mit einem 1D-Modell, kein verlässliches Kriterium.

4.4.1 Der geoelektrische Widerstandstensor und hiervon abgeleitete Parameter

In diesen Fällen ist die Messung und Auswertung des scheinbaren spezifischen Widerstandstensors ρ (Gln. 4.4.1.1) eine effiziente Methode, die Existenz relevanter Inhomogenitäten aufzudecken (Bibby et al, 1993).

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} \tag{4.4.1.1}$$

E und J sind die elektrische Feldstärke und die Stromdichte am Messort. Zur Bestimmung des Tensors ist keine direkte Messung der Stromdichte erforderlich, da hier stets die des homogenen Halbraumes gemeint ist. Damit wird das bewährte Konzept der Berechnung eines skalaren scheinbaren spezifischen Widerstandes, der nur im homogenen Halbraum auch der wahre ist, zur Bestimmung eines scheinbaren Widerstandstensors verallgemeinert. Zur Messung sind einerseits

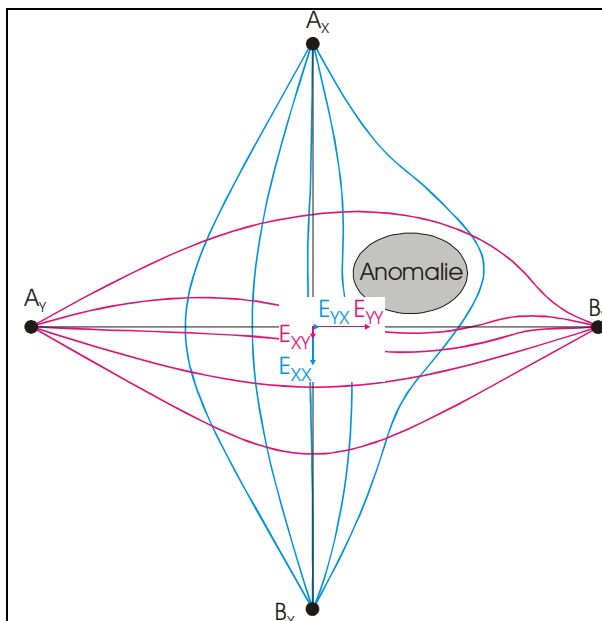


Abb. 4.4.1.1: Deformation der beiden Stromdipolfelder als Folge einer Leitfähigkeitsanomalie (Prinzipialskizze). Die Richtungen der beiden Stromflüsse an den Sonden weichen azimuthal von der jeweiligen Stromdipolachse ab. Der Winkel zählt dabei im Uhrzeigersinn positiv.

zwei Stromdipole und andererseits zwei Spannungsdipole erforderlich. Im Gegensatz zur Bestimmung des Widerstandstensors der Magnetotellurik, können die beiden Quellsignale (I_x, I_y) jedoch direkt gemessen werden. Hieraus folgt, dass die einzelnen Tensorelemente aus einfachen Übertragungsfunktionen und damit auch unabhängig voneinander bestimmt werden können:

$$\begin{aligned} \rho_{xx} &= \frac{E_{xx}}{J_x}, & \rho_{yx} &= \frac{E_{yx}}{J_x}, \\ \rho_{xy} &= \frac{E_{xy}}{J_y}, & \rho_{yy} &= \frac{E_{yy}}{J_y} \end{aligned} \tag{4.4.1.2}$$

Bibby et al. (1993) benennen drei Drehinvarianten des Widerstandstensors:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{I}{2} (\rho_{xx} + \rho_{yy}), \\ P_2 &= \sqrt{\rho_{xx}\rho_{yy} - \rho_{xy}\rho_{yx}}, \\ P_3 &= \frac{I}{2} (\rho_{yx} - \rho_{xy}) \end{aligned} \tag{4.4.1.3}$$

und deren physikalische Bedeutung. In einem eben geschichteten Halbraum gilt:

$$P_1 = P_2 = \rho_s, \quad P_3 = 0. \quad (4.4.1.4)$$

In lateral inhomogenen Medien sind die drei Invarianten hingegen im Allgemeinen ungleich und sollten als Indikatoren für laterale Inhomogenitäten dienen können. Weitere äquivalente Parameter sind die Richtung α der Hauptachse:

$$\tan 2\alpha = (\rho_{xy} + \rho_{yx}) / (\rho_{xx} - \rho_{yy}), \quad (4.4.1.5)$$

und die mittlere Richtungsabweichung β von \mathbf{E} gegenüber \mathbf{J} :

$$\tan 2\beta = P_3 / P_1. \quad (4.4.1.6)$$

4.4.2 Parameter des unvollständig bestimmten Widerstandstensors

Der Einsatz eines zweiten, orthogonal zum ersten orientierten Stromdipols, erhöht deutlich den Zeitaufwand der Feldarbeiten. Bei Großsondierungen, wie sie vom Autor im Sudan und in Ägypten durchgeführt wurden (Radić, 1988), wurde dies nur in Ausnahmefällen angewandt (Kapitel 6.1). Eine routinemäßige Anwendung hätte die Zahl der untersuchten Lokationen unakzeptabel stark verringert.

Messungen mit nur einem Strom- und zwei Spannungsdipolen erfordern hingegen nahezu keinen zusätzlichen zeitaufwendig, sofern die hierfür notwendige mehrkanalige Hardware vorhanden ist. Allerdings können so nur zwei der vier Tensorelemente bestimmt werden, nämlich ρ_{xx} und ρ_{yx} .

Da der Informationsgehalt dieser beiden Elemente geringer ist, existieren Inhomogenitäten, die schlechter als mit der Kreuzsondierung erfasst werden können. Aber auch die Kenntnis des vollständigen Widerstandstensors hilft nur die Existenz lateraler Inhomogenitäten aufzudecken und semiquantitativ zu bewerten. Sie ersetzen keine dichte profil- oder flächenhafte Vermessung, da sie keine hinreichend detaillierten Informationen über die Geometrie der Inhomogenität liefert.

Wird nur ein Stromdipol zur Sondierung verwendet, dann ist es unerheblich, ob ρ oder \mathbf{E} ausgewertet wird. Beide Feldvektoren sind geeignet, um die bereits im Kapitel 3.3 eingeführten Parameter Drehwinkel α und Elliptizität ϵ zu bestimmen.

Im eben geschichteten Halbraum bildet sich um die Stromeinspeisungselektroden A und B an der Erdoberfläche stets das charakteristische Feld eines Dipols aus. Für alle In-Line 4-Punkt Anordnungen fließt der Strom im Zentrum exakt parallel zur Achse des Spannungsmessdipols.

Laterale Leitfähigkeitsänderungen führen zu einer Deformation dieses Dipolfeldes (Abb. 4.4.1.1). Für quasi Gleichströme wird ein azimuthaler Drehwinkel α' des induzierten elektrischen Feldes beobachtet.

Der Vektor des elektrischen Feldes weist eine elliptische Polarisation ϵ auf, wenn die Phasen der Komponenten differieren. Dies ist jedoch nur dann der Fall, wenn IP- und/oder EM-Effekte vorhanden sind und der Erdboden zudem lateral inhomogen leitend ist.

Im Folgenden werden verschiedene Methoden zur Bestimmung der Drehrichtung und der Elliptizität eingeführt und anhand von Felddaten miteinander verglichen.

4.4.2.1 Parameterbestimmung mittels univariater Ausgleichsrechnung (UAR)

Es sei $E(t)$ der Ortsvektor der elektrischen Gesamtvariation (Gln. 4.4.2.1). Die Phasenlagen der Komponenten E_X und E_Y bezüglich des Quellsignals I sind im Allgemeinen ungleich ($\varphi_X \neq \varphi_Y$), so dass die Spitze des Ortsvektors, für die betrachtete Frequenz, eine Ellipse beschreibt (Abb. 4.4.2.1).

$$\begin{aligned} \hat{E}(t) &= e_x \hat{E}_x(t) + e_y \hat{E}_y(t) \\ \hat{E}_x(t) &= |\hat{E}_x| \cos(\omega t + \varphi_x) \\ \hat{E}_y(t) &= |\hat{E}_y| \cos(\omega t + \varphi_y) \end{aligned} \tag{4.4.2.1}$$

Gesucht ist das um α' gedrehte Koordinatensystem, in dem eine Komponente \hat{E}_1 genau dann maximal ist, wenn die andere \hat{E}_2 verschwindet. Hierzu ist folgendes Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha' & \sin \alpha' \\ -\sin \alpha' & \cos \alpha' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{E}_x(t) \\ \hat{E}_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{E}_1 \cos(\omega t - \varphi) \\ \hat{E}_2 \sin(\omega t - \varphi) \end{pmatrix} \quad \text{mit } \varphi := \varphi_y - \varphi_x \tag{4.4.2.2}$$

Born et al. (1975) gibt als Lösung für den Rotationswinkel α' an:

$$\alpha' = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2 |\hat{E}_x| |\hat{E}_y| \cos \varphi}{|\hat{E}_x|^2 - |\hat{E}_y|^2} \right) \tag{4.4.2.3}$$

Im Sonderfall einer verschwindenden Phasendifferenz (z.B. bei Gleichstrommessungen) vereinfacht sich Gleichung 4.4.2.3 zu

$$\alpha' = \tan^{-1} (|\hat{E}_y| / |\hat{E}_x|). \tag{4.4.2.4}$$

Offensichtlich ist die Richtung der großen Hauptachse identisch mit der Richtung des Stromflusses. Die Hauptachsen lassen sich als Funktion der Messgrößen ausdrücken:

$$\begin{aligned} \hat{E}_1 &= |\hat{E}_x|^2 \cos^2 \alpha' + |\hat{E}_y|^2 \sin^2 \alpha' + |\hat{E}_x| |\hat{E}_y| \sin 2\alpha' \cos \varphi \\ \hat{E}_2 &= |\hat{E}_x| |\hat{E}_y| \sin \varphi \end{aligned} \tag{4.4.2.5}$$

Die Elliptizität ε drückt das Amplitudenverhältnis der Hauptachsen aus:

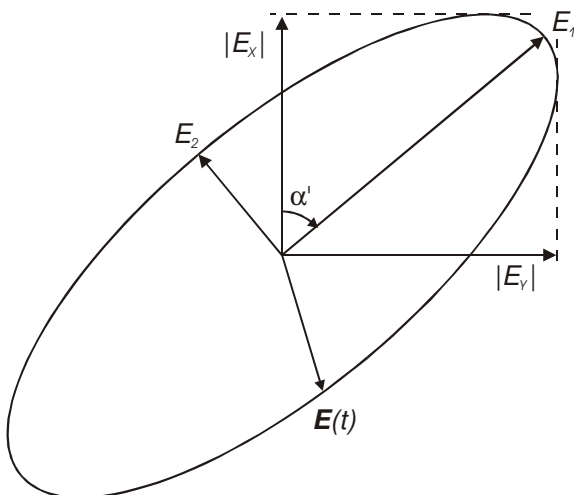


Abb. 4.4.2.1: Darstellung des horizontalen, elliptisch polarisierten elektrischen Feldvektors $E(t)$ im Feldkoordinaten- und im Hauptachsensystem.

4.4.2.2 Parameterbestimmung mittels Kohärenzkriterien

Ein völlig anderer methodischer Ansatz, die Richtung zu bestimmen, erwächst aus der Idee, den gemessenen elektrischen Feldvektor E in einem neuen, gedrehten Koordinatensystem mit den Komponenten E_1, E_2 (Gln. 4.4.2.9) darzustellen (Abb. 4.4.2.3) und die Kohärenzen zwischen je zwei der drei gemessenen Komponenten $E_1(\alpha), E_2(\alpha), I$ zu untersuchen. Diese Vorgehensweise ist motiviert durch die von Haak (1968) im Zusammenhang mit der tellurischen Methode entwickelten Konzepte der Minimalen- und der Maximalen Kohärenz.

Nachfolgend werden für die hier interessierende Wechselstromgeoelektrik drei Kohärenzkriterien eingeführt und auf ihre Eigenschaften hin untersucht:

MAK:

Die Kohärenz zwischen der Komponente $E_1(\alpha)$ und dem Strom I . Herrscht maximale Kohärenz zwischen beiden, dann sollte die Richtung von $E_1(\alpha)$ der großen Hauptachse mit der Richtung des Stromflusses zusammenfallen:

$$\alpha \rightarrow \varphi_{ii} \quad \Leftrightarrow \quad \gamma(E_1(\alpha), I) \rightarrow \text{MAXIMUM} \quad (4.4.2.9)$$

MIK:

Wie MAK, jedoch wird die Richtung minimaler Kohärenz gesucht:

$$\alpha \rightarrow \varphi_{ii} + 90^\circ \quad \Leftrightarrow \quad \gamma(E_1(\alpha), I) \rightarrow \text{MINIMUM} \quad (4.4.2.10)$$

MEK:

Es wird nach der Richtung minimaler Kohärenz zwischen den beiden Komponenten des elektrischen Feldvektors gesucht. Der Strom wird hierbei nicht berücksichtigt. Diese Methode ist konzipiert für hochmobile Datenlogger, die ohne Kopplung mit der Stromquelle die Richtung des Stromflusses bestimmen sollen:

$$\alpha \rightarrow \varphi_{ii} \quad \Leftrightarrow \quad \gamma(E_1(\alpha), E_2(\alpha)) \rightarrow \text{MINIMUM} \quad (4.4.2.11)$$

Die Kenntnis des Quellsignals ermöglicht zudem auch eine quantitative Behandlung des Einflusses des Rauschens der Messkanäle.

Die direkte mathematische Ableitung eines Fehlerterms erweist sich als schwierig, sollte bei Kenntnis der analytischen Zusammenhänge jedoch grundsätzlich möglich sein. Leichter, wenn auch in der Anwendung aufwendiger, wäre die Anpassung einer theoretischen Kohärenzfunktion an die gemessene. Aus den Parametern könnten dann alle interessierenden Größen α und ε bestimmt werden.

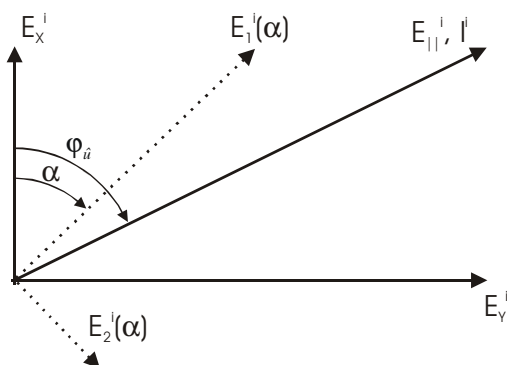


Abb.4.4.2.3: Richtungen in der Ebene ($z=0$), für die die verschiedenen verwendeten skalaren Fourier-Koeffizienten Sätze definiert sind. Die unterbrochenen Linien bilden das Feldkoordinatensystem. Die durchgezogene Linie weist in Richtung des Stromflusses.

Ob die drei Kohärenzkriterien tatsächlich zur Bestimmung der Stromflussrichtung geeignet sind, soll im folgenden zunächst theoretisch untersucht werden.

Analytisches Modell für die Kohärenzkriterien MAK und MIK

Die an den Sonden gemessenen Spannungen (U_X^i, U_Y^i) , setzen sich aus zwei mit dem Strom korrelierten \hat{U}_X^i, \hat{U}_Y^i und zwei Rauschanteilen N_X^i, N_Y^i wie folgt zusammen:

$$\begin{aligned} U_X^i &= \hat{U}_X^i + N_X^i = Z_X I^i + N_X^i \\ U_Y^i &= \hat{U}_Y^i + N_Y^i = Z_Y I^i + N_Y^i \end{aligned} \quad (4.4.2.12)$$

Zur Vereinfachung sei angenommen, dass die Fourier-Koeffizienten reell sind. Dies schließt den Fall der elliptischen Polarisation von \hat{U} aus. Zur quantitativen Behandlung werden drei linear unabhängige Fourier Koeffizientensätze (I, N_X, N_Y) benötigt. Hierzu werden "Zufallsgeneratoren" verwendet, die folgende Eigenschaften aufweisen müssen:

- beschränkt,
- Mittelwert existiert,
- unkorreliert.

Da es für die nachfolgenden Überlegungen ohne Belang ist, welche Zufallsfolgen verwendet werden, können unter den vielen möglichen solche ausgewählt werden, die sich mathematisch besonders leicht handhaben lassen. Nachfolgend wird das Sinus- und Cosinusfunktionensystem verwendet.

Sei I_0 die mittlere Stromstärke, dann können die Nutzschnale wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \hat{U}_{||}^i &= \hat{U}_{||} \cos 2\xi^i \\ \hat{U}_x^i &= \hat{U}_{||} \cos \varphi_{\hat{u}}^i = Z_X I_0 \cos 2\xi^i \\ \hat{U}_y^i &= \hat{U}_{||} \sin \varphi_{\hat{u}}^i = Z_Y I_0 \cos 2\xi^i \end{aligned} \quad (4.4.2.13)$$

Die mittlere Rauschamplitude N_0 (Abb. 4.4.2.4) sei konstant, wird jedoch als in den Kanälen unterschiedlich stark angenommen. Ein unterschiedlicher Rauschpegel wird durch den Faktor n berücksichtigt. In einem realen Messgerät muss zudem mit einer nicht verschwindenden Kohärenz γ_N der Rauschanteile in den Messkanälen gerechnet werden:

$$\begin{aligned} N_x^i &= N_0 \cos \xi^i \\ N_y^i &= nN_0 [\gamma_N \cos \xi^i + (1 - \gamma_N) \sin \xi^i] \end{aligned} \quad (4.4.2.14)$$

Dies kann durch Einstreuungen etwa des Digitalteils oder durch ein Übersprechen des einen in den anderen Messkanal verursacht werden. Die gesuchte Komponente des rotierten Systems lässt sich dann angeben:

$$\begin{aligned} U_i^i &= (\hat{U}_{||} \cos \varphi_{\hat{u}} \cos 2\xi^i + N_0 \cos \xi^i) \cos \alpha + \\ & (\hat{U}_{||} \sin \varphi_{\hat{u}} \cos 2\xi^i + nN_0 [\gamma_N \cos \xi^i + (1 - \gamma_N) \sin \xi^i]) \sin \alpha \end{aligned} \quad (4.4.2.15)$$

Im Folgenden wird zur übersichtlicheren mathematischen Behandlung die diskrete Schreibweise durch die kontinuierliche ersetzt. Die Kohärenz zwischen I und der Komponente $U_i(\alpha)$ des gedrehten Systems ist dann:

$$\gamma(\alpha) = \frac{\int_0^{2\pi} |U_1(\xi, \alpha) I^*(\xi)| d\xi}{\left(\int_0^{2\pi} |U_1(\xi, \alpha)|^2 d\xi \int_0^{2\pi} |I(\xi)|^2 d\xi \right)^{1/2}} \quad (4.4.2.16)$$

Die Integration erfolgt uiber den gesamten Winkelbereich $(0-2\pi)$. Das Stromsignal ist natu'rllich von der Rotation α und vom Rauschen unabh'ngig. Somit folgt:

$$\gamma(\alpha) = \left[I + \frac{N_0^2 (\cos \alpha + n\gamma_N \sin \alpha)^2 + n^2 (1 - \gamma_N)^2 \sin^2 \alpha}{\hat{N}_{II}^2 \cos^2(\varphi_{ii} - \alpha)} \right]^{-1/2} \quad (4.4.2.17)$$

Die Stromst'arke geht, wie zu erwarten war, nicht in die Bestimmungsgleichung der Koh'arenz ein; dafu'r aber das Signal- zu Rauschverh'ltnis, das Verh'lnis der mittleren Rauschamplituden der Sondenkan'le, die Koh'arenz des Rauschens und die Richtung des Stromflusses.

Im Falle verschwindender Eingangskoh'arenz $\gamma_N=0$ nimmt der Z'ahler im obigen Ausdruck eine einfache Form an:

$$\cos^2 \alpha + n^2 \sin^2 \alpha > 0 \quad \text{f\u00fcr } n \neq 0 \quad (4.4.2.18)$$

Dieser Ausdruck ist unter realistischen Bedingungen stets gr\u00f6\u00dfer als Null, so dass es zur Bestimmung der Minima gen\u00fcgt zu untersuchen, wann der Nenner des obigen Ausdrucks verschwindet:

$$\cos(\varphi_{ii} - \alpha) = 0 \Rightarrow \alpha_{min} = \varphi_{ii} + (2m + 1) \frac{\pi}{2} \quad m \in \{0, 1, 2, \dots\} \quad (4.4.2.19)$$

Das ist also genau dann der Fall, wenn eine Achse im rechten Winkel zur Stromflussrichtung verl'auft, unabh'ngig vom S/R - Verh'lnis und n.

An diesen Stellen verschwindet die Koh'arenz vollst'andig. Die Maxima liegen dort, wo die Ableitung der Koh'arenzfunktion verschwindet:

$$\frac{\partial \gamma(\alpha)}{\partial \alpha} = 0 \quad (4.4.2.20)$$

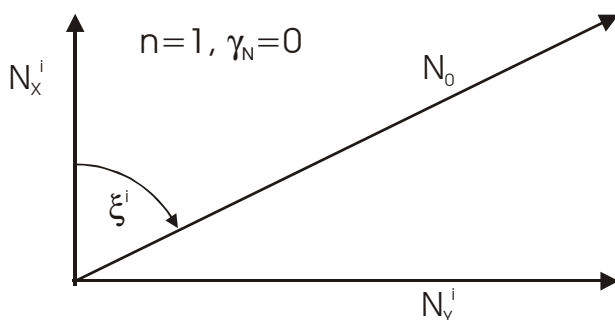


Abb. 4.4.2.4: Generierung von zwei nicht korrelierten S\u00e4tzen von Fourier Koeffizienten zur Beschreibung des Rauschens in den Messkan\u00e4len. Der Betrag des Rauschens N_0 ist konstant, wird jedoch in Abh\u00e4ngigkeit vom Winkel ξ^i in unterschiedlicher Weise auf die Feldkoordinaten abgebildet.

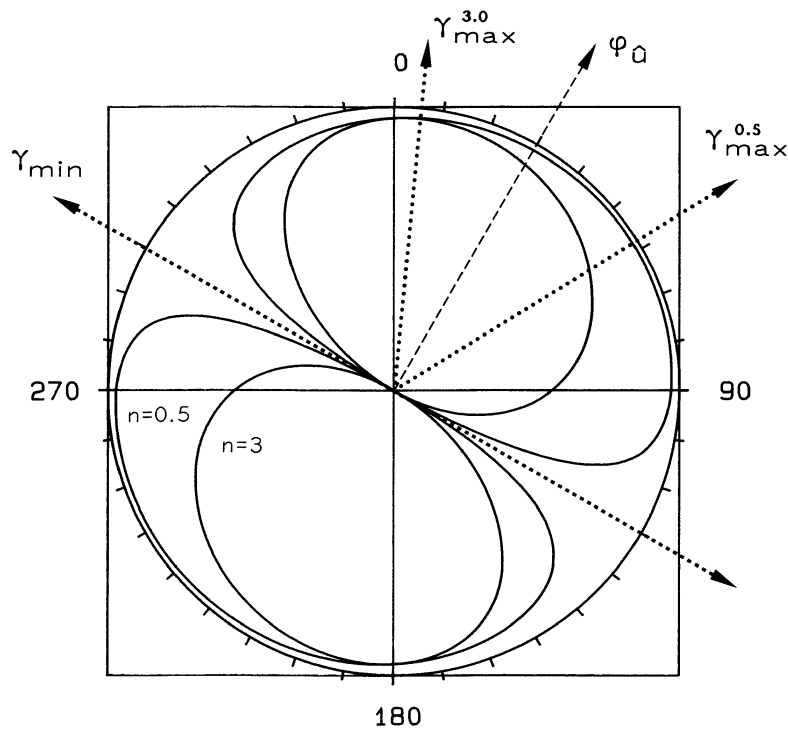


Abb. 4.4.2.5: Theoretische Kohärenzen zwischen der Komponente $U_1(\alpha)$ des rotierten Systems und dem Quellsignal I für zwei unterschiedliche Rauschamplitudenverhältnisse ($n=0.5$, $n=3$). Die Kohärenz ist als Funktion des Winkels α in Polarkoordinaten dargestellt. Dem äußeren Kreis entspricht eine Kohärenz von eins und dem Mittelpunkt von null. Aus der Lage der Minima kann die Stromflussrichtung unverzerrt bestimmt werden. Dagegen wird die Lage der Maxima ($\alpha_{max}^{0.5} = 58^\circ$, $\alpha_{max}^{3.0} = 5^\circ$) vom Rauschverhältnis beeinflusst. Parameter: $\varphi_{\hat{u}}=30^\circ$, $S/R=4.0$.

Eine analytische Ableitung führt jedoch zu einem sehr komplexen Ausdruck. Offensichtlich besteht hier keine einfache Beziehung zur Flussrichtung. Sollten sich die Maxima nicht zur Bestimmung der Flussrichtung eignen, so würde es jedoch genügen, dies an einem beliebigen Beispiel zu belegen. Die in Abbildung 4.4.2.5 im Polardiagramm wiedergegebene zweiblättrige, theoretische Kohärenzfunktion zeigt dies für zwei verschiedene Rauschamplitudenverhältnisse. Während die Minima genau im rechten Winkel zu den wahren Richtungen der Stromflüsse liegen, führt ein $n \neq 1$ zur Verschiebung der Lage der Maxima hin zur Richtung der rauschärmeren Sondenauslage. Dies ist nur dann nicht der Fall, wenn die Richtung des Stromflusses zufällig mit der einer Sondenauslage zusammenfällt. Die Verschiebung führt zudem zu einer geringen Erhöhung der Maxima gegenüber dem Fall gleicher Rauschamplituden.

Im Fall maximaler Kohärenz ($\gamma_N=1$) nimmt der Zähler von Gleichung 4.4.2.17 die Form,

$$(\cos \alpha + n \sin \alpha)^2 \geq 0 \quad (4.4.2.21)$$

an. Dieser Ausdruck hat im Intervall $\{0-2\pi\}$ zwei Nullstellen, so dass dort die Kohärenz eins wird. Wie im vorherigen Fall ist die Lage des Maximums nicht zur Richtungsbestimmung geeignet. Im Gegensatz dazu weisen die beiden Kohärenzminima, unabhängig von der Kohärenz der Rauschanteile, senkrecht zur Stromflussrichtung $\varphi_{\hat{u}}$. Für die bisherigen theoretischen

Betrachtungen wurde eine unendlich lange Registrierung bzw. ein unendlich großer Freiheitsgrad vorausgesetzt.

Für einen endlichen Freiheitsgrad kann die Kohärenzfunktion jedoch nur ein vom Erwartungswert abweichender Schätzwert sein. Insbesondere in den Minima wird die Kohärenz daher nicht vollständig verschwinden, sondern nur unter eine Grenze absinken, unterhalb der eine Signifikanz mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit (hier 95%) nicht mehr gegeben ist. Dieses Signifikanzniveau ist nach Haak (1968) nur eine Funktion des Freiheitsgrades k :

$$\gamma_{min} = \left(\frac{4}{k}\right)^{1/2} \quad (4.4.2.22)$$

Daher streut die Kohärenz zweier vollständig unabhängiger Zeitreihen im Minimum um den Wert:

$$\left(\frac{2}{k}\right)^{1/2} \quad (4.4.2.23)$$

Erprobung an realen Daten

Grundlage der numerischen Richtungsbestimmung sind die Fourier-Koeffizienten der Teilzeitreihen der beteiligten Kanäle. Sie, und nicht die Zeitreihen, werden mathematisch gedreht:

$$\begin{pmatrix} U_1^i(\alpha) \\ U_2^i(\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_x^i \\ U_y^i \end{pmatrix} \quad (4.4.2.24)$$

Anders als bei Haak (1968) wird zur Bestimmung der Extremwerte der Kohärenzfunktion $\chi(\alpha)$ ein iteratives Verfahren eingesetzt, welches aufgrund der ‚Glattheit‘ der Kohärenzfunktionen schnell und zuverlässig konvergiert.

Die Kohärenzmethoden bleiben infolge der notwendigen vielmaligen Kohärenzbestimmung gegenüber der Einzelkomponentenauswertung numerisch deutlich aufwändiger, wobei sie durch den Rückgriff auf die Fourier-Koeffizienten andere, möglicherweise genauere Ergebnisse erwarten lassen.

In den Abbildungen 4.4.2.6a-c sind die an realen Daten bestimmten Kohärenzfunktionen für drei verschiedene Auslagenweiten der Sondierung 2.7 (Sudan, siehe Abb. 6.1.1) einander gegenübergestellt. Unabhängig von der Lage des Minimums, das ja mit der Auslagenweite variiert, nimmt der Wert im Minimum zu großen Auslagen (kleineren Signalamplituden) hin ab. Für die Auslagenweiten $L/2=100$ m und 562 m liegen sie jedoch noch oberhalb des 95% Signifikanzlevels. Dies ist nach den bisherigen Überlegungen nicht erklärbar. Ungeachtet dessen können die Minima in allen Fällen iterativ genau bestimmt werden.

Bei der größten Auslagenweite ($L/2=1000$ m) lässt sich eine Schiefe beobachten. Die Lage des Maximums weicht um $\sim 15^\circ$ von der Senkrechten zum Minimum ab, was nach den vorherigen Ableitungen als durch unterschiedliche mittlere Rauschpegel in den Sondenkanälen verursacht anzusehen ist.

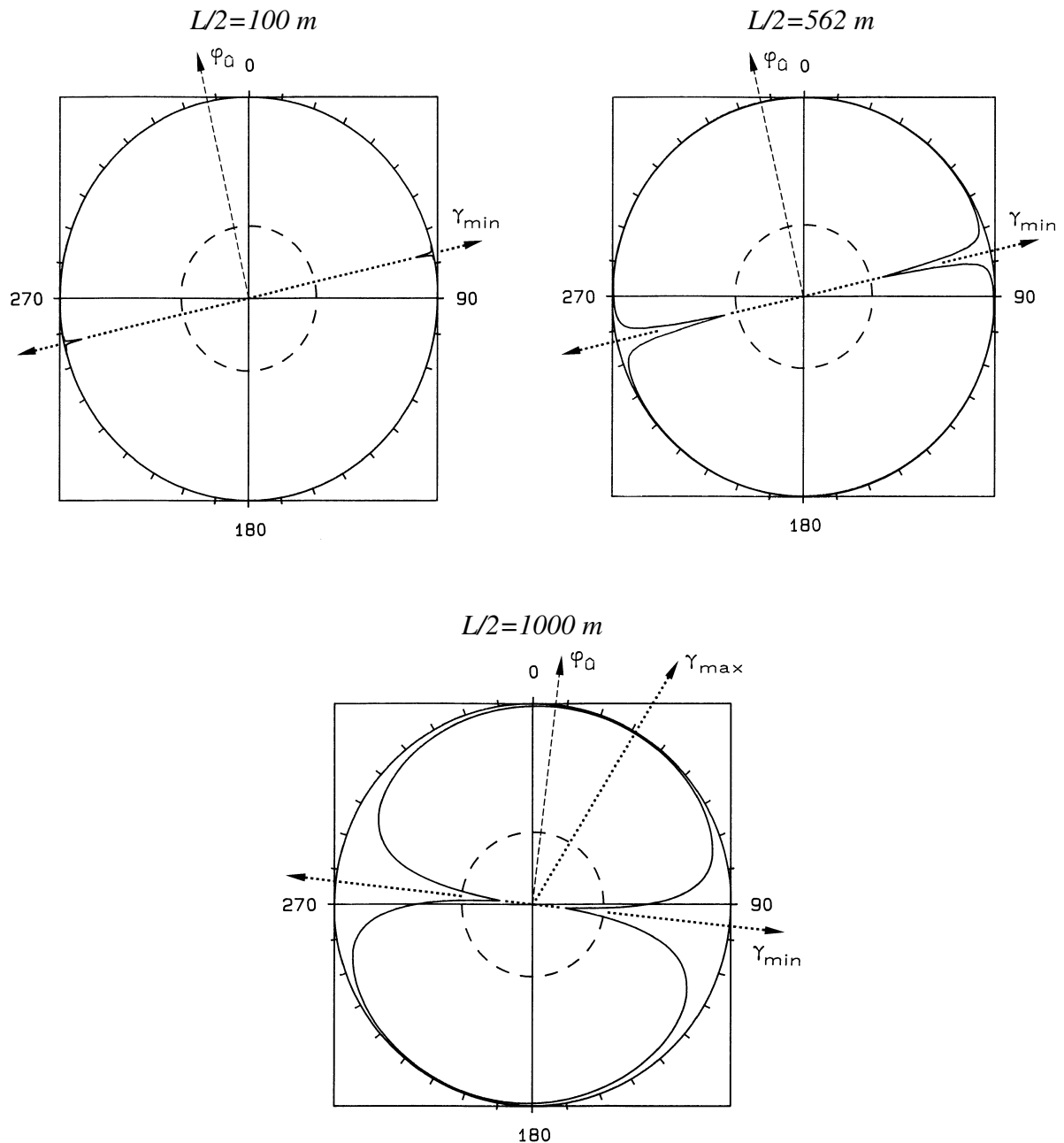


Abb. 4.4.2.6a-c: Lokation 3.6 (Sudan, siehe Abb. 6.1.1). Für drei Auslageweiten berechnete Kohärenz zwischen der Komponente $U_1(\alpha)$ des rotierten Systems und dem Quellsignal I als Funktion des Winkels α in Polarkoordinaten. Mit zunehmender Elektrodenauslagenweite und abnehmendem S/R-Verhältnis sind die Minima deutlicher ausgeprägt. Entsprechend dem Freiheitsgrad der Daten gibt der innere Kreis (gestrichelt) das Niveau an, unterhalb dessen die Wahrscheinlichkeit einer linearen Beziehung zwischen den Zeitreihen unter 95% beträgt. Lediglich für die größte verwendete Auslage ($L/2=1000\text{ m}$) wird diese Grenze im Kohärenzminimum geringfügig unterschritten.

Analytisches Modell für das Kohärenzkriterium MEK

Im Folgenden wird untersucht, ob und unter welchen Bedingungen die Richtung des Stromflusses mit der Richtung übereinstimmt, die mittels MEK ermittelt wird.

Wir vermuten, dass zwischen den Komponenten $U_1(\alpha)$ und $U_2(\alpha)$ dann minimale Kohärenz herrscht, wenn eine Komponente in Richtung der Stromlinien des künstlichen Feldes weist:

$$\gamma(U_1(\alpha), \gamma(U_2(\alpha))) \rightarrow \text{MINIMUM} \Leftrightarrow \alpha \rightarrow \varphi_{\hat{u}} \tag{4.4.2.25}$$

Diese, in Anlehnung an die von Haak (1968) zur Bestimmung der Vorzugsrichtung des tellurischen Feldes vorgeschlagene Methode der minimalen Kohärenz, kann als Referenz für die anderen Methoden zur Richtungsbestimmung herangezogen werden.

Im Folgenden nehmen wir an, dass sich die aus den Feldmessungen abgeleiteten Fourier-Koeffizienten U_x^i und U_y^i aus drei Anteilen zusammensetzen:

$$\begin{aligned} U_x^i &= \hat{U}_x^i + T_x^i + N_x^i \\ U_y^i &= \hat{U}_y^i + T_y^i + N_y^i \end{aligned} \tag{4.4.2.26}$$

Analog zur Vorgehensweise im vorherigen Kapitel gilt für den mit dem Strom korrelierten Signalanteil:

$$\begin{aligned} \hat{U}_x^i &= \hat{U}_{\parallel}^i \cos \varphi_{\hat{u}} = a_x I^i = a_x I_0 \cos 3\xi^i = \hat{U}_{\parallel} \cos \varphi_{\hat{u}} \cos 3\xi^i \\ \hat{U}_y^i &= \hat{U}_{\parallel}^i \sin \varphi_{\hat{u}} = a_y I^i = a_y I_0 \cos 3\xi^i = \hat{U}_{\parallel} \cos \varphi_{\hat{u}} \sin 3\xi^i \end{aligned} \tag{4.4.2.27}$$

Wir nehmen weiter an, dass die beiden Rauschanteile N_X, N_Y im Mittel unterschiedlich stark und nicht korreliert sind:

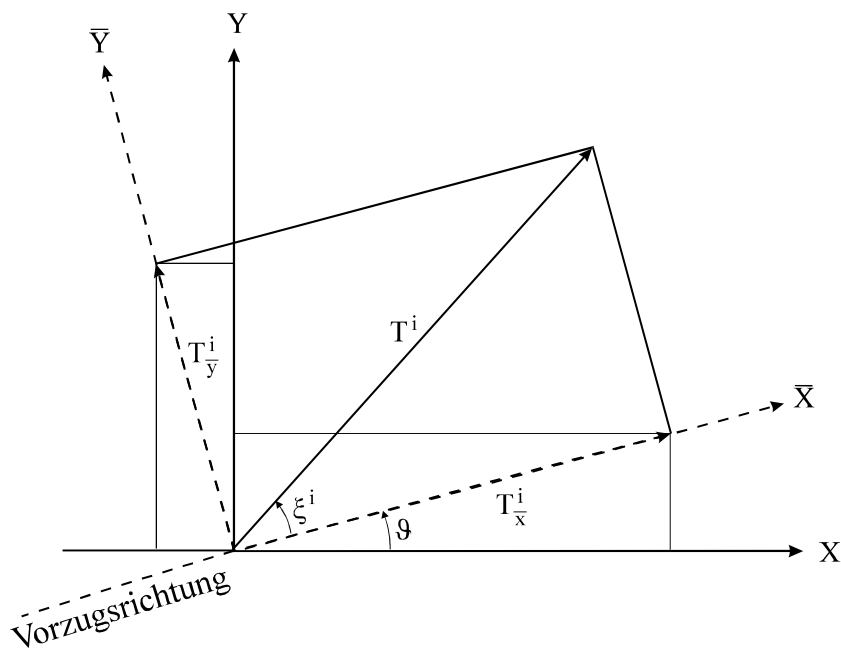


Abb. 4.4.2.7: Darstellung der tellurischen Variation T^i im System minimaler Kohärenz zwischen den Komponenten T_x^i und T_y^i . Die Vorzugsrichtung fällt in diesem System mit der im Mittel amplitudenstärksten Komponente des Koordinatensystems zusammen.

$$\begin{aligned} N_x^i &= N_0 \cos 2\xi^i \\ N_y^i &= nN_0 \sin 2\xi^i \end{aligned} \quad (4.4.2.28)$$

Zur mathematischen Beschreibung eines tellurischen Feldes mit der Vorzugsrichtung ϑ wird ein um diesen Winkel gedrehtes Koordinatensystem eingeführt. In diesem System (Abb. 4.4.2.7) sind die zueinander senkrechten tellurischen Signalanteile $T_{\bar{x}}$ und $T_{\bar{y}}$ minimal korreliert. Die Ausprägung der Vorzugsrichtung wird durch den Faktor t beschrieben:

$$\begin{aligned} T_x^i &= T_0 \cos \xi^i \\ T_y^i &= tT_0 \sin \xi^i \end{aligned} \quad (4.4.2.29)$$

Durch eine Drehung um den Winkel ϑ lassen sich die tellurischen Anteile in den Feldkoordinaten ausdrücken. Das Gesamtsignal lässt sich dann angeben :

$$\begin{aligned} U_x^i &= \hat{U}_{\parallel} \cos \varphi_{\hat{u}} \cos 3\xi^i + T_0 \cos \vartheta \cos \xi^i - tT_0 \sin \vartheta \sin \xi^i + N_0 \cos 2\xi^i \\ U_y^i &= \hat{U}_{\parallel} \sin \varphi_{\hat{u}} \cos 3\xi^i + T_0 \sin \vartheta \cos \xi^i + tT_0 \cos \vartheta \sin \xi^i + nN_0 \sin 2\xi^i \end{aligned} \quad (4.4.2.30)$$

Mit Gleichung 4.4.2.24 können die Komponenten in Abhängigkeit von α dargestellt werden. Wie zuvor wird wieder die analytische Form der Kohärenzfunktion gewählt, die hier die Form

$$\gamma(\alpha) = \frac{\int_0^{2\pi} U_1(\xi, \alpha) U_2(\xi, \alpha) d\xi}{\int_0^{2\pi} U_1^2(\xi, \alpha) d\xi \int_0^{2\pi} U_2^2(\xi, \alpha) d\xi} \quad (4.4.2.31)$$

annimmt. Einsetzen der Komponenten und Lösen der Integrale liefert:

$$\gamma(\alpha) = \frac{c_1 + c_2 + c_3}{[(d_1 + d_2 + d_3)(e_1 + e_2 + e_3)]^{1/2}} \quad (4.4.2.32)$$

mit:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{2} \hat{U}_{\parallel}^2 \sin 2(\varphi_{\hat{u}} - \alpha) \\ c_2 &= \frac{1}{2} T_0^2 (1 - t^2) \sin 2(\vartheta - \alpha) \\ c_3 &= \frac{1}{2} N_0^2 (n^2 - 1) \sin 2\alpha \\ d_1 &= \hat{U}_{\parallel}^2 \cos^2(\varphi_{\hat{u}} - \alpha) \\ d_2 &= T_0^2 [\cos^2(\vartheta - \alpha) + t^2 \sin^2(\vartheta - \alpha)] \\ d_3 &= N_0^2 [\cos^2(\alpha) + n^2 \sin^2(\alpha)] \\ e_1 &= \hat{U}_{\parallel}^2 \sin^2(\varphi_{\hat{u}} - \alpha) \\ e_2 &= T_0^2 [\sin^2(\vartheta - \alpha) + t^2 \cos^2(\vartheta - \alpha)] \\ e_3 &= N_0^2 [\sin^2 \alpha + n^2 \cos^2 \alpha] \end{aligned} \quad (4.4.2.33)$$

Der Nenner des obigen Ausdrucks ist stets positiv und bis auf Spezialfälle, in denen Stromfluss, Vorzugsrichtung und Feldkoordinaten zusammenfallen, größer Null. Zur Auffindung des

Winkels verschwindender Kohärenz (Minima) muss daher nur der Zähler betrachtet werden. Die Kohärenzfunktion kann negativ werden, was jedoch hier keine relevante zusätzliche Information darstellt. Bedeutsamer ist jedoch, dass die Funktion im Intervall 0 bis 2π generell vier Nullstellen (Minima) besitzt. Dies bringt eine Vieldeutigkeit mit sich, die eine Betrachtung der Amplituden der Komponenten erforderlich macht. In der Praxis gilt jedoch meist: $-45^\circ < \varphi_{\hat{u}} < 45^\circ$.

Die Lage dieser Minima entspricht jedoch nur dann der Stromflussrichtung, wenn die Amplitude des stromkorrelierten Signalanteils die der anderen deutlich übertrifft:

$$\hat{U}_{\parallel}^2 \gg T_0^2(1-t^2) + N_0^2(n^2 - 1) \quad (4.4.2.34)$$

Andernfalls ergeben sich Richtungen, die in Abhängigkeit der Amplitudenverhältnisse und der Ausprägung der tellurischen Vorzugsrichtung, zwischen: $\varphi_{\hat{u}}$, ϑ und den Feldkoordinaten liegen. Dies wird anhand der Ergebnisse von Modellrechnungen (Abb. 4.4.2.8a-b) deutlich. Bereits für S/R-Verhältnisse von ~ 10 kommt es zu erheblichen Diskrepanzen. Für Verhältnisse ≤ 1 weist das Minimum nicht mehr in Richtung des Stromflusses, sondern in Richtung der tellurischen Vorzugsrichtung. Zugrunde gelegt wurde dabei eine nur mäßig stark ausgeprägte Vorzugsrichtung ($t=1.5$, $i=30^\circ$) und ein zu vernachlässigendes Rauschen in den Messkanälen. Der Fehlwinkel ist dabei die Abweichung zwischen der gemessenen und der tatsächlichen Stromflussrichtung.

In Abbildung 4.4.2.8b wird der Fehlwinkel für verschiedene Werte der Ausprägung der tellurischen Vorzugsrichtung dargestellt. Auch hier zeigt sich eine deutliche Abhängigkeit. Zugrundegelegt wurde ein S/R-Verhältnis von 10.

Anstelle der tellurischen Vorzugsrichtung würde auch eine Anisotropie des Rauschens zu Fehlern bei der Richtungsbestimmung führen. Bei kleineren S/R-Verhältnissen würde die Richtung der Kohärenzminima fälschlicherweise mit der Richtung der Messauslagen zusammenfallen. Um derartige systematische Fehler zu minimieren, ist grundsätzlich ein gleiches Rauschen in den Kanälen anzustreben. Die Ergebnisse lassen sich jedoch noch allgemeiner deuten. So werden in technisch gestörten Gebieten vagabundierende Ströme an die Stelle der Tellurik treten. Für eine starke nahe Quelle kann t sehr stark von eins abweichende Werte annehmen. Zudem muss mit einer Zeitabhängigkeit gerechnet werden.

Erprobung an realen Daten

Zur praktischen Erprobung der MEK-Methode werden erneut die drei ausgewählten Registrierungen ($L/2=100$ m, 562 m, 1000 m) der Sondierung 3.6 verwendet. Die Kohärenzfunktionen sind den Abbildungen 4.4.2.9a-c in Abhängigkeit von α dargestellt. Die Kohärenzen in den Minima, sowie die zugehörigen Richtungen, stimmen mit denen in Abbildungen 4.4.2.6a-c überein. Dies gilt auch für die größten Auslageweiten, so dass beide Verfahren doch offensichtlich vergleichbar gute Ergebnisse erzielen. Die Kohärenzen im Minimum sind für die beiden kleineren Auslageweiten größer als dies für zwei unabhängige Registrierungen zu erwarten wäre.

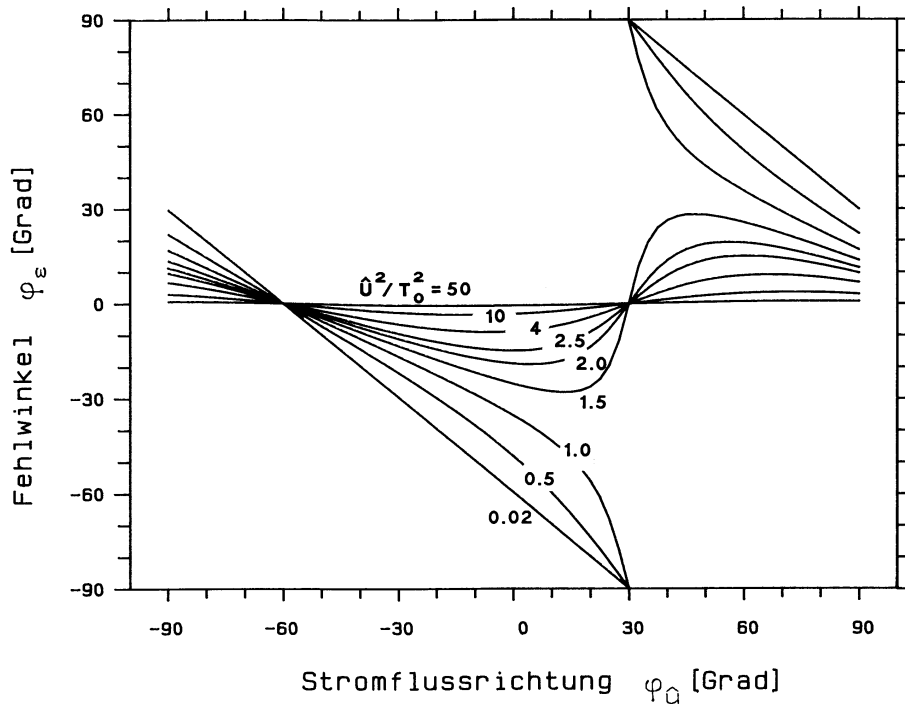


Abb. 4.4.2.8a: Aus den Minima der Kohärenzfunktion $\gamma(U_1(\alpha), U_2(\alpha))$ der orthogonalen elektrischen Komponenten bestimmte theoretische Fehlwinkel von $\varphi_{\hat{u}}$. Mit abnehmendem S/R-Verhältnis werden die Fehlwinkel infolge des zunehmenden Einflusses der tellurischen Vorzugsrichtung größer. Für ein $S/R < 1$ entspricht die ermittelte nicht mehr der wahren Stromflussrichtung, sondern zunehmend der tellurischen Vorzugsrichtung. Die Lage der Minima wurde iterativ bestimmt. Parameter: $\hat{U}^2 = 100$, $\vartheta = 30^\circ$, $t = 1.5$, $N_0^2 = 1$, $n = 1$.

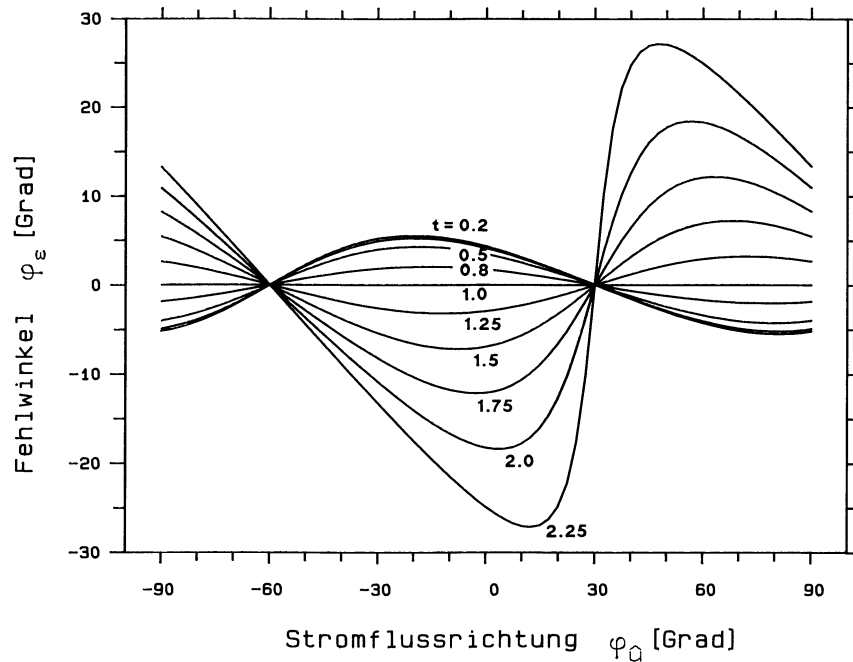


Abb. 4.4.2.8b: Wie in Abbildung 4.4.2.8a hier jedoch in Abhängigkeit von der Stärke der tellurischen Vorzugsrichtung t . Parameter: $\hat{U}^2 = 100$, $\vartheta = 30^\circ$, $t = 1.5$, $N_0^2 = 1$, $n = 1$.

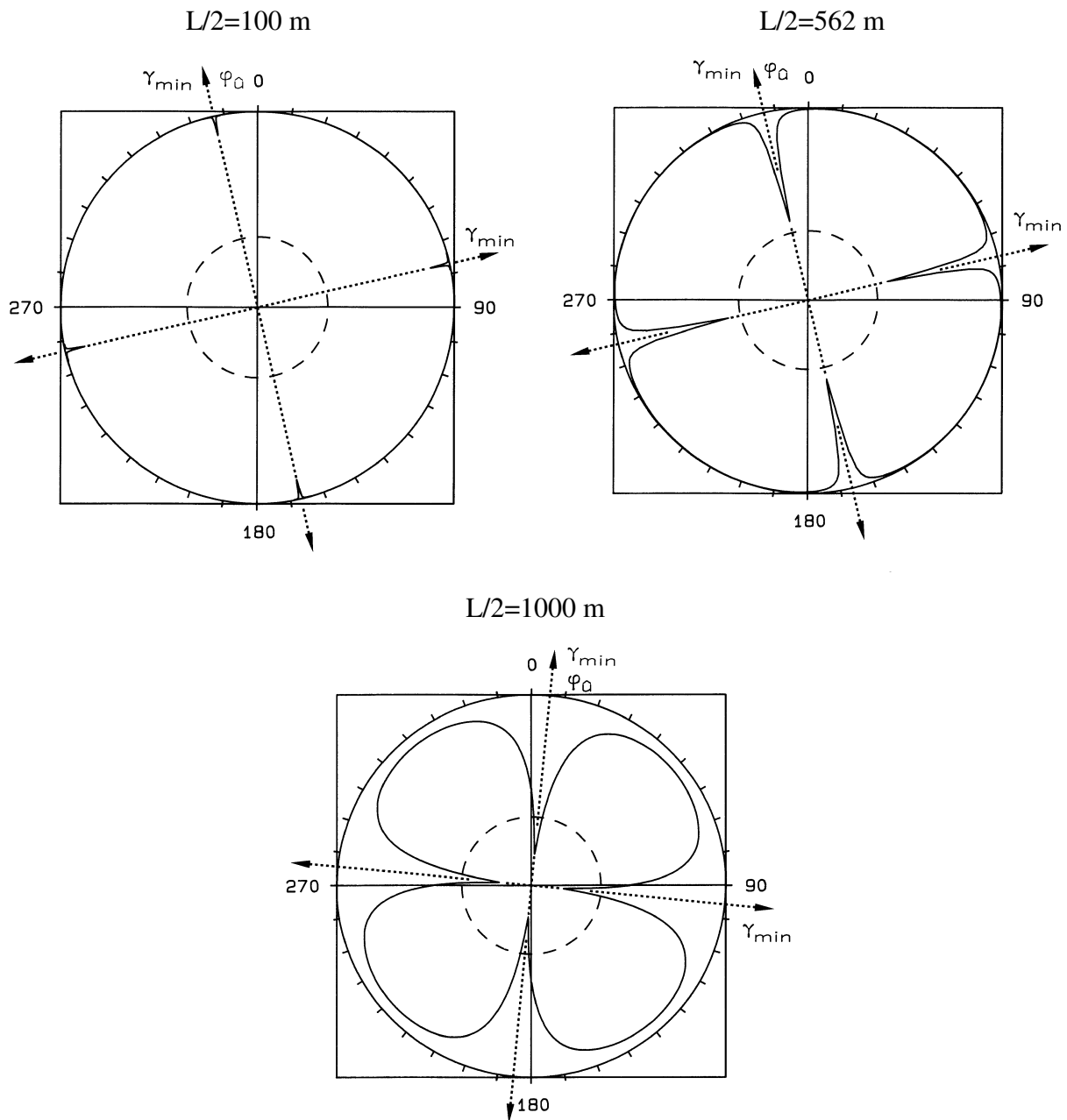


Abb. 4.4.2.9a-c: Lokation 3.6 (Sudan). Für drei Auslageweiten ermittelte Kohärenz zwischen den gedrehten, orthogonalen elektrischen Komponenten $U_1(\alpha)$ und $U_2(\alpha)$. Die Kohärenz γ ist als Funktion des Winkels α in Polarkoordinaten dargestellt (vgl. auch Erläuterungen zu Abb. 4.4.2.6a-c). Aus der Lage der Minima leitet sich die Stromflussrichtung φ_0 ab. Mit zunehmender Elektrodenauslage sind die Minima in Folge des abnehmenden S/R-Verhältnisses deutlicher ausgeprägt. Das Signifikanzniveau (gestrichelt) wird jedoch nur bei der größten Auslagenweite im Minimum unterschritten.

4.4.3 Vergleich der Methoden zur Parameterbestimmung

Die an der Lokation 2.7 (Sudan) registrierten Zeitreihen wurden verwendet um die verschiedenen Methoden (Tab. 4.4.3.1) praktisch zu erproben und miteinander zu vergleichen.

UAR	Univariate Ausgleichsrechnung
MIK	Minimale Kohärenz zwischen einer gedrehten Komponenten des elektrischen Feldes und dem Strom
MAK	Maximale Kohärenz zwischen einer gedrehten Komponenten des elektrischen Feldes und dem Strom
MEK	Minimale Kohärenz zwischen den Komponenten des elektrischen Feldvektors

Tab. 4.4.3.1: Kürzel für die verwendeten Methoden

Geologischen Modellen nach sollten an dieser Lokation keine nennenswerten Leitfähigkeitsvariationen auftreten. Tatsächlich zeigt der für alle Auslagenweiten kleine Drehwinkel ($\alpha < 5^\circ$) auch nur geringe Inhomognitäten an. Oberhalb von $L/2 = 42 \text{ m}$ wurde der Drehwinkel für mehrere Frequenzen bestimmt.

Die Gegenüberstellung (Abb. 4.4.3.1a-c) zeigt nahezu die gleichen Ergebnisse für die Methoden UAR, MIK, MEK. Selbst bei den größten Auslageweiten sind keine relevanten Unterschiede zu beobachten. Obwohl die theoretischen Überlegungen in Kapitel 4.4.2.1 dies bereits erwarten ließen, sind die Ergebnisse von MAK doch überraschend schlecht, da sie selbst bei den kleinsten Auslagen keine brauchbaren Ergebnisse liefert.

Die gute Übereinstimmung der Ergebnisse von MEK überrascht, zumal die Minima nach der Theorie empfindlich auf eine mögliche tellurische Vorzugsrichtung, sofern eine solche vorliegt, und auf Unterschiede im Rauschen der Kanäle reagieren. Offensichtlich war das S/R-Verhältnis für alle Auslageweiten ausreichend groß.

Bei $L/2=422 \text{ m}$ wurde die Länge des Spannungsdipols von 2 m auf 40 m erhöht. Dies führt zu einem geringfügigen Offset in der Kurve. Im nachfolgenden Kapitel wird hierfür eine mögliche Ursache benannt.

Fazit

Alle Methoden mit Ausnahme von MAK erweisen sich als gut geeignet die Richtung des Stromflusses hinreichend genau zu bestimmen. Hinreichend meint hierbei, dass der Vertrauensbereich der Drehrichtung kleiner ist, als der Aufstellungsfehler der Potentialdipole (Kompassgenauigkeit $\pm 1^\circ$). Da die UAR Methode numerisch am wenigsten aufwändig ist und zudem die Bestimmung der Elliptizität zulässt, wird dieser der Vorzug gegenüber den anderen Methoden gegeben.

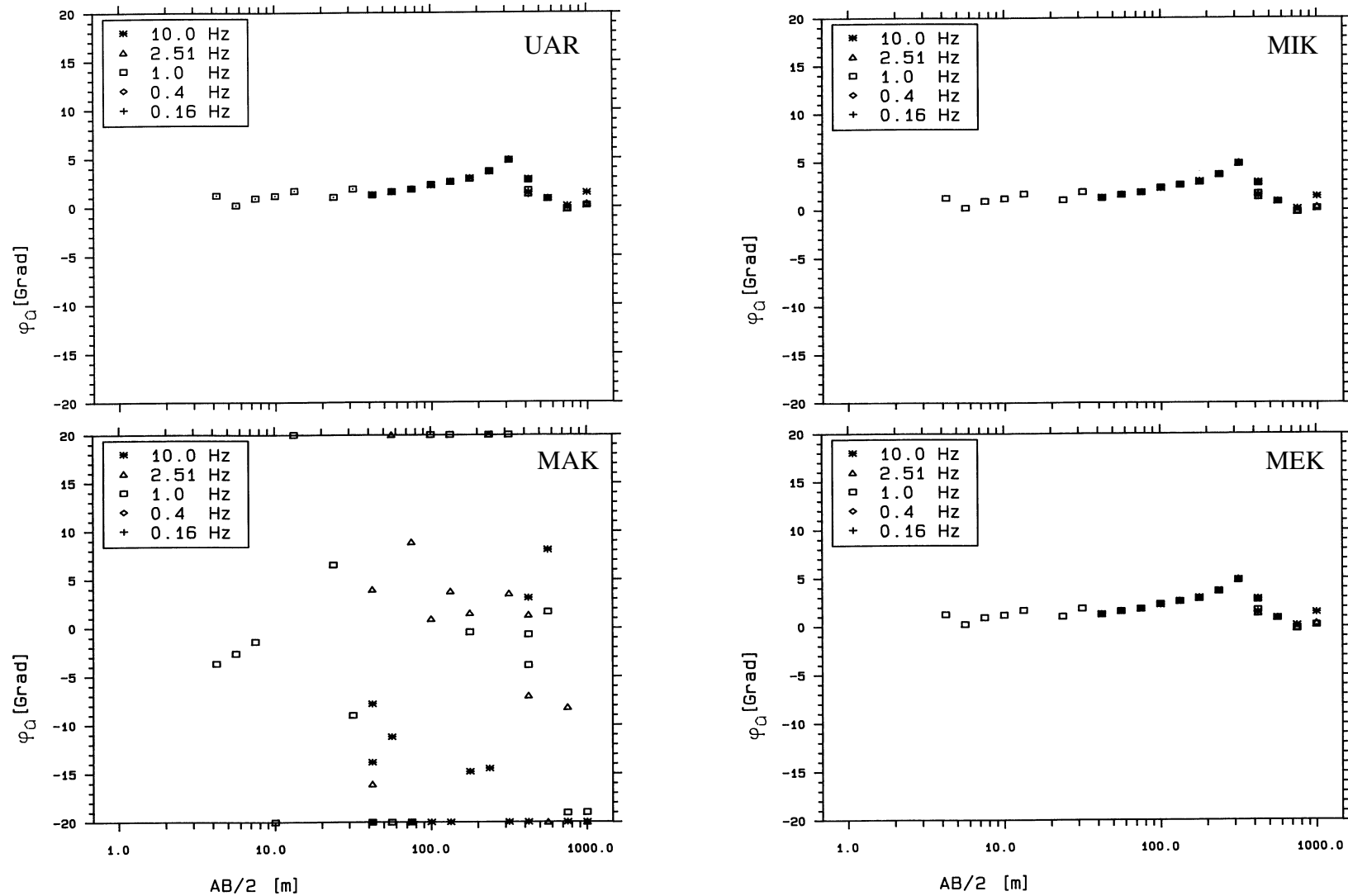


Abb. 4.4.3.1: Berechnete Stromflussrichtungen α für die Sondierung 2.7 (Sudan) als Funktion der Auslagenweite $L/2$. Die Veränderung der Sondenauslagenweite ($s=2m \Rightarrow 40m$) bei $L/2=422\text{ m}$ führt zu einem Offset der ermittelten Richtung.

4.4.4 Auswirkung einer Gleichstromverzerrung auf den Drehwinkel

Aufstellungsfehler der Potentialdipole sowie Gleichstromverzerrungen (Kapitel 3.3 und 6.1.1) verfälschen die aus den Zeitreihen ermittelte Stromflussrichtung. Beide Verzerrungstypen sind prinzipiell frequenzinvariant. Wie stark die interessierenden Drehwinkel hierdurch verfälscht werden können, soll im Folgenden abgeschätzt werden. Die für die Methode der univariaten Ausgleichsrechnung durchgeführte Ableitung lässt sich auch auf die Kohärenzmethoden übertragen.

Wir können die Gleichstromverzerrungen D der beiden Komponenten des elektrischen Feldes als weitgehend unabhängig voneinander betrachten. Weitgehend unabhängig deshalb, weil zwar eine gemeinsame Ursache vorliegt, sich aber selbst bei Kenntnis der einen, die Andere nicht vorhersagbar ist.

Im Folgenden soll der hieraus resultierende Fehlwinkel φ_ε vom gemessenen Drehwinkel φ_M abgespalten und auf seine Eigenschaften hin untersucht werden. Mit folgenden Vereinbarungen

$$b = \frac{a_y}{a_x} \quad \text{und} \quad c = \frac{D_y}{D_x} \quad (4.4.4.1)$$

lassen sich der unverzerrte und der gemessene Winkel angeben zu:

$$\varphi_{\hat{u}} = \tan^{-1}(b) \quad \varphi_M = \tan^{-1}(bc). \quad (4.4.4.2)$$

Der Fehlwinkel ist dann die Differenz zwischen wahren und gemessenem Winkel:

$$\varphi_\varepsilon = \varphi_M - \varphi_{\hat{u}} = \tan^{-1}(bc) - \tan^{-1}(b) \quad (4.4.4.3)$$

Offensichtlich bestimmt nur das Verhältnis der beiden Gleichstromverzerrungen, nicht aber die Verzerrung an sich, die Größe des Fehlwinkels. Ein Fehlwinkel tritt nur auf und wenn der Stromfluss nicht in Richtung einer der Sondenauslagen erfolgt (Abb. 4.4.4.1). Der größte Richtungsfehler tritt bei einem Drehwinkel von etwa 45° auf. Sein genauer Wert kann aus der Extremwertbestimmung von Gleichung 4.4.4.3 ermittelt werden:

$$\frac{\partial \varphi_\varepsilon}{\partial b} = \frac{c(1+b'^2) - (1+c^2b'^2)}{(1+c^2b'^2)(1+b'^2)} = 0 \quad \Rightarrow \quad b' = (1/c)^{1/2} \quad (4.4.4.4)$$

Sowohl aus geoelektrischen Wechselstromsondierungen (Kap. 6.1.1), als auch aus AMT-Messungen (Burkhardt et al., 1990) abgeschätzte Gleichstromverzerrungsfaktoren weisen Werte zwischen $D=0.3-3.0$ auf. Für einen Drehwinkel von $\varphi_{\hat{u}} = 5^\circ$ würde sich dann ein maximaler Fehlwinkel von 10° einstellen. Zwar ist das Verhältnis der Gleichstromverzerrungen c für alle Auslageweiten einer Sondierung gleich groß, jedoch ist der resultierende Fehlwinkel φ_ε abhängig von der sich mit der Auslagenweite ändernden Stromflussrichtung $\varphi_{\hat{u}}$:

$$\varphi_M(L/2) = \varphi_{\hat{u}}(L/2) + \varphi_\varepsilon(\varphi_{\hat{u}}(L/2)) \quad (4.4.4.5)$$

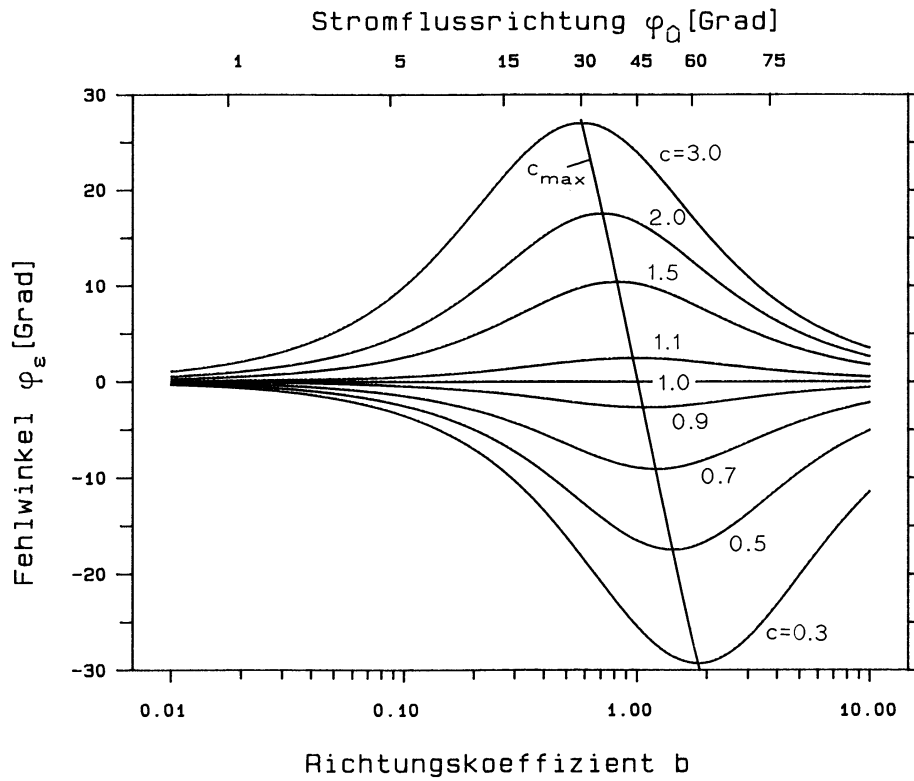


Abb. 4.4.4.1: Theoretischer Fehler der Stromflussrichtung als Funktion einer richtungsabhängigen Gleichstromverzerrung D . Die Graphen des Fehlwinkels sind als Funktion der Stromflussrichtung $\varphi_{\hat{u}}$, bzw. des Richtungskoeffizienten b für unterschiedliche Gleichstromverzerrungsverhältnisse c dargestellt. Der maximale Fehlwinkel ergibt sich für Stromflussrichtungen nahe 45° (etwa parallel zur Ordinate verlaufend Linie).

5 Konzept und Erprobung der neu entwickelten Wechselstrommessgeräte

Mit Ausnahme einer Vergleichsmessung (Kapitel 6.5) wurden alle in dieser Arbeit vorgestellten Labor- und Felddaten mit Apparaturen gemessen, die vom Autor konzipiert und teilweise auch gebaut wurden (SIP-TUB). Die nachfolgenden Typen SIP-Fuchs und SIP-256 werden hingegen, gemeinsam mit einem Ingenieurbüro, in Kleinserien gefertigt.

Da durch den Verkauf der vom Autor konzipierten Messgeräte und Software die hier vorgestellten neuen Messtechnologien frühzeitig auch anderen Arbeitsgruppen zugänglich wurden, konnten zuvor nicht mögliche Forschungsaktivitäten parallel zur Arbeit des Autors entfaltet werden. Die Ergebnisse einiger dieser Aktivitäten werden im Rahmen dieser Arbeit erwähnt.

Als Gründe für die Entwicklung einer Vielzahl von unterschiedlichen Apparaturen sind zu nennen:

- Die Notwendigkeit der Optimierung für spezielle Anforderungen,
- Der schrittweise fortschreitende Erkenntnisgewinn,
- Der stetige Fortschritt in der Halbleiter- und Optoelektronik

Vor allem zwei Einsatzbereiche sind derzeit noch nicht mit einer einzigen Apparatur optimal zu bearbeiten:

- Petrophysik,
- Ingenieurgeophysik

Die Petrophysik erfordert Instrumente mit höchst möglicher Messgenauigkeit und großem Frequenzbereich (1 mHz bis 10 kHz). Im Labor sind zudem Messungen an sehr schlecht leitendem Probenmaterial bei kleinen Probenvolumina erforderlich. Es gilt Nichtlinearitäten zu erkennen und zu erfassen. Zudem ist eine sehr hohe Flexibilität hinsichtlich der Wahl der Messkonfiguration erforderlich.

Die Ingenieurgeophysik erfordert hingegen eher schnelle, besonders kostengünstige und zudem automatisierte Messungen auf großen Flächen durchzuführen. Hauptziel ist derzeit immer noch die Aufklärung der räumlichen Verteilung der Polarisationserscheinungen.

Beide Anwendungsschwerpunkte resultierten in zwei unterschiedlichen Messgerätetypen. Für den ersten Schwerpunkt eignet sich eher die SIP-Fuchs, für den zweiten eher die SIP-256.

Die allen Messgeräten zugrunde liegenden Konzepte werden nachfolgend benannt.

5.1 Beschreibung der verwendeten Wechselstrommessgeräte

Im Folgenden werden nur jene Geräte beschrieben, deren Messdaten in den Kapiteln 6 und 7 berücksichtigt werden. Aus der Vielzahl von technischen Merkmalen werden im Folgenden primär jene angeführt, die für die Datenqualität relevant sind.

Messgeräte- typ	Frequenzbereich	Auflösung der A/D-Wandler	Verwendete Anzahl an Messkanälen	Verwendete Stromquelle
SIP-TUB1	<i>0.1 - 10 Hz</i>	<i>16 Bit</i>	<i>3</i>	<i>±1.0 kV, ±0.10 A</i>
SIP-TUB2	<i>0.1 - 1000 Hz</i>	<i>18 Bit</i>	<i>4</i>	<i>±1.0 kV, ±0.50 A</i>
SIP-Fuchs I	<i>0.0014 - 12000 Hz</i>	<i>16 Bit</i>	<i>4</i>	<i>±1.0 kV, ±0.50 A</i>
SIP-256B	<i>0.0024 - 470 Hz</i>	<i>24 Bit</i>	<i>20</i>	<i>±0.2 kV, ±0.25 A</i>

Tab. 5.1.1: Zusammenstellung der wichtigsten Merkmale der verwendeten Apparaturen.

5.1.1 SIP-TUB

Die Messgeräte der Reihe SIP-TUB (Tab. 5.1.1) waren Prototypen, die speziell für die besonderen Anforderungen von zwei Forschungsprojekten entwickelt wurden:

SIP-TUB1: Einsatz zwischen 1984-1989, im Rahmen des Sonderforschungsbereichs SFB 69 „Geowissenschaftliche Probleme in ariden und semiariden Gebieten“ (Burkhardt et al., 1987 und 1990).

SIP-TUB2: Einsatz zwischen 1990-1994, Im Rahmen des Verbundprojektes „Methoden zur Erkundung des Untergrundes von Deponien und Altlasten“. Gefördert mit Mitteln des BMBF (Burkhardt et al., 1994).

Die beiden Messgeräte unterscheiden sich vor allem hinsichtlich der Grenzfrequenz, der Anzahl an Messkanälen und der Auflösung der A/D-Wandler.

Da jeweils mindestens ein zusätzlicher freier Spannungskanal zur Verfügung stand, konnte dieser entweder als Noise-Monitor (Referenztechnik, Kapitel 4.3) oder zur Messung beider Horizontalkomponenten des elektrischen Feldvektors (Widerstandstensor, Kapitel 4.4) genutzt werden.

Beide Apparaturen wurden fest in einem Messfahrzeug installiert. In beiden Messgeräten kamen Glasfasern zum Einsatz.

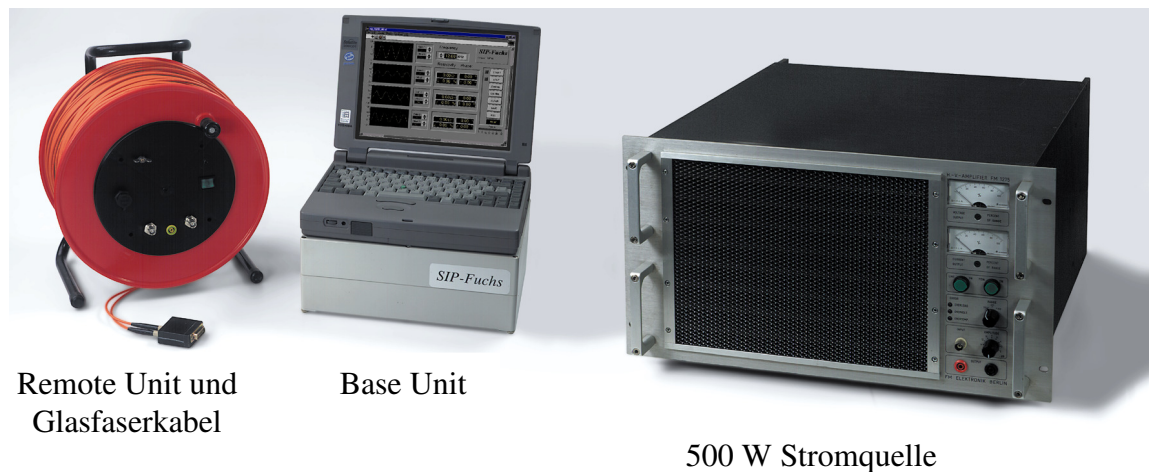


Abb. 5.1.2.1: SIP-Apparatur vom Typ SIP-Fuchs I.

5.1.2 SIP-Fuchs I

Die Vielkanal-Feldapparatur SIP-Fuchs I (Abb. 5.1.2.1 und 5.1.2.2) wurde zwischen 1994 und 1997 mit Mitteln der Deutschen Stiftung Umwelt entwickelt. Hauptziel war es, die Prototypen fortzuentwickeln im Hinblick auf eine routinemäßige Anwendung durch Ingenieurbüros und Forschungseinrichtungen (Burkhardt et al 1997).

Hardwarebesonderheiten

Gegenüber den Vorgängermodellen (SIP-TUB), ist der Frequenzbereich bis auf 12 kHz erweitert worden. Um auch bei einer derart hohen Frequenz verlässliche Widerstandsmessungen zu erzielen, wurden die Potentialmessleitungen aktiv geschirmt. Dies vermindert die kapazitive Einkopplung von Störsignalen in die Messleitungen. Zudem wird hierdurch der Frequenzgang am hochfrequenten Ende deutlich glatter. Beides wirkt sich vor allem bei Labormessungen an schlecht leitenden Gesteinproben positiv aus. Zur optimalen Entkopplung und schnellen Datenübertragung werden, wie schon bei den Vorgängermodellen, Glasfasern eingesetzt.

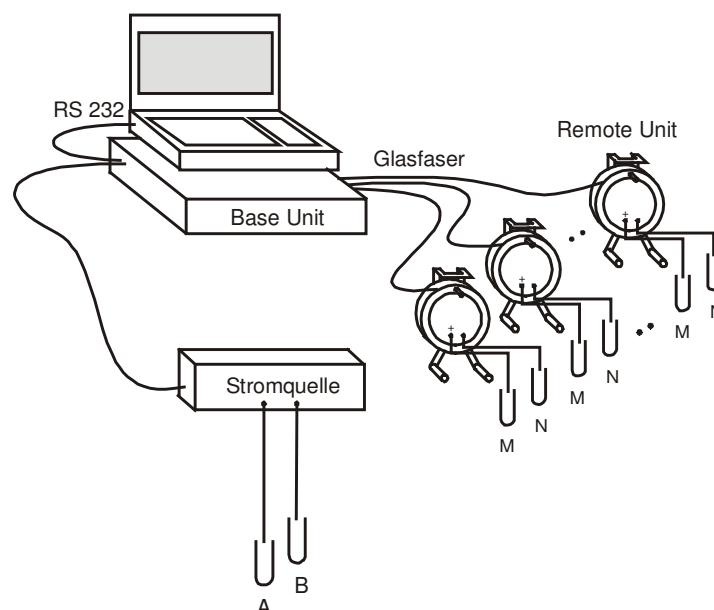


Abb. 5.1.2.2: Anordnung der Komponenten der SIP-Fuchs I Apparatur im Feldeinsatz.

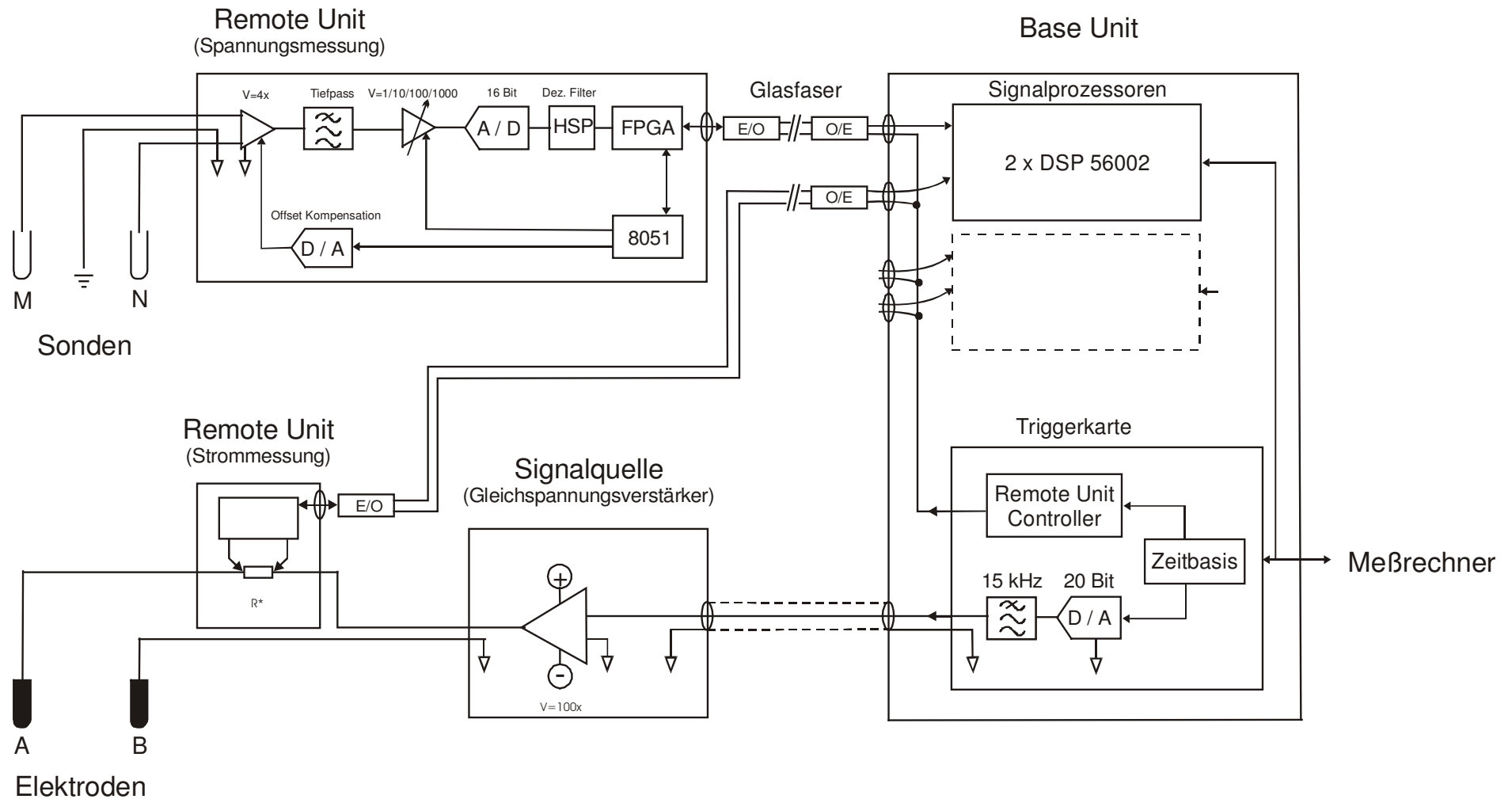


Abb. 5.1.2.3: Blockbild der Messapparatur SIP-Fuchs I. Die umrandeten Teilblöcke stellen funktionell eng zusammenhängende Einheiten dar. In der praktischen Ausführung sind diese Einheiten in eigenen Gehäusen zusammengefasst. Das ausgebaute Messsystem verfügt über maximal 8 Remote Units. Eine Unit wird zur Strommessung, die anderen zur Spannungsmessung verwendet. Die beiden Vorgängermodelle der SIP-Fuchs I unterscheiden sich lediglich in der Anordnung der Signalprozessoren und in der oberen Grenzfrequenz.

5.1.3 SIP-256B

Die SIP-256B wurde von der Firma Radic Research konzipiert. Fördermittel wurden hierfür nicht in Anspruch genommen.

Zentrale Motivation für die Entwicklung dieser Apparatur war es, komplex strukturierte, polarisierbare Gesteinskörper routinemäßig vermessen zu können. Ein gegenüber der SIP-Fuchs I um mindestens eine Größenordnung erhöhter Messfortschritt ist hierfür eine wichtige Voraussetzung.

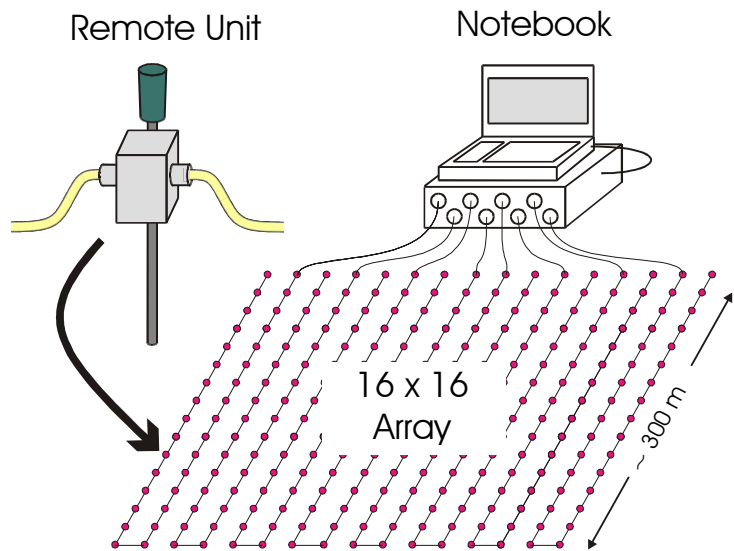


Abb. 5.1.3.1: Möglich Anordnung von 256 Remote Units.

Das Hardwarekonzept der SIP-256B wurde in mehreren Punkten, gegenüber der SIP-Fuchs I, sowohl vereinfacht als auch erweitert.

Entscheidend für die praktische Realisierung ist die verminderte Komplexität der Remote Units. So konnte auf eine variable Verstärkung und Offsetkompensation verzichtet werden, weil 24-Bit A/D-Wandler eingesetzt wurden. Die Verwendung eines RS-485 Busses anstelle von Glasfasern und eine Begrenzung des Frequenzbereiches helfen den Stromverbrauch, das Volumen und das Gewicht der Remote Units, gegenüber der SIP-Fuchs I, deutlich zu verringern.

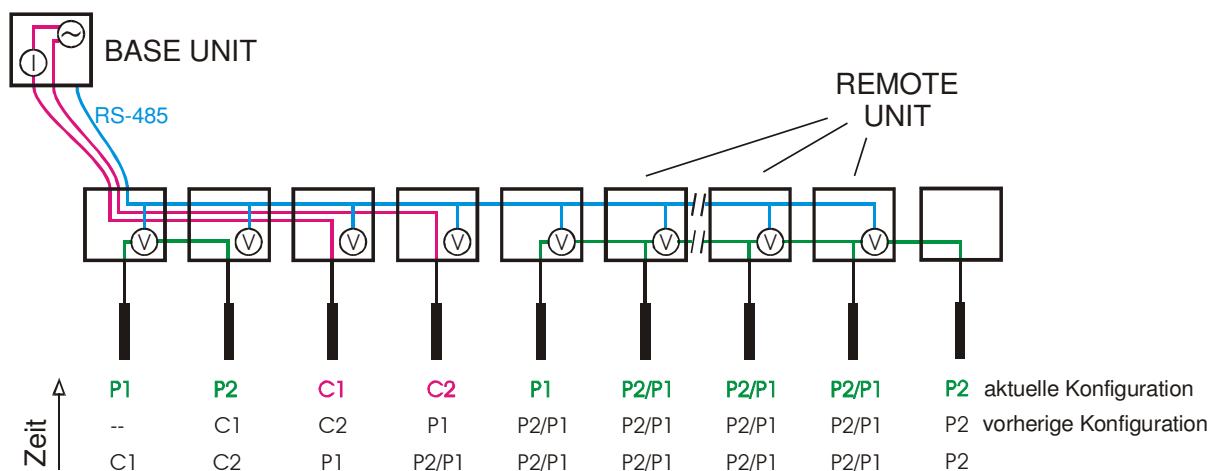


Abb. 5.1.3.2: Blockbild der SIP-256B Messapparatur. Die Remote Units sind hier für eine Dipol-Dipol Sondierung konfiguriert. Spannungen werden jeweils zwischen benachbarten Elektroden (Remote Units) gemessen. Zwei der Remote Units speisen den in der Base Unit erzeugten und gemessenen Strom in den Erdboden ein.

Die wichtigsten Gründe für den erreichten höheren Messfortschritt sind:

PC gesteuerte Multielektroden Stromeinspeisung

Die wohl wichtigste konzeptionelle Erweiterung besteht in der PC-gesteuerten Stromeinspeisung (Abb. 5.1.3.2). Jede Elektrode (Remote Unit) kann zur Stromeinspeisung verwendet werden. Damit wird ein bei Multielektroden-Gleichstromgeoelektrikapparaturen bewährtes Konzept übernommen. Sofern hinreichend viele Remote Units vorhanden sind, kann die Vermessung eines Profils oder einer Fläche (Abb. 5.1.3.1) ohne zwischenzeitliches, zeitaufwendiges Umsetzen der Messapparatur erfolgen. Das Kabel, das alle Remote Units miteinander verbindet, beinhaltet die beiden Stromzuführungsleitungen. Grundsätzlich können auf diese Weise eine Vielzahl an Vierpunktanordnungen gebildet werden. Bei Wechselstrommessungen ist jedoch dem Übersprechen zwischen den stromeinspeisenden und spannungsführenden Leitungen besondere Aufmerksamkeit zu widmen. Das Konzept bedingt zwangsläufig, dass die kapazitive und induktive Kopplung durch die, im Vergleich zur SIP-Fuchs I Apparatur, größere räumliche Nähe der einzelnen Leiter ungleich größer ist. Die digitale Datenübertragung hilft die Länge der parallelen Abschnitte deutlich zu verkürzen. Bei einer Dipol-Dipol-Anordnung z.B., haben die kritischen Abschnitte die Länge eines Dipols. Verwendet man zudem nur solche Anordnungen, bei denen die Spannungsdipole weiter von der Base Unit (Abb. 5.1.3.3) entfernt angeordnet sind als der Stromdipol, dann können parallele Abschnitte sogar ganz vermieden werden.

Massiv parallele Messung der Potentialverteilung

Dem Autor stand für die Feldmessungen eine Apparatur mit 20 Remote Units zur Verfügung (Abb. 5.1.3.4). Da jeweils nur zwei der Remote Units zur Stromeinspeisung benötigt werden, kann mit der Mehrzahl an Remote Units der Potentialverlauf im Umfeld des Stromdipols zeitgleich vermessen werden. Vergleicht man den sich hieraus ergebenden Messfortschritt für eine Einzelmessung mit der einer Multielektroden-Geoelektrikapparatur, dann ergibt sich hierdurch der angestrebte, mehr als 10-fach erhöhte Messfortschritt. Jede Remote Unit verfügt über einen Datenlogger zur Messung einer Dipolspannung. Im einfachsten Fall wird an jeder Remote Unit ein Elektrodenspieß angeschlossen. Dieser kann dann entweder der Stromeinspeisung oder der Potentialmessung dienen. Bei der SIP-256B wird die Spannung stets zwischen zwei benachbarten Remote Units gemessen.

Dezentrale numerische Signalvorverarbeitung

Bereits in den Remote Units können grundlegende Zeitreihenverarbeitungsschritte durchgeführt werden: Datendezimation, Stapeln und Driftfilterung. In einem Vorläufer des Messgerätes wurden versuchsweise Fourier-Koeffizienten berechnet. Obwohl der in den Remote Units vorhandene 8-Bit Microcontroller weniger leistungsfähig ist als der eines PCs ist, ergibt sich durch die parallele Signalverarbeitung und dadurch, dass sich die Zeitreihenübertragung zum PC erübrigt, effektiv doch ein signifikanter Zeitvorteil.

BASE UNIT der SIP-Apparatur SIP-256B



Abb. 5.1.3.3: Vorderansicht der Base Unit des SIP-Messsystems Typ SIP-256B. Auffälligstes Merkmal sind die 8 Interfaces (schwarze Buchsen) zum Anschluss von max. 256 Remote Units.



Abb. 5.1.3.4: Remote Units in enger Aufstellung für Dipol-Dipol Messungen.



REMOTE UNIT

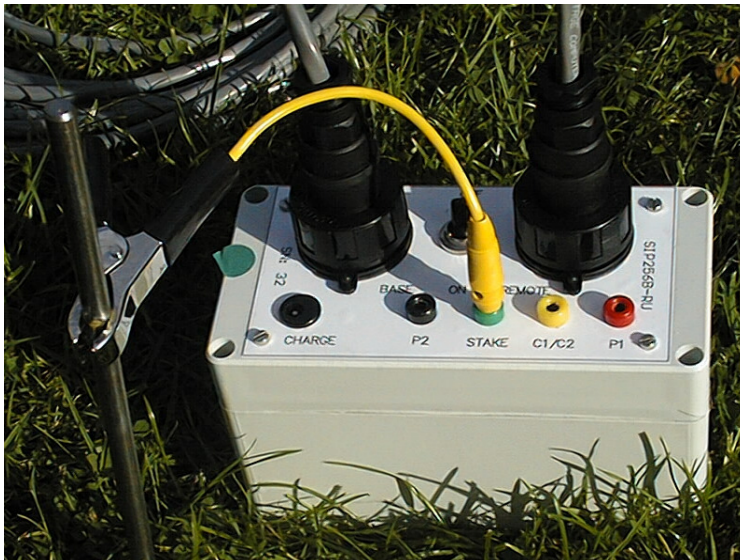


Abb. 5.1.3.5: Draufsicht auf eine der Remote Units. Am linken Bildrand ist eine Metallelektrode abgebildet, die sowohl der Stromspeisung als auch der Spannungsmessung dient. Für niederfrequente Messungen empfiehlt sich zur driftarmen Spannungsmessung der Einsatz unpolarisierbarer Sonden. Diese werden über eine separate Buchse angeschlossen.

MESSPROFIL



Weitere Besonderheiten

Jede Remote Unit (Abb. 5.1.3.5) ermöglicht es, für die Stromeinspeisung und die Spannungsmessung unterschiedliche Elektroden zu verwenden. Insbesondere ist es so möglich, für die Spannungsmessung unpolarisierbare Sonden einzusetzen. Verwendet man hingegen nur eine Elektrode, dann muss diese aus Metall bestehen, um durch den Stromfluss nicht zerstört zu werden.

In der Praxis ist der Einsatz von getrennten Elektroden jedoch nicht immer praktikabel. Zum einen erhöht sich hierdurch der Zeit- und Personalaufwand erheblich, insbesondere wenn der Boden verfestigt oder sehr steinig ist. Über schlecht leitenden Untergründen weisen unpolarisierbare Sonden häufig unakzeptabel hohe Übergangswiderstände auf. Der Einsatz einer größeren Zahl solcher Sonden erhöht auch den Wartungs- und Kostenaufwand. Bei kleinen Auslageweiten kann der räumliche Abstand von Stromeinspeisung und Potentialabgriff nicht mehr vernachlässigt werden. Derzeit unterstützt noch kein kommerzielles Inversionsprogramm die Auswertung von Messungen, bei denen getrennte Elektroden verwendet wurden.

5.2 Hardwarekonzept

5.2.1 Messsignalerzeugung

Die Messsignalform ist in einem nicht flüchtigen Speicher als Wertetabelle abgelegt. Ein schneller hochauflösender (*20-Bit*) D/A-Wandler synthetisiert hiermit die Signalspannung ($\pm 10\text{ V}$). Dieses Konzept eröffnet u. A. folgende Optionen:

- Erzeugung fast beliebiger Signalformen,
- Frequenzwahl durch Variation der Auslesegeschwindigkeit,
- Amplitudeneinstellung durch Multiplikation der Tabellenwerte mit Amplitudenfaktor.

Das Messsignal kann sowohl zur Kalibration des Messgerätes, als auch für Labor- und kleinskalige Feldmessungen verwendet werden. Zur Erzeugung großer Spannungs- und Strompegel wird das Signal mit einem nachgeschalteten Hochspannungsverstärker 20- bis 60-fach verstärkt.

5.2.2 Strom- vs. Spannungsquelle

Der Erdboden stellt aus elektrotechnischer Sicht eine unbekannte, zeitlich variable, meist lineare Last dar, mit reellen, induktiven und geringen kapazitiven Anteilen. Zur 4-Punkt Widerstandsmessung kann sowohl eine Spannungs-, als auch eine Stromquelle verwendet werden. Stromquellen sind technisch aufwendiger und weichen bei hohen Frequenzen stark vom Ideal ab. Daher wurde bei den Feldmessungen stets eine Spannungsquelle verwendet. In diesem Fall ist eine explizite Strommessung unverzichtbar.

Bei den im Kapitel 7.4 vorgestellten Labormessungen an nicht-linearen Elektronenleitern war jedoch eine Stromquelle unverzichtbar. Wie dort erläutert, kann jede Hochspannungsquelle, bei entsprechender Beschaltung, auch als Stromquelle fungieren.

5.2.3 Strom- und Spannungsmessung

Messsignalaufbereitung

Die bei den Messungen verwendeten Vorverstärker sind sehr hochohmig, rauscharm und schnell und weisen nur geringe Eingangskapazitäten und einen differentiellen Eingang auf. Die Strommessung erfolgt, indem der Spannungsabfall an einem im Stromkreis liegenden Shunt registriert wird. Diese, wie auch die Spannung die am Spannungsdipol anliegt, variiert bei geoelektrischen Messung, abhängig von den Bodenverhältnissen und der Messkonfiguration, sehr stark. Trotzdem sollen, nach Möglichkeit unter allen Bedingungen, die Signale optimal erfasst werden. Optimal bedeutet, dass der Rauschbeitrag seitens des Messgerätes vernachlässigt werden kann.

Entsprechend Tabelle 5.2.3.1 werden für die SIP-Fuchs I schnelle A/D-Wandler benötigt. A/D-Wandler mit Abtastrate $>200\text{ kHz}$ weisen derzeit maximale Auflösungen von *16-Bit* auf. Da die Anforderungen von SIP-Messungen deutlich höher liegen, wird jedem A/D-Wandler

- ein variabler Verstärker vorgeschaltet. Im Interesse einer höchstmöglichen Messgenauigkeit gilt es die Verstärkung so zu wählen, dass der A/D-Wandler weitgehend ausgesteuert ist. Die Verstärkung variiert zwischen 10- und 10000-fach. Die Verstärkungsstufung kann in groben Schritten (10) erfolgen. Leider ist der Frequenzgang jedes Messkanals von der gewählten Verstärkung abhängig. Dies hat seine Ursache in dem endlichen Verstärkungsbandbreitenprodukt des Operationsverstärkers. Da der Kalibrationsaufwand quadratisch mit der Anzahl an Verstärkungsstufen und Messkanälen anwächst, ist eine grobe Stufung vorteilhaft.
- eine Spannungsoffsetkompensationsstufe vorgeschaltet. Die Offsetspannungen rühren von den Potentialsonden und dem Erdboden selbst her und betragen typischerweise $10\text{-}300\text{ mV}$. Bei kleinen Nutzsignalen muss der für die geoelektrischen Messungen bedeutungslose Gleichspannungsanteil vor der Verstärkung kompensiert werden. Andernfalls wird nicht die höchst mögliche Messgenauigkeit erreicht. Zur Kompensation haben sich hochauflösende D/A-Wandler bewährt.

Da das Messsystem SIP-256B Messungen nur bis höchstens 500 Hz erlaubt, sind die erforderlichen Abtastraten geringer und es können hochauflösende *24-Bit* A/D-Wandler eingesetzt werden. Offsetkompensation und variable Verstärkung werden entbehrlich.

Parameter \ Messgerät	SIP-FUCHS I	SIP-256B
Auflösung	<i>16 Bit</i>	<i>24 Bit</i>
Linearität:	<i>96 dB</i>	<i>111dB</i>
Höchste Messfrequenz:	<i>12 kHz</i>	<i>0.47 kHz</i>
Eckfrequenz des Anti-Alias-Filters:	<i>24 kHz</i>	<i>2 kHz</i>
Abtastrate:	<i>192 kHz</i>	<i>1 kHz</i>
Offsetkompensation:	$\pm 2.7\text{ Volt}$ (2^{16} Stufen)	-
Verstärkungsfaktoren:	<i>4 / 40 / 400 / 4000</i>	<i>1</i>
Maximale Datenrate:	<i>48 kHz</i>	<i>1 kHz</i>

Tabelle 5.2.3.1: Parameter der in den SIP-Messsystemen verwendeten A/D-Wandlerelektronik.

Alle Kanäle zur Strom- und Spannungsmessung verfügen über einen eigenen A/D-Wandler.

Bei der Wahl der Abtastrate sind mehrere Randbedingungen zu berücksichtigen:

- Messfrequenz,
- mögliche Störfrequenzen,
- Eckfrequenz des Anti-Aliasingfilters,
- Datenmenge,
- Auflösung, Linearität, Frequenzgang und Temperaturdrift der Parameter

Im Interesse eines möglichst glatten und langzeitstabilen Frequenzganges wird bei allen Messgeräten ein frequenzkonstanter elektronischer Anti-Alias-Filter verwendet (Tab. 5.2.3.1). Die Eckfrequenz dieses Filters ist so bemessen, dass sie die höchste Messfrequenz um mindestens das Zweifache übersteigt.

5.2.4 Synchronität der Messung

Die Base Unit aller Messgeräte generiert, wenngleich auf sehr unterschiedliche Weise, Synchronisationsimpulse die von den Remote Units ausgewertet werden und die zu einer mehr oder minder starken Kopplung der Zeitbasen aller Systemkomponenten führen. Abweichungen der Zeitbasen führen zu verschiedenartigen Messfehlern.

Konstante Phasenverschiebung zwischen den Zeitbasen (Verzögerung)

Die Übertragung der Impulse zu den räumlich getrennt angeordneten Remote Units benötigt eine nicht vernachlässigbare kurze Zeitspanne. Diese Zeitspanne ist im Mittel konstant und primär von der Kabellänge l und der Lichtgeschwindigkeit c_M in den Glasfasern bzw. Kupferkabel abhängig. Die Verzögerung Δt wirkt sich nicht auf die Amplituden, wohl aber auf die Phasenlage $\Delta\phi$ der gemessenen Zeitreihen aus:

$$\Delta\phi = \Delta t f \quad \Delta t = l / c_M \quad f: \text{Messfrequenz} \quad (5.2.4.1)$$

Für die SIP-Fuchs I Apparatur werden üblicherweise Glasfasernlängen von 200 m verwendet. Die hieraus resultierende Phasenverschiebung beträgt bei 12 kHz etwa 2° . Verwenden alle SIP-Fuchs I Remote Units gleich lange Glasfasern, dann heben sich die Effekte auf. Eine konstante Phasenverschiebung kann im Zuge der Kalibration (Kapitel 5.4) direkt gemessen und vollständig korrigiert werden.

Zufällige Streuung der Phasenverschiebung zwischen den Zeitbasen (Jitter)

Hierbei handelt es sich um zufällige Abweichungen (Jitter) von der oben genannten mittleren Verzögerung. Diese rühren daher, dass die Bandbreiten der Übertragungsstrecken und die Geschwindigkeit der elektronischen Bauteile begrenzt sind. Bei den verwendeten optischen Strecken beträgt die Unsicherheit ca. 20 ns , bei den Kupferkabeln hingegen $2\text{ }\mu\text{s}$. Die Auswirkung auf die Messung kann stark verringert werden, wenn anstelle eines einzigen Impulses viele ausgewertet werden. Der mittlere Jitter kann aus der Streuung der Phase abgeschätzt werden. Der RMS-Wert beträgt bei der SIP-Fuchs I $< 2.3\text{ ns}$ und bei der SIP-256B ca. $1.2\text{ }\mu\text{s}$. Die Stärke der resultierende Phasenstreuung verhält sich proportional zur Frequenz. Bei der SIP-Fuchs I beträgt die hierdurch bedingte zusätzliche Streuung der Phase bei 12 kHz weniger als $\pm 0.01^\circ$. Bei der SIP-256B beträgt sie bei 467 Hz weniger als $\pm 0.2^\circ$. Dieser Wert kann reduziert werden, wenn anstelle einer langen, N kurze Zeitreihen gemessen werden.

Es gilt:

$$\Delta\bar{\varphi} = \Delta\varphi(N=1)/\sqrt{N} \quad N: \text{Anzahl an kurzen Zeitreihen} \quad (5.2.4.2)$$

Driftende Zeitbasen

Bei der SIP-Fuchs I treten, baulich bedingt, keine Zeitbasendriften auf. Bei der SIP-256B wird die Messung der Zeitreihe hingegen nur durch einen einzelnen Startpuls synchronisiert. Die Abstraten der Messungen basieren dann auf den lokalen Quarzoszillatoren. Geringfügig unterschiedliche Oszillatorfrequenzen führen zu systematisch verfälschten Amplituden und Phasen. Aufgrund der hierdurch bedingten verringerten Kohärenz erhöht sich der statistische Messfehler. Die Auswirkungen sind bei allen Frequenzen zwischen 0.1 Hz und 467 Hz etwa gleich stark. Wenn Zeitreihen mit einer Länge von maximal fünf Perioden registriert werden, beträgt der hierdurch bedingte Phasenfehler maximal $\pm 0.05^\circ$. Bei noch niedrigeren Frequenzen steigt der Einfluss jedoch an, da sich dann zunehmend der Temperatureinfluss auf die Oszillatorfrequenzen bemerkbar macht.

Die nachfolgende Version (SIP-256C) vermeidet dieses Problem, indem das Konzept der SIP-Fuchs I übernommen wird.

5.3 Software Konzept

5.3.1 Wahl der Messsignalform und des Bereichs

Fasst man den Erdboden und die Signalverarbeitungselektronik als ideale lineare Übertragungssysteme (Kap. 2.1) auf, dann ist zur Messung deren Übertragungsfunktion keine Anregungsform einer anderen vorzuziehen. Tatsächlich ist die Hardware der hier betrachteten Apparaturen grundsätzlich im Stande, im interessierenden Frequenzbereich, jede beliebige Signalform zu erzeugen und zur Messung des spezifischen Widerstandes zu nutzen. Da jedoch reale elektronische Schaltungen prinzipiell nur eine begrenzte Güte aufweisen, ergeben sich in der Praxis relevante Unterschiede, die im Folgenden benannt werden und zu einer Bevorzugung von monochromatischen (sinusförmigen) Signalen führt.

Periodische vs. Einzelpuls Anregung

Widerstandsmessungen im Frequenzbereich sind gekennzeichnet durch die Anregung mit periodischen Wechselströmen. Diese weisen jeweils nur einen begrenzten Frequenzgehalt auf. Zur Erfassung eines weiten Frequenzbereichs müssen daher nacheinander Messungen mit sehr unterschiedlichen Periodenlängen durchgeführt werden.

Im Gegensatz dazu basiert die Zeitbereichsmessung auf einem einzelnen Anregungspuls. Damit hiermit die Charakteristik einer Polarisationserscheinung möglichst vollständig erfasst werden kann, muss die Dauer des Anregungspulses möglichst lang und die Abschaltzeit möglichst kurz sein. Nachteilig ist, dass auch solche Frequenzbereiche angeregt werden, die aufgrund von starken technischen Störungen keine hinreichend gute Datenqualität ermöglichen. Weitere technische Einschränkungen resultieren aus der begrenzten Dynamik der Empfängersysteme. Aus diesen Gründen ist einer periodischen Anregung der Vorzug zu geben.

Rechteck- vs. Sinusförmiges periodisches Anregungssignal

Unter allen periodischen Signalen sind rechteckförmige technisch am leichtesten zu erzeugen. Sofern es sich um niedrige Frequenzen handelt ($< 1 \text{ Hz}$), können Relais verwendet werden. Bei höheren Frequenzen treten Halbleiterschalter an deren Stelle. Diese weisen einen hohen Wirkungsgrad auf und scheinen folglich für den Geländeeinsatz prädestiniert zu sein. Zur Erzeugung eines sinusförmigen Signals ist hingegen stets eine vergleichsweise aufwendige Elektronik erforderlich. Bezieht man beim Vergleich jedoch auch das Untersuchungsobjekt, die Zuführungskabel und die Spannungsmesselektronik mit ein, dann relativiert sich der Vorteil der Rechteckanregung erheblich.

Nachteile von rechteckförmigen gegenüber sinusförmigen Anregungsströmen sind:

1. Im Anhang 2 wird aufgezeigt, dass die Verwendung von rechteckförmigen Signalen theoretisch genauso effizient ist wie die von sinusförmigen. Diese Gleichwertigkeit ist jedoch nur dann gegeben, wenn beim Rechtecksignal neben der Grundwelle auch die Oberwellen zur Widerstandsbestimmung ausgewertet werden. Deren Amplituden nehmen jedoch mit steigender Frequenz rasch ab. Zudem stehen die Frequenzen unveränderlich fest und sind ungünstig, nämlich linear äquidistant, verteilt.

2. Im Falle des Auftretens starker Induktionserscheinungen im Erdboden nehmen die Amplituden der Oberwellen nur langsam mit der Frequenz ab. Dies tritt im Zeitsignal in Form amplitudenstarker Spannungsspitzen an den Flanken des Rechtecksignals in Erscheinung. Leicht können diese das Rechtecksignal um ein Vielfaches übertreffen und so die zur Verfügung stehende Dynamik der Spannungsmesselektronik und damit die Messgenauigkeit verzehren.
3. Oberwellen mit Frequenzen >8 kHz können Funkdienste stören und sind daher zu vermeiden. Werden diese Oberwellen elektronisch unterdrückt, dann gehen die technischen Vorteile der einfachen Rechteckerzeugung teilweise verloren.
4. Zur Untersuchung von nichtlinearen IP-Effekten erscheinen sinusförmige Signale besser geeignet als rechteckförmige (Kap. 7.4), da die Interpretation der Messergebnisse wesentlich erleichtert wird.

Prüfung der Messsignalforminvarianz der Auswertalgorithmen

Im vorherigen Abschnitt wurden die Vorzüge der sinusförmigen Anregung bei Geländemessungen herausgestellt. Die verwendeten numerischen Zeitreihenverarbeitungsalgorithmen wurden jedoch so gestaltet, dass sie invariant gegenüber der Messsignalform sein sollten.

Um ggf. auch kleine Varianzen aufdecken zu können, sollen die mit einem sinusförmigen Anregungssignal gemessenen Ergebnisse mit denen eines besonders oberwellenreichen rechteckförmigen Anregungssignals verglichen werden. Hierzu wird der Speicher des Signalgenerators entsprechend umprogrammiert. Zudem wird die Konfiguration zur Kalibrierung gewählt (vgl. Kap. 5.4), d.h. dass das Anregungssignal gleichzeitig direkt in beide Messkanäle eingespeist wird.

Abb. 5.3.1.1 zeigt das gemessene rechteckförmige Spannungssignal ($f_0=1.7$ Hz), sowie das hieraus berechnete Amplitudenspektrum. Während die Amplituden der Oberwellen des Sinus sehr rasch im Rauschen verschwinden (hier nicht wiedergegeben), nehmen die des Rechtecks, wie erwartet, umgekehrt proportional mit der Frequenz ab. Bei beiden Signalformen wird nur die Grundwelle zur Berechnung der Übertragungsfunktion ausgewertet.

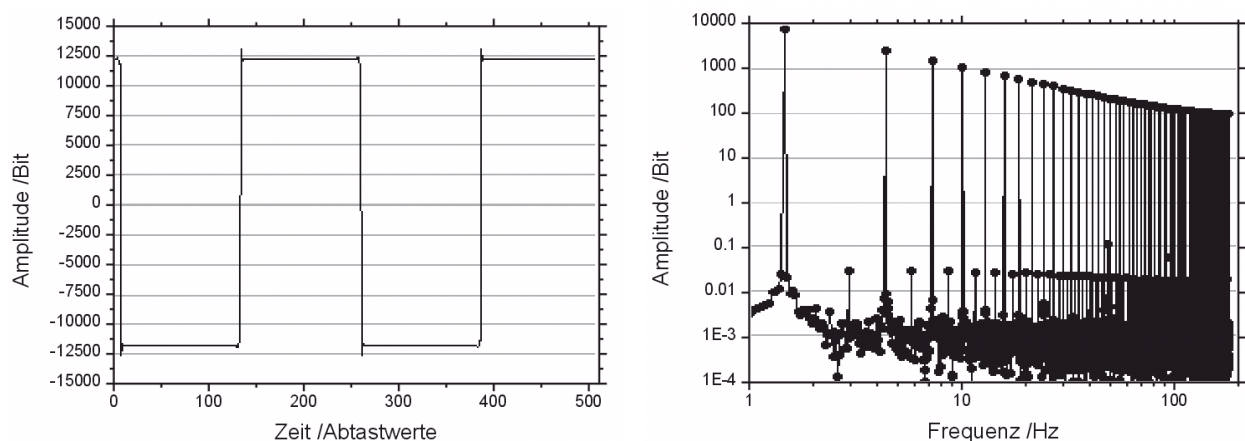


Abb. 5.3.1.1: Links: Ausschnitt aus dem gemessenen rechteckförmigen Zeitsignal. Dargestellt sind 512 von 8192 Messwerten. Rechts: Rohspektrum des gemessenen Zeitsignals.

Abbildung 5.3.1.2 zeigt, dass die Ergebnisse gut übereinstimmen und keine Varianz gegenüber der Signalform erkennbar ist. Kleine Abweichungen beim Betrag sind durch eine warm-up Drift bedingt.

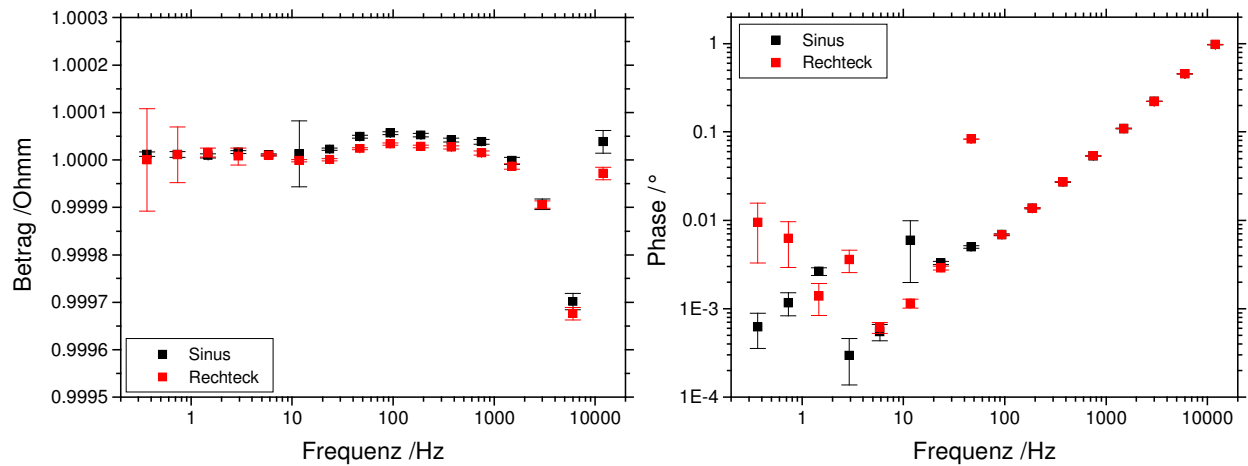


Abb. 5.3.1.2.: Messung der Übertragungsfunktion zwischen zwei Messkanälen (Kapitel 5.4) unter Verwendung eines sinusförmigen und eines rechteckförmigen Messsignals. Es treten keine signifikanten Unterschiede auf.

5.3.2 Messung von Zeitreihen

Die Verwendung von elektronischen Anti-Alias-Filtern mit fester Eckfrequenz (Kapitel 5.2.3) bedingt, dass die Abtastrate des A/D-Wandlers ebenfalls konstant und mindestens das 2-fache dieser Eckfrequenz betragen muss. Den damit verbundenen technischen Vorteilen steht jedoch der Nachteil gegenüber, dass bei einer niedrigen Messfrequenz die Anzahl an Messwerten je Zeitreihe sehr groß ist. Um dem zu begegnen, wird ein Dezimationsfilter eingesetzt. Dieser verringert einerseits die Anzahl an Messwerten (Tab. 5.3.2.1) und andererseits die Nyquist-Frequenz. Die Frequenzauflösung Δf ist hiervon unberührt. Der Dezimationsfaktor variiert bei der SIP-Fuchs I Apparatur, je nach Frequenz, zwischen 4 und $5 \cdot 10^5$. Die teilweise sehr hohe Überabtastung vermindert die Rauschbeiträge der A/D-Wandler, indem sie deren 16-Bit Auflösung je Datenwort rechnerisch auf 24-Bit erhöht. Abbildung 5.3.1.1 ist zu entnehmen, dass dies auch in der Praxis der Fall ist. Im Amplitudenspektrum beobachtet man zwischen den amplitudenstarken Oberwellen einen Rauschpegel der bei 0.005 Bit liegt, also um den Faktor 200 unterhalb der Auflösung einer Einzelmessung.

Externe Rauschbeiträge können hingegen nur durch längere Registrierzeiten verringert werden, da sich dann die Frequenzbandweite Δf verringert.

$$\delta U \propto \frac{1}{\sqrt{T}} = \sqrt{\Delta f} \quad (5.3.2.1)$$

Die Grenze jeder Verbesserung gibt jedoch die, wenngleich geringe, Nichtlinearität der A/D-Wandler vor.

Dezimationsfilter

Die Datenmenge kann ohne Informationsverlust mit Hilfe eines Dezimationsfilters reduziert werden. In den in der SIP-256B verwendeten Delta/Sigma A/D-Wandlern sind solche Filter bereits integriert. Da in der SIP-Fuchs I sukzessiv approximierende A/D-Wandler zum Einsatz kommen, die über keinen integrierten Dezimationsfilter verfügen, wurden solche den Wandlern nachgeschaltet.

In einer ersten Stufe kann die Datenrate von 192 kHz auf minimal 187.5 Hz reduziert werden. Hierzu kommt ein Prozessor der Firma Harris zum Einsatz. In einer zweiten Stufe kann die Datenrate weiter auf minimal 2.9 Hz reduziert werden. Der Algorithmus hierfür ist auf einem digitalen Signalprozessor (DSP) implementiert. Beide Filterstufen verarbeiten den Datenstrom

Parameter	Niedrigste Messfrequenz	Mittlere Messfrequenz	Höchste Messfrequenz
Messfrequenz:	1.43 mHz	0.732 Hz	12 kHz
Abtastrate:	192 kHz	192 kHz	192 kHz
A/D-Wandlungen je Messung:	$4.02 \cdot 10^8$	$4.5 \cdot 10^6$	512
Dezimationsfaktor:	524288	1024	4
Gemessene Perioden:	3	32	32
Messwerte je Periode	256	256	4

Tab. 5.3.2.1: Typische Parameter für drei ausgewählte Messfrequenzen (SIP-Fuchs I).

Nr.	Wert
$a_1 = a_{15}$	$1.5675133673e-4$
$a_2 = a_{14}$	$2.0856639853e-3$
$a_3 = a_{13}$	$-1.1555392815e-2$
$a_4 = a_{12}$	$1.6720077762e-2$
$a_5 = a_{11}$	$1.8786269383e-2$
$a_6 = a_{10}$	$-1.1887874539e-1$
$a_7 = a_9$	$2.4251224412e-1$
a_8	$6.9949932830e-1$

Tab. 5.3.2.2: Filterkoeffizienten des Dezimations-filters der SIP-Fuchs I (Version: 1-1994)

Datenrate der doppelten Nyquist Frequenz entspricht, ist das Verwerfen nicht mit einem Informationsverlust verbunden.

Zur Erzielung einer optimalen Dämpfung von -100 dB bei der Nyquist Frequenz wäre ein FIR-Filter mit noch mehr Koeffizienten notwendig. In der bei den Messungen verwendeten Hardware (Version:1-1994) konnte ein derartiger echtzeitfähiger Filter jedoch noch nicht implementiert werden.

Soll die Datenrate um mehr als den Faktor zwei reduziert werden, dann wird der Filter mehrfach angewandt. Ist die Anzahl an Dezimationsstufen an die Messfrequenz gekoppelt, dann kann die Anzahl an Messwerten je Periode bei den mittleren und niedrigen Frequenzen konstant gehalten werden.

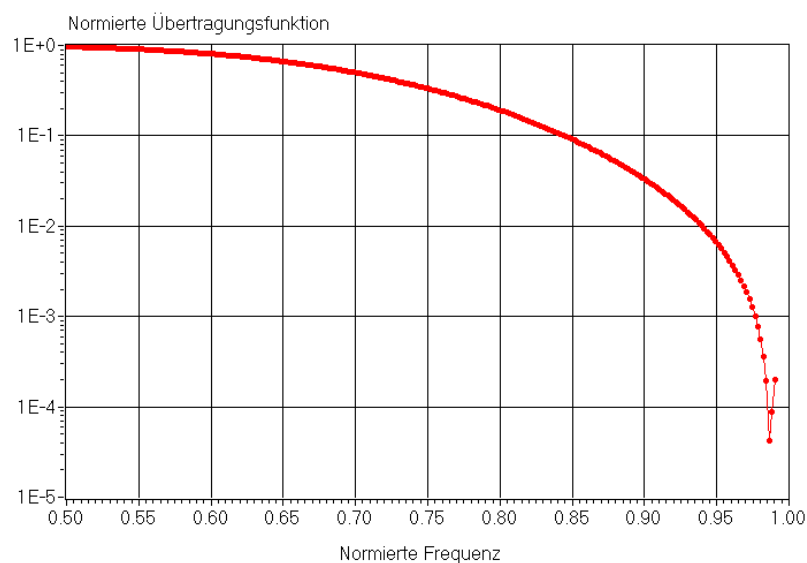


Abb. 5.3.2.1: Normierte Übertragungsfunktion des in Tabelle 5.3.2.2 wiedergegebenen FIR-Filters. Maximale Dämpfung wird bei einer normierten Frequenz etwas unterhalb von eins erreicht. Diese Frequenz ist gleichzeitig die Nyquist Frequenz der dezimierten Zeitreihe.

unterbrechungsfrei und erlauben so eine quasi kontinuierliche Visualisierung der Messsignale.

Der Kern der zweiten Dezimationsstufe besteht aus zwei Abschnitten, (Filterung, Dezimation). Es wird ein Finite Impuls Response (FIR) Filter (Gln. 5.3.2.2) mit 15 Filterkoeffizienten (Tab. 5.3.2.2) eingesetzt.

$$x_{(i-14)/2} = \sum_{ii=1}^{15} x_{i-15+ii} a_{ii} \text{ für alle } i/2 \in N \quad (5.3.2.2)$$

Die Eckfrequenz ist so bemessen, dass die Dämpfung, bei der halben Nyquist Frequenz, -80 dB beträgt. Die Filtercharakteristik ist in (Abb. 5.3.2.1) wiedergegeben. Schließlich wird jeder zweite Wert der gefilterten Zeitreihe verworfen. Da die reduzierte

5.3.3 Unterdrückung von Potentialdriften

Die nachteiligen Wirkungen von Potentialdriften auf die Widerstandsberechnung werden in den Kapiteln 4.1.9 und 6.3.1 diskutiert. Nachfolgend wird ein Filter vorgestellt, der die Driften in den Zeitreihen minimiert. Die Anforderungen an den Drift-Filter sind:

- Minimale Dämpfung bei und hohe Dämpfung unterhalb der Messfrequenz
- Echtzeitfähig

In Gleichung 5.3.3.1 wird der verwendete Filteralgorithmus festgelegt. Es empfiehlt sich die Abtastrate so zu wählen, dass sie ein ganzzahliges Vielfaches der Messfrequenz ist. Bei der SIP-Fuchs I Apparatur ist dies hardwarebedingt stets der Fall.

$$y(i) = \frac{1}{2} \left[x(i) - x\left(i + \frac{\lambda}{2}\right) \right] \quad \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2} \frac{\text{Abtastrate}}{\text{Messfrequenz}} \in \{1, 2, \dots\} \quad (5.3.3.1)$$

Die Frequenzcharakteristik dieses einfachen Filters genügt den obigen Forderungen. So ist die Dämpfung bei 0 Hz maximal und bei der Messfrequenz minimal (Abb. 5.3.3.1). Da die Flankensteilheit nicht sehr hoch ist, ist es bei sehr starken Driften zweckmäßig, den Filter zweifach anzuwenden. Was sich aus der Frequenzcharakteristik nicht unmittelbar erschließt ist, dass der Filter eine lineare Drift vollständig aus den Zeitreihen tilgt (vgl. Abb. 4.1.9.4).

Die Anwendung des Filters erfordert nur geringe Ressourcen im Hinblick auf die Rechenleistung und ist auch bei hohen Datenraten anwendbar. Der Datenverlust des Filters beträgt eine halbe Periode und ist bei den meisten Messfrequenzen ($>100 \text{ mHz}$) unerheblich. Bei tieferen Frequenzen hingegen werden aus Zeitgründen nur wenige Perioden registriert. Hier erfordert die Anwendung des Filters die Messung von mindestens drei Perioden.

Der Filter ist auch geeignet, um technische Störfrequenzen ($16^{2/3}$, 50 Hz und deren Oberwellen) zu unterdrücken. Hier kommt die periodische Frequenzcharakteristik vorteilhaft zum Tragen.

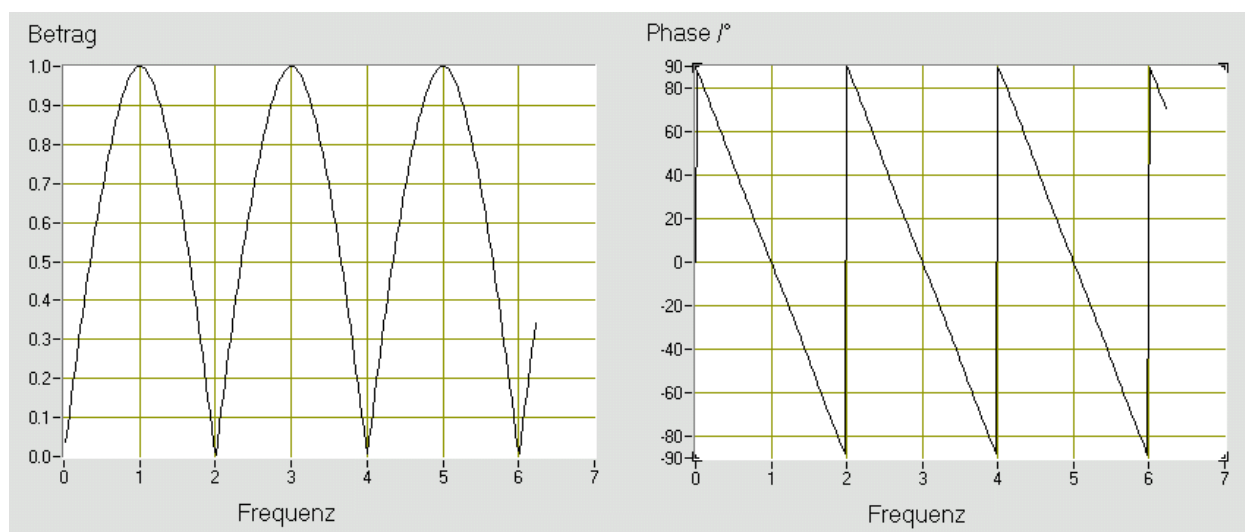


Abb. 5.3.3.1: Frequenzcharakteristik des Bandpass Filters entsprechend Gleichung 5.3.3.1. Die Frequenzachse ist mit der Messfrequenz normiert.

5.3.4 Berechnung von Fourier-Koeffizienten

Grundlage der Widerstandsberechnung, sowie anderer Parameter, sind stets die registrierten zeitlichen Variationen von Spannungs- und Stromsignal. Diese werden zeitgleich und unterbrechungsfrei registriert. Zur Durchführung einer statistischen Analyse müssen aus diesen Zeitreihen Proben gewonnen werden. Dies kann im einfachsten Fall in der Weise geschehen, dass die Zeitreihen in eine vorgegebene Anzahl von gleich langen Abschnitten zerlegt werden. In der Regel sind die registrierten elektrischen Felder von Driften überlagert. Da diese keine relevante Information enthalten und zudem die weitere Signalverarbeitung stören (Kap. 4.1.9) wird ein Bandpassfilter (Kap. 5.3.3) eingesetzt. Da jede Filterung in Folge der Einschwingzeit mit einem Datenverlust einhergeht, wird dieser einmalig auf die noch zusammenhängende Zeitreihe und nicht mehrmalig auf die Teilzeitreihen angewandt.

Bei der Wahl einer zweckmäßigen Teilzeitreihenlänge ist zu berücksichtigen, dass diese eine ganzzahlige Anzahl an Perioden der Messfrequenz enthalten sollte. Nur in diesem Fall wird ein „leakage“ von Energie vermieden und ein optimales Signal zu Rauschverhältnis erzielt.

Die Teilzeitreihen können mit einem Fenster überlagert werden. Tests haben jedoch gezeigt, dass dies in Einzelfällen zu einer Verschlechterung des Ergebnisses führt, z.B. dann, wenn die Teilzeitreihe aus nur einer Periode mit sehr wenigen Messwerten besteht.

Ist die Anzahl an Messwerten eine Potenz von zwei, dann kann die schnelle Fourier-Transformation (FFT) anstelle einer diskreten Fourier-Transformation angewandt werden. Die numerische Rechenleistung neuerer PC bzw. DSP ist mittlerweile so groß, dass sich der hierzu erforderliche Zeitaufwand nicht störend bemerkbar macht.

Von den Fourier-Koeffizienten jeder Teilzeitreihe wird nur der zur Widerstandsberechnung weiterverwendet, der mit der Frequenz des Messsignals zusammenfällt. Diese Vorgehensweise hat die Wirkung einer Bandpassfilterung. In der Regel wird eine Teilzeitreihe nur eine Periode umfassen. Daher können auf diese Weise nur der Gleichspannungsanteil und Signalanteile mit höheren Frequenzen separiert werden.

5.3.5 Überblick über das Signalverarbeitungskonzept

Im ersten Signalverarbeitungsschritt (Abb. 5.3.5.1, gelb hinterlegte Blöcke) werden die Zeitreihen individuell ausgewertet. Dieser Schritt ist zugleich der rechenintensivste. Er kann bereits in den Datenloggern erfolgen und damit parallel ausgeführt werden.

Die Ergebnisse, die Fourier-Koeffizienten, bilden die Datenbasis für die im zweiten Schritt erfolgende Ausgleichsrechnung (rot hinterlegte Blöcke), die der Bestimmung der Übertragungsfunktion zwischen den Messkanälen dient. Die wichtigste Übertragungsfunktion ist die Impedanz. Dabei kann die Wahl zwischen einer klassischen Ausgleichsrechnung und einer sog. „robusten“ Ausgleichsrechnung gewählt werden. Stehen mehr als zwei Messkanäle zur Verfügung, dann kann eine multivariate Ausgleichsrechnung (geoelektrische Referenztechnik) zur Erzielung einer höheren Messgenauigkeit durchgeführt werden.

Im dritten Schritt (grau hinterlegte Blöcke) wird unter Berücksichtigung des Geometrie- und der Kalibrationsfaktoren ein spezifischer Widerstand berechnet. Aus der Kohärenz schließlich kann ein Vertrauensbereich abgeleitet werden (Kap. 4.3.1.4).

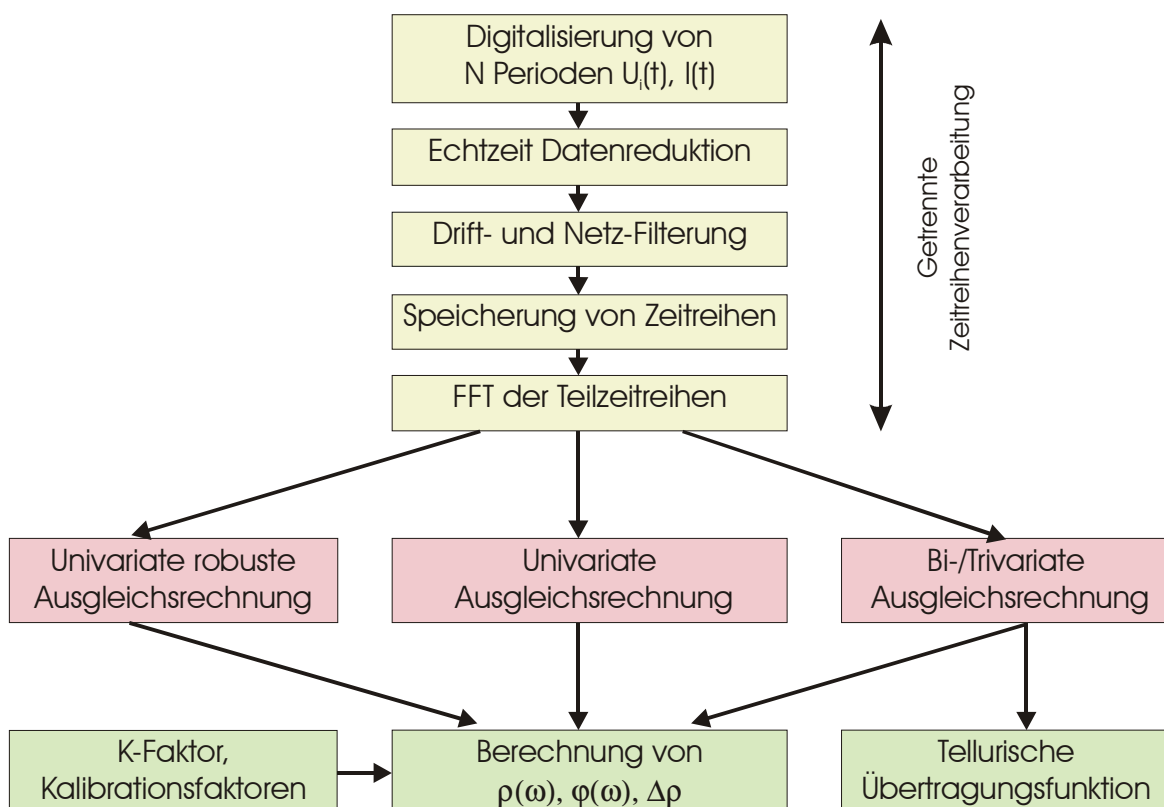


Abb. 5.3.5.1: Schematische Zusammenstellung der Bearbeitungsschritte, die zur Berechnung des spezifischen Widerstandes und anderer Informationen über den Untergrund führen. Die gelb hinterlegten Bearbeitungsschritte können in den Remote Units erfolgen.

5.3.6 Schnittstelle zum Anwender

Der Einsatz von vielkanaligen Messgeräten erfordert, dass der Messablauf, soweit dies möglich ist, automatisiert erfolgt. Andererseits treten, ähnlich wie bei komplexen Seismikapparaturen, erfahrungsgemäß auch mehr Probleme auf. Seien es ungenügend kontaktierte Elektroden, Driften, Störsignale oder Hardwaredefekte. Daher gilt es, sowohl die Rohdaten, als auch die hieraus berechneten Parameter bereits im Gelände bewerten zu können. Darüber hinaus können beispielsweise günstige Orte für die Aufstellung der Noise Monitore nur vor Ort anhand der Kohärenz zwischen den Messkanälen effektiv lokalisiert werden.

Die implementierte PC basierte grafische Schnittstelle (Abb. 5.3.6.1) zwischen Benutzer und Messgerät schafft somit erst die Voraussetzung für die Ausschöpfung aller instrumentellen Möglichkeiten.

Die Bediensoftware für die Messgerätetypen SIP-Fuchs I und SIP-256B basiert auf der Entwicklungsumgebung LabVIEW 5.1. Sie kontrolliert die

- Datenerfassung,
- Zeitreihenverarbeitung und Parameterberechnung,
- Datenvisualisierung und
- Speicherung der Daten.

Zur Datenvisualisierung (Abb. 5.3.6.2) zählt neben der quasi kontinuierlichen Darstellung der zeitlichen Variationen aller Messsignale auch die Darstellung der Widerstandsspektren. Die häufigsten Problemfälle können so, sofort nach ihrem Auftreten, erkannt und ggf. abgestellt werden.

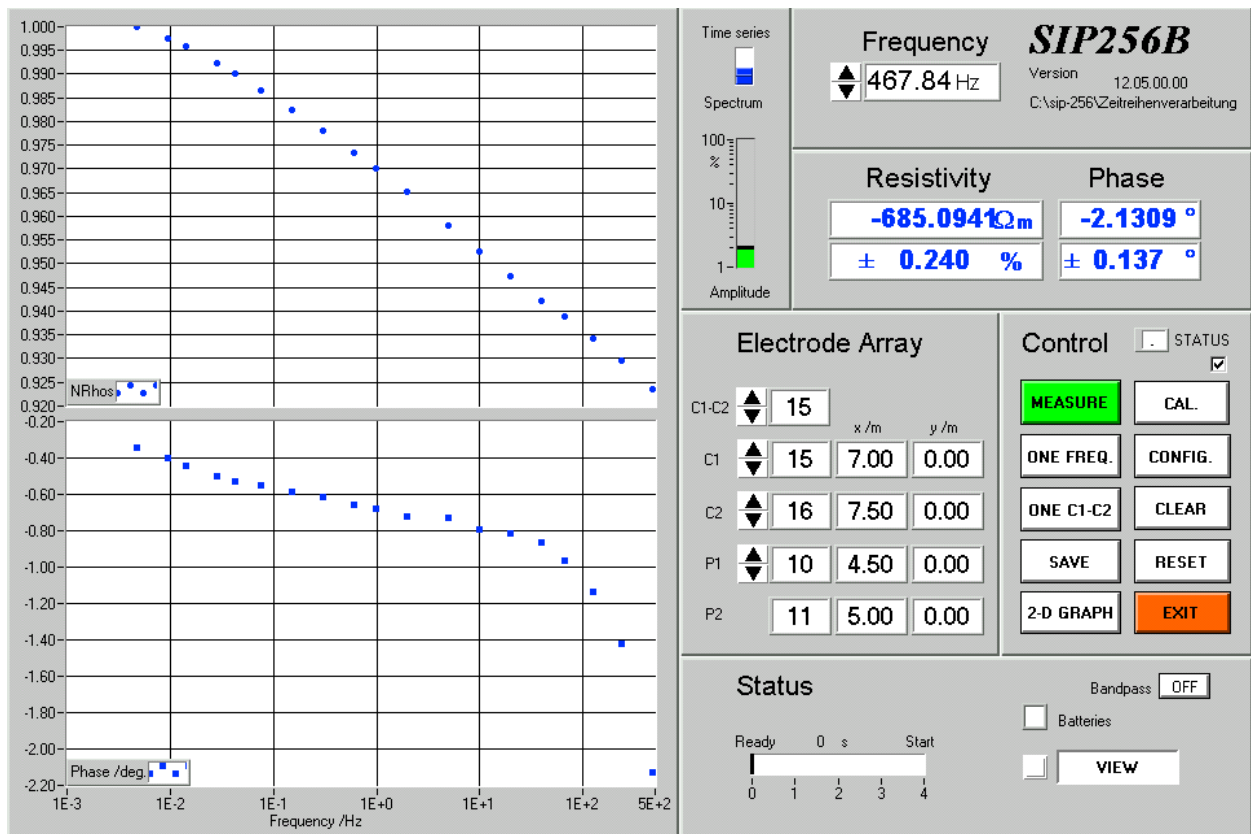


Abb. 5.3.6.1: Bedieninterface der SIP-256B Apparatur.
Oben: Normiertes Widerstandsspektrum. Unten: Phasenspektrum.

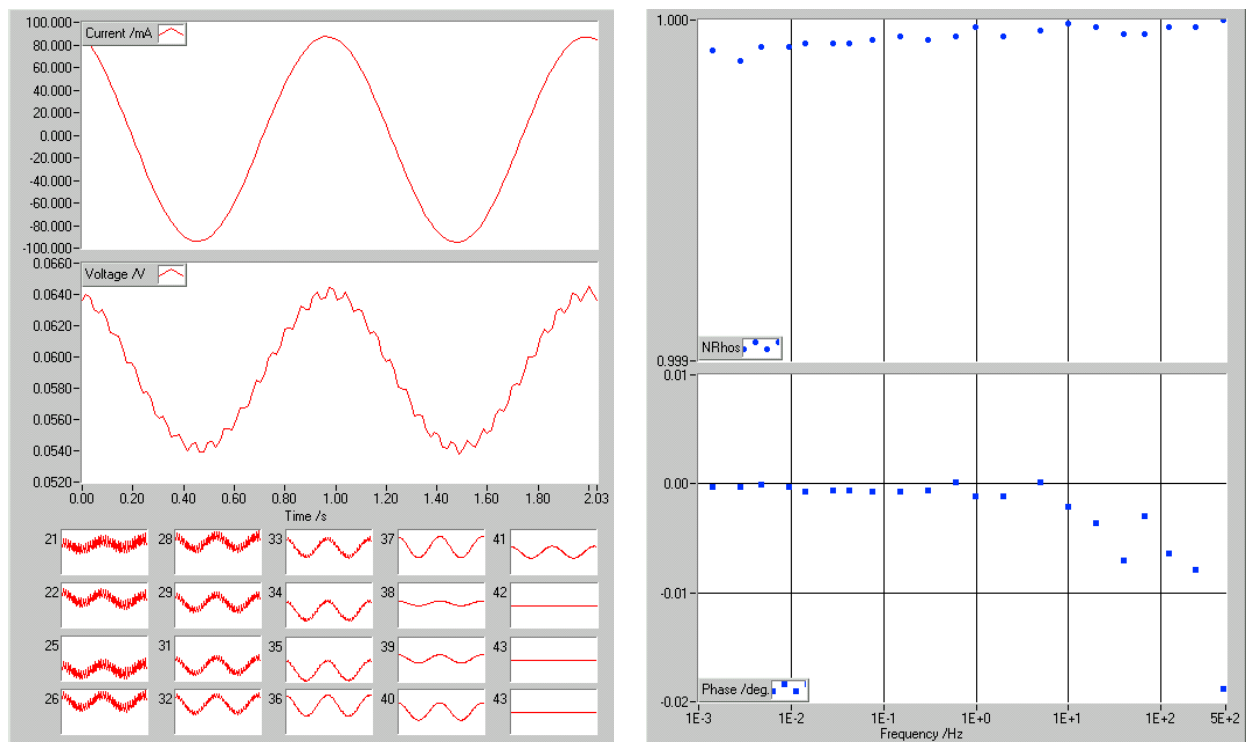


Abb. 5.3.6.2: Links: Zeitreihendarstellungen, rechts: Teilergebnis einer Kalibrierung.

5.4 Methode zur Kalibrierung der Messgeräte

Die Messgrößen werden in einem geringen, jedoch signifikantem Maß durch das Wechselstrommessgerät selbst systematisch verfälscht. Ziel der Kalibrierung ist es, diese Verfälschung zu messen und die Messdaten hiervon zu befreien.

Den größten Einfluss üben dabei die Signallaufzeiten in den unterschiedlich langen Glasfaserkabeln aus. Weiter Effekte verursachen die analogen elektronischen Komponenten des Messgerätes. Hierzu zählen vor allem die Filter und Operationsverstärker.

Bei der Wahl des Kalibrierungskonzepts kann der Umstand vorteilhaft genutzt werden, dass der primär interessierende Parameter, der spezifische elektrische Widerstand, aus dem Amplitudenverhältnis von Strom und Spannung berechnet wird. Beide Signale werden jedoch mit fast baugleichen Messkanälen gemessen. Da sich nur deren bauliche Unterschiede auswirken, müssen auch nur diese gemessen und korrigiert werden.

Zweckmäßigerweise verwendet man das vorhandene Anregungssignal der Base Unit als Testsignal, das von allen zu kalibrierenden Messkanälen gemessen wird (Abb. 5.4.1). Wie bei einer Widerstandsmessung auch, werden die ordinären Übertragungsfunktionen zwischen den verschiedenen Spannungskanälen auf der einen Seite und dem Strommesskanal auf der anderen bestimmt:

$$Cal_j(f_i) := U_i(f_i) / I(f_i) \quad j \text{ indiziert den Messkanal, } i \text{ indiziert die Frequenz}$$

Abbildung 5.4.2 zeigt ein typisches, mit der Apparatur SIP-Fuchs I gemessenes Kalibrationsergebnis. Der Verlauf des Phasenunterschiedes zwischen den beiden Kanälen kann durch eine lineare Funktion angepasst werden, deren Steigung in der doppelt-logarithmischen Darstellung gleich eins ist. Dies resultiert daraus, dass sowohl Laufzeiteffekte als auch die Wirkung der Anti-Alias-Filter zu einem frequenzproportionalen Anstieg der Phase führt.

Aufgrund der baulichen Ähnlichkeit der Messkanäle treten nur vergleichsweise geringe frequenzabhängige Effekte auf ($\sim 1^\circ$ bei 12 kHz). Bei niedrigen Frequenzen ($< 10 \text{ Hz}$) ist die Kalibrationsfunktion im Rahmen der Messgenauigkeit reell und damit konstant. Es genügt daher, die Kalibration nur bei den höheren Frequenzen durchzuführen und zu den tiefen Frequenzen hin zu extrapolieren.

Mit Hilfe der diskreten Kalibrationsfunktion können dann die gemessenen Widerstandswerte in einfacher Weise von Geräteeinflüssen befreit werden:

$$\rho_{s,j}(f_i) = \rho_{s,j}(f_i) / Cal_j(f_i) \quad (5.4.1)$$

Trivial, aber trotzdem häufig missachtete Voraussetzung für den Erfolg ist, dass bei den Feldmessungen exakt die Systemkomponenten verwendet werden, die bei der Kalibration verwendet wurden.

Leider werden von der hier beschriebenen Kalibration nicht alle auftretenden Typen von systematischen Fehlern erfasst. Hierzu zählen vor allem Laufzeiteffekte in den Stromeinspeisungskabeln und die elektromagnetischen Effekte. Diese können aber im Rahmen

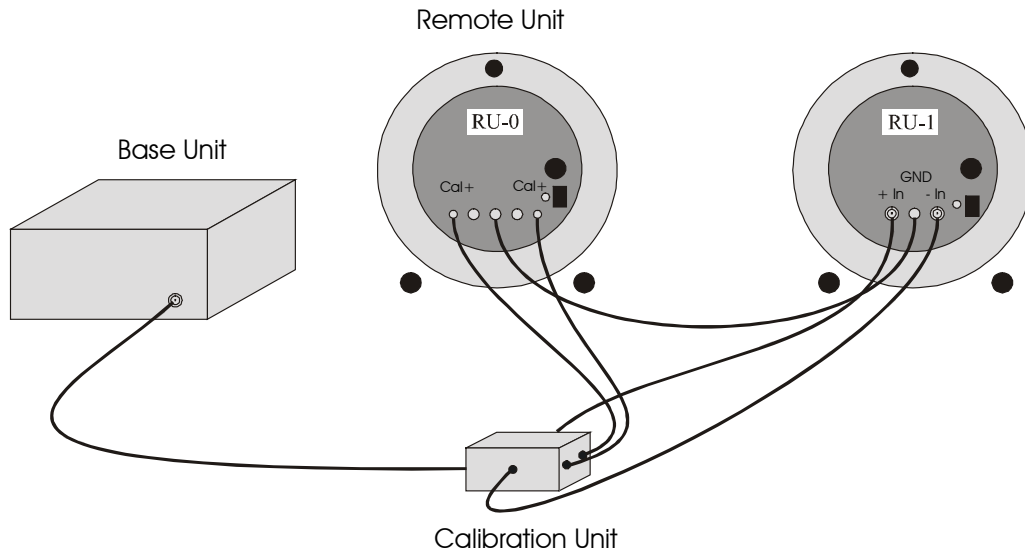


Abb. 5.4.1: Anordnung zur Kalibrierung des Messgerätes SIP-Fuchs I.

der Inversionsrechnung korrigiert werden (siehe Kapitel 6.1.1). Bei Labormessung sind diese beiden Fehlerquellen meist bedeutungslos.

Bedeutung sowohl im Labor- wie im Feldmaßstab und ebenfalls nicht durch eine Kalibrierung zu erfassen sind Effekte, die von einem hohen Quellwiderstand herrühren (siehe Kapitel 6.6.1).

Die bei der Kalibrierung bestimmten Vertrauensintervalle der Einzelmessungen werden auf die Feldmessungen nicht im Sinne einer Fehlerfortpflanzungsrechnung angewandt, da sich dies als bei der Datenqualitätsbeurteilung verwirrend erwies und letztlich der statistische Fehler nur eine unvollständige Auskunft über die Güte der Korrektur eines systematischen Fehlers gibt.

Eine Anwendung der Kalibrationsfaktoren auf die Referenztechnik ist wünschenswert, aber aufgrund von noch ungelösten theoretischen Problemen nicht implementiert worden.

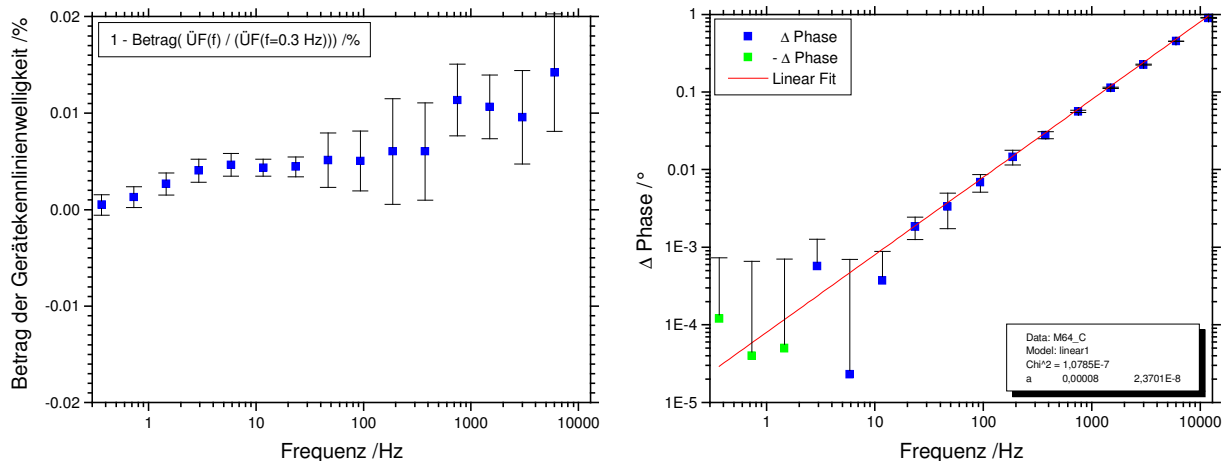


Abb. 5.4.2: Typisches Ergebnis einer Kalibrierungsmessung mit zwei Messkanälen bei einer 100-fachen Verstärkung. Messgerätetyp: SIP-Fuchs I.

5.5 Methoden zur Messung der Rauschbeiträge der Messgeräte und Potentialsonden

Rauscheigenschaften des Messgerätes

Die Rauschbeiträge eines mehrkanaligen Messinstrumentes können auf sehr unterschiedliche Weise gemessen werden. Im Folgenden wurde einer in der Magnetotellurik vielfach angewandten Methode der Vorzug gegeben, da diese den Vorteil aufweist, dass hierzu die

- gleichen Signalverarbeitungsalgorithmen und Abstraten,
- gleiche Messkabel und Potentialsonden,

verwendet werden können.

Am Teststandort Nauen wurden im Abstand von 40 Meter zwei unpolarisierbare Cu-CuSO₄ Sonden ausgebracht. Die Potentiale dieser Sonden wurden über getrennte, jedoch parallel zueinander verlaufende geschirmte Messkabel, zu den im Mittelpunkt angeordneten Remote

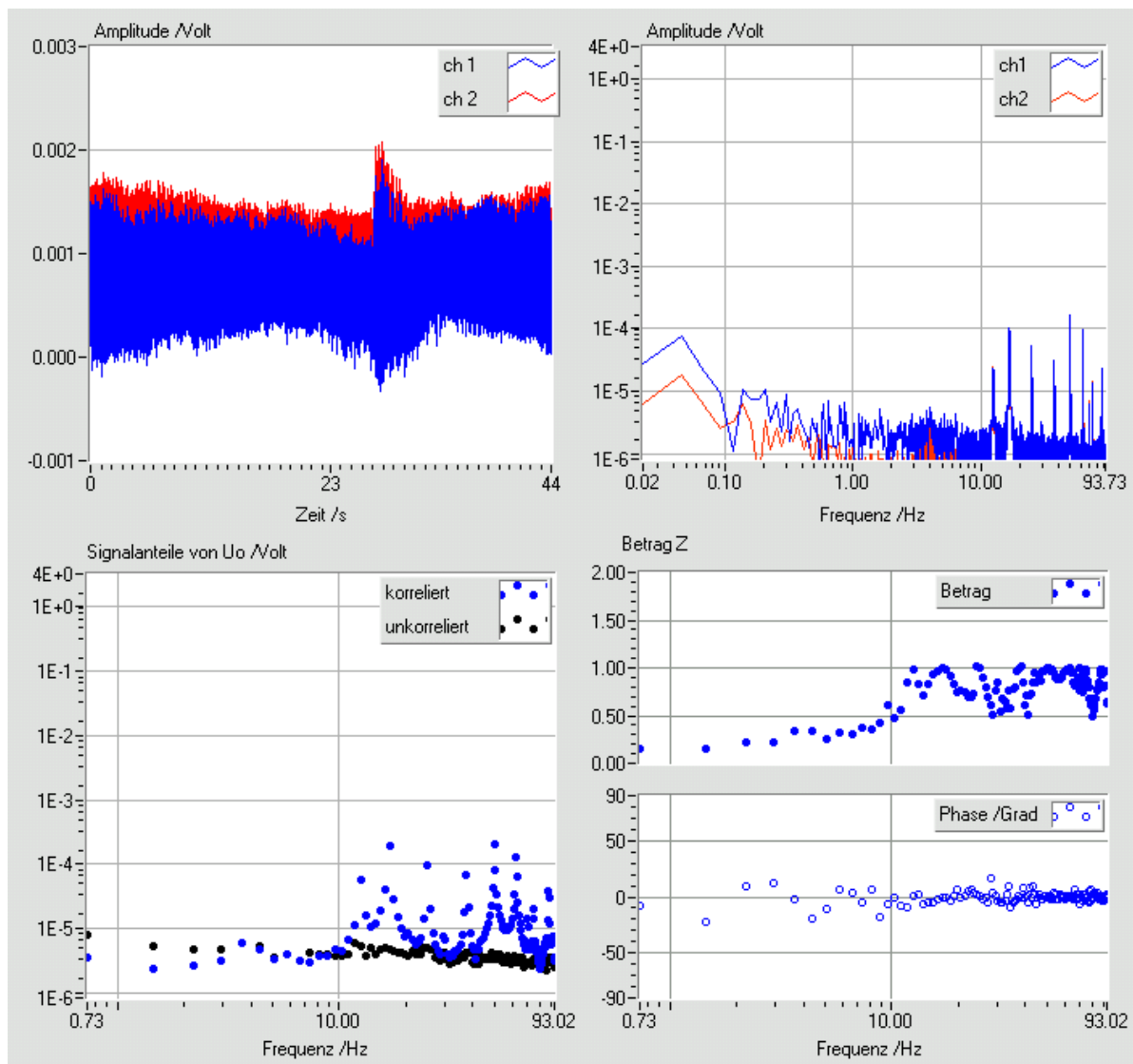


Abb. 5.5.1: Messung des Messgeräteeigenrauschens mittels univariater Datenanalyse im Feld. Als Potentialabgriffe wurde ein Paar unpolarisierbarer Cu-CuSO₄ verwendet. Länge des Dipols: 40 m. Datensatz: Nauen 250601-2.dat (1). Messgerät: SIP-Fuchs I.

Units geführt. Beide Remote Units verwendeten den gleichen Massespieß.

Da unter diesen Bedingungen beide Messkanäle das gleiche Messsignal registrieren, nämlich das externe tellurische Signal und das Rauschen der Sonden, sollten auftretende Unterschiede in den Zeitreihen ihren Ursprung primär in den Messkanälen haben.

Von besonderem Interesse ist der Frequenzbereich von 0.1 Hz bis 100 Hz . Während bei höheren Frequenzen keine großen Änderungen im Rauschpegel zu erwarten sind, sind bei niedrigen Frequenzen Driften zu erwarten.

Die Länge der registrierten Zeitreihen beträgt jeweils 8192 Werte. Da die Abtastrate bei allen Geräten konstant ist, wurde der Dezimationsfaktor so gewählt, dass die Frequenzauflösung Δf entweder 0.7 Hz oder 0.09 Hz betrug. Bei den Rauschmessungen wurde kein Strom in den Boden eingespeist.

In Abbildung 5.5.1 sind die beiden registrierten Zeitreihen (links oben), sowie deren Amplitudenspektren dargestellt (rechts oben). Diese stimmen bei mittleren und hohen Frequenzen sehr gut überein. Unterschiede treten jedoch, wie erwartet, bei niedrigen Frequenzen, hier unterhalb von 0.3 Hz , auf. In den Rohspektren sind die technischen Frequenzen ($16^{2/3}$, 50 Hz und Oberwellen) gut aufgelöst. Wendet man nun die im Kapitel 4 beschriebene Kohärenzanalyse an, dann kann zum einen eine Übertragungsfunktion zwischen beiden Zeitreihen berechnet werden (rechts unten). Zudem ist eine Zerlegung des Amplitudenspektrums in einen korrelierten und einen unkorrelierten Anteil möglich (links unten). Der unkorrelierte Anteil entspricht dem zu bestimmenden Rauschbeitrag der Messkanäle. Im vorliegenden Fall wurde der Kanal 1 als rauschfreier „Input“ und der Kanal 2 als fehlerbehafteter „Output“ angenommen.

Die Rauschdichte des nicht korrelierten Anteils von U_0 ist geringfügig frequenzabhängig und beträgt bei 90 Hz , $4 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$. Er steigt zu tiefen Frequenzen hin stetig auf $9 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ (0.7 Hz) an.

Unterhalb von 10 Hz sind die gemessenen Zeitreihen nicht korreliert. Die tellurische Feldstärke muss folglich bei 1 Hz kleiner als $150 \text{ nV}/(m \sqrt{\text{Hz}})$ sein. Dort wo das S/R-Verhältnis deutlich größer als 1 ist, kommt die Übertragungsfunktion zwischen den Zeitreihen dem Erwartungswert ($\text{Betrag}=1$, $\text{Phase}=0^\circ$) sehr nahe. Bei niedrigeren Frequenzen ($<15 \text{ Hz}$) ist ihr Betrag hingegen systematisch zu klein, was seine Ursache in dem nicht vernachlässigbaren Rauschen des Inputkanals hat.

Die Amplitudenspektren, die mittels der Kohärenzanalyse gewonnen werden, weisen standardmäßig eine 32-fach kleinere Frequenzauflösung auf¹. Die Energie der amplitudenstarken technischen Frequenzen findet sich daher verstärkt in den benachbarten Frequenzbereichen wieder (leakage) und stört dort die Widerstandsmessung.

Rauscheigenschaften von unpolarisierbaren Potentialsonden

Es ist allgemein akzeptiert, dass unpolarisierbare Sonden (z.B. Cu-CuSO₄) bei tiefen Frequenzen weniger rauschen als Metallspieße. Allerdings ist deren Handhabung deutlich aufwendiger und es stellt sich die Frage, wann es genügt Metallspieße einzusetzen und wann unpolarisierbare Sonden eingesetzt werden müssen, ohne die Datenqualität unnötig zu mindern.

¹ Bei Zerlegung in 32 Teilzeitreihen

Um dies zu klären, wurden am Teststandort Lübars zwei *11.5 Meter* lange Dipole parallel zueinander in etwa *10 cm* Abstand voneinander angeordnet. Jeder Dipol verfügte über ein eigenes Paar unpolarisierbare Cu-CuSO₄ Sonden. Nicht korrelierte Signalanteile sollte in diesem Fall sowohl vom Messgerät als auch von den Sonden herrühren. Durch einen Vergleich mit den Rauschmessungen in Nauen sollte der Anteil, den die Sonden beitragen, abschätzbar sein.

Die Frequenzauflösung (*0.09 Hz*) ist bei den Messungen in Lübars höher als die bei den Messungen in Nauen (*0.73 Hz*). Der Rauschpegel ist hierdurch bedingt in Nauen um den Faktor $2.8 (= \sqrt{0.73/0.09})$ höher zu erwarten.

Das Ergebnis der Registrierung ist in Abbildung 5.5.2 wiedergegeben. Das bei *3 Hz* auftretende Maximum des korrelierten Signals ist eine Aliasfrequenz von *50 Hz*. Die Rauschdichte oberhalb von *1 Hz* $10 \mu V/\sqrt{Hz}$ und ist damit etwas größer als in Nauen. Unterhalb von *1 Hz* steigt die Rauschdichte stetig an. Bei *0.1 Hz* beträgt sie $66 \mu V/\sqrt{Hz}$. Die Stärke des Störfeldes ist in Lübars bei allen Frequenzen mindestens 40-fach höher als in Nauen. Bei *50 Hz* wird ein Spitzenwert von *4 mV/m* erreicht (Nauen *5 $\mu V/m$*). Als Folge hiervon korrelieren die Zeitreihen

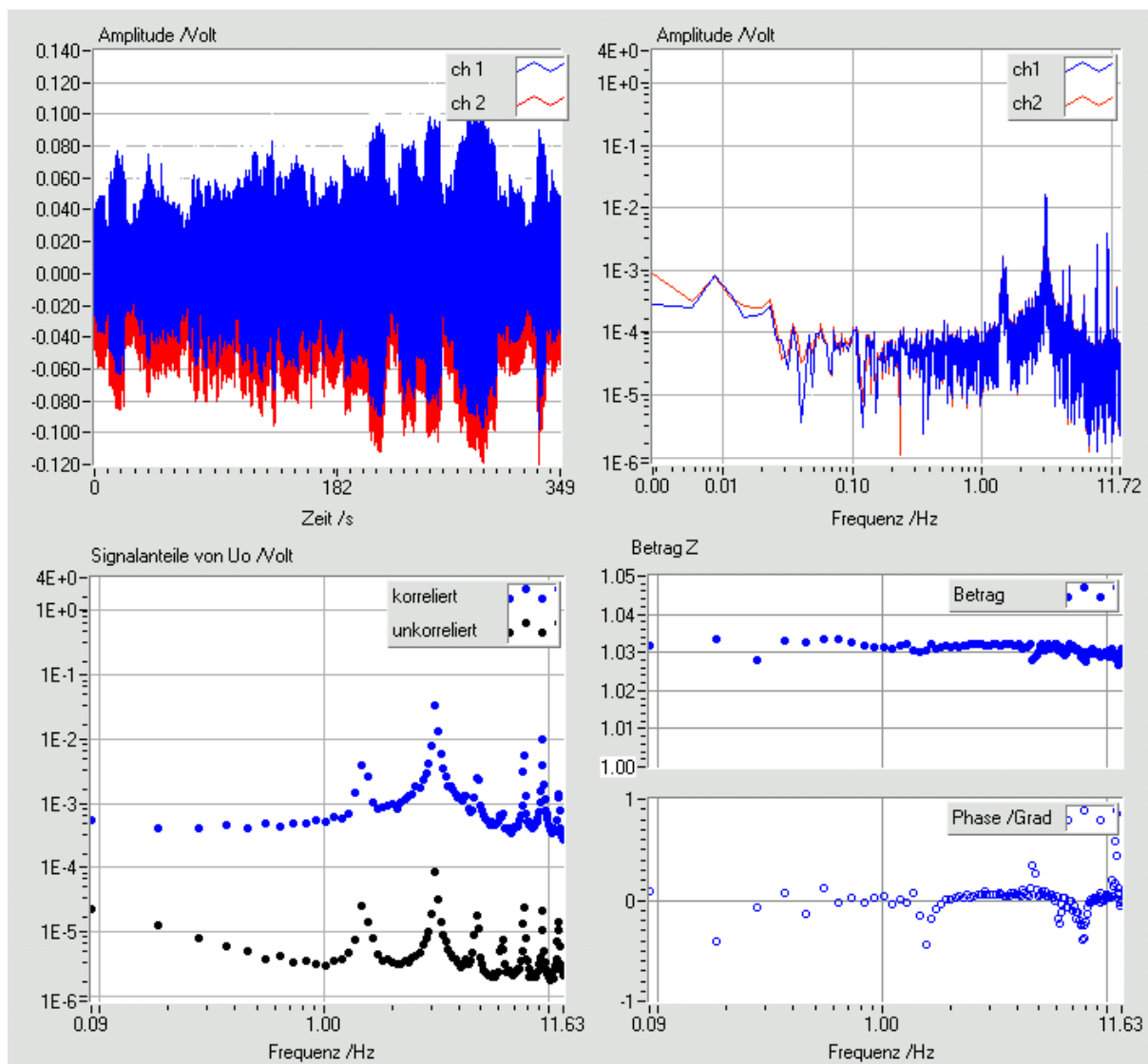


Abb. 5.5.2: Messung mit zwei unabhängigen Paaren unpolarisierbarer Cu-CuSO₄ Sonden. Länge der Dipole: *11.5 m*. Lübars 240601-4.dat (1), univariat

nun bei allen Frequenzen. Zudem kann eine durchgehend stabile Übertragungsfunktion bestimmt werden.

Rauscheigenschaften von polarisierbaren Potentialsonden (Metallspeiben)

In einer weiteren Messung wurden zwei Paare Metallspeibe verwendet (Abb. 5.5.3). Das Rauschen beträgt oberhalb von 3 Hz ebenfalls $3 \mu\text{V}/\sqrt{0.09 \text{ Hz}} = 20 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$. Bei 0.1 Hz beträgt der Wert hingegen $660 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$.

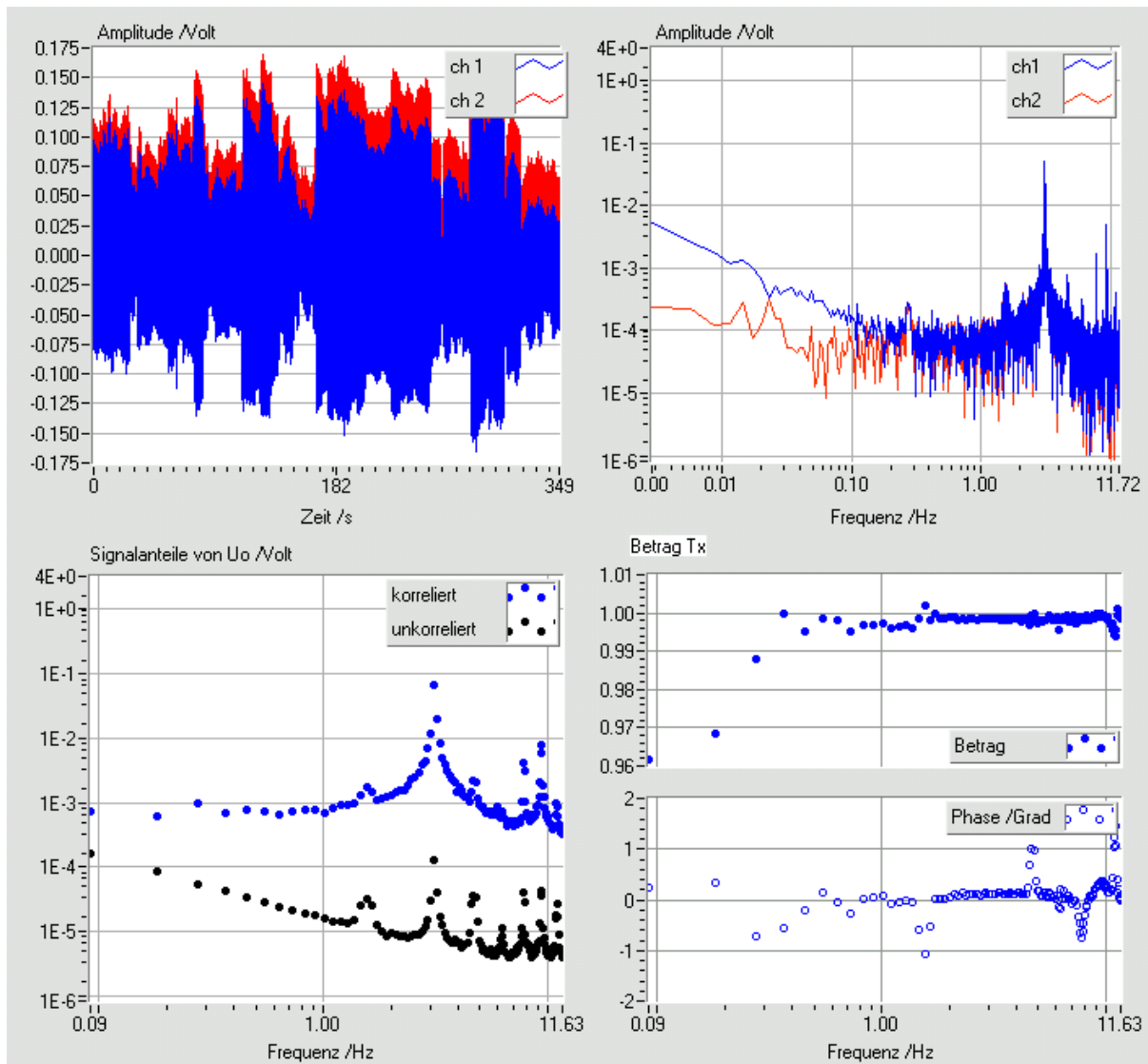


Abb. 5.5.3: Als Potentialabgriffe wurden zwei Paare Edelstahlspieße verwandt. Länge der Dipole: 11.5 m. Lübars 240601-2.dat (1), univariat.

Parameter	Potential- dipollänge	Frequenz- auflösung	Korrelierter Signalanteil (1 Hz)	Unkorrelierter Signalanteil	
				0.1 Hz	1 Hz
Messgerät	40 m	0.73 Hz	$6 \mu\text{V Hz}^{-1/2}$	---	$9 \mu\text{V Hz}^{-1/2}$
CuSO ₄ Sonden	11.5 m	0.09 Hz	$2.3 \text{ mV Hz}^{-1/2}$	$66 \mu\text{V Hz}^{-1/2}$	$10 \mu\text{V Hz}^{-1/2}$
Metallspieße	11.5 m	0.09 Hz	$2.6 \text{ mV Hz}^{-1/2}$	$660 \mu\text{V Hz}^{-1/2}$	$66 \mu\text{V Hz}^{-1/2}$

Tab. 5.5.1: Im Feld gemessene Rauschbeiträge des Messgerätes (SIP-Fuchs I) und verschiedener Potentialabgriffe.

Fazit der Rauschmessungen

Trotz einer 40 m langen Auslage (Nauen) konnte mit dem eingesetzten Messgerät das tellurische Feld bei Frequenzen <10 Hz nicht gemessen werden. Berücksichtigt man, dass für geoelektrische Messungen in den meisten Fällen kleinere Auslageweiten für die Spannungsmessung verwendet werden und dass im Zusammenhang mit der Referenztechnik Geräterauschpegel wünschenswert sind, die deutlich kleiner als das tellurische Rauschen sind, dann besteht für dieses Gerät (SIP-Fuchs I) ein noch erhebliches ungenutztes Optimierungspotential.

Die verwendeten Metallspieße rauschen unterhalb von 1 Hz stärker als die unpolarisierbaren Sonden. Bei 0.1 Hz sogar 10-fach stärker. Bei höheren Frequenzen sind die Unterschiede hingegen vernachlässigbar klein, so dass die Handhabungsvorteile von Metallspießen klar überwiegen. Ein noch rauschärmeres Messgerät würde die kritische Frequenz (hier 1 Hz) jedoch zu höheren Frequenzen hin verschieben.

Im Feld wurde ein Rauschbeitrag des Messgerätes von $9 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ (1 Hz) ermittelt. Wird die Rauschmessung hingegen mit „kurzgeschlossenem“ Eingang durchgeführt, dann erhält man Rauschspannungsdichten von $< 1 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$. Diese Diskrepanz hat mehrere Ursachen:

- An den beiden Messkanälen lagen, anders als angenommen, nicht exakt gleiche Signale an. Wenngleich die Kabel parallel geführt wurden, so sind sie doch in der Praxis in geringer und zudem unterschiedlicher Weise gegenüber der Störfeldkomponente senkrecht zur Auslage sensitiv.
- Störsignale oberhalb der Nyquist-Frequenz werden durch den verwendeten FIR-Dezimationsfilter nicht ausreichend unterdrückt und treten auch als Rauschanteil in Erscheinung¹.

Die Spektren sind nicht vom Messgerätefrequenzgang befreit. Dies erklärt geringe aber signifikante Unterschiede in den Amplituden der Übertragungsfunktionen der Messkanäle. Die Phasendifferenzen von $+0.15^\circ$ können hingegen nicht vom Messgerät verursacht worden sein. Wahrscheinlich ist das externe Feld so inhomogen, dass selbst der geringe Abstand von 10 cm zwischen den Potentialabgriffen nicht als vernachlässigbar klein anzusehen ist.

¹ Mittlerweile wurde ein verbesserter Filter implementiert

6 Feldmessungen, Modellierung und Interpretation

Anhand ausgewählter Datensätze sollen neuartige Auswertemethoden erprobt und bewertet werden, die es erlauben nach Möglichkeit alle in den Daten enthalten Informationen zu erschließen. Typische bei Feldmessungen auftretende Probleme werden vorgestellt und deren Lösung diskutiert.

Zur Gewinnung der im Kapitel 6.1 vorgestellten Messdaten kam eine SIP-TUB zum Einsatz. Für die Messungen zu den Kapiteln 6.2-6.5 wurden Messgeräte vom Typ SIP-Fuchs und SIP-256B eingesetzt.

Die ausgewählten Beispiele sollen folgende Fragen klären helfen:

- Welche elektrische Parameter können wie genau bestimmt werden?
- Welche zusätzlichen lithologischen Informationen können hieraus gewonnen werden?
- Wie effizient können statistische Fehler vermindert werden?
- Welche systematischen Fehler treten auf und wie gut können diese korrigiert werden?
- Wie können die Ergebnisse zweckmäßig dargestellt werden?

6.1 Wechselstromtiefensondierungen in einem hoch ariden Gebiet des Nordsudans

Im Rahmen des Sonderforschungsbereichs „Geowissenschaftliche Probleme in ariden Gebieten“ (SFB 69) sollten geoelektrische Tiefensondierungen in Süd-Ägypten und im Nord-Sudan einen Beitrag zur Klärung folgender Fragestellungen leisten:

- Wie mächtig ist die sedimentäre Überdeckung des Grundgebirges?
- Wie sind die Sedimente strukturiert?
- Welche Merkmale kennzeichnen den primär fossilen Aquifer?

Eine eingehendere Beschreibung der geowissenschaftlichen Fragestellungen, der interdisziplinären Untersuchungen und der Ergebnisse finden sich bei Bussert et al. (1990).

Neben der Lösung spezifischer messtechnischer Probleme galt es vor allem laterale Leitfähigkeitsinhomogenitäten, die in den hochariden Untersuchungsgebieten oberflächennah verstärkt auftraten, zu erkennen, zu quantifizieren und bei der Modellierung zu berücksichtigen. Das nachfolgende Kapitel stellt anhand von zwei Lokationen (Abb.6.1.1) die verwendeten Strategien exemplarisch vor. Dabei waren die sehr begrenzten messtechnischen, zeitlichen und personellen Ressourcen in besonderer Weise zu berücksichtigen.

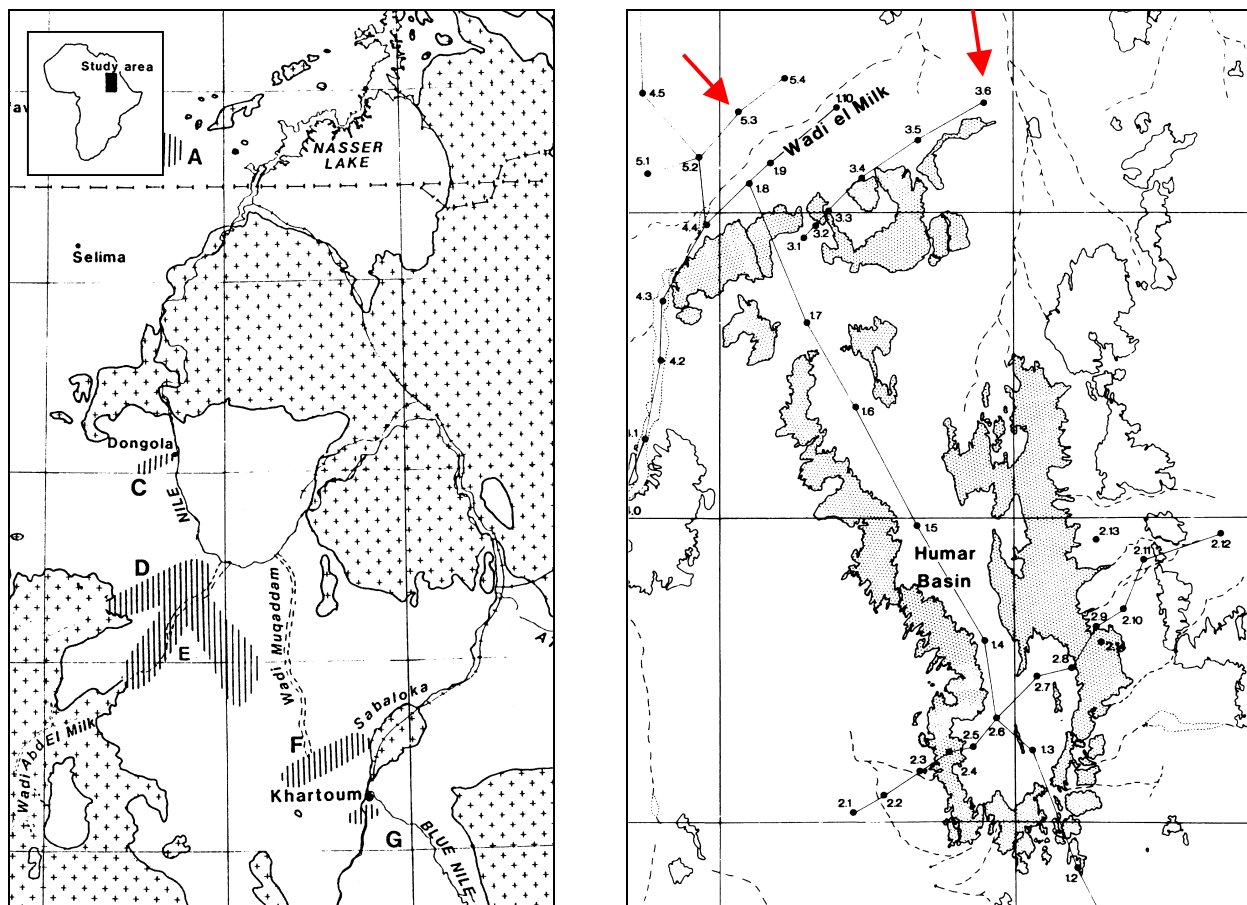


Abb. 6.1.1: Die Messpunkte 3.6 und 5.3 befinden sich am nördlichen Ende des Humar Basin (Messgebiet E), etwa 250 km NNW von Karthoum. Die NNW-SSO streichende Beckenstruktur wird dort durch das Wadi Milk begrenzt (Bussert et al, 1990).

6.1.1 Auswertung von EM-Effekten zur Korrektur von Gleichstromverzerrungen

Nach Haak (1978) wird eine Gleichstromverzerrung bei magnetotellurischen (MT) Sondierungen von kleinräumigen oberflächennahen Strukturen mit von der Umgebung abweichenden Leitfähigkeiten, verursacht (Abb. 6.1.1.1). In ihrer Nähe weicht der elektrische Feldvektor gegenüber dem im eben geschichteten Untergrund, sowohl hinsichtlich seiner Richtung, als hinsichtlich seines Betrages, ab.

Gleichstromverzerrungen verfälschen sowohl magnetotellurische, als auch geoelektrische Daten. Damit bei geoelektrischen Messungen von einer Gleichstromverzerrungen gesprochen werden kann, müssen die Abmessungen der verantwortlichen Anomalien

- etwa den Abstand zwischen den Potentialelektroden aufweisen und
- klein gegen die Größe des Induktionsraums bei der höchsten betrachteten Frequenz sein.

Wären sie signifikant kleiner als die Dipollänge, dann hätten sie keinen messbaren Effekt. Wären sie hingegen größer, dann würden sie in den Messdaten sehr wahrscheinlich erkennbar sein.

Eine Gleichstromverzerrung bewirkt, dass die mit den Sonden gemessenen Spannungen entweder unter- oder überschätzt werden. Wie in Kapitel 4.4.4 gezeigt, sind dann alle hieraus berechneten Beträge des scheinbaren spezifischen Widerstandes, um den gleichen Betrag D , systematisch zu klein oder zu groß.

Ohne zusätzliche Informationen ist es prinzipiell nicht möglich, den Einfluss auf die Messdaten einer einzelnen, skalaren gleichstromgeoelektrischen bzw. audiomagnetotellurischen Sondierung zu erkennen und zu korrigieren. Da eine Gleichstromverzerrung die Form der Sondierungskurve nicht verändert, wird auch deren Inversion in keiner Weise nachteilig beeinflusst.

Die 1D Modellierung gleichstromverzerrter scheinbarer spezifischer Widerstände führt zu falschen Schichtwiderständen, nicht jedoch zu falschen Schichtmächtigkeiten. Die 1D Inversion

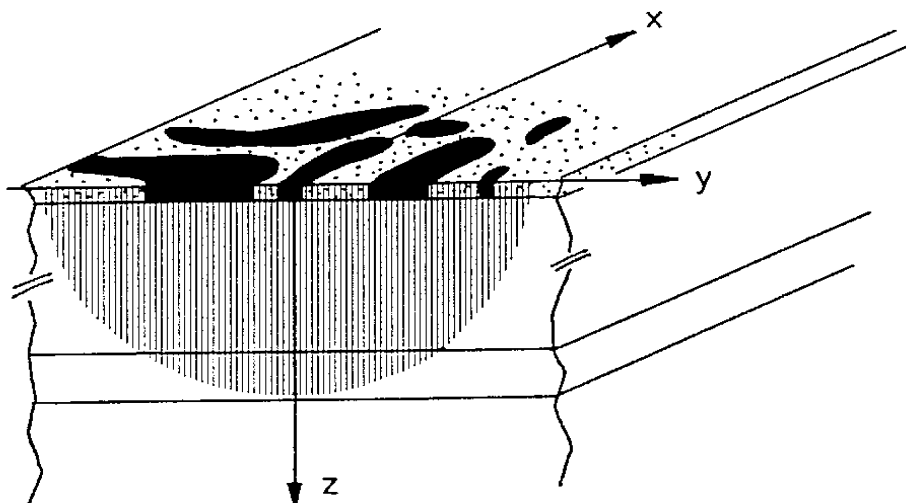


Abb. 6.1.1.1: Modell zur Beschreibung der Ursachen von Gleichstromverzerrungen bei gleichstromgeoelektrischen Sondierungen und audiomagnetotellurischen Messungen. Die relevanten Leitfähigkeitsinhomogenitäten liegen oberflächennah und sind klein im Verhältnis zur verwendeten Elektrodenauslagenweite bzw. zur Skintiefe. Der Induktionsraum für eine gegebene Frequenz ist schraffiert gekennzeichnet. In Anlehnung an Haak (1978).

gleichstromverzerrter MT-Daten führt hingegen sowohl zu falschen Widerständen als auch zu falschen Schichtmächtigkeiten.

Die Bedeutung von Gleichstromverzerrungen ist von Messgebiet zu Messgebiet sehr unterschiedlich, in Einzelfällen können diese jedoch zur Fehlerquelle erster Ordnung werden. Bei den Messungen in den sudanesischen Arbeitsgebieten wurden wiederholt Hinweise auf Gleichstromverzerrungen gefunden:

- Ein Beispiel für eine extrem starke gleichstromverzerrte AMT-Sondierung findet sich bei Burkhardt et al. (1990) bzw. Brasse (1993). Ein Versatz der Sondenauslage um nur 50 m resultiert in einer Änderung der Beträge der spezifischen Widerstände einer Richtungskomponente um den Faktor fünf bei gleichzeitig unveränderter Phase.
- Hochauflösende reflexionsseismische Untersuchungen (Burkhardt et al., 1990) und Radarmessungen (Ergenzinger et al., 1990) zeigen, dass verfüllte eiszeitlich angelegte Entwässerungssysteme die häufigste Ursache der Verzerrungen sind. Die Breite dieser Rinnen beträgt meist nur wenige Meter, erreicht in Einzelfällen jedoch über hundert Meter (Niederleithinger, 1990).
- Weitere Indizien stammen von der gemeinsamen Inversion von geoelektrischen und audiomagnetotellurischen Daten (Barleben, 1993), (Kalberkamp, 1989), (Kroupa, 2001). Häufig modellierte, unrealistisch hohe Leitfähigkeitsanisotropien können auch von gleichstromverzerrten Ausgangsdaten herrühren.

Hauptursachen für das vermehrte Auftreten von Gleichstromverzerrungen sind das aride bis semiariden Klima der Region. Dieses führt tendenziell

- zu einem tief liegenden Grundwasserspiegel,
- zur Kanalisation des Regenwassers in Wadis,
- zur einer Verfestigung der oberen Bodenschichten aufgrund fehlenden Bewuchses,
- zu einem Aufstieg, einer Anreicherung und zur Ausfällung von Salzen an Klüften.

Methode zur Korrektur der Gleichstromverzerrung

Die bei geoelektrischen Wechselstrommessungen auftretenden induktiven Effekte werden von Inhomogenitäten, die Gleichstromverzerrungen verursachen, nicht beeinflusst (Kapitel 4.4.4). Liegt also eine Sondierungskurve vor, dann kann eine Gleichstromverzerrung daran erkannt werden, dass das Modell, das die quasi Gleichstromsondierungskurve anpasst, die gemessenen Induktionseffekte unter- oder überschätzt. Hieraus kann ein Kriterium abgeleitet werden, mit dessen Hilfe der reelle Gleichstromverzerrungsfaktor D bestimmt werden kann.

$$d \rightarrow D, \quad \rho_i \rightarrow \rho_i^{WAHR} \quad \Leftrightarrow \quad \sum_{L/2, f} (\rho_s^{MESS} / d - \rho_s^{MOD})^2 + \sum_{L/2, f} (\varphi_s^{MESS} - \varphi_s^{MOD})^2 \rightarrow Minimum$$

Hierbei ist ρ_s^{MESS} der Betrag eines der gemessenen scheinbaren spezifischen Widerstände, ρ_s^{MOD} der für diese Frequenz und Konfiguration modellierte Wert und d eine reelle Zahl. Ist das Minimum gefunden, dann sind die Gleichstromwiderstände ρ_i des 1D-Modells unverzerrt.

Praktische Erprobung

Abbildung 6.1.1.2 zeigt eine im sudanesischen Wadi el Milk, am Messpunkt 5.3 (Abb. 6.1.1), gemessene geoelektrische Wechselstromsondierungskurve. Aufgetragen sind Betrag und Phase des spezifischen Widerstandes für fünf verschiedene Frequenzen als Funktion der Elektrodenauslagenweite. Bei kleinen Weiten ($L/2 < 100$ m) zeigen die auftretenden negativen Phasen schwache Polarisationserscheinungen an. Diese sollen hier jedoch außer acht bleiben und statt dessen die bei größeren Auslagen dominierenden Induktionseffekte (Kapitel 3.1) betrachtet werden. Diese lassen sich anhand des übersteilen Anstiegs des Widerstandsbetrags mit der Auslagenweite und der charakteristischen Frequenzabhängigkeit von Betrag und Phase leicht identifizieren.

In einem ersten Modellierungsversuch (Abb. 6.1.1.2) gelingt es nur, die bei der niedrigsten Frequenz gemessenen Beträge des spezifischen Widerstandes gut anzupassen. Bei den höheren Frequenzen sind die modellierten induktiven Effekte signifikant kleiner als die gemessenen. Somit haben wir eine Sondierung identifiziert, die durch eine Gleichstromverzerrung beeinflusst sein könnte.

Im nächsten Schritt soll der Verzerrungsparameter D bestimmt werden. Da die modellierten EM-Effekte zu klein sind, muss D ebenfalls kleiner als eins sein, da kleinere spezifische Widerstände relativ größere induktive Effekte verursachen. Zur Bestimmung von D ist kein aufwendiger Iterationsprozess erforderlich. Vielmehr kann man sich die Eigenschaft zu nutze machen, dass bei kleinen EM-Phasen ($< 10^\circ$), bei einer gegebenen Auslagenweite und Frequenz, diese etwa proportional zum spezifischen Widerstand des Bodens und damit zu D skalieren. Dies führt zu folgender Näherungsformel:

$$D \sim \frac{\varphi_S^{MD}}{\varphi_S^{MS}}$$

Nach wenigen weiteren Iterationen ist eine gute Anpassung auch der EM-Effekte erreicht und einen Wert von $D=0.35$ bestimmt (Abb. 6.1.1.3). Leichte noch verbliebene systematische Abweichungen der Phase könnten „echte“ laterale Inhomogenitäten anzeigen.

Vergleicht man beide Modellrechnungen, so stellt man fest, dass die

- modellierten EM-Amplituden fast gleich geblieben sind, während die gemessenen Amplituden um den Faktor $1/0.35$ kleiner sind,
- gemessenen EM-Phasen unverändert sind, während die modellierten etwa 3-fach größer geworden sind.

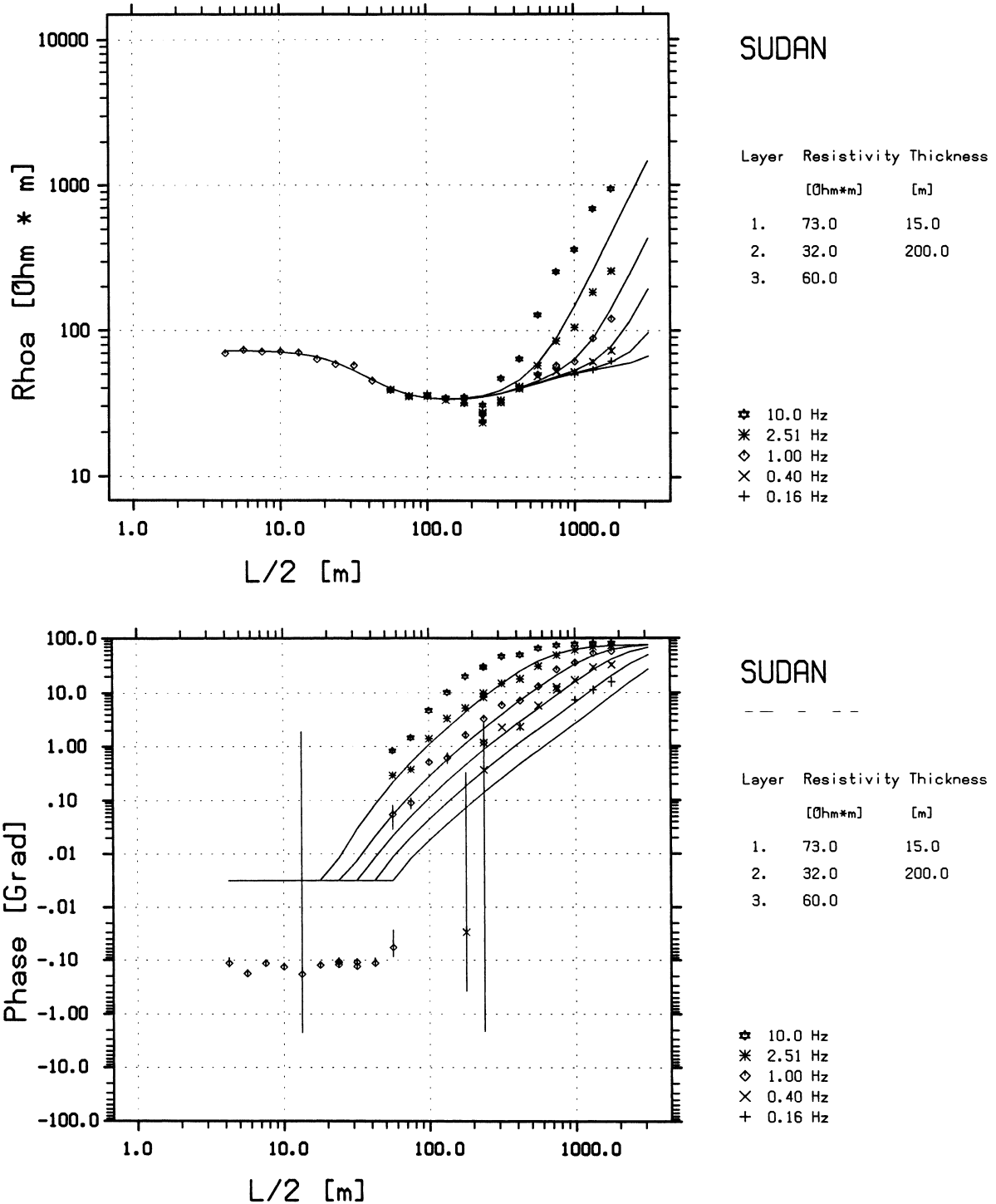
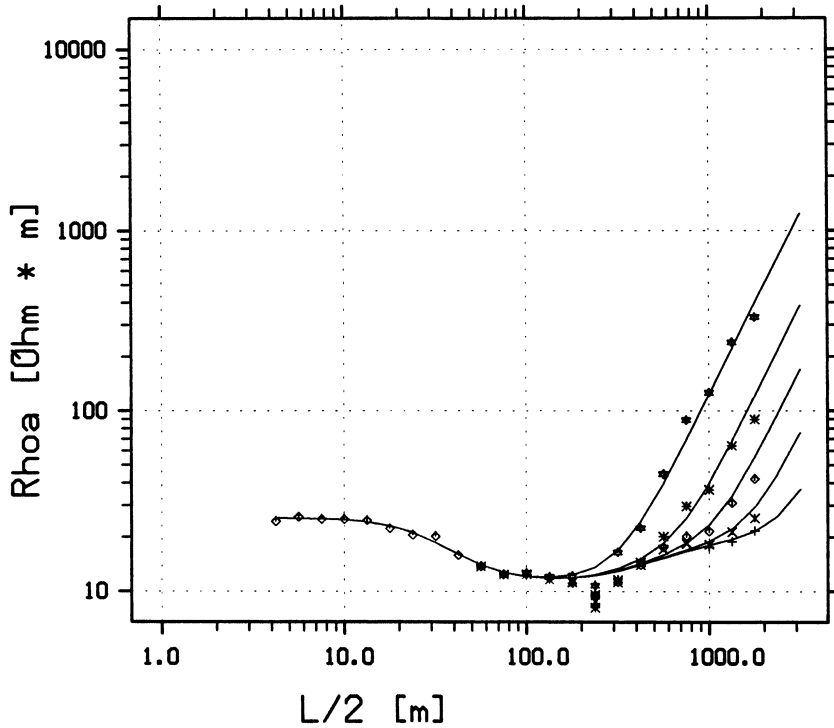


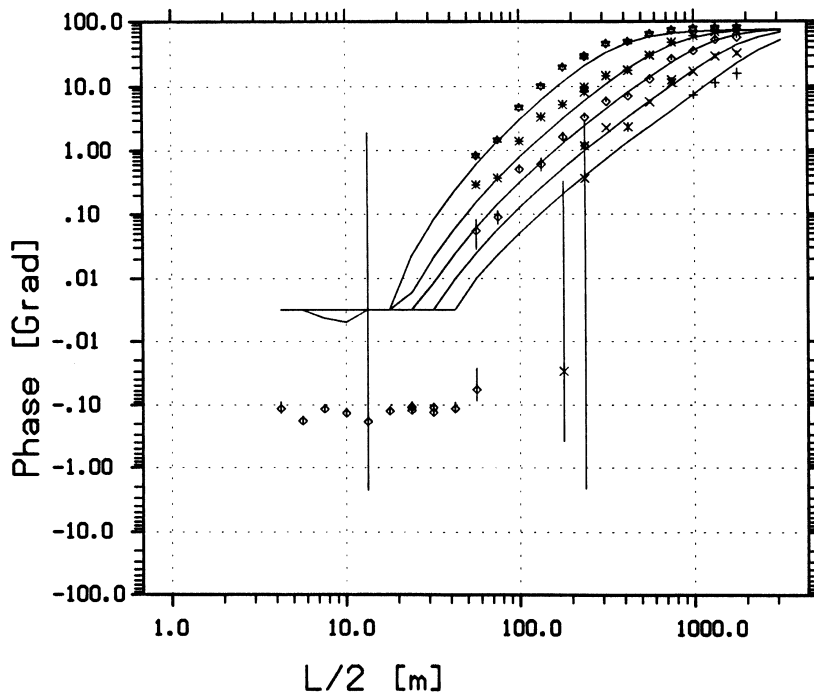
Abb. 6.1.1.2: Schlumberger Wechselstromsondierung am Messpunkt 5.3 (Sudan). Betrag und Phase des gemessenen komplexwertigen scheinbaren spezifischen Widerstandes sind dargestellt als Funktion der Elektrodenauslagenweite für fünf Frequenzen zwischen 0.16 und 10 Hz. Zur Modellierung der Induktionseffekte wurde ein 1D-Programm von Prof. Weidelt (Braunschweig) verwendet. Die Modellkurven (durchgezogene Linien) approximieren gut die 'quasi' Gleichstromwiderstände $\rho_s(0.16 \text{ Hz})$, unterschätzen jedoch den bei großen Auslagenweiten auftretenden, induktiv bedingten, Anstieg der Widerstände und Phasen. Die zugehörigen Gleichstromwiderstände des 1D-Modells sowie die Schichtmächtigkeiten sind rechts neben der Grafik tabelliert.



SUDAN
25.3.89

Layer	Resistivity [Ohm*m]	Thickness [m]
1.	25.6	15.0
2.	11.2	200.0
3.	21.0	

- ☆ 10.0 Hz
- * 2.51 Hz
- ◇ 1.00 Hz
- × 0.40 Hz
- + 0.16 Hz



SUDAN

Layer	Resistivity [Ohm*m]	Thickness [m]
1.	25.6	15.0
2.	11.2	200.0
3.	21.0	

- ☆ 10.0 Hz
- * 2.51 Hz
- ◇ 1.00 Hz
- × 0.40 Hz
- + 0.16 Hz

Abb. 6.1.1.3: Wie Abb. 6.1.1.2 jedoch nach Korrektur der vermuteten Gleichstromverzerrung. Die Beträge der gemessenen scheinbaren spezifischen Widerstände sind einheitlich um den Wert des Verzerrungsparameters $D=0.35$ zu niedrigeren Werten hin verschoben dargestellt. Die Modellkurven approximieren nun sowohl die am Messpunkt 5.3 gemessenen Beträge und Phasen bei allen Frequenzen. Die zugehörigen entzerrten Gleichstromwiderstände des 1D-Modells sowie die Schichtmächtigkeiten sind rechts neben der Grafik tabelliert.

Ausblick

Die induktiven Effekte liefern zusätzliche Informationen, die von den aus Gleichstrommessungen gewonnenen unabhängig sind und zur Korrektur systematischer Fehler genutzt werden können. Der zusätzliche Aufwand zur Messung und Auswertung von EM-Effekten, im Hinblick auf Gleichstromverzerrungen, ist gering.

Wechselstrommessungen bei noch höheren Frequenzen lassen erwarten, dass die Methode bereits bei kleineren Auslageweiten angewandt werden kann. Voraussetzung hierfür ist jedoch, dass messtechnisch bedingte systematische Fehler routinemäßig korrigiert werden können (Kapitel 6.6).

Vermutlich treten bei allen geoelektrischen Messungen Gleichstromverzerrungen, meist jedoch schwache, auf. Bekannteste Auswirkung sind Versätze bei der Vergrößerung der Sondenauslagenweite. Eine systematische Untersuchung könnte deren tatsächliche Bedeutung aufklären.

Der ermittelte Verzerrungsfaktor D sollte auch zur Entzerrung audiomagnetotellurischer Daten geeignet sein, wenn für beide Messungen die selben Sondenauslagen verwendet werden.

Eine gemeinsame Inversion von geoelektrischen und magnetotellurischen Messungen soll der verbesserten Auflösung von Schichtmächtigkeiten dienen und im Falle von Feinschichtung Leitfähigkeitsanisotropien aufdecken und quantifizieren. Beides wird nur erfolgreich sein können, wenn die Daten nicht gleichstromverzerrt sind.

6.1.2 Tensorielle Wechselstromsondierung im Humar Basin (Sudan)

Der Messpunkt 3.6 liegt am nordöstlichen Rand des Humar Basin (Sudan), am Ende eines 40 km langen von SW nach NO verlaufenden Profils (Abb. 6.1.1).

Da AMT-Messungen laterale Inhomogenitäten anzeigten, wurde mit zwei orthogonal zueinander liegenden Schlumberger Anordnungen sondiert. Zusätzlich wurde der horizontale elektrische Feldvektor registriert. Für beide Sondierungen wurde die gleiche Stromkabelgeometrie verwandt

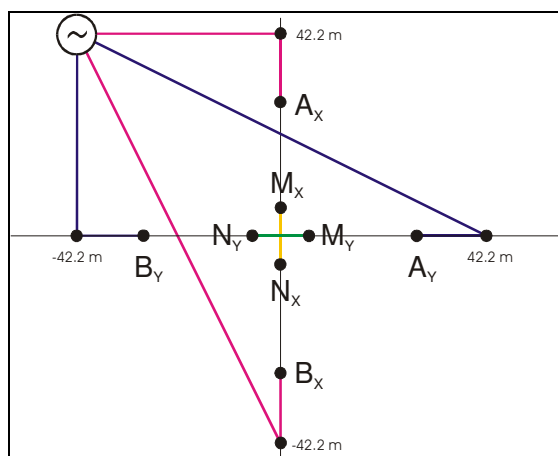


Abb. 6.1.2.1: Kabelführung, die zur Messung und Berechnung des geoelektrischen Impedanztensors verwendet wurde. Rot: NS-, blau: OW-Auslage

(Abb. 6.1.2.1). Hierdurch wurde erreicht, dass ein eben geschichteter Untergrund in beiden Sondierungsrichtungen die gleichen EM-Effekte verursacht. Für die Auslageweiten $L/2 \geq 233$ m wurden die selben Potentialdipole verwendet, die zuvor für die AMT-Sondierung eingesetzt wurden.

Die in NS- und OW-Richtung gemessenen scheinbaren spezifischen Widerstände ρ_{xx} und ρ_{yy} , zeigen eine ausgeprägte vertikale Schichtung an, unterscheiden sich jedoch nur geringfügig voneinander (Abb. 6.1.2.2).

Zur Modellierung wurde ein 1D-Programm von Prof. Weidelt (Braunschweig) verwendet, welches auch EM-Effekte berücksichtigt (Kapitel 3.1).

Die Messdaten der NS-Auslage können mit einem 4-Schichtmodell, die der OW-Auslage mit einem 5-Schichtmodell gut angepasst werden (Abb. 6.1.2.3). Die zusätzliche Schicht wird durch die Messdaten jedoch nur schlecht abgesichert. Die skalare quasi Gleichstromauswertung liefert keinen Hinweis auf starke laterale Inhomogenitäten.

Vergleicht man jedoch die modellierten mit den gemessenen EM-Effekten, dann beobachtet man hier einen Unterschied von Faktor 2-4. Dies ist ein erster Hinweis auf die Existenz lateraler Inhomogenitäten.

Für beide Sondierungen kann der Winkel α zwischen $E(L/2)$ und $J(L/2)$ bestimmt werden (Abb. 6.1.2.4b). Hierzu wurde die im Kapitel 4.4 eingeführte UAR-Methode angewandt. Es überrascht, dass Missweisungen von bis zu 15° ($L/2=150$ m) auftreten. Abgesehen vom

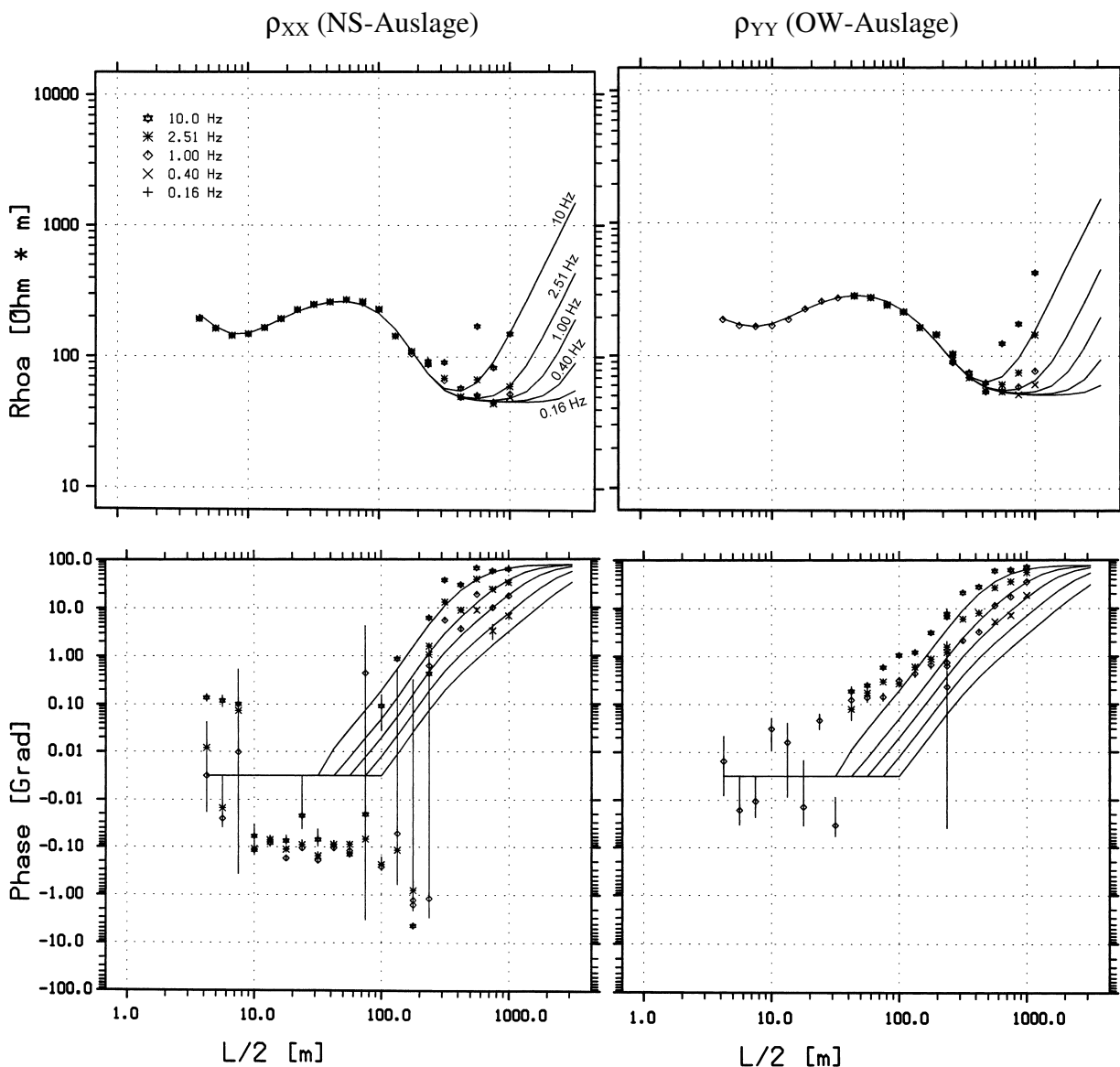


Abb. 6.1.2.2: Die mit einer Schlumberger Konfiguration am Messpunkt 3.6 (Sudan) gemessenen, scheinbaren spezifischen Wechselstromwiderstände. Links: NS-Auslage, rechts: OW-Auslage. Die durchgezogenen Linien stellen die beste Anpassung von Betrag bzw. Phase mit einem 1D-Modell dar, das auch die elektromagnetischen Effekte berücksichtigt (Abb. 6.1.2.3). Frequenzen: 0.16, 0.4, 1, 2.51, 10 Hz.

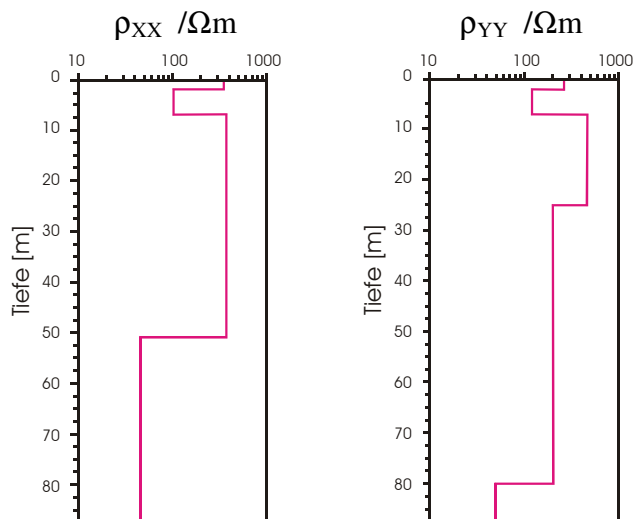


Abb. 6.1.2.3: Beste 1D-Tiefenmodelle für die Sondierungen am Messpunkt 3.6 im Humar Basin (Sudan). Zur Auswertung wurden nur ρ_{XX} und ρ_{YY} verwendet. Die Existenz der 4. Schicht in ρ_{YY} ist durch die Messdaten nur schlecht belegt. Ersetzt man die 3. und 4. Schicht durch eine gleicher Mächtigkeit und gleichen Leitwertes, dann würde sich die Anpassung hierdurch nur geringfügig verschlechtern.

Vorzeichen ist der Verlauf der Missweisungen bis $L/2=300\text{ m}$ in beiden Richtungen etwa gleich. Bei größeren Auslageweiten steigt sie in der NS-Auslage erneut an, während sie in der anderen Richtung weiter abfällt. Der unterschiedliche Verlauf steht nicht im Zusammenhang mit der Vergrößerung der Sondenauslage von $MN=2\text{ m}$ auf 40 m , da diese bei einer Auslagenweite von $L/2 = 237\text{ m}$ erfolgte.

Bibby et al. (1993) schlagen zur weiteren Auswertung die Bestimmung des Impedanztensors und dessen Invarianten P_1 , P_2 , P_3 vor (Kap. 4.4.1). P_1 und P_2 zeigen (Abb. 6.1.2.4c), verglichen mit ρ_{XX} und ρ_{YY} , einen noch etwas stetigeren Verlauf und stimmen fast exakt überein. Geringe Abweichungen treten lediglich zwischen $L/2=75\text{ m}$ und 257 m auf. P_3 verschwindet sowohl für kleine als auch für große Auslageweiten. Große Werte ($50\ \Omega\text{m}$) treten hingegen um $L/2=100\text{ m}$ auf. Auch der Verlauf von P_3 ist bemerkenswert glatt. Die unterschiedlichen Missweisungen oberhalb von $L/2=256\text{ m}$ sind im Verlauf von P_3 nur andeutungsweise zu erkennen.

Abbildung 6.1.2.4d gibt die Parameter α , β , ϕ wieder. Während α sehr stark streut, ist der Verlauf von β sehr glatt. Die Richtung α , in der die größten scheinbaren spezifischen Widerstände auftreten, ist nur sehr schlecht aufgelöst. Dies hat seine Ursache darin, dass sich ρ_{XX} und ρ_{YY} , bzw. die beiden Missweisungen, kaum voneinander unterscheiden. Stabile Werte treten lediglich zwischen $L/2=7.5\text{ m}$ und 42.2 m auf. Die für diese Auslageweiten bestimmten Azimutwerte liegt zwischen 0° und -10° und entsprechen in keiner Weise den Erwartungen von $\pm 45^\circ$. Die Leitfähigkeitsanomalie liegt offenbar symmetrisch zu den beiden Auslagen. Eine gut leitende Inhomogenität müsste im nordöstlichen oder südwestlichen, eine schlecht leitende in den anderen beiden Quadranten liegen. Vermutlich haben die Widerstandsunterschiede zwischen $L/2=7.5\text{ m}$ und 42.2 m ihre Ursache in einer Gleichstromverzerrung (siehe Kapitel 6.1.1). Als Folge hiervon ist eine der beiden Sondierungskurven gegenüber der anderen parallel zur Ordinate verschoben. Wenn wir annehmen, dass beide Kurven bis $L/2=42.2\text{ m}$ ohne Gleichstromverzerrung deckungsgleich verlaufen würden, dann ergäben sich deutliche Unterschiede zwischen den Kurven um $L/2=100\text{ m}$. Genau bei dieser Auslagenweite weist P_3 jedoch seinen größten Wert auf und zeigt damit am deutlichsten die Existenz einer Inhomogenität an. Diese Annahme hat auch dann noch Bestand, wenn man P_3 aus den zur Deckung gebrachten Widerstandskurven berechnet. Mit anderen Worten, P_3 ist zumindest gegen Gleichstromverzerrungen relativ unempfindlich.

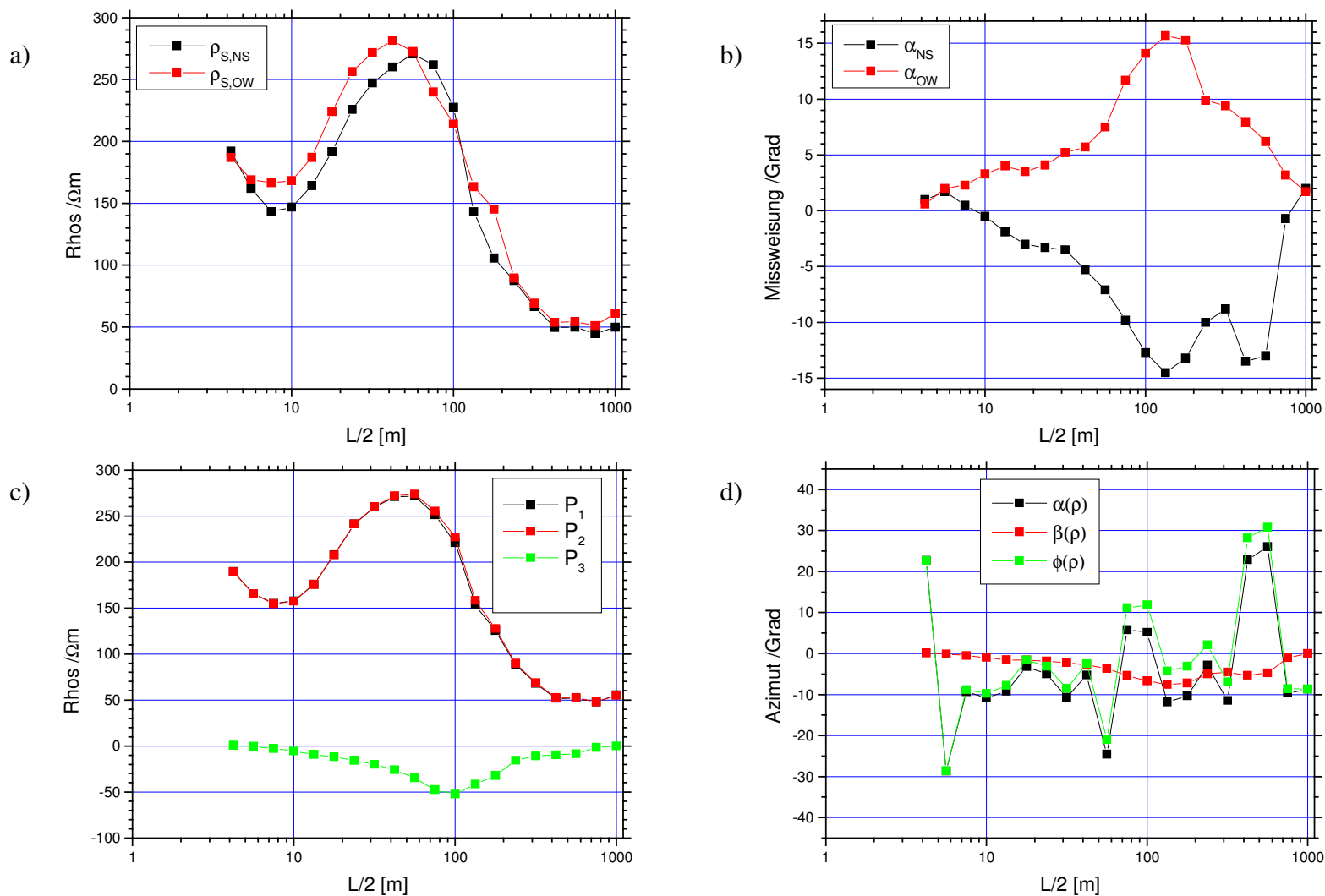


Abb. 6.1.2.4: Analyse der Sondierung G3.6 (Sudan). a) Betrag der gemessenen scheinbaren spezifischen Widerstände (0.16 Hz), b) gemessene Missweisung von E bezogen auf J, c) Impedanztensorinvarianten, d) Richtung der großen Achse des Impedanztensors und mittlere Missweisung.

Fazit

Der Einsatz der Tensorgeoelektrik liefert Hinweise auf die Existenz einer ausgeprägten lateralen Inhomogenität am Messpunkt 3.6. Diese wäre bei einer skalaren Messung wahrscheinlich nicht aufgefallen. Bewertet man den Nutzen und den Aufwand den einerseits ein Potentialsondenkreuz brachte und andererseits den eines zweiten Stromdipols, dann lässt sich in diesem konkreten Fall sagen, dass beide für sich geeignet sind, um die Inhomogenität anzuzeigen. Der parallele Verlauf der Widerstände bei großen Auslageweiten einerseits und die gute Anpassung mit einem 1D-Modell andererseits, hätten vermutlich jedoch zu einer Unterschätzung der Bedeutung der Inhomogenität geführt. Die Missweisung erscheint hingegen bedeutsamer, zumal der Wertebereich ($\pm 90^\circ$) bereits zu einem Viertel ausgeschöpft wurde.

Weiterführende Analyse der Messdaten

Der Impedanztensor wurde von Bibby (1993) nur für den Gleichstromfall formuliert (Kap. 4.4.1). Daher wurde bisher nur der Betrag, nicht jedoch die Phase des scheinbaren spezifischen Widerstandes ausgewertet. Auch die Frequenzabhängigkeit fand bisher noch keine Berücksichtigung. Grundsätzlich können die Parameter auch für andere Frequenzen bestimmt werden. Da die IP-Effekte im konkreten Fall sehr klein sind (typ.: -0.1°) können Imaginäranteile vernachlässigt werden. Bedeutsamer sind die bei großen Auslageweiten und hohen Frequenzen auftretenden EM-Effekte. Im Kapitel 3.3 wurde mit einer 3D-Modellrechnung vorhergesagt, dass laterale Inhomogenitäten sowohl zu einer frequenzabhängigen Missweisung, als auch zu einer frequenzabhängigen elliptischen Polarisierung des elektrischen Feldvektors führen.

Tatsächlich können bei beiden Sondierungen signifikante Frequenzabhängigkeiten der Missweisung oberhalb von $L/2=100\text{ m}$ beobachtet werden (Abb. 6.1.2.5a, b). Zur besseren Erkennbarkeit wurden diese, soweit möglich, farblich hervorgehoben. Die Aufspaltung der Kurven tritt zunächst bei der höchsten Frequenz, dann auch bei den niedrigeren Frequenzen auf. Wie in der Modellrechnung vorhergesagt, durchläuft die Missweisung der höchsten Frequenzen auch als erste ein Maximum, um sich dann rasch wieder den Winkeln des Gleichstromes anzunähern.

Die Auswertung der Phase des elektrischen Feldvektors erlaubt zudem die Bestimmung der Elliptizität für beide Auslagerichtungen. (Abb. 6.1.2.5c, d). Da die Elliptizität jedoch abhängig von der Ausprägung und Geometrie der Inhomogenität nicht beliebig anwächst, kann es zu einem Angleichen oder gar zu einer Abnahme von ϵ zu noch größeren Auslageweiten kommen. Eine solche Situation liegt bei der Sondierung 3.6 (OW-Auslage) vor. Während die Elliptizität für die höchste verwendete Frequenz (10 Hz) bei $L/2 = 750\text{ m}$ ihr Maximum erreicht und bei $L/2 = 1000\text{ m}$ nahezu wieder auf Null abgenommen hat, tritt ein signifikanter Wert für 1 Hz erst bei $L/2 = 750\text{ m}$ auf und steigt dann monoton bis zur größten verwendeten Messauslage an. Die erneute Abnahme des Wertes zu größeren Auslageweiten hin (10 Hz) könnte dahingehend gedeutet werden, dass der Untergrund im Mittel wieder 'eindimensionaler' erscheint, d.h. die Elektroden den anomalen Bereich verlassen haben. Dass die Maxima der Elliptizität abhängig von der Frequenz bei unterschiedlichen Auslageweiten auftreten, könnte ein Indiz für eine Änderung der Inhomogenität mit der Tiefe sein.

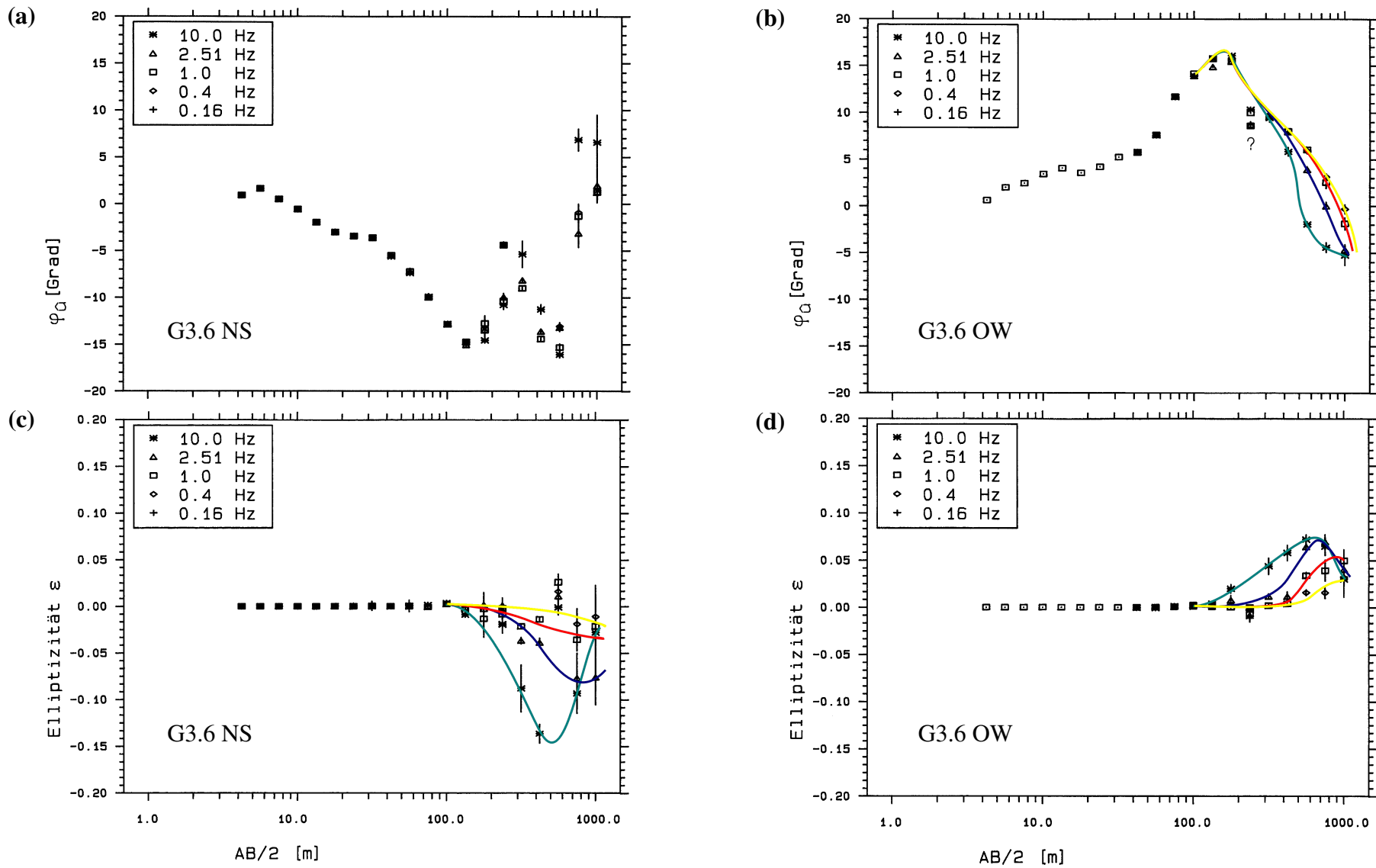


Abb. 6.1.2.5: Am Messpunkt 3.6 (Sudan) gemessene Frequenzabhängigkeit der Missweisung und der Elliptizität von ρ_{XX} und ρ_{YY} .

6.2 1D-Multifrequenz Inversion unter Berücksichtigung von EM-Effekten

Das Messgebiet befindet sich im sächsischen Granulitgebirge und liegt wenige hundert Meter südwestlich des Autobahnkreuzes Jena/Dresden, Abfahrt Chemnitz. Unter einer meist weniger als 10 Meter mächtigen Verwitterungsschicht befindet sich das stellenweise tiefgründig verwitterte Grundgebirge, das das Gelände nur um einige 10 Meter moduliert.

Abbildung 6.2.1 zeigt die Verteilung des scheinbaren spezifischen Widerstandes im Messgebiet für zwei verschiedene Aussagetiefenbereiche. Deutlich sichtbar sind die etwa NNO-SSW streichenden steil stehenden Schichten des Grundgebirges. Von West nach Ost können folgende Formationen beobachtet werden: 1. Schwarzschiefer, 2. Granulitschiefer, 3. Tonreiche Sedimente, 4. Granulitschiefer. Vermutet wird, dass die Steilstellung die Folge einer Stauchung ist. In diesem Fall würde die Schwarzschieferzone nach Westen hin einfallen, während die im östlichen Teil des Bildes gelegenen Formationen nach Osten einfallen. Dies ist am deutlichsten am Messpunkt IP7 erkennbar, bei der größeren Auslageweite erscheinen die sehr gut leitfähigen Schwarzschiefer weiter westlich gelegen. Sowohl das Grundgebirge als auch die Verwitterungsschichten weisen nennenswerte Graphit- und Pyrit-Anteile auf. Die höchsten Konzentrationen treten in den Schwarzschiefern auf. Dies kommt dann deutlich in den hohen Leitfähigkeiten und den Frequenzcharakteristiken des scheinbaren Widerstands zum Ausdruck.

Zur Klärung der Lithologie des potentiellen Deponiestandortes Rabenstein sollen die Frequenzcharakteristiken des Untergrundes mittels 1D-Multifrequenz Inversion aus dem Messdaten bestimmt werden. Neben EM-Effekten gilt es dabei RC-Effekte zu minimieren.

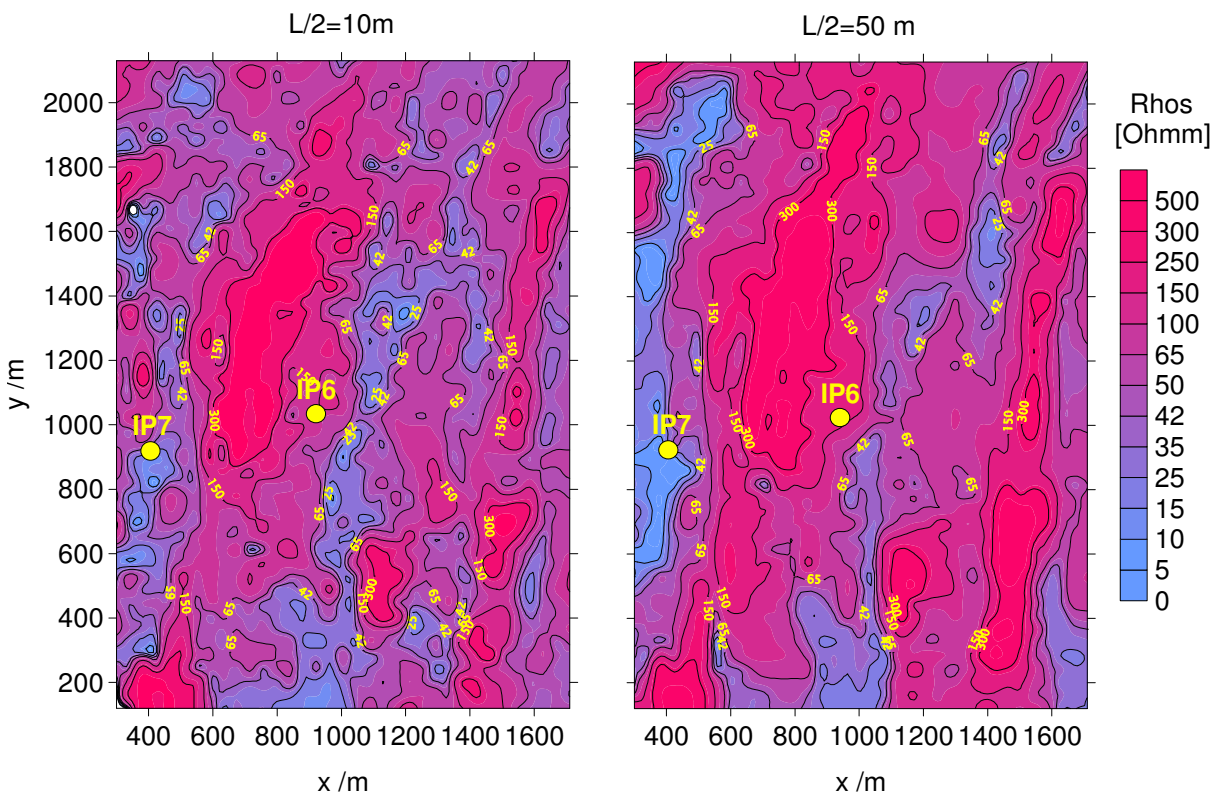


Abb. 6.2.1: Verteilung des scheinbaren spezifischen Widerstandes am Standort Rabenstein für zwei Schlumberger Konfigurationen. Markiert ist zudem die Lage der Messpunkte IP6 und IP7. Oben: Norden. Daten: GGD-Leipzig GmbH (1992/3) im Auftrag der BGR.

Messpunkt IP6

Betrachtet man die gemessenen Phasenverläufe (Abb. 6.2.2) bei kleinen und mittleren Auslageweiten ($L/2 < 23 \text{ m}$), dann kann bei Frequenzen größer 100 Hz eine rasche Zunahme der Phasen beobachtet werden. Wie Modellrechnungen zeigen, rührt diese Zunahme nicht von EM-Effekten her. Vielmehr handelt es sich, wie im Kapitel 6.6.1 detailliert begründet wird, um die Auswirkungen hoher Übergangswiderstandes der Potentialabgriffe zum Erdboden (RC-Effekt). Vor einer Inversion muss dieser unerwünschte Effekt aus den Daten beseitigt werden. RC- wie EM-Effekt können für ein einzelnes Spektrum aufgrund ihrer gleich starken Frequenzabhängigkeit (Phase proportional zur Frequenz) nicht eindeutig voneinander unterschieden werden. Der Lösungsweg sieht nun so aus, dass angenommen wird, dass der RC-Effekt bei allen Auslageweiten gleich stark ist, während der EM-Effekt erst bei großen Auslageweiten hervortritt und dort die RC-Effekte überlagert (Gln. 6.2.1).

$$\varphi^{\text{MESS}}(\omega, L/2) = \varphi^{\text{Cole}}(\omega, L/2) + \arctan(\omega RC) \quad (6.2.1)$$

Diese Annahme erscheint plausibel wenn man berücksichtigt, dass die Potentialabgriffe während der gesamten Sondierung nicht versetzt wurden. Überprüft werden kann diese Annahme für die 4 kleinsten Auslageweiten, dort wo die EM-Effekte vernachlässigbar klein sind. Tatsächlich verlaufen die Isolinien der Phase in der Darstellung dann auch parallel zur y-Achse, so dass diese Auslageweiten zur Bestimmung eines Korrekturparameters \overline{RC} für die gesamte Sondierung herangezogen werden können (Gln. 6.2.2).

$$\varphi^{\text{WAHR}}(\omega, L/2) = \varphi^{\text{MESS}}(\omega, L/2) - \arctan(\omega \overline{RC}) \quad (6.2.2)$$

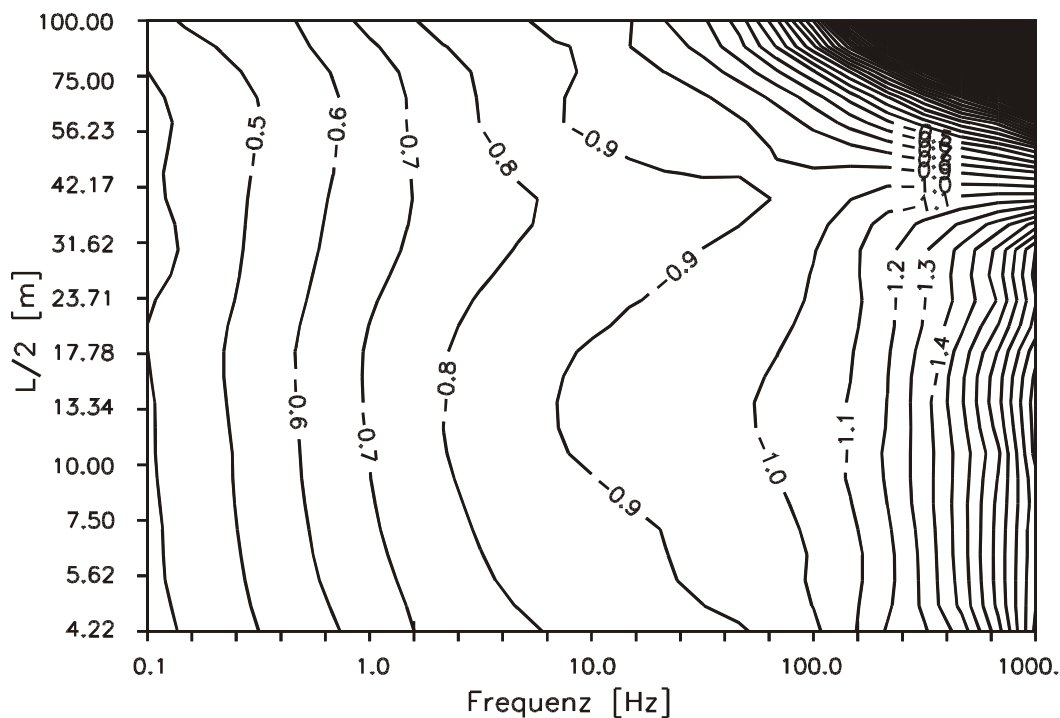


Abb. 6.2.2: Gemessene scheinbare Phasen (Grad) am Standort Rabenstein Lokation IP6. Unterhalb von 100 Hz dominieren die IP-Phasen. Oberhalb von 100 Hz hingegen bei großen Auslageweiten die EM-Effekte und bei kleinen Auslageweiten die RC-Effekte.

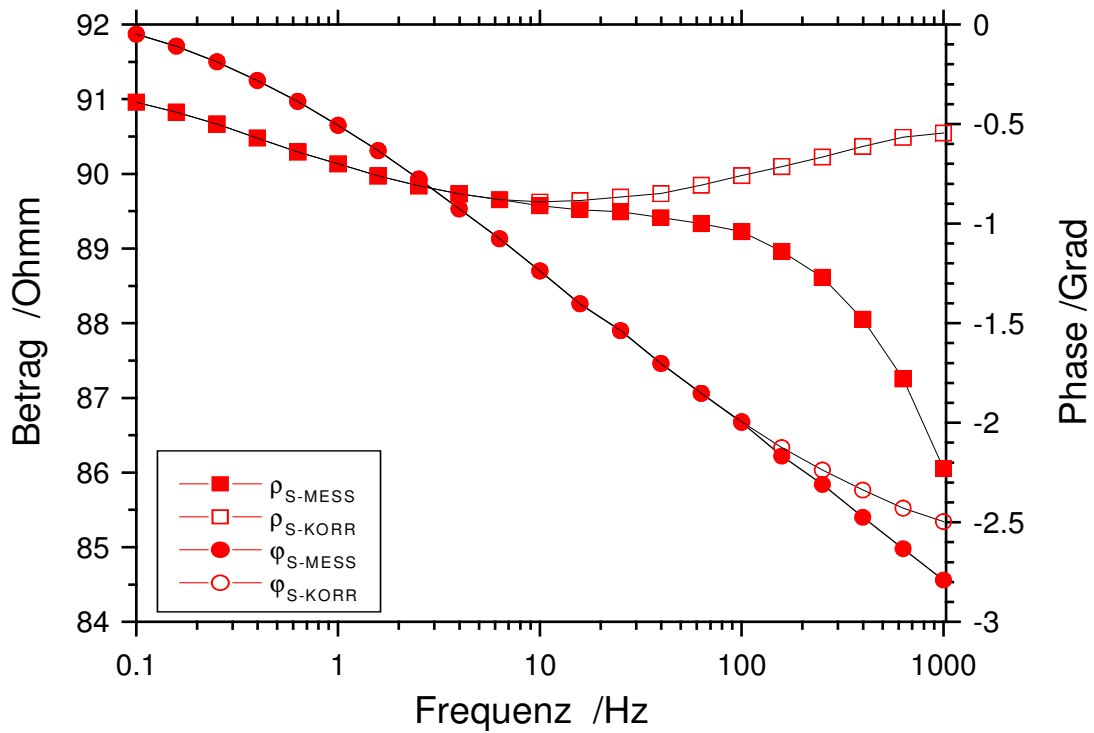


Abb. 6.2.3: Gemessenes und vom RC-Effekt befreites Widerstandsspektrum von IP6 bei einer Auslagenweite von $L/2=10\text{ m}$.

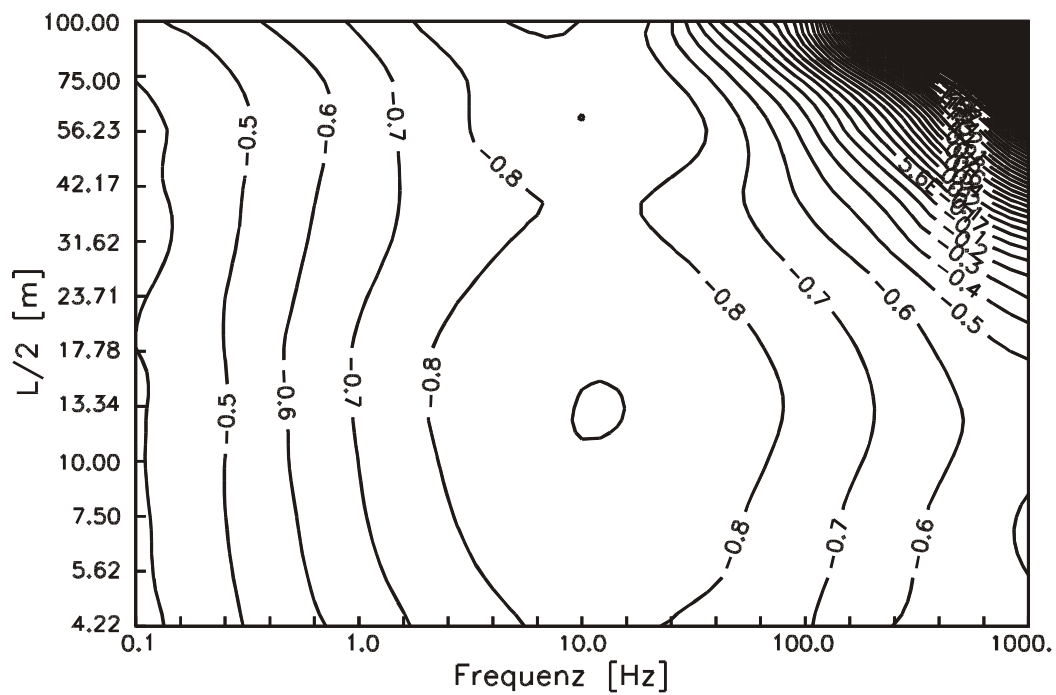


Abb. 6.2.4: Vom RC-Effekt befreite Phasen der SIP-Sondierung IP6 als Funktion der Auslagenweite und Frequenz.

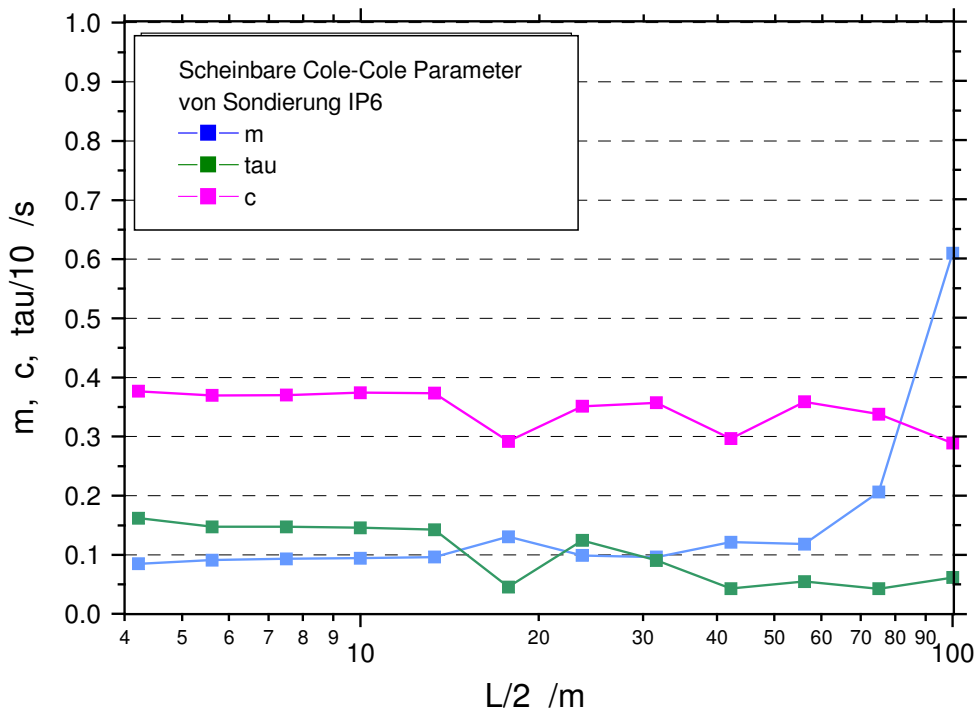


Abb. 6.2.5: Scheinbare Cole-Cole Parameter der besten Anpassung der gemessenen Einzelspektren als Funktion der Auslagenweite.

Abbildung 6.2.3 stellt das bei einer Auslagenweite von $L/2=10$ m gemessene Widerstandsspektrum exemplarisch dem korrigierten Spektrum gegenüber. In Abbildung 6.2.4 sind alle korrigierten Phasen in der Auslagenweite/Frequenz-Darstellung aufgetragen.

Wie erwartet, sind die EM-Effekte erhalten geblieben. Ein Nebenprodukt der RC-Korrektur sind die scheinbaren Cole-Cole Parameter, die in Abbildung 6.2.5 über der Auslagenweite aufgetragen sind. Die scheinbaren Parameter können jedoch nur in Ausnahmefällen, nämlich wie hier bei nur geringen Parametervariationen, bestimmt werden. Bei größeren Variationen kann nicht mehr davon ausgegangen werden, dass die Scheinspektren stets mit einem Cole-Cole Modell angepasst werden können.

Die 1D-Dateninversion wurde mit einem Programm von Prof. Weidelt (Braunschweig) durchgeführt. Dabei wurden die korrigierten Messwerte verwendet. Da das Programm nur eine Vorwärts-Modellierung erlaubt, ist es erforderlich, das Modell mittels „trial and error“ zu suchen. Die Ergebnisse der 1D-Gleichstrominversion helfen bei der Gewinnung eines Startmodells. Insbesondere die Anzahl an Schichten, deren Mächtigkeiten und die quasi Gleichstromwiderstände können so geschätzt werden. Da die IP-Effekte nur wenig mit der Tiefe variieren, gelingt die Anpassung mit nur 8 Modellrechnungen.

Die Differenzen zwischen den modellierten und den korrigierten gemessenen Phasen sind in Abbildung 6.2.6 wiedergegeben. Sowohl bei der Parameterfindung, als auch bei der Ergebnisbeurteilung, erweist sich die Darstellung der Phasenresiduen als außerordentlich hilfreich. Abgesehen von den noch nicht vollständig erklärten EM-Effekten, erklärt das gefundene Modell die gemessenen IP-Effekte auf besser als 0.05° .

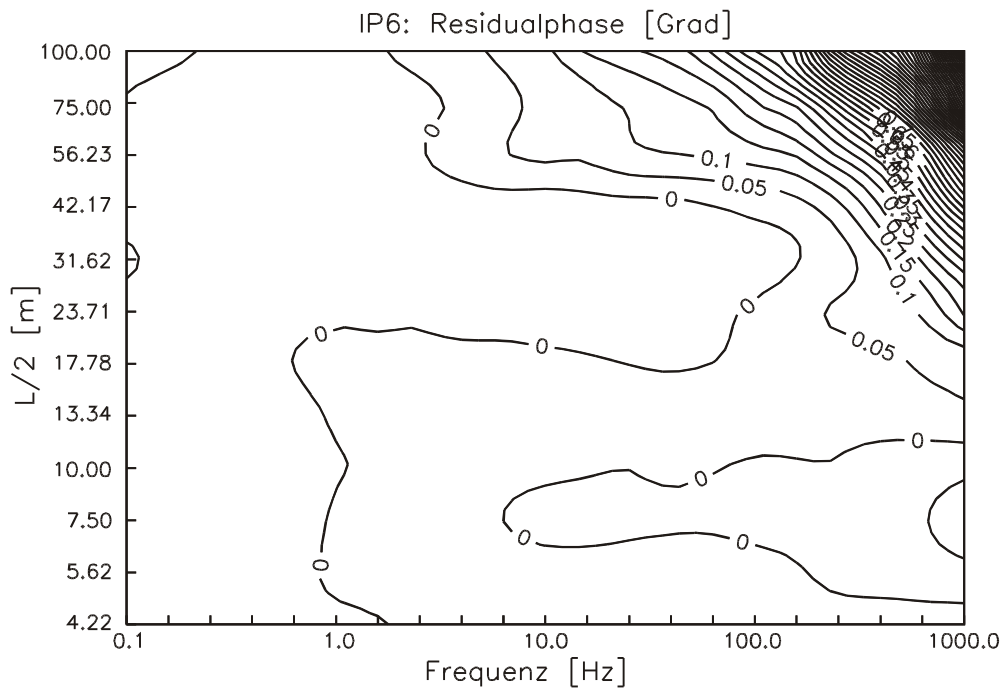


Abb. 6.2.6: Abweichung der gemessenen von der modellierten Phase von IP6 als Funktion der Auslagenweite und Frequenz. Signifikante Abweichungen treten bei hohen Frequenzen und Auslageweiten auf. Offensichtlich sind die EM-Effekte bei der Modellierung noch unzureichend angepasst worden.

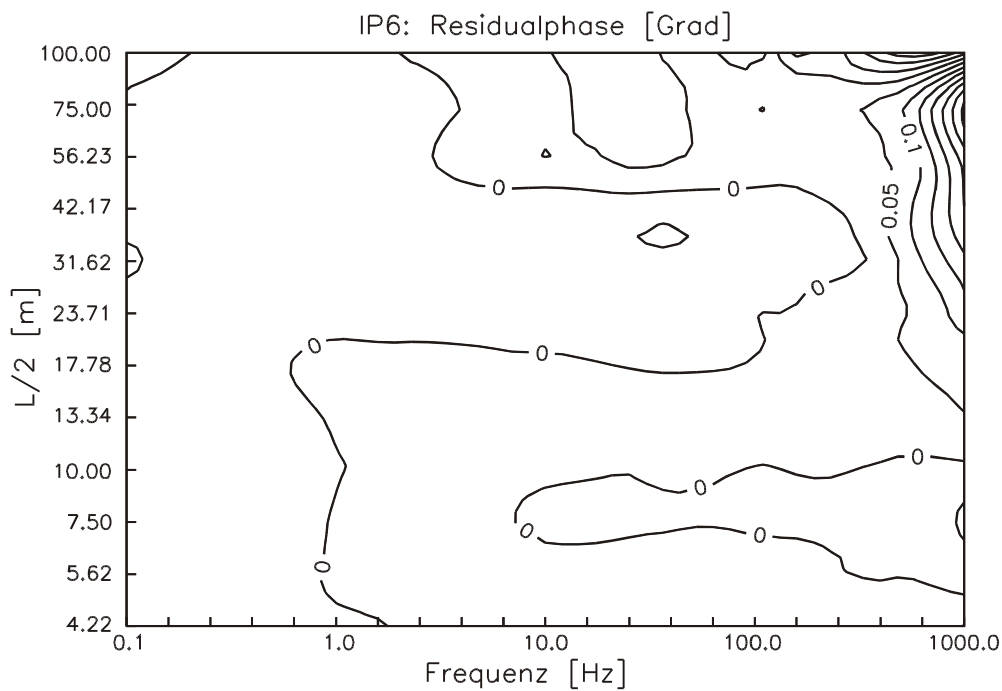


Abb. 6.2.7: Abweichung der gemessenen von der modellierten Phase von IP6 als Funktion der Auslagenweite und Frequenz. Anders als in Abbildung 6.2.6 wurde eine Gleichstromverzerrung angenommen und korrigiert. Hierdurch ist es gelungen, die EM-Effekte nahezu perfekt zu modellieren.

Verantwortlich für die unvollständige Anpassung der Induktionserscheinungen könnten ein mit der Auslageweite variierender RC-Effekt, Gleichstromverzerrungen oder großräumige laterale Leitfähigkeitsinhomogenitäten sein. Es gibt jedoch Hinweise, die für eine Gleichstromverzerrung als Ursache sprechen. In dem Messgebiet wurde von der GGD-Leipzig GmbH, im Auftrag der BGR-Hannover, in den Jahren 1992 und 1993 eine flächenhafte Gleichstromkartierung durchgeführt. Abbildung 6.2.9 zeigt den Teil der Kartierung (Abb. 6.2.1), der etwa mit der SIP-Sondierungsauslage zusammenfällt.

Im Folgenden wurde daher eine Gleichstromverzerrung als am wahrscheinlichsten angenommen. Die Vorgehensweise zu ihrer Korrektur ist die selbe wie in Kapitel 6.1.1 Hier sind die Anforderungen jedoch noch höher, da die IP-Effekte von der Korrektur keinesfalls verfälscht werden dürfen. Die Vorwärtsmodellierung wurde mit Korrekturfaktoren zwischen 1.1 und 1.5 wiederholt. Ein vergleichsweise kleiner Faktor 1.25 erweist sich als der Wert, der die Residualphasen der EM-Effekte am besten minimiert (Abb. 6.2.7).

Interpretation der ermittelten Cole-Cole Parameter Tiefenverteilung

Abbildung 6.2.8 zeigt das gefundene beste 1D-Modell. Der Untergrund erweist sich danach als fast homogen mit polarisierbarem Material imprägniert. Die in 13 Meter Tiefe anhand der starken Widerstandszunahme erkennbare Oberkante des Grundgebirges, zeichnet sich in der Zeitkonstante τ und dem Frequenzparameter c nur schwach ab.

Das Cole-Cole Modell erwies sich als gut geeignet um die beobachteten Frequenzcharakteristiken zu erklären, es erscheint daher gerechtfertigt aus den Parametern erzmineralogische Kennwerte abzuschätzen. Entsprechend Tabelle 2.4.1.1 folgt für den Radius der Mineralisationen ein Wert von etwa 1 mm. Die berechnete relativ geringe Aufladefähigkeit ($m \sim 0.1$), deutet auf einen Gehalt an Elektronenleitern von weniger als 2%, der relativ große Wert des Frequenzparameters ($c > 0.35$) auf eine vergleichsweise enge Kornradienverteilung hin.

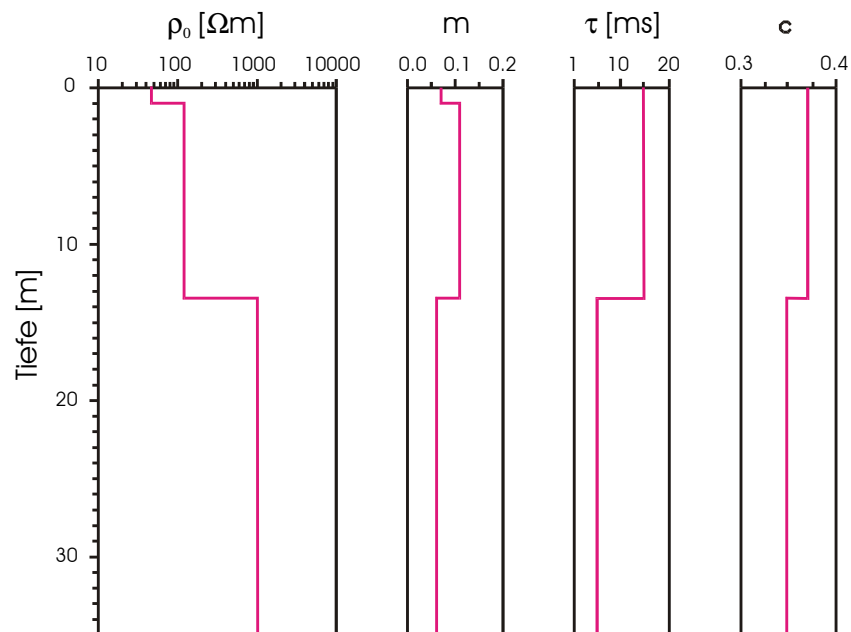


Abb. 6.2.8: Cole-Cole Parameter der besten Anpassung der Sondierung IP6 als Funktion der Tiefe.

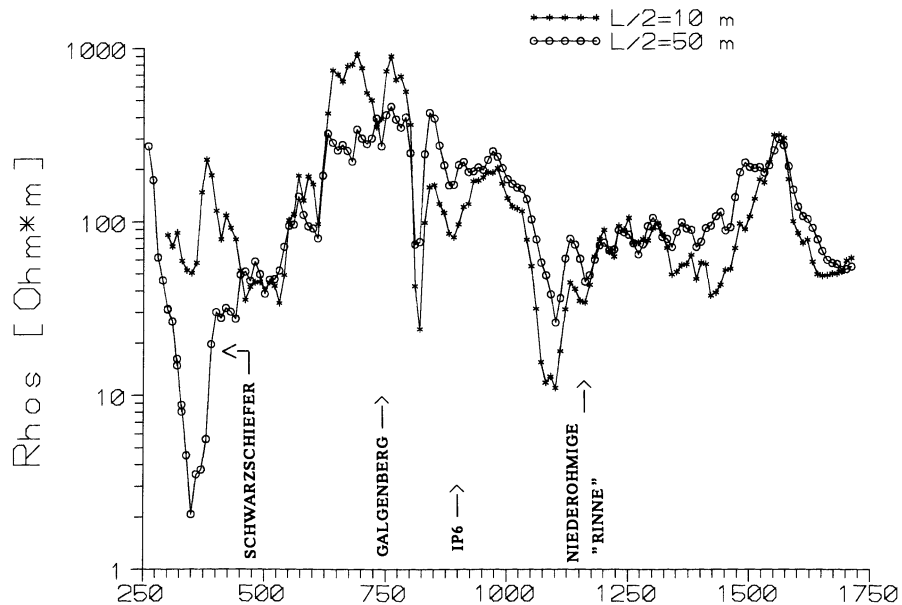


Abb. 6.2.9: Ungefilterte Darstellung eines EW-Profiles (Nord, 1080 m) der gleichstromgeoelektrischen Schlumbergerkartierung (GGD-Leipzig GmbH, 1992) für die Auslagenweiten $L/2=10\text{ m}$ und 50 m . Als Hinweis für das Auftreten von Gleichstromverzerrungen können die, infolge lateraler Inhomogenitäten zu beobachtenden, stark korrelierten Variationen des Widerstandes gewertet werden. Da das Grundgebirge im Abschnitt $650\text{-}1000\text{ m}$ von der kleinen, anders als von der großen Auslagenweite nicht erfasst wird, muss die Ursache in der darüber liegenden Lockerschicht liegen. Weitere Details finden sich in Burkhardt et al. (1992).

Messpunkt IP7

Die Schlumberger Sondierung IP7 wurde direkt über einem verdeckten, vermutlich steil stehenden Schwarzschieferhorizont durchgeführt (Abb. 6.2.1). Die Messdaten wurden wie die des Messpunktes IP6 einer RC-Korrektur unterzogen. Abbildung 6.2.10 gibt das Ergebnis für die Phase wieder.

Aufgrund der hohen Leitfähigkeit des Schwarzschiefers sind die EM-Effekte hier stärker ausgeprägt als am Messpunkt IP6. Diese ist deutlich daran zu erkennen, dass der Bereich der sehr eng beieinander liegenden Isolinien (im rechten oberen Teil der Abbildung 6.2.10 zu erkennen) bei niedrigeren Frequenzen und Auslageweiten auftritt als bei Sondierung IP6. In diesem Bereich wachsen die Phasen von negativen Werten (-2° bis -5°) auf positive Werte ($>60^\circ$) an. Bei den größten Auslagen und Frequenzen werden sogar die mit dieser Messkonfiguration maximal möglichen Phasenwerte ($\sim +65^\circ$) erreicht (vgl. auch Abb. 3.1.5).

Die scheinbaren IP-Phasen zeigen bei den kleinsten Auslageweiten Werte, wie sie auch bei IP6 beobachtet wurden. Doch bereits bei mittleren Auslageweiten nehmen diese rasch zu und erreichen Werte von -5° . Während das Phasenmaximum bei kleinen Auslageweiten zwischen 10 Hz und 100 Hz liegt, verschiebt es sich bei großen Weiten hin zu niedrigeren Frequenzen ($<1\text{ Hz}$). Dies spiegelt sich dann auch deutlich in den geschätzten scheinbaren Cole-Cole Parametern wider (Abb. 6.2.12).

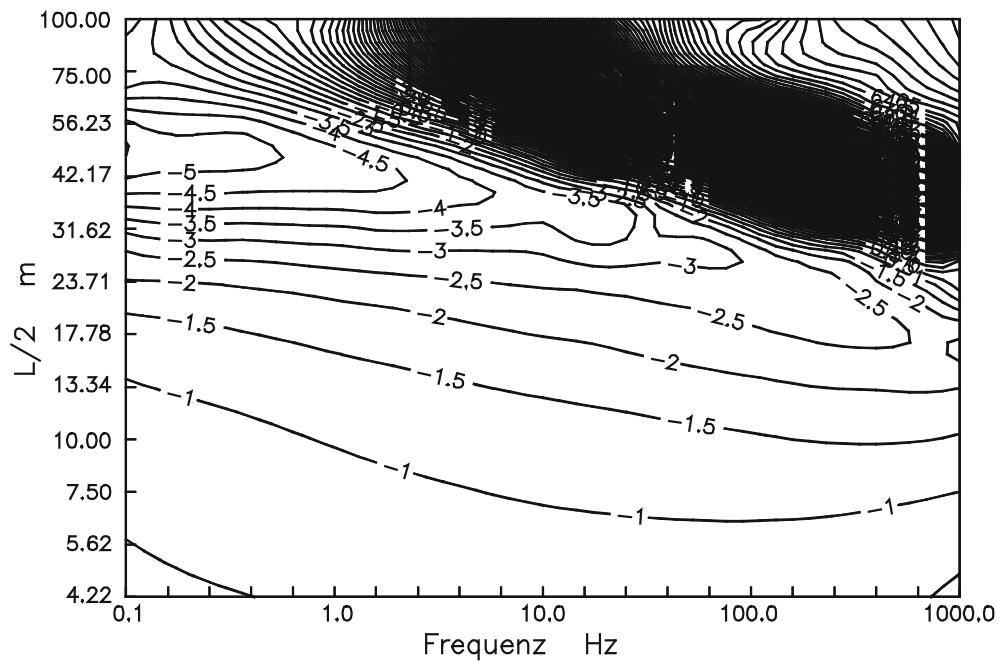


Abb. 6.2.10: Vom RC-Effekt bereinigte Phasen (Grad) am Messpunkt IP7 als Funktion der Auslagenweite und Frequenz. Das schwarze Band entsteht durch eng beieinander liegende Isolinien. Rechts oben in der Grafik treten Phasenwerte von $+64^\circ$ auf.

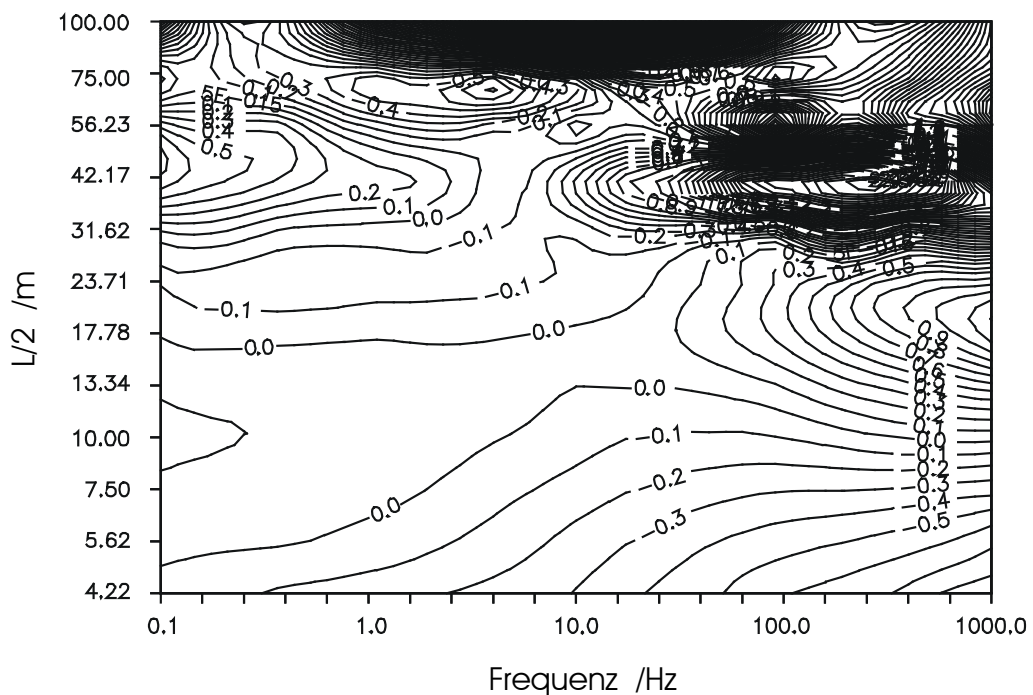


Abb. 6.2.11: Abweichung der gemessenen von der modellierten Phase (Grad) am Messpunkt IP7 als Funktion der Auslagenweite und Frequenz. Das größten auftretenden Residuum beträgt 2.1° .

Die Inversion erweist sich bei diesem Datensatz jedoch als schwieriger als bei IP6. Nach 51 Versuchen weichen die modellierten Phasen immer noch deutlich von den gemessenen ab. Die größten Abweichungen treten dort auf (Abb. 6.2.11),

- wo die größten EM-Phasenanstiege auftreten (2.1°),
- wo bei kleinen Auslageweiten und gleichzeitig hohen Frequenzen die RC-Korrektur nur unvollständig gelingt (0.9°),
- wo die stärksten IP-Effekte auftreten, also bei niedrigen Frequenzen und gleichzeitig großen Auslageweiten (0.7°).

Allerdings müssen diese Residuen in Relation zu den auftretenden, verglichen mit IP6 viel größeren, IP-Phasen gesehen werden. Denn dann betragen die relativen Abweichungen nur noch 10-30 %. Berücksichtigt man zudem, dass der Untergrund unterhalb der Überdeckung sicher lateral inhomogen ist, dann kann die Datenanpassung als noch akzeptabel angesehen werden.

Das gefundene beste 1D-Modell ist in Abbildung 6.2.12 dargestellt. Sieht man von kleineren Parametervariationen in der Deckschicht ab, so ist das Ergebnis das eines sehr stark polarisierbaren Halbraumes unter einer etwa 13 Meter mächtigen schwach polarisierbaren Überdeckung. Vergleicht man die Eigenschaften der Deckschichten an beiden Messpunkten, so stellt man eine bemerkenswert gute Übereinstimmung fest. Es liegt daher der Schluss nahe, dass die beiden sedimentären Deckschichten ähnlich zusammengesetzt und von gleicher Herkunft sind. Unterschiede finden sich hingegen in den darunter liegenden Bereichen. So ist die Leitfähigkeit am Punkt IP7 1000-fach und die Polarisierbarkeit 10-fach höher als am Punkt IP6. Die Zeitkonstante ist 100-fach erhöht, was einen großen zusammenhängenden Elektronenleiter anzeigt. Der halb so große Frequenzparameter c deutet hingegen auf eine breitere Kornradienverteilung hin.

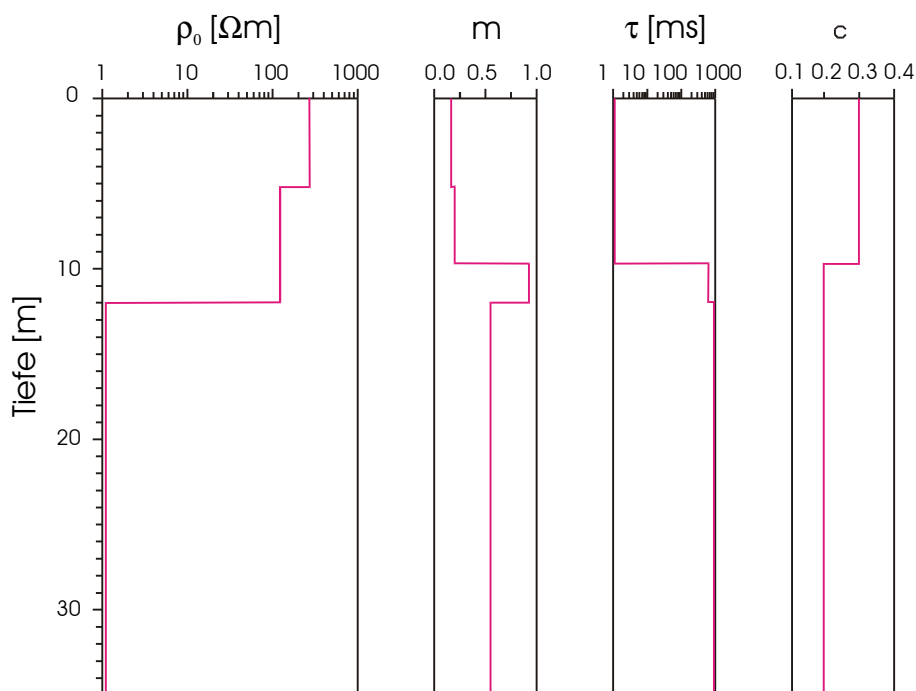


Abb. 6.2.12: Cole-Cole Parameter der besten Anpassung der Sondierung IP7 als Funktion der Tiefe.

6.3 Messung und 2D-/3D-Inversion von SIP-Daten

6.3.1 3D-Einzelfrequenz Inversion (Hüttenplatz im Pandelbachtal, Harz)

Die Lokation Hüttenplatz liegt im Pandelbachtal (Harz) und kann über eine Fahrstraße von Münchhof (bei Seesen) in Richtung Clausthal nach ca. 2 km erreicht werden. Nach Auskunft von Prof. Weller (Uni. Clausthal), der im Pandelbachtal seit längerem geophysikalische Untersuchungen durchführt, haben hier Zisterzienser Mönche, vermutlich im 13. Jahrhundert, Rammelsberger Erz verhüttet. Die dabei angefallenen Schlacken befinden sich heute unter einer bis zu 30 cm mächtigen Erdschicht. Das ebene Testgebiet liegt zwischen der Fahrstraße und einem ansteigenden Hang. Wasser zum Antrieb der Blasebälge wurde über ein künstlich angelegtes Gerinne von einem höher am Hang gelegenen Rückstaubecken herbeigeführt. Im zweiten Weltkrieg wurden größere Mengen der Schlacken zur Wiederaufbereitung abtransportiert. Die Frage lautet nun, ob die Schlacken räumlich lokalisiert werden können? Aufgrund des geringen Wirkungsgrades konnte das Eisen nur zu einem Teil aus dem Erz gewonnen werden. Finden sich noch nennenswerte metallische Anteile mittels der IP-Methode, so lässt das Rückschlüsse auf den technologischen Stand der Verhüttung zu. Weitere mineralogische Informationen können von den spektralen Charakteristiken erwartet werden.

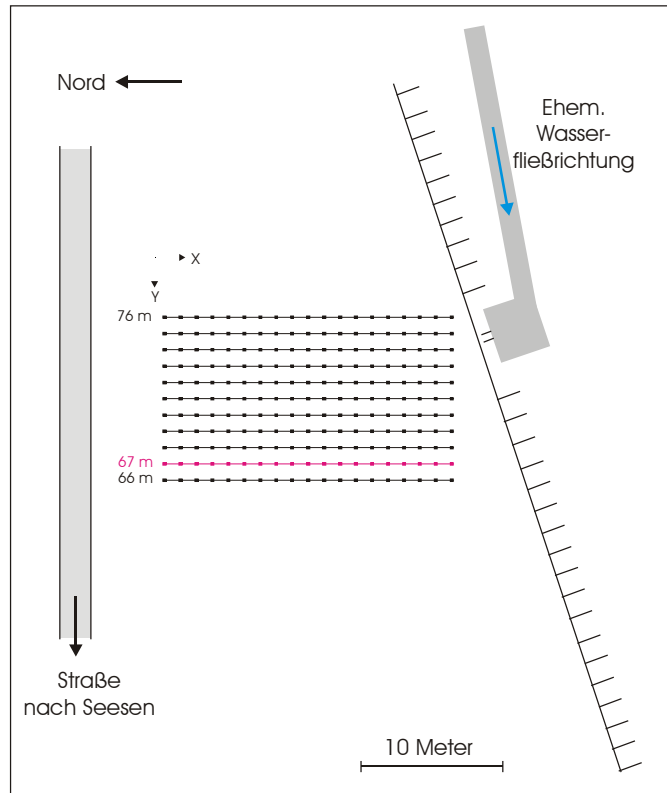


Abb. 6.3.1.1: Lokation Hüttenplatz im Pandelbachtal (Harz)

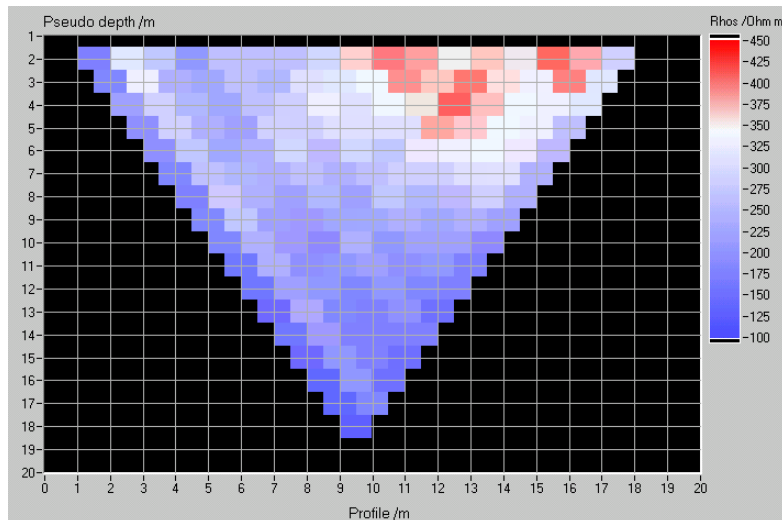
Anlage der Profile und Durchführung der Messungen

Es wurden 11, im Abstand von jeweils einem Meter parallel zueinander verlaufende Profile vermessen (Abb. 6.3.1.1). Zum Einsatz kam eine Apparatur vom Typ SIP256B mit 19 Remote Units. Der Abstand der Elektroden der Dipol-Dipol Konfiguration betrug jeweils 1 Meter. Somit wurde ein äquidistantes Messgitter mit insgesamt 220 Elektrodenspießen angelegt. Die Messungen wurden bei einer Frequenz von 0,97 Hz durchgeführt. Spektrale Messungen (Abb. 6.3.1.5) zeigten, dass bei dieser kleinskaligen Anwendung und den auftretenden, relativ hohen spezifischen Widerständen, EM-Effekte vernachlässigt werden können.

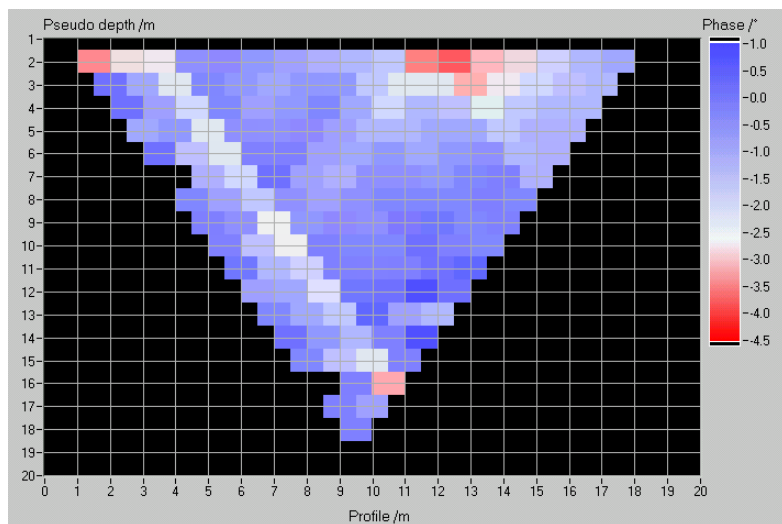
Profil 67 zeigt (Abbildung 6.3.1.2) stellvertretend für alle anderen Profile ein typisches Ergebnis in Form einer Cross-Sektion-Darstellung von Betrag und Phase des scheinbaren spezifischen Widerstandes und des Vertrauensbereichs. Bereits in den Rohdaten zeigt sich, dass die Schlacken nahe der Oberfläche meist in Form von schlechten Leitern und starken Polarisatoren in Erscheinung treten. Die diagonal verlaufenden Streifen in der Betrags- und vor allem in der

Phasendarstellung sind typisch für Dipol-Dipol Messungen in Gegenwart von starken oberflächennahen Widerstandskontrasten.

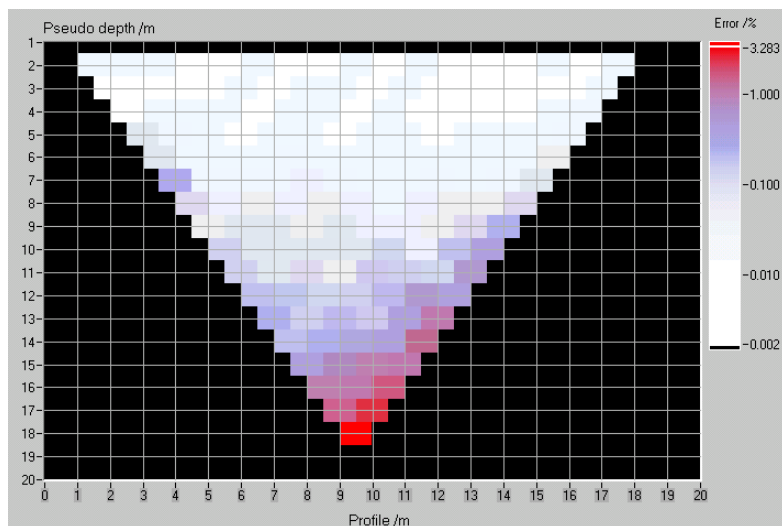
Anhand der Messfehler der Einzelmessungen wird ersichtlich, dass die Ergebnisse bis zu Dipolweiten von $n=12$ vertrauenswürdig sind. Erst dann kommt es zu signifikanten Streuungen



Betrag



Phase



RMS Fehler

Abb. 6.3.1.2: Pandelbachtal, Profil: 67m, Frequenz: 0.97 Hz, Dipol-Dipol Konfiguration, $a=1$ m.

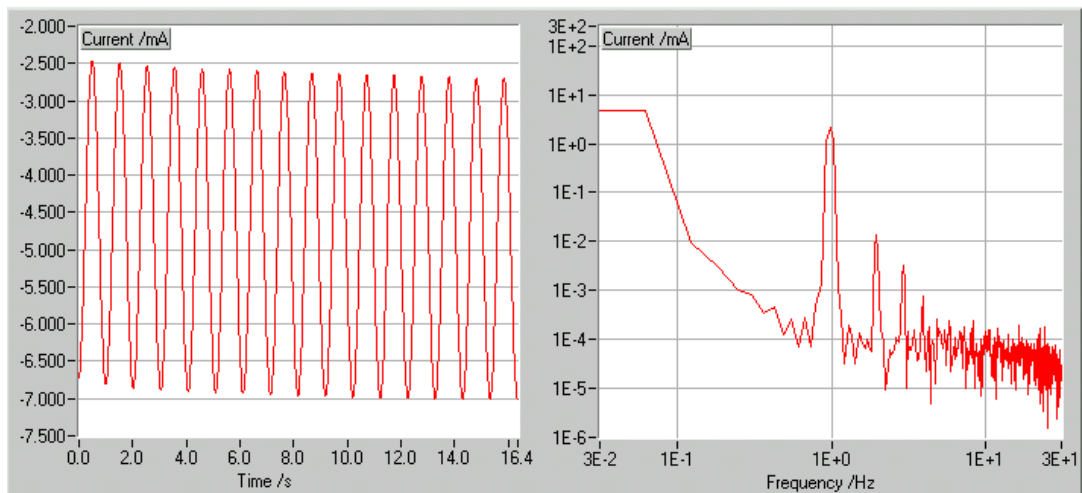
der Messwerte. Die Stromstärken betragen in der Regel zwischen 30 mA und 40 mA .

Einfluss der Potentialelektrodrift auf die Widerstandsmessungen

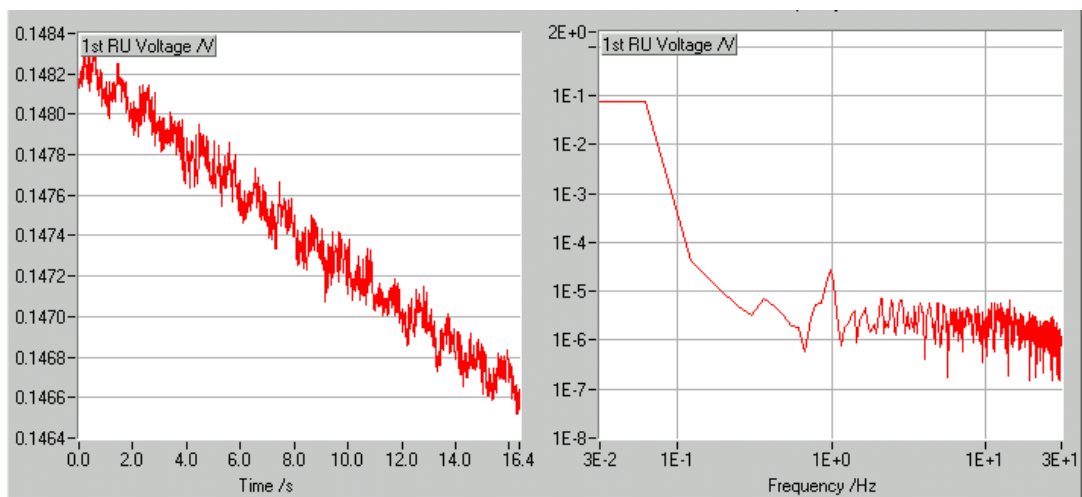
Aufgrund der schwierigen Bodenverhältnisse mussten, sowohl zur Stromeinspeisung als auch zur Potentialmessung, Metallspieße verwendet werden. In der Regel wurden nur solche Messkonfigurationen zur Widerstandsmessungen verwendet, bei denen die Elektroden zunächst zur Potentialmessung und erst danach zur Stromeinspeisung verwendet wurden. Eine Regelabweichung bildet Profil *67m*. Hier wurde die Messung ein weiteres Mal durchgeführt, da bei der ersten Messung schlecht kontaktierte Elektroden zu einem ungenügenden Stromfluss führten. Zu Beginn der Wiederholungsmessung bilden die zuletzt zur Stromeinspeisung verwendeten Elektroden nun den Spannungsdipol, der dem Stromdipol am entferntesten ist, also das kleinste Nutzsignal ausweist. Durch die Polarisierung hervorgerufene Driften wirken sich unter diesen Bedingungen am stärksten aus. Abbildung 6.3.1.3 zeigt für diesen Fall das Strom- und das Spannungssignal. Die Stromstärke betrug hier $\pm 2.5\text{ mA}$, typische Werte lagen jedoch bei $\pm 30\text{ mA}$. Die Signalamplitude betrug $\pm 27\text{ }\mu\text{V}$ und wird durch die Drift um das 4-fache übertroffen. Dabei wurde die Driftamplitude auf die Dauer einer Periode bezogen. Zur Filterung wurde ein einfacher Kerbfilter verwendet, der nacheinander zweimal, sowohl auf die Spannungswie auf die Stromregistrierung (nicht dargestellt), angewandt wurde. Das gefilterte Signal zeigt keine Drift und keinen Offset mehr. Den Filter auch auf das Stromsignal anzuwenden, hat zwei Gründe. Zum einen zeigt der Strom ebenfalls eine, wenn auch nur geringe Drift, zum anderen hebt sich so in einfacher Weise der Frequenzgangeinfluss des Filters bei der Widerstandsberechnung auf.

Bezieht man sämtliche Dipolweiten eines Stromdipols ein, so stellt man fest, dass die Richtung und Stärke der Drift das Vorzeichen und die Größe des systematischen Fehlers bestimmt. Abbildung 6.3.1.4 zeigt die gemessene scheinbare Phase bei der Frequenz von 0.97 Hz in Abhängigkeit vom Dipol-Dipol Abstand mit und ohne Driftfilter. Es ist interessant festzustellen, dass die starke Streuung verschwindet und sich die Phasen für alle Auslagenweiten, bei einheitlich leicht negativen Werten einstellen. Der Vertrauensbereich wird hierdurch nicht signifikant verändert. Das ist so zu erklären. Die Drift ist in guter Näherung über alle Perioden als konstant stark anzusehen. Da der statistische Fehler in diesem Fall nicht erhöht wird, ist auch nicht mit einer Abnahme nach Beseitigung der Drift zu rechnen. Andererseits wird der statistische Fehler nur von dem Rauschen bei Messfrequenz bestimmt. Der Driftfilter weist jedoch keine Dämpfung bei der Messfrequenz auf. Folglich verursacht eine lineare Drift lediglich einen systematischen Fehler. Eine nicht lineare Drift ist zu erwarten, wenn bei sehr viel tieferen Frequenzen gemessen wird. In diesem Fall ist auch mit einem Einfluss auf den statistischen Fehler zu rechnen.

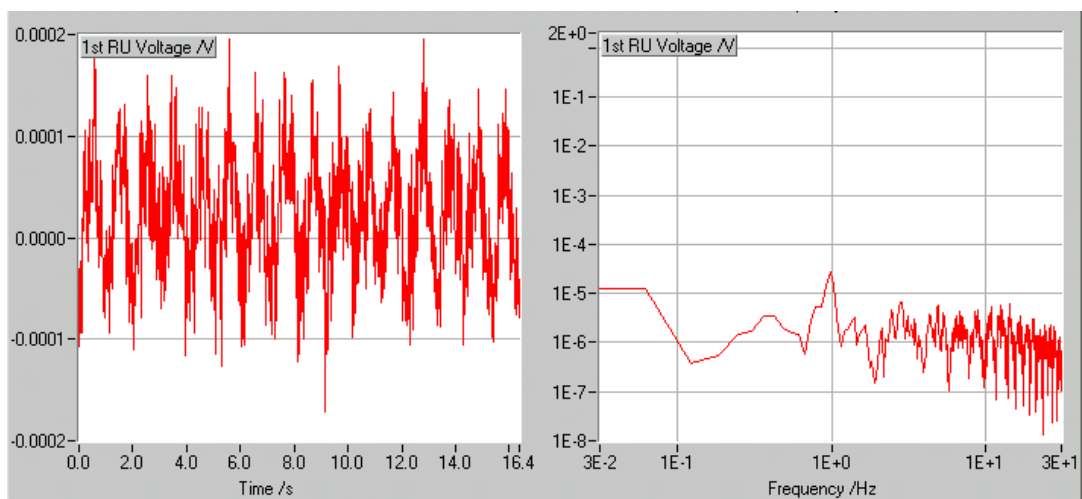
Die gleiche Untersuchung wurde auch auf dem Profil *76m* angewandt. Aufgrund der etwa 10-fach größeren Spannungspegel ist die erzielte Verbesserung deutlich geringer. Vergleicht man die nach der Filterung geschätzten Phasenfehler, dann stellt man fest, dass diese bei großen Dipolabständen fast 100-fach kleiner sind als auf dem Profil *67m*. Hierfür könnten verschiedene Gründe genannt werden, u.a. der, dass die Elektroden noch nicht zur Stromeinspeisung verwendet wurden. Wenn das stimmt, dann würde mit der Stromeinspeisung nicht nur eine Drift, sondern auch ein erhöhtes Rauschen einhergehen.



A) Stromsignal



B) Spannungssignal



C) Spannungssignal nach der Bandpassfilterung.

Abb.:6.3.1.3: Sondenpotentialdrift als Folge einer Elektrodenpolarisation durch Stromeinspeisung. Messfrequenz: 0.97 Hz , Abtastrate: 62.5 Hz Dipol-Dipol: $n=16$, $a=1\text{m}$, Messwerte: 1000 , Stromstärke: $\pm 2.5 \text{ mA}$, Spannung: $\pm 27 \mu\text{V}$, Sp.-Drift: $-100 \mu\text{V} / \text{Periode}$

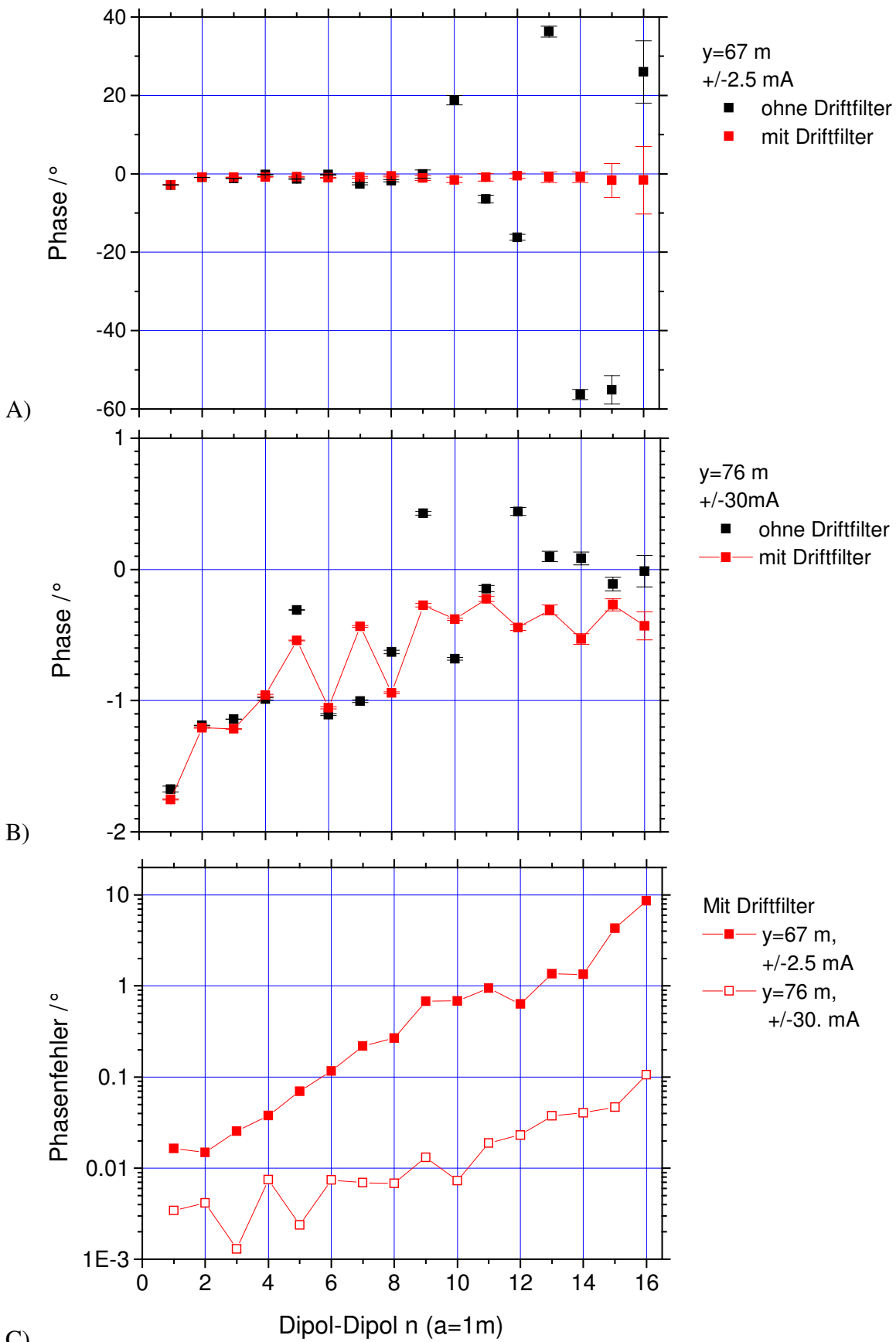


Abb. 6.3.1.4: Einfluss der strominduzierten Potentialelektrodrift auf IP-Phasenmessung bei einer Frequenz von 0.97 Hz . Pandelbachtal (Harz).

Spektrale Charakteristiken der Schlacken

In Abbildung 6.3.1.5 werden Widerstandsspektren wiedergegeben, die bei vier unterschiedlichen Auslageweiten gemessen wurden. Die Messungen wurden von Prof. Weller (Uni. Clausthal) und seinen Mitarbeitern mit einer Apparatur vom Typ SIP-Fuchs in der reziproken Schlumberger-Anordnung durchgeführt. Wenngleich hiermit immer ein kleineres S/R-Verhältnis einhergeht, ist diese Anordnung jedoch dann zu empfehlen, wenn der Messfehler trotzdem noch hinreichend klein ist und hiermit ein höherer Messfortschritt zu erzielen ist. Letzteres ist der Fall, da eine ausreichende Anzahl an Remote Units zur gleichzeitigen Spannungsmessung zur Verfügung stand und die Messanordnungen sowie die Störspannungen klein waren.

Wie wichtig der Zeitgewinn ist, wird klar, wenn man den Frequenzbereich betrachtet, der erforderlich ist, um die Charakteristika der Schlacken vollständig zu erfassen. Die niederfrequenteste Messung erfolgte bei 2 mHz . Obwohl nur drei Perioden registriert wurden, betrug die Messdauer allein für diese eine Frequenz etwa 25 Minuten.

Die Frequenzcharakteristik entspricht in erster Näherung der eines Cole-Cole Modells. Die Phasenmaxima treten bei Frequenzen von 10 bis 100 Sekunden auf, was mit sehr großen Zeitkonstanten korrespondiert. Die quantitative Auswertung wird jedoch dadurch verhindert, dass die Phasen zu hohen Frequenzen hin nicht auf Null abzufallen scheinen. Eine erste Abschätzung mit Hilfe des Pelton-Diagramms (Abb. 1.5.1.1) lässt äquivalente Mineralkorndurchmesser von 50 mm erwarten. Trotz dieser großen Abmessungen erscheint die Schlacke als schlecht leitende Struktur. Offensichtlich haben die metallisch leitenden Bereiche überwiegend keinen direkten Kontakt miteinander. Aus dem *PFE* von bis zu 30% kann auf einen Erzgehalt von bis zu 10% geschlossen werden.

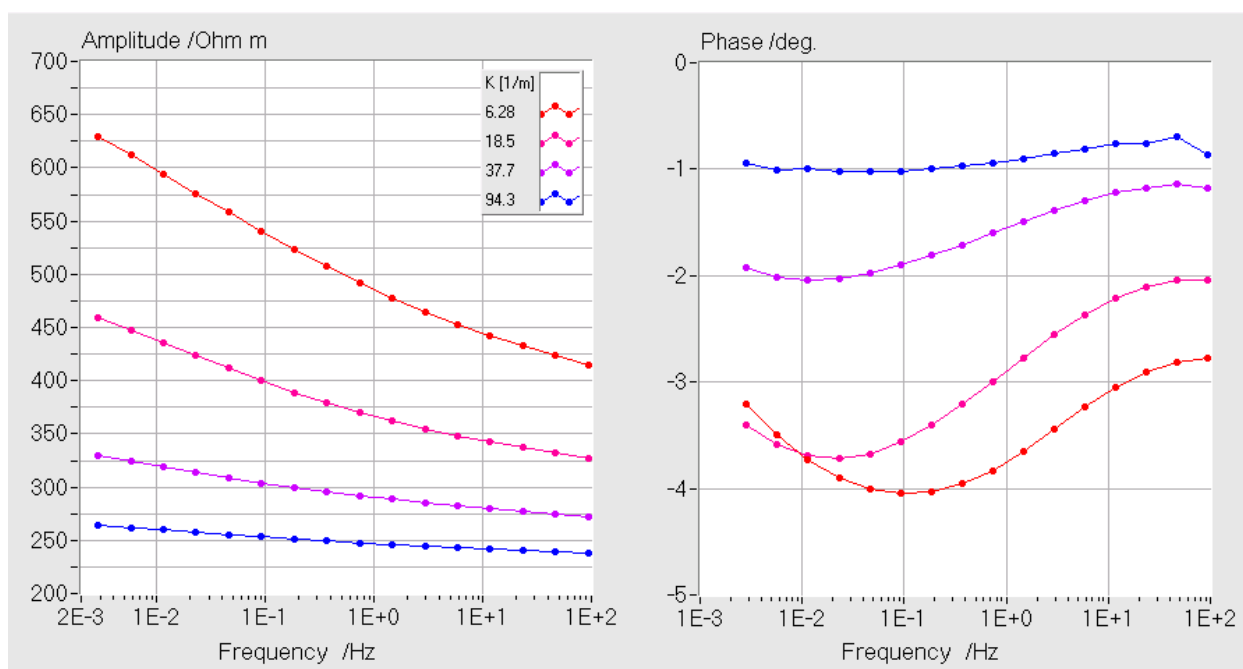


Abb. 6.3.1.5: Pandelbachtal, SIP-Fuchs, Schlumberger Konfiguration, Profil: 67 (Nach Weller).

Ergebnisse der zweidimensionalen Modellierung

Die Messdaten jedes Profils wurden in ein neues Format überführt, um es mit dem Inversionsprogramm *RES2DINV* lesen und modellieren zu können. Bis auf den vertikalen Dumpingfaktor wurden die Standard-Einstellungen des Programms verwendet.

Abbildung 6.3.1.6 gibt das 2D-Inversionsergebnis für den Betrag des spezifischen Widerstandes und Abbildung 6.3.1.7 das für die Phase wieder. In beiden Fällen zeigt sich, dass die Schlacken oberflächennah liegen und nur geringmächtig sind.

Im Widerstand erscheinen sie als unterbrochene hochohmige Decken (bis $500 \Omega m$) ohne scharfe Abgrenzung nach unten ($120 \Omega m$). Offensichtlich ist die Durchlässigkeit so gering, dass sie die tiefer gelegenen Schichten vor einer Durchfeuchtung mit Regenwasser schützt. Denkbar wäre auch, dass der Anteil an Schlacken nach unten abnimmt, oder dass auch der ungestörte Untergrund inhomogen ist. Der Anpassungsfehler des 2D-Modells ist mit 2.6% vergleichsweise gering, zumal es sich hier um eine ausgeprägte dreidimensionale Leitfähigkeitsverteilung handelt.

Die räumliche Ausdehnung der Phasen-Anomalien ist deutlich kleiner als die des Widerstandes und sowohl nach unten, als auch lateral sehr gut konturiert. Hieraus kann geschlossen werden, dass nur ein Teil der Widerstands-anomalie metallische Bestandteile ausweist. Der RMS-Anpassungsfehler beträgt 0.4° . Demnach kann der ungestörte Untergrund mit Phasen von -0.2 bis -0.4° bereits in etwa 1 Meter Tiefe eindeutig angesprochen werden.

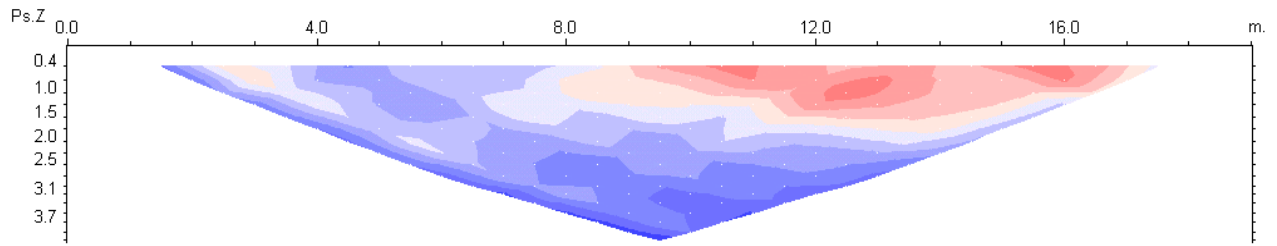
Ergebnisse der 3D-Inversion

Alle 11 Profile konnten mit gutem Anpassungsfehler invertiert werden. Im Folgenden soll daher das Ergebnis der 3D-Inversion dargestellt werden. Dem Autor stand hierfür jedoch nicht die Vollversion von *Res3dinv*, sondern nur eine frei verfügbare „Demo-Version“ 6.3 (www.abem.se) zur Verfügung. Die Beschränkungen der „Demo-Version“ betreffen vor allem die Zahl der Iterationen beim Inversionsprozess. Die angekündigte Beschränkung hinsichtlich der Anzahl an Messwerten (max. 200) erwies sich nur insofern als problematisch, als die 1630 Widerstands- und 1630 Phasenwerte nicht skaliert, bzw. die Inversionsparameter nicht verändert werden konnten.

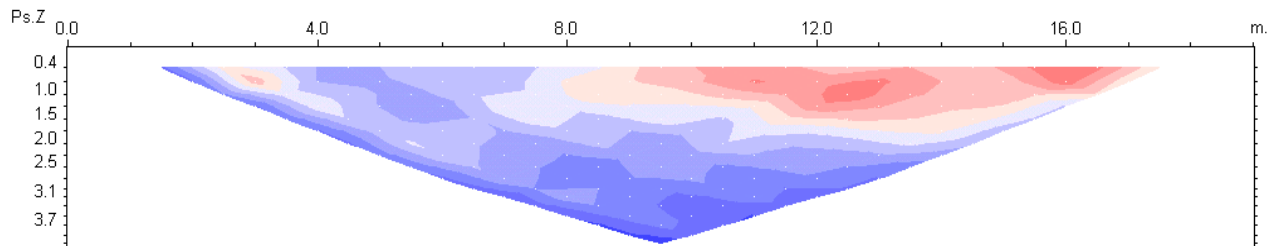
Die Rechenzeit mit der Standardeinstellung betrug auf einem Pentium III ($650 MHz$) etwa 30 Minuten. Die Abbildungen 6.3.1.8 und 6.3.1.9 geben das 3D-Modell getrennt nach Betrag und Phase für $0.97 Hz$ wieder. Das Inversionsergebnis ist als Draufsicht wiedergegeben. Die Mächtigkeit jedes Horizonts ist an den Grafiken spezifiziert.

Das Ergebnis der 3D-Inversion weicht nicht wesentlich vom dem der 2D-Inversion ab. Insbesondere werden alle Strukturelemente lagegleich wiedergegeben. Auch die gefundenen Widerstandswerte und Phasen weichen um weniger als 10% bzw. 1° voneinander ab.

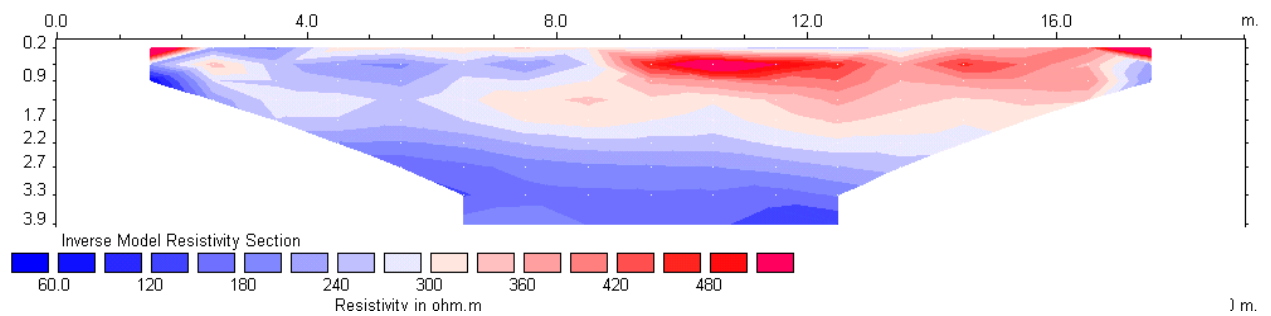
Der RMS-Fehler des Widerstandsbetrags beträgt 6.9% . Man kann davon ausgehen, dass sich dieser bei weiteren Inversionsschritten weiter verringert hätte. Der Fehler der Phase konnte mit der verwendeten Programmversion nicht bestimmt werden.



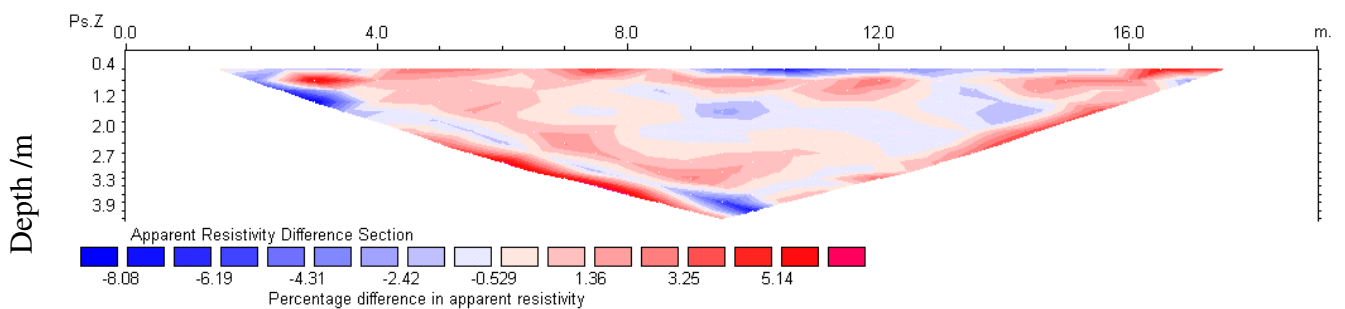
a) IRhosl gemessen



b) IRhosl modelliert

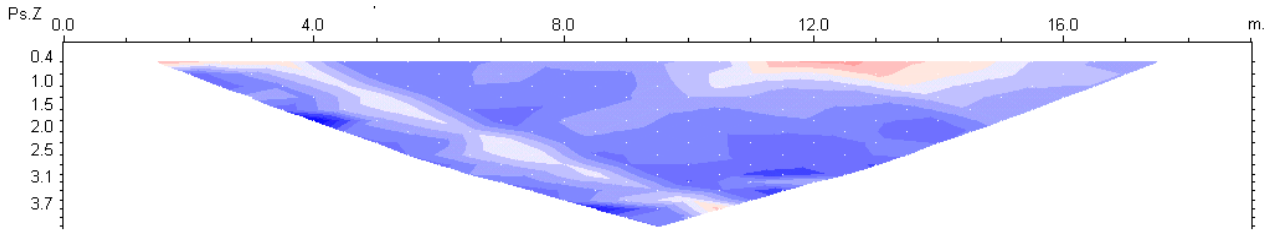


c) IRhol 2D-Modell

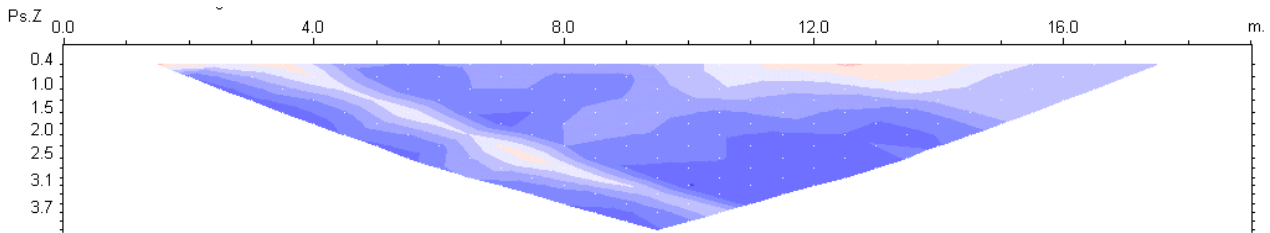


d) IRhosl Residuum (RMS-Fehler = 2.6 %)

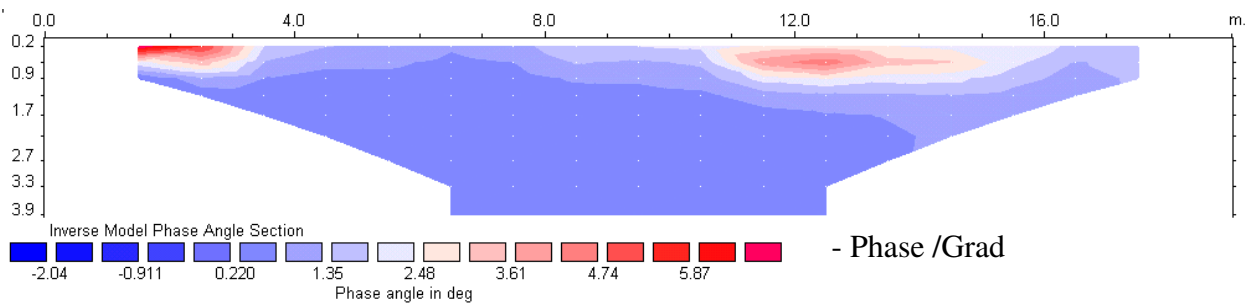
Abb. 6.3.1.6: Lokation Pandelbachtal (Harz). Darstellung der Messwerte und der Inversionsergebnisse auf dem Profil 67 m. Messfrequenz: 0.97 Hz , Messanordnung: Dipol-Dipol Konfiguration mit $a=1 \text{ m}$. Die Inversionsparameter entsprechen der Standardeinstellung des Programms.



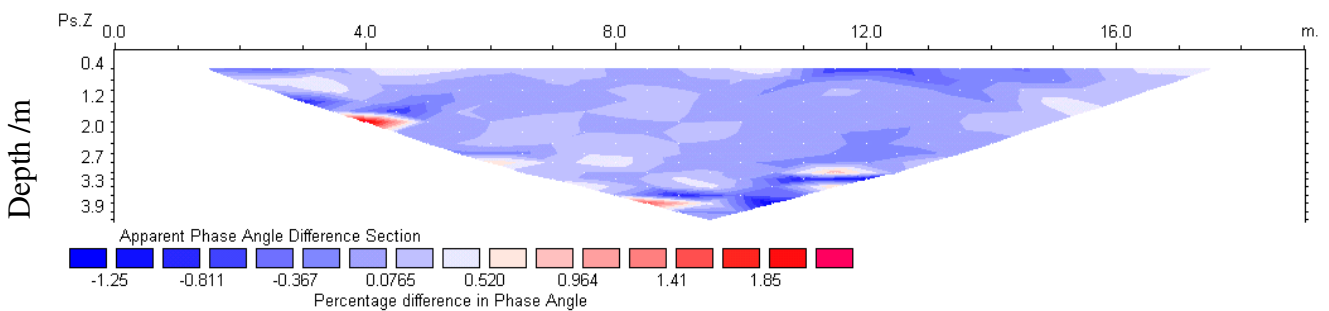
a) Gemessene scheinbare Phase



b) Modellierte scheinbare Phase



c) 2D-Model (Phase)



d) Phasen Residuum (RMS Fehler = 0.4°)

Abb. 6.3.1.7: Lokation Pandelbachtal (Harz). Darstellung der Messwerte und der Inversionsergebnisse auf dem Profil 67 m. Messfrequenz: 0.97 Hz , Messanordnung: Dipol-Dipol Konfiguration mit $a=1\text{ m}$. Res2dinv-Inversionsparameter:

Vert. IP-Dumping Faktor= 0.01 , sonst die Standardeinstellungen.

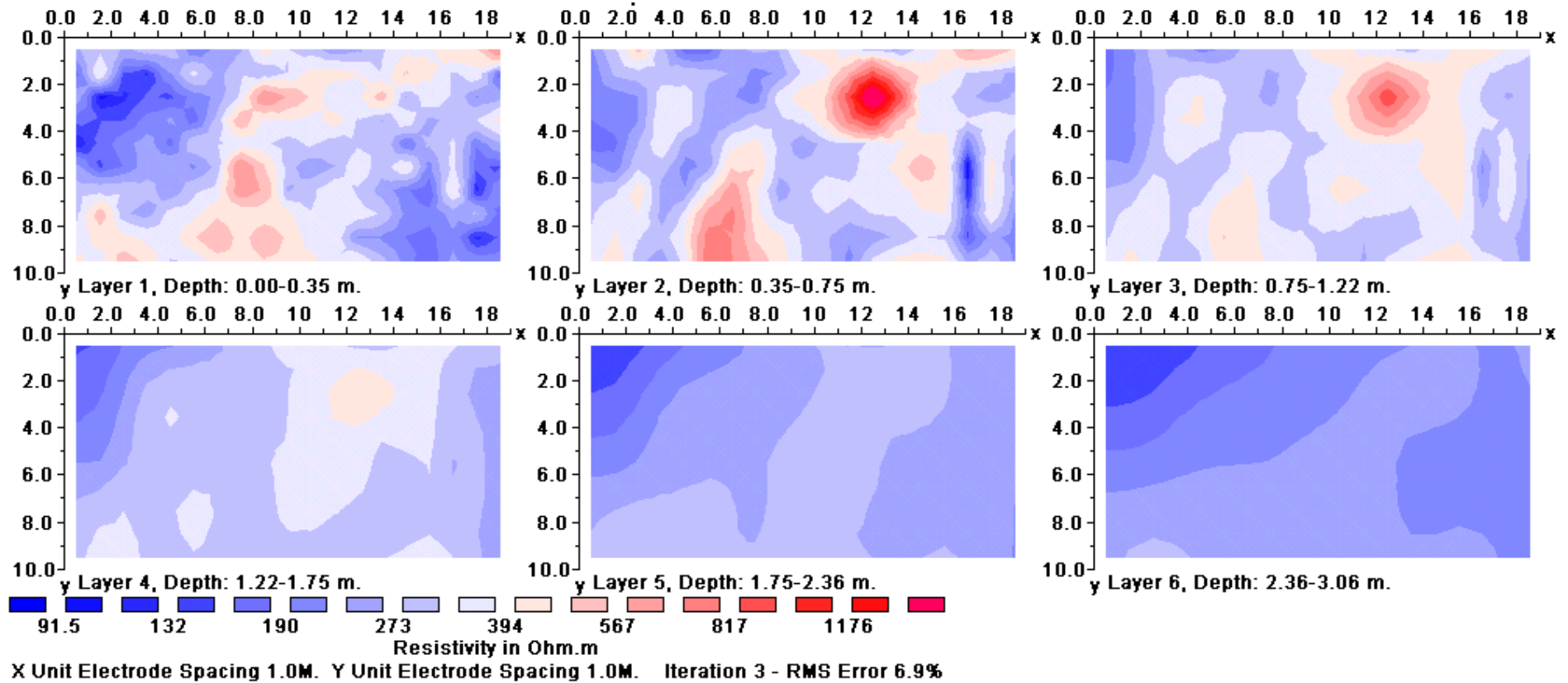
Betrag des spezifischen Widerstandes / Ωm 

Abb. 6.3.1.8: Lokation Pandelbachtal (Harz). Darstellung des Ergebnisses der 3D-Inversion mit dem Programm *RES3DINV*. Messfrequenz: 0.97 Hz, Messanordnung: Dipol-Dipol ($a=1\text{ m}$).

- Phase des spezifischen Widerstandes /Grad

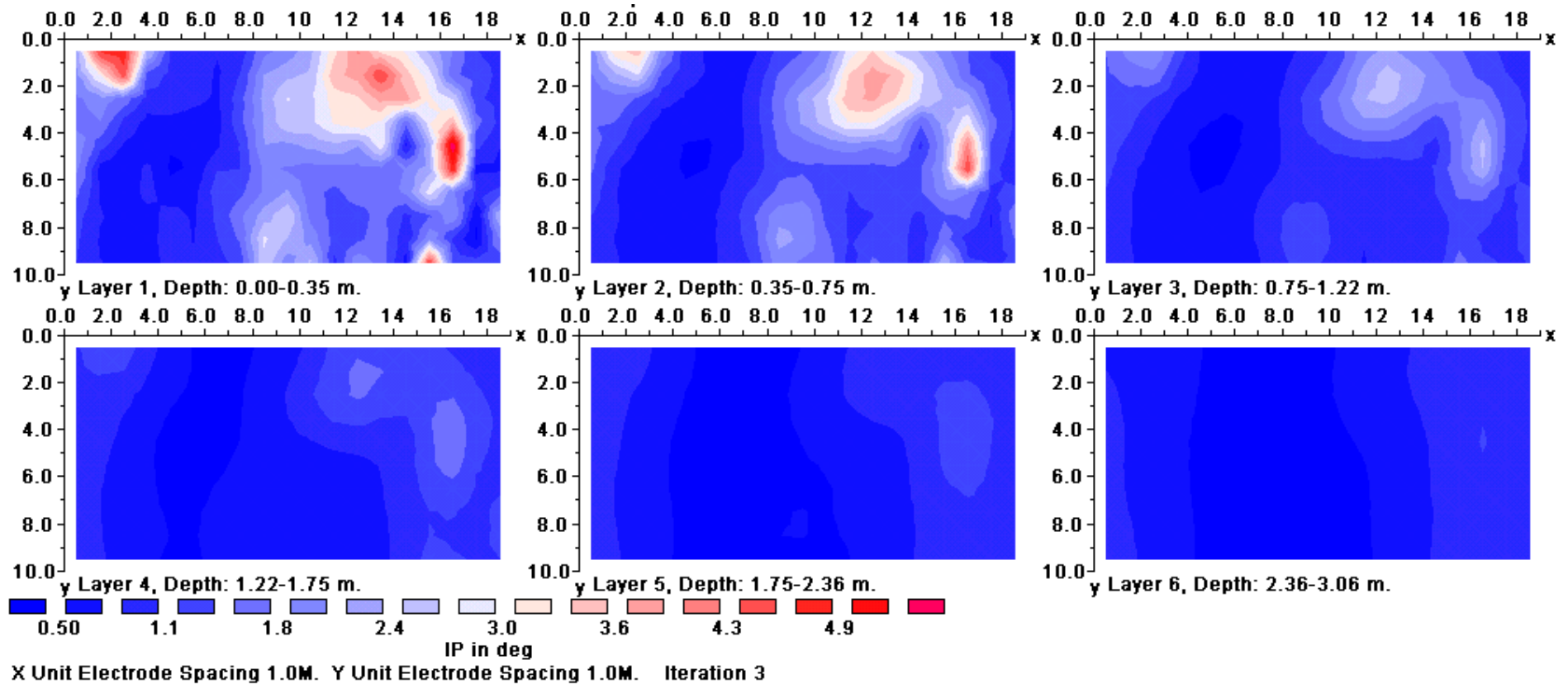


Abb. 6.3.1.9: Lokation Pandelbachtal (Harz). Darstellung des Ergebnisses der 3D-Inversion mit dem Programm res3dinv. Messfrequenz: 0.97 Hz, Messanordnung: Dipol-Dipol ($a=1$ m).

6.3.2 2D-Multifrequenz Inversion (Berlin-Lübars)

Die Lokation Lübars (Abb. 6.3.2.1) befindet sich im Norden Berlins, am Rande eines aus Endmoränenschutt geformten Tales. Obwohl der oberflächennahe Untergrund vorwiegend aus nacheiszeitlich abgelagerten, sehr wasserdurchlässigen Flugsanden besteht, treten verbreitet geringmächtige Tonhorizonte auf. Nur an wenigen Stellen (Ziegeleisee) erreicht der Ton abbauwürdige Mächtigkeiten und Qualitäten. Der Teststandort befindet sich inmitten einer Siedlung dicht stehender Doppelhäuser. Die zugehörigen Grundstücke wurden ab 1916 an verdiente Versehrte des ersten Weltkrieges vergeben, um deren weitgehende Selbstversorgung sicherzustellen. Sie maßen ursprünglich jeweils $110\text{ m} \times 13\text{ m}$.

Im gesamten Gebiet der Siedlung existieren derzeit zwei wesentlich Problemkomplexe:

- Fernab einer geregelten Müllentsorgung vergruben viele der ursprünglichen Bewohner der direkt an der Straße gelegenen Häuser ihre Hausabfälle im hinteren Bereich der Grundstücke in geringer Tiefe (<1 Meter). Biologisch nicht abbaubarer Müll fand sich dann bei der Bebauung des hinteren Grundstücksteils um 1990 an mehreren Stellen. Gefunden wurden: 23 verzinkte Wassereimer, 1 Spiralfeder-Bettgestelle, $\sim 0.5\text{ m}^3$ leerer Wein- und Medikamentenflaschen, $\sim 0.2\text{ m}^3$ Baumaterialien (Lack, Asbestplatten, Kalk) und Autobatterien. Vermutlich lagern noch weitere Abfälle im Untergrund.
- Die im Untergrund befindlichen Wasserstauer begünstigen das Auftreten von Schichtwässern. Nach starken Regenfällen wurden wiederholt Keller überflutet. Die Kenntnis der hydraulischen Verhältnisse würde eine effektive Drainierung erleichtern.

Eine spektrale Tiefensektionsmessung soll daher exemplarisch klären,

1. ob unter der Wiese weitere Abfälle liegen. Anomalien wären dann sowohl durch die Flaschen anhand hoher spezifischer Widerstände, als auch durch Metallanteile anhand hoher IP-Effekte und Cole-Cole Frequenzcharakteristiken zu erkennen,
2. ob quantitativ modellierbare und interpretierbare Messdaten auch in Gegenwart von Störspannungen, wie sie innerhalb einer dichten Besiedlung auftreten, gewonnen werden können,
3. ob die Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit zusätzliche Informationen über die Lithologie und Permeabilität liefert.

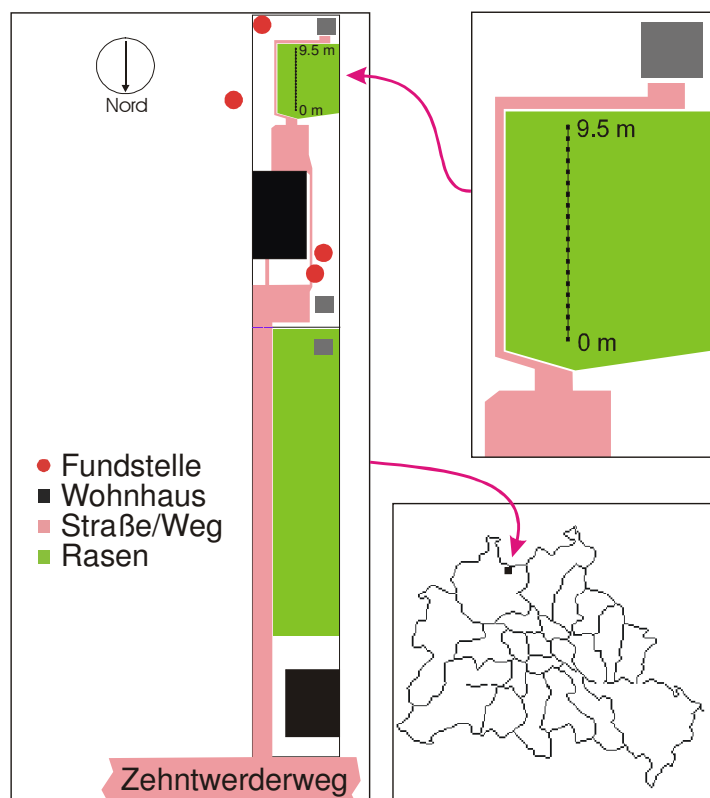


Abb. 6.3.2.1: Lokation Lübars (Berlin, Reinickendorf). Lage des Dipol-Dipol Profils ($a=50\text{ cm}$) mit Position des Elektroden. Abfallfundstellen sind rot markiert.

Da während der Bauphase des hinteren Hauses der Mutterboden im nördlichen und mittleren Teil des Profils entfernt wurde, musste zur Anlage eines Rasens Kompost aufgebracht werden. Im vorderen Teil des Profils wurden hiervon etwa 30 cm, im hinteren Teil etwas 15 cm aufgetragen. Die darunter liegenden Schichten sind natürlichen Ursprungs. In der Baugrube des hinteren Hauses wurden nacheiszeitlich gebildete Sanddünen angeschnitten. Der Grundwasserflurabstand beträgt deutlich über vier Meter. Südlich des Profils ist der Mutterboden erhalten geblieben und weist eine Mächtigkeit von mindestens 80 cm auf. Allerdings treten nach starken Regenfällen zusätzlich Schichtenwässer auf. Am Ende des Profils findet man einen bis zu 50 cm mächtigen Mutterboden vor.

Anlage des Messprofils und erste Ergebnisse

Für die Messung wurden 20 Elektrodenspieße im Abstand von 50 cm gesetzt und eine Dipol-Dipol Konfiguration gewählt.

Abbildung 6.3.2.2 zeigt die Beträge und Phasen der gemessenen scheinbaren spezifischen Widerstände, sowie deren Vertrauensbereiche, bei der Messfrequenz von 0.97 Hz. Die Scheinwiderstände liegen zwischen 200 und 800 Ωm . In Anbetracht dieser relativ geringen Leitfähigkeiten und Geometriefaktoren können EM-Effekte als vernachlässigbar klein angesehen werden.

Der hohe Anteil an organischer Substanz im Kompost erklärt die relative niedrigen scheinbaren Widerstände der kleinen Auslagen. Die scheinbaren IP-Phasen zeigen hingegen ein hiervon deutlich abweichendes Bild. Werden oberflächennah die höchsten Polarisierungseffekte der Sektion gemessen (-1.1°), so nehmen diese mit der Tiefe rasch auf -0.2° ab. Nur im hinteren Profilabschnitt treten höhere Polarisationserscheinungen auch bei mittleren Dipolweiten auf. Der größte Messfehler ($\pm 0.5\%$ bzw. $\pm 0.2^\circ$) tritt erwartungsgemäß bei der größten Dipolweite ($n=17$) auf.

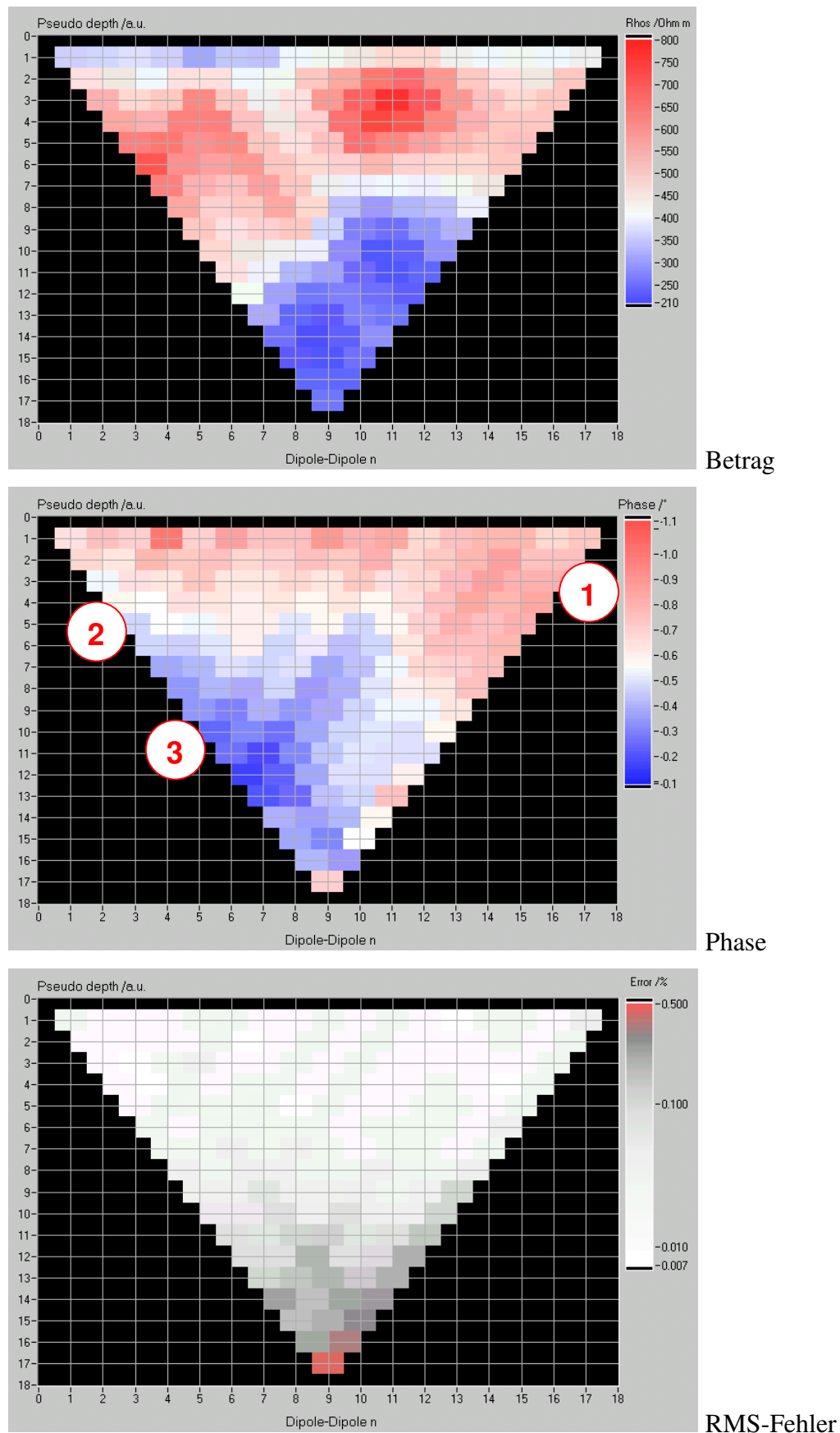


Abb. 6.3.2.2: Ergebnis der Dipol-Dipol SIP-Messung am Teststandort Lübars (Berlin, Reinickendorf). Messfrequenz: 0.97 Hz , Elektrodenabstände: 0.5 m . Die weiß hinterlegten Zahlen in der Phasensektionsdarstellung stehen im Zusammenhang mit Abbildung 6.3.2.4.

2D-Einzelfrequenzinversion

Zur 2D-Inversion der Tiefensektionsdaten wurde, wie im vorhergehenden Kapitel, das Programm *RES2DINV* verwendet.

Das Inversionsergebnis (Abb. 6.3.2.3) zeigt eine gut leitende Deckschicht ($200 \Omega m$), deren Mächtigkeit am Profilanfang etwa $30-40 \text{ cm}$ beträgt und die zum Profilende auf $15-30 \text{ cm}$ ausdünn. Dieses Ergebnis stimmt gut mit den bekannten Mächtigkeiten des aufgetragenen Komposts überein. Darunter befindet sich ein etwa einen Meter mächtiger hochohmiger Bereich ($1400 \Omega m$), der den bei der Bebauung des Grundstückes beobachteten Dünenstränden zugeordnet werden kann. Der schlechte Leiter scheint allerdings in der Profilmitte (bei 4.5 m) ausgedünnt oder unterbrochen zu sein. Darunter nehmen die Leitfähigkeiten wieder deutlich zu.

Obwohl die scheinbaren Phasen ein sehr inhomogenes Bild aufwiesen, zeigt das 2D-Inversionsergebnis einen sehr einfach strukturierten Untergrund. Die komplexe Struktur der scheinbaren Phasen ist eine Folge der relativ großen Widerstandskontraste. Wie der Vergleich von gemessenen und modellierten scheinbaren Phasen jedoch zeigt, ist das gefundene Modell im Stande, trotzdem alle wichtigen Details zu erklären. Dementsprechend ist der Anpassungsfehler der Phase außerordentlich klein ($\pm 0.05^\circ$). Der des Widerstandes beträgt 3% (1.91%). Die hochohmigen Bereiche weisen keine anomalen Phasen auf. Am Profilende treten jedoch auch in mittleren Tiefen größere IP-Phasen auf, was als Hinweis auf einen lateralen Wechsel der Lithologie in dieser Tiefe zu werten ist.

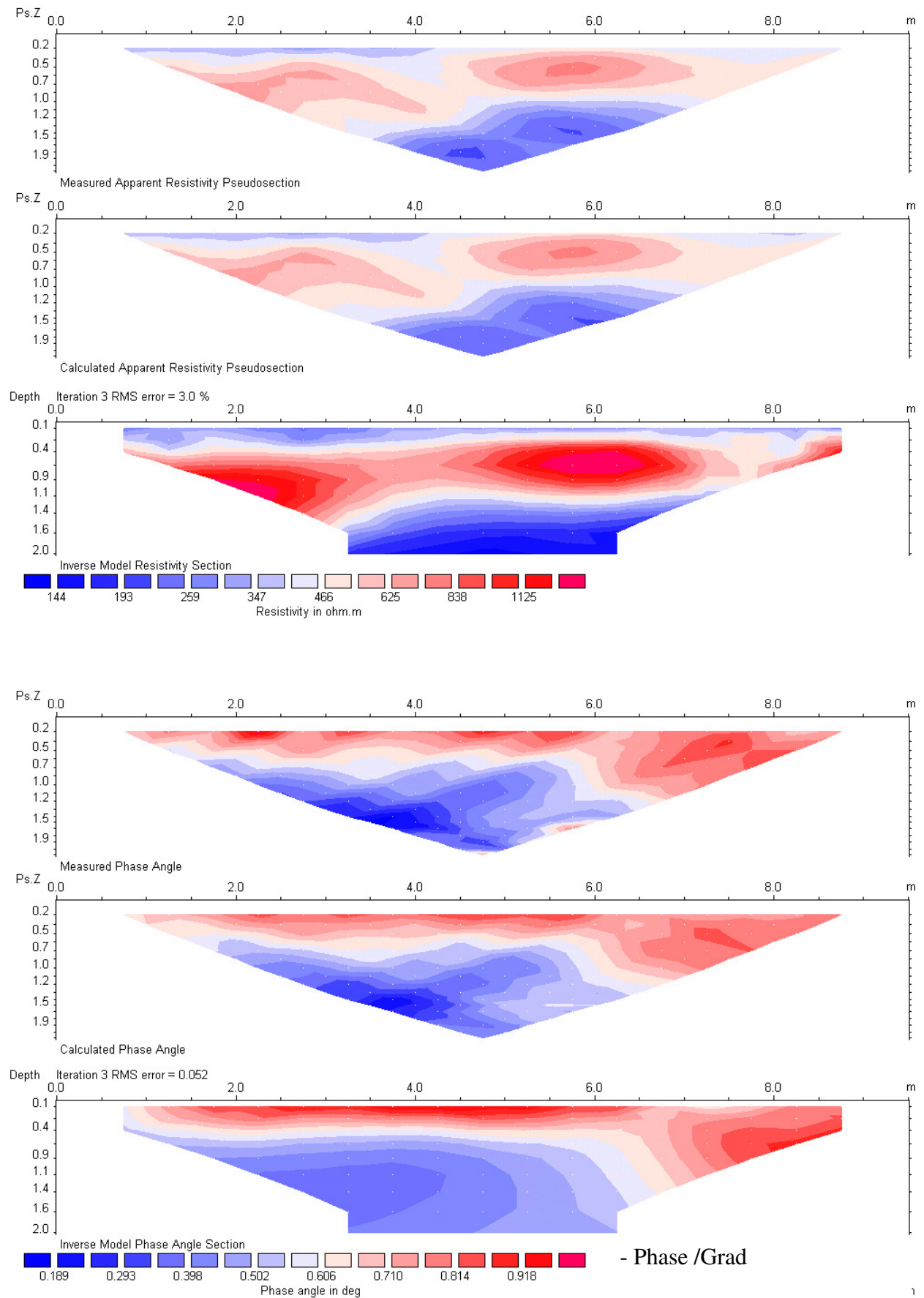


Abb. 6.3.2.3: Ergebnis der 2D-Einzelfrequenzinversion in Lübars, Frequenz: 0.97 Hz . Beträge (obere 3 Grafiken) und IP-Phasen (darunter) des (scheinbaren) spezifischen Widerstandes.

Gemessene scheinbare Widerstandsspektren

Von den spektralen Charakteristiken der Widerstände können weitergehende Informationen über den Untergrund erwartet werden. Drei von 120 gemessenen Scheinspektren geben einen ersten Eindruck von der in Lübars gefundene Vielfalt (Abb. 6.3.2.4).

Betrachtet man zunächst die Frequenzabhängigkeit des Widerstands Betrags, dann fällt auf, dass diese von 9 % je $5^{1/2}$ Frequenzdekaden (1), über 5 % (2) auf 2.5 % (3), stark mit der Tiefe abnimmt. Darüber hinaus beobachtet man bei kleinen Dipolabständen eine Zunahme der Steigung mit der Frequenz, während man bei der größten dargestellten Auslagenweite eine leichte Abnahme beobachten kann.

Beides lässt sich auch bei niedrigen und mittleren Frequenzen anhand der Phasenspektren verifizieren. Insbesondere ist die Phase bei der größten Auslagenweite (3) nahezu konstant. Oberhalb von 50 Hz tritt jedoch bei den meisten Phasenspektren ein plötzlicher starker Abfall mit der Frequenz auf. Begleitende Versuche zeigten, dass dieser Effekt von einer unerwünschten Wechselwirkung der Messkabeln untereinander herrührt und nicht die Impedanz des Erdbodens widerspiegelt. Dieser systematische Fehler wächst jedoch etwa proportional mit der Frequenz an und lässt sich gut von den IP-Effekten des Erdbodens abgrenzen.

Berücksichtigt man dies, dann zeichnet sich im Frequenzverlauf der Phasen von Messung (1) an, dass die unverfälschten IP-Phasen etwa bei 100 Hz ein Maximum aufweist und bei höheren Frequenzen womöglich wieder abnimmt. Dieses Phasenspektrum erinnert entfernt an das eines Elektronenleiters (Cole-Cole Charakteristik). Ursachen hierfür

- könnten Elektronenleiter in der Deckschicht sein (metallischer Müll?).
- könnten unerwünschte Einflüsse seitens der verwendeten metallischen Elektroden sein. Messung mit dünneren Metallspießen brachten jedoch keine signifikante Verminderung dieses Effekts.
- könnte der Erdboden selbst sein. SIP-Messungen an Holz (Thierry et al., 2001) zeigen ebenfalls ein typisches Cole-Cole Verhalten, obwohl eine Membranpolarisation vorliegt. Vielleicht verursacht der Kompost mit seiner teilweise noch erhaltenen Zellstruktur des organischen Anteils diesen Effekt.

Eine abschließende Klärung kann von den invertierten Spektren und von Labormessungen erwartet werden.

Methode zur 2D-Inversion unter Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit

Im Folgenden soll der Versuch unternommen werden, bei der 2D-Inversion auch die Frequenzabhängigkeit zu berücksichtigen. Die 2D-Multifrequenzinversion erfolgt in zwei Schritten:

1. 2D-Inversion jeder einzelnen gemessenen Frequenz
2. Sortierung der Inversionsergebnisse zu wahren Widerstandsspektren

Im ersten Auswertungsschritt erfolgt die 2D-Inversion für jede Frequenz eigenständig also ohne Berücksichtigung der anderen Frequenzen. Im zweiten Schritt werden sämtliche Ergebnisse der 14 Inversionsrechnungen, nach Betrag und Phase getrennt, den zugehörigen Blöcken zugeordnet und nach der Frequenz sortiert in Datenvektoren zusammengefasst. Die Anzahl (hier 95) und die Geometrie der Blöcke wird vom Programm *RES2DINV* bestimmt und war bei allen 2D-Einzelfrequenz-Inversionsrechnungen gleich.

Das Besondere dieser Vorgehensweise liegt darin, dass zu keinem Zeitpunkt ein a priori Gesteinsmodell (z.B. Cole-Cole oder Constant Phase) verwendet wird. Die Frage welches Modell den untersuchten Gesteinen am besten gerecht wird, kann statt vor, nun nach der 2D-Inversion, anhand der Charakteristiken der wahren Widerstandsspektren, geklärt werden. Zumindest in einigen wichtigen Fällen ist die a priori Modellwahl nämlich nicht sicher zu treffen, da die scheinbaren Widerstandsspektren im Allgemeinen keine Untermenge der Cole-Cole Spektren bilden. Oder anders ausgedrückt, die scheinbaren Spektren können im Allgemeinen nicht mit dem Gesteinmodell, das die wahren Spektren erklärt, angepasst werden. Folglich können auch scheinbare Modellparameter nicht generell abgeleitet werden. Als Beispiel hierfür sei ein Zweischichtfall angeführt mit gleichem Gleichstromwiderstand, jedoch unterschiedlichen IP Effekten (z.B. unterschiedlichen Cole-Cole Zeitkonstanten τ). Es gibt dann eine Auslagenweite, bei der sich die scheinbaren Widerstandsspektren zu gleichen Anteilen aus beiden Schichten zusammensetzen. Dieses weist dann zwei Maxima auf und kann folglich mit einem Cole-Cole Modell nicht angepasst werden. Auf diese Weise kann eine methodische Schwäche anderer Inversionskonzepte z.B. (Kretzschmar, 2001) vermieden werden. Möglicherweise wird der Vorteil der modellfreien Inversion jedoch mit einem Nachteil erkauft. Mit Hilfe des verwendeten 2D-Inversionsprogramm *RES2DINV* kann zwar eine Glättung im Ortsbereich erreicht werden, nicht jedoch im Frequenzbereich. Daher könnte es sein, dass die wahren Widerstandsspektren zu stark streuen, als dass sie quantitativ ausgewertet werden könnten.

Zur praktischen Erprobung dieser Methode wurde das Profil erneut vermessen, nun jedoch bei 14 Frequenzen zwischen 76 mHz und 468 Hz. Die Phaseninversionsergebnisse der niedrigen und mittleren Frequenzen sind in Abbildung 6.3.2.5 zusammengestellt. Die befürchtete starke Streuung tritt nicht ein, vielmehr variiert die Verteilung der Phasen sehr stetig mit der Frequenz. Die Beträge variieren nur geringfügig mit der Frequenz. Das Ergebnis bei 0.97 Hz (Abb. 6.3.2.3, oben) ist somit repräsentativ für die Ergebnisse bei den anderen Frequenzen.

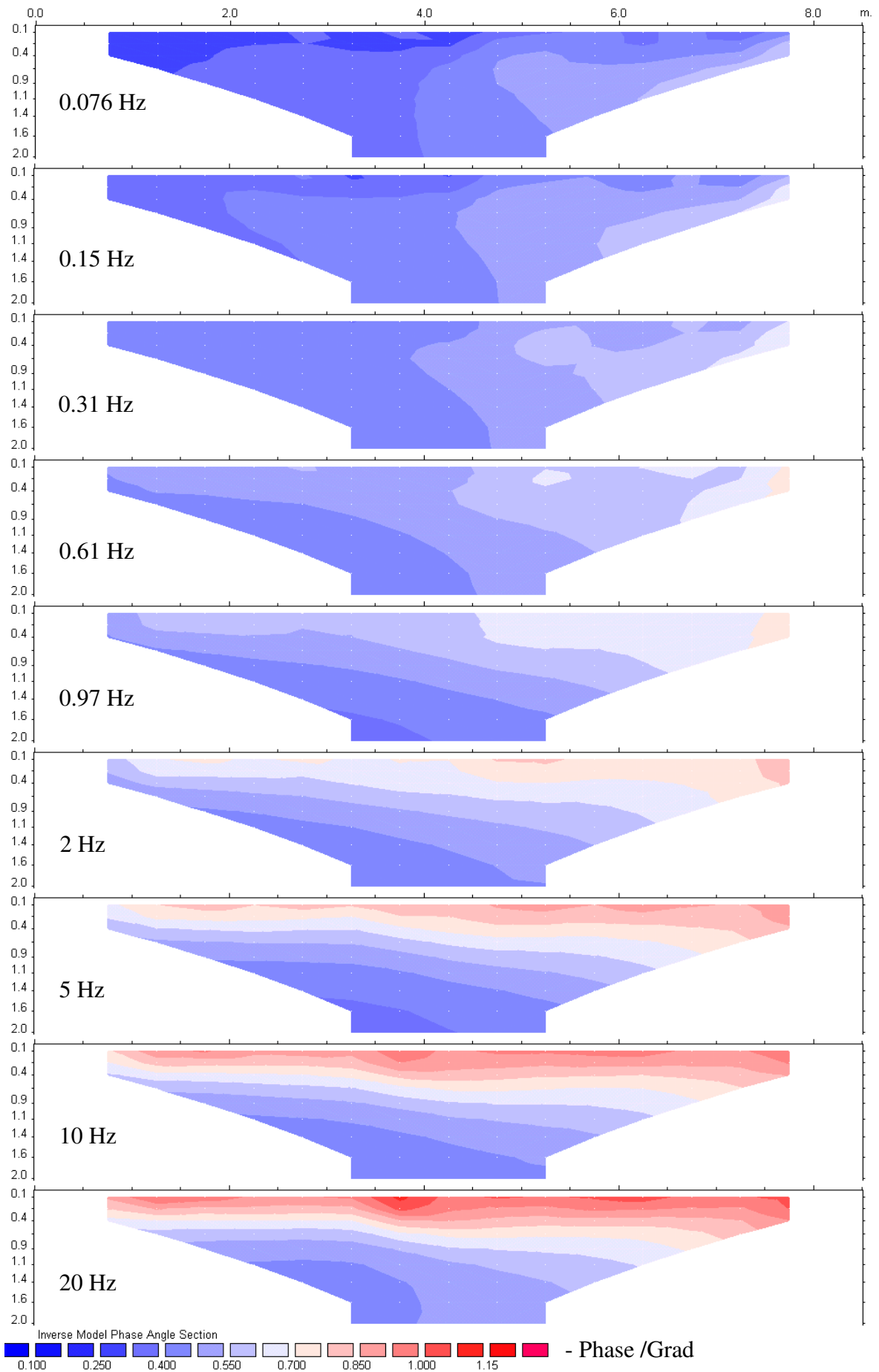


Abb.6.3.2.5: 2D-Inversionsergebnisse der Phase in Lübars (Berlin).

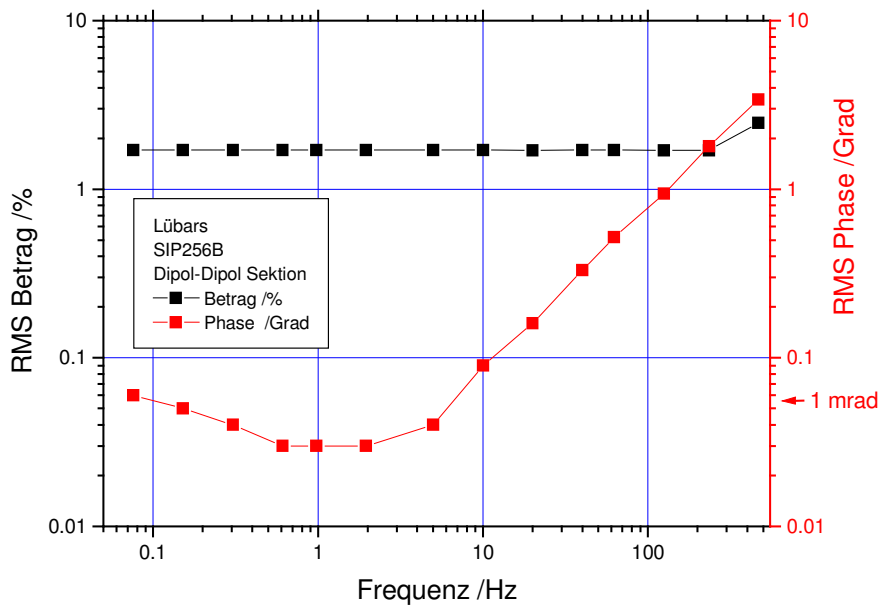


Abb. 6.3.2.6: RMS Anpassungsfehler für Betrag und Phase der Lübarser 2D-Tiefensektion in Abhängigkeit von der Frequenz.

Die Güte der 2D-Modellanpassung ist in Abbildung 6.3.2.6 getrennt nach Phase und Betrag aufgetragen. Es zeigt sich, dass beide sehr unterschiedlich mit der Frequenz variieren. So ist der Anpassungsgrad des Betrags im Gegensatz zu dem der Phase fast konstant. Zu erklären ist dies damit, dass der Anpassungsfehler des Betrags primär von systematischen Fehlern bestimmt wird. Solche können daher rühren, dass der Widerstand nicht nur in zwei, sondern in allen Richtungen variiert (3D-Fall). Auch können die ca. 15 cm tief in den Boden gesteckten Elektrodenstieße bei den geringen Abständen nicht mehr als perfekte Punktquellen aufgefasst werden. Da aber der Betrag, aufgrund des IP-Effekts, zwischen 0.1 Hz und 500 Hz nur um etwa 5-10 % abnimmt, verharrt der Anpassungsfehler bei fast allen Frequenzen bei 1.9 %. Bei den Phasen ist hingegen primär der statistische Fehler bedeutsam, da das Verhältnis zwischen der Größe des Messfehlers und der des Messwertes viel kleiner ist als beim Betrag. Während er zwischen 0.1 Hz und 10 Hz kleiner als $\pm 1\text{ mrad}$ ($\pm 0.05^\circ$) beträgt, steigt er bei höheren Frequenzen etwa frequenzproportional an. Als Ursache für den Anstieg wurde eine, bei jeder Konfiguration andere, kapazitive Kopplung der stromführenden mit den spannungsführenden Leitungen, über die Datenleitung, erkannt. Diese Schwäche wird derzeit behoben, indem anstelle der Kupferleitungen optische Fasern verwendet werden (SIP256 Version C). Die Rechenzeit für die Inversion von Betrag und Phase bei 10 Frequenzen und jeweils 120 Konfigurationen, beträgt auf einem Pentium III System (650 MHz) insgesamt 3 Minuten (5 Iterationsschritte).

Eine Sichtung der so gefundenen „wahren“ Widerstandsspektren aller 95 Blöcke erbringt folgende erste Ergebnisse:

1. Die zuvor ausgesprochene Befürchtung, dass die Spektren zu ungenau bestimmt sein könnten, erweist sich als unbegründet. Allerdings nimmt die Streuung zu hohen Frequenzen zu.
2. Zwischen 152 mHz und 20 Hz zeigen nahezu alle Phasenspektren einen linearen Frequenzverlauf, sofern diese doppeltlogarithmisch aufgetragen werden. Lediglich die Deckschicht weicht hiervon etwas ab.

Automatisierte Schätzung der Parameter des Linear Phase Angle (LPA) Modell

Zur Anpassung der meisten Spektren sollte das LPA Modell daher besser geeignet sein als das Cole-Cole Modell. Das LPA Modell

$$\varphi(f) = \varphi_{IP} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} \quad |\rho(f)| = \rho_0 e^{\frac{2\varphi_{IP}}{\pi c_{IP}} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{c_{IP}}} \quad (6.3.2.1)$$

wird im Kapitel 7.5 eingeführt und umfasst drei Parameter: ρ_0 den Gleichstromwiderstand, φ_{IP} die Phase bei 1 Hz und c_{IP} den Frequenzparameter. Die unbekannt Parameter können mittels einer Ausgleichsrechnung aus den komplexen Widerständen geschätzt werden. Da wir das LPA-Modell jedoch nur anhand der Phasencharakteristiken ausgewählt haben, sollen die Parameter φ_{IP} und c_{IP} hier ebenfalls nur aus den Phasenspektren bestimmt werden. Anschließend können die theoretischen Frequenzabhängigkeiten der Beträge berechnet werden (Gln. 6.3.2.1a)

$$\frac{|\rho(f)|}{\rho_0} = e^{\frac{2\varphi_{IP}}{\pi c_{IP}} \left(\frac{f}{f_0} \right)^{c_{IP}}} \quad (6.3.2.1a)$$

und mit denen der gemessenen verglichen und auf Konsistenz geprüft werden. Die Absolutwerte der Widerstände können aus den Phasen nicht abgeleitet werden.

Zur Parameterschätzung werden die gemessenen Phasen und die zugehörige Frequenzen logarithmiert. Das transformierte Phasenspektrum kann dann mit einem Polynom 1. Grades angepasst werden. Die Parameterbestimmung erfolgt generell automatisiert unter Verwendung eines „singular value decomposition“ (SVD) Algorithmus.

Die Güte der Anpassung kann in erster Näherung anhand des RMS-Wertes

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varphi_{md}^i - \varphi_{ms}^i)^2} \quad (6.3.2.2)$$

quantifiziert werden. Allerdings können große RMS-Werte allein schon dadurch auftreten, dass die Phasenwerte groß sind. Der normierte Anpassungsfehler $NRMS$ (Gln. 6.3.2.3) berücksichtigt dies und ist daher möglicherweise besser geeignet, die Stabilität der Anpassung und damit die der Parameter zu bewerten.

$$NRMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\varphi_{md}^i - \varphi_{ms}^i}{\varphi_{md}^i} \right)^2} \quad (6.3.2.3)$$

Auswahl repräsentativer Inversionsergebnisse

Abbildung 6.3.2.7 gibt für drei ausgewählte Orte im Untergrund die aus der 2D-Inversion bestimmten wahren Widerstandsspektren und das Ergebnis der besten Phasen Anpassung wieder. Dabei wurden nur Frequenzen zwischen 152 mHz und 20 Hz berücksichtigt. Ergebnisse:

- Die Steigung c_{IP} der Phasenfunktion nimmt stark mit der Tiefe ab.
- Die Streuung der Messwerte um die Modellphase ist klein verglichen mit deren Frequenzabhängigkeit. Die LPAM-Parameter können daher als sehr gut aufgelöst bezeichnet werden.
- Die Modellfunktion für das Betragsspektrum wurde mit den aus der Phase bestimmten Parametern berechnet. Es zeigt sich, dass diese geringfügig, aber auffällig um bis zu 20% von den gemessenen Widerständen, sowohl nach oben als auch nach unten, abweichen. Ob diese Abweichung signifikant ist, ist derzeit noch ungeklärt.
- Die bei 1 Hz gemessenen Phasenwerte der drei Spektren stimmen fast exakt überein. Wenngleich dies ein Zufall ist, so zeigt dies doch deutlich, dass Messungen bei nur einer einzigen Frequenz bei weitem nicht so aussagekräftig sind wie multifrequente Messungen.

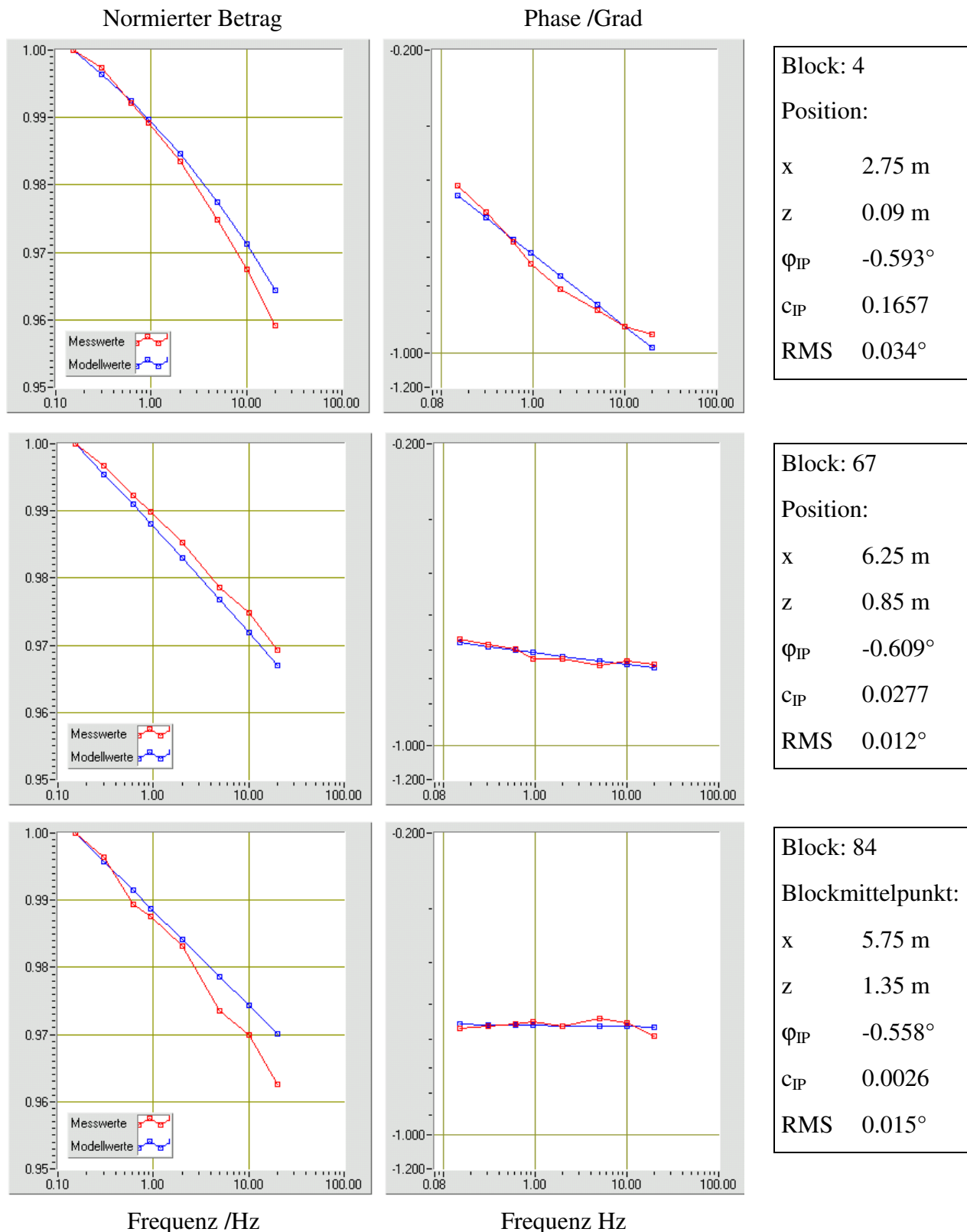


Abb. 6.3.2.7: Drei ausgewählte wahre Widerstandsspektren mit zugehöriger bester Anpassung mit dem Linear Phase Modell. Zur Berechnung des Modellspektrums des normierten Widerstands Betrags wurden die aus der Phasen Anpassung abgeleiteten Parameter verwendet. Die Absolutwerte der Beträge können aus den Phasen nicht abgeleitet werden. Die dargestellten Spektren repräsentieren den Untergrund an den Orten, an denen Bodenproben gezogen und vermessen werden konnten.

Ergebnis der Schätzung der LPAM-Parameter für die gesamte Lübarser Tiefensektion

Die Ergebnisse sämtlicher LPAM-Parameterschätzungen sind in Abbildung 6.3.2.8 farbkodiert aufgetragen. Der Parameter φ_P nimmt entlang des gesamten Profils signifikant, wenngleich nur mäßig (um 30 %), mit der Tiefe ab. Im hinteren Teil des Profils treten die größten Werte auf. Insgesamt ergibt sich so eine ausgeprägte 2D-Verteilung dieses Parameters. In der Deckschicht streut der Parameter auffällig stark.

Eine völlig andere Verteilung zeigt der Parameter c_{IP} . Er nimmt von einem relativ hohen Wert oberflächenah +0.23 mit zunehmender Tiefe auf praktisch Null ab. Anders als bei φ_P treten keine signifikanten lateralen Unterschiede auf.

Der RMS-Anpassungsfehler ist für die gesamte Tiefensektion hinreichend klein, um die LPAM-Parameter als gut aufgelöst bezeichnen zu können. Oberflächennah treten vereinzelt etwas erhöhte Fehler auf. Ein Erklärungsversuch für die erhöhte Streuung von c_{IP} und RMS an der Erdoberfläche wird im nächsten Kapitel unternommen.

Es gibt keine Hinweise auf das Vorhandensein von Müll entlang des Profils.

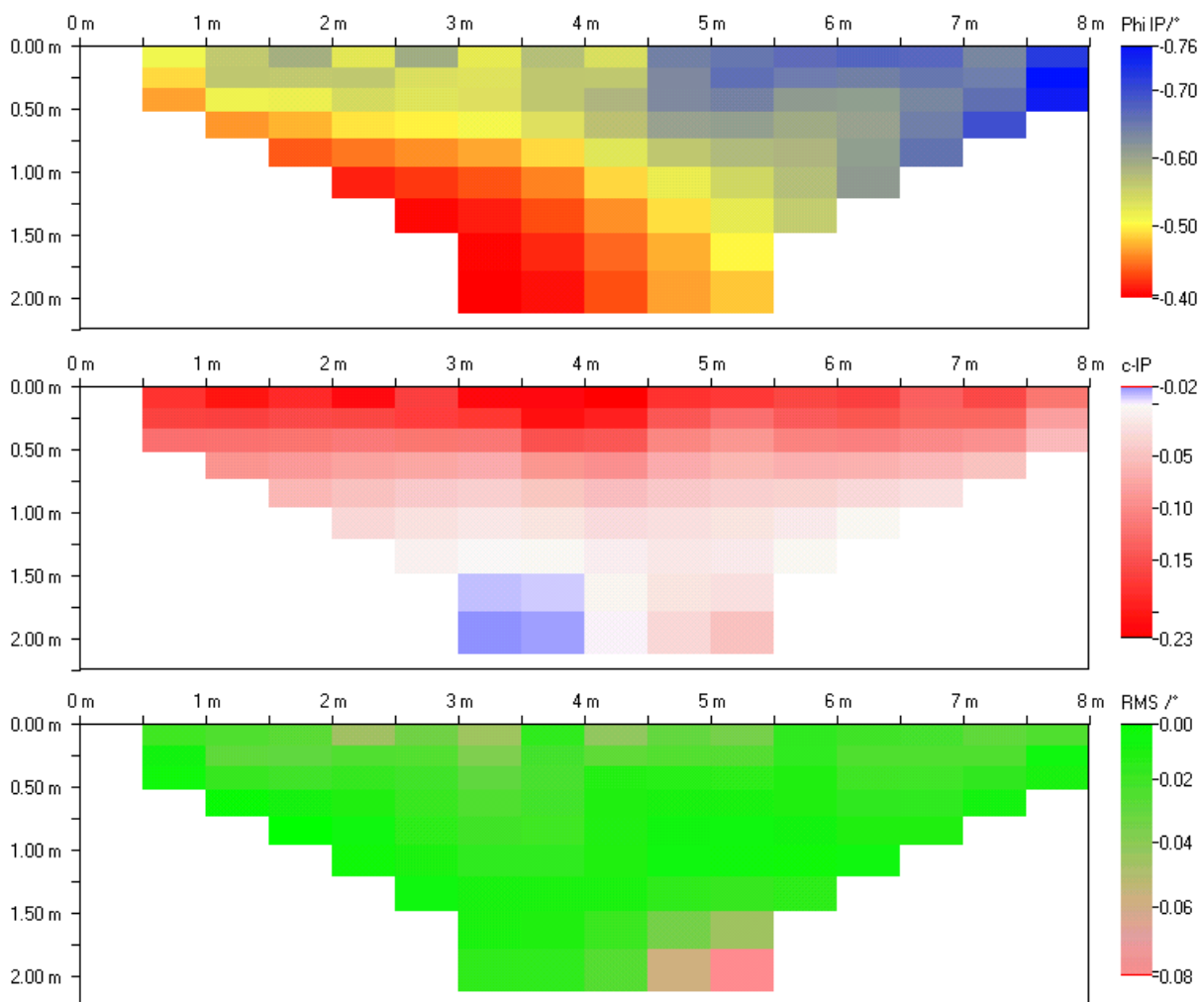


Abb.6.3.2.8: Für den Teststandort Lübars ermittelte 2D-Verteilung der Parameter und Fehler des Linear Phase Modell.

Verifizierung der Inversionsergebnisse durch Vergleich mit Bodenproben

Der Untergrund wurde an zwei Stellen des Profils ($x=3\text{ m}$, $x=6\text{ m}$) beprobt. Das am Punkt $x=3\text{ m}$ beobachtete Tiefenprofil ist in Abbildung 6.3.2.9 wiedergegeben. Unmittelbar unter der Grasnarbe findet man den nachträglich aufgebrachtten Kompost. Darunter befinden sich zwei Sandhorizonte, die sich primär farblich unterscheiden. Diese Horizonte werden nur am Profilpunkt $x=3\text{ m}$ von einer nur 2 cm mächtigen Tonschicht getrennt. An beiden Orten wurden Proben genommen und bis zur Vermessung im Labor in Plastikbehältern aufbewahrt, um deren natürlichen Feuchtigkeitsgehalt zu konservieren.

Da das Probenmaterial keinen inneren Zusammenhalt aufwies, wurde es im Probenhalter manuell verdichtet, um die In-situ Bedingungen anzunähern. Die Messungen wurden mit der SIP-Fuchs, unter Verwendung eines Probenhalters vom Typ 4 (Kapitel 7.2), durchgeführt. Nachfolgend werden drei der Proben näher betrachtet (Tab. 6.3.2.1):

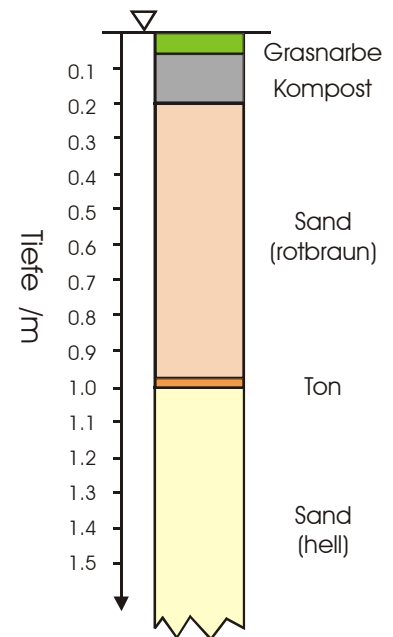


Abb. 6.3.2.9: Tiefenprofil am Punkt $x=3\text{ m}$ (Lübars).

Probe:	Profilpunkt:	Tiefe:	Visuelle Ansprache:
1	3 m	5 cm	Kompost (rein organischer Herkunft)
2	6 m	80 cm	Sand mit geringen Tonanteilen, rotbraun
3	6 m	140 cm	Grobsand, gut sortiert, hell

Tab. 6.3.2.1: Herkunftsort und visuelle Ansprache der Bodenproben vom Teststandort Lübars

Abbildung 6.3.2.10 gibt die Ergebnisse der Labormessung wieder. Die höchsten spezifischen Widerstände weisen das organische Material (Probe 1) und das leicht tonhaltige Material (Probe 2) auf. Der helle Grobsand (Probe 3) erweist sich hingegen als guter Leiter. Damit stimmen die Widerstandsbeträge quantitativ gut mit denen der Oberflächenmessungen überein (Abb. 6.3.2.7).

Alle bei $0,5\text{ Hz}$ im Feld und im Labor gemessenen Phasenwerte unterscheiden sich nur geringfügig ($-0,6^\circ \pm 0,05^\circ$) voneinander. Betrachtet man die Frequenzcharakteristiken der Phasen zwischen $0,1\text{ Hz}$ und 10 Hz , so kann man feststellen, dass

1. die Labordaten meist gut mit den Felddaten übereinstimmen. Insbesondere kann die gleiche stetige Abnahme der Steigung mit der Tiefe beobachtet werden.
2. der Kompost nur näherungsweise dem LPA Modell genügt. Allerdings ist das LPA Modell, in dem betrachteten engen Frequenzbereich, immer noch besser geeignet als das Cole-Cole.
3. die aus $1,40\text{ m}$ Tiefe gezogene Probe bei den niedrigsten gemessenen Frequenzen signifikant geringere Phasenwerte aufweist als die Feldmessung. Die Abweichung beträgt jedoch nur maximal $0,1^\circ$.

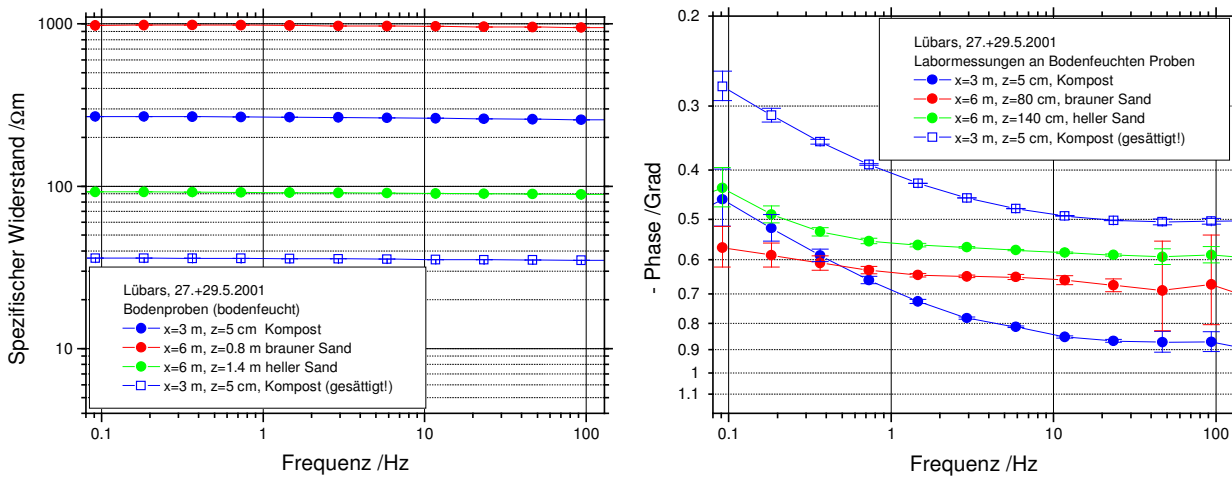


Abb. 6.3.2.10: Ergebnis der SIP-Messungen an Bodenproben. Die Orte der Probennahme stimmen auf einige Dezimeter genau überein mit dem Herkunftsort der in Abbildung 6.3.2.7 dargestellten Spektren.

Zusammenfassen kann festgestellt werden, dass sich die Laborphasenspektren zwar signifikant von den Feldspektren unterscheiden, die Unterschiede sind jedoch immer noch klein gegen die Frequenz- und Tiefenabhängigkeit der Phase. Die beobachteten Unterschiede sind zumindest teilweise eine Folge der Probennahmetechnik, bei der der inneren Zusammenhalt der Proben zerstört wurde.

Einfluss des Wassergehaltes der Proben auf deren Widerstand und Frequenzcharakteristik

Zwischen der Oberflächenmessung und der Probennahme lag ein Zeitraum von 3 Wochen. In dieser Zeit könnte sich die Bodenfeuchte geändert haben. Da die Feld- und Labormessung eine gute Übereinstimmung zeigen, bleibt ungeklärt, ob dies so ist, weil sich die Durchfeuchtung nicht geändert hat oder weil keine bedeutsame Sättigungsabhängigkeit des IP-Effektes besteht. Die Wiederholung der spektralen Labormessung bei vollständiger Sättigung (mit Leitungswasser) kann hier Klarheit schaffen.

Das Messergebnis bei Vollsättigung des Komposts ist in Abbildung 6.3.2.10 enthalten. Der Widerstand des Kompostes verringert sich um den Faktor 6 von 280 Ωm auf 38 Ωm. Auch die Phase bei 1 Hz nimmt um 55 % ab. Der Einfluss auf die Frequenzcharakteristik ist hingegen vergleichsweise gering.

Die Messungen an den Sanden zeigten eine vergleichbar starke Abnahme des Widerstandes und der IP-Effekte.

Der Kompost ist der Witterung am direktesten ausgesetzt. Da er im Vergleich mit Sand eine deutlich geringere Wasserdurchlässigkeit aufweist, könnten starke Regenfälle zeitweilig zu einer vollständigen Wassersättigung führen (Stauwasser). Aufgrund seiner Geringmächtigkeit (10-30 cm) sollte eine solche Situation allerdings nur kurze Zeit anhalten. In dieser Zeit wäre jedoch mit stark abweichenden Widerständen und veränderten ϕ_{IP} Parametern zu rechnen. Die Frequenzparameter c_{IP} sollte nur gering beeinflusst werden.

Da die Wiese als Fußballplatz genutzt wird, muss mit einer sehr ungleichmäßigen Verdichtung des Komposts entlang des Profils gerechnet werden. Hierdurch wird das Vermögen, Wasser zu

binden, verändert und folglich der Parameter ϕ_{IP} entlang des Profils variieren. Die beobachtete Parameterstreuung der Deckschicht könnte hiermit zum Teil erklärt werden.

Ungeklärt ist jedoch noch, warum es in Tiefen zwischen 0.3 m und 1.0 m zu hohen Widerständen kommt, darunter jedoch nicht. Aufgrund der großen hydraulischen Durchlässigkeit der Sande erscheint es unwahrscheinlich, dass es nach Regenfällen auch zu einer Sättigung des Grobsandes kommt. Der Tonhorizont behindert den Abfluss von Regenwasser nach unten, er begünstigt jedoch in niederschlagsarmen Zeiten die Austrocknung der oberen Sandschicht, was zum Zeitpunkt der Messung (Juni) offensichtlich der Fall war.

Ergänzende GPR Sondierung

Bei der Probennahme am Profilmittelpunkt $x=3$ m wurde in 98 cm Tiefe ein nur 2 cm mächtiger Tonhorizont vorgefunden. Da dieser für die Durchfeuchtung des Bodens von erheblicher Bedeutung ist, wurde dessen Verbreitung entlang des SIP-Profiles mit GPR-Sondierung bestimmt. Im Radargramm (Abb. 6.3.2.11) kann der Tonhorizont durchgehend vom Profilanfang bis zur Profilmittelmitte ($x=4$ m) nachgewiesen werden. Danach ist allenfalls noch ein leichter Materialwechsel zu beobachten, was sich bei der Probennahme am Profilmittelpunkt $x=6$ m auch bestätigte.

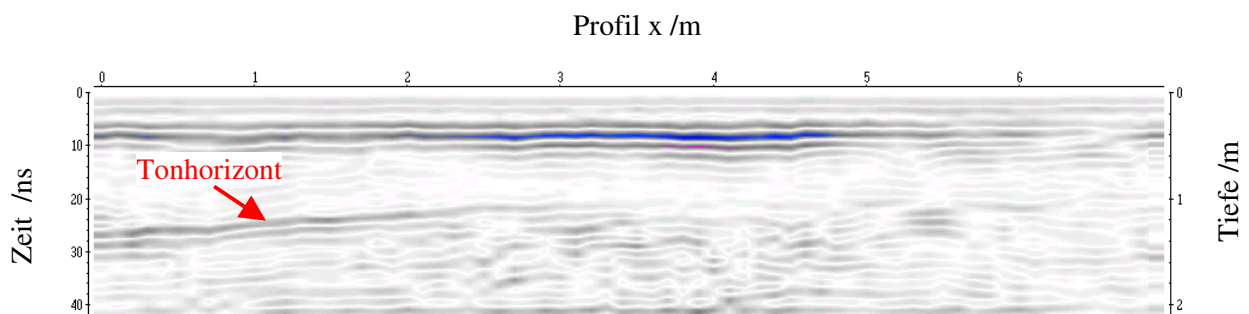


Abb. 6.3.2.11: Radargramm entlang des SIP-Profiles. In etwa einem Meter Tiefe zeigt das Radargramm einen zum Profilanfang hin abfallenden Reflektor, der vom Ton herrührt. Zwischen 2.5 m und 4.5 m weist der Kompost eine erhöhten Wassergehalt auf. Parameter: 400 MHz, Offset von 0.5 m wurde nicht korrigiert, angenommene Ausbreitungsgeschwindigkeit: 0.1 m/ns.

Einfluss des Messfehlers auf Genauigkeit der Permeabilitätsschätzung nach Börner

Im Kapitel 2.4 wurde eine Methode vorgestellt, die eine Permeabilitätsabschätzung an Sandsteinen auf der Basis der von der Oberfläche her zerstörungsfrei gemessenen Impedanzen erlaubt. Nach Pape et al. (1987) entwickeln Sandsteine während ihrer Diagenese eine fraktale Struktur der inneren Oberfläche. Das Nebeneinander von kleinen, mittleren und große Strukturen bedingt, dass das Polarisationsignal sich aus der Überlagerung unterschiedlichster Relaxationszeiten zusammensetzt. Geophysikalisch messbarer Ausdruck hierfür ist eine konstante Phase unter- und oberhalb von 0.15 Hz (Börner et al., 1996).

Die Phasenspektren der tieferliegenden Sande in Lübars weisen im betrachteten Frequenzbereich ebenfalls eine nahezu konstante Phase auf. Es kann daher angenommen werden, dass auch hier eine ähnliche fraktale innere Oberfläche vorliegt wie bei vielen Sandsteinen und folglich die Permeabilitätsabschätzungsmethode auch hier erfolgreich angewandt werden kann.

Dieser Überlegung folgend haben bereits Weller et al. (1996) Permeabilitäten an Lockersedimenten bestimmt. Da sich jedoch die spektrale Phasenmessung mit der verwendeten Apparatur (Phönix V5) meist als zu ungenau erwies, wurde ein Phasenwert aus dem *LFE*-Wert des Betrages berechnet. Allerdings war der dabei berücksichtigte Frequenzbereich ($0.25 \text{ Hz} - 4 \text{ Hz}$) nur sehr schmal. Die Verifikation der Phasenkonstanz über einen weiteren Frequenzbereich steht noch aus.

Kemna (2000) geht noch einen Schritt weiter, indem er die Methode auf teilgesättigte Sande anwendet. Da diese Vorgehensweise im Labor noch nicht verifiziert wurde, ist die Zuverlässigkeit der Ergebnisse noch unklar.

Im Folgenden soll für einen Ort in 1.3 m Tiefe unter dem Profilpunkt 3 m ein k -Wert abgeschätzt werden. Tabelle 6.3.2.2 stellt die Messwerte, die notwendigen Annahmen und das rechnerische Ergebnis zusammen. Der Fehler des Ergebnisses wird bestimmt von drei Quellen:

1. Gültigkeit des petrophysikalischen Gesteinsmodells,
2. Unsicherheit der Annahmen,
3. Fehler der Feldmessung,

Ausgehend von der nachgewiesenen Phasenkonstanz der Sande, nehmen wir die Gültigkeit des Gesteinsmodells hier a priori an. Als Messfehler kann der Anpassungsfehler der 2D-Modellierung verwendet werden. Für 6 Parameter sind Annahmen zu machen. Da diese nicht gemessen wurden, sind diese mit erheblichen Unsicherheiten behaftet. Wichtiger als ein exaktes Endergebnis ist hier jedoch die Abschätzung des Fehlerbeitrags der IP-Messung. Hierfür genügt es, dass die Annahmen ungefähr stimmen. Dass dies tatsächlich so ist, dafür spricht, dass die vier numerischen Ergebnisse im Bereich des für unverfestigt tonarme Sande zu erwartenden liegen. Vernachlässigt man den Fehlerbeitrag seitens der Modellvorstellung und seitens der Annahmen, dann kann der Beitrag seitens des Messfehlers leicht abgeschätzt werden. Geht man von einer Maximalfehlerfortpflanzung aus, dann sind sämtliche Parameter des Ergebnisses immer noch gut bestimmt. Wir können sogar sagen, dass der Fehler des Ergebnisses primär von der Gültigkeit des Modells und der Annahmen bestimmt wird.

Messwerte:	Annahmen:	Ergebnis:
$\omega_0 = 1 \text{ Hz}$	$\sigma_w = 0.1 \text{ S/m}$	$F = 2.8 \pm 0.2$
$\rho(\omega_0) = 200 \text{ } \Omega\text{m} \pm 1.9\%$	$S_w = 0.3$	$S_{por} = 3.0 \pm 0.4 (\mu\text{m})^{-1}$
$\varphi(\omega_0) = -0.4 \pm 0.05 \text{ Grad}$	$l = 0.02$	$k = 6 \pm 3 \text{ Darcy}$
	$n = 2$	$\Phi = 0.46 \pm 0.03$
	$m = 1.3$	
	$a = 1$	

Tab. 6.3.2.2: Schätzung der hydraulischen Permeabilität eines teilgesättigten Sandes auf der Basis dessen komplexer spezifischer elektrischer Leitfähigkeit. $m=1.3$ unverfestigter Sand (Schön, 1996). Der Ergebnisfehler berücksichtigt nur den Beitrag durch den Messfehler.

Diskussion

Die elektrischen Messungen konnten den Tonhorizont nicht auflösen. Seine Wirkung auf den Betrag des spezifischen Widerstandes im Bereich des oberen Sandhorizontes ist jedoch stark. Die Existenz eines schlechten Leiters kann vielfältige Ursachen haben, einer wäre ein Lithologiewechsel. Die gefundene 2D-Verteilung des Frequenzparameters c_{IP} verneint jedoch die Existenz eines Lithologiewechsels zwischen dem schlecht leitenden Horizont und der darunter liegenden Schicht.

Ein hoher Widerstandskontrast gepaart mit einem konstanten Frequenzparameter ist vielmehr als Wechsel der Durchfeuchtung zu werten. Da das Auftreten von Tonhorizonten im Untersuchungsgebiet bekannt war, hätte man hieraus sogar die Existenz eines Tonhorizontes, an der Basis des schlechten Leiters, postulieren können.

Auf diese Weise erklärt sich dann auch, warum der Parameter φ_{IP} unterhalb des Tons kleinere Werte aufweist als darüber, nämlich aufgrund der größeren Durchfeuchtung des tieferliegenden Sandhorizontes. Am Profilende, wo der Ton nicht mehr vorhanden ist, sind auch nur noch geringe tiefenabhängige Widerstands- und φ_{IP} -Änderungen zu beobachten.

Es wäre lohnend, anhand von Wiederholungsmessungen die über das Jahr verteilt sind, die Veränderungen zu beobachten und das Erklärungsmodell jeweils zu überprüfen.

6.3.3 2D-Multifrequenz Inversion (Berlin-Schönholz)

Das Testgebiet Schönholz liegt auf dem ehemaligen innerstädtischen Berliner Mauerstreifen, unmittelbar nordöstlich der S-Bahnstation Schönholz im Bezirk Pankow (Abb. 6.3.3.1). Obwohl die oberirdischen Grenzbefestigungsanlagen bereits kurz nach dem Mauerfall (1989) entfernt wurden, trifft man dicht unter der Erdoberfläche noch auf eine Vielzahl von Fundamenten, deren Bestandteile (meist Beton) sich typischer Weise parallel zum ehem. Grenzverlauf orientieren. Obwohl es bisher nicht zu einer Bebauung kam, sind von Seiten der Stadt Versorgungsleitungen (Kabel und Rohrleitungen) verbracht wurden. Diese können teilweise anhand von Revisionschächten in ihrem Verlauf lokalisiert werden. Das Gebiet wird von einem Asphaltweg (Buddestraße) und einer Vielzahl intensiv genutzter „Trampelpfade“ durchzogen. Zeitweilig diente das Gebiet als „wilder“ Schuttablageplatz.

Die komplexe aktuelle Situation im Untergrund ist nur unvollständig bekannt. Ein Kurzprofil sollte daher klären, inwieweit SIP-Tiefensektionen geeignet sind, um die Wissenslücken zu schließen. Zu diesem Zweck wurde eine SIP256B Dipol-Dipol Vermessung ($a=0.5\text{ m}$) senkrecht zum ehemaligen Mauerverlauf (Abb. 6.3.3.1) durchgeführt. Es standen 16 Remote Units zur Verfügung. Insgesamt wurden auf dem Kurzprofil Messungen mit 14 Frequenzen zwischen 76 mHz und 468 Hz durchgeführt.

Die Inversionsrechnungen erfolgten für jede Frequenz unabhängig von den anderen. Es wurden ausschließlich die Standardeinstellungen des *RES2DINV* Programms (V.3.44) verwendet. Von den gemessenen Daten wurden nur die nicht reziproken Konfigurationen berücksichtigt. Von diesen fanden jedoch ausnahmslos alle (d.h. ohne vorherige Selektion bzw. Gewichtung) Verwendung. Zur Inversion der niedrigen und mittleren genühten drei, für die hohen Frequenzen vier Iterationsschritte für eine hinreichend genaue Anpassung der Daten. Die höheren Frequenzen werden deutlich schlechter angepasst (Abb. 6.3.3.2).

In Abbildung 6.3.3.3 wird ein Teil der Inversionsergebnisse dargestellt. Da sich die Widerstandsbeträge in dieser Art der Darstellung nur sehr geringfügig voneinander

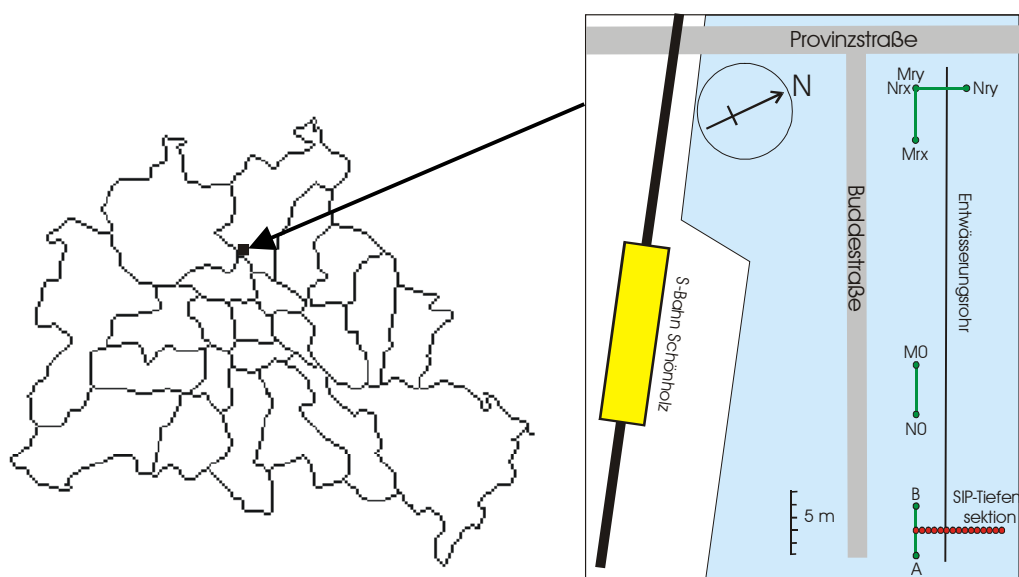


Abb. 6.3.3.1: Lageplan des Teststandortes Schönholz (Berlin, Pankow).

Blau: Bereich des ehemaligen Mauerstreifen.

unterscheiden, genügt die Wiedergabe einer Frequenz. Die Phase zeigt hingegen eine deutliche Variation wie der Vergleich für 76 mHz , 10 Hz und 125 Hz offenbart. Generell kann mit zunehmender Frequenz ein Anwachsen der Phase beobachtet werden. Zudem tritt eine deutliche Anomalie hervor, die offensichtlich von einem kleinen, aber stark polarisierbarem Objekt verursacht wird. Die Oberkante dieses Objekts befindet sich in einer Tiefe von $\sim 0.6 \text{ m}$ unterhalb des Profilverpunktes $x=3 \text{ m}$. Phasen von bis zu -5° (40 Hz) legen nahe, dass es sich hierbei um ein Metallrohr handelt. Anhand von Revisionsschächten kann auf ein Entwässerungsrohr geschlossen werden.

Die starken IP-Effekte sind ein Beleg dafür, dass es nicht vollständig isoliert verlegt wurde. Der Betrag des Widerstandes zeigt mit zunehmender Tiefe eine deutliche Abnahme. Diese kann jedoch nicht zwingend mit dem Rohr in Verbindung gebracht werden. Vielmehr legt die auch an anderen Profilverpunkten auftretende Abnahme sowie die auch im Minimum noch bei $100 \text{ }\Omega\text{m}$ liegenden Widerstände eher nahe, dass die Abnahme mit der in dieser Tiefe angetroffenen Grundwasseroberfläche in Verbindung steht.

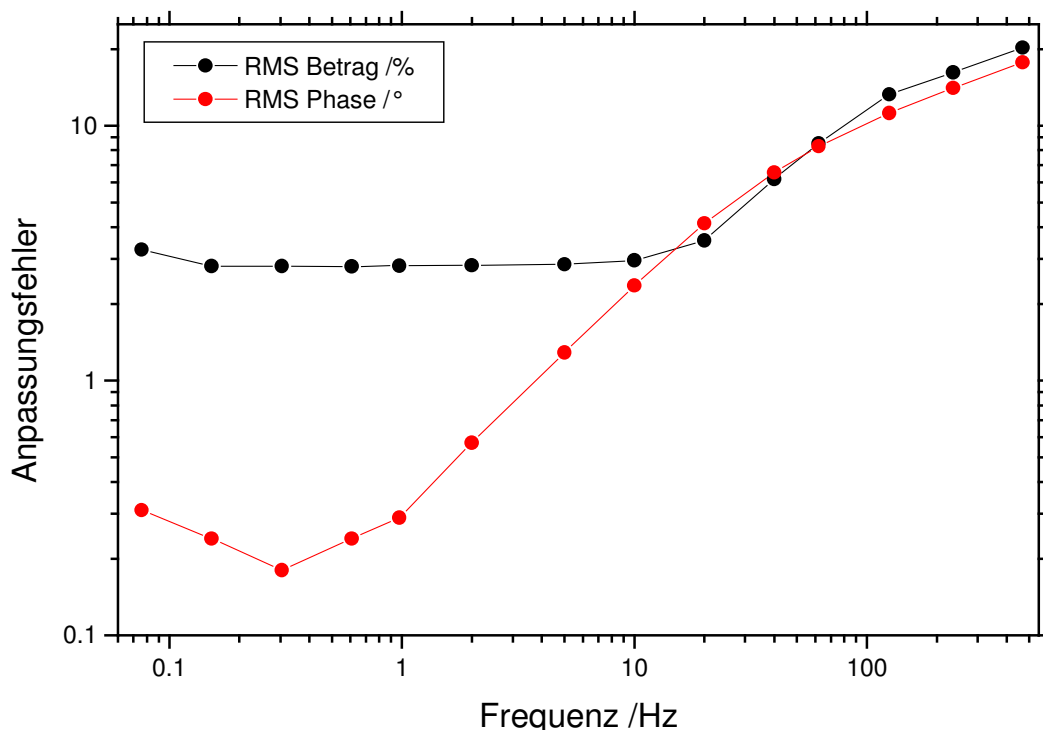


Abb. 6.3.3.2: Mittlere Anpassungsfehler des 2D-Inversionsergebnisses in Abhängigkeit von der Frequenz, getrennt nach Betrag und Phase.

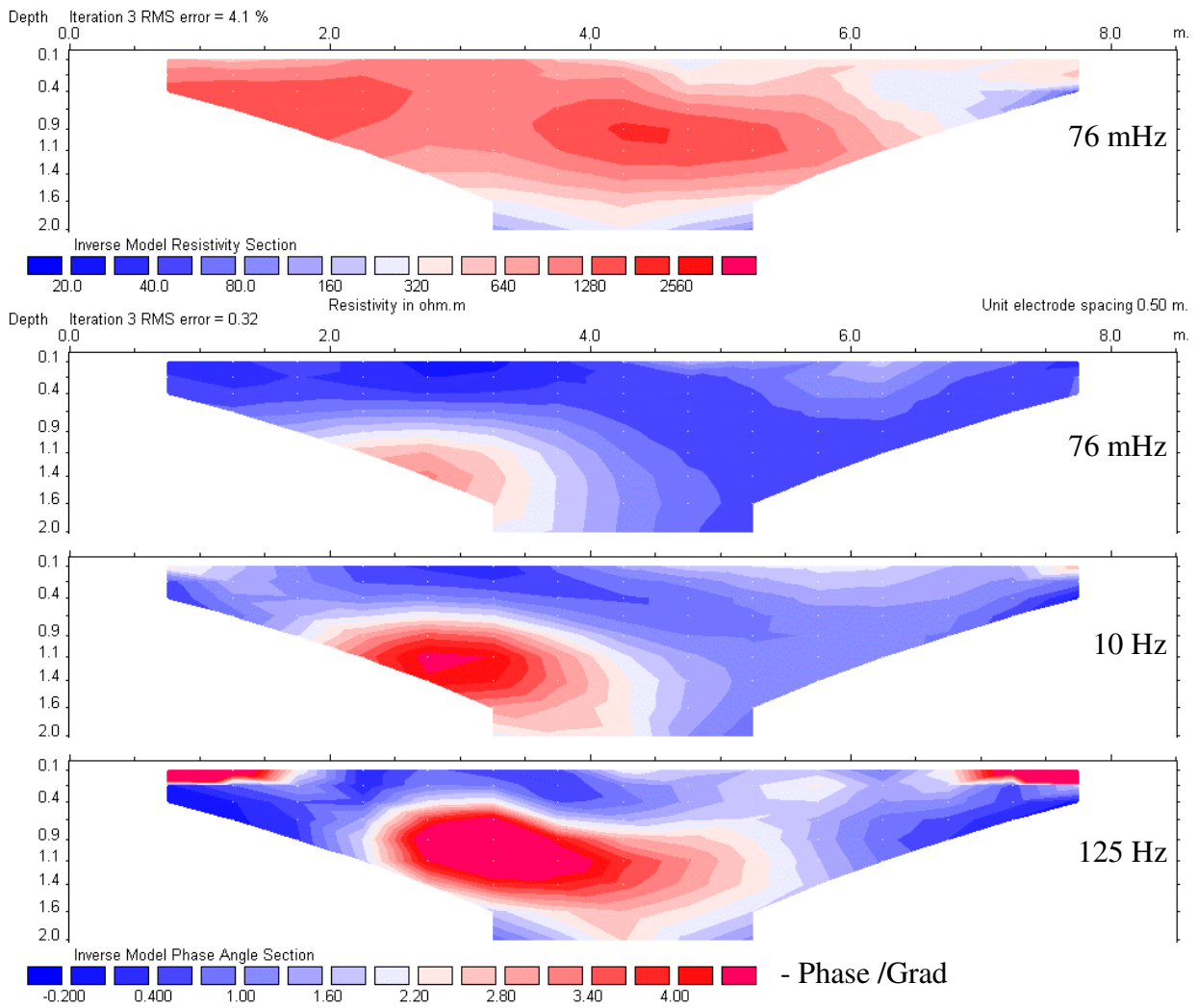


Abb. 6.3.3.3: Ergebnis der 2D-Inversion (*RES2DINV*) in Schönholz (6.5.2001). Oben: Betrag des spez. Widerstandes, unten: IP-Phase für drei Frequenzen (*76 mHz*, *10 Hz*, *125 Hz*).

Anpassung der wahren Widerstandsspektren mit dem Linear Phase Modell

Die Verteilung des Parameters φ_{IP} stimmt erwartungsgemäß weitgehend mit dem Ergebnis der Inversion bei 1 Hz überein. Das Abflussrohr zeichnet sich anhand der großen Phasenwerte (-4°) deutlich vom geringer polarisierbaren Umfeld ab. Das Umfeld weist Phasenwerte von -0.4° auf.

Der c_{IP} Parameter zeigt ein vom φ_{IP} Parameter völlig abweichendes Bild. Offensichtlich sind die Parameter unkorreliert und damit gut gewählt. Bemerkenswert ist, dass das Rohr nicht einmal ansatzweise in Erscheinung tritt. Oberflächennah werden geringfügig höhere Werte beobachtet als in mittlerer Tiefe.

Wie erwartet tritt das Rohr als RMS-Anomalie in Erscheinung. Das Cole-Cole-ähnliche Spektrum des Abflussrohres lässt sich mit dem LPAM nur schlecht anpassen.

An der Basis der Tiefensektion treten, aufgrund des zunehmenden Messfehlers, die größten Anpassungsfehler auf.

Alle Parameter zeigen oberflächenah schwache Anomalien. Es ist davon auszugehen, dass sich hier der Einfluss der eng stehenden metallischen Elektrodenspieße bemerkbar macht.

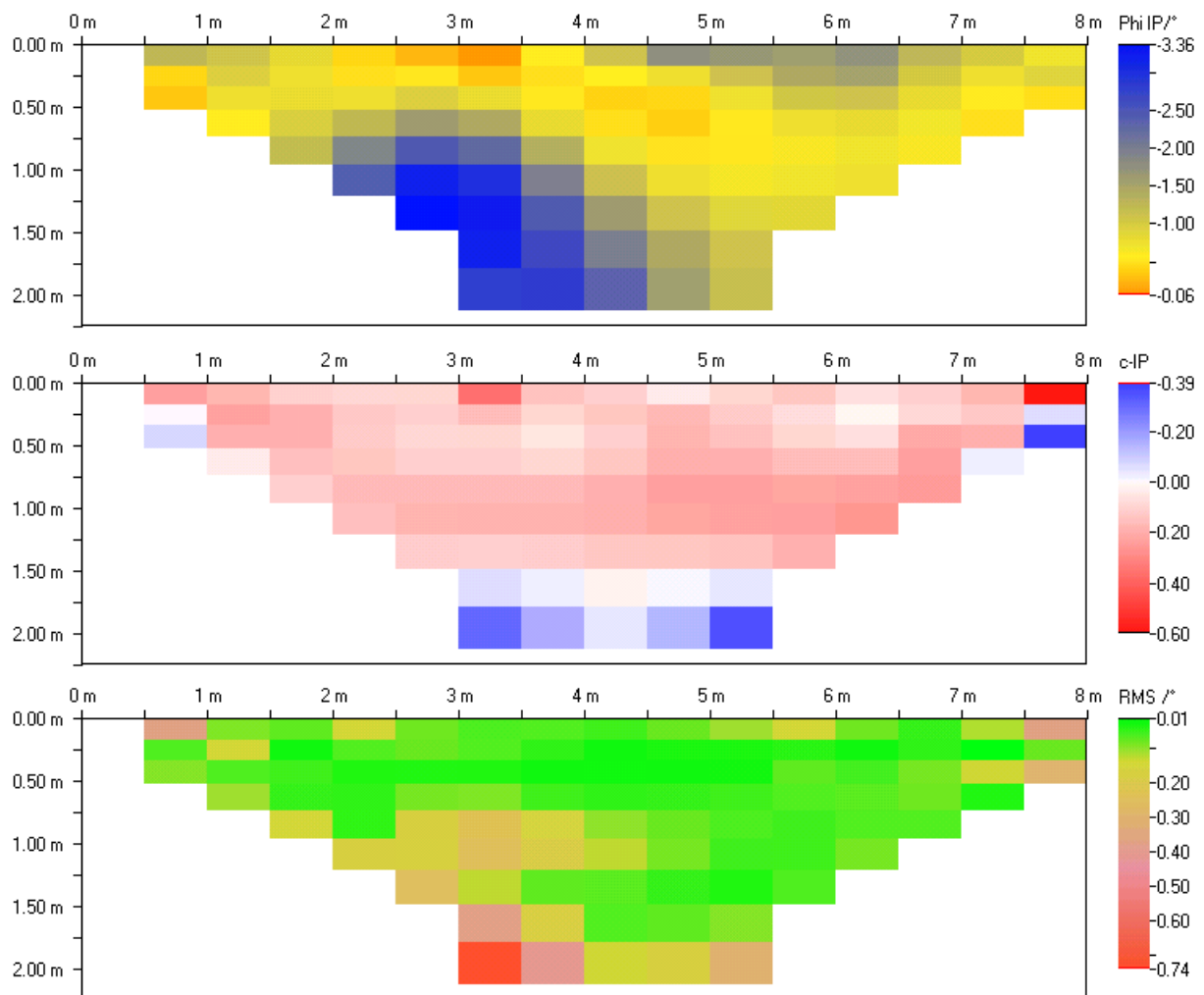


Abb. 6.3.3.4: Ergebnisse des Fittings mit Linear Phase Modell, angewandt auf die Inversionsergebnisse von Schönholz.

6.4.1 Einsatz der geoelektrischen Referenztechnik

6.4.2 Teststandort Schönholz

6.4.2.1 Eigenschaften des Störfeldes

Die spektralen Tiefensektionsmessungen in Schönholz (Kap. 6.3.3) wurden durch erhebliche Störspannungen erschwert. Um deren Herkunft aufzuklären und deren Eigenschaften besser zu verstehen, wurde das Störfeld entlang des selben Profils erneut, jedoch ohne Stromeinspeisung, registriert (Abb. 6.4.1.1). Auffällig am Ergebnis ist, dass entlang des nur acht Meter langen Profils so unterschiedlich hohe Störpegel auftreten. Die höchsten Pegel ($\pm 6 \text{ mV/m}$) treten am Profilanfang (Westen) auf. Da die Störsignale räumlich gut korreliert sind, können zwischen allen Dipolen stabile Übertragungsfunktionen berechnet werden (Abb. 6.4.1.2). Die Übertragungsfunktionen sind frequenzunabhängig und weisen bei 76 mHz die kleinsten Vertrauensbereiche auf. Zur Charakterisierung des Störfeldes entlang des Profils genügt es daher, die Übertragungsfunktionen für eine einzige Frequenz, eben 76 mHz , samt des zugehörigen Vertrauensbereichs aufzutragen (Abb. 6.4.1.3). Als Bezugskanal (Input) wird jeweils der westlichste Dipol des Profils verwendet. Während die relativen Amplituden auf den ersten zwei Metern des Profils etwa konstant hohe Werte, nahe eins, aufweisen, fallen sie zwischen dem zweiten und dem vierten Profilmeter rapide auf weniger als 5 % ab und verharren dann auf diesem niedrigen Niveau.

Man kann dieses Verhalten folgendermaßen erklären. Die Quelle des Störfeldes ist ein pulsierender Strom in dem im Kapitel 6.3.3 erwähnten Metallrohr. Das zugehörige elektrische Feld ist parallel zum Rohr orientiert und steht damit etwa senkrecht zum Profil. Zum einen nimmt die Störfeldamplitude mit zunehmendem Abstand vom Rohr, geometrisch bedingt, ab. Zum anderen konnte das Profil, aufgrund der schwierigen Bodenverhältnisse, nicht exakt senkrecht zum Rohr ausgerichtet werden. Während es in der zweiten Profilhälfte fast exakt senkrecht zum Rohr stand, wies es über dem Rohr einen Winkel auf.

Wenngleich trotzdem die größten Amplituden des Störfeldes genau über dem Rohr auftreten und dieses damit als Quelle nachweisen, bleibt noch unklar, warum darin überhaupt Störströme fließen. Hinweise hierfür liefern möglicherweise folgende Beobachtungen:

- bei der Frequenz des DB-Bahnstromes von $16^{2/3} \text{ Hz}$ tritt das Störsignal nur im korrelierten Signalanteil auf (Abb. 6.4.1.2, rechts),
- die Zeitreihendarstellung (Abb. 6.4.1.1) zeigt einen stufenartigen Störspannungsverlauf,
- die Übertragungsfunktion des Störfeldes ist im gesamten Frequenzbereich konstant (Abb. 6.4.1.2, links).

Ganz offensichtlich setzt sich das Störsignal aus einem $1/f$ -Anteil und einem $16^{2/3} \text{ Hz}$ -Anteil zusammen. Ersterer dürfte vom S-Bahnbetrieb herrühren. Da die Züge mit Gleichstrom betrieben werden und die Fahrgeschwindigkeit über die Stromstärke geregelt wird, kommt es zwangsläufig zu dem beobachteten treppenartigen Verlauf. Da vermutlich gleichzeitig mehrere Züge ihre Energie aus der selben Stromschiene beziehen, treten Schaltflanken in dichter Folge (alle 2-5 s) auf. Hierzu gehört ein charakteristisches Spektrum mit einem Maximum unterhalb von 0.08 Hz und $1/f$ -Amplitudenabfall (Telegraphen Rauschen).

Auffällig ist, dass die Übertragungsfunktion im gesamten Frequenzbereich konstant ist. Da die S-Bahnstrecke in nur etwa 70 m Abstand vom Messort verläuft, die nächstgelegene Bundesbahnstrecke hingegen in etwa 6 km Abstand am Lehrter Bahnhof verläuft, wäre im ersten Fall ein inhomogenes, im zweiten Fall ein homogenes Störfeld zu erwarten.

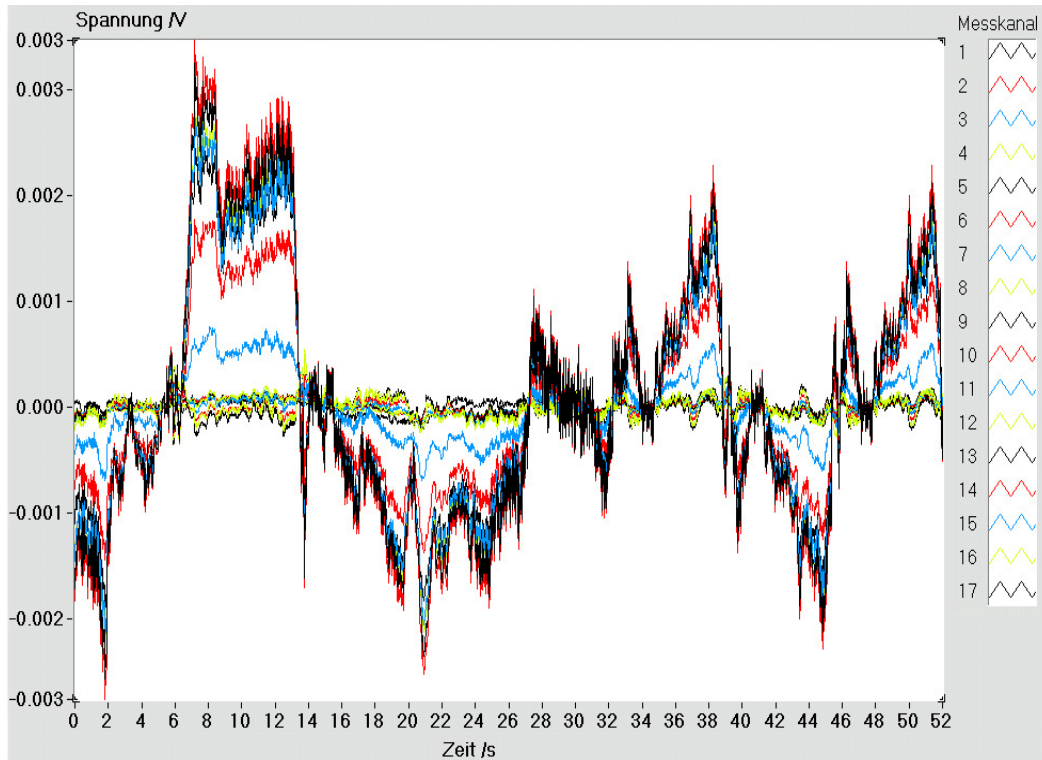


Abb. 6.4.1.1: Registrierbeispiel vom Profil 1. Dargestellt sind sämtliche 16 über einen Zeitraum von etwa 1 Minute registrierten Zeitreihen. Die größten Amplituden treten am Profilanfang in den Messkanälen 1-6 auf. Die hohe Kohärenz der Signale ist klar erkennbar. Der Frequenzgehalt reicht von 0 Hz bis 20 Hz . Die Dipollängen betragen jeweils 0.5 m .

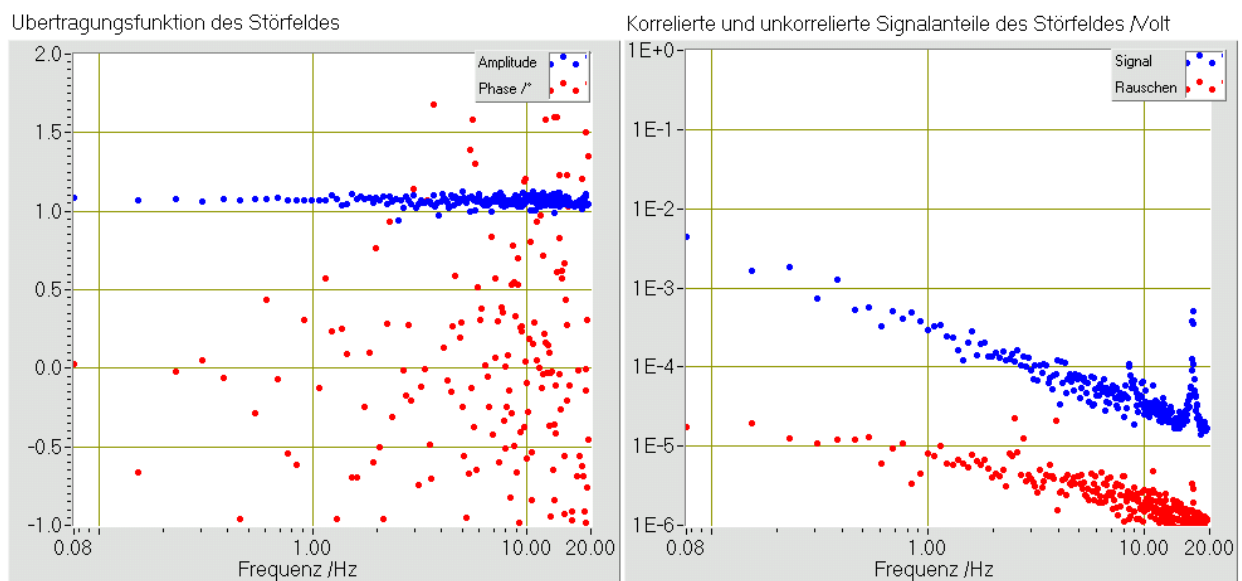


Abb. 6.4.1.2: Die Übertragungsfunktion (links) zwischen dem 1. und 2. Dipol ist, wie die der anderen, im Rahmen der Messgenauigkeit, unabhängig von der Frequenz. Das S/R-Verhältnis (rechts) weist bei 76 mHz den größten Wert (200) auf, nimmt dann jedoch zu höheren Frequenzen (20 Hz) auf 20 ab.

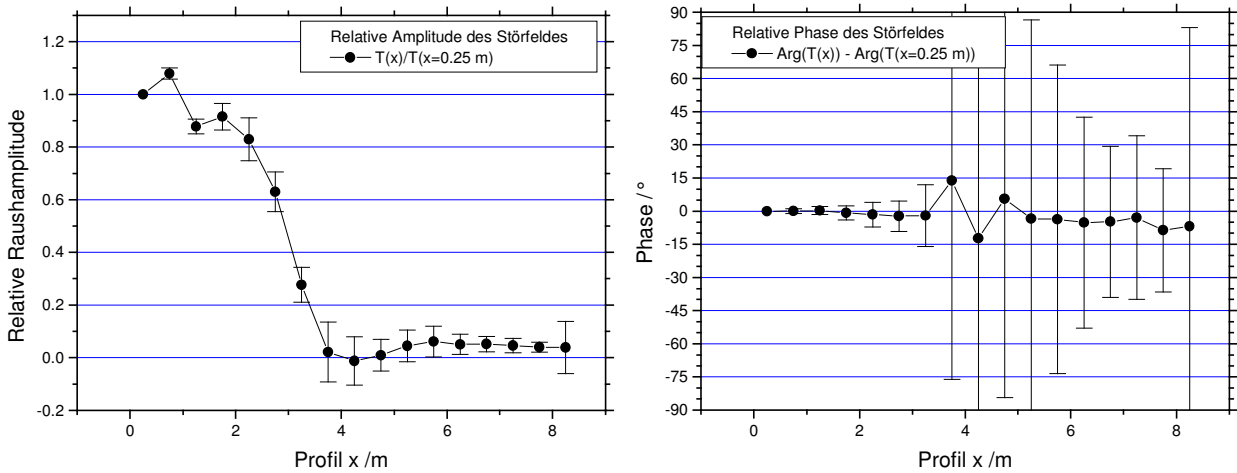


Abb. 6.4.1.3: Übertragungsfunktion des Störfeldes (76 mHz) entlang des Profils 1 in Schönholz (6.5.2001). Die Übertragungsfunktionen aller Registrierungen wurden bezogen auf den ersten Dipol des Profils ($x=0.25 \pm 0.25$ m).

Gegen die Existenz von zwei unterschiedlichen Übertragungsfunktionen spricht jedoch das große S/R-Verhältnis (~ 200) bei $16^{2/3}$ Hz. Die Eigenschaften des Rohres können auch die beobachtete frequenzinvariante und sehr stabile Übertragungsfunktion erklären. Da die Rohrleitung über längere Strecken (>100 m) parallel zur S-Bahn verläuft und wie die starken Polarisierungseffekte zeigen (vgl. Kapitel 6.3.3), nicht vollständig isoliert ist, kann sie sämtliche Störströme des Untergrund wirksam kanalisieren (current channeling). Dies sollte dann auch für den Bundesbahn Fahrstrom gelten. In einem geringen Abstand zum Rohr dominieren die gebündelten Felder und es gibt nur noch eine einzige Übertragungsfunktion mit den genannten Eigenschaften. Abbildung 6.4.1.4 zeigt die geschätzten Vertrauensbereiche der Widerstände der Tiefensektion sowohl für die Anordnungen bei denen der Stromdipol westlich vom Spannungsdipol liegt, als auch für die hierzu reziproken Konfigurationen. Da die Störspannungen am Profilanfang größer sind als am Profilende, weisen die reziproken Konfigurationen im Mittel größere Messfehler auf.

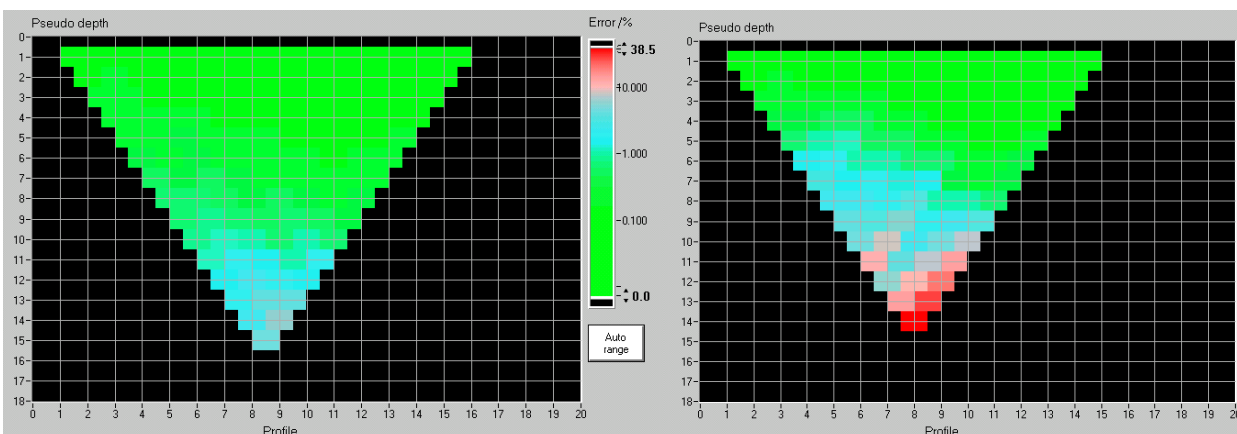


Abb. 6.4.1.4: Auf dem Profil 1 (Schönholz) bei einer Messfrequenz von 145 mHz gemessene Vertrauensbereiche der Widerstandstiefensektion. Links: Die Stromdipole sind dem Profilanfang näher als die verwendeten Spannungsdipole. Rechts: Die reziproke Konfiguration weist aus dem im Text genannten Gründen einen größeren Messfehler auf als die reguläre Anordnung. Der reziproke Datensatz ist kleiner, da der am östlichen Profilende befindliche Dipol nicht zur Stromeinspeisung verwendet werden kann.

6.4.1.2 Spektrale Widerstandsmessung mittels Referenztechnik

Die Erkenntnisse und Hypothesen aus dem vorherigen Kapitel sollen nun genutzt werden, um zu klären, ob die im Kapitel 6.3.3 beschriebene spektrale Tiefensektionsmessung durch den Einsatz der Geoelektrischen Referenztechnik noch genauer werden würde. Da die Referenztechnik für die SIP-256B Apparatur zum Zeitpunkt der Messungen noch nicht implementiert war, wurde hierfür eine Apparatur vom Typ SIP-Fuchs I eingesetzt. Mit dieser Apparatur kann diese Frage jedoch nur exemplarisch untersucht werden, da der Messfortschritt ungleich geringer ist.

Für die Messungen wurde eine Dipol-Dipol Anordnung ($n=2$, $a=4$ m) gewählt. Die schwierigen Bodenverhältnisse erzwangen wieder den Einsatz von Stahlspießen. Um deren Rauschbeitrag möglichst vernachlässigen zu können, wurde eine 8-fach größere Dipollänge gewählt, als bei den Messungen mit der SIP-256B auf dem Profil 1. Die Anlage der Messanordnung (Abb. 6.3.3.1) wurde so gewählt, dass das zuvor in den Daten der SIP-256B gefundene metallische Rohr hinsichtlich der hiervon ausgehenden Polarisationserscheinungen erfasst wurde. Der Spannungsdipol U_0 wurde jedoch parallel zum Rohr ausgerichtet. Die Referenzstation befand sich nördlich, in 40 Meter Abstand, von der Basisstation. Die zugehörigen orthogonalen, vier Meter messenden Spannungsdipole, wurden ebenfalls direkt über dem Rohr platziert, um die Störspannungen bestmöglich zu erfassen.

Repräsentation der Signalanteile von U_0 im Zeitbereich

Im Kapitel 4.3 wurden die verschiedenen Signalanteile von U_0 nur im Frequenzbereich dargestellt. Diese Form ist für eine quantitative Beurteilung von monofrequenten Störsignalen gut geeignet. Bei multifrequenten Störsignalen, wie sie am Standort Schönholz auftreten, ist es möglicherweise hilfreich, die Signalanteile auch als Zeitreihe darstellen zu können.

Die Ausgangsgrößen hierfür sind die Fourier-Koeffizienten der Teilzeitreihen aller Messkanäle

$$U_0^i(f_j), U_{rx}^i(f_j), U_{ry}^i(f_j)$$

und die Übertragungsfunktionen

$$Z(f_j), T_x(f_j), T_y(f_j)$$

die mittels der Kohärenzanalyse aus den Zeitreihen berechnet wurden. Hierbei indiziert $i \in \{1, \dots, N\}$ die N Teilzeitreihen jedes Messkanals und $j \in \{1, \dots, M\}$ die M Fourier-Koeffizienten jeder Teilzeitreihe. Hieraus können der linear aus den Eingangskanälen vorhersagbare Signalanteil

$$U_0^{p,i}(f_j) = Z(f_j)I^i(f_j) + T_x(f_j)U_{rx}^i(f_j) + T_y(f_j)U_{ry}^i(f_j) \quad \text{“Predicted } U_0\text{“}$$

und der Störspannungsanteil

$$T^{p,i}(f_j) = T_x(f_j)U_{rx}^i(f_j) + T_y(f_j)U_{ry}^i(f_j) \quad \text{“Predicted Tellurics”}$$

in U_0 berechnet werden.

Bei der Berechnung der Zeitreihen ist zu beachten, dass die drei Übertragungsfunktionen eine N -fach geringere spektrale Auflösung besitzen als die Koeffizienten der Rohspektren der Gesamtzeitreihen. Folglich müssen zunächst die einzelnen Teilzeitreihen berechnet werden

$$U_0^{p,i}(t) \Big|_{(i-1)dt}^{i dt} = FFT^{-1} \{ U_0^{p,i}(f_1), \dots, U_0^{p,i}(f_j), \dots, U_0^{p,i}(f_M) \},$$

um diese dann, durch einfaches Aneinanderhängen, zur Gesamtzeitreihe vereinigen zu können:

$$U_0^p(t) \Big|_0^{N dt} = \begin{cases} U_0^{p,1}(t) \Big|_0^{dt}, \\ \dots, \\ U_0^{p,i}(t) \Big|_{(i-1)dt}^{i dt}, \\ \dots, \\ U_0^{p,N}(t) \Big|_{(N-1)dt}^{N dt} \end{cases}$$

Auf analoge Weise kann auch $T^p(t)$ ermittelt werden.

Alle noch fehlenden Signalanteile können schließlich hieraus durch einfache Differenzbildung im Zeitbereich berechnet werden:

$$U_0^p(t) - T^p(t)$$

Entstörtes U_0

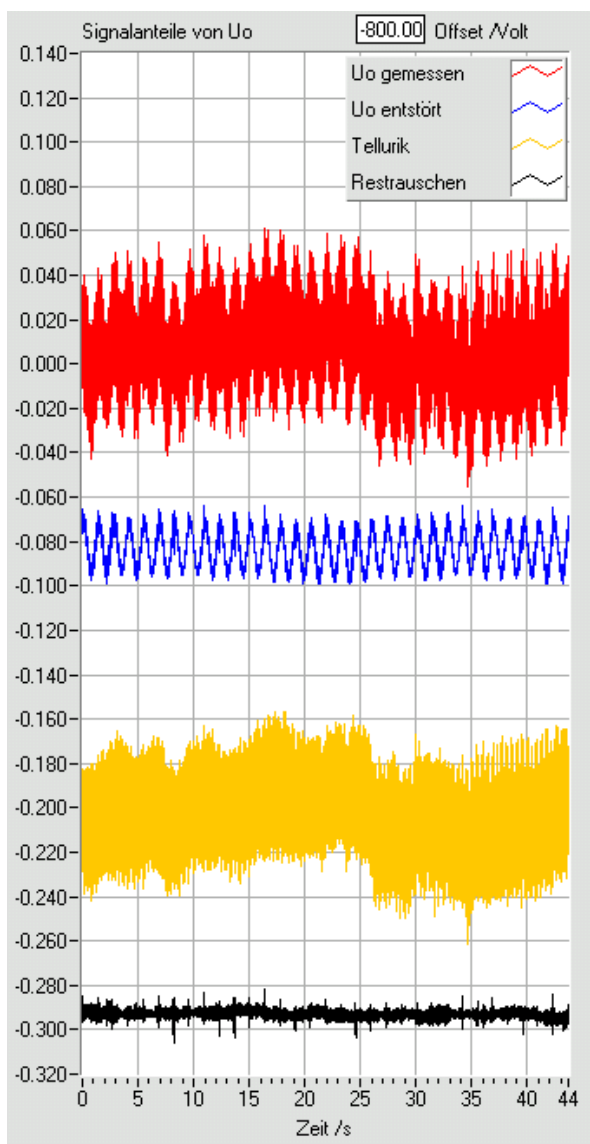
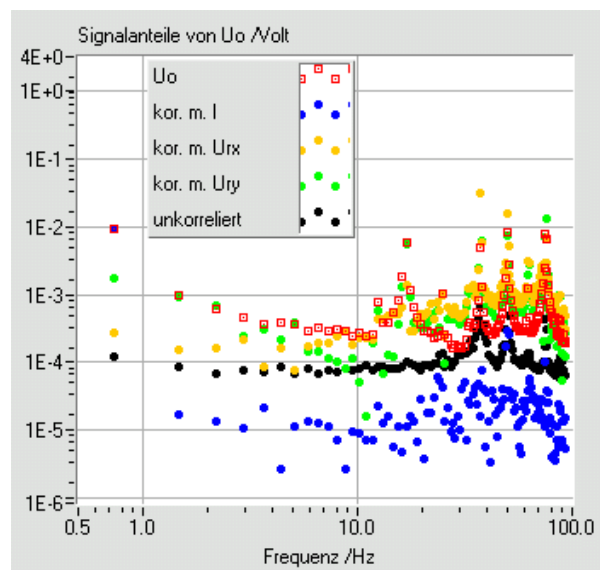


Abb. 6.4.1.5: Ergebnis der trivariaten Kohärenzanalyse einer Registrierung am Teststandort Schönholz bei einer Messfrequenz von 0.73 Hz.

Links: Geschätzte Signalanteile von U_0 . Von oben: die gemessene Zeitreihe, die entstörte Zeitreihe, der tellurische Signalanteil (hier wurden beide Anteile aufaddiert) und der nicht erklärbare Rest. Die einzelnen Signalanteile wurden der besseren Lesbarkeit wegen gegenüber U_0 verschoben dargestellt.

Unten: Wie links, jedoch als Amplitudenspektren. Die tellurischen Anteile sind getrennt aufgetragen.



$$U_o(t) - U_o^p(t)$$

Nicht vorhersagbarer Signalanteil von U_0

Abbildung 6.4.1.5 zeigt exemplarisch eine Registrierung (0.73 Hz) und das Ergebnis der trivariaten Kohärenzanalyse von U_0 . Die so bestimmten Signalanteile wurden sowohl in der Frequenz- als auch in der Zeitbereichsrepräsentation dargestellt. Die Störsignalminderung ist augenfällig und betrifft nicht nur einzelne Frequenzen. Aus der spektralen Darstellung der selben Registrierung kann die Erhöhung des S/R-Verhältnisses bei der Messfrequenz mit 10 angegeben werden. Im Zeitbereich unterscheidet sich der erklärbare Störsignalanteil in charakteristischer Weise vom nicht erklärbaren Anteil.

Das Rauschniveau ist mit $100 \mu\text{V} / \sqrt{\text{Hz}}$ immer noch deutlich größer als das Eigenrauschen des Messgerätes. Es könnte sich daher lohnen, diese vom Bahnstrom unabhängige Störquelle zu suchen, zu registrieren und für eine noch weitergehendere Datenverbesserung zu nutzen.

Vergleich der Ergebnisse ohne und mit Referenztechnik

In Abbildung 6.4.1.6 sind die Ergebnisse der uni- und bivariaten Widerstandsmessung für sämtliche Frequenzen dargestellt. Wie erwartet ist die Streuung der Messwerte bei der bivariaten Auswertung signifikant geringer. In Abbildung 6.4.1.7 sind sowohl die Messfehler für beide Auswertemethoden als auch die relative Verbesserung gegenüber der univariaten Auswertung dargestellt. Verbesserungen ergeben sich bei fast allen Frequenzen, vor allem aber dort wo die Störampplituden am größten sind, nämlich unterhalb von 10 Hz und bei 50 Hz. Überraschend ist, dass für die Messung bei 12 Hz keine Verbesserung erzielt wird, obwohl diese aufgrund der begrenzten spektralen Auflösung (± 6 Hz) von dem erhöhten Störpegel bei $16^{2/3}$ Hz beeinflusst sein sollte. Ein Erklärung hierfür wäre, dass im Moment der Messung der Störpegel bei $16^{2/3}$ Hz gering war. Hierfür spricht, dass der Vertrauensbereich der univariaten Datenanalyse nicht höher ist als bei den benachbarten tieferen Frequenzen. Eine andere Erklärung wäre, dass bereits der Einfluss des 50 Hz Störfeldes wirkt. Dass diese Störfrequenz die gleiche Übertragungsfunktion aufweist wie die der beiden Bahnströme, war aus den niederfrequenten Messungen im vorherigen Kapitel nicht zu entnehmen.

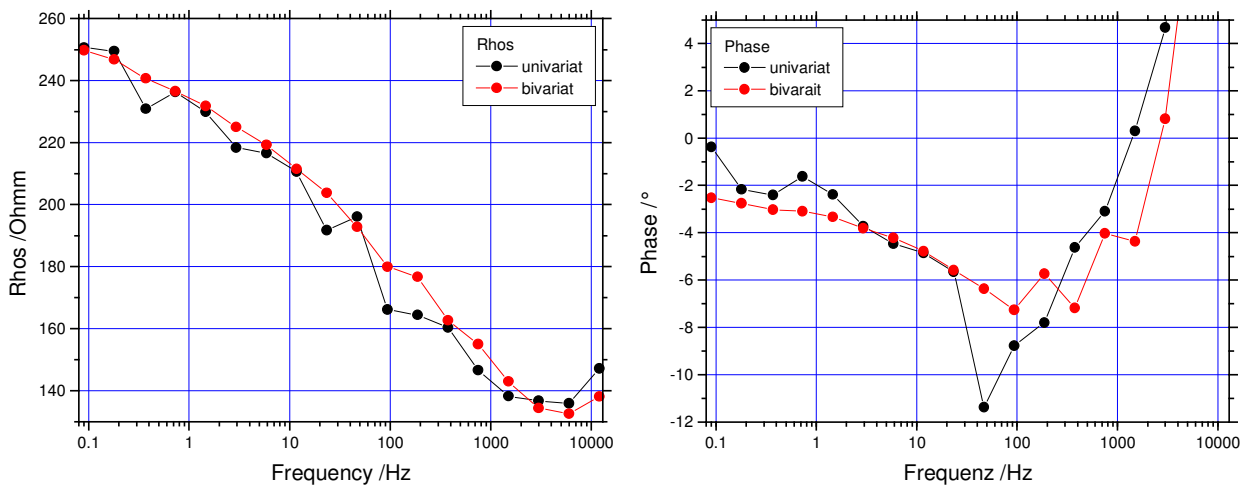


Abb. 6.4.1.6: Verbesserung eines SIP-Widerstandsspektrums durch Einsatz der Referenztechnik. Parameter der Messung: Schönholz (SIP-Fuchs), Dipol-Dipol ($a=4m$, $n=2$). Stromstärke: 2.05 mA.

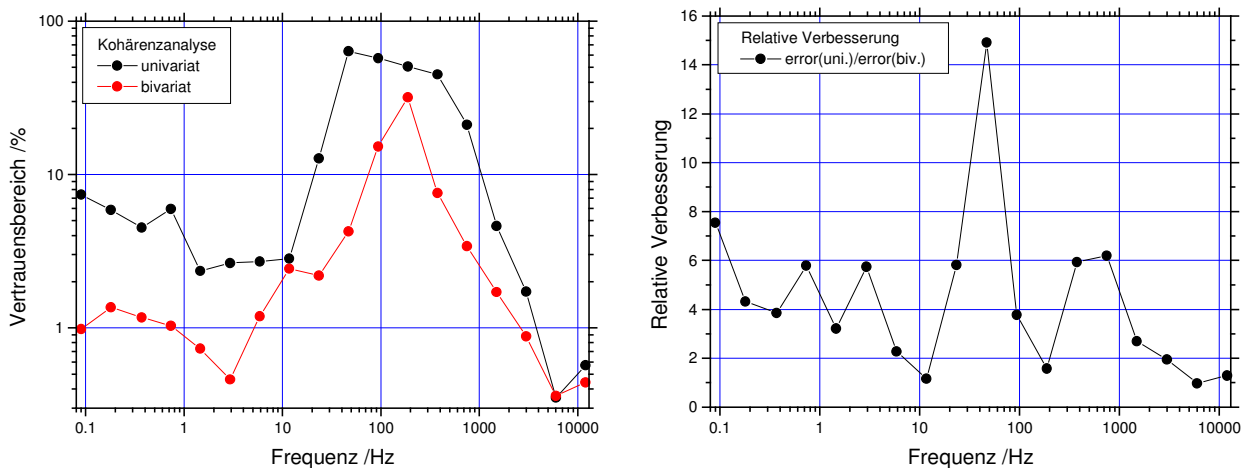


Abb. 6.4.1.7: Links: Geschätzte Vertrauensbereiche der Widerstandsmessung mit und ohne Referenztechnik. Rechtst: Die relative Verbesserung der Messgenauigkeit durch Referenztechnik.

Fazit

- Die geoelektrische Referenztechnik erweist sich als sehr wirksam um die Qualität stark gestörter spektraler Messungen zu verbessern.
- Verbesserungen werden sowohl in Gegenwart natürlicher Störfelder als auch in Gegenwart technischer Störfelder erzielt.
- Der Grad der Verbesserung weist häufig Werte von 4-fach, für einzelne Frequenzen bis zu 15-fach, auf. Ein vergleichbar hohes Maß an Verbesserung mittels längerer Registrierzeiten oder einer leistungsfähigeren Stromquelle zu erreichen, dürfte im Routineeinsatz nicht möglich sein.
- Die größten Verbesserungen werden vorzugsweise bei den Frequenzen erzielt, die die größten Störamplituden aufweisen. Daher gibt es eine Tendenz zu etwa gleich großen Vertrauensintervallen.
- Die Referenztechnik führt nicht nur zu kleineren Vertrauensbereichen und glatteren Widerstandsspektren, sondern insbesondere auch näher an die wahren Werte.

6.4.2 Teststandort Lübars

Im Folgenden soll die Referenztechnik angewandt werden, um die erfolgreiche Bearbeitung folgender Zielstellungen zu ermöglichen:

- Anwendung der reziproken Schlumberger Konfiguration. Diese Anordnung weist das Potential für einen höheren Messfortschritt auf. Sofern mehrere Messkanäle verfügbar sind, können diese genutzt werden, um das Potential des Stromdipols gleichzeitig an mehreren Orten zu messen,
- Hinreichende Messgenauigkeit für SIP-Messungen auch in Gegenwart von Störpegeln, wie sie innerhalb von Wohnsiedlungen typischerweise angetroffen werden.

Statistischer Messfehler bei Verwendung der reziproken Schlumberger Konfiguration

Zunächst soll die Abhängigkeit des relativen Fehlers des spezifischen Widerstandes $\delta\rho$ von der Stärke des Störfeldes für den homogenen Untergrund abgeleitet werden. Ausgehend von dem Geometriefaktor K für die reziproke Schlumberger Anordnung,

$$K = \frac{\pi(L^2 - a^2)}{4a} \quad \text{mit} \quad L = \overline{MN}, \quad a = \overline{AB}$$

und den bekannten Zusammenhängen zwischen dem Messfehler $\Delta\rho$, der Kohärenz γ und der Stör- R , Mess- U_0 und Nutzsignalamplitude \hat{U} ,

$$\Delta\rho = K \frac{\Delta U}{I}, \quad \Delta U^2 = F(1 - \gamma^2(U, I))|U|^2, \quad \left(\frac{\hat{U}}{R}\right)^2 = \frac{\gamma^2}{1 - \gamma^2}, \quad |\hat{U}| = |U| \gamma$$

folgt die gesuchte Beziehung:

$$\delta\rho = \frac{F^{1/2} |E_N|}{\rho |I|} \frac{\pi L(L^2 - a^2)}{4a} \propto L^3 \quad \text{mit} \quad E_N = R/L \quad (6.4.2.1)$$

F steht hier für den Fischer-Faktor, der, wie im Kapitel 4 erläutert, den Freiheitsgrad der Messung berücksichtigt und E_N steht für die elektrische Feldstärkendichte des Störsignals. Die Gleichung ließe sich auch für die Referenztechnik erweitern. Hier soll jedoch nur interessieren, dass der Messfehler mit der 3. Potenz der Länge des Spannungsdipols L sehr stark anwächst.

Vorversuche zur Klärung der Störfeldeigenschaften

Für die Messungen wurde der Standort Lübars ausgewählt. Dieser Standort und die Ergebnisse einer SIP-Tiefensektionsmessung wurden bereits im Kapitel 6.3.2 beschrieben.

Die richtige Wahl des Ortes für die Referenzstation ist entscheidend für den Erfolg der Anwendung der Referenztechnik. Wie bereits erwähnt, soll die Referenzstation möglichst weit entfernt von der Basisstation gelegen sein, um systematische Fehler zu minimieren.

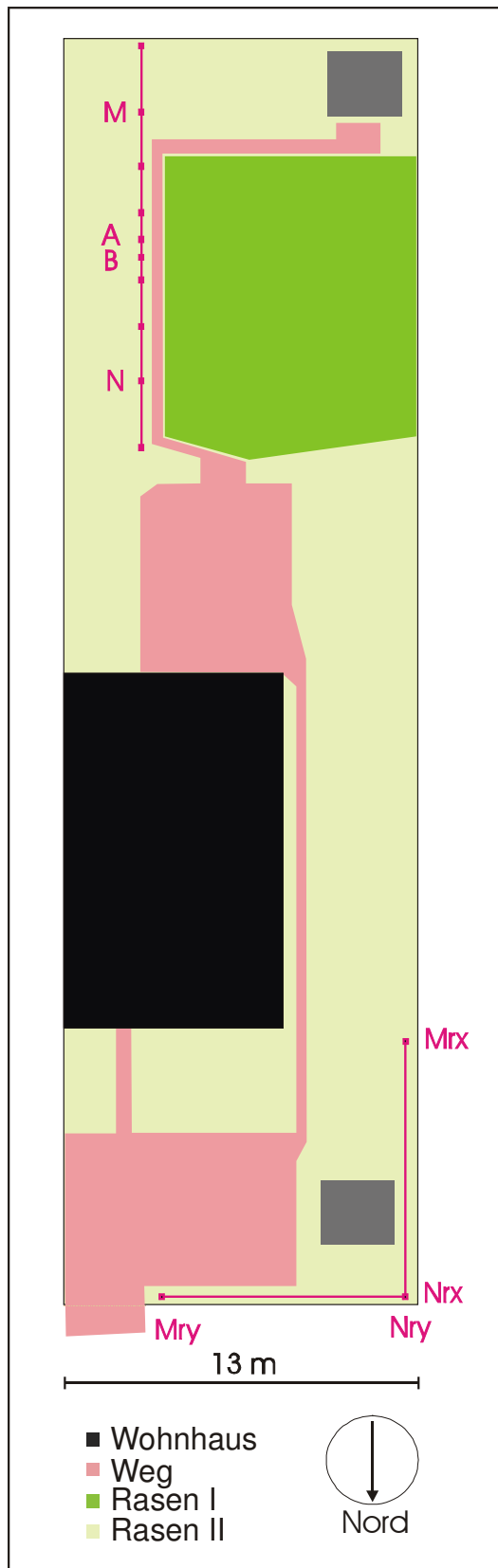


Abb. 6.4.2.1: Anordnung der reziproken Schlumberger Konfiguration und der Referenzstation am Teststandort Lübars.

Ein zu großer Abstand könnte jedoch mit einer geringeren Kohärenz des Störfeldes und damit mit einer geringeren Effizienz der Referenztechnik einhergehen. Innerhalb einer Siedlung muss mit einer Vielzahl unabhängiger und zeitlich variabler Störquellen gerechnet werden. Ein günstiger Ort für die Referenzstation kann daher nicht prognostiziert werden. Dieser muss vielmehr durch Testmessungen gesucht werden. Die Zahl der verfügbaren Standorte ist jedoch bei einer dichten Bebauung meist stark eingeschränkt. Abbildung 6.4.2.1 zeigt die Lage der reziproken Schlumberger Konfiguration und die letztendlich gewählte Position der Referenzstationen. Wie zuvor wurden für die Potentialmessungen Metallspieße verwendet. Die Spannungsdipole der Referenzstation hatten eine Länge von 9.5 Metern.

Als Vorbereitung auf die Widerstandsmessungen wurde zunächst eine Registrierung ohne Stromeinspeisung durchgeführt. Die Abbildungen 6.4.2.2 zeigen die Ergebnisse der einfachen (links) und der bivariaten Kohärenzanalyse (rechts). Dass die bivariante gegenüber der univariaten Analyse keine weitere Erhöhung des Signal- zu Rauschverhältnisses erbringt, hat seine Ursache wahrscheinlich darin, dass beide Referenzkanäle annähernd dasselbe Störsignal registrieren.

Eine hohe Kohärenz der Eingangskanäle bedingt fehlerhafte Übertragungsfunktionen. Insbesondere sind die hieraus berechneten Amplituden der einzelnen Signalanteile teilweise größer als die Gesamtsignalamplitude von U_0 .

Bei fast allen Frequenzen beträgt das Signal- zu Rauschverhältnis 5, bei den technischen Frequenzen treten Werte von über 20 auf. Vergleicht man dieses Ergebnis mit dem Eigenrauschen des Messgerätes (Kap. 5.5), dann stellt man fest, dass das S/R-Verhältnis doch um mehr als den Faktor 10 hinter dem technisch Möglichen zurückbleibt. Eine Erklärung hierfür wird am Ende des Kapitels gegeben.

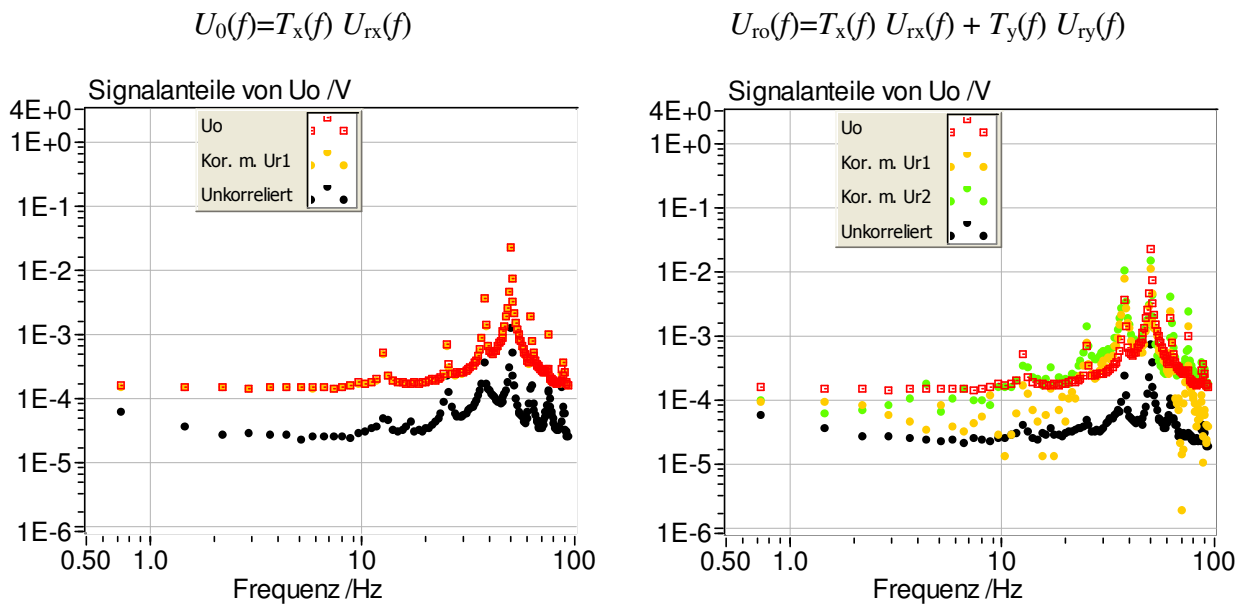


Abb. 6.4.2.2: Ergebnis der uni- und bivariaten Kohärenzanalyse von $U_0(f)$. Die Referenzstation (zwei orthogonale Dipole mit je 9.5 m Länge) befand sich in 35 m Entfernung. Die Messung wurde ohne Wechselstromspeisung durchgeführt. Die Spannungsdipolweite der reziproken Schlumberger Konfiguration betrug $2\text{ mal } 4.22\text{ m}$. Neben dem Amplitudenmaximum bei 50 Hz treten eine Reihe kleinerer Aliasfrequenzen auf. In der linken Abbildung fallen die gelben Symbole mit den roten zusammen und sind daher kaum zu erkennen.

Widerstandsmessungen

Die Stromstärke betrug bei den großen Auslageweiten ($1.78\text{--}7.5\text{ m}$) zwischen $35\text{--}38\text{ mA}$ und bei den beiden kleinsten Weiten ($1.0\text{ m}, 1.33\text{ m}$) 8 mA bzw. 15 mA . In Abbildung 6.4.2.3 sind die Ergebnisse der uni- und bivariaten Kohärenzanalyse exemplarisch für eine Registrierung mit einer Messfrequenz 0.73 Hz einander gegenübergestellt.

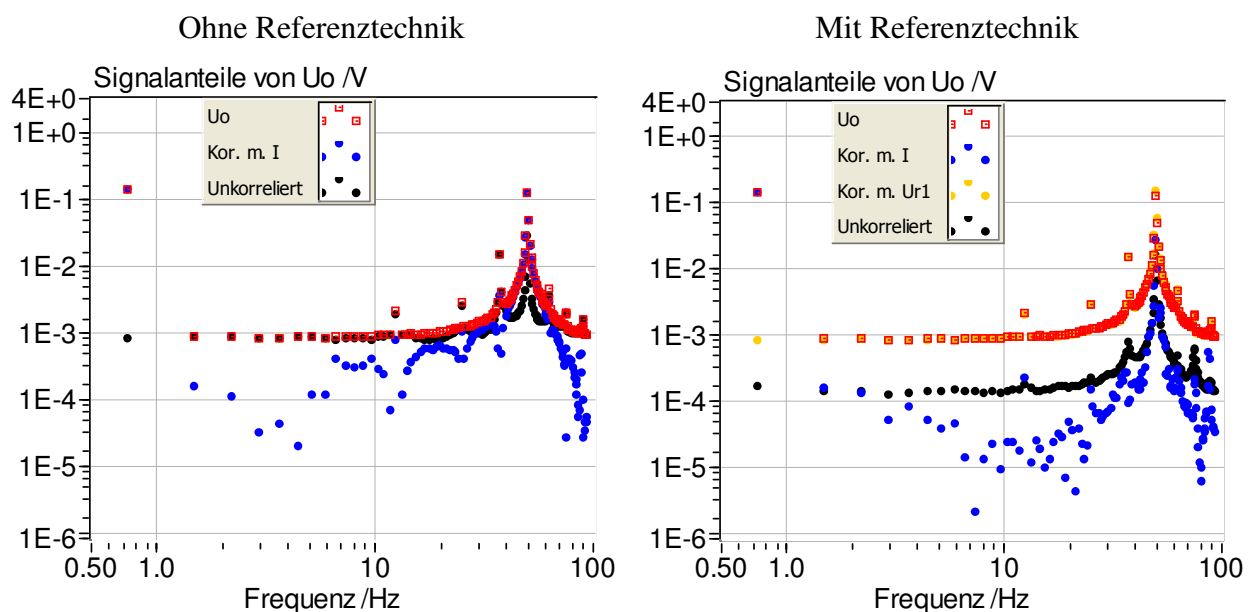


Abb. 6.4.2.3: Ergebnisse der uni- und bivariaten Kohärenzanalyse von U_0 bei einer Auslagenweite $MN/2 = 7.5\text{ m}$ und einer Messfrequenz von 0.73 Hz .

Die Nutzsinalamplitude beträgt 200 mV . Bei dieser Frequenz weist das Störsignal eine Feldstärkendichte von $70 \mu\text{V}/(m \sqrt{\text{Hz}})$ und das unkorrelierte Signal eine von $15 \mu\text{V}/(m \sqrt{\text{Hz}})$ auf. Wiederholt man die Messungen über mehrere Stunden, dann stellt man fest, dass der Störspannungspegel um bis zu 300% variiert.

Ergebnisse der SIP-Sondierung unter Verwendung der Referenztechnik

Oberflächennah steigen die scheinbaren Phasen mit zunehmender Frequenz deutlich an (Abb. 6.4.2.4, oben). Mit zunehmender Auslagenweite werden sie jedoch kleiner und weitgehend unabhängig von der Frequenz. Diese Beobachtung konnte auch bei der Tiefensektionsmessung im Kapitel 6.3.2 gemacht werden. Geringe Unterschiede rühren daher, dass die Messanordnung eine andere ist und etwa 3 m weiter östlich liegt.

Wie zu erwarten, sind die Phasenspektren für die kleinen Auslageweiten sehr glatt. Da die Messfehler jedoch etwa kubisch mit der Auslagenweite anwachsen (Gln. 6.4.2.1), ändert sich das ab einer bestimmten Auslagenweite, hier bei $MN/2 = 4.22 \text{ m}$, sehr abrupt. Deutlich tritt nun die Streuung der Messwerte hervor und nimmt bei einer Auslagenweite von $MN/2=7.5 \text{ m}$ Ausmaße an, die den wahren Verlauf oberhalb von 10 Hz nur noch erahnen lassen.

Die Anwendung der Referenztechnik vermindert die Streuung signifikant (Abb. 6.4.2.4, unten). Aus den genannten Gründen ist dies jedoch nur bei den drei größten Auslageweiten augenfällig. Der begrenzte Platz ließ noch größere Auslageweiten nicht zu.

Eine eingehendere Analyse der Messfehler ist anhand der geschätzten Vertrauensbereiche möglich. Abbildung 6.4.2.5 zeigt die Größe der Vertrauensintervalle mit und ohne Referenztechnik in Abhängigkeit von der Frequenz und der Auslagenweite. Obwohl die Messfehler bei allen Frequenzen zu großen Auslageweiten hin ansteigen, wird das Ergebnis der univariaten Auswertung von der Frequenzabhängigkeit des Messfehlers dominiert. Während der Messfehler bei niedrigen Frequenzen ($<5 \text{ Hz}$), bei fast allen Auslageweiten für spektrale Messungen hinreichend klein ist, ist er zwischen 10 Hz und 200 Hz , als Folge der von den Energieversorgungsleitungen ausgehenden Störungen, etwa 100-fach höher.

Nach Anwendung der Referenztechnik zeigt die Verteilung der verbleibenden Messfehler ein hiervon deutlich abweichendes Bild. Die Fehler bei den technischen Frequenzen sind nur noch um etwa eine Größenordnung erhöht. Das Bild wird jetzt stärker von der Zunahme des Fehlers mit der Auslagenweite bestimmt. Unakzeptable große Messfehler ($>0.3^\circ$) treten nur noch bei zwei Frequenzen der größten verwendeten Auslagenweite auf.

Die erzielte relative Verbesserung ist in Abbildung 6.4.2.6 dargestellt. Grün hinterlegt sind die Messdaten bei denen eine Verbesserung erzielt wurde, weiß solche bei denen sich nichts änderte und rötlich solche, bei denen sich eine geringfügige (bis -30%) Verschlechterung einstellte. In diesen Fällen sollte auf die Anwendung der Referenztechnik verzichtet werden.

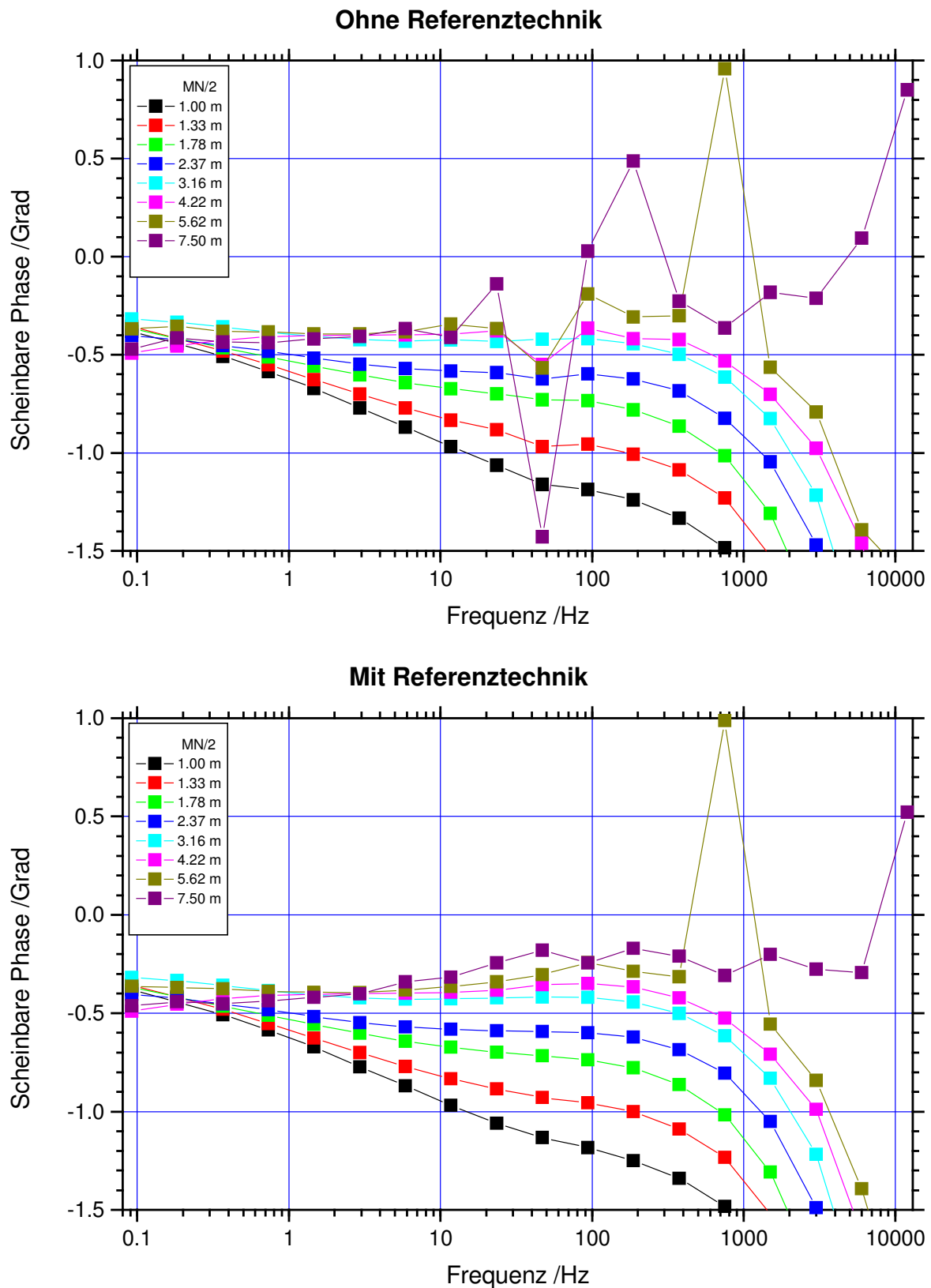


Abb. 6.4.2.4: Darstellung des scheinbaren Phasenspektrums von ρ_s mit und ohne Referenztechnik für alle vermessenen Auslageweiten. Verwendung fand eine reziproke Schlumberger Anordnung. Die Streuung der Messwerte kann mittels Referenztechnik deutlich verringert werden.

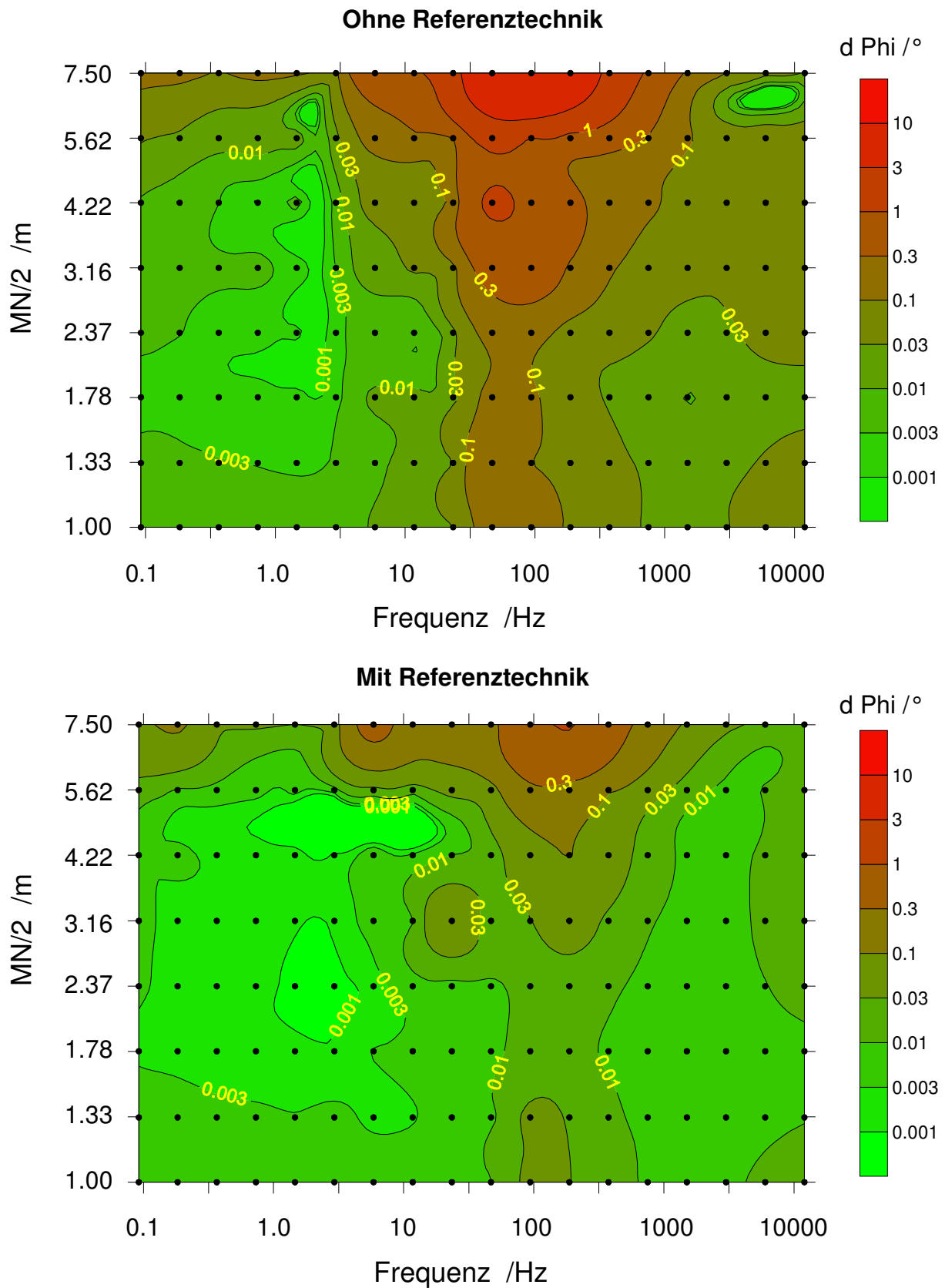


Abb. 6.4.2.5: Darstellung des statistischen Fehlers der Phasenmessung am Standort Lübars als Funktion der Frequenz und Auslagenweite. Schlumbergersondierung mit reziproker Anordnung der Elektroden. Unten: Ergebnis unter Hinzuziehung einer Referenzstation.

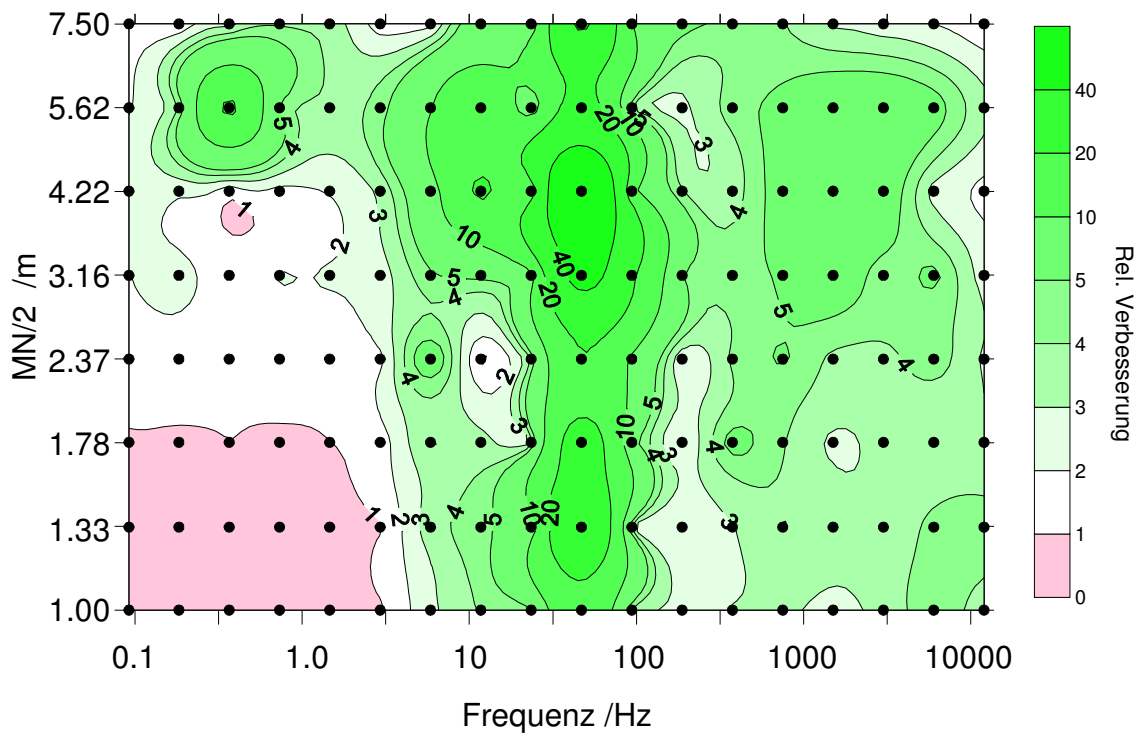


Abb. 6.4.2.6: Mit Hilfe der Referenztechnik erzielte relative Minderung des statistischen Messfehlers. Verbesserungen ergeben sich primär zwischen 10 und 100 Hz, da dort die höchsten Störpegel auftreten. Die schwarzen Punkte kennzeichnen Messwerte.

1D SIP-Inversion

Im Folgenden sollen die multispektralen Ergebnisse eindimensional invertiert werden. Natürlich werden hierzu die mit Hilfe der Referenztechnik verbesserten Messdaten verwendet. Wieder soll dies ohne Zugrundelegung eines Leitfähigkeitsmodells geschehen. Hierfür wurde das Programm *RESIXIP* (INTERPEX) verwandt.

Grundsätzlich erfolgt dies in den gleichen Schritten:

1. 1D-Inversionsrechnung mit *RESIXIP*,
2. Sortierung der Inversionsergebnisse zu Spektren.

Bei der praktischen Durchführung ergaben sich jedoch einige unerwartete Komplikationen. Wurden bei der Inversion alle Parameter (Widerstände, Phasen und Schichtmächtigkeiten) frei gelassen, dann war das Ergebnis physikalisch unsinnig. Trotz generell negativer Phasenwerte zeigten zwei Schichten eine Zunahme des Widerstandes mit der Frequenz. Dieses Problem konnte dadurch überwunden werden, dass zunächst nur die Widerstände invertiert wurden und erst danach die Phasen, wobei die zuvor bestimmten Widerstandswerte festgehalten wurden. Die Anpassung wird hierdurch nur geringfügig verschlechtert. Einfluss auf das Endergebnis nimmt auch die Wahl der Schichtmächtigkeiten. Diese muss bei allen Frequenzen gleich sein, um ein in sich konsistentes Ergebnis zu erhalten. Ein derartiges Problem ergibt sich bei der 2D-Inversion nicht, da dort mit einem Gitter gearbeitet wird, das sich nur dann ändert, wenn sich die Anzahl an Elektroden ändert. Die Schichtmächtigkeiten wurden bei 1 Hz bestimmt, da sich die Widerstandsbeträge bei dieser Frequenz am besten anpassen ließen.

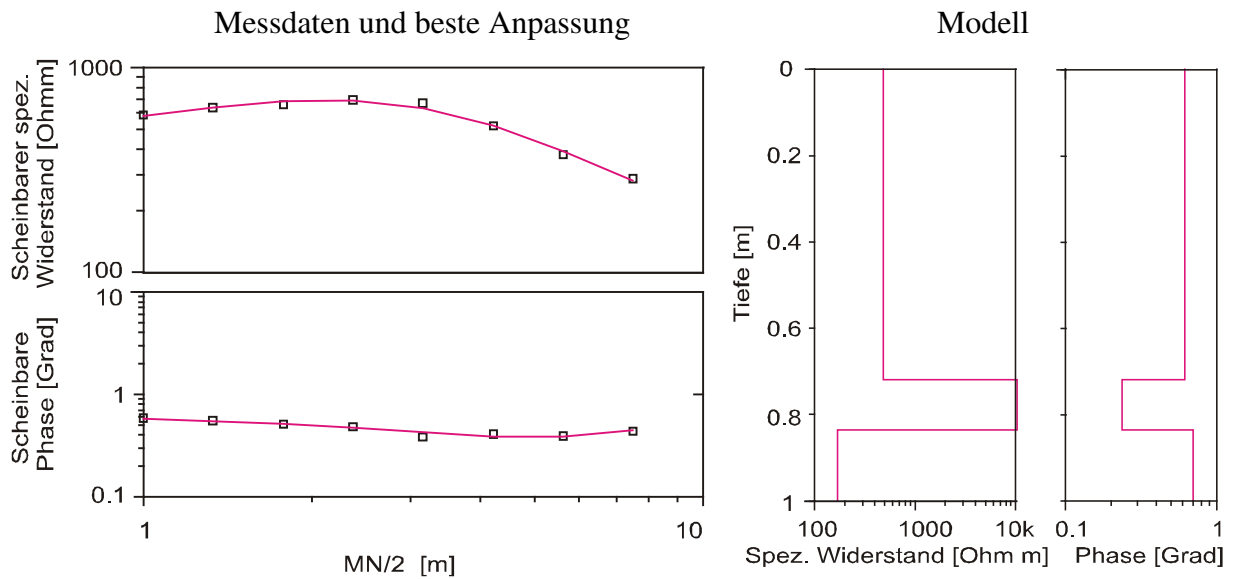


Abb. 6.4.2.7: Exemplarische Darstellung der Messergebnisse bei einer Messfrequenz von 0.73 Hz sowie der hierfür ermittelten besten Anpassung und des zugehörigen 1D-Inversionsergebnis. Für die Messungen wurde eine reziproke Schlumberger Konfiguration verwendet.

Anders als das Programm *RES2DINV*, sieht das deutlich früher entwickelte 1D-Programm *RESIXIP* keine Eingabe von Phasenwerten vor. Erlaubt sind *PFE*-Werte oder Aufladefähigkeiten. Das Problem lässt sich aber lösen, wenn man die Eigenschaft nutzt, dass zwischen dem Phasen- und dem *PFE*-Werte eine lineare Beziehung besteht. Folglich wurde anstelle des *PFE*-Wertes der Phasenwert eingegeben. Zuvor wurde noch das Vorzeichen vertauscht, da sich ein positiver *PFE*-Wert (negative Steigung des Widerstands Betrags mit der Frequenz) proportional zum negativen Phasenwert verhält. Der Proportionalitätsfaktor ist dabei unerheblich, da das Inversionsergebnis, bis auf diesen Faktor, stets dasselbe ist.

Es wurden nur die niedrigen Frequenzen bis einschließlich 23 Hz verwendet. Höhere Frequenzen sind von EM-Effekten beeinflusst, die das verwendete Programm nicht berücksichtigt und die daher zwangsläufig zu falschen Ergebnissen führen würden.

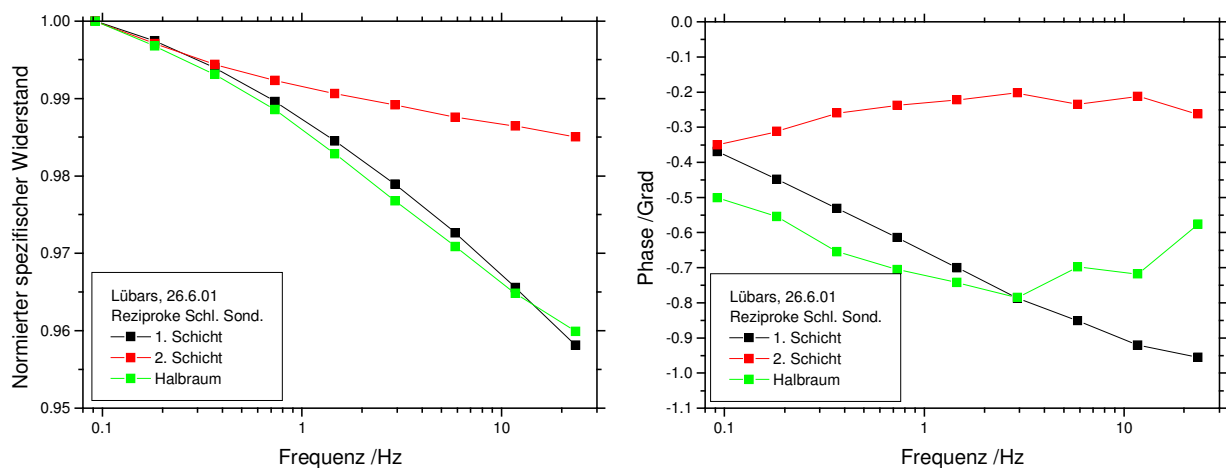


Abb. 6.4.2.8: Wahre Betrags- und Phasenspektren des spezifischen Widerstandes wie sie mittels einer 1D SIP-Inversion ermittelt wurden.

Der Verlauf der Sondierungskurve legt einen Dreischichtfall nahe (Abb. 6.4.2.7, links). Hierzu müssen für jede Frequenz acht Unbekannte bestimmt werden (drei Widerstände, drei Phasen und zwei Schichtmächtigkeiten). Dem stehen acht gemessene komplexwertige scheinbare Widerstandsspektren gegenüber.

Das Inversionsergebnis ist in Abbildung 6.4.2.8 wiedergegeben. Es stimmt näherungsweise mit den Ergebnissen für das südlichen Ende der Tiefensektion (Kap. 6.3.2) überein. Wieder tritt oberflächennah (1. Schicht) die größte Frequenzabhängigkeit auf. Die zweite Schicht ist nur hinsichtlich ihres Leitfähigkeits-Dickeproduktes gut aufgelöst. Das Inversionsprogramm versucht stets den Widerstand dieser Schicht auf $10 \text{ k}\Omega\text{m}$ anzuheben und die Mächtigkeit auf 10 cm zu verringern. Die Phase scheint hiervon kaum berührt zu werden. Sie ist klein zudem fast frequenzunabhängig. Der Halbraum weist im Mittel größere Phasenwerte, aber eine geringere Frequenzabhängigkeit auf als die 1. Schicht.

Der Vergleich der gemessenen mit den modellierten Werten, erlaubt eine Bewertung der Güte der Anpassung (Abb. 6.4.2.9). Diese kann als gut bezeichnet werden. Nur wenige Modellwerte weichen um mehr als 0.1° von den Messwerten ab.

Die Phasenabnahme des Halbraumspektrums zu höheren Frequenzen hin wird durch eine unvollständige Anpassung der Messdaten hervorgerufen. Da die Modellierung der 2D-Tiefensektionsmessung (Kap. 6.3.2) signifikante laterale Inhomogenitäten aufzeigte, war nicht zu erwarten, dass eine 1D-Modellierung für die größeren Auslageweiten eine optimale Anpassung erlauben würde.

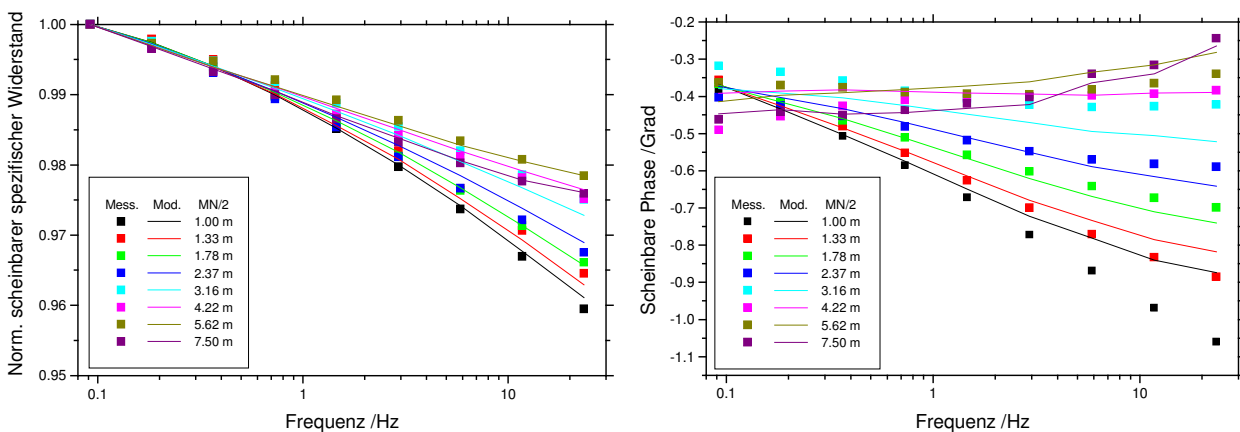


Abb. 6.4.2.9: Gegenüberstellung der gemessenen und der 1D modellierten scheinbaren Phasen des spezifischen Widerstandes. Teststandort Lübars. Reziproke Schlumberger Konfiguration.

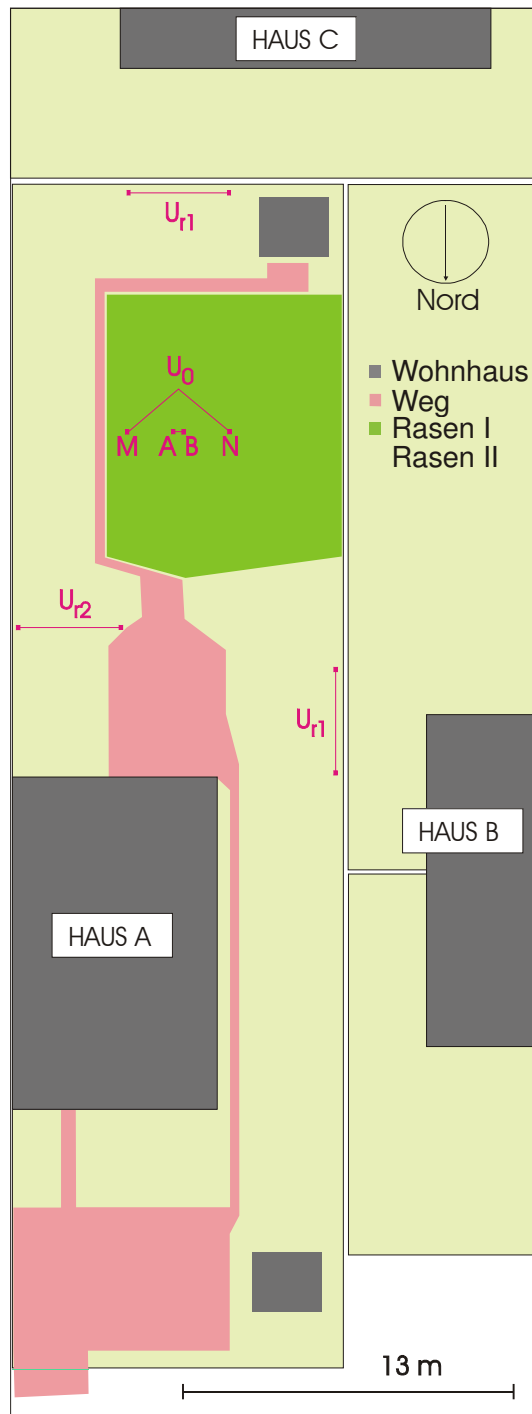


Abb. 6.4.2.10: Anordnung der reziproken Schlumberger Konfiguration und der Referenzstationen.

Gibt es einen noch besseren Referenzstationsort?

Die bivariate Kohärenzanalyse der Zeitreihen (ohne Stromeinspeisung) erbrachte keine Verbesserung gegenüber der univariaten (Abb. 6.4.2.2). Als Erklärung hierfür könnte man annehmen, dass die Signale von U_{rx} und U_{ry} zum einen weitgehend redundant sind und zum anderen nicht alle an der Basis auftretenden Störsignale erfassen. Dass die Referenzstation noch nicht optimal gewählt wurde belegt auch die Tatsache, dass der unerklärte Störsignalanteil immer noch deutlich höher ist als das Eigenrauschen des Messinstruments.

Im Folgenden soll daher der Versuch unternommen werden, noch bessere Orte für die Platzierung der Referenzstationen zu finden. Für diese Suche ist die Einspeisung eines Wechselstromes zunächst nicht erforderlich. Die Referenzdipole sollen nicht mehr zwingend am selben Ort und orthogonal zueinander liegen. Das erscheint zweckmäßig, da wir sahen, dass bereits ein Dipol genügt um das Störsignal an einem Ort zu erfassen, sofern er nicht trivialerweise senkrecht zu diesem steht.

Die Störsignale in Lübars haben ihren Ursprung aller Wahrscheinlichkeit nach in den einzelnen Wohnhäusern. Das niederohmige Hauptanschlussnetz, das Lübars mit elektrischer Energie versorgt, sollte nur einen einzigen Störsignaltyp hervorbringen. Unterschiede ergeben sich erst, wenn die relativ hochohmigen hausinternen Leitungen die einzelnen Endverbraucher, bis zu einem gewissen Grad, vom Hauptnetz entkoppeln und so unterschiedliche Störungen zulassen.

Zwei Versuchsreihen wurden durchgeführt. In der ersten sollten die Störungen der Häuser A und C in der zweiten die der Häuser A und B erfasst werden.

Eine für die erste Versuchsreihe ausgewählte Anordnung zeigt Abbildung 6.4.2.10. Neben der Ost/West streichenden Basisauslage U_0 wurden parallel hierzu, in jeweils 2 m Abstand, der Referenzdipol 1 (südlich) und Referenzdipol 2 (nördlich) angeordnet. Dann wurde der Abstand schrittweise vergrößert, bis Referenz 1 etwa 6 m vom Haus C und Referenz 2 etwa 5 m vom Haus A entfernt lagen. Dabei nahm der Störspannungspegel in Referenz 2 stetig zu, während die Kohärenz geringfügig abnahm. Der Signalpegel und die Kohärenz von Referenz 1, bezogen auf U_0 , nahmen hingegen stark ab.

Offensichtlich geht vom Haus C kein Störspannungsanteil aus, der für die Messung bei U_0 relevant wäre. Folglich ist im südlichen Bereich des Grundstücks kein optimaler Messort für die Referenz 1 vorhanden.

In einem zweiten Versuch wurde die Referenz 2 an ihrer letzten Position belassen, hingegen Referenz 1 bis auf 3 m an das Haus B verbracht. Um möglichst dicht an die vermeintliche Störquelle heranzukommen, streicht diese jetzt Nord/Süd anstelle von Ost/West. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.4.2.11 wiedergegeben. Die Korrelationen zwischen U_0 und U_{r1} bzw. U_0 und U_{r2} sind relativ gering (Abb. 6.4.2.11a, b). Wieder ist das nicht vorhersagbare Restrauschen etwa 10-fach größer als das instrumentelle Rauschen. Die Korrelation zwischen den beiden Referenzkanälen ist diesmal jedoch geringer als bei der obigen Widerstandsmessung zwischen den beiden orthogonalen Referenzkanälen U_{rx} und U_{ry} (Abb. 6.4.2.11).

Die optimistischsten Erwartungen werden jedoch hingegen bei der bivariaten Kohärenzanalyse erfüllt (Abb. 6.4.2.11d). Das Störsignal in U_0 kann mittels der beiden Referenzkanäle, bei fast allen Frequenzen zu 99%, bei 50 Hz sogar zu 99,9% vorhergesagt werden. Zwischen 5 Hz und 20 Hz liegt der nichterklärbare Anteil nur noch geringfügig oberhalb des instrumentellen Rauschbeitrages. Interessant ist auch der Vergleich der ermittelten Übertragungsfunktionen. Die univariate Analyse liefert für T_1 wie für T_2 einen stark frequenzabhängigen Phasenverlauf. Die bivariate Analyse liefert hingegen einen sehr flachen Verlauf, der zudem etwa 10-fach genauer bestimmt ist. Die Phasen der Störfeldübertragungsfunktion weisen lediglich einen statistischen Fehler von $\pm 1^\circ$ auf. Wir können dies Frequenzverhalten zudem als starkes Indiz dafür werten, dass beide Störsignalanteile von nur zwei Quellen herrühren. Der immer noch nicht erklärbare Rest stammt vermutlich von weiteren sehr entfernt liegenden Quellen. Eine dritte Referenz könnte auch diese Quelle erfassen. Ein günstiger Platz für eine 3. Referenz wäre vielleicht nahe dem Haus C, von diesem ging kein signifikanter Störanteil aus und dort sollte das vermutete Regionalfeld gut erfasst werden können.

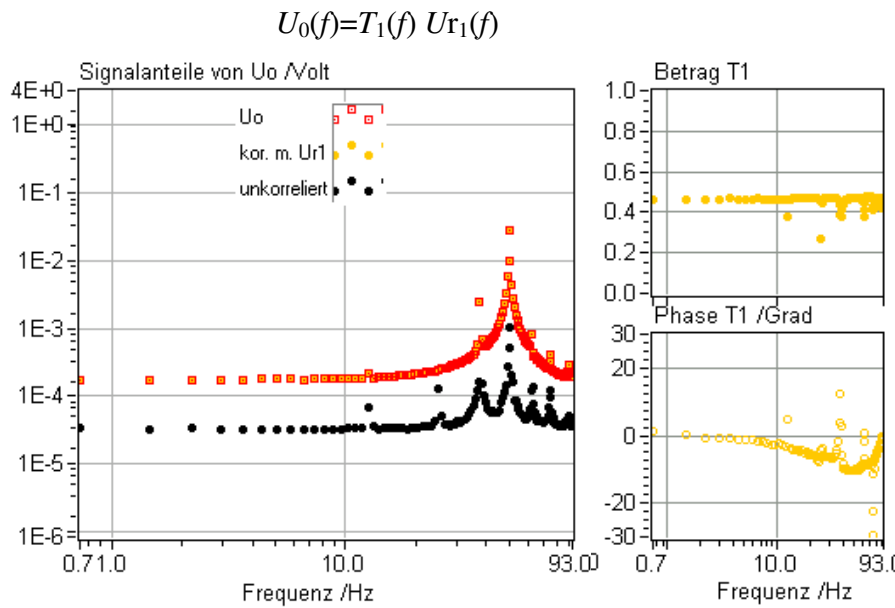


Abb. 6.4.2.11a: Univariate Kohärenzanalyse von U_0 bezogen auf U_{r1} . Rechts: Betrag und Phase der Übertragungsfunktion des Störfeldes $T_1(f)$.

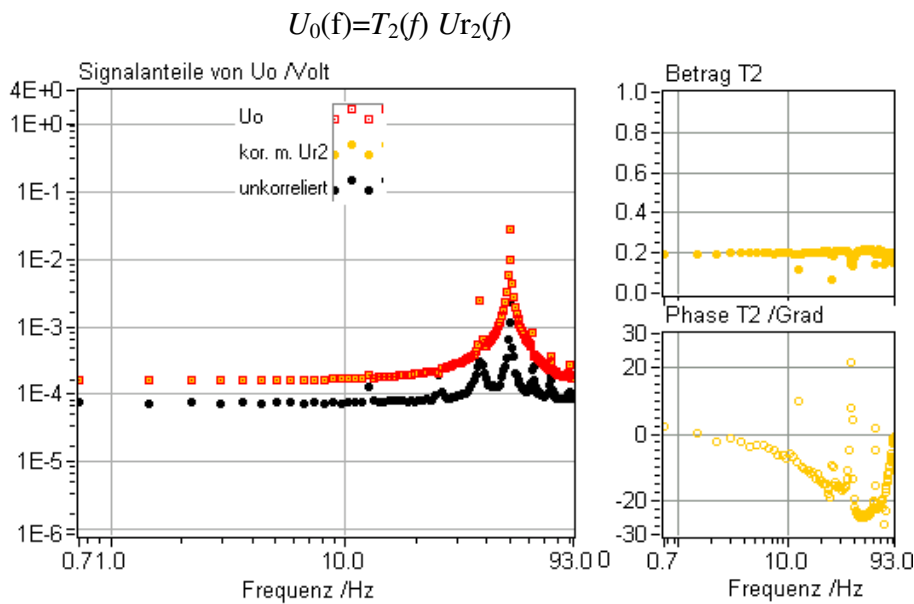


Abb. 6.4.2.11b: Univariate Kohärenzanalyse von U_0 bezogen auf U_{r2} . Rechts: Betrag und Phase der Übertragungsfunktion des Störfeldes $T_2(f)$.

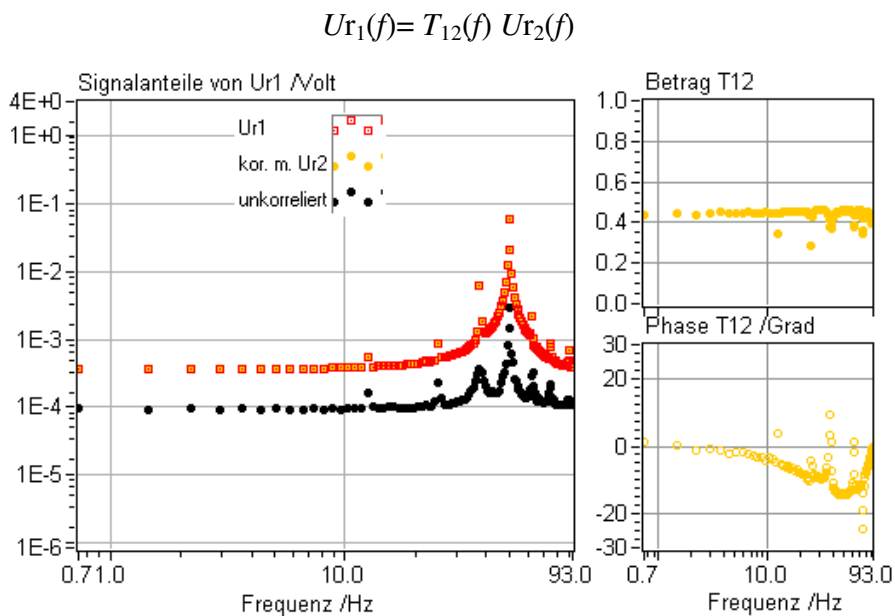


Abb. 6.4.2.11c: Univariate Kohärenzanalyse von U_{r1} bezogen auf U_{r2} . Rechts: Betrag und Phase der Übertragungsfunktion des Störfeldes $T_{12}(f)$.

$$U_0(f) = T_1(f) U_{r1}(f) + T_2(f) U_{r2}(f)$$

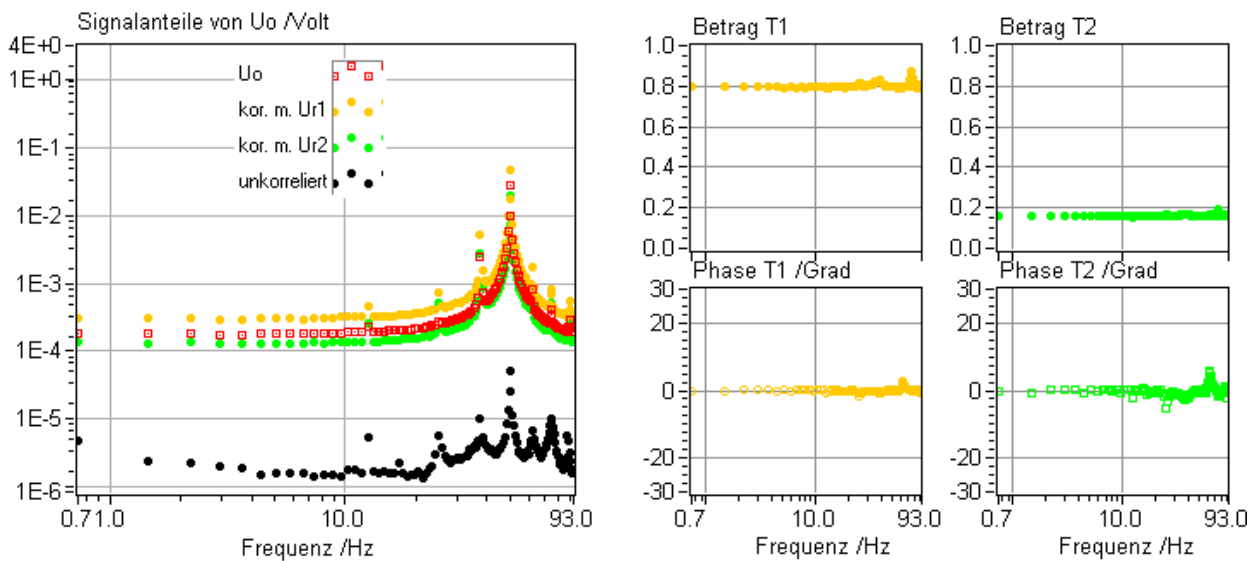


Abb. 6.4.2.11d: Bivariate Kohärenzanalyse von U_0 bezogen auf U_{r1} und U_{r2} . Rechts: Beträge und Phasen der Übertragungsfunktionen der Störfelder $T_1(f)$, $T_2(f)$.

Widerstandsmessung mit getrennten Referenzstationen

Abb. 6.4.2.12 zeigt schließlich das Ergebnis bei Stromeinspeisung. Die relative Verbesserung verringert sich, weil zwischenzeitlich der Noise abgenommen hat und zudem etwas an Dynamik verloren geht, weil Strom eingespeist wird. Es kommen trotzdem dieselben konstanten Übertragungsfunktionen für die Störfelder heraus. Z kann bestimmt werden, da die Stromquelle geringe 50 Hz Anteile produziert. Diese wurde nämlich aus dem Netz von Haus A mit Strom versorgt.

Leider sind die beiden Referenzstationen noch zu dicht an der Messauslage und daher doch nicht für die Widerstandsmessungen geeignet.

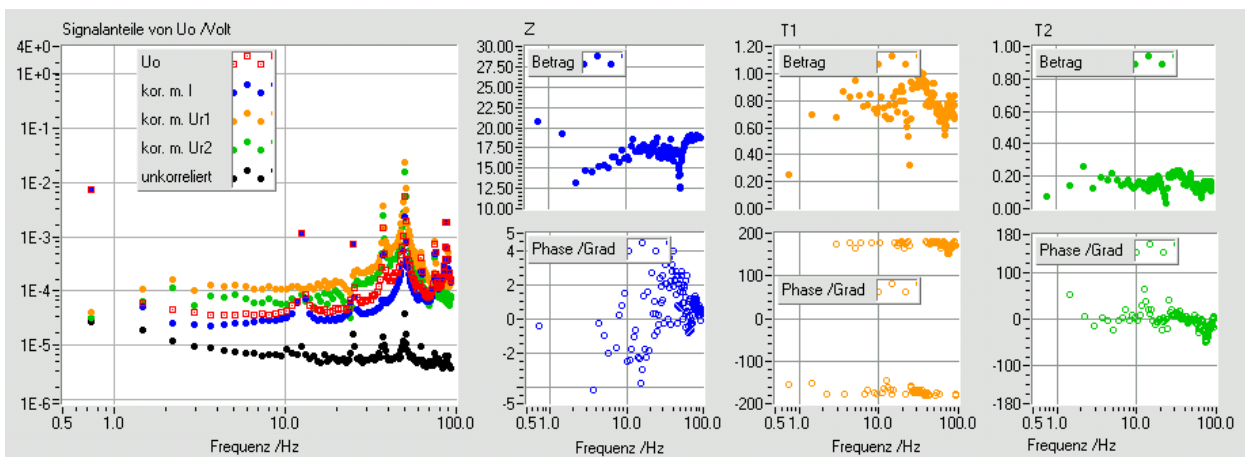


Abb. 6.4.2.12: Trivariate Kohärenzanalyse von U_0 bezogen auf I , U_{r1} und U_{r2} . Rechts: Beträge und Phasen der Übertragungsfunktionen für den Strom I und die Störfelder $T_1(f)$, $T_2(f)$. Die Messfrequenz betrug 0.73 Hz.

Fazit

Die geoelektrische Referenztechnik hilft, gestörte Messungen in einem beachtlichen Maße zu verbessern.

Die größten relativen Verbesserungen werden bei den am stärksten gestörten Messungen erzielt, nämlich bei den technischen Frequenzen und bei großen Auslageweiten. Dies führt einerseits zu einer ausgeglicheneren Fehlerverteilung im Spektrum und andererseits zu größeren nutzbaren Erkundungstiefen.

Es werden Verbesserung um mehr als das 40-fache erreicht. Eine so hohe Verbesserung durch Datenselektion oder Stapelung zu erzielen, erscheint als völlig unpraktikabel.

Mit Gleichung 6.4.2.1 kann man den Genauigkeitsgewinn in eine äquivalente Auslagenweiten- bzw. Erkundungstiefenvergrößerung um den Faktor 3 umrechnen. Im konkreten Fall ist der Gewinn jedoch geringer, da der Phasenverlauf, bis zu einem gewissen Grad, allein aus den weniger gestörten Frequenzbereichen rekonstruiert werden kann.

Die Referenztechnik ermöglicht es, quantitativ auswertbare schnelle SIP-Sondierungen mit einer reziproken Anordnung innerhalb einer dichten Besiedlung mit ihren relativ hohen Störspannungen durchzuführen.

6.4.3 Messungen in Gebieten ohne technische Störfelder

Die Messungen in Gebieten ohne technische Störfelder stellen andere Anforderungen an die Messtechnik und erfordern andere Strategien zur Erfassung des natürlichen Störfeldes. Generell sind die natürlichen (tellurischen) Störfelder um mehrere Größenordnungen kleiner als die technischen. Dies bedingt, dass die Messgenauigkeit erst bei größeren Auslageweiten unakzeptabel gering wird. Andererseits stimmen die nicht gestörten Gebiete meist mit solchen Gebieten überein, die klimatisch bedingt hohe Übergangswiderstände an der Oberfläche (Wüsten) oder sehr niedrige Widerstände in geringer Tiefe (Versalzung) aufweisen. Beide Faktoren bedingen, dass das S/R-Verhältnis sich verringert, bzw. die Sensitivität gegenüber tief liegenden Strukturen abnimmt.

Im Folgenden soll die Relevanz der einzelnen Einflussfaktoren für geoelektrische Tiefensondierungen anhand der Messungen an ausgewählten Lokationen Süd-Ägyptens und Nord-Sudans exemplarisch untersucht werden.

6.4.3.1 Eigenschaften des tellurischen Störfeldes

Das hocharide Untersuchungsgebiet ist gekennzeichnet durch geringmächtige, gut leitende, Sedimente und ein hochohmiges ($>1 \text{ k}\Omega\text{m}$) Grundgebirge. Die dominierenden Störquellen im hier interessierenden Frequenzbereich (0.1 bis 100 Hz) liegen mindestens 2000 km südlich in den äquatorialen Regenwaldgebieten. Es wurden bei den Messungen keine Hinweise auf lokale technische Störquellen beobachtet. Bekannte Quellen lagen jeweils mindestens 50 km entfernt und waren von geringer Leistung.

Stammt das in einem Messgebiet auftretende Störsignal von entfernten Quellen, dann sollte es, wenn es an zwei beliebigen Orten innerhalb des Messgebietes registriert wird, im Rahmen der Messgenauigkeit vollständig korreliert sein. Im Hinblick auf eine im folgenden Kapitel geplante Nutzung dieser Eigenschaften zur Messgenauigkeitserhöhung, ist die Klärung der tatsächlich

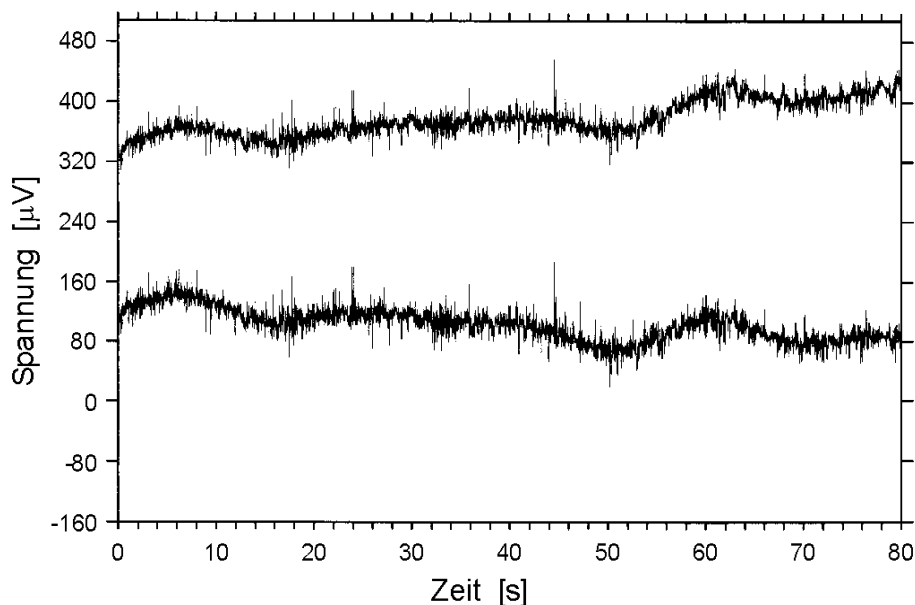


Abb. 6.4.3.1: Registrierbeispiel der Ost/West-Komponente des tellurischen Feldes am Messpunkt TD41 (Toshka Depression, Süd-Ägypten). Potentialdipollänge: je 25 m , Abstand der parallel orientierten Dipole: 25 m .

erzielbaren Kohärenz von großer Wichtigkeit für die Effizienz und damit den praktischen Nutzen der Referenzmethode. Die Messtechnik, die Sondendrift und Wind induzierter Noise (Kap. 4.2) limitieren die Kohärenz.

Abbildung 6.4.3.1 zeigt die mit zwei in geringem Abstand (25 Meter) parallel zueinander angeordneten 25 Meter langen Dipolen über einen Zeitraum von 80 Sekunden registrierten elektrischen Feldvariationen. Die mittel- und hochfrequenten Signalanteile korrelieren wie erwartet in hohem Maß. Niederfrequente Signalanteile mit Perioden >5 Sekunden scheinen hingegen nicht zu korrelieren. Letzteres kann auf eine Drift der Potentialabgriffe und der zu diesem Zeitpunkt verfügbaren Messelektronik zurückgeführt werden.

Diese qualitativen Beobachtungen lassen sich in der spektralen Darstellung quantitativ verifizieren. Anstelle von Rohspektren wurde in Abbildung 6.4.3.2 bereits das Ergebnis der Kohärenzanalyse wiedergegeben. Dieses zeigt das Spannungssignal des ersten Kanals, zerlegt in einen Anteil der linear aus dem Signal des zweiten vorhergesagt werden kann (Nutzsignal) und einen zweiten, der nicht vorhersagbar ist (Rauschen).

$$U_1^i = mU_2^i + \delta U^i \quad (6.4.3.1)$$

Dabei musste angenommen werden, dass der zweite Kanal der fehlerfreie Input und der erste der fehlerbehaftete Output ist (Gln. 6.4.3.1). Dass dieser, anders als bei der univariaten Widerstandsschätzung (Kap. 4.1.3), in Wirklichkeit nicht frei von Rauschanteilen ist, muss bei der Interpretation der geschätzten Übertragungsfunktionen berücksichtigt werden (Kap. 4.1.7).

Das Amplitudenverhältnis des S/R-Verhältnisses gibt unmittelbar an, zu welchen Anteilen das tellurische Signal vorhergesagt werden kann. Im konkreten Fall wird zwischen 5 Hz und 25 Hz ein S/R-Verhältnis von über 20 erreicht. Das bedeutet, dass 95 % des Signals des ersten Kanals aus dem des zweiten Kanals vorhergesagt werden können.

Dass es sich tatsächlich um Signale natürlichen Ursprungs handelt und nicht etwa um Störsignale aus dem Messgerät, kann zweifelsfrei anhand der deutlich sichtbaren Amplitudenmaxima des Nutzsignals bei 7.5 Hz, 15 Hz und 22 Hz belegt werden. Hierbei handelt es sich um sogenannte

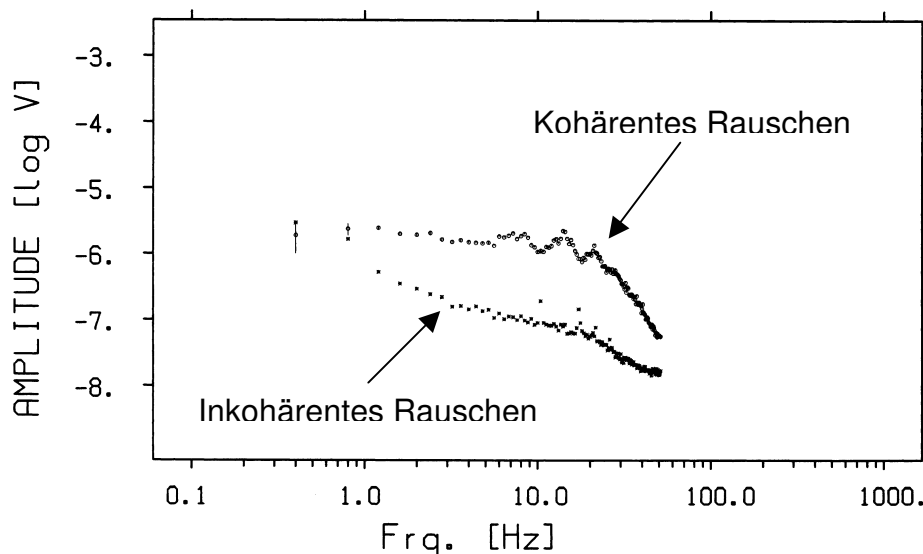


Abb. 6.4.3.2: Amplitudenspektrum des Nutzsignals (o) und des Rauschanteils (*).

Schumann-Resonanzen (Schumann, 1952) die entstehen, weil sich im Hohlleiter Erde/Ionosphäre solche elektromagnetischen Felder besonders dämpfungsarm ausbreiten, deren Wellenlängen ein Vielfaches des Erdumfanges betragen.

Der linear nicht vorhersagbare Anteil weist hingegen keine Resonanzmaxima auf. Hieraus kann geschlossen werden, dass im ersten Messkanal keine weiteren tellurischen Signale enthalten sind, die aus dem zweiten nicht vorhersagbar sind. Solche Signale könnten z.B. über die Pole laufende tellurische Signale sein. Diese weisen ebenfalls die charakteristischen Schumann-Resonanzen auf, sind aber nicht mit der äquatorialen Komponente korreliert und können daher auch nicht aus dem zweiten Ost/West orientierten Messkanal vorhersagbar werden. Bei größeren Abständen zwischen den Messdipolen nimmt die Wahrscheinlichkeit von lateralen Inhomogenitäten, die das Störfeld umlenken, zu und auch die Nord/Süd Richtung müsste mitregistriert werden.

Der Pegel des nicht vorhersagbaren Störspannungsanteils wächst zu niedrigen Frequenzen hin stetig an. Er zeigt in guter Näherung ein $1/f$ -Verhalten, was die Vermutung einer

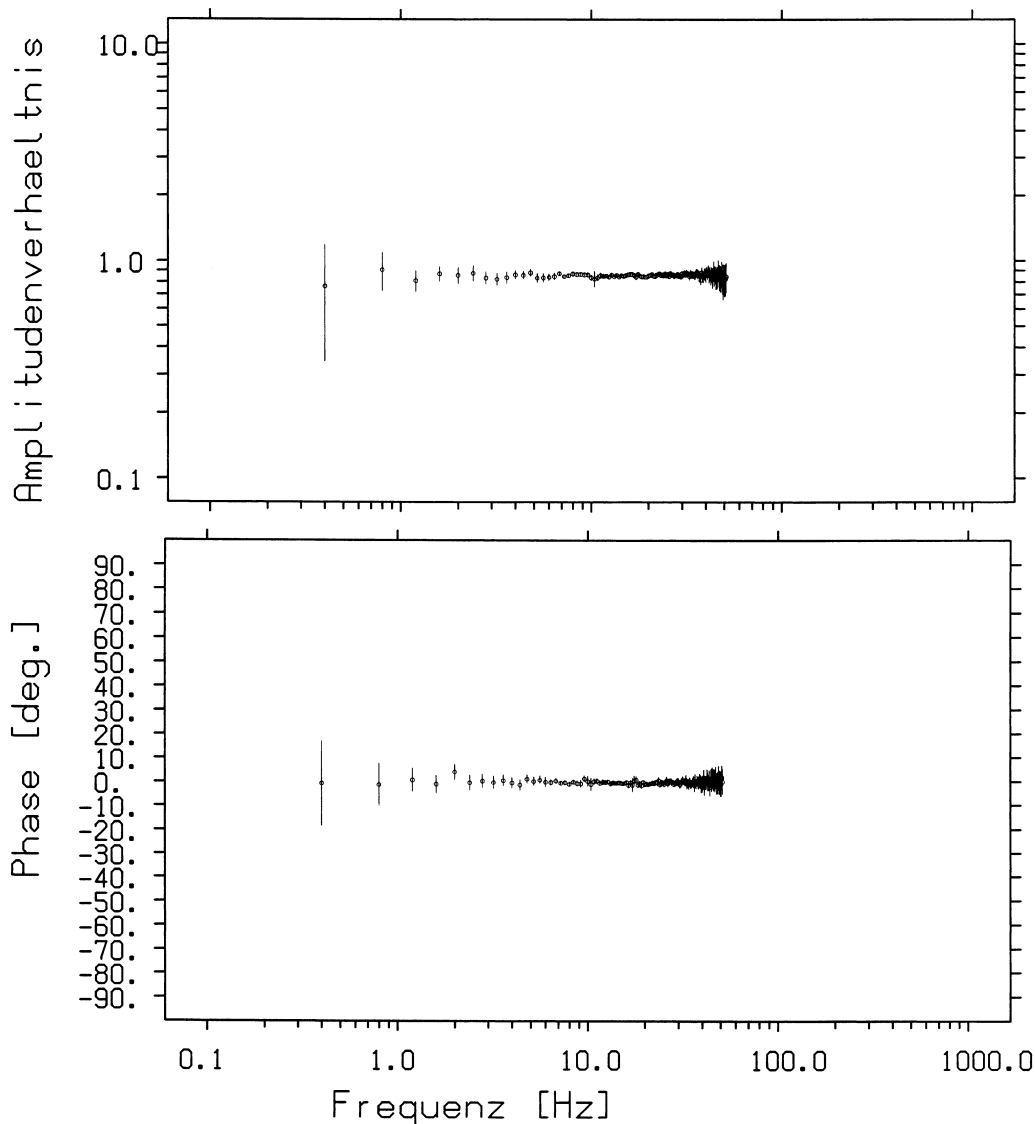


Abb. 6.4.3.3: Amplitudenspektrum der Übertragungsfunktion m zwischen zwei parallel angeordneten Spannungsmessdipolen. Lokation TD41, Dipollänge: je 28 m.

messtechnischen Herkunft weiter untermauert. Der Amplitudenabfall oberhalb von 30 Hz wird hingegen von den Tiefpassfiltern in den Messkanälen verursacht. Unterhalb von 1 Hz wächst das Messrauschen auf den Pegel des tellurischen Signals an ($S/R \sim 1$). Das tellurische Signal weist bei Frequenzen zwischen 0.5 Hz und 20 Hz eine Amplitude von etwa $50 \text{ nV}/(m\sqrt{\text{Hz}})$ auf, die des Rauschens um 10 Hz von $2.5 \text{ nV}/(m\sqrt{\text{Hz}})$.

Die aus den Zeitreihen berechnete Übertragungsfunktion ist in den Abbildungen 6.4.3.2, getrennt nach Betrag und Phase, als Funktion der Frequenz aufgetragen. Sowohl der Betrag als auch die Phase zeigen keine Frequenzabhängigkeit. Das wäre aber auch nur dann zu erwarten, wenn der Abstand zwischen den Dipolen mindestens vergleichbar groß mit der Skintiefe bei der höchsten erfassten Frequenz (hier 50 Hz) gewesen wäre und der Untergrund zudem inhomogen leitend. Dass die gemessene Phase verschwindet ($\sim 0^\circ$), steht im Einklang mit einer frequenzinvarianten Amplitude, da beide über die Hilbert-Transformation (Gln. 1.1.17) verknüpft sind. Die Amplitude der Übertragungsfunktion beträgt 0.92 . Da gleichlange Messdipole verwandt wurden, weist dies auf eine Gleichstromverzerrung, also ohne induktiven Anteil, hin (Kapitel 6.1.1).

Sondierung in hochariden Gebieten Süd-Ägyptens

Das Messgebiet Toshka-Depression liegt etwa 80 km nördlich der Grenze zum Sudan und 200 km westlich des Lake Nasser (Burkhardt et al., 1987). Die geowissenschaftliche Fragestellung lautete, wird der Nubische Aquifer durch neu gebildetes Grundwasser aus der sudanesischen Sahelzone erneuert? In diesem Fall könnte dieser langfristig zur Versorgung der wachsenden ägyptischen Bevölkerung dienen. Das Untersuchungsgebiet ist gekennzeichnet durch eine Hochlage des Grundgebirges. Die Mächtigkeit des Fensters ist entscheidend für die mögliche Erneuerungsrate. Hierzu galt es, u.a. mit geoelektrischen Sondierungen, die Tiefe des Grundgebirges zu bestimmen.

Abbildung 6.4.3.4 zeigt die Sondierung TD25. Unter einer geringmächtigen schlecht leitenden Deckschicht befindet sich ein gut leitendes Sandsteinpaket, das einen leicht mineralisierten Grundwasserleiter aufweist. Das Grundgebirge lässt sich anhand hoher spezifischer Widerstände gut vom Sediment abgrenzen. Die Sedimentmächtigkeit beträgt an der Lokation TD25 nur 42 m .

Die Spannungsdipolweite der Schlumberger-Konfiguration betrug für alle Stromdipolweiten 2 Meter . Dies stellt sicher, dass Sprünge in der Sondierungskurve, die bei der Änderung der Potentialdipolweite fast immer als Folge der sehr inhomogenen Deckschicht beobachtet wurden, vermieden werden. Bei der größten Stromdipolweite ($L/2=1000 \text{ m}$) beträgt der Geometriefaktor dann $1.5 \times 10^6 \text{ m}$.

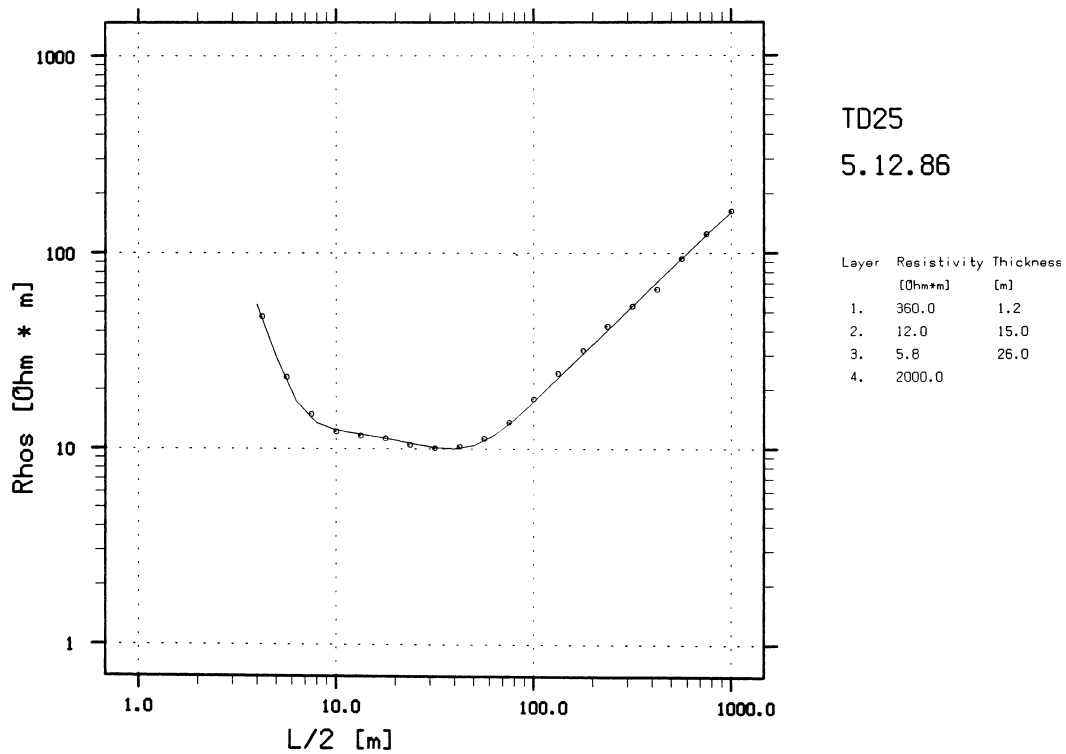


Abb. 6.4.3.4: Gemessene und modellierte scheinbare spezifische Widerstände an der Lokation TD25. Die Tabelle neben der Grafik gibt die verwendeten 1D-Modellparameter wieder. Die Messfrequenz betrug bei allen Auslageweiten 1 Hz.

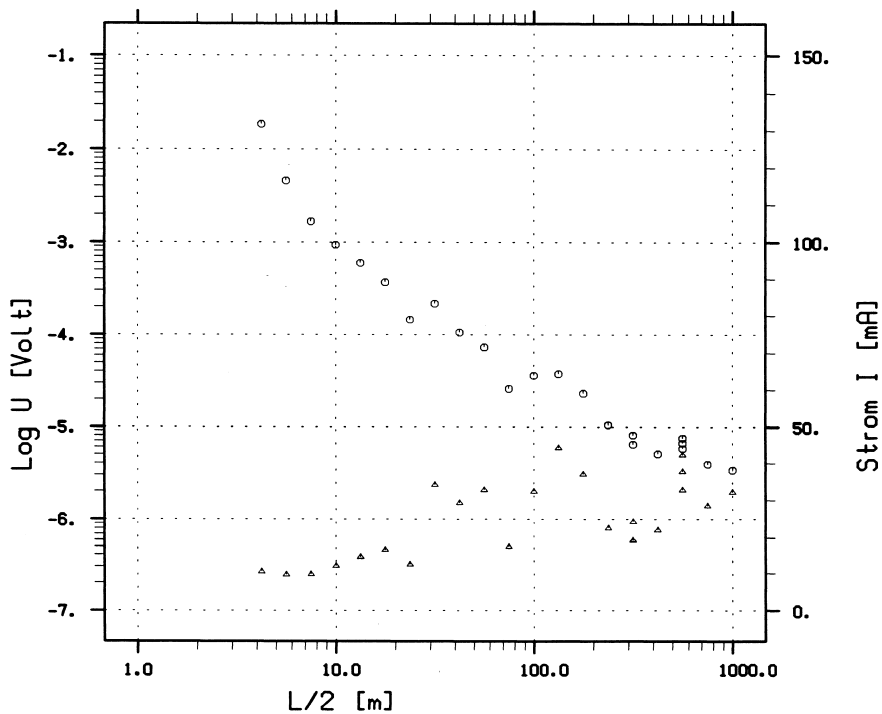


Abb. 6.4.3.5: Gemessene Nutzsinalspannung und Stromstärke als Funktion der Auslageweite (TD25). Kreise: Nutzsinalspannungen; Dreiecke: Stromstärken.

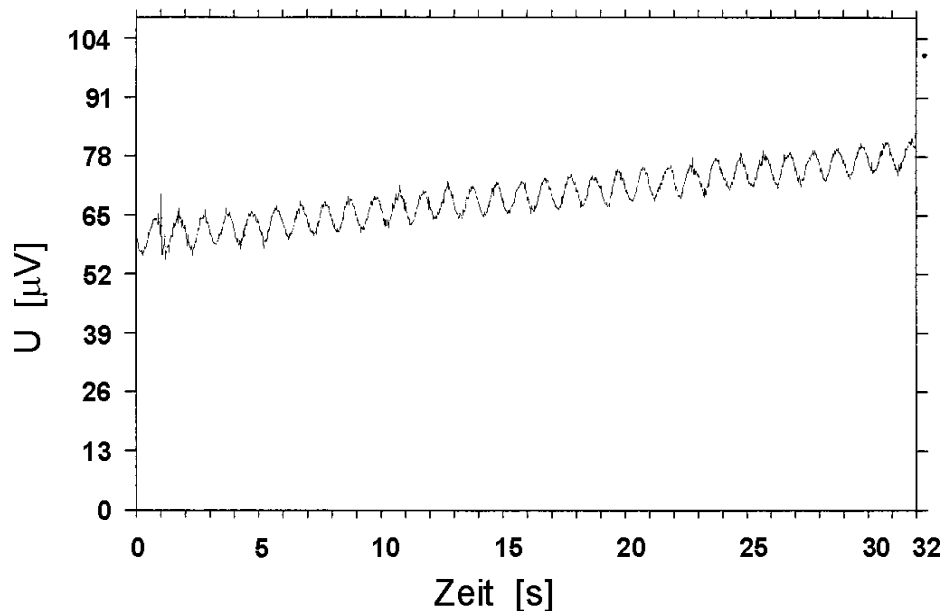


Abb. 6.4.3.6: Mit einer Schlumberger-Konfiguration ($L/2=1000\text{ m}$, $MN=2\text{ m}$) am Messpunkt TD25 registriertes Spannungssignal. Messfrequenz: 1 Hz.

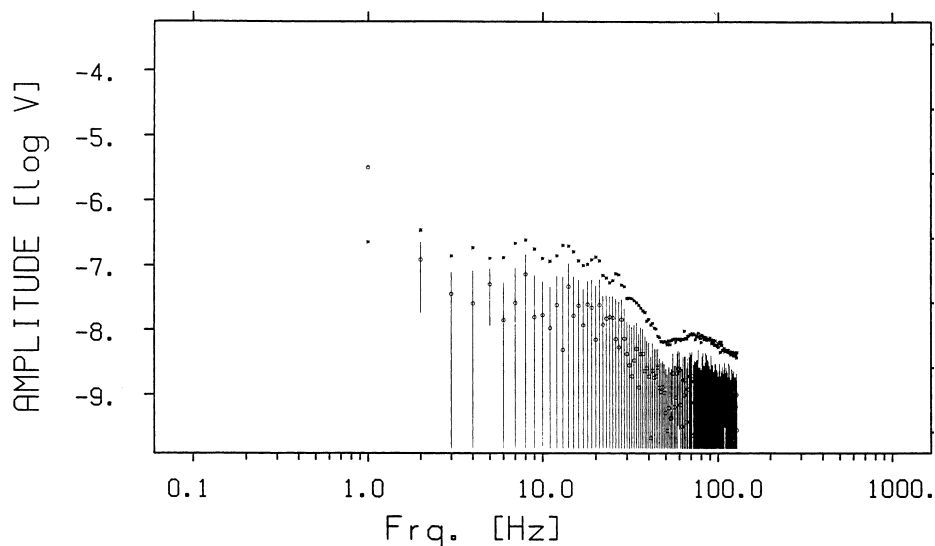


Abb. 6.4.3.7: Ergebnis der einfachen Kohärenzanalyse der obigen Registrierung. Dargestellt ist das Amplitudenspektrum von U_0 , zerlegt in einen mit dem Strom korrelierten und einen nicht korrelierten Anteil

In Abbildung 6.4.3.5 sind die Nutzsinalamplituden und die Stromstärken über der halben Auslagenweite aufgetragen. Die Stromstärken sind bei den großen Auslagenweiten größer als bei den kleinen, weil mehr Aufwand getrieben wurde, um die Ankopplung der Stromelektroden zu verbessern. Trotz des Einsatzes einer Stromquelle mit $\pm 1\text{ kV}$ Ausgangsspannung und jeweils fünf parallel geschalteten Elektrodenspießen, mit jeweils 1.5 cm Durchmesser, die $80\text{--}90\text{ cm}$ tief in den Erdboden eingeschlagen wurden, konnte nur eine maximale Stromstärke von 45 mA erzielt werden. Die Spannung fällt daher von 20 mV ($L/2=4.22\text{ m}$) auf $5\text{ }\mu\text{V}$ ($L/2=1000\text{ m}$) ab. Die bei der größten Auslagenweite registrierte Spannungszeitreihe ist in Abbildung 6.4.3.6

wiedergegeben. Das Nutzsignal ist nun bereits deutlich erkennbar von Störsignalen überlagert. Die auftretende Drift um $20 \mu\text{V}$, während der Registrierzeit von 32 Sekunden , ist zwar für ein CuSO_4 -Sondenpaar gering, übersteigt jedoch bereits deutlich die Nutzsignalamplitude. Das Ergebnis der Kohärenzanalyse (Abb. 6.4.3.7) ergab ein S/R-Verhältnis von 20 und einen statistischen Messfehler von lediglich 1.6% . Anhand der klar erkennbaren charakteristischen Schumann-Resonanzen, kann das Rauschsignal eindeutig als von tellurischer und damit nicht technischer Herkunft identifiziert werden.

Abbildung 6.4.3.8 zeigt die Messfehler aller Auslagenweiten. Diese steigen im Mittel mit der Auslagenweite an. Die Streuung ist jedoch erheblich, weil auch die Stromstärke von Auslage zu Auslage erheblich variiert. Eine Auftragung über der Nutzsignalspannung berücksichtigt diesen Umstand (Abb. 6.4.3.9). Jetzt ist die Streuung nur noch gering und es stellt sich ein umgekehrt proportionaler Zusammenhang ein. Dieses Ergebnis stimmt gut mit den theoretischen Erwartungen überein. Aus Gleichung 4.1.5.1 folgt nämlich,

$$\delta\rho = \frac{R}{S} \sqrt{\frac{2}{N-2} F(n_1, n_2, \alpha)} \quad (6.4.3.2)$$

und da die vorgegebene Registrierzeit bei allen Auslagen gleich war, ergibt sich die umgekehrte Proportionalität, auch wenn der Rauschpegel für die Zeit der Sondierung konstant ist. Wie Messungen des Tagesganges im Messgebiet bei 2 Hz zeigen (Brasse, 1993), ist dies zumindest während des Tages bis auf den Faktor zwei der Fall und erklärt die verbleibende geringe restliche Streuung der Fehlerfunktion gut.

Oberhalb von 2 mV flacht die Fehlerfunktion jedoch ab und erreicht einen minimalen Wert von 0.005% . Dies hat seine Ursache darin, dass die Linearität des verwendeten 12-Bit A/D-Wandlers

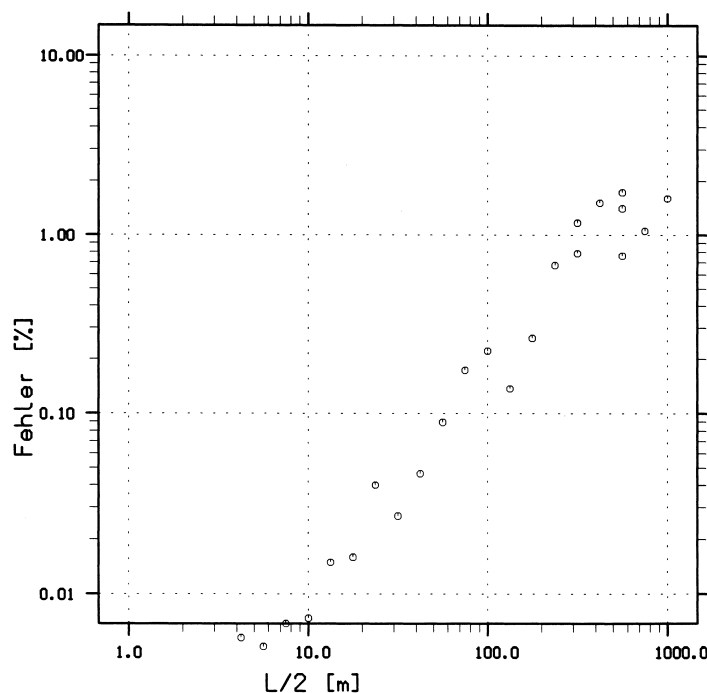


Abb. 6.4.3.8: Statistischer Messfehler des spezifischen Widerstandes als Funktion der Auslagenweite.

begrenzt ist und damit keine höhere Messgenauigkeit erlaubt. Demnach limitiert das Messgerät die Messgenauigkeit bei großen Signalamplituden. Bei kleinen Amplituden ($<2 \text{ mV}$) wird die Messgenauigkeit hingegen von der Tellurik beschränkt.

Aus dem Wert des kleinst möglichen Messfehlers $\delta\rho_{min}$ kann der Dynamikbereich dieses Messgerätes für eine Einzelmessung berechnet werden:

$$\text{Dynamik} := \left(\frac{S}{R}\right)_{max} = \frac{\sqrt{\frac{2}{N-2} F(n_1, n_2, \alpha)}}{\delta\rho_{min}} = \frac{1}{0.011\%} = 79.4 \text{ dB} \quad (6.4.3.3)$$

Dieser Wert stimmt gut mit den Angaben des Herstellers zur Linearität überein (0.012%). Es wird auch deutlich, dass die Messgenauigkeit im flachen Teil der Fehlerfunktion überschätzt wird und man die Registrierzeit ohne realen Genauigkeitsverlust hätte reduzieren können. Mit den höher auflösenden A/D-Wandlern der späteren Messegrätegenerationen SIP-Fuchs (16-Bit) und SIP-256B (24-Bit) werden erhebliche größere Dynamiken erreicht.

Nicht berücksichtigt wird hierbei, dass die Verstärkung variiert und der Gleichspannungsanteil im Messsignal kompensiert werden kann. Hierdurch vergrößert sich die Gesamtdynamik des Messgerätes um etwa zwei Größenordnungen auf 120 dB . Eine noch größere Gesamtdynamik wäre zu erreichen, wenn die Tellurik nicht als Rauschen, sondern als vorhersagbares Signal erscheinen würde.

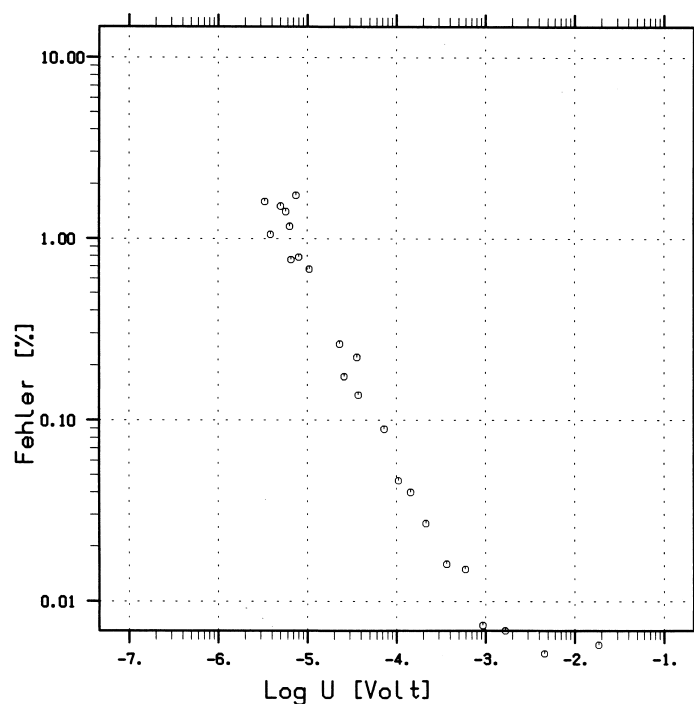


Abb. 6.4.3.9: Statistischer Messfehler des scheinbaren spezifischen Widerstandes als Funktion der Nutzsinalspannung. Schlumbergersondierung.TD25.

6.4.3.2 Messung mit einer Referenzstation

Im Kapitel 4.2 zeigte sich, dass sich höherfrequente Rauschanteile in den Sondenkanälen visuell gut vom Nutzsignal abheben. Die Gegenüberstellung der an der Basis registrierten Zeitreihen mit den an der Referenz registrierten ist daher zu einer ersten qualitativen Beurteilung der Kohärenz und der damit unmittelbar verbundenen erzielbaren Verbesserung geeignet. Für die Anwendung der Referenzmethode bei Tiefensondierungen nach Schlumberger wurde die Referenzstation in einer Entfernung von 1400 m unter einem Azimut von 45° aufgestellt. Die dabei verwendete Anordnung (Abb. 6.4.3.10) ist zudem für Kreuzauslagen zweckmäßig und erleichtert auch die Modellierung von Induktionseffekten.

Die Registrierung DAT583 (Abb. 6.4.3.11) wurde am Nordrand des Humar Beckens (Abb. 6.1.1) an der von technischen Störfeldern praktisch freien Lokation S5.4 gewonnen. Es gelingt auch bei den gegenüber den technischen Störungen um mehrere Größenordnungen kleineren natürlichen Störfeldern eine erhebliche Steigerung des S/R-Verhältnisses. Die bereinigten Zeitreihen ähneln weitgehend wieder dem sinusförmigen Quellsignal $I(t)$, ohne dass hierzu ein Bandpass Verwendung fand.

Inwieweit auch die gegenüber technischen Störfeldern meist kleinen tellurischen Spannungen mit Hilfe der Referenztechnik vorhergesagt und reduziert werden können, kann anhand der in Abbildungen 6.4.3.12a-b wiedergegebenen spektralen Darstellung der Zeitreihe DAT583 überprüft werden. Das Signal- zu Rauschverhältnis der Grundmode wird in diesem Beispiel von 3.5 (univariat) auf 12 (bivariat) erhöht. Auch die höherfrequenten Rauschanteile (bis 120 Hz) können zu etwa 80 % vorhergesagt werden. Eine Besonderheit ist das vom Generator verursachte Netzbrummen, das nur an der Basis, nicht jedoch an der Referenzstation beobachtet werden kann und richtigerweise dem Rauschen zugeordnet wird. Die Einbeziehung von U_{ry} konnte keine weitere Verbesserung bringen. Es ist zudem anzunehmen, dass die verbleibenden Rauschanteile vom Messgerät und von den Sonden herrühren, zumal die Amplituden nur noch $50 - 400\text{ nV}$ betragen.

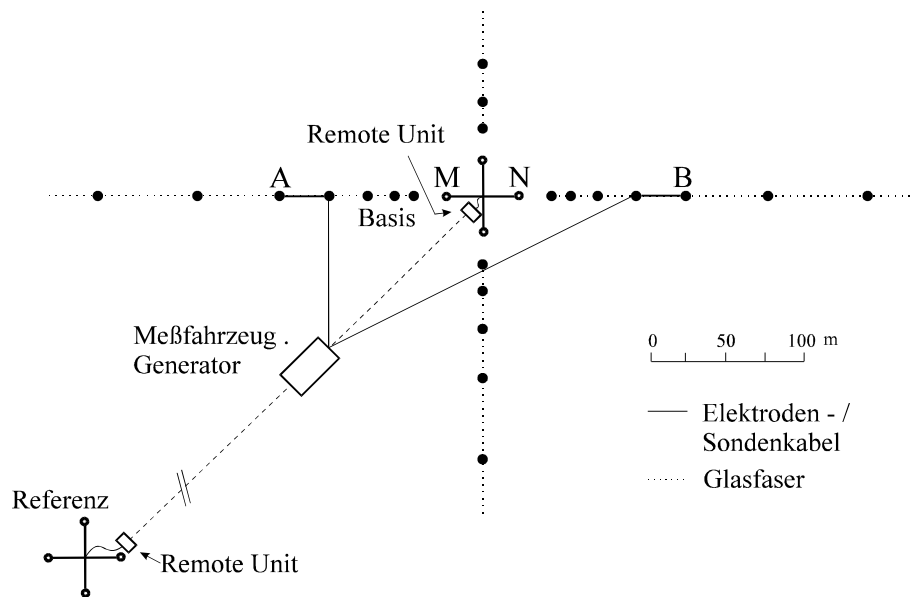


Abb. 6.4.3.10: Die für Wechselstromsondierungen in den sudanesischen Messgebieten verwendete Anordnung. Die Lage der Referenzstation, des Messfahrzeuges und des Generators erlaubt eine schnelle Durchführung der beiden Sondierungen. Der gewählte Verlauf der Elektroden- und Sondenkabel ist im Hinblick auf die Modellierung der unvermeidlich auftretenden Induktionserscheinungen optimiert. Der Abstand des Messfahrzeuges zur Basisstation beträgt 150 m , der der Referenzstation zusätzlich 1400 m .

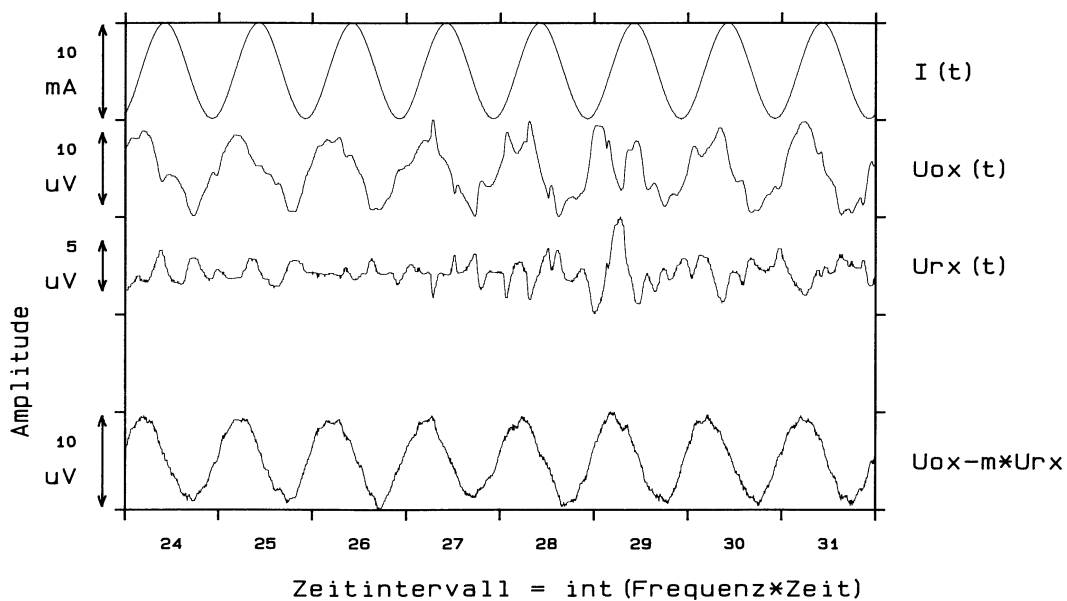


Abb. 6.4.3.11: Ausschnitt aus der Registrierung DAT583, gewonnen im nördlichen Bereich des Humar-Beckens (Sudan). Dargestellt ist das Quellsignal I (6.3 Hz) und die Komponenten U_{ox} und U_{rx} . Der Referenzstationsabstand beträgt 1400 m und der Azimut $\vartheta=45^\circ$. Zusätzlich wird das Ergebnis für die bereinigte Signalspannung wiedergegeben. Die Übertragungsfunktion wird vereinfachend als reell und frequenzinvariant angenommen ($m=1.15$). Die kohärenten Rauschanteile sind natürlichen Ursprungs und rühren zum überwiegenden Teil von den amplitudenstarken Schumann-Resonanzen (Schumann, 1952) her. Die Störung des gemessenen Nutzsignals ist, bedingt durch seine Nähe zur Grundmode der Resonanzen ($\sim 7\text{ Hz}$) sehr groß, kann jedoch durch die Referenztechnik weitgehend beseitigt werden.

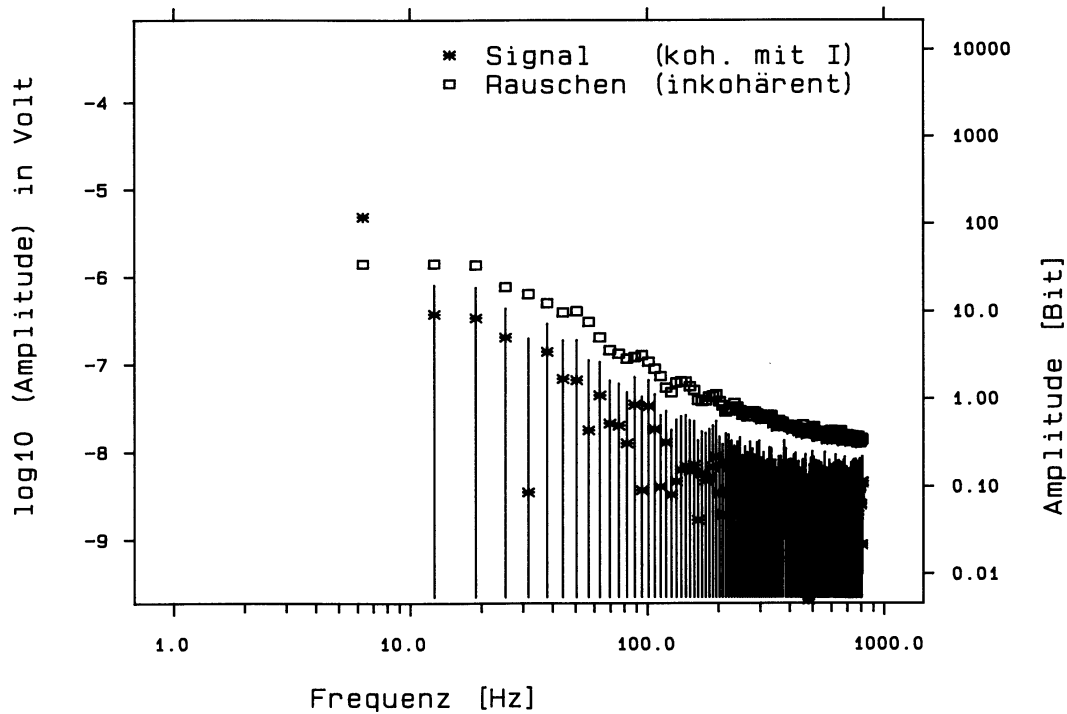


Abb. 6.4.3.12a: Ergebnisse der univariaten Kohärenzanalyse der Registrierung DAT583 in spektraler Form. Die skalare Referenztechnik erhöht, unter Nutzung der hohen räumlichen Kohärenz der natürlichen tellurischen Felder, das S/R-Verhältnis gegenüber der univariaten Auswertung. Die verwendete Messanordnung ist in Abb. 6.4.3.10 wiedergegeben. Parameter : $D=1400\text{ m}$, $\vartheta = 45^\circ$.

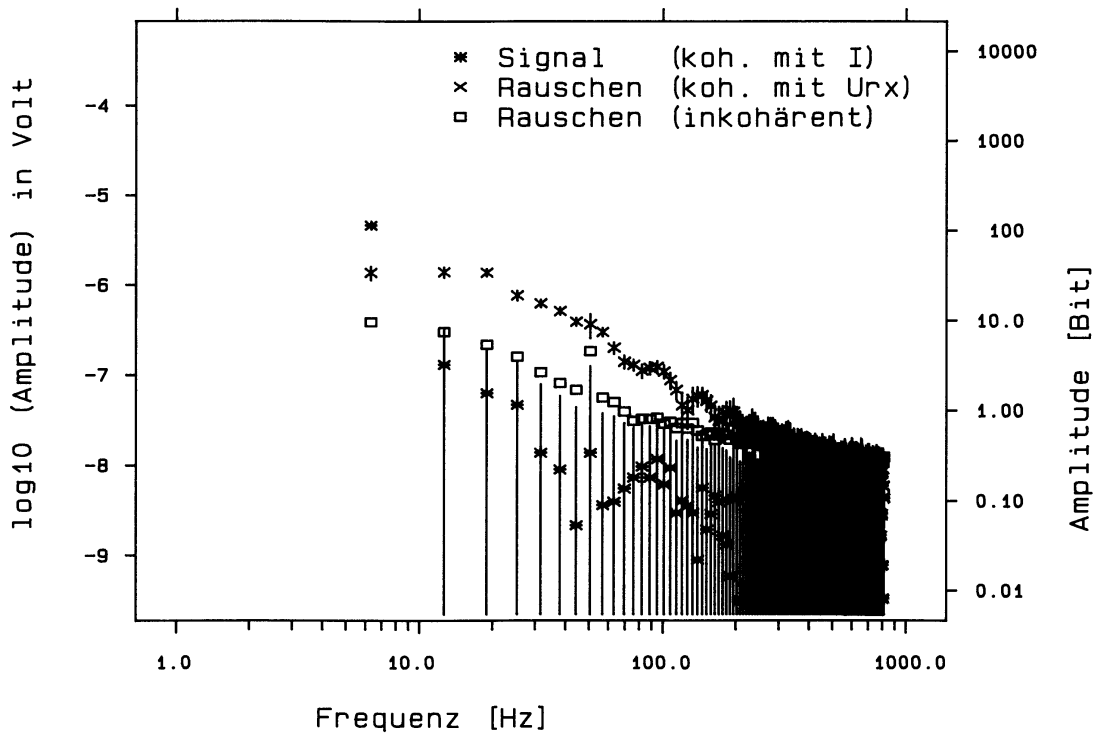


Abb. 6.4.3.12b: Ergebnisse der bivariaten Kohärenzanalyse der Registrierung DAT583.

Die Übertragungsfunktion des tellurischen Störfeldes

Die aus der Registrierung DAT583 geschätzte komplexwertige Übertragungsfunktion des Störfeldes zwischen U_{0x} und U_{rx} ist in den Abbildungen 6.4.3.13 als Funktion der Frequenz wiedergegeben. Unter dem Einfluss des Aliasfilters nehmen die Amplituden oberhalb der Filtereckfrequenz ab. Hierdurch verlieren die Koeffizienten der Übertragungsfunktion dort zunehmend an statistischer Sicherheit.

Die Funktion zeigt einen nahezu frequenzunabhängigen Betrag und eine verschwindende Phase. Das sich andeutende flache Maximum im Betrag bei 50 Hz ist statistisch nicht gesichert, so dass hier keine sicheren Indizien für die geoelektrische Sondierung störende laterale Inhomogenitäten vorliegen. Der Betrag ist jedoch signifikant von eins verschieden. Die Abweichung beträgt etwa 30% und rührt wahrscheinlich von einer Gleichstromverzerrung her.

Die bei der Messfrequenz geschätzten Funktionswerte schließen stetig an die höherfrequenten Werte an. Damit kann man, wie theoretisch vorhergesagt, unverzerrt und unbeeinflusst von dem Messsignal bestimmt werden.

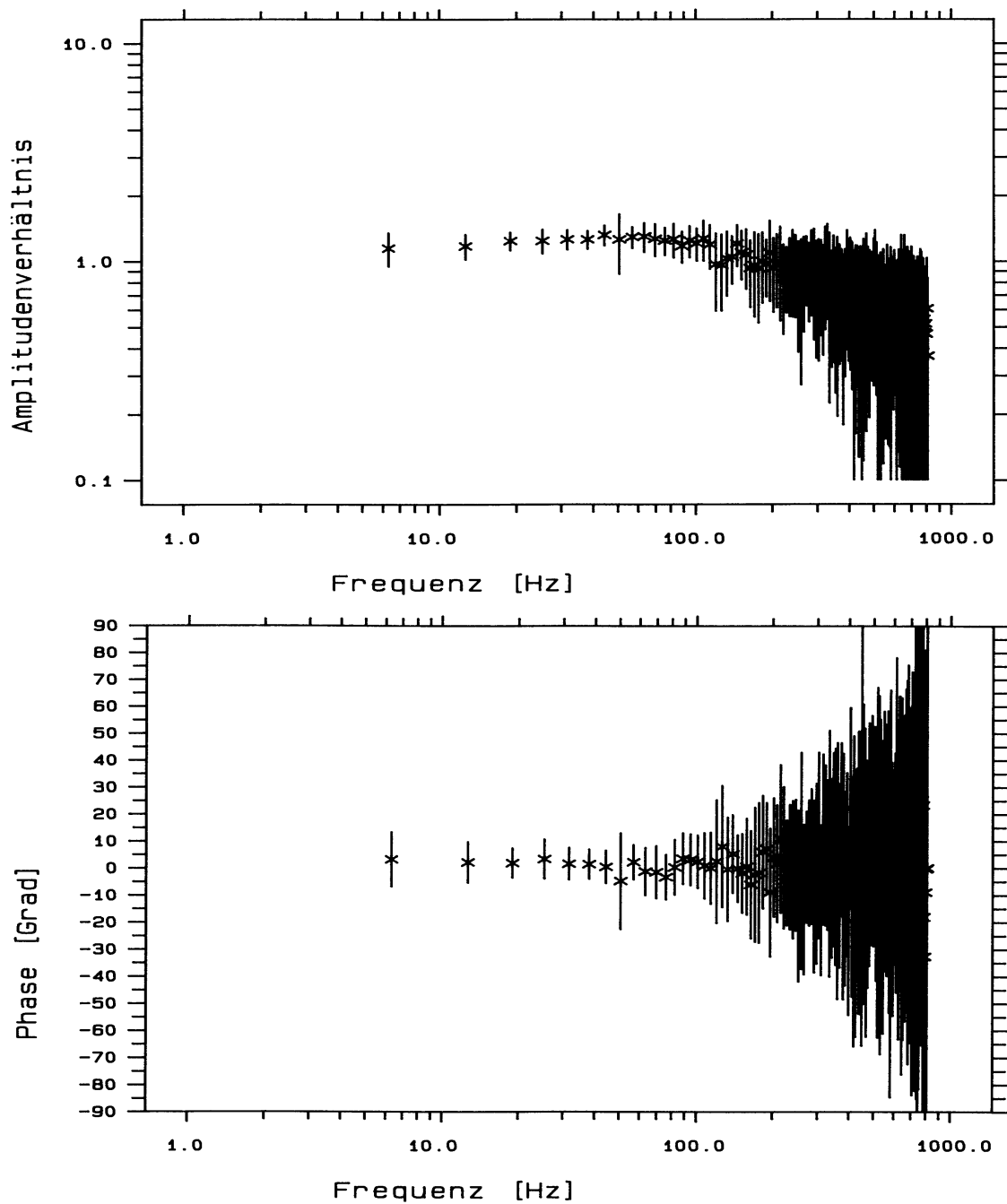


Abb. 6.4.3.13: Die aus der Kohärenzanalyse der Registrierung DAT583 bestimmte Übertragungsfunktion m des tellurischen Störfeldes.

Oben: Der Betrag von m zeigt keine signifikante Frequenzabhängigkeit, weicht jedoch, vermutlich in Folge von Gleichstromverzerrungen, geringfügig von eins ab.

Unten: Die Phase von m ist im Rahmen der Messgenauigkeit Null und gibt somit keine Hinweise auf eine großräumige laterale Änderung der Leitfähigkeit des Untergrundes.

Diskussion

Die Messungen in den ariden Gebieten zeigten, dass ein sinnvoller Einsatz der Referenztechnik große Abstände zwischen der Messanordnung und dem Noise Monitor erfordert. Die Ausbringung einer Glasfaser von 1400 m Länge erwies sich trotz des flachen, unbewachsenen Geländes als sehr zeit- und personalintensiv. Hier könnten technische Konzepte, die keine Glasfaser erfordern, (hochgenauer Uhren, Synchronisation mittels VLF-Sendern oder Punkt zu Punkt Funkverbindungen), sicher Abhilfe schaffen.

Mit einem zweikanaligen Noise Monitor kann das tellurische Störfeld in den Messgebieten vollständig erfasst werden. Leider stand aber nur ein einzelner Kanal zur Verfügung, so dass das Potential der Referenztechnik in ariden Gebieten nicht vollständig aufgeklärt werden konnte.

Die Vorversuche in Ägypten (TD25) und die Messung mit einer Schlumberger Konfiguration (S5.4) zeigten, dass die tellurischen Übertragungsfunktionen mindestens zwischen 0.5 und 100 Hz in mit den für geoelektrische Messungen üblichen relativ kurzen Registrierzeiten gut bestimmt werden können. Daher ist es zum einen möglich, die Datenqualität der geoelektrischen Messungen zu verbessern und zum anderen können die Übertragungsfunktionen im Hinblick auf laterale Leitfähigkeitshomogenitäten ausgewertet werden. Da die Geometrie des Störfeldes eine andere ist als die des nahen geoelektrischen Stromdipols, sollten diese unabhängige Informationen erschließen.

Zur Bestimmung der Übertragungsfunktionen bei Frequenzen $<0.5\text{ Hz}$ wären driftärmere Potentialabgriffe erforderlich gewesen.

Wie die Messungen an der Lokation TD25 zeigten, wird die Messgenauigkeit der Sondierung bei mittleren und großen Auslageweiten vom tellurischen Störfeld begrenzt. Von der Referenztechnik kann daher auch für diese Auslageweiten eine Verbesserung erwartet werden. Für etwa 60% aller Sondierungen in diesem Gebiet, bei denen nur der Gleichstromwiderstand von Interesse ist, ist die Messgenauigkeit erst ab Stromdipolweiten von $L/2=1000\text{ m}$ ungenügend. Hierbei wurde ein statistischer Fehler des Betrages des scheinbaren spezifischen Widerstandes von 5% als Grenzwert angesetzt. Für den Rest wäre eine höhere Messgenauigkeit bereits ab etwa $L/2=100\text{ m}$ dringend notwendig. Die höheren Anforderungen spektraler Messungen können im Messgebiet nur bis $L/2=20\text{ m}$ ohne Referenztechnik befriedigt werden.

6.5 Verifizierung der Messungen durch Vergleich mit einem konventionellen Messgerät

Ein Vergleich mit einem andersartigen Messgerät sollte die Vertrauenswürdigkeit der mit der SIP-Fuchs gewonnenen Messergebnisse klären. Hierbei gilt es, insbesondere versteckte und daher unerkannte systematische Fehlerquellen von Betrag und Phase in Abhängigkeit von der Frequenz aufzudecken. Systematische Fehler sind im allgemeinen schwerer erkennbar als statistische und können sich erheblich auf das Modell auswirken. Im Rahmen der Standortuntersuchungen des Verbundvorhabens Deponieuntergrund in Rabenstein (Sachsen) wurden an zwei ausgewählten Orten Messungen sowohl mit der SIP-Apparatur der TU Berlin (SIP-TUB) als auch einer SIP-Apparatur der kanadischen Firma Phönix Typ V5 durchgeführt. Das Gerät wurde von der Firma GGD Geophysik Leipzig zur Verfügung gestellt und die Messungen mit der V5 von Prof. Weller, z.Zt. der Messungen am Institut für Geophysik Braunschweig tätig, organisiert und ausgeführt. Grundlage jedes Vergleichs sind möglichst gut übereinstimmende Randbedingungen. Unterschiede sind in Tabelle 6.5.1 aufgeführt.:

SIP-Messgerät:	V5 (Phönix)	SIP-TUB (TU-Berlin)
Frequenzbereich:	0.1 - 1000 Hz	0.1 - 1000 Hz
Quellstromstärken:	± 2.0 -2.5 A	± 2.0 A
Potentialabgriffe (Sonden):	Ag-AgCl,	Cu-CuSO ₄

Tab. 6.5.1: Wichtige Parameter der Vergleichsmessungen.

Aus logistischen Gründen konnten die Vergleichsmessungen nicht unmittelbar nacheinander durchgeführt werden. Vielmehr lagen diese zeitlich 5 Monate auseinander (SIP-TUB November 1993, Phönix V5: März 1994). Trotz des dazwischen liegenden Winters wurden keine signifikanten Unterschiede bei den Ankopplungsbedingungen der Sonden (Übergangswiderstand, Eigenpotential und Eigenpotentialdrift) und Stromelektroden beobachtet. Die Messpunkte IP6 und IP7 wurden bereits im Kapitel 6.2 eingehend beschrieben. Der Messpunkt IP7 ist gekennzeichnet durch sehr starke Polarisationserscheinungen, die von massiven Elektronenleitern (Graphit und Pyrit) herrühren. Als Folge hiervon treten zudem bei großen Auslageweiten sehr niedrige scheinbare spezifische Widerstände und damit verbunden kleine Signalspannungen auf. IP6 hingegen zeigt deutlich schwächere IP-Effekte und eher hohe Widerstände. Die maximale Auslagenweite der verwendeten Schlumberger Anordnungen betragen jeweils $L/2=100$ m.

Ergebnisse

In den Abbildungen 6.5.1-4 wurden die mit beiden Apparaturen gemessenen Phasen über der Frequenzen und Auslagenweite aufgetragen dargestellt. An beiden Standorten stimmen die Phasenwerte sowohl hinsichtlich der Größe als auch hinsichtlich der Auslagenweite und Frequenz in etwa überein. Der auffälligste Unterschied der Phönix-V5 gegenüber der Neuentwicklung der TUB ist die ungleich größere Streuung der Messwerte. Diese Streuung tritt an beiden Lokationen auf und ist nicht, wie zu erwarten wäre, bei kleinen Auslagenweiten vernachlässigbar klein. Es kann zudem keine Abhängigkeit der Streuung von der Frequenz festgestellt werden.

Die Phönix V5 ist daher nur eingeschränkt geeignet, um quantitativ auswertbare Widerstandsspektren zu messen und die Messergebnisse der TUB-Apparatur zu verifizieren.

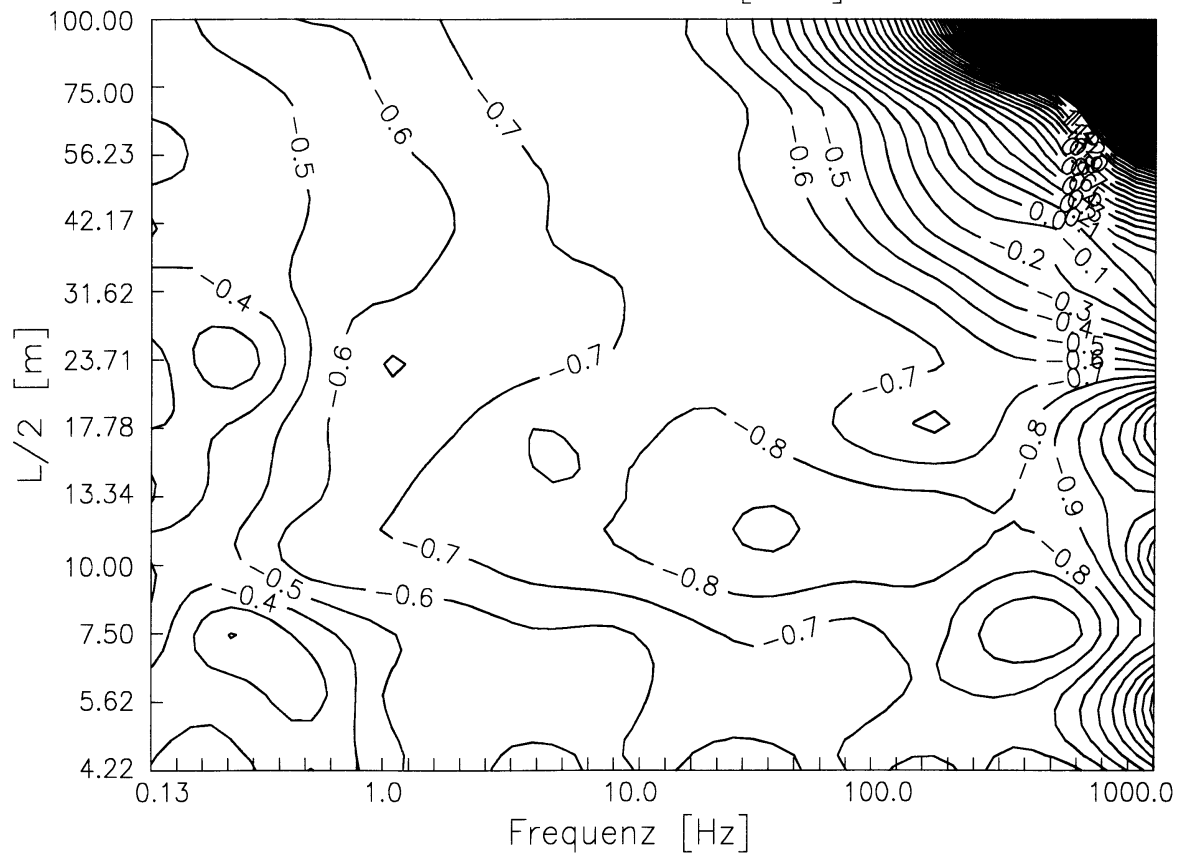


Abb. 6.5.1: Mit einer kommerziellen Apparatur (Phönix V5) am Messpunkt IP6 in Rabenstein (Sachsen) gemessene Phase [Grad]. Dargestellt ist die Variation mit der Frequenz und der Auslagenweite.

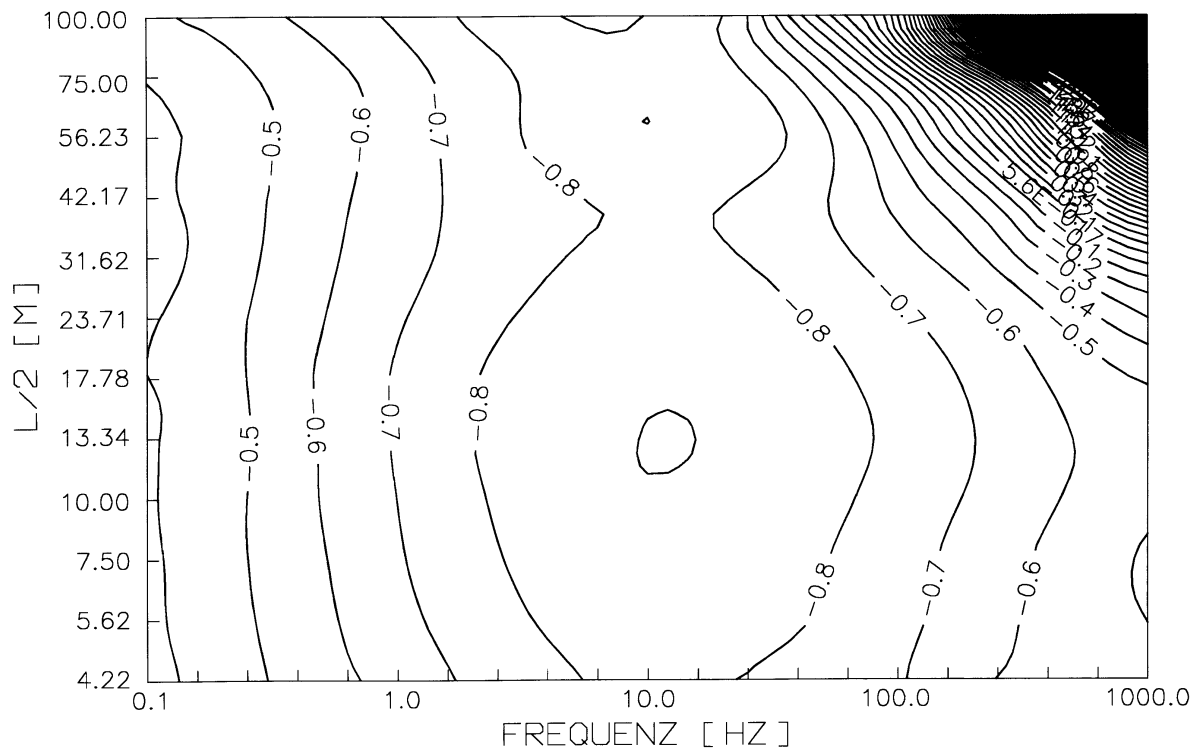


Abb. 6.5.2: Mit der Apparatur TUB-SIP an der Lokation IP6 in Rabenstein (Sachsen) gemessene Phase [Grad]. Gleiche Daten wie in Abbildung 6.2.4.

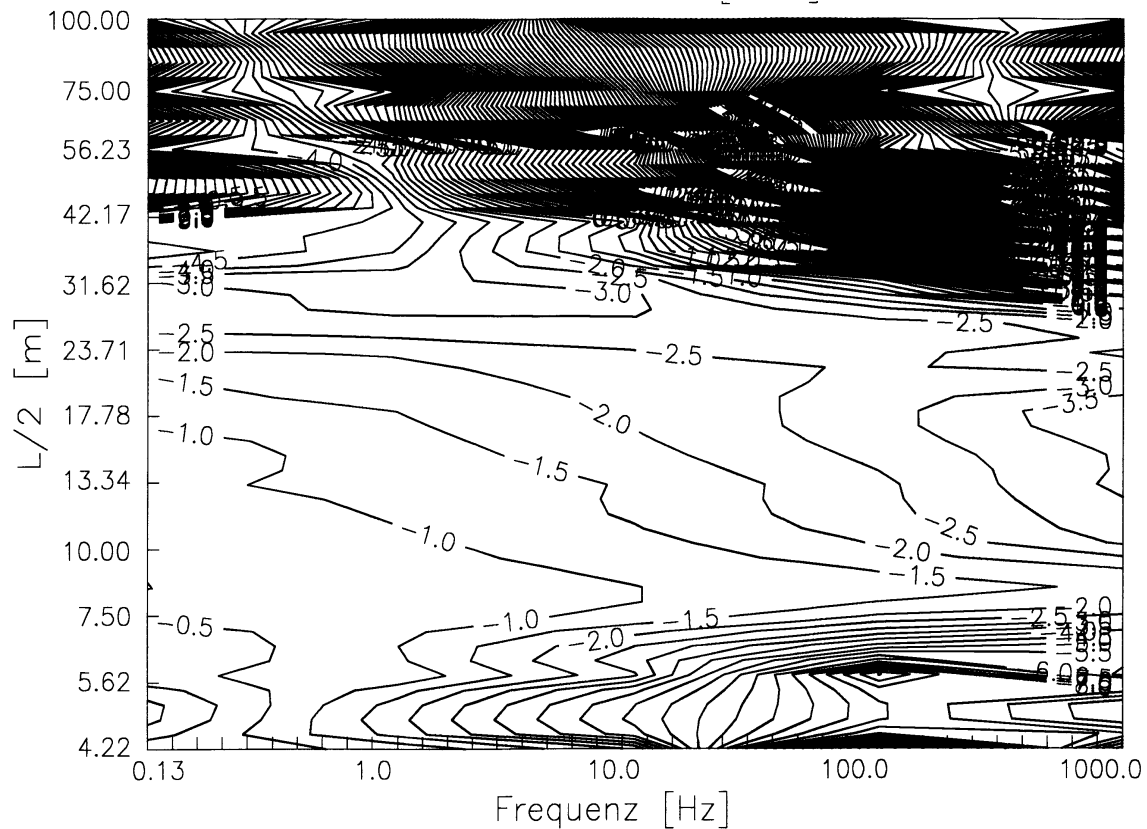


Abb. 6.5.3: Mit einer kommerziellen Apparatur (Phönix V5) an der Lokation IP7 in Rabenstein (Sachsen) gemessene Phase [Grad]. Dargestellt ist die Variation mit der Frequenz und der Auslagenweite.

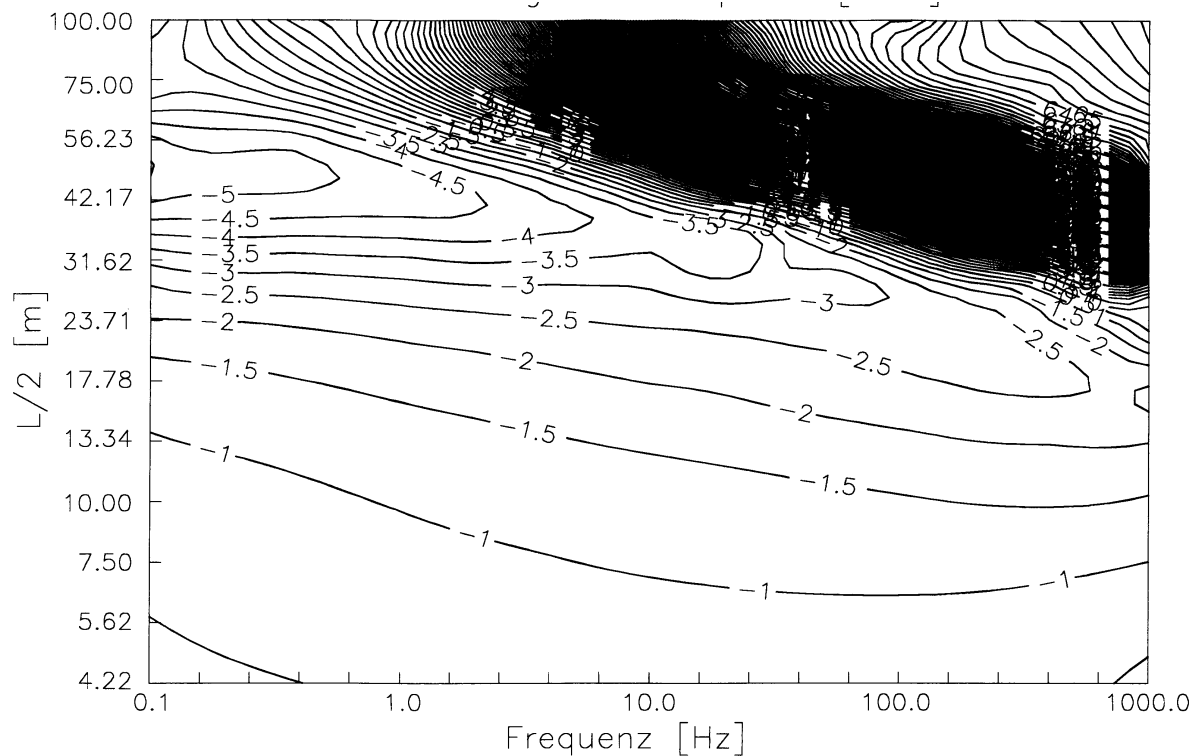


Abb. 6.5.4: Mit der Apparatur TUB-SIP an der Lokation IP7 in Rabenstein (Sachsen) gemessene Phase [Grad]. Gleiche Daten wie in Abbildung 6.2.10.

6.6 Systematische Fehler und Methoden zu ihre Minderung

6.6.1 Auswirkungen ungenügender Ankopplung der Potentialsonden (RC-Effekt)

Die Eingangsimpedanz des Vorverstärkers für die Spannungsmessung weist neben einer vernachlässigbar großen reellen auch eine relevante imaginäre Komponente auf, die von einer kapazitiven Kopplung der beiden Eingänge herrührt. In Verbindung mit dem Gesamtkopplungswiderstand ($R = R_N + R_M$) der Potentialsonden an die Probe bzw. an den Untergrund, entsteht hieraus, wie im Kapitel 6.2 bereits erwähnt, ein passiver Tiefpassfilter erster Ordnung (Gln. 6.6.1.1),

$$|TP| = \left[1 + (\omega RC)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{Arg}(TP) = \phi^{RC} = -\arctan(\omega RC) \quad (6.6.1.1)$$

von dem bei höheren Frequenzen und Ankopplungswiderständen eine Verfälschung der Spannung U^M ausgeht (Gln. 6.6.1.2):

$$U^M(\omega) = TP(\omega, R, C) U^W(\omega) \quad (6.6.1.2)$$

Abbildung 6.6.1.1 zeigt hierzu ein elektronisches Ersatzschaltbild.

Der Ankopplungswiderstand weist in der Praxis einen Wert zwischen $\sim 10^2 \Omega$ und $> 10^6 \Omega$ auf. Nach Angaben des Herstellers des verwendeten Vorverstärker weist die Kapazität C einen Wert zwischen $3 pF$ und $6 pF$ auf. Im Allgemeinen sind beide Werte nicht hinreichend genau bekannt, als dass die Auswirkungen auf die Messdaten hinreichend genau vorherzusagen und zu korrigieren wären. Prinzipiell tritt der RC-Effekt auch bei der Strommessung auf. Die Ankopplungswiderstände sind jedoch sehr klein ($1-100 \Omega$), so dass die hiervon ausgehende Verfälschung vernachlässigt werden kann. Ausgehend von Gleichung 2.5.2.2, können die Auswirkungen des RC-Effektes auf die Messung des spezifischen Widerstandes wie folgt angegeben werden.

$$\rho^M(\omega) = K \frac{U^M(\omega)}{I(\omega)} = TP(\omega, R, C) \rho^W(\omega) \quad (6.6.1.3)$$

Praxistest

Eine Messung mit einer 2-Punkt Anordnung soll prüfen, ob diese Modellvorstellung der Realität gerecht wird. Zur Nachbildung der Übergangswiderstände wurde in die Messleitungen der Spannungsmesseinheit je ein Zusatzwiderstand eingefügt. Vor der Messung wurde der Frequenzgang des Gerätes mittels einer Kalibration (vgl. Kapitel 5.4) egalisiert. Aus den bereits

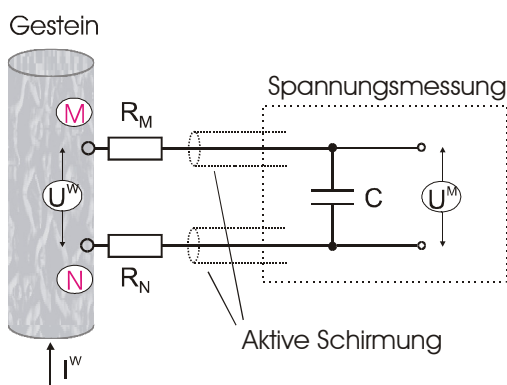


Abb. 6.6.1.1: Ersatzschaltbild für die Einheit zur Spannungsmessung. Dieses berücksichtigt sowohl die Ankopplungswiderstände R_M und R_N der Potentialsonden M und N als auch die Eingangskapazität C des Messverstärkers. Aufgrund des RC-Effektes weicht die gemessene U^M von der tatsächlichen Spannung U^W ab.

im Kapitel 2.1 genannten Gründen werden im Folgenden wieder nur die Phasenwerte betrachtet.

Wie erwartet zeigen diese eine zur Frequenz und zum Wert des Widerstandes proportionale Abhängigkeit und können problemlos mit der Wirkung eines passiven Tiefpasses erklärt werden (Abb. 6.6.1.2). Der Gesamtwiderstand R wurde dabei zwischen 0Ω und $1 M\Omega$ variiert und simuliert damit die meisten Labor- und Feldbedingungen.

Hohe Übergangswiderstände gehen auch einher mit erhöhten statistischen Messfehlern. Verantwortlich hierfür sind äußere elektrische Störfelder der Laborumgebung. Abb. 6.6.1.3 zeigt die aus den Zeitreihen ermittelten Vertrauensbereiche der Phase. Der Fehler wächst danach in guter Näherung proportional zum Eingangswiderstand an. Die Frequenzcharakteristik ist hingegen hiervon nahezu unabhängig. Erwartungsgemäß treten die größten Fehler bei 50 Hz und den zugehörigen Oberwellen auf. Nur bei sehr niedrigen Widerständen ($< 1 k\Omega$) bestimmt ausschließlich das Eigenrauschen des Gerätes den Messfehler, wobei dieser zu hohen Frequenzen lediglich deswegen anwächst, weil bei der verwendeten Apparatur (SIP-Fuchs), aus technischen Gründen, die Breite der Datenbasis zur Berechnung des Widerstandes, oberhalb von 187 Hz , umgekehrt proportional mit der Frequenz abnimmt.

Ergebnisse

Die effektivste Methode, um den RC-Effekt zu minimieren, besteht darin, den Ankoppelwiderstand R zu verringern. Da eine verbesserte Ankopplung primär über vergrößerte Kontaktflächen erreicht wird, ist dies bei Feldmessungen meist leichter zu realisieren als bei Messungen an Probenmaterial.

Die Frequenzcharakteristik eines RC-Tiefpasses ähnelt der der induktiven Kopplung von Strom und Spannungskabeln. Gemein ist beiden ein etwa frequenzproportionaler Anstieg der Phasen, was sie gut von den IP-Effekten unterscheidbar macht. Jedoch weist nur die durch einen RC-Effekt bedingte Phasenverschiebung stets ein negatives Vorzeichen auf. Ob dies ein Vor- oder ein Nachteil ist, hängt primär davon ab, ob die EM-Effekte als Informationsquelle genutzt werden sollen oder nicht. Wenn nicht, dann beseitigt die in Kapitel 6.2 diskutierte Methode der Spektrentrennung sowohl die RC- als auch die EM-Effekte. Sollen hingegen die EM-Effekte quantitativ ausgewertet werden, dann ist eine selektive Abtrennung der RC-Effekte unumgänglich.

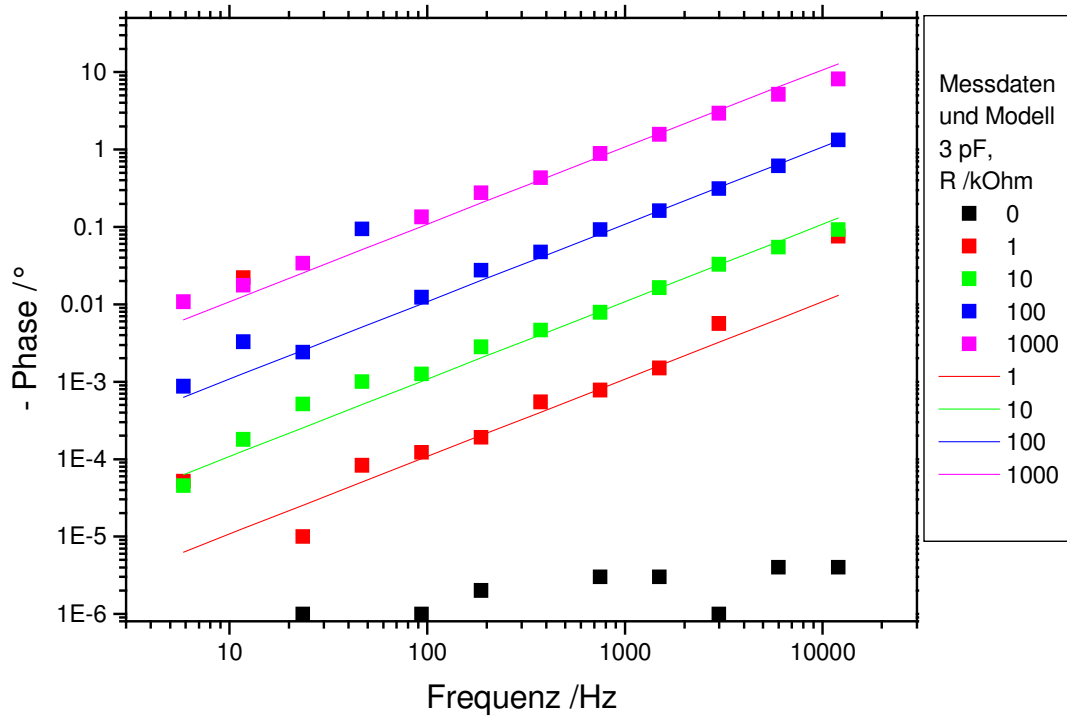


Abb. 6.6.1.2: Gemessene Phasen des spezifischen Widerstandes in Abhängigkeit von der Frequenz und dem Ankopplungswiderstand. Linien: Modellkurven eines Tiefpasses ($C = 3 \text{ pF}$).

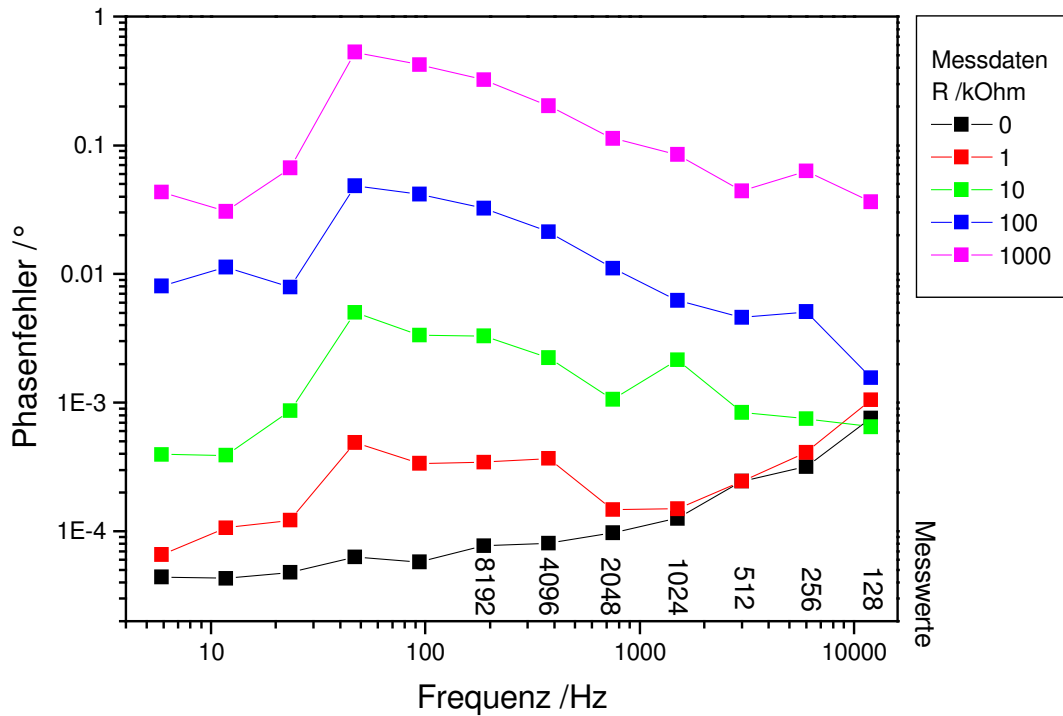


Abb. 6.6.1.3: Größe des Vertrauensbereichs der Phase des spezifischen Widerstandes in Abhängigkeit von der Frequenz und dem Ankopplungswiderstand. Die Breite der Datenbasis zur Widerstandsberechnung ist am unteren Bildrand wiedergegeben.

6.6.2 Methode zur Minderung des RC-Effekts

Mittelfristig sind keine Techniken absehbar, die sowohl den Ankopplungswiderstand der Potentialabgriffe als auch die Eingangskapazität des Vorverstärkers so stark mindern werden, dass diese stets vernachlässigt werden könnten. Neben dem Versuch der stetigen Minderung durch kapazitätsärmere Verstärker wird daher eine Korrekturmöglichkeit wünschenswert sein, die auf eine Messung der beiden Tiefpassparameter abzielt und deren Mehraufwand durch die sich hierdurch ergebenden Vorteile deutlich übertroffen wird.

Im Folgenden wird eine direkte Methode vorgestellt und erprobt, die genau dies ermöglichen soll. Zu ihrer Anwendung sind zwei zusätzliche Phasenmessungen erforderlich:

1. Eine mit einem zusätzlichen bekannten Widerstand R_1 (in Reihe mit den beiden Übergangswiderständen) und
2. eine zweite mit einer zusätzlichen bekannten Kapazität C_1 (parallel zur Eigenkapazität des Messverstärkers).

Die gemessene Phase φ^M sei zusammengesetzt aus der wahren Phase φ^W und der durch den Tiefpass hervorgerufenen Phase φ^{RC} . Unter Verwendung von Gleichung 6.6.1.1 können die drei Messungen mathematisch wie folgt beschrieben werden:

$$\varphi_1^M = \varphi^W - \arctan(\omega R C) = \varphi^W + \varphi^{RC} \quad \text{Reguläre Messung} \quad (6.6.2.1a)$$

$$\varphi_2^M = \varphi^W - \arctan(\omega (R + R_1) C) \quad 1. \text{ zusätzliche Messung mit } R_1 \quad (6.6.2.1b)$$

$$\varphi_3^M = \varphi^W - \arctan(\omega (C + C_1) R) \quad 2. \text{ zusätzliche Messung mit } C_1 \quad (6.6.2.1c)$$

Löst man die Gleichungen 6.6.2.1a-c nach den Unbekannten auf, dann erhält man drei Bestimmungsgleichungen:

$$R = R_1 \frac{\tan \varphi_1^M}{\tan \varphi_2^M - \tan \varphi_1^M} \quad (6.6.2.2a)$$

$$C = -\frac{\tan \varphi_3^M \left(\frac{\tan \varphi_2^M}{\tan \varphi_1^M} - 1 \right)}{\omega R_1} - C_1 \quad (6.6.2.2b)$$

$$\varphi^W = \varphi_1^M + \arctan(\omega R C) \quad (6.6.2.2c)$$

In analoger Weise könnten auch die Beträge ausgewertet werden. Diese Möglichkeit ist jedoch ungenauer, da sich die Beträge primär aus den frequenzunabhängigen DC-Anteilen zusammensetzen und diese gegenüber temperaturbedingten Driften empfindlicher reagieren als die Phasen. Besser erscheint hier der Weg, die aus den Phasenmessungen bestimmten Werte von R und C auch zur Korrektur des Betrags $\rho_s^M(\omega)$ zu verwenden:

$$|\rho^W(\omega)| = |\rho^M(\omega)| / |TP(\omega, R, C)| \quad (6.6.2.3)$$

Theoretisch wären zur R - und C -Bestimmung lediglich Phasenmessungen bei einer Frequenz erforderlich. Ob die höchste Frequenz hierfür am besten geeignet ist, weil dann der RC-Effekt am ausgeprägtesten ist, muss im Einzelfall geprüft werden. Die bei dieser Frequenz ermittelten

Werte können zur Korrektur der bei anderen (niedrigeren) Frequenzen durchgeführten Widerstandsmessungen verwendet werden, wenn sichergestellt ist, dass sich der Ankopplungswiderstand nicht selbst mit der Frequenz ändert. Es ist davon auszugehen, dass die frequenzabhängige Warburgimpedanz der Potentialabgriffe bei einer Frequenz von 12 kHz vernachlässigbar klein gegenüber der geometrischen ist. Daher können die Übergangswiderstände mit reellen Widerständen nachbildet werden.

Praxistest

Zur praktischen Erprobung der Methode wurde ein mit Leitungswasser ($\rho=19\ \Omega\text{m}$) gefüllter Probenhalter verwendet. Die 2-Punkt Übergangswiderstände der Messzelle betragen $700\ \Omega$ (AB) bzw. $3\text{ k}\Omega$ (MN). Eine Messung des spezifischen Widerstandes an dieser niederohmigen Messzelle ergab, wie dies für Wasser zu erwarten ist, nahezu keine Frequenzabhängigkeiten der Phase φ_0 (Abb. 6.6.2.1). Dieses Ergebnis kann am Schluss als das zu erwartende Ergebnis verwendet werden.

Im nächsten Schritt wurden zwei Widerstände von je $1\text{ M}\Omega$ in den Signalpfad gefügt, um einen hohen Übergangswiderstand nachzubilden. Noch realitätsnäher wäre die Messung an hochohmigem Probenmaterial. Dann wären jedoch die wirksamen Übergangswiderstände nur sehr ungenau bekannt bzw. verifizierbar und zusätzlich Maßnahmen zur Schirmung der Messzelle gegen Verkopplungen unumgänglich. Dies ist ein derzeit noch nicht befriedigend gelöstes eigenständiges Problem.

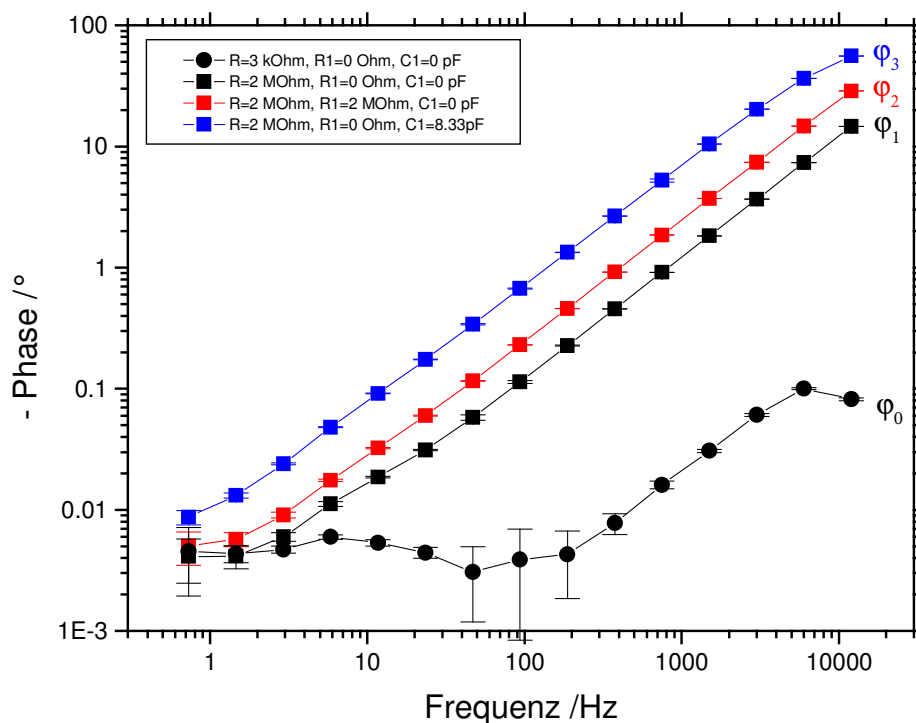


Abb. 6.6.2.1: An einem mit Wasser gefüllten Probenhalter gemessene Phasen des spezifischen Widerstandes. Neben den Messungen mit „guter“ ($3\text{ k}\Omega$) und „schlechter“ ($2\text{ M}\Omega$) Ankopplung, sind die Ergebnisse von zwei weiteren Messungen wiedergegeben, bei denen jeweils entweder ein zusätzlicher bekannter Widerstand (R_1) oder eine zusätzliche bekannte Kapazität (C_1) in den Eingang des Spannungsmessteils gefügt wurden.

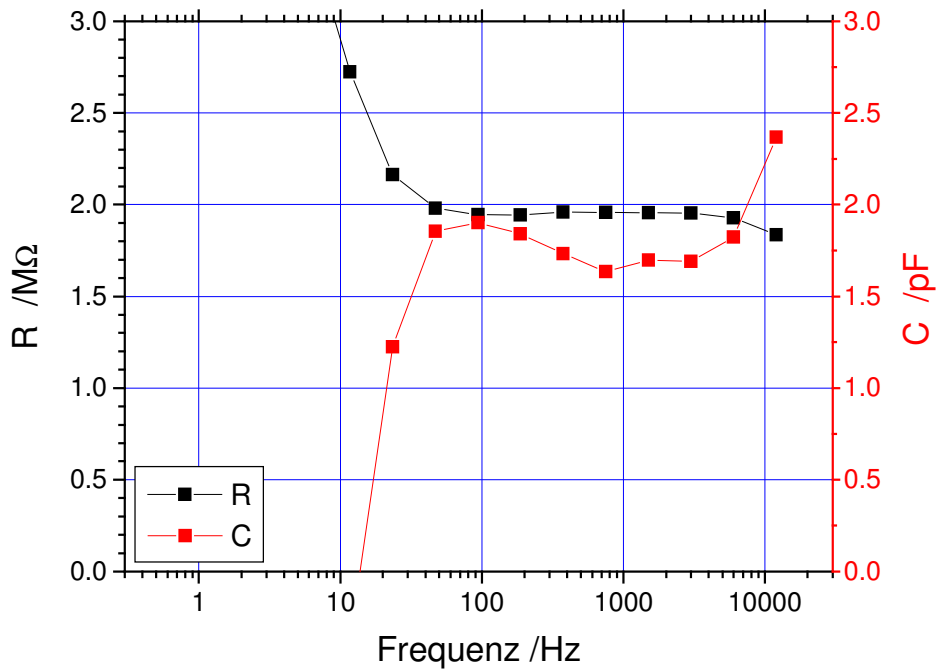


Abb. 6.6.2.2: Ermittelte Übergangswiderstände R und Eingangskapazitäten C als Funktion der Frequenz. Bei niedrigen Frequenzen (< 40 Hz) sind die Phasenverfälschungen zu klein, um hieraus vertrauenswürdige Werte für R und C bestimmen zu können. Hingegen ist derzeit noch unklar, warum die Werte für R und C bei den beiden höchsten Frequenz zunehmend von denen bei mittleren Frequenzen abweichen.

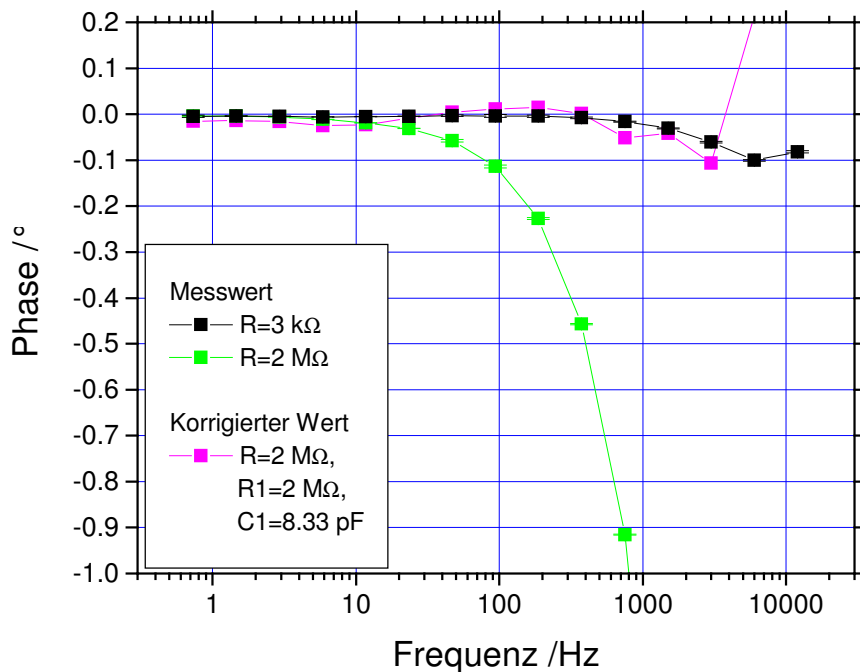


Abb. 6.6.2.3: Gegenüberstellung von unter verschiedenen Bedingungen (niederohmig, hochohmig) gemessenen Phasen und korrigierter Phase des spezifischen Widerstandes. Die Korrektur führt für Frequenzen oberhalb von 40 Hz zu einer deutlichen Minderung des RC-Effektes.

Große Sorgfalt wurde darauf verwandt, die Signalleitungen zwischen den Widerständen und der Remote Unit zur Spannungsmessung vollständig zu schirmen. Nur dann kann davon ausgegangen werden, dass die Vorverstärkerkapazität die Frequenzabhängigkeit der Messung dominiert und nicht die Kopplung der Messkabel mit der Signalquelle. Zudem sind dann die Störspannungen, wie zuvor erläutert, hinreichend klein für eine präzise Widerstandsmessung.

Das Ergebnis der drei Messungen ist in Abbildung 6.6.2.1 wiedergegeben. R_1 ($2\text{ M}\Omega$) und C_1 (8.33 pF) wurden jeweils manuell in den Signalpfad gefügt. Dann wurden R und C , unter Verwendung der Gleichung 6.6.2.1a-b, für jede Frequenz individuell, ermittelt. Die Ergebnisse (Abb. 6.6.2.2) stimmen gut mit dem vorgegebenen Wert ($R=2\text{ M}\Omega$) bzw. den publizierten elektrischen Spezifikationen des Verstärkers ($C=3-6\text{ pF}$) überein.

Mittels Gleichung 6.6.2.1c können die RC-Phasen berechnet und von den gemessenen abgezogen werden. Tatsächlich liegen die korrigierten Phasen den „wahren“ Phasen deutlich näher als die unkorrigierten (Abb. 6.6.2.3).

Fazit

Die Korrekturtechnik erscheint grundsätzlich als geeignet, um SIP-Messungen an hochohmigem Probenmaterial bzw. an niederohmigem Material bei noch höheren Frequenzen durchführen zu können.

Für den Erfolg der Korrektur ist es außerordentlich wichtig, die Kapazität von C_1 auf etwa $\pm 0.1\text{ pF}$ genau zu kennen. Weiterhin sind beim Hinzufügen von R_1 bzw. C_1 zusätzliche parasitäre Kapazitäten bestmöglich zu vermeiden. Eine zukünftige Integration in die Datenerfassungselektronik erscheint für eine routinemäßige Anwendung unverzichtbar.

Gegenüber der Methode der Spektrentrennung (Kap. 6.2) weist die Methode den großen Vorteil auf, dass zu ihrer Anwendung keine a priori Informationen über das Gesteinsleitfähigkeitsmodell erforderlich sind.

6.6.3 Einfluss der Stromkabelkapazität auf die Widerstandsmessung

In seltenen Fällen werden auch bei kleinen Auslageweiten ($AB/2 \leq 10 \text{ m}$) große Phasenwerte ($> 10^\circ$) bei den höchsten Frequenzen ($3\text{-}12 \text{ kHz}$) beobachtet. Meist weist der Untergrund in diesen Fällen hohe spezifische Widerstände ($> 1000 \text{ } \Omega\text{m}$) auf. Die Phase steigt dabei etwa proportional mit der Frequenz an, wobei ihr Vorzeichen erfahrungsgemäß nicht charakteristisch ist. Ist der Effekt sehr stark ausgeprägt, dann kann ein Phasenextremum beobachtet werden. Der Phasenwert im Maximum beträgt häufig weniger als $\pm 20^\circ$. Abbildung 6.6.3.1 zeigt diesen, am Teststandort Nauen (b. Berlin) gemessenen, unerwünschten Effekt beispielhaft.

Quantitative Abschätzungen zeigen, dass als Ursache hierfür EM-Effekte ausgeschlossen werden können, da die Auslagen und Leitfähigkeiten hierfür zu klein sind. IP-Effekte sind ebenfalls auszuschließen, da keine derart stark frequenzabhängigen und polarisierbaren Gesteine existieren. Im Falle positiver Phasenwerte kann auch der RC-Effekt (Kapitel 6.6.1) ausgeschlossen werden. Im Falle negativer Phasen kann dies ausgeschlossen werden, wenn die Ankopplungswiderstände hinreichend klein sind (wie in diesem Beispiel).

Es ist dann davon auszugehen, dass die beiden Stromspeisungsleitungen aufgrund ihrer Kapazität zum Erdboden einen Leckstrom aufweisen. Bei den Messungen in Nauen waren die beide Kabel zusammen 30 m lang. Zu einem messbaren Leckstrom kommt es, weil zwischen den Kabeln und dem Erdboden eine große Spannungsdifferenz ($\sim 1/2 U_{AB}$) besteht. Man kann dessen Existenz leicht verifizieren. Wenn man eines der Kabel vom zugehörigen Elektrodenspieß löst, beobachtet man bei höheren Frequenzen einen Reststrom.

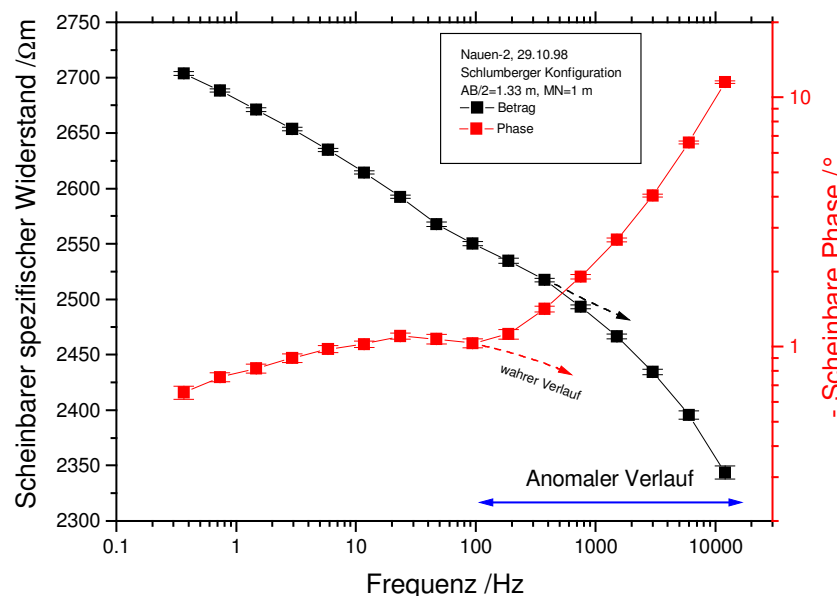


Abb.6.6.3.1: Anomaler Verlauf des spezifischen Widerstandes bei hohen Frequenzen ($> 100 \text{ Hz}$). Die Registrierung wurde über einem resistiven Untergrund gemessen. Ursache sind kapazitive Leckströme der Stromkabel.

Die Messung des spezifischen Widerstandes wird hierdurch auf komplexe Weise negativ beeinflusst:

1. An der Stromquelle und an den beiden Stromelektroden werden jeweils unterschiedliche Stromstärken gemessen.
2. Die Geometrie der parasitären Stromeinspeisung ist unbekannt. Sie kann entlang des Kabels variieren, da das Kabel, z.B. bei Bewuchs, selten durchgehend auf dem Boden aufliegt.
3. Der parasitäre Stromfluss ist gegenüber dem galvanischen um 90° phasenverschoben.
4. Der parasitäre Strom leistet einen unbekanntem Beitrag zur Spannung.

Es wird dadurch sowohl die Spannungs- als auch die Strommessung und letztlich der hieraus berechnete spezifische Widerstand verfälscht.

Methode zur Minderung des parasitären Stromflusses

Im Folgenden wird ein neuartiges Stromkabel beschrieben, das die Voraussetzung schaffen soll, um den parasitären Stromfluss zu minimieren (Abb. 6.6.3.2). Zur Klärung dessen Eigenschaften sei zunächst nur die Verbindung zwischen der Stromquelle und einer Stromelektrode betrachtet. Anstelle eines, verfügt das neue Stromkabel über zwei Leiter, die dicht nebeneinander verlaufen und mit je einem der beiden Pole der Stromquelle verbunden sind. Die kapazitive Kopplung der Leiter mit dem Erdboden wird entlang des Kabels variieren, man kann aber davon ausgehen, dass diese für jeden Abschnitt gleich stark ist. Folglich ist auch die Gesamtkapazität beider Leiter eines Kabels gleich groß ($C_A^+ = C_A^-$, $C_B^+ = C_B^-$).

Es ist davon auszugehen, dass sowohl diese Gesamtkapazitäten ($C_A^+ \neq C_B^+$), als auch die Übergangswiderstände (R_A, R_B) ungleich sind.

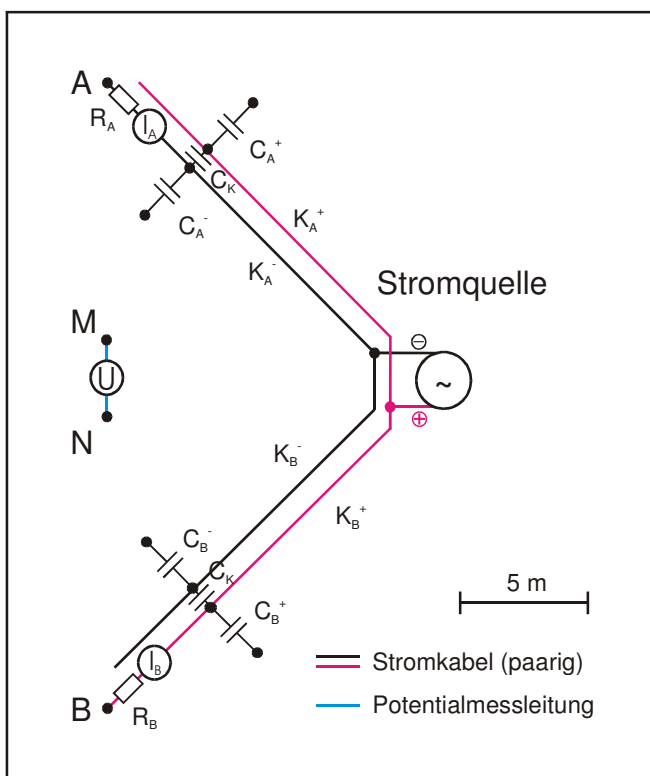


Abb.6.6.3.2: Eine realitätsnähere Beschreibung der Wechselstrommessanordnung (hier Schlumberger Konfiguration) bezieht die kapazitive Kopplung des Stromkabels mit dem Boden und die Übergangswiderstände (R_A, R_B) mit ein. Voraussetzung für die erfolgreiche Minderung des kapazitiven Leckstroms zum Boden ist die Verwendung eines paarigen Kabels. Weiterhin muss die Strommessung direkt an den Spießen erfolgen. Die Kapazität zwischen den Leitern eines Kabels ist zwar vergleichbar groß wie die zum Erdboden, jedoch wirkt sie sich allenfalls vernachlässigbar wenig auf das Messergebnis aus und wird daher im Weiteren nicht berücksichtigt.

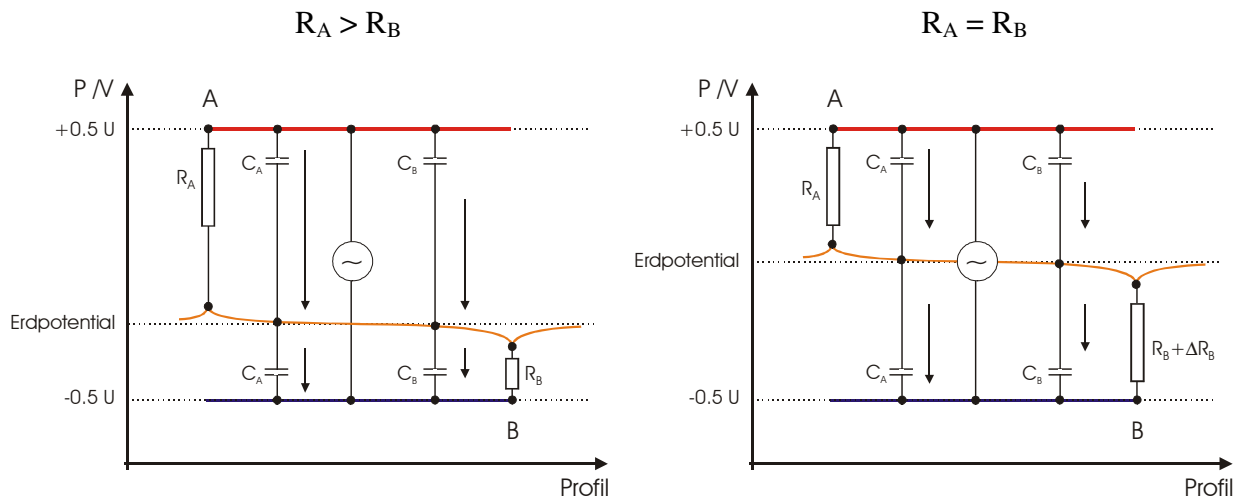


Abb.6.6.3.3: Schematische Darstellung des Verlaufs des elektrischen Potentials in den Stromkabeln und im Erdboden zwischen den Stromelektroden A, B. Sind die Übergangswiderstände ungleich groß ($R_A \neq R_B$), dann liegt das Erdpotential nicht mittig zwischen den Potentialen der Stromkabel (linke Abbildung). Die Folge ist, dass sich die parasitären Teilströme jedes Kabels nicht aufheben.

Herleitung des Zusammenhangs zwischen Übergangswiderstand und Leckstrom

Abbildung 6.6.3.3 beschreibt diesen Sachverhalt. Nimmt man vereinfachend an, dass das Potential im Erdboden entlang der Stromkabel überall gleich ist (Abb. 6.6.3.4), dann kann der parasitäre Stromfluss I_P näherungsweise analytisch berechnet werden.

Damit diese erste Näherung akzeptabel ist, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein:

1. Der spezifische Widerstand des Untergrunds ist konstant.
2. In unmittelbarer Nähe zu den Elektroden nähert sich das Potential des Erdbodens dem der Stromkabel an. Der Stromkabelabschnitt, der hiervon betroffen ist, muss kurz gegen die Gesamtkabellänge sein.

Zunächst fassen wir die Kapazitäten ($C := C_A^+ + C_B^+ = C_A^- + C_B^-$) zusammen. C ist die Gesamtkapazität jedes der beiden Stromkabel zum Erdboden. Natürlich wird hierbei in keiner Weise berücksichtigt, wo der parasitäre Strom in den Boden gelangt und welchen Weg er dort nimmt. Lediglich sein Stärke wird betrachtet. Es ist jedoch möglich, hieraus abzuschätzen, wie sich dieser auf die Spannungsmessung auswirkt.

Die galvanischen und die kapazitiven Ströme lassen sich so angeben:

$$I_R^A = \frac{U_A}{R_A}, \quad I_R^B = \frac{U_B}{R_B}, \quad I_C^A = U_A i \omega C, \quad I_C^B = U_B i \omega C \quad 6.6.3.1$$

Das Spannungsverhältnis wird dann von den Impedanzen kontrolliert:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_A + 1/i\omega C}{R_B + 1/i\omega C} \rightarrow U_A = U_B \left(\frac{1 + R_A i \omega C}{1 + R_B i \omega C} \right) \quad 6.6.3.2$$

Ein parasitärer Strom liegt dann vor, wenn die kapazitiven Ströme ungleich sind:

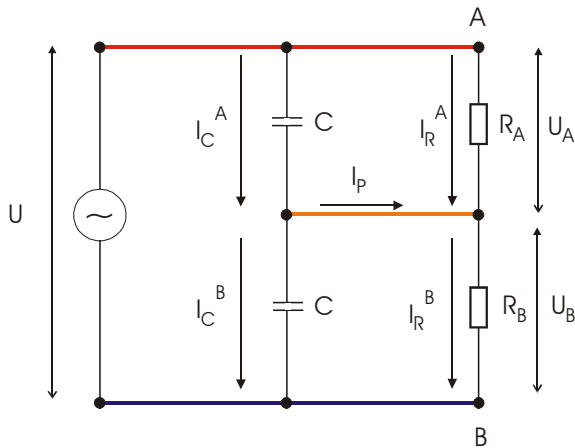


Abb.6.6.3.4: Ersatzschaltbild für den Stromkreis bei Wechselstrommessungen, bestehend aus Stromquelle und kapazitiv und galvanisch an den Erdboden gekoppelten Stromkabeln. Vereinfachend wurde das Erdpotential als homogen angenommen.

$$I_p = I_R^B - I_R^A = I_C^A - I_C^B \tag{6.6.3.3}$$

Offensichtlich ist der parasitäre Strom gleich dem Unterschied zwischen den an den Elektroden gemessenen galvanischen Strömen. Die Spannung U_{AB} zwischen der Elektroden ist gleich der Summe der Spannungsabfälle an den Elektroden,

$$U = U_A + U_B \tag{6.6.3.4}$$

Setzt man Gleichung 6.6.3.4 und 6.6.3.1 in Gleichung 6.6.3.3 ein, dann erhält man:

$$I_p = I_R^B - I_R^A = \frac{U_B}{R_B} - \frac{U_A}{R_A} \rightarrow U_B = (I_p + \frac{U}{R_A}) / (\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}) \tag{6.6.3.5}$$

$$I_p = I_C^A - I_C^B \rightarrow U_B = \frac{U}{2} - \frac{I_p}{2i\omega C} \tag{6.6.3.6}$$

Gleichsetzen von Gleichung 6.6.3.5 und Gleichung 6.6.3.6 liefert den gesuchten Zusammenhang:

$$I_p = U \frac{R_A - R_B}{2R_A R_B + \frac{R_A + R_B}{i\omega C}} \tag{6.6.3.7}$$

Der parasitäre Strom verschwindet nach Gleichung 6.6.3.7 genau dann, wenn die Übergangswiderstände gleich groß sind. Genau dann sind auch die Ströme an den Elektroden gleich groß. Da wir stets nur die spezifischen Widerstände betrachten, soll diese Bedingung anders formuliert werden. Seien

$$\rho_R^A = K \frac{U_U}{I_R^A}, \quad \rho_R^B = K \frac{U_U}{I_R^B} \quad K: \text{Geometriefaktor} \tag{6.6.3.8}$$

die spezifischen Widerstände, wie sie unter Verwendung der an den Elektroden bestimmten Ströme ermittelt wurden, dann kann der parasitäre Strom mittels Gleichung 6.6.3.3 mit den zur Verfügung stehenden Messgrößen in Zusammenhang gebracht werden:

$$I_p = KU_U \left(\frac{I}{\rho_R^A} - \frac{I}{\rho_R^B} \right) \tag{6.6.3.9}$$

Was bedeutet, dass die parasitären Ströme genau dann verschwinden, wenn die scheinbaren spezifischen Widerstände übereinstimmen.

Wir können jetzt ein Handlungsschema benennen, mit dem die Widerstandsmessung unverfälscht von Leckströmen durchgeführt werden kann:

1. Verwende ein bifilares Stromkabel wie in Abbildung 6.6.3.2 beschrieben.
2. Miss die Ströme direkt an den beiden Elektroden und berechne hieraus die beiden spezifischen Widerstände.
3. Füge direkt an einer der Elektroden, in das Stromkabel, einen Widerstand. Vergrößere dessen Wert bis die spezifischen Widerstände übereinstimmen. Gelingt dies an dem ausgewählten Spieß nicht, dann wiederhole die Prozedur an dem anderen Spieß.
4. Stimmen die spezifischen Widerstände überein, dann sind es die gesuchten unverfälschten spezifischen Widerstände.

Feldmessungen¹

Die bisherigen theoretischen Überlegungen sollten am Teststandort Nauen, soweit dies technisch möglich ist, verifiziert werden. Der Teststandort weist in dem untersuchten Teilbereich eine etwa 2-4 m mächtige sandige Deckschicht auf. Der Grundwasserflurabstand beträgt zwei Meter. Oberhalb des Grundwassers werden hohe spezifische Widerstände (2-10 $k\Omega m$) beobachtet. Darunter befindet sich ein vergleichsweise sehr gut leitender Mergel (35 Ωm).

Für die praktische Erprobung wurde eine Schlumberger Konfiguration ($AB/2=10 m$, $MN=1 m$) gewählt. Die Kabelführung genügt der zur Minderung von EM-Effekten zweckmäßigen V-Form. Die Elektroden wurden jeweils 30 cm tief in den Boden gedrückt. Vorversuche zeigten, dass die Übergangswiderstände der verwendeten Spieße ($\varnothing 8 mm$) typischerweise zwischen 50 $k\Omega$ und 300 $k\Omega$ liegen. Demnach sind Unterschiede von bis zu 600% möglich.

Von den letztlich für die Widerstandsmessungen verwendeten Elektroden zeigte die A-Elektrode einen kleineren Übergangswiderstand als die B-Elektrode. Folglich wurde zur Angleichung der Widerstände ein Zusatzwiderstand ΔR_B an der B-Elektrode in das Stromkabel eingefügt. Die Strommessungen ($I-A$, $I-B$) wurden nacheinander an beiden Elektroden durchgeführt. Insgesamt wurden Messungen mit 6 verschiedenen Zusatzwiderständen durchgeführt.

¹ **Hinweise:** Im Kapitel 6.1.1 wurde eine Gleichstromverzerrung korrigiert. Da die zur Gewinnung dieses Datensatzes verwendeten Stromkabel eine Gesamtlänge von 3.5 km aufwies, galt es zu prüfen, ob die Kapazitäten der Stromkabel störend wirkten. Tatsächlich ist die Kabellänge 150-fach größer als die der Messung in Nauen. Nimmt man an, dass die Kapazität ebenfalls 150-fach größer war, dann würden, bei sonst gleichen Verhältnissen, die gleichen parasitären Ströme bzw. Phasen bei einer 150-fach niedrigeren Frequenz ($\sim 100 Hz$) auftreten. Tatsächlich wurden im Sudan vergleichbar große Phasen ($> 10^\circ$) aber bei 0.16 Hz beobachtet. Somit ist die Kabelkapazität 500-fach zu klein, um sie als Ursache für die gemessenen Phasenwerte annehmen zu können.

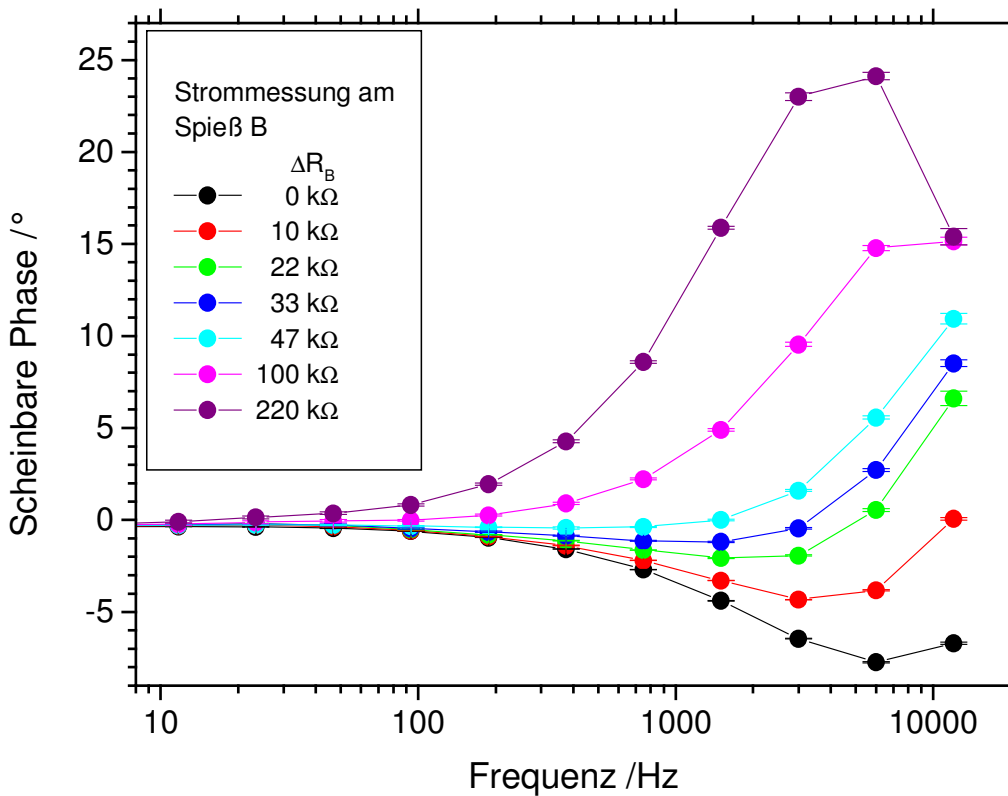
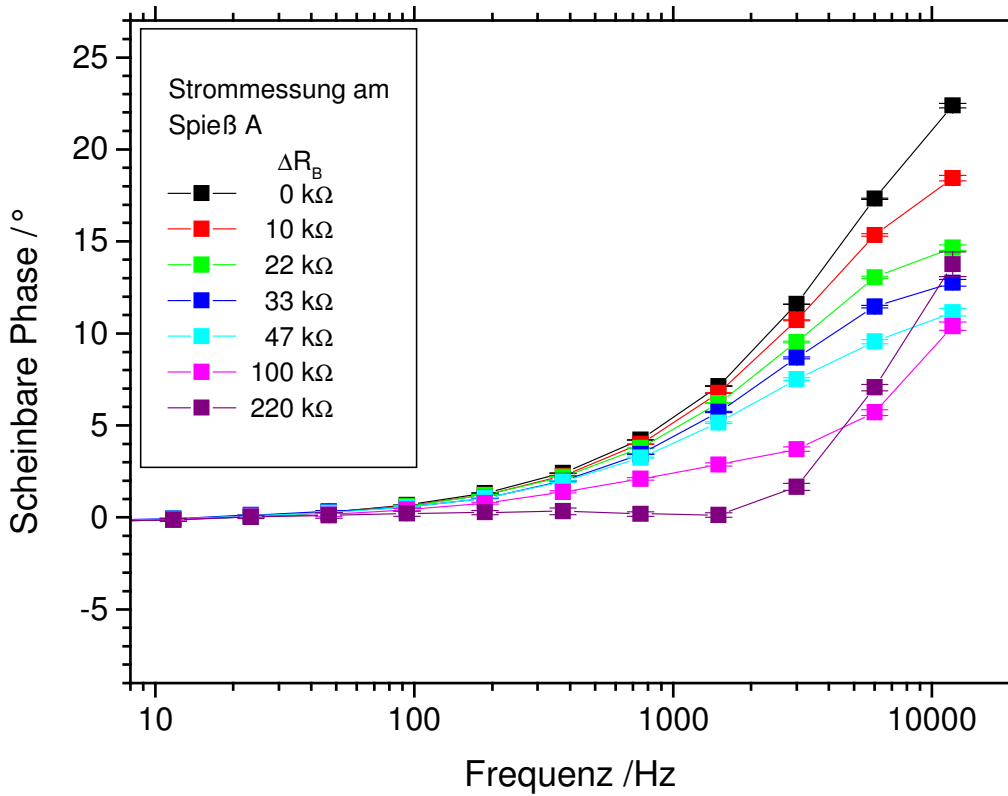


Abb. 6.6.3.5: Am Teststandort Nauen gemessene Phasenspektren in Abhängigkeit vom Zusatzwiderstand ΔR_B . Oben: Zur Widerstandsmessung wird der am Spieß A gemessene Strom verwendet. Unten: Wie oben, jedoch Spieß B. Schlumberger Konfiguration: $AB=10\text{ m}$, $MN=1\text{ m}$.

Abbildung 6.6.3.5 zeigt die hiermit gemessenen Phasenspektren des spezifischen Widerstandes, sowohl unter Verwendung von I - A , als auch I - B . Ohne einen Zusatzwiderstand tritt der größte Phasenunterschied auf. Mit anwachsendem Widerstandswert wird dieser stetig kleiner. Die beste Phasenübereinstimmung lässt sich bei Widerständen zwischen $47\text{ k}\Omega$ und $100\text{ k}\Omega$ beobachten.

Es ist zeitaufwendig, den „optimalen“ Zusatzwiderstand durch weitere Messungen noch exakter zu bestimmen. Daher wurde versucht, diesen durch Interpolation zwischen den bereits durchgeführten Messungen zu ermitteln. In Abbildung 6.6.3.6 wurden die Phasen für neun Frequenzen über den zugehörigen Werten der Zusatzwiderstände aufgetragen. Verbindet man nun die Messwerte die bei der selben Frequenz gemessen wurden, so ergeben sich in guter Näherung und in Übereinstimmung mit den theoretischen Überlegungen im vorherigen Kapitel, in der halblogarithmischen Darstellung leicht gekrümmte Grafen. Die zwei zu jeder Frequenzen gehörenden Grafen kreuzen sich zudem genau einmal. Die Lage jedes Kreuzungspunktes liefert für diese Frequenz sowohl den „optimalen“ Zusatzwiderstandswert als auch den vom Stromkabeffekt befreiten scheinbaren Phasenwert.

In Abbildung 6.6.3.7 sind die aus den Kreuzungspunkten abgeleiteten scheinbaren Phasen und Zusatzwiderstände über der Frequenz aufgetragen. Während die Phase etwa proportional mit der Frequenz ansteigt, nimmt der Wert des Zusatzwiderstandes langsam ab. Die Abnahme des Zusatzwiderstandes kann nur so gedeutet werden, dass sich die Übergangswiderstände mit der Frequenz einander annähern. Das wäre z.B. dann der Fall, wenn einer oder beide Elektrodenübergangswiderstände noch eine Warburg-Komponente aufweisen würde.

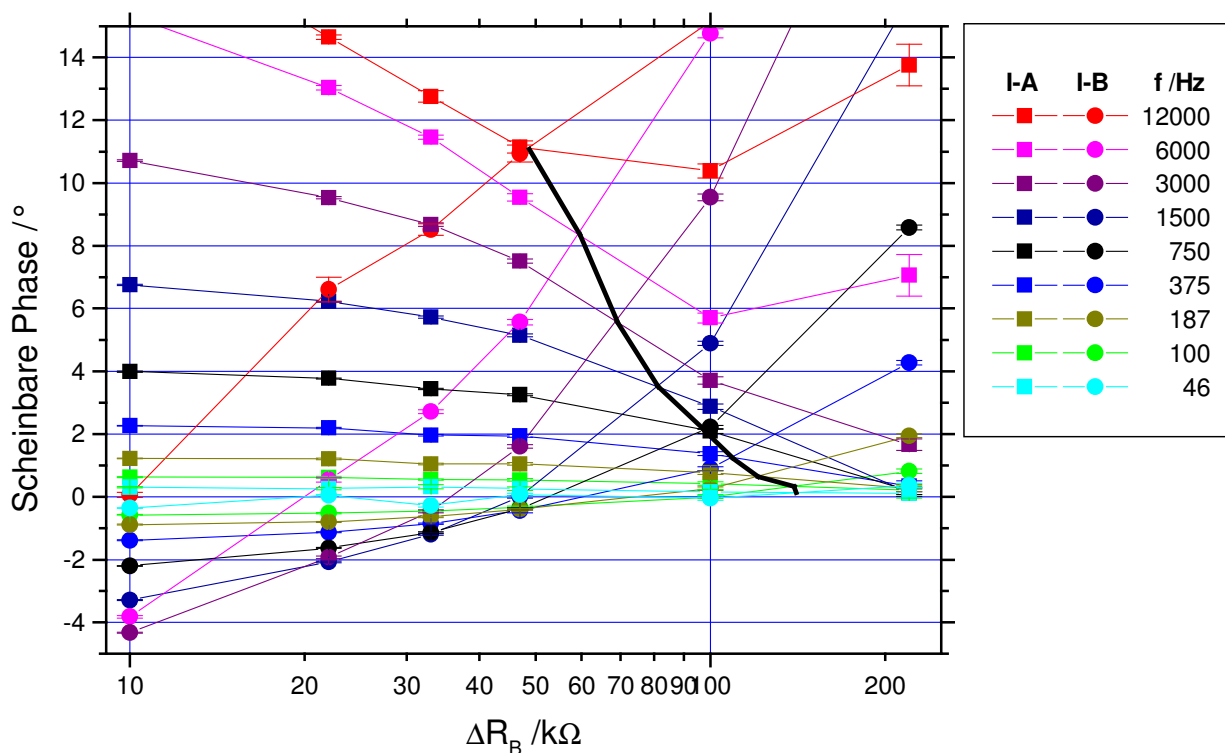


Abb. 6.6.3.6: Darstellung der bei neun Frequenzen gemessenen Phasen des spezifischen Widerstandes in Abhängigkeit vom Zusatzwiderstand. Je zwei farbgleiche Geraden korrespondieren mit zwei Strommessungen. Die Kreuzungspunkte liefern die korrigierte scheinbare Phase und den „optimalen“ Zusatzwiderstand.

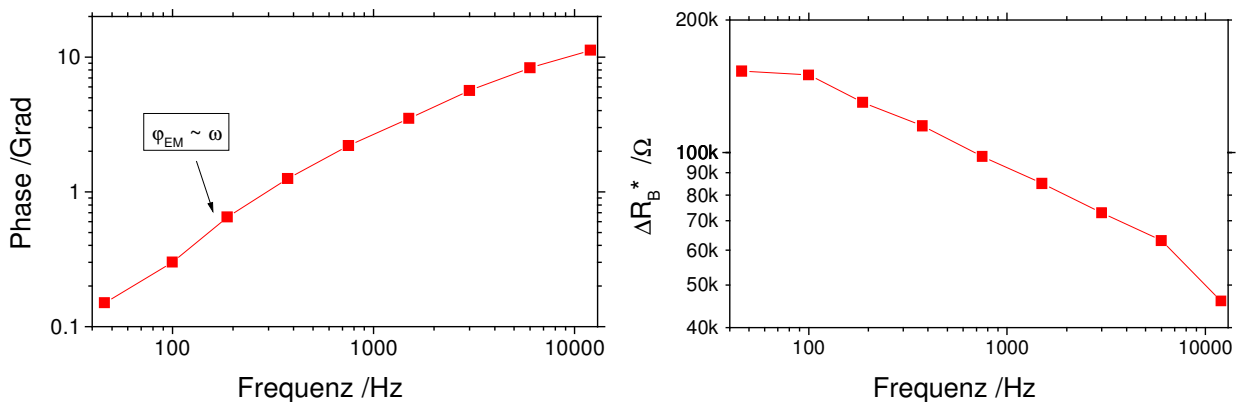


Abb. 6.6.3.7: Endergebnis der Auswertung: Vom Stromkabeleffekt befreite Phase (links) und optimaler Zusatzwiderstand als Funktion der Frequenz.

Wie ist aber der starke Phasenanstieg zu erklären? Wäre das Vorzeichen negativ, dann würde dies für einen RC-Effekt der Potentialabgriffe sprechen. Ein positives Vorzeichen bedarf hingegen einer anderen Erklärung.

1. Die Feldmessungen wurden nacheinander verteilt über einen Zeitraum von zwei Stunden durchgeführt. Es ist daher nicht auszuschließen, dass sich die Übergangswiderstände zwischenzeitlich geändert haben. Die Korrektur wäre dann sicher nicht vollständig durchführbar. Die ungewöhnliche Stetigkeit der verbleibenden Frequenzabhängigkeit der Phasen erscheint jedoch nicht vereinbar mit einer erfahrungsgemäss eher un stetigen Drift von Übergangswiderständen.
2. Ebenso wie das Stromkabel, ist auch die Stromquelle kapazitiv mit dem Boden gekoppelt. Der hierdurch verursachte parasitäre Stromfluss sollte allerdings bei einer symmetrischen Stromquelle verschwinden, da das Gehäuse ein Potential aufweist, das genau zwischen den Potentialen der Ausgänge liegt und für $R_A=R_B$ dem des Erdbodens entspricht. Zum Zeitpunkt der Messungen stand jedoch nur eine Quelle zur Verfügung, deren Gehäuse mit einem der beiden Potentiale verbunden war. Um die Kapazität möglichst klein zu halten, wurde die Quelle samt Batterie 40 cm hoch über den Boden aufgestellt. Trotzdem kann ein negativer Einfluss auf die Effizienz der Korrektur nicht ausgeschlossen werden.
3. Eine nicht vernachlässigbare Warburgimpedanz an den Elektroden würde eine imaginäre Widerstandskomponente bedingen. Die hier betrachtete Methode ist jedoch nur geeignet um eine reelle Komponente zu egalisieren. Die Folge wäre eine unvollständige Korrektur des Kabeleinflusses. Prinzipiell kann auch eine Blindkomponente egalisiert werden. Mit dem derzeit verfügbarem Equipment ist dies jedoch nicht möglich.

Trotz der noch bestehenden Mängel konnte die Methode die Phasen auf ein Drittel des ursprünglich Wertes verringern. Von einer Egalisierung auch der Blindkomponente kann eine weitere Verbesserung erwartet werden. Eine symmetrische Stromquelle und die gleichzeitige Messung des Stroms an beiden Elektroden werden die unter Punkt 1 und 2 angeführten Mängel beheben können.

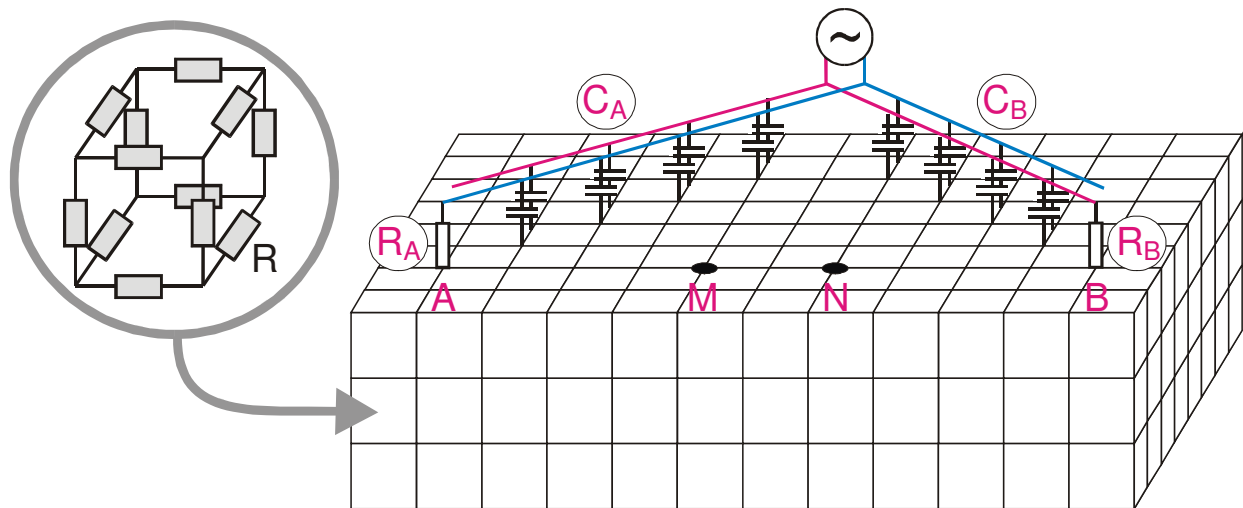


Abb. 6.6.4.1: Elektronisches Ersatzschaltbild für eine 4-Punkt-Wechselstrommessanordnung (Schlumberger Konfiguration) über einem leitenden Halbraum. Berücksichtigt werden die Kapazitäten des paarigen Stromkabels und die Übergangswiderstände der Stromelektroden.

6.6.4 3D Modellierung der Stromkabelkapazität über einem Halbraum

Im Folgenden wird der Versuch unternommen, die Potentialverteilung im Erdboden noch genauer nachzubilden als im Kapitel 6.6.3. Da hierfür derzeit noch kein geeignetes „geophysikalisches“ Modellierungsprogramm existiert, wurde ein elektronisches Äquivalent entwickelt und dessen elektrische Parameter mit einem kommerziell verfügbaren Simulationsprogramm (SwCAD III von Linear Technology) berechnet.

Beschreibung des Modells

1. Der elektrisch leitende Halbraum wird durch ein aus 2688 Widerständen bestehendes Netzwerk nachgebildet.
2. Die am Teststandort Nauen beobachteten geringen IP-Effekte werden in Anbetracht der viel stärkeren Störeffekte seitens des Stromkabels vernachlässigt.
3. EM-Effekte traten in Nauen nicht auf und werden daher auch im Modell vernachlässigt.
4. Die Stromeinspeisung erfolgt an den Punkten A und B. Die Übergangswiderstände werden mittels reeller Widerstände R_A und R_B nachgebildet.
5. Die Stromzuführungskabel verlaufen wie beim Feldtest in Nauen V-förmig.
6. Die kapazitive Kopplung der Kabel mit dem Erdboden wird durch Kondensatoren simuliert, die gleichmäßig entlang der Kabel verteilt sind. Paarige Stromzuführungskabel, zur Unterdrückung eines kapazitiven Leckstroms, wurden durch zwei weitere Leitungen und den zugehörigen Kondensatoren nachgebildet.
7. Die Stromstärken I_R^A , I_R^B werden direkt an den beiden Stromelektroden bestimmt.
8. Die Potentiale zur Spannungsmessung werden an den Punkten M und N abgegriffen. Die Übergangswiderstände der Potentialabgriffe (R_M , R_N) werden vernachlässigt. Würde man diese jedoch berücksichtigen, dann könnte auch der RC-Effekt modelliert werden.
9. Es wird eine symmetrische Spannungsquelle ohne Streukapazität angenommen.

Wahl der Modellparameter

1. Die Widerstände der Matrix werden mit 10Ω festgesetzt. Nimmt man eine Gitterweite von 3 m an, dann entspräche dies einem spezifischen Widerstand des Halbraumes von $30 \Omega m$. Modelle mit höheren Widerständen liefern keine grundsätzlich abweichenden Ergebnisse, sofern der Widerstand zwischen den Punkten A und B klein gegen den der Übergangswiderstände ist.
1. In Anlehnung an die Feldmessungen wurden die Übergangswiderstände der Elektroden wie folgt gewählt: $R_A=100 k\Omega$, $R_B=\{0 k\Omega, 10 k\Omega, 20 k\Omega, 33 k\Omega, 47 k\Omega, 100 k\Omega, 220 k\Omega\}$
Die Widerstände weisen keine Imaginärkomponente auf, da die frequenzabhängige Warburgimpedanz der Spieße bei den hier betrachteten Frequenzen ($>100 Hz$) als vernachlässigbar klein angenommen wird.
3. Die Kabelkapazität ist von vielen Faktoren abhängig und kann nur grob geschätzt werden. Für das Modell wurden folgende Werte angenommen:

$$C_A^+ = C_A^- = 40 pF \quad (1.6 pF/m)$$

$$C_B^+ = C_B^- = 80 pF \quad (3.2 pF/m)$$

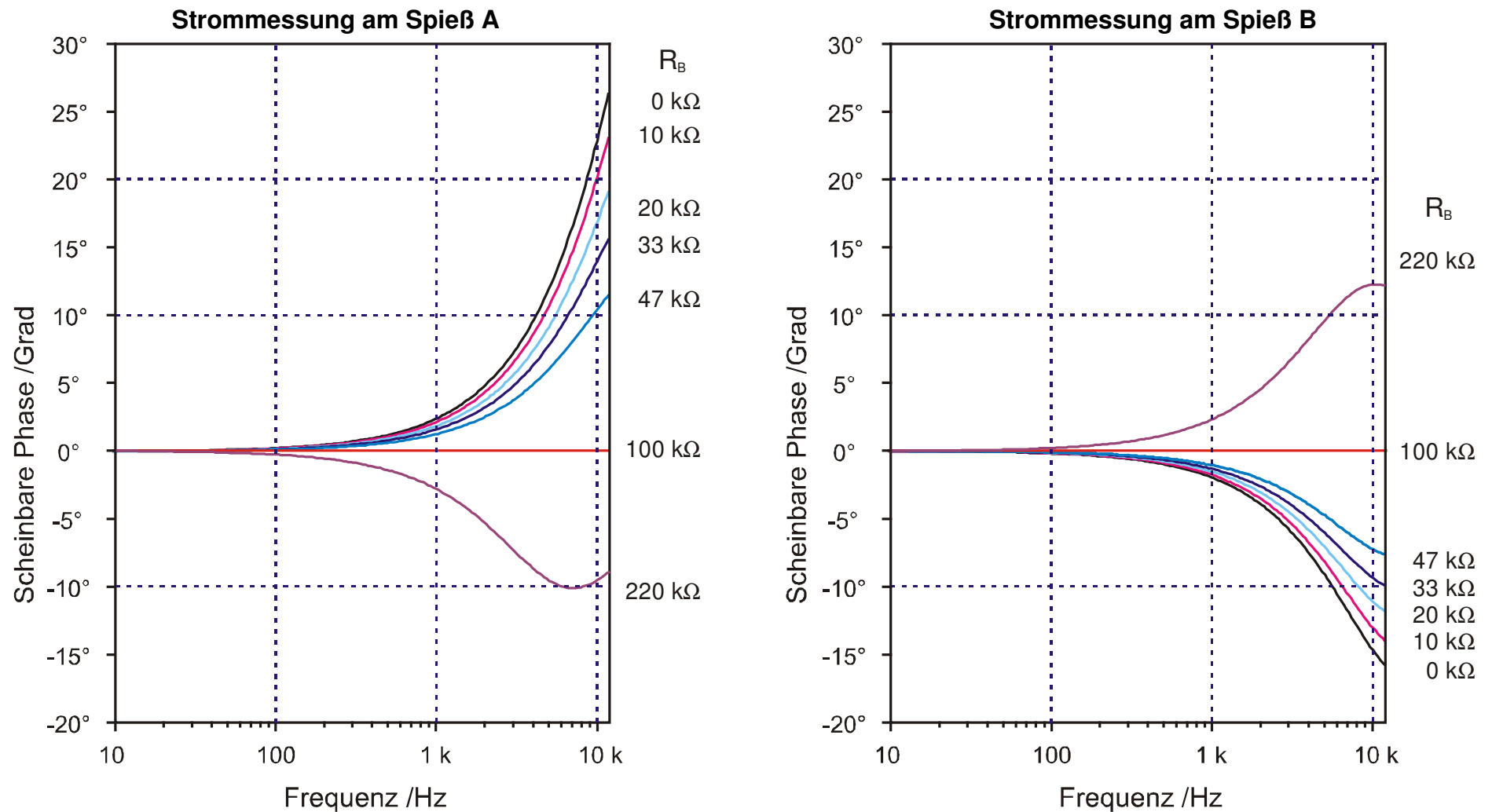


Abb.6.6.4.2: 3D Modellierung der Auswirkungen einer Stromkabelkapazität auf die Phase des spezifischen Widerstandes. Sind die Übergangswiderstände der Stromelektroden ungleich, dann treten auch über einem unpolarisierbarem Untergrund Phasenverschiebungen auf die in ihrer Stärke und in ihrer Charakteristik den in Nauen beobachteten (Abb. 6.6.3.5) sehr ähnlich sind.

Ergebnisse der Modellierung und Konsequenzen für zukünftige Messgeräte

Trotz der nur groben Nachbildung des Untergrundes, erbrachte das elektronische Modell Ergebnisse, die die in Nauen gemessenen Phasenspektren erstaunlich gut reproduzieren. Das betrifft die Größe der Phasenwerte, die Abhängigkeit vom Korrekturwiderstand ΔR_B und die Frequenzen, bei denen die Effekte auftreten. Vor allem lässt sich die Asymmetrie der Spektren von I_R^A und I_R^B gut nachbilden.

Sind die Übergangswiderstände und damit die Ströme an den Spießen gleich groß, dann wird das verbleibende Phasenspektrum nur noch von den Eigenschaften des elektrischen Netzwerkes (bzw. Untergrundes), einschließlich der darin eingebetteten Induktivität, bestimmt.

Im Umkehrschluss kann gefolgert werden, dass die verwendeten Kapazitätswerte für die Kabel in etwa der Realität entsprechen. Aus der Kapazität und dem Kabelquerschnitt kann ein mittlerer Abstand von 5 cm zwischen dem Stromkabel und dem Erdboden berechnet werden.

Die Phasenspektren reagieren sehr sensibel auf die absoluten Widerstandswerte von R_A und R_B . Niedrigere Werte führen zu deutlich kleineren Verfälschungen der Widerstandsmessung, da dann die galvanischen Ströme viel größere sind als die parasitären. Kritisch ist zudem der relative Unterschied zwischen R_A und R_B . Wenn die absoluten Übergangswiderstände hoch sind ($>100\text{ k}\Omega$) genügt bereits ein Unterscheid von 100% , um zu Effekten zu gelangen, die die IP-Effekte um 1-2 Größenordnungen übertreffen (12 kHz).

Trotz eines Übergangswiderstandes, der dem der Stromelektroden nahe kommt, wird der RC-Effekt erst bei Frequenzen oberhalb des zugänglichen Frequenzbereichs störend wirksam.

Es ist sicher angeraten, beide Ströme (I_R^A , I_R^B) gleichzeitig zu messen. Nur so kann einer wahrscheinlichen zeitlichen Variabilität der Übergangswiderstände effektiv begegnet werden. Dies lässt sich bei einer vielkanaligen Apparatur, wie der SIP265C, schon jetzt zwanglos realisieren, indem hierfür genau die Remote Units verwendet werden, bei denen gerade der Strom eingespeist wird und deren ungenutztes Spannungsmessteil zur Strommessung verwendet werden kann. Gleiches gilt für die Implementation von paarigen Stromkabeln, die bei derartigen Apparaturen ohnehin unverzichtbar sind.

Offen bleibt nur noch die Auffindung einer einfachen technischen Lösung für die Egalisierung von möglichen Imaginärkomponenten der Übergangswiderstände R_A und R_B .

7 Labor- und kleinskalige Feldmessungen

7.1 Besonderheiten von Labormessungen

Prinzipiell treten bei Wechselstrommessungen in Laborumgebung die gleichen Fehlerquellen auf wie bei Feldmessungen. Allerdings weicht die Bedeutung der einzelnen Fehlerquellen im Labor stark von der im Feld ab. Besondere Aufmerksamkeit erfordern nachfolgende Einflussgrößen:

- Störfeld,
- Ankopplungswiderstand,
- Temperaturvariation,
- Probenvolumen,
- Stromdichte

Bisweilen ist das Störfeld im Labor deutlich stärker als im Feld. Sollen andere Messtechniken parallel zu den Widerstandsmessungen durchgeführt werden, dann sind die Möglichkeiten zur Störfeldminderung häufig sehr begrenzt. Die Nutzbarkeit der im Feldmaßstab erfolgreichen Referenztechnik soll daher auch im Laboreinsatz (Kap. 7.3) untersucht werden.

Einige der im Labor untersuchten Proben wiesen einen um mehrere Größenordnungen höheren Ankopplungswiderstand auf als dies im Feld üblicherweise der Fall ist. Zum einen ist dies eine Folge der geringen Probenvolumina, da die Kontaktflächen der Elektroden häufig ebenfalls verkleinert werden müssen, zum anderen müssen aus systematischen Gründen auch sehr schlecht leitende Proben untersucht werden, deren Wassergehalt niedriger ist, als unter realistischen natürlichen Bedingungen. Die Temperatur des Probenmaterials folgt Temperaturänderungen im Labor schneller als im Feld. Wenn diese Einflussgröße nicht erfasst wird, dann wirkt sich dies sowohl auf die Form der Messzelle, als auch auf den Probenwiderstand aus und führt zu nicht reproduzierbaren Ergebnissen (Kap. 7.2).

Eine hohe Stromstärke garantiert meist ein hohes S/R-Verhältnis. Trotz der üblicherweise kleinen Geometriefaktoren treten schnell vergleichsweise sehr hohe Stromdichten auf. Leicht kommt es zur Elektrolyse und damit zur Blasenbildung an den Stromelektroden. Die Folge ist ein messbar stark variierender Geometriefaktor. Darüber hinaus ist die Impedanz einiger Probenmaterialien von der Stromdichte abhängig. Unter kontrollierten Bedingungen kann dies zusätzliche petrophysikalische Informationen liefern. Zuvor ist aber zu klären, ob die angewandten statistischen Methoden der Impedanzschätzung dann noch zuverlässig sind (Kap. 7.3).

7.2 Messzellen für spektrale Widerstandsmessungen an Probenmaterial

Für die in den Kapiteln 6 und 7 beschriebenen Wechselstrom-Labormessungen an Lockermaterialien wurden spezielle Messzellen mit Volumina zwischen 0.1-1 Liter gefertigt. Bei der Konfektionierung wurden folgende Kriterien in besonderer Weise berücksichtigt:

- vernachlässigbar geringe parasitäre Frequenzeffekte,
- niedrige Übergangswiderstände zwischen den vier Elektroden und dem Probenmaterial,
- wartungsfrei für mindestens 1 Jahr mit eingeschlossenem Probenmaterial,
- geeignet für grobkörniges Lockermaterial bei vollständiger Sättigung

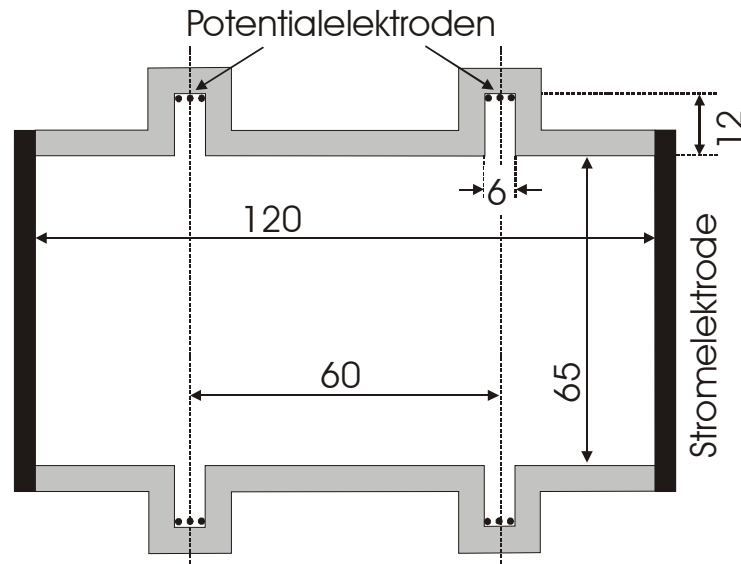


Abb. 7.2.1.1: Schnittbild der Messzelle vom Typ 4. Grau: Acryl, Schwarz: Messing.

7.2.1 Mechanischer Aufbau eines Probenhalters mit 0.5 l Volumen

Der Probenhalter (Typ 4) ist primär aus Acryl gefertigt und weist einen zylindrisch geformten Innenraum auf (Abb. 7.2.1.1). Die beiden Stromelektroden sind aus Messing gefertigt und bilden die Stirnflächen des Probenraumes. Sie können zum Befüllen der Messzelle abgenommen werden. Sämtliche Dichtungen sind mit O-Ringen realisiert.

Die elektrischen Eigenschaften der Messzelle werden in hohem Maß von der Ausgestaltung der Potentialelektroden bestimmt. Der Einsatz von unpolarisierbaren Sonden kam nicht in Betracht, da eine Wartungsfreiheit nur unter Inkaufnahme eines hohen Übergangswiderstandes zu erreichen wäre. Niederresistive Diaphragmen lassen Fremdionen in den Probenraum. Im Folgenden soll daher eine technische Lösung beschrieben werden, die lediglich mit Neusilberdraht auskommt. Neusilberdrähte sind jedoch selbst stark polarisierbar. Ein Vorversuch mit senkrecht in den Probenraum ragenden Drahtstiften zeigte, dass die Widerstandsmessung an einer vollständig mit Wasser gefüllten Zelle zu unakzeptabel starken Polarisationserscheinungen führte (-0.2°). Die auftretenden Frequenzeffekte können wie folgt erklärt werden: Der Draht stellt verglichen mit dem Wasser einen sehr guten Leiter dar. Bei hohen Frequenzen ist die elektrische Doppelschicht an seiner Oberfläche niederohmig. Ein Teil des Stromflusses in der Messzelle nimmt daher den Weg des geringeren Widerstandes nämlich durch den Draht. Bei niedrigen Frequenzen hingegen ist die Oberflächenimpedanz höher, der Draht erscheint nun nach außen hin als schlechter Leiter.

Die Auswirkungen dieses unerwünschten Effekts auf die Messung kann minimiert werden, wenn das elektrische Feld am Ort des Drahtes minimiert wird. Eine Möglichkeit wäre es den Drahtdurchmesser zu verringern. Dem steht jedoch entgegen, dass sich hierdurch der Übergangswiderstand zwischen Draht und Probenmaterial stark erhöht. Alternativ hierzu können auch die Drähte als Ringelektroden geformt und aus dem Probenraum in zwei seitliche Kammern verlegt werden (Abb. 7.2.1.2).

Parameter:	Abmessungen:
Abstand der Stromelektroden L	0.12 m
Abstand der Potentialelektroden	0.06 m
Spaltbreite l	0.006 m
Spalttiefe t	0.012 m
Durchmesser D	0.065
Querschnittsfläche F	0.003318 m^2

Tab.7.2.1.1: Geometrische Parameter der Messzelle vom Typ 4

Aus den Abmessungen (Tab.7.2.1.1) kann der Geometriefaktor des Probenhalters berechnet werden:

$$K = \frac{F L}{L l} = 0.0553\text{ m} \quad (7.2.1.1)$$

7.2.2 Charakterisierung der elektrischen Eigenschaften

Abbildung 7.2.2.1 gibt das Ergebnis der spektralen 4-Punkt Widerstandsmessung an der mit Leitungswasser gefüllten Messzelle wieder. Die Abweichungen vom idealen konstanten Frequenzgang sind kleiner als $\pm 0.05\%$ bzw. $\pm 0.02^\circ$. Dies ist ein hinreichend niedriger Wert, um auch an schwach polarisierbaren Probenmaterialien unverfälschte spektrale Messungen durchführen zu können.

Zur Messung der Übergangswiderstände zwischen den Elektroden und dem Elektrolyten wurden 2-Punkt Messungen durchgeführt. Abbildung 7.2.2.2 zeigt die zwischen den Stromelektroden



Abb. 7.2.1.2: Foto der für die Messungen optimierten Messzelle. Im Probenraum befinden sich grobe polykristalline Pyrit-Mineralen.

gemessene Impedanz Z_{AB} und Abbildung 7.2.2.3 die zwischen den Potentialelektroden gemessene Impedanz Z_{MN} . Zu niedrigen Frequenzen hin steigen die Widerstände entsprechend dem Verhalten einer Warburgimpedanz mit $\sqrt{\omega}$ an. Zu hohen Frequenzen hin nähern sie sich hingegen asymptotisch dem frequenzinvarianten Widerstand des Wassers an.

Aus dem mit der 4-Punkt Konfiguration gemessenen spezifischen Wasserwiderstand (Tab. 7.2.2.1) muss der mit der 2-Punkt Konfiguration gemessene Widerstand berechnet werden können. Aufgrund der einfachen Geometrie der Stromimpedanzmessung kann dies leicht durchgeführt werden).

$$R = \rho \frac{L}{F} = 649.0 \, \Omega \quad (7.2.2.2)$$

Wesentlich aufwendiger wäre die exakte Berechnung des Widerstandes zwischen den Potentialelektroden. Hier soll eine grobe Abschätzung genügen. Wir beschreiben den Widerstand des Elektrolyten hierzu mit drei Widerständen: den beiden der Spalte (R_M , R_N) und den des Probenraum R_p . Letzteren schätzen wir analog zu Gleichung 7.2.2.2 ab zu $R_p = 324.7 \, \Omega$. Den Widerstand im Spalt berechnen wir zu $158.7 \, \Omega$. Im Ergebnis gelangen wir zu einem Gesamtwert von $642 \, \Omega$. Das dieser Wert etwa um 40% niedriger ist als der gemessene, kann erklärt werden mit der Vernachlässigung des tatsächlichen Stromweges beim Übergang vom Probenraum in die beiden Spalte und beim Übergang von den Drähten in die Spalte. In beiden Fällen unterschätzen wir den Widerstand, so dass auch das Gesamtergebnis zu niedrig ausfällt. Dass die Näherung trotzdem ausreicht, um eine Optimierung hinsichtlich minimaler parasitären IP-Effekte und Ankopplungswiderstände durchzuführen, zeigt folgende Überlegung.

Durch die Verlegung der Potentialabgriffe von der Innenseite des Probenraumes in seitliche Kammern konnten die parasitären IP-Effekte um eine Größenordnung gesenkt werden. Gleichzeitig erhöhte sich der Widerstand zwischen den Abgriffen nur um den Faktor zwei. Dieses Ergebnis erscheint noch positiver, wenn man berücksichtigt, dass die parasitären IP-Effekte nahezu alle Frequenzen verfälschen können, während die Widerstandserhöhung lediglich den RC-Effekt bei den höchsten Frequenzen etwas vergrößert.

Die Verminderung des parasitären IP-Effekts kann auch semiquantitativ nachvollzogen werden, wenn man den Widerstand im Probenraum über eine Spaltbreite ($32.4 \, \Omega$) vergleicht mit dem Widerstand, der einem Stromfluss zwischen den Stromelektroden zusätzlich entgegengesetzt wird ($317.4 \, \Omega$). Die Relation von 10 stimmt gut mit der beobachteten Minderung der parasitären IP-Effekte überein.

Berechnete und gemessene Widerstände stimmen gut überein. Der gemessene Widerstand $Z(MN)$ wird primär vom Widerstand des Schlitzes bestimmt.

	$Z(AB) (f=12 \text{ kHz})$	$Z(MN) (f=12 \text{ kHz})$
Gemessen:	$680 \, \Omega$	$1100 \, \Omega$
Berechnet:	$649 \, \Omega$	$642 \, \Omega$

Tab. 7.2.2.1: Gegenüberstellung von gemessenen und berechneten Widerständen. Dabei wurde die Geometrie einer Messzelle vom Typ 4 und ein gemessener spezifischer Widerstand des Wassers in der Zelle von $17.954 \, \Omega m$ zugrundegelegt.

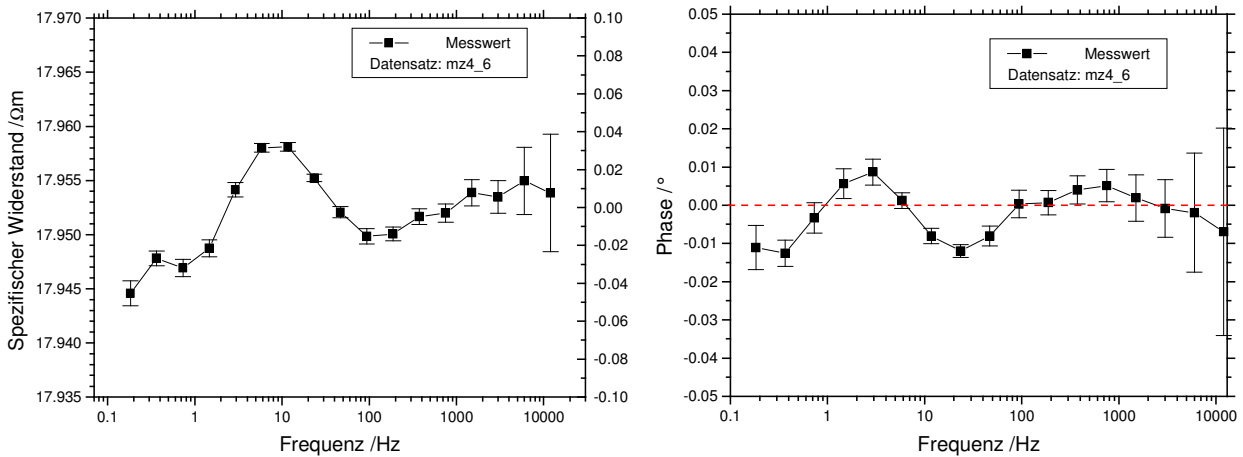


Abb. 7.2.2.1: 4-Punkt Widerstandsmessung an der optimierten, wassergefüllten Messzelle (Typ 4). Die Abweichungen vom Erwartungswert für eine ideale Messzelle betragen maximal 0.02° bzw. 0.05% .

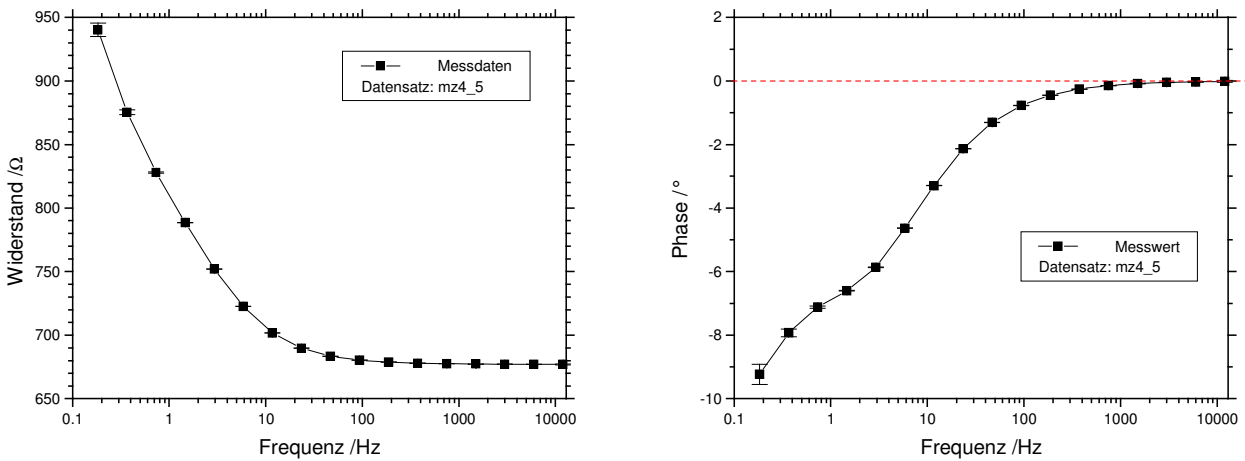


Abb. 7.2.2.2: 2-Punkt Widerstandsmessung an wassergefüllter Messzelle vom Typ 4. Der Widerstand zwischen den Stromelektroden Z_{AB} zeigt bei niedrigen Frequenzen das typische Verhalten einer Warburg-Impedanz. Bei hohen Frequenzen wird der Widerstand reell und vom frequenzinvarianten Widerstand des Wassers bestimmt.

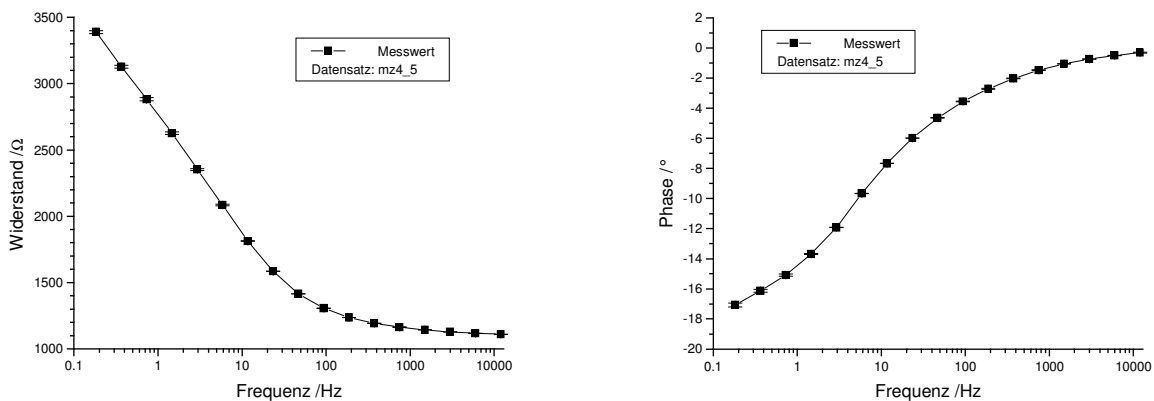


Abb. 7.2.2.3: 2-Punkt Widerstandsmessung an wassergefüllter Messzelle vom Typ 4. Die Frequenzcharakteristik des Widerstandes zwischen den Spannungselektroden Z_{MN} ähnelt der zwischen den Stromelektroden (Abb. 7.2.3.2). Aufgrund der kleineren Elektrodenfläche erfolgt der Übergang vom Warburg zum reellen Verhalten hier jedoch erst bei höheren Frequenzen.

7.3 Anwendung der Referenztechnik zur Störspannungsminderung im Labor

Spektrale Widerstandsmessungen an Probenmaterialien in Laborumgebung können im Falle hoher Übergangswiderstände und großer technischer Störfelder eine unzureichende Messgenauigkeit aufweisen. Wenngleich die Bedingungen zur Optimierung der Rahmenbedingungen dort grundsätzlich gegeben sind, ist es aus praktischen Gründen nicht immer möglich, diese auch anzuwenden. Beispielsweise dann nicht, wenn die gleichzeitige Anwendung anderer Messtechniken eine hinreichende Abschirmung der Probe nicht zulässt.

In diesen Fällen könnte die Anwendung der Referenztechnik auch im Labor angeraten sein. Zuvor ist jedoch zu klären, wie die für Feldmessungen konzipierte Technik an die Erfordernisse von Labormessungen anzupassen ist. Bereits im Kapitel 6.6.1 wurde gezeigt, dass sich die Größe des statistischen und des systematischen Messfehlers proportional zum Ankopplungswiderstand der Potentialabgriffe verhält. Ungeklärt blieb der genaue Mechanismus wie sich die Störspannung dem Messsignal überlagert. Um dies aufzuklären und um definierte Messbedingungen zu erhalten, wurden Messzelle und Probenmaterial durch ein Widerstandsnetzwerk nachgebildet (Abb. 7.3.1). Bei der Bemessung der Widerstände diente eine resistive Probe mit schlechter Potentialelektrodenankoppelung als Vorbild. 1.5 cm des insgesamt 50 cm langen Messkabels bleiben aus technischen Gründen ungeschirmt.

Für die Referenzmessung galt es, zwei Dinge in besonderer Weise berücksichtigen:

1. Das Störfeld sollte möglichst nahe an der Probe gemessen werden um unter den vielen im Labor auftretenden Störfeldern primär solche zu erfassen, die das Nutzsignal überlagern.
2. Die Messung sollte in der Weise erfolgen, dass sich im Referenzsignal kein mit dem Strom korrelierendes Signal wiederfindet. Wie bei der Feldanwendung kann nur so ein systematischer Fehler bei der Widerstandsmessung vermieden werden.

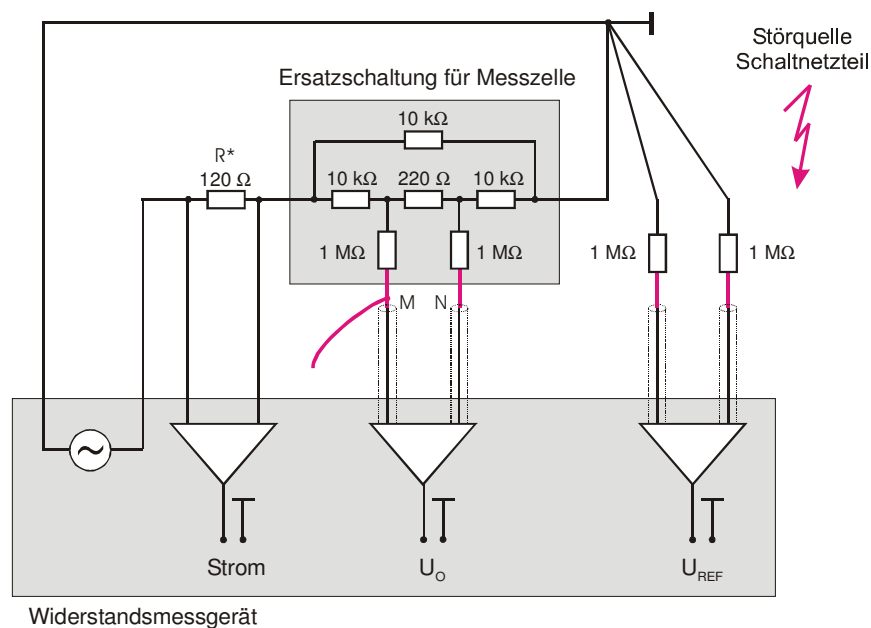


Abb. 7.3.1: Blockbild des Versuchsaufbaus, der zur Erprobung der Referenztechnik im Labor verwendet wurde. Ein Widerstandsnetzwerk (im oberen grau hinterlegten Bereich) bildete die elektrischen Eigenschaften eines Probenhalters und des Probenmaterials nach.

Beides wird erreicht, indem die beiden Eingangsleitungen über je einen $1\text{ M}\Omega$ Widerstand mit der Signalmasse verbunden werden.

Die in der Abbildung 7.3.2 wiedergegebenen Ergebnisse, stammen von zwei Messungen die sich lediglich darin unterscheiden, dass im zweiten Fall (rechts stehende Abbildungen) zusätzlich ein 15 cm langes, einseitig offenes und ungeschirmtes Drahtstück mit Punkt M des Netzwerkes verbunden wurde. Vergleicht man beide Zeitreihen miteinander, dann fällt sofort auf, dass im zweiten Fall der Störpegel im Spannungskanal stark erhöht ist. Ungeschirmte Drahtabschnitte bilden also das Haupteinfallstor für Messfehler in Laborumgebung. Eine kapazitive Kopplung dieser Abschnitte zum einen mit der Störquelle und zum anderen mit der Signalquelle erklärt die beobachteten Effekte. Eine relevante induktive Kopplung ist hingegen auszuschließen, da sich eine solche bei den niedrigen Frequenzen mit dem verwendeten Flechtschirm nicht abschirmen und folglich auch durch ein zusätzliches Drahtstück nicht im beobachtetem Umfang erhöhen ließe.

Im vorliegenden Fall wurde der AC/DC-Wandler des Messrechners (Notebook) als dominierende Störquelle ausgemacht. Dieser koppelt ein näherungsweise rechteckförmiges 50-Hz Signal in die Messleitungen ein. In beiden Registrierbeispielen ist dies, wie beabsichtigt, am deutlichsten im Referenzkanal zu sehen, bei der teilweise ungeschirmten Messung zudem auch im Spannungsmesskanal (Abb.7.3.2.a). Die steilen Flanken des Rechtecksignals verursachen ein typisches Telegraphenrauschen mit der $1/f$ -Amplitudencharakteristik (Abb. 7.3.2.b-rechts).

Vergleicht man die Störsignalpegel beider Registrierungen, so stellt man fest, dass diese sich fast um den Faktor 1000 voneinander unterscheiden. Dem steht gegenüber, dass sich die Längen der ungeschirmten Messkabelabschnitte lediglich um den Faktor fünf unterscheiden. Als Erklärung hierfür ist anzuführen, dass sich die Störquelle kaum bemerkbar macht, wenn sie symmetrisch in die beiden Messleitungen einkoppelt. Die erste Messung weist zwei gleichlange ungeschirmte Abschnitte (je 1.5 cm) mit gleichen Ankopplungswiderständen auf. In beide Messleitungen wird daher etwa das gleiche Störsignal eingespeist. Ein „Gleichtaktsignal“ wird jedoch vom Instrumentierverstärker wirksam unterdrückt. Im zweiten Fall hingegen liegt eine asymmetrische Störsignaleinspeisung vor.

Wenn also eine Störsignaleinspeisung nicht in dem notwendigen Umfang verringert werden kann, dann ist hier der Einsatz der Referenztechnik angeraten. Mit Hilfe der bivariaten Signalanalyse gelingt eine Trennung der verschiedenen Signalanteile (Abb.7.3.2.b-rechts). Der Rauschpegel ist fast frequenzinvariant und lediglich dreifach gegenüber dem Fall ohne Störspannungseinkopplung erhöht. Insgesamt erhöht sich das S/R-Verhältnis bei der Messfrequenz um den Faktor 200 . Abbildung 7.3.2.c (rechts) zeigt die zugehörige Übertragungsfunktion des breitbandigen Störsignals.

Im Folgenden soll die Referenztechnik auch bei den anderen Messfrequenzen angewandt werden. Abbildung 7.3.3 zeigt das gestörte Widerstandsspektrum sowohl ohne als auch mit Berücksichtigung des Referenzkanals. Beide Spektren zeigen einen Frequenzgang, der mit dem an anderer Stelle beschriebenen RC-Verhalten erklärt werden kann. Der Betragswert bei niedrigen Frequenzen entspricht dem Widerstand des Netzwerkes.

Das gestörte Spektrum zeigt bei den technischen Frequenzen (50-300 Hz) einen sehr unruhigen Verlauf. Wie erhofft ist dieser nach Anwendung der Referenztechnik weitgehend beseitigt. Die relativen statistischen Fehler wurden in Abbildung 7.3.4 als Funktion der Frequenz aufgetragen. Die größte relative Verbesserung wird bei den am stärksten gestörten Frequenzen erzielt. Zu höheren Frequenzen hin nimmt die erzielte Verbesserung, parallel zur Störsignalabnahme, langsam auf eins ab.

Das Ergebnis soll nun verglichen werden mit dem Ergebnis, dass sich einstellt, wenn die Hauptstörquellen beseitigt sind. Hierzu wurden vollständig geschirmte Messkabel verwendet und der Messrechner aus seinen störspannungsarmen internen Batterien betrieben.

Tatsächlich verringert dies den statistischen Messfehler noch stärker als dies mit der Referenztechnik möglich ist. Was die Referenztechnik nicht leistet, ist eine Verringerung des systematischen Fehlers, erkennbar an den 10-fach geringeren Phasen (Abb. 7.3.5).

Die Referenztechnik auch auf diese Messungen anzuwenden, führt zu keiner weiteren Verbesserung. Das hat seinen Grund darin, dass in den Spannungssignalen keine mit der Störquelle korrelierenden Signalanteile erkennbar sind (Abb. 7.3.2b, links), die sich mittels der Referenztechnik beseitigen ließen.

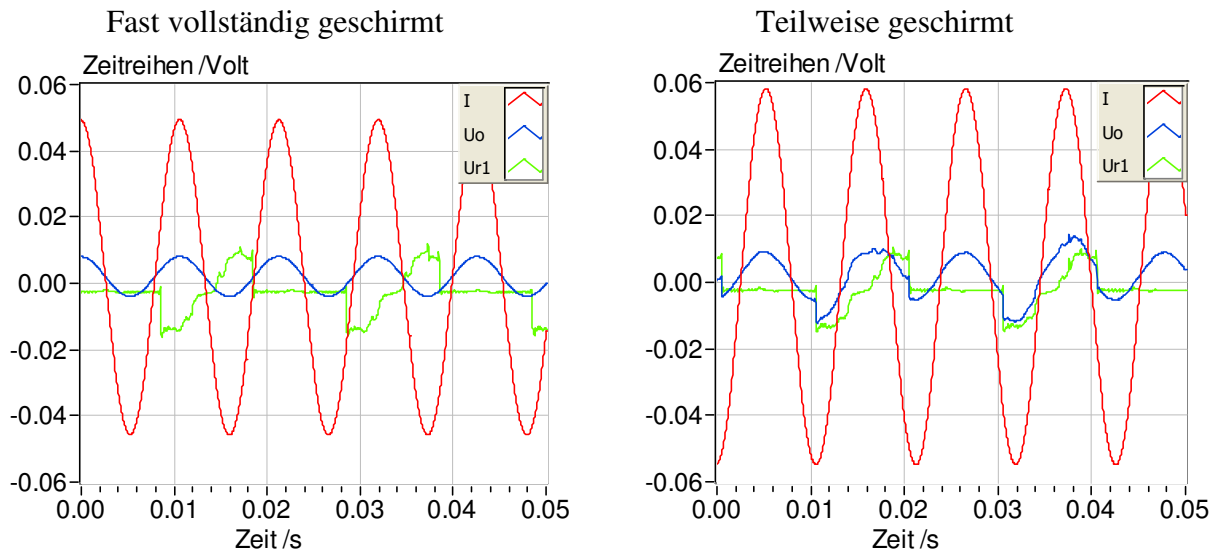


Abb. 7.3.2.a: Registrierte Zeitreihen von Strom, Spannung und Referenzkanal. Linke Darstellungen: bei fast vollständiger Messkabelabschirmung, Rechte D.: bei teilweiser Abschirmung. Stromskalierung: I/R^* (R^* : Shunt Widerstand). Messfrequenz: 93 Hz.

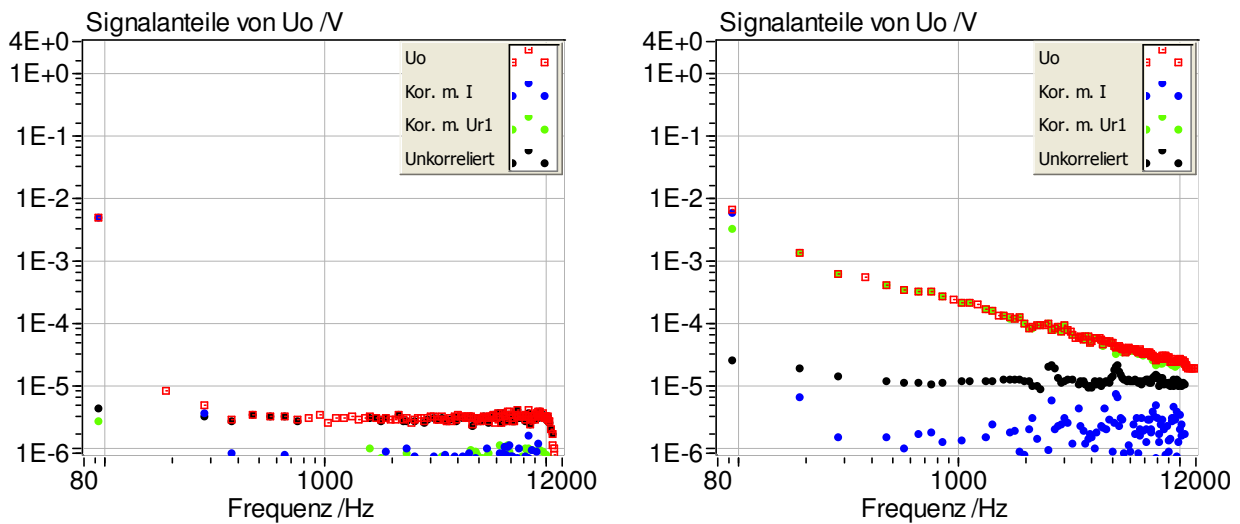


Abb. 7.3.2.b: Ergebnisse der bivariaten spektralen Kohärenzanalyse beider Messungen.

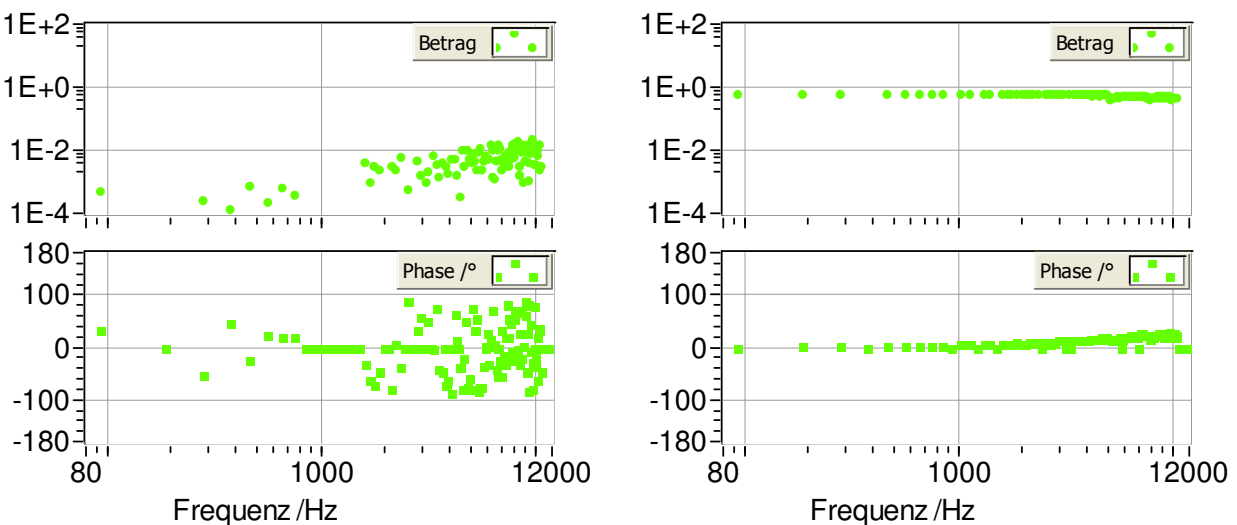


Abb. 7.3.2.c: Übertragungsfunktion der Störsignale beider Messungen.

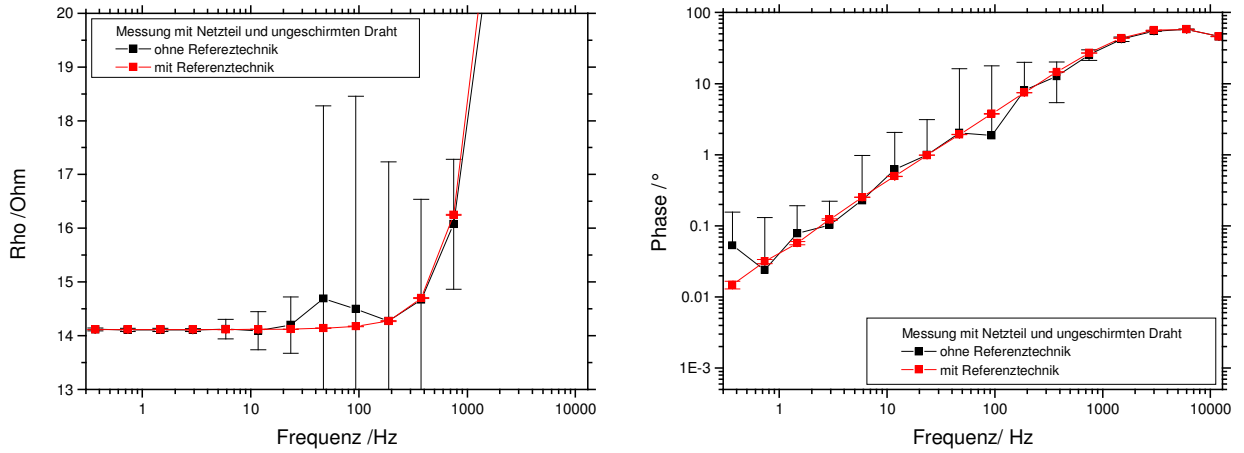


Abb. 7.3.3: Gegenüberstellung der Ergebnisse von konventioneller 4-Punkt Messung und Referenztechnik.

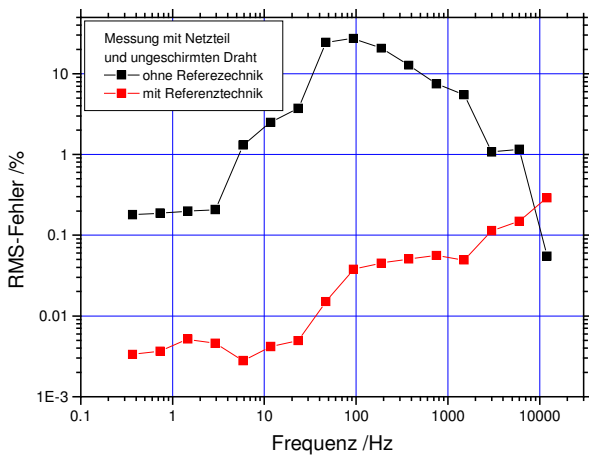


Abb. 7.3.4: Gegenüberstellung der RMS Messfehler von konventioneller 4-Punkt Messung und Referenztechnik.

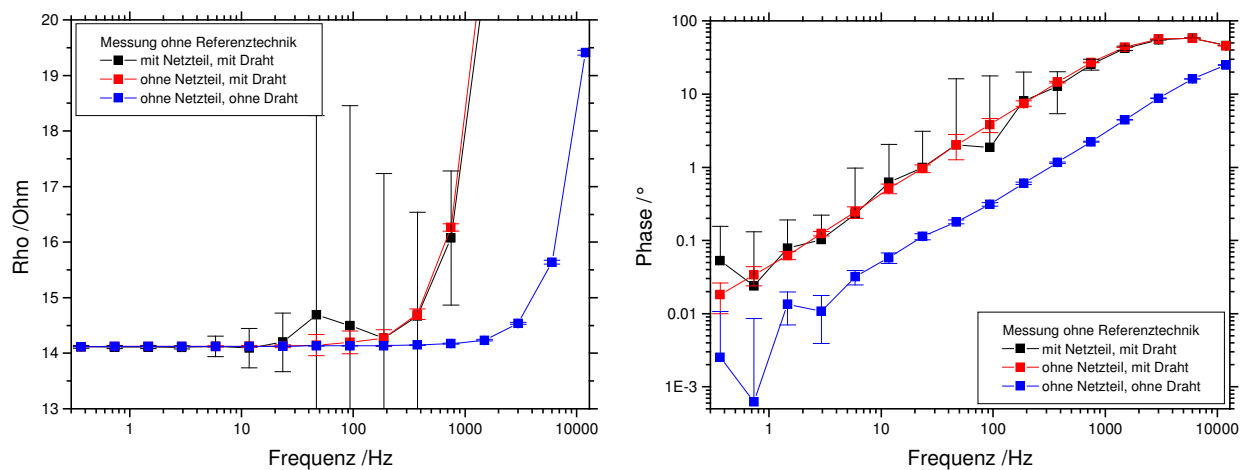


Abb. 7.3.5: Die Größe der statistischen und der systematischen Messfehler konventioneller Messungen werden von der Länge der ungeschirmten Kabel und der Stärke des externen elektrischen Störfeldes bestimmt.

7.4 Nichtlineare Impedanz von Elektronenleitern bei hohen Stromdichten

7.4.1 Kenntnisstand, Motivation

In den vorangegangenen Kapiteln wurde stets von einer linearen Beziehung zwischen Stromstärke und Spannung ausgegangen, also davon, dass der spezifische Widerstand ρ eines Materials nicht von der bei der Messung verwendeten Stromdichte j und dem Zeitpunkt t der Messung abhängt. Tatsächlich ist diese Annahme

$$Z \neq f(t, j) \Leftrightarrow j \rightarrow 0 \quad (7.4.1.1)$$

nur bei kleinen Stromdichten gültig.

Untersuchungen verschiedener Autoren McEuen (1959), Klein (1978), Katsube (1973a) an Labor-Proben zeigen auf, dass bei Elektronenleitern, bei niedrigen Frequenzen und hinreichend hohen Stromdichten, nichtlineare Effekte zu beobachten sind. Nach Börner (1990) treten im Labor Signalverzerrungen bei Stromdichten von 80 A/m^2 und Frequenzen $< 5 \text{ Hz}$ auf. Einen ersten Feldversuch mit einer Mise-a-la-mass Anordnung an einem Erzausbiss beschreibt Ryss (1971). Unklarheit besteht über die Frage, ob die für das Auftreten von nichtlinearem Verhalten notwendigen Stromdichten im Feld erreicht werden. Nach Bigalke et al. (1999) genügen unter bestimmten Umständen Stromstärken von lediglich 2 A , um nichtlineares Verhalten zu beobachten.

Sowohl bei Labor- als auch bei Feldmessungen kann das S/R-Verhältnis verbessert werden, indem man die Stromdichte erhöht. Es ist aber zu klären, bis zu welchen Stromdichten lineares Verhalten erwartet werden kann. Das Auftreten nichtlinearen Verhaltens könnte aber auch zusätzliche Informationen liefern. Um das Phänomen Nichtlinearität zu untersuchen, ist zu klären, ob die zur Bestimmung linearer Übertragungsfunktionen verwendeten Schätzmethode verwendet werden können. Und nicht zuletzt ist zu klären, welche zusätzlichen elektrischen Parameter gewonnen werden können. Aus den bei linearen Impedanzspektren abgeleiteten Cole-Cole Parametern können Rückschlüsse auf mineralogische Parameter (Mineralgehalte, Kornform und Korngrößenverteilung) gewonnen werden. Es ist jedoch nicht möglich, auf den Chemismus der Minerale und des Elektrolyten zu schließen. Vielleicht gibt die Untersuchung des nichtlinearen Verhaltens entsprechende Hinweise.

7.4.2 Phänomen der Nichtlinearität

In den Abbildungen 7.4.2.1 und 7.4.2.2 sind die an einer Pyritprobe gemessenen Strom- und Spannungs-Zeitfunktionen für zwei verschiedene Stromdichten (3.0 A/m^2 und 30.1 A/m^2) dargestellt. Die Messfrequenz betrug jeweils 1.46 Hz . Um eine Beeinflussung der Messung durch ein mögliches nichtlineares Verhalten der Stromelektroden ausschließen zu können, fand eine 4-Punkt Anordnung Verwendung.

Zwei Arten von nichtlinearem Verhalten lassen sich unmittelbar erkennen:

1. Bei der Messung mit der höheren Stromdichte tritt an beiden Enden der gemessenen U/I -Kennlinie eine Abflachung der Steigung auf. Eine Asymmetrie ist nicht erkennbar. Dieses Verhalten kann mit dem Erreichen der Durchbruchspannung U_k erklärt werden.

2. Die Steigung des linearen Teils der U/I -Kennlinie ist bei der höheren Stromdichte deutlich kleiner als bei der geringeren. Dieses nichtlineare Verhalten ist insofern überraschend, als es nicht notwendigerweise mit einer nennenswerten Deformation der U/I -Kennlinie einhergeht.

Zur besseren Lesbarkeit wurde in den beiden Abbildungen neben den Messwerten jeweils eine Ausgleichsgerade wiedergegeben, die die Steigung m^t des linearen Teils der U/I -Kennlinie aufweist. Diese Steigung ist mit der aus der linearen Ausgleichsrechnung bestimmten m^f identisch, sofern keine Verzerrungen an den oberen Enden der U/I -Kennlinie auftreten. Im anderen Fall ist sie stets um den relativen Faktor m^{NL} größer. NL steht für Nicht-Linear.

$$m^t = m^f (1 + m^{NL}) \quad (7.4.2.2)$$

Börner (1990) quantifiziert die Stärke der Nichtlinearität anhand der Total Harmonic Distortion (THD) der Spannung. Eine gängige Definition der THD , angewandt auf die SIP-Methode, lautet:

$$THD = \frac{\sum_{i=2,10} |U(f_i)|}{|U(f_0)|} \quad (7.4.2.3)$$

$U(f_i)$: Spannungsamplitude der i -ten Oberwelle der Messfrequenz

$U(f_0)$: Spannungsamplitude bei der Messfrequenz

Hierbei werden die Spannungsamplituden einer bestimmten Anzahl von geraden und ungeraden Oberwellen aufsummiert und mit der der Messfrequenz normiert.

In den Abbildungen 7.4.2.3 und 7.4.2.4 sind die aus den Daten der Abbildungen 7.4.2.1 und 7.4.2.2 berechneten Oberwellenspektren dargestellt. Tatsächlich sind diese bei der 10-fach größeren Stromdichte überproportional stark erhöht gegenüber der Messung bei der kleinen Stromdichte.

Auch das Stromsignal weist Oberwellen auf. Diese rühren jedoch nur zu einem geringen Teil von einer Verzerrung seitens der verwendeten Stromquelle her. Dies belegt das Amplitudenspektrum, das an einem Metallfilmwiderstand gemessen wurde (Abb. 7.4.2.5). Diese Verzerrungen (THD) betragen auch im ungünstigsten Fall maximal 0.025 %. Vielmehr stand für die Messungen nur eine Spannungsquelle zur Verfügung, deren Quellwiderstand, durch einen zusätzlichen 5 k Ω Widerstand im Stromkreis, künstlich erhöht wurde. Für die Messungen an gut leitenden Pyritproben (Widerstand <200 Ω) kann dieser Widerstand als hinreichend hoch angesehen werden, um das Verhalten einer Stromquelle nachzubilden. Allerdings bedingt dieser endliche Widerstand, dass sich die Oberwellen des Spannungssignals zu einem etwa 50-fach geringeren aber immer noch messbaren Anteil auch in dem Stromsignal wiederfinden. Aus diesem Grund wird in einigen der folgenden Abbildungen auch die THD des Stroms dargestellt.

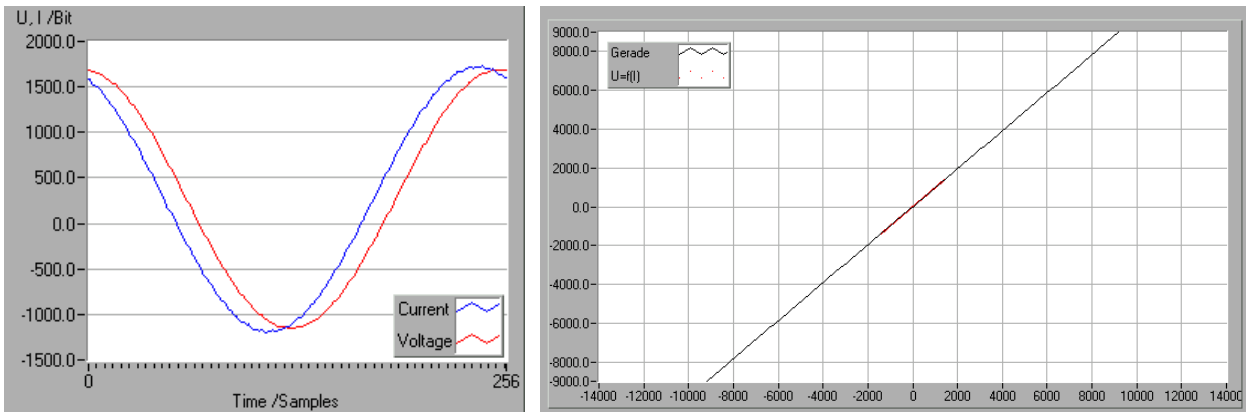


Abb. 7.4.2.1: Darstellung der bei einer Messfrequenz von 1.47 Hz gemessenen Strom- und Spannungsfunktion. Links: I und U als Funktion der Zeit. Rechts: Gemessene Spannung (rot) als Funktion der Stromstärke. Schwarz: Bezugslinie mit der Steigung U/I . Vor der Darstellung wurden der Offset von Strom und Spannung beseitigt. Zudem wurde die Phase der Spannung bei der Messfrequenz der der Stromfunktion angeglichen. X-Achse: $12000\text{ Bit} \sim 100\text{ mA} \sim 30.1\text{ A/m}^2$. y-Achse : $32000\text{ Bit} \sim 27\text{ Volt}$.

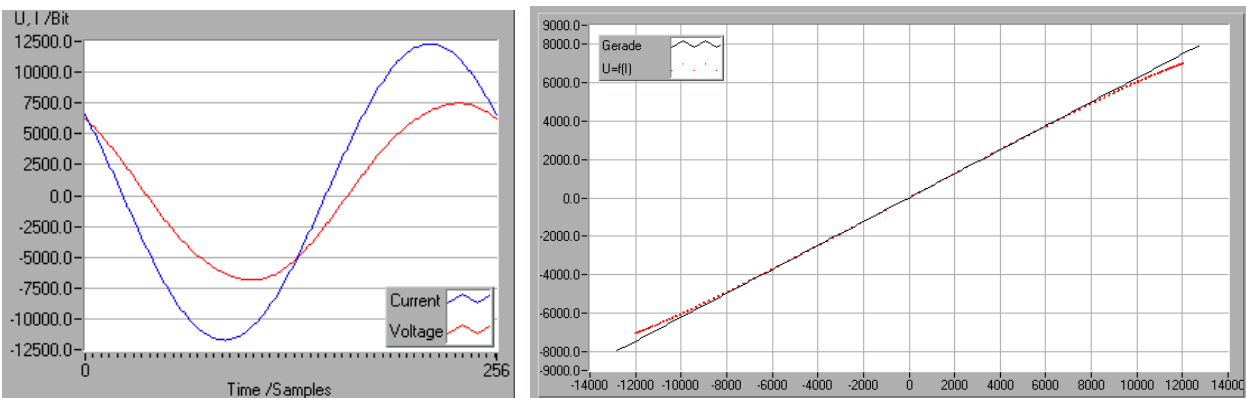


Abb. 7.4.2.2: Wie obige Abbildung, jedoch bei einer etwa 10-fach höheren Stromamplitude. Oberhalb von $\pm 8000\text{ Bit}$ ($\pm 60\text{ mA}$) flacht die U/I -Kennlinie deutlich ab. Zudem ist die Steigung der Kennlinie insgesamt geringer als bei der niedrigeren Stromstärke. Beide sind charakteristisch für einen nichtlinearen Widerstand.

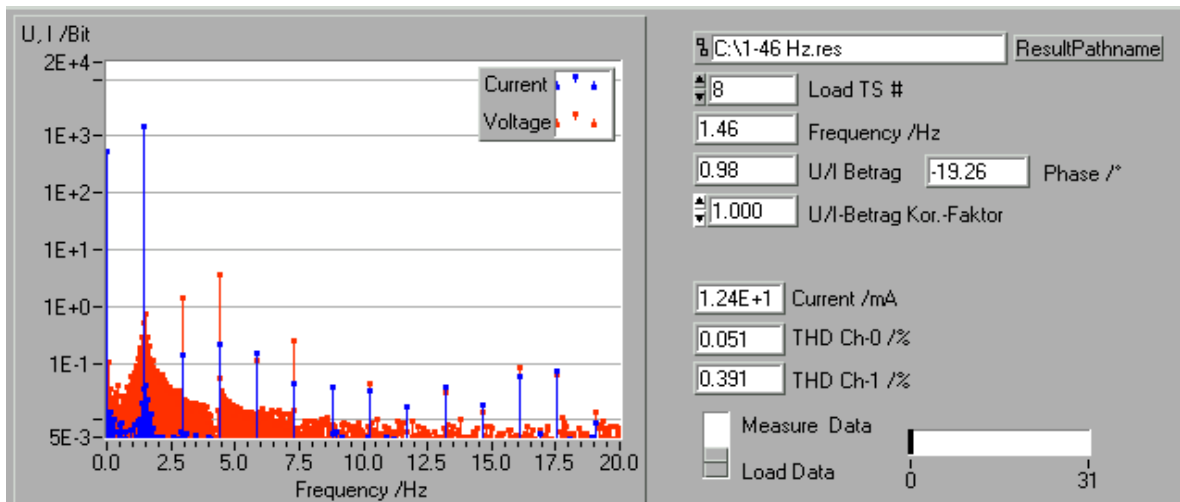


Abb. 7.4.2.3: Amplitudenspektrum der in Abbildung 7.4.2.1 dargestellten Strom- und Spannungsfunktion. Die Messung erfolgte an einer Pyrit-Probe ($I = 12.4 \text{ mA}$ bzw. 3 A/m^2).

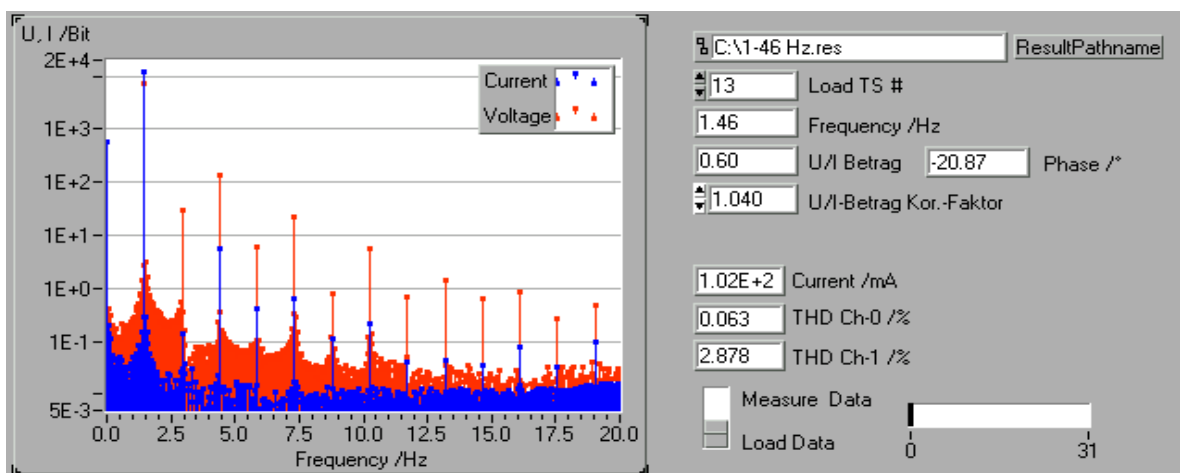


Abb. 7.4.2.4: Amplitudenspektrum der in Abbildung 7.4.2.2 dargestellten Strom- und Spannungsfunktion. Die Messung erfolgte an einer Pyritprobe ($I = 102 \text{ mA}$ bzw. 30.1 A/m^2).

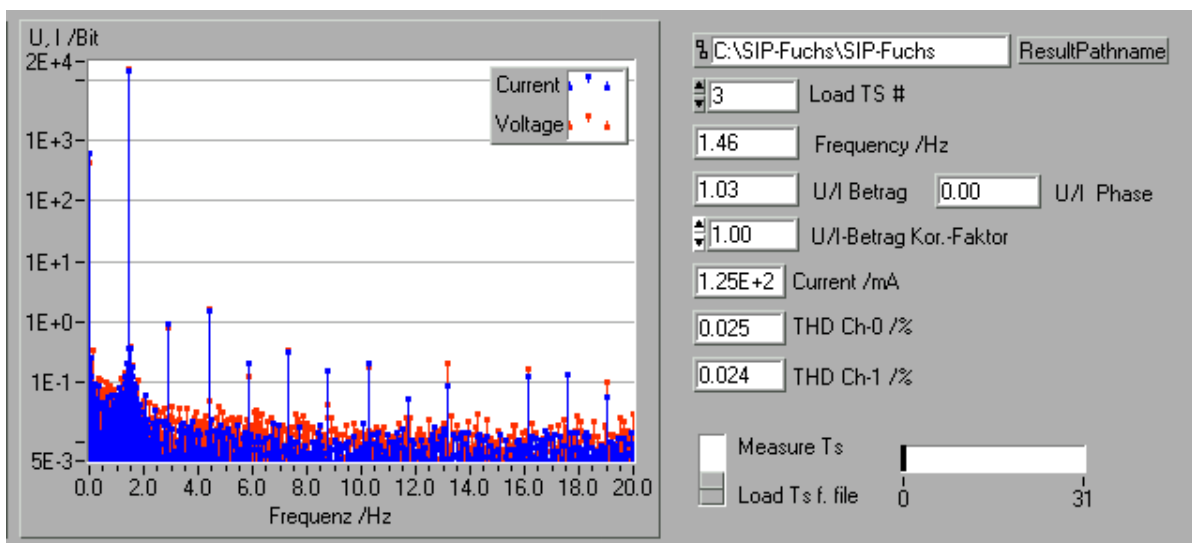


Abb. 7.4.2.5: Vergleichsmessung an einem linearen Widerstand ($f = 1.46 \text{ Hz}$, $I = 125 \text{ mA}$). Die THD des gemessenen Strom- und Spannungssignals beträgt 0.025% .

7.4.3 Einfluss von nichtlinearen Verhalten auf die mittels linearer Ausgleichsrechnung bestimmten Widerstände

Das Auftreten eines nichtlinearen Widerstandes verletzt die Grundvoraussetzung für die bisher durchgeführte lineare Ausgleichsrechnung. Im Folgenden wird diskutiert, inwiefern die lineare Ausgleichsrechnung noch geeignet ist, um vertrauenswürdige spezifische Widerstände und Vertrauensintervalle zu berechnen.

Sofern die Wechselstromstärke während der Messung unverändert bleibt, ist auch die Verzerrung der Kennlinie in allen Zeitabschnitten der Registrierung gleich. Bei der linearen Ausgleichsrechnung werden nur die Fourier-Koeffizienten der Messfrequenz berücksichtigt. Durch die Nichtlinearität des Materials wird das Spannungssignal und damit auch die hieraus berechneten Fourier-Koeffizienten verändert. Jedoch sind diese Veränderungen zeitlich in erster Ordnung konstant. Aus diesem Grund ist der Messfehler lediglich um den Bruchteil der durch die Verzerrung bedingten Spannungsverringerng erhöht. Wird bei den Messungen jedoch eine Spannungsquelle anstatt einer Stromquelle verwendet, dann kann eine Änderung des Übergangswiderstandes während der Registrierung zu einer Stromstärkenänderung führen. In diesem Fall wäre auch die Kohärenz zwischen Strom und Spannung deutlich verringert.

Bei den nachfolgenden Messungen ist die Wechselstromamplitude während der Messungen konstant und die berechneten Fourier-Koeffizienten korrekt. Aufgrund der Abflachung der U/I -Kennlinie bei hohen Stromdichten sind die Fourier-Koeffizienten der Spannung und die hieraus berechneten Widerstände hingegen systematisch zu klein. Dieses Problem kann vermieden werden, wenn nur der lineare Teil berücksichtigt wird. Da der Effekt bei den im Folgenden betrachteten Stromdichten gering ist, wird hiervon nur an einer Stelle Gebrauch gemacht (Abb. 7.4.4.5).

7.4.4 Einfluss der Stromdichte auf die elektrischen Eigenschaften von Pyrit

Zur praktischen Durchführung der NL-SIP-Messungen wurde die bereits in Kapitel 7.2.1 (Abb. 7.2.1.2) beschriebene Pyrit-Probe verwendet.

Total Harmonic Distortion (THD)

Im Folgenden soll der Einfluss der Stromdichte auf die Verzerrung dieser Probe bei einer Messfrequenz von 1.47 Hz quantifiziert werden. Die THD wächst zwischen 1 und 30 A/m^2 in guter Näherung proportional mit der Stromdichte an (Abb. 7.4.4.1). Es lässt sich keine scharf definierte Grenze angeben, unterhalb der keinerlei Verzerrungen mehr auftreten. Oberhalb von 30 A/m^2 deutet sich eine Abflachung an. Die Verzerrung des Stromsignals ist stets kleiner als 0.1% und damit vernachlässigbar.

Die Stärke der Verzerrung zeigt eine starke Frequenzabhängigkeit. In Abbildung 7.4.4.2 werden die für zwei unterschiedliche Stromdichten (3 A/m^2 und 30.1 A/m^2) gemessenen Ergebnisse dargestellt. Der stärkste Anstieg erfolgt zwischen 10 Hz und etwa 0.5 Hz ; bei der hohen Stromdichte (30.1 A/m^2) auf etwa das 10-fache, auf fast 4% . Hingegen steigt die Verzerrung bei der niedrigeren Stromdichte, im gleichen Frequenzintervall, lediglich um den Faktor zwei, auf 0.6% . Bei noch tieferen Frequenzen erfolgt nur noch eine langsame Zunahme. Keine eindeutig messbaren Verzerrungen treten bei Frequenzen oberhalb von 50 Hz auf.

Einfluss auf den spezifischen Widerstand

Abbildung 7.4.4.3 zeigt das an der Pyrit-Probe bei zwei unterschiedlichen Stromdichten gemessene Widerstandsspektrum. Dabei ergibt sich:

1. Im Rahmen der Messgenauigkeit treten signifikante Unterschiede nur bei Frequenzen unterhalb von etwa 100 Hz auf. Sie äußern sich im Vergleich zur der Messung mit der geringeren Stromdichte in systematisch niedrigeren Widerständen und größeren Phasen. Wenngleich der Widerstand zu niedrigeren Frequenzen hin weiterhin ansteigt, so vergrößert sich trotzdem der absolute wie auch der relative Abstand stetig weiter.
2. Der Stromdichteneinfluss ist dann am größten, wenn auch die Warburgimpedanz am größten ist. Dies müssten weitere Messungen an Proben mit abweichenden Frequenzcharakteristiken bestätigen. Damit ist ein Hinweis auf den Ursprung der Widerstandsabnahme gegeben, nämlich in den Doppelschicht der Pyrit-Minerale.
3. Der bei der niedrigeren Stromdichte gemessene Phasenverlauf lässt sich deutlich besser mit einem Cole-Cole Modell beschreiben als der mit der höheren Stromdichte gemessene. Dies ist qualitativ bereits daran zu erkennen, dass die Steigungen (bis auf das Vorzeichen) der beiden Flanken links und rechts des Phasenmaximums nahezu symmetrisch zueinander verlaufen. Für lineare Systeme sind das Betrags- und das Phasenspektrum mittels der Hilbert-Transformation ineinander überführbar. Eine Konsequenz hieraus ist, dass sich die Steigung der Widerstandsfunktion über der Frequenzachse etwa proportional zur Größe der Phase verhält. Wendet man dies auf die beiden Spektren an, dann müsste die Abflachung der Widerstandskennlinie (30.4 A/m^2) zu einer kleineren Phase führen. Tatsächlich misst man genau das Gegenteil.

Ähnliche Ergebnisse finden sich auch bei Sumner (1976), Katsube (1973a) und McEuen (1959). Jedoch wird bei keinem Autor der Einfluss auf das Phasenspektrum diskutiert.

Abbildung 7.4.4.4 zeigt die gemessene Abhängigkeit des Widerstandes von der Stromdichte für eine Frequenz von 0.366 Hz . Danach wird die Frequenzcharakteristik bereits bei Stromdichten ab etwa 1 A/m^2 deutlich beeinflusst. Während die Phase etwa proportional mit der Stromdichte anwächst, nimmt der Widerstand stetig ab. Ob sich bei Stromdichten oberhalb von 20 A/m^2 eine Sättigung andeutet, ist noch nicht eindeutig zu beantworten. Hierzu wären Messungen bei höheren Stromdichten notwendig, die jedoch mit dem derzeit zur Verfügung stehenden Stromquelle nicht zu erzielen sind.

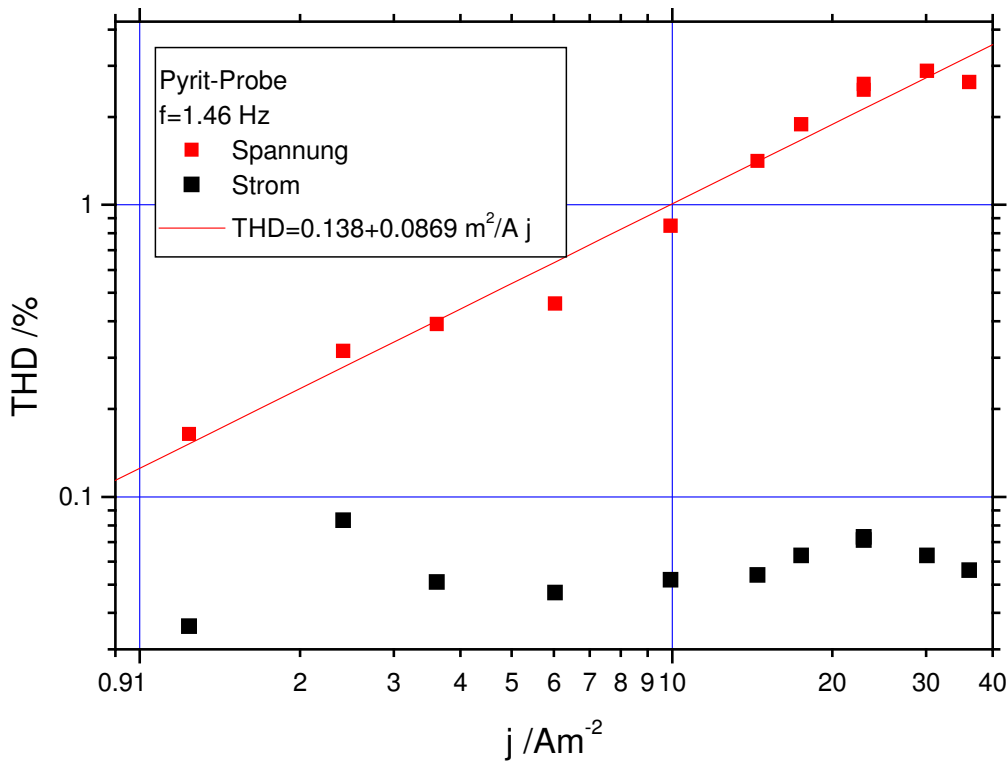


Abb. 7.4.4.1: Abhängigkeit der Signalverzerrung von der Stromdichte im Probenraum. Probenmaterial: Pyrit (Elba), vollständig mit Leitungswasser gesättigt.

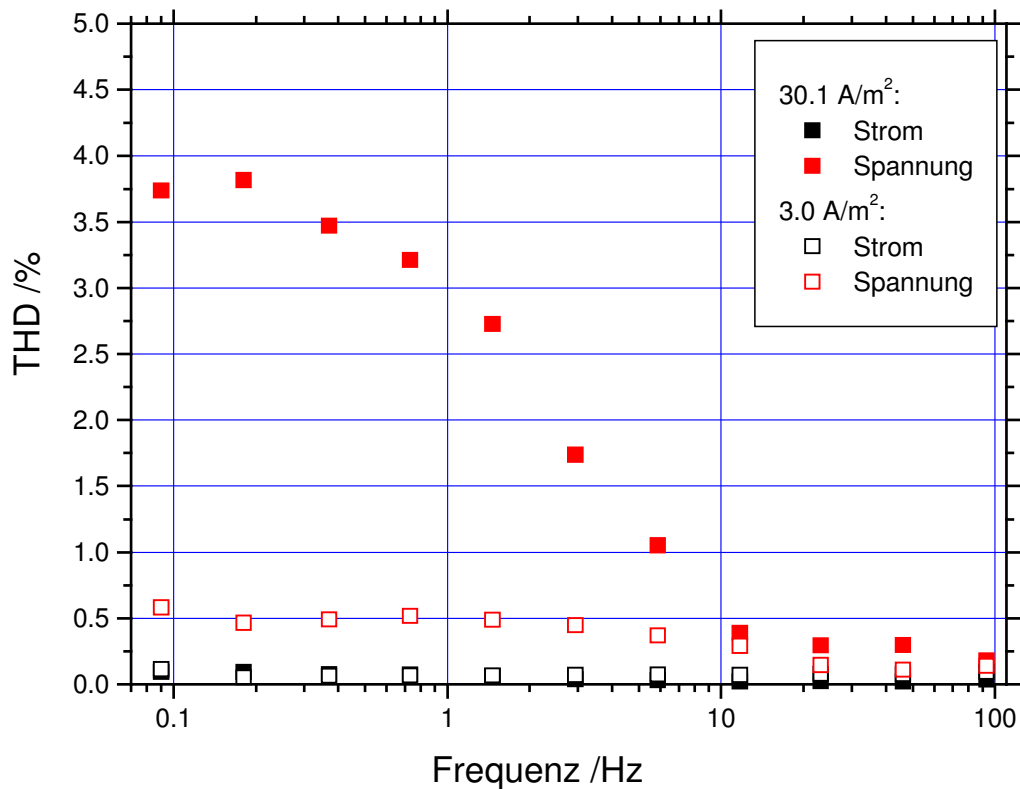


Abb. 7.4.4.2: Abhängigkeit der Nichtlinearität von der Frequenz für zwei unterschiedliche Stromdichten. Probenmaterial: Massiver, grobmineralischer Pyrit (Elba), vollständig mit Leitungswasser gesättigt.

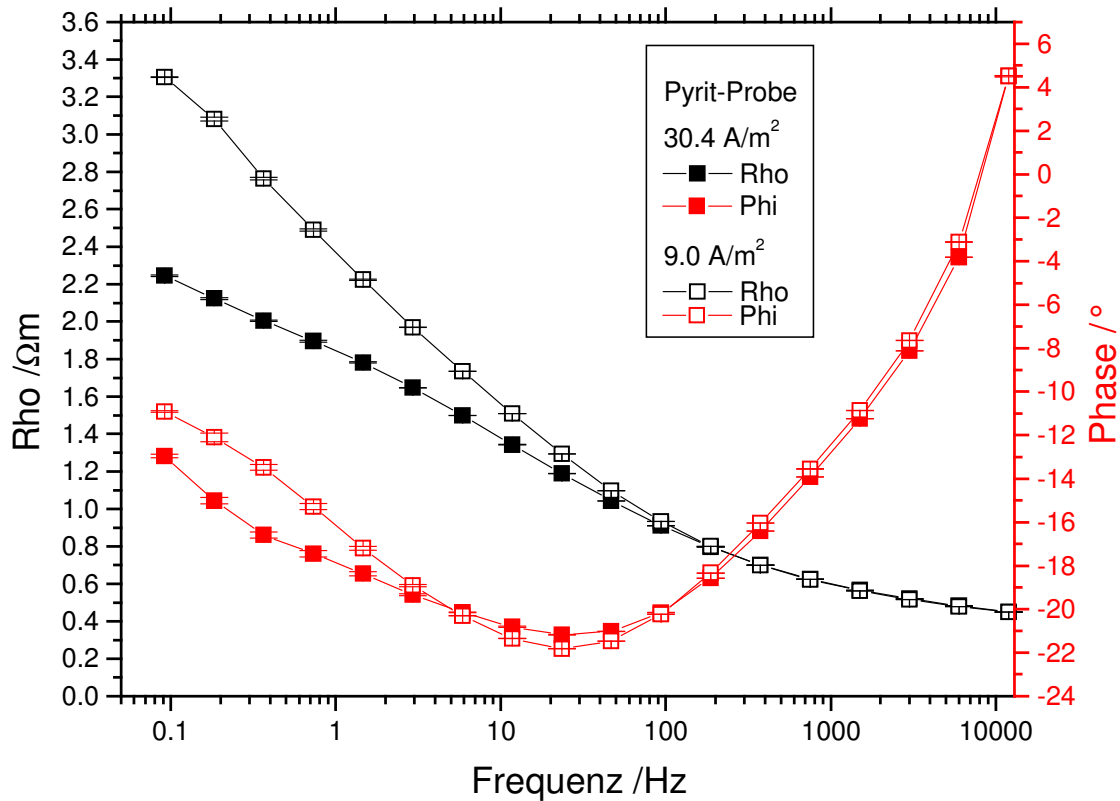


Abb. 7.4.4.3: Einfluss der Stromdichte auf die Frequenzabhängigkeit des spezifischen Widerstandes einer Pyrit-Probe.

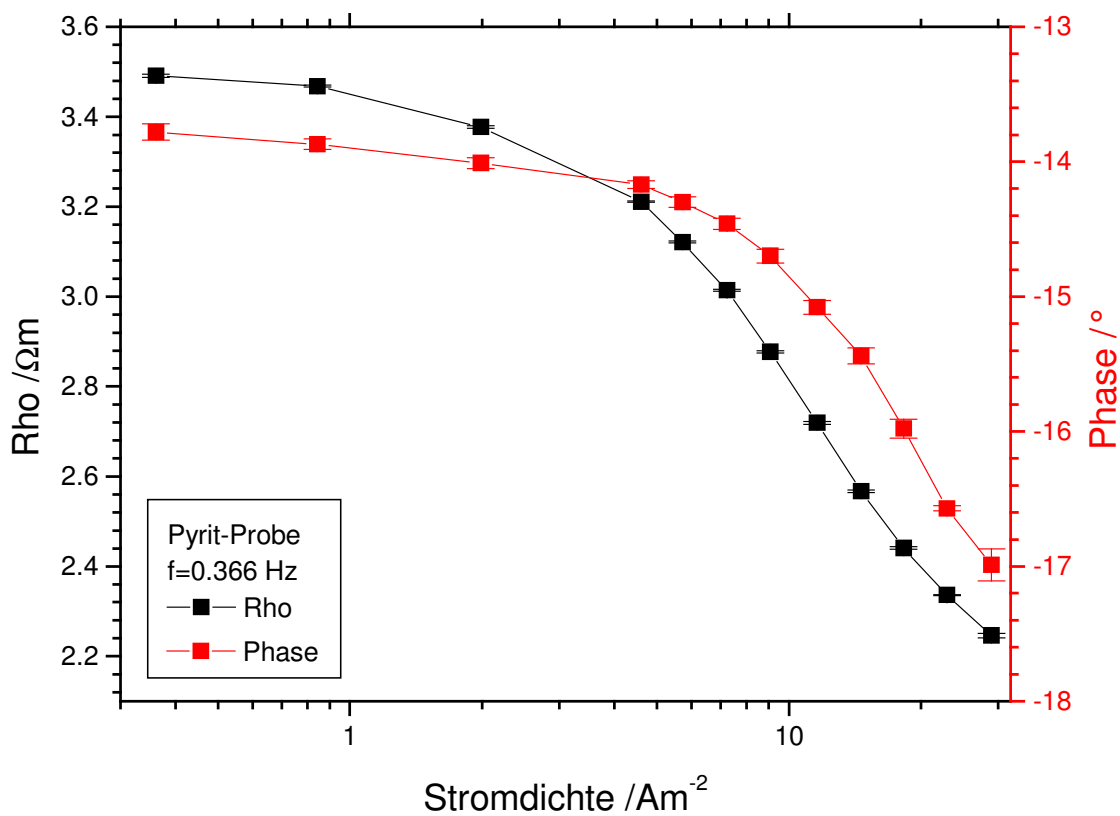


Abb. 7.4.4.4: Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Stromdichte bei einer Frequenz von 0.366 Hz. Probenmaterial wie in den vorherigen Abbildungen.

Abbildung 7.4.4.5 gibt die Steigung m^l des linearen Bereichs der U/I -Kennlinie als Funktion der Stromdichte bei 1.47 Hz wieder. Diese stimmt weitgehend mit der aus linearen Ausgleichsrechnung berechneten Steigung m^f überein. Die Abweichungen sind ebenfalls dargestellt und betragen bei der höchsten Stromdichte lediglich $m^{NL}=4 \%$.

Die beobachteten geringen Verzerrungen können daher nicht als Hauptursache für die beobachtete Widerstandsabnahme (41%) herangezogen werden.

Eine mögliche Erklärung könnte die mit ansteigender Stromdichte überproportional stark ansteigende Wärmeleistung in der Probe sein (Abb. 7.4.4.5, rot Kurve). Eine Temperaturabhängigkeit des Widerstandes wäre insofern problematisch, da diese bei niedrigen Frequenzen, neben dem beim Überschreiten der Durchbruchspannung auftretenden nichtlinearen Verhalten der Doppelschichten, ebenfalls zu einer Signalverzerrung führen würde. Die Wärmeleistung wäre im Strom-Nulldurchgang minimal, während sie im Strommaximum des Sinus ihren größten Wert erreichen würde. Verursachte jedoch eine hohe Stromdichte einen niedrigeren Widerstand, dann sollte das eigentlich sinusförmige Spannungssignal im Bereich des Maximums abflachen, also verzerren. Temperaturbedingte Ausgleichsvorgänge würden zudem das Signalmaximum verschieben, da der maximale Effekt erst kurz nach dem Strommaximum aufträte.

Schätzt man die hierzu erforderliche Temperaturerhöhung unter Verwendung der z.B. von Schön (1983) veröffentlichten Temperaturkoeffizienten, dann wäre zur Erzielung einer 41% Widerstandsabnahme des Elektrolyten eine solche von 20° C auf 40° C notwendig. Da eine derartig starke Erwärmung nicht beobachtet wurde, scheidet die Temperatur als Hauptursache für die Widerstandsabnahme aus. Aus den oben genannten Gründen soll der Temperatureffekt trotzdem quantifiziert werden:

Die Wärmeleistung N lässt sich berechnen zu:

$$N = \frac{\rho I^2}{K} = \frac{\rho F^2 j^2}{K} \quad (7.4.4.1)$$

Für eine maximale Stromstärke von $I=100 \text{ mA}$, einem spezifischen Widerstand von $\rho = 2 \text{ } \Omega\text{m}$ bei 1.46 Hz , und einem Geometriefaktor von $K=0.0352 \text{ m}$ ergibt sich ein Wert von 1 Watt .

In Abbildung 7.4.4.6 ist die Beziehung zwischen der gemessenen Widerstandsabnahme und der berechneten Wärmeleistung dargestellt. Es offenbart sich, in erster Näherung, eine proportionale Beziehung.

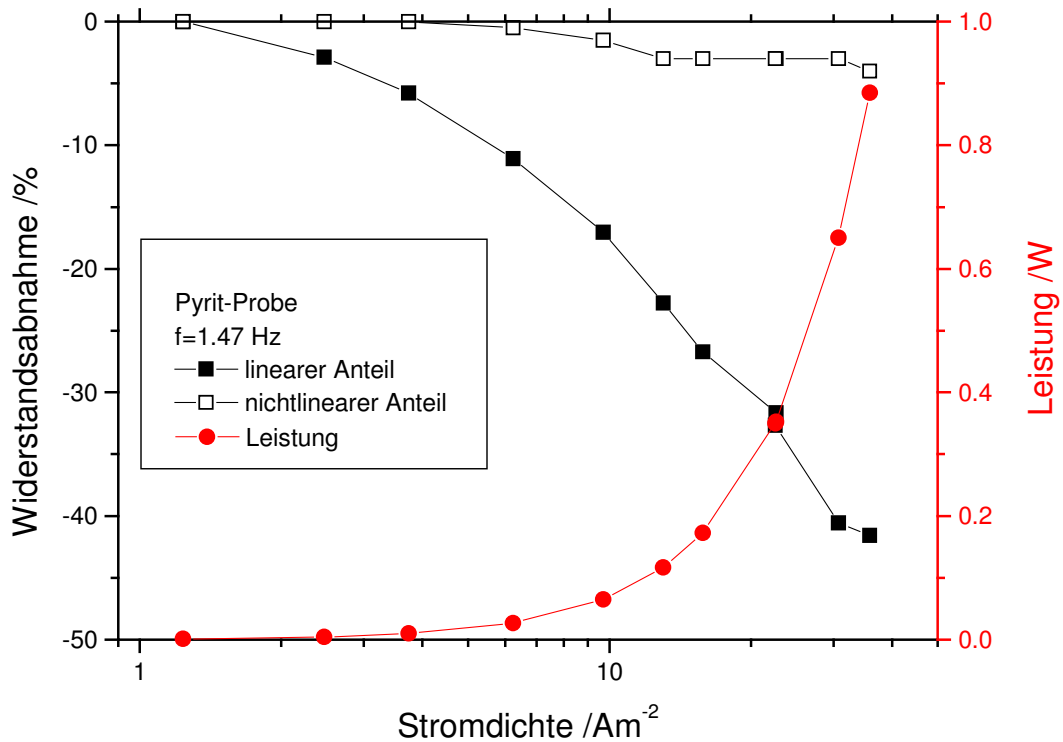


Abb. 7.4.4.5: Prozentuale Abnahme des spezifischen Widerstandes bei 1.47 Hz in Abhängigkeit von der Stromdichten. Rechts: Wärmeleistung im Probenraum.

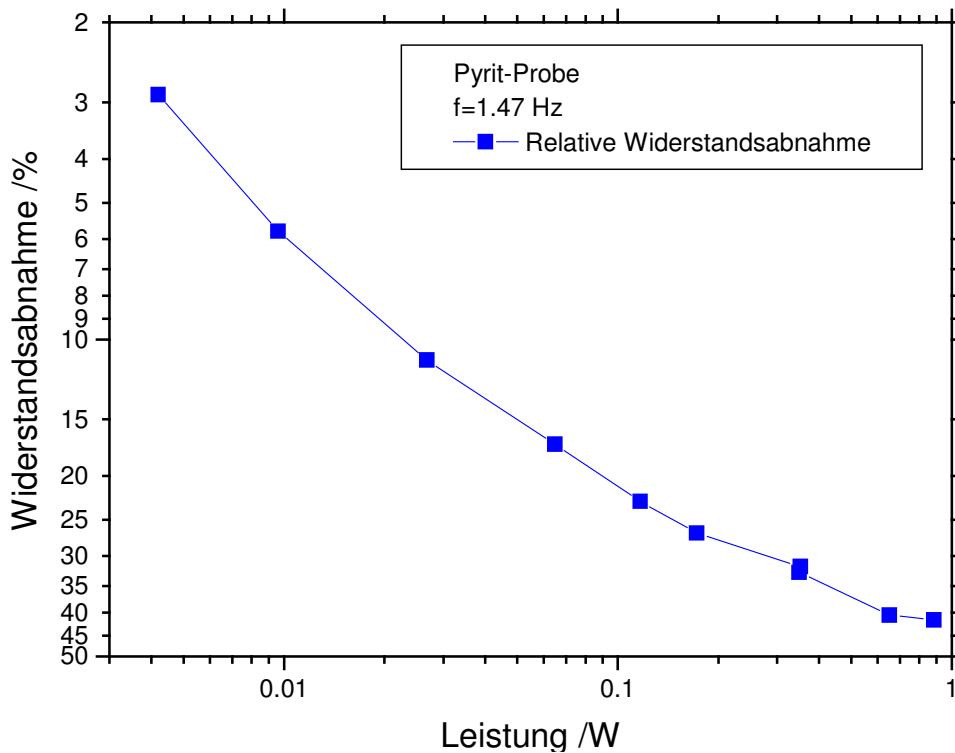


Abb. 7.4.4.6: Korrelation der gemessenen Widerstandsabnahme mit der Wärmeleistung des Stromes im Probenraum.

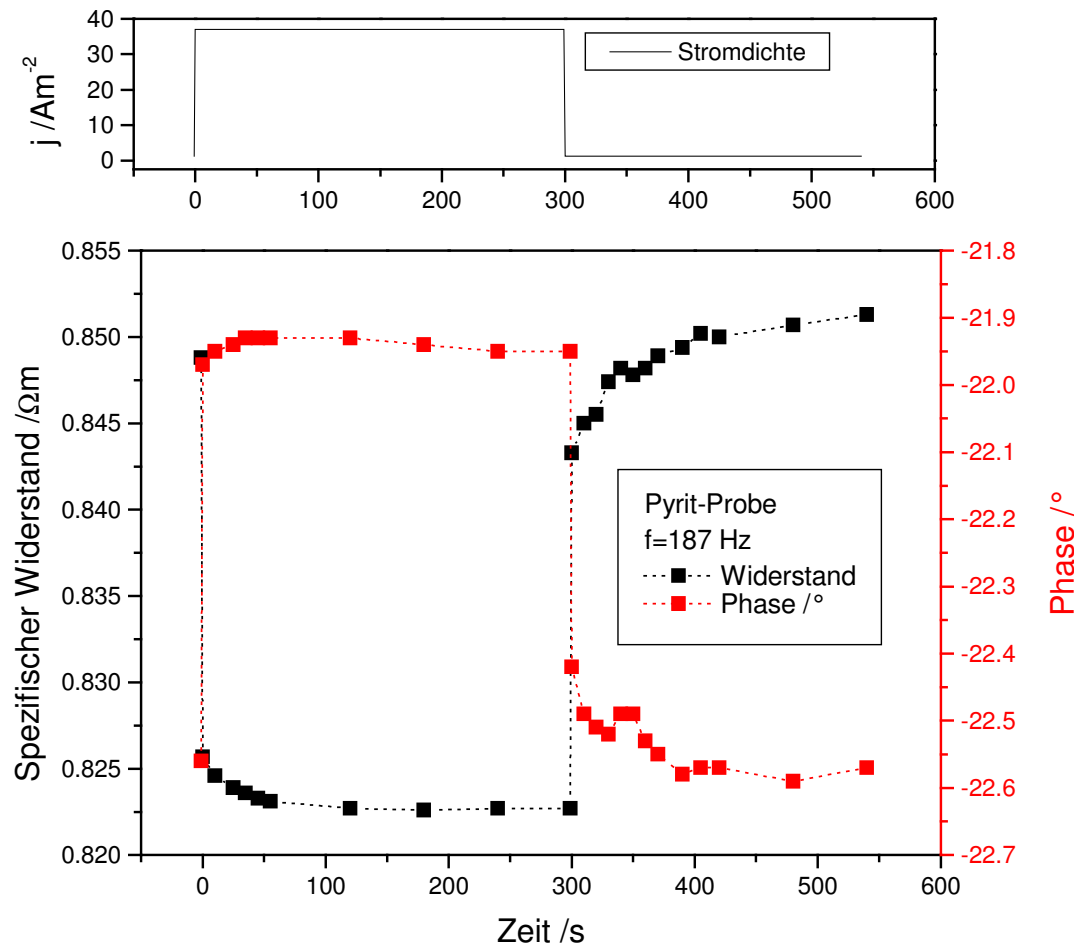


Abb. 7.4.4.7: Zeitliches Verhalten des spezifischen Widerstandes der Pyrit-Probe nach einem Wechsel der Stromdichte. Messfrequenz: 187 Hz .

Eine Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit des Elektrolyten könnte einen Anstieg der THD zu tiefen Frequenzen hin verursachen. Er muss jedoch klein sein, da andernfalls unerklärlich bliebe, warum der Widerstand bei hohen Frequenzen kaum von der Stromdichte abhängt (Abb. 7.4.4.3). Um jedoch auszuschließen, dass aufgrund der bei höheren Frequenzen sehr kurzen Messzeiten lediglich nicht genügend Zeit zur Erwärmung der Probe zur Verfügung stand, untersucht Abbildung 7.4.4.7 die zeitliche Veränderung des spezifischen Widerstandes nach einer abrupten Änderung der Stromdichte. Mit der Wahl einer Messfrequenz von 187 Hz ist zum einen ein stärkeres nichtlineares Verhalten der Kennlinie ausgeschlossen und zum anderen eine möglichst hohe zeitliche Auflösung gewährleistet.

Zunächst wurden Widerstandsmessungen bei einer geringen Stromdichte (1 A/m^2) durchgeführt. Da die Widerstandsmessungen über einen Zeitraum von 15 Minuten konstante Werte lieferten, konnte von einem Gleichgewichtszustand ausgegangen werden. Nach der abrupten Erhöhung der Stromdichte auf 37.1 A/m^2 ($t=0\text{ s}$), verringert sich der Widerstand innerhalb von maximal 2 Sekunden um 2.5% . Gleichzeitig erhöht sich die Phase um 0.5 Grad . In den nachfolgenden 5 Minuten kommt es dann tatsächlich zu einer Drift des Widerstandes. Jedoch ist die Änderung deutlich kleiner als der Sprung in den ersten beiden Sekunden. Bereits vor Ablauf von 5 Minuten stellt sich ein neues Gleichgewicht ein. Die gesamte Sprungweite stimmt gut mit den

Ergebnissen in Abbildung 7.4.4.3 überein. Bemerkenswert ist, dass das Relaxationsverhalten nach der Stromdichtenerhöhung schwächer ausgeprägt ist, als das nach der Verringerung der Stromdichte. Denkbar wäre, dass die für den Widerstand bestimmenden sehr kleinskaligen Doppelschichten in sehr kurzer Zeit ein neues thermisches Gleichgewicht erreichen. Die Ausbreitung der Wärmefront in der Probe übt dann nur noch einen geringen Einfluss auf den Widerstand aus. Anders nach der Verringerung der Stromdichte. Die Abkühlung der Doppelschichten wird durch die sich nur langsam abkühlende warme Umgebung verzögert.

Der vor der Stromerhöhung gemessene spezifische Widerstand stimmt etwa mit dem nach der Widerstandserhöhung gemessenen überein.

7.4.5 Messung des Widerstandes bei schnellen Änderungen der Stromdichte

Wie kann der Prozess der Widerstandsabnahme, als Folge einer Stromdichteerhöhung, mit höherer zeitlicher Auflösung beobachtet werden? Dabei soll bewusst nach einer Lösung gesucht werden, die auf Frequenzbereichsmessungen basiert.

Im Folgenden werden hierzu zwei gleichgroße sinusförmige Signale überlagert. Die Frequenzen unterscheiden sich lediglich um 10%. Das resultierende Signal (Abb. 7.4.5.1, links oben) ist das

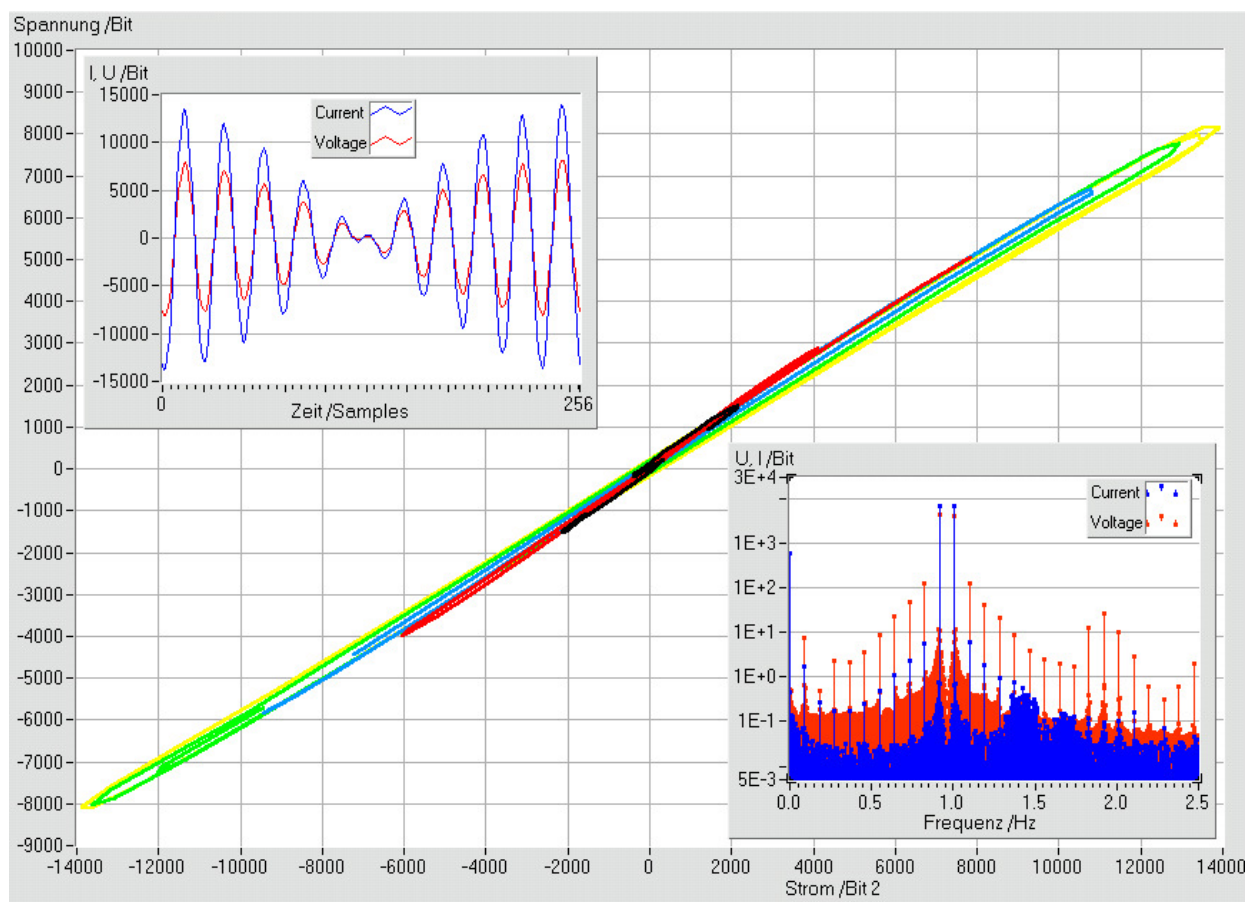


Abb. 7.4.5.1: Messung der U/I -Kennlinie mit Hilfe von zwei eng benachbarten Anregungsfrequenzen: 0.92 Hz , 1.012 Hz . Die maximale Stromamplitude beträgt 30.4 A/m^2 . Linke obere Grafik: Ausschnitt der registrierten Zeitreihen, Grafik rechts unten: Amplitudenspektrum. Zur besseren Lesbarkeit der Zeitbereichsdarstellungen wurde die Phasenlage der Spannung an die des Stroms angenähert ($+17.2^\circ$) und das Eigenpotential abgezogen.

einer Schwebung. Wir haben also ein Signal fast konstanter Frequenz aber variabler Stromdichte.

Das Amplitudenspektrum zeigt neben den beiden Anregungsfrequenzen ein komplexes Oberwellenspektrum. Wenn die U/I -Kennlinie unabhängig von der Stromdichte ist, dann sind die stärksten Oberwellen bei f_1+f_2 bzw. f_2-f_1 zu erwarten. Tatsächlich findet man diese nahe der Anregungsfrequenzen ($2f_2-f_1$ und $2f_1-f_2$) - ein deutlicher Hinweis auf einen dynamischen Prozess.

Dies bestätigt sich auch bei der direkten Betrachtung der Kennlinie. Im Amplitudenminimum ist die Steigung am größten, mit wachsender mittlerer Stromdichte flacht die Kennlinie ab. Dies ist jedoch schon aus den monofrequenten Messungen her bekannt. Neu ist, dass die Verzerrung der Kennlinie nun bei viel kleineren Stromdichten auftritt. Die fünf Farben entsprechen jeweils etwa einer vollen Periode. Von schwarz über rot, blau, grün nach gelb nimmt die Stromdichte zu.

Vom Minimum beginnend ist die betragsmäßig ansteigende Flanke deutlich verrundet. Hingegen ist die abfallende Flanke nahezu linear, da sich die Doppelschicht nun in der Nähe des neuen Gleichgewichtes befindet. Vom Maximum zum Minimum verhält es sich umgekehrt (hier nicht dargestellt).

7.4.6 Modellierung der Stromdichtenabhängigkeit des spezifischen Widerstandes

Das beobachtete nichtlineare Verhalten hat seine Ursache in dem gehemmten Durchtritt von Ladungsträgern durch die Doppelschicht. Die Durchtrittskinetik wird durch die Butler-Volmer Gleichung beschrieben (Vetter, 1961):

$$j = j_0 \left[\exp\left(\frac{\alpha n F}{RT} \eta\right) - \exp\left(-\frac{(1-\alpha)n F}{RT} \eta\right) \right] \quad (7.4.6.1)$$

RT/F : 25.6 mV

R : Gaskonstante: $8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

F : Faraday-Konstante: $9.610^4 \text{ Cb Val}^{-1}$

T : Absolute Temperatur (hier $293 \text{ K} = 20 \text{ C}^\circ$)

j_0 : Stromdichte in das und aus dem Mineral (ohne externes Feld)

n : Ladungen je Ion

η : Spannung über Mineral

j : Stromdichte durch Doppelschicht

α : Aktivität [0,1], $\alpha=0.5$: Katodische =Anodische Reaktionsgeschwindigkeit

Um diese Gleichung jedoch auf zeitlich veränderliche Vorgänge anwenden zu können, muss sie zunächst mit Hilfe der bisherigen Beobachtungen interpretiert werden.

Wird ein sinusförmiger Wechselstrom der Dichte j und der Frequenz ω aufgeprägt, dann fällt über dem Mineral eine Durchtrittsspannung η ab. Erhöht man die Stromdichte unter Beibehaltung der Frequenz, dann wächst diese Spannung, in Übereinstimmung mit unseren Beobachtungen, langsamer an als die Stromdichte. Der Widerstand $R(j)$ nimmt also mit wachsender Stromdichte ab.

Zumindest bei Frequenzen oberhalb von 0.1 Hz erhöht sich die Signalverzerrung nur in einem vernachlässigbar geringen Maß. Der Durchtrittswiderstand $R(j)$ kann also mit dem Ohmschen Gesetz definiert werden:

$$R(j) = \frac{U}{I} = \frac{\eta(j)}{jA} \quad A: \text{Fläche der Doppelschicht} \quad (7.4.6.2)$$

Nach wenigen Perioden der Anregung mit einem Wechselstrom stellt sich in der Doppelschicht ein Gleichgewicht ein und eine „normale“ Messung kann erfolgen.

Nachfolgend soll auf der Basis der Butler-Volmer Gleichung ein Widerstandsmodell hergeleitet werden, mit dessen Hilfe der Einfluss der Stromdichte auf den frequenzabhängigen Widerstand von Erzmineralen näherungsweise beschrieben werden kann. Den mineralisierten Porenraum eines Gesteins stellen wir uns wie folgt vor (siehe auch Abb. 7.4.6.1):

1. Freie Poren: R_0
2. Blockierte Poren: Reihenschaltung von R_1 und Doppelschichtwiderstand W parallel zu $R(j)$

$$\frac{I}{R_g(\omega, j)} = \frac{I}{R(j)} + \frac{I}{R(\omega)} = \frac{j_g A = (j_{R(j)} + j_{R(\omega)}) A}{U = \eta(j)} \quad (7.4.6.3)$$

mit $R(\omega) = R_0 \left(1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + (i\omega\tau)^c} \right) \right)$ Cole-Cole Modell nach (Pelton et al., 1978b)

Bei tiefen Frequenzen hat die Doppelschichtkapazität keinen Einfluss auf den Stromfluss. Dieser wird nur vom frequenzinvarianten Elektrolytwiderstand R_0 und vom Stromdurchtrittswiderstand $R(j)$ bestimmt. Bei sehr hohen Frequenzen hingegen ist der Warburgimpedanz so klein, dass der aufgeprägte Strom primär zum Laden der Doppelschichtkapazität verwendet wird. Die noch verbleibende geringe Stromdichte durch die Doppelschicht führt zu keinem nichtlinearen Verhalten. Zudem nehmen wir an, dass m groß ist und damit R_1 klein gegen R_0 .

Zur Lösung von Gleichung 7.4.6.3 muss die Butler-Volmer Gleichung nach $\eta(j)$ aufgelöst werden. Hierzu setzen wir $\alpha=0.5$, da keine wesentliche Asymmetrie der U/I -Kennlinie beobachtet wurde. Andernfalls wären die geraden Oberwellen nicht signifikant kleiner als die ungeraden.

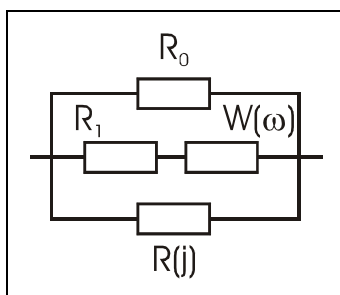


Abb. 7.4.6.1: Ersatzschaltbild für das Auftreten des nichtlinearen IP-Effekts.

- R_0 : Widerstand der freien Poren
 R_1 : Gleichstromwiderstand der blockierten Poren
 $R(j)$: Durchtrittswiderstand

$$j(\eta) = j_0 [\exp(k_2 \eta) - \exp(-k_2 \eta)] \quad \text{mit} \quad k_2 = \frac{I n F}{2 R T}$$

$$j(\eta) = j_0 [e^z - e^{-z}] = 2 j_0 \sinh(z)$$

$$\text{Arc sinh}\left(\frac{I j}{2 j_0}\right) = z = k_2 \eta$$

$$\eta(j) = \frac{\text{Arc sinh}(p)}{k_2} = \frac{\ln(p + \sqrt{p^2 + 1})}{k_2} \quad \text{mit} \quad p = \frac{I j}{2 j_0} \quad (7.4.6.4)$$

Setzt man Gleichung. 7.4.6.2 und 7.4.6.4 in Gleichung 7.4.6.3 ein, so erhält man eine Gleichung, die iterativ gelöst werden kann. Dabei geht man wie folgt vor:

1. Bei einer Messung mit eingepprägtem Strom (Konstantstromquelle) wird die Gesamtstromdichte j_g vorgegeben.
2. Nun wird für eine willkürliche Stromdichte j^* der Spannungsabfall an $R(j)$ berechnet. Da diese Spannung auch über $R(\omega)$ abfällt, kann sofort der Strom durch $R(\omega)$ berechnet werden. Dann wird geprüft, ob die Summe beider Stromdichten bereits der Sollstromdichte j_g entspricht. In einem Fall wird j^* um Δj^* erhöht, im anderen verringert. Bei jedem Richtungswechsel wird Δj^* halbiert. Nach 100 Schritten ist die Anpassung erfahrungsgemäß besser als 0.1 %.
3. Nun kann auch R_g berechnet werden.
4. Die Phase von $R(j)$ wird auf -45° gesetzt (Vetter, 1961).

Der Parameter ρ_0 in Tabelle 7.4.6.1 ist nicht identisch mit dem gleichnamigen des Cole-Cole Modells, vielmehr muss noch berücksichtigt werden, dass auch im Gleichstromfall der hierzu parallel liegende Durchtrittswiderstand $R(j)$ nicht verschwindet. Aus k_2 kann die Wertigkeit der für den Durchtritt verantwortlichen Ionen berechnet werden, hier $n=0.845$. Ein Wert von eins entspräche genau einer Elektronenladung.

Die Anpassung der Messwerte (Abb. 7.4.6.2 und 7.4.6.3) kann nicht ganz zufrieden stellen, wenn man sich dabei an der Messgenauigkeit der Widerstandsmessung orientiert. Die Anpassung des Betrages ist deutlich besser als die der Phase. Die Aufspaltung des Widerstandsspektrums findet bei der richtigen Frequenz statt, ist jedoch bei der modellierten Phase viel zu stark von der Stromdichte abhängig.

Parameter	
ρ_0	4.5 Ωm
m	0.9
c	0.42
τ	0.1 s
k_2	16.5 V^1
j_0	1.2 mA ($\sim 0.3 A/m^2$)

Tab. 7.4.6.1: Parameter der besten Anpassung der Messdaten (Abb. 7.4.6.2).

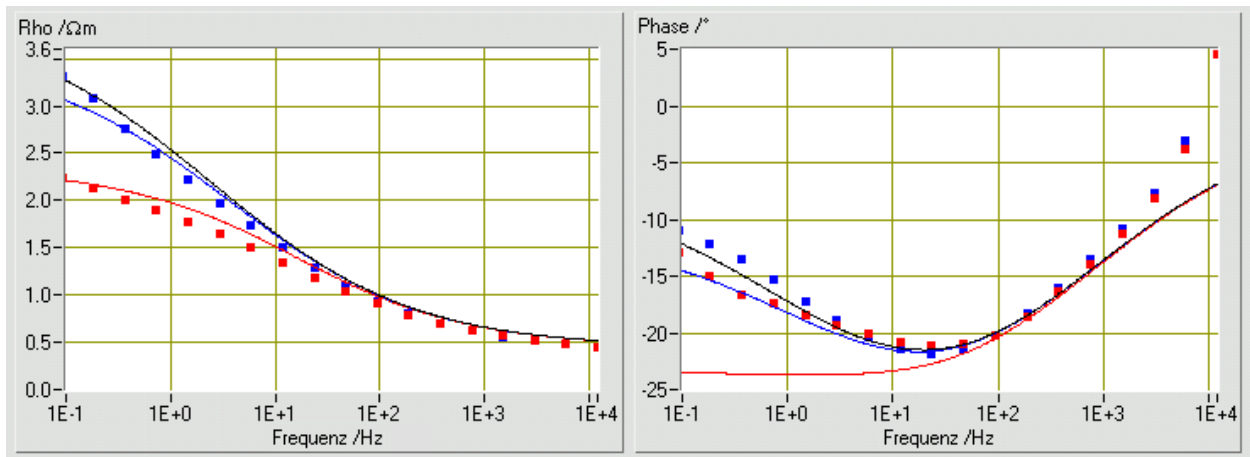


Abb. 7.4.6.2: Modellierung der stromdichtenabhängigen Impedanz der Pyrit-Probe.

Symbole: Messwerte; Linien: Modellkurven der besten Anpassung.

Schwarz: $j \rightarrow 0 \text{ A/m}^2$, blau: $j = 9 \text{ A/m}^2$, rot: $j = 30.4 \text{ A/m}^2$

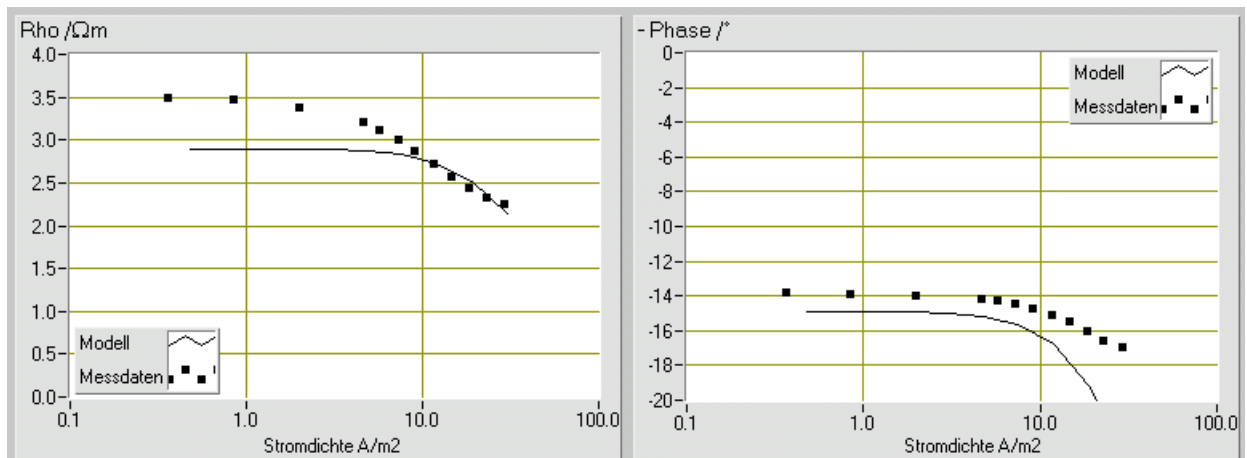


Abb. 7.4.6.3: Modellierung des stromdichtenabhängigen spezifischen Widerstandes der Pyrit-Probe für eine Frequenz von 0.366 Hz . Symbole: Messwerte, Linie: Mit den in Abbildung 7.4.6.2 verwendeten Parametern berechnete Modellkurve.

7.4.7 Messung der Stromdichtenabhängigkeit der Impedanz von Ton.

Es stellt sich die Frage, ob nichtlineare Effekte auch an nicht mineralisierten Gesteinen auftreten können. Da die hierfür verantwortlichen Strukturen dort nicht existieren, ist dies nicht zu erwarten. Eine Messung kann diese Frage nur für eine bestimmte Stoffgruppe klären. Hier soll dies am Beispiel eines Tones aus der Tongrube Schöningen (Helmstedt) geschehen (Kapitel 7.5). Es wurde in einer Messzelle vom Typ 4 das Impedanzspektrum für zwei Stromdichten aufgenommen und einander gegenübergestellt (Abb. 7.4.7.1). Zudem wurde die THD als Funktion der Frequenz gemessen.

Obwohl bei den Messungen die gleichen Stromdichten verwendet wurden wie bei der Pyrit Probe, traten keine signifikanten Verzerrungen oder stromdichtenabhängige Widerstandsänderungen auf. Ein mit 0.3-0.5% geringfügig höherer gemessener Widerstand bei der höheren Stromdichte kann mit einer temperaturinduzierten Drift über einen Zeitraum von 30 Minuten erklärt werden.

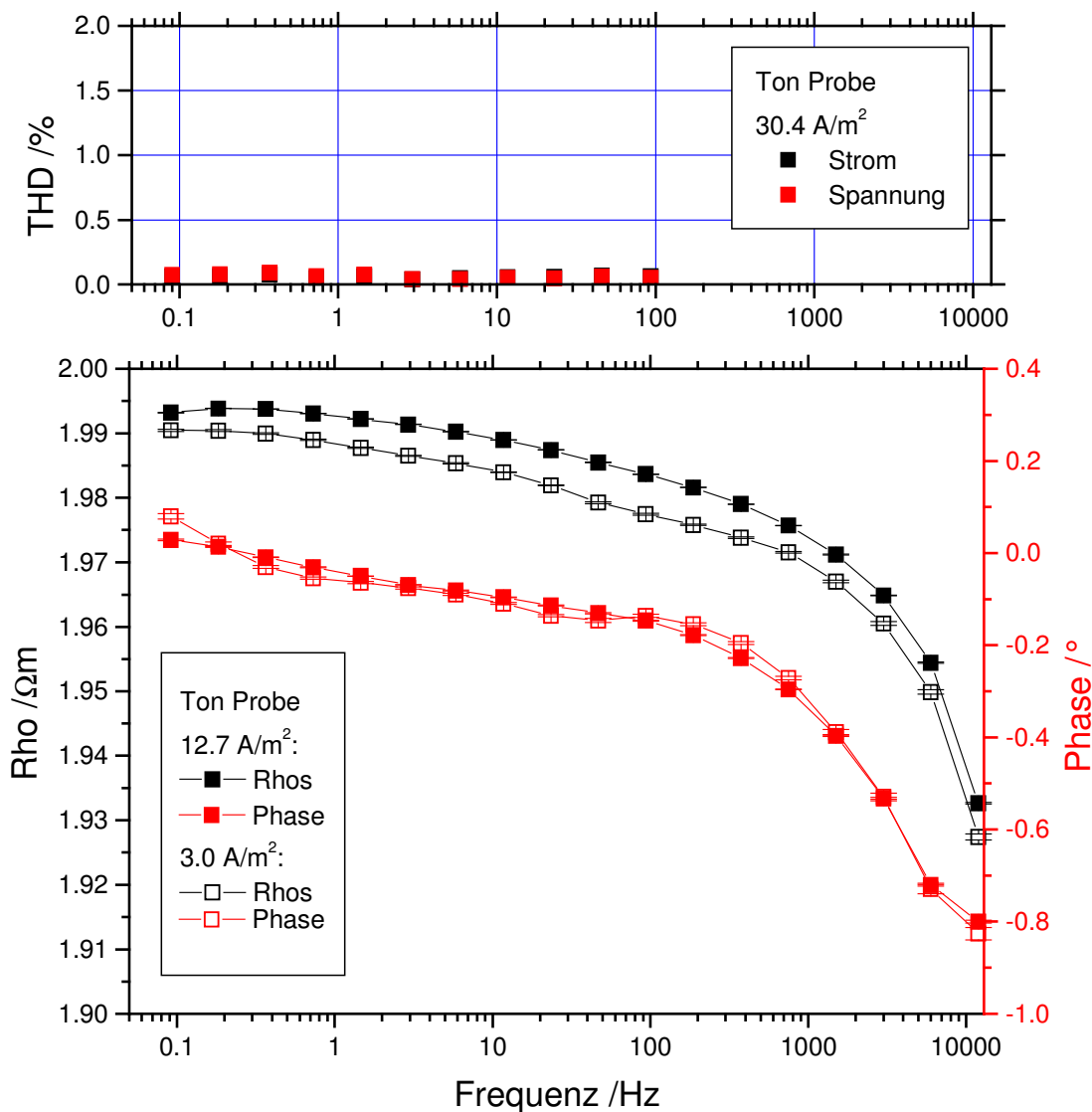


Abb. 7.4.7.1: Einfluss der Stromdichte auf die Frequenzabhängigkeit des spezifischen Widerstandes einer Tonprobe.

7.4.8 Zusammenfassung der Ergebnisse

Mit den üblicherweise im Labor verwendeten Stromdichten können an Pyrit, im klassischen Frequenzbereich der SIP ($0.1-10\text{ Hz}$), Nichtlinearitäten beobachtet werden.

Die hierzu erforderlichen Stromdichten von $>1\text{ A/m}^2$ werden im Feldmaßstab in den meisten Fällen nicht erreicht. Zum einen weil hierfür, aufgrund der Größe des Untersuchungsraumes, leistungsstärkere als die üblicherweise eingesetzten Stromquellen erforderlich wären, zum anderen, weil aus Zeitgründen vielfach nicht unterhalb von 0.5 Hz gemessen wird. Jedoch würde eine Erhöhung der Stromstärke um lediglich eine Größenordnung genügen, um bei kleinskaligen Feldmessungen den nichtlinearen Bereich zu erreichen.

Bei Labormessungen werden an den üblicherweise kleinvolumigen Probenmaterialien die kritischen Stromdichten bereits bei geringen Stromstärken (ab 1 mA) erreicht. Hier kommt es häufig zu einem Zielkonflikt zwischen hoher Linearität und niedrigem statistischen Messfehler.

An Tönen konnten keine Nichtlinearitäten beobachtet werden.

Es können bei niedrigen Frequenzen und hohen Stromdichten zwei Arten von nichtlinearem Verhalten an massiven Elektronenleitern beobachtet werden: Zum einen eine Verzerrung der U/I -Kennlinie und zum anderen eine Abnahme des spezifischen Widerstandes. Der hiermit einhergehende flachere Verlauf des Widerstandsspektrums kann als Abnahme des IP-Effekts missgedeutet werden.

Die Erwärmung des Elektrolyten der Probe erklärt nicht die bei niedrigen Frequenzen auftretende starke Stromdichtenabhängigkeit des spezifischen Widerstandes der Probe. Offensichtlich ist das Verhalten der Doppelschichten selbst die Ursache beider Effekte.

Die Verwendung von sinusförmigen, anstelle von rechteckförmigen Signalen, erweist sich für die Erfassung von nichtlinearem Verhalten als vorteilhaft: zum einen zur genauen Bestimmung der THD und zum anderen zur Erfassung der Stromdichteabhängigkeit des Widerstandes.

7.5 Empirisches Widerstandsmodell für nicht mineralisierte Gesteine

7.5.1 Das Linear Phase Angle Model (LPAM)

Das Cole-Cole Modell (Kap. 2.3.2), das in der Erzexploration eine breite Anwendung erfährt, ist bei Lockersedimenten selten erfolgreich anwendbar. Aus der Frequenzcharakteristik können nämlich meist nur drei anstelle von vier Parametern gewonnen werden. Die Anwendung des Cole-Cole Modells wäre somit der Versuch der Lösung einer unterbestimmten Aufgabe.

Im Folgenden wird daher ein neues empirisches Modell (Radić, 1998a) eingeführt, das viele vom Autor an nicht mineralisierten Lockersedimenten gemessene Widerstandsspektren gut beschreibt¹.

Danach besteht zwischen der gemessenen Phase und der Frequenz eine lineare Beziehung:

$$\log_{10} \left\{ \frac{\varphi(\omega)}{\varphi_{IP}} \right\} \propto \log_{10} \left\{ \frac{\omega}{\omega_0} \right\} \quad (7.5.1.1)$$

mit ω : Kreisfrequenz, $\omega_0 = 2\pi \text{ Hz}$, $\varphi_{IP} = \varphi(\omega_0)$.

Ist c_{IP} der Proportionalitätsfaktor, dann folgt sofort die empirische Phasenfunktion:

$$\varphi(\omega) = \varphi_{IP} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} \quad (7.5.1.2)$$

Abhängig vom Vorzeichen von c_{IP} wächst $\varphi(\omega)$, entweder zu hohen oder zu niedrigen Frequenzen hin, unbeschränkt an. Das erscheint zunächst als Schwachpunkt, zumal die Phase bei jedem physikalisch sinnvollen Relaxationsprozess in beiden Grenzfällen gegen Null streben muss. Andererseits enthalten die Messdaten in dem durch Messungen zugänglichen Frequenzbereich keine entsprechenden Informationen. Das LPA Modell trägt somit lediglich diesem Umstand Rechnung.

Zu der empirischen Phasenfunktion (Gln. 7.5.1.2) soll die zugehörige Amplitudenfunktion $\rho(\omega)$ hergeleitet werden. Wir nehmen dabei an, dass beide die gleiche physikalische Ursache haben, also eine kausale Beziehung besteht. Hierzu gehen wir von der Näherungslösung (Gln. 2.1.18) aus und erhalten:

$$\varphi(\omega) \cong \frac{\pi}{2} \frac{d \ln |\rho(\omega)|}{d \ln \omega}, \quad (7.5.1.4)$$

die eine analytische Auswertung wesentlich erleichtert. Bei der Näherungslösung stimmt die Frequenz, bei der die Phase die Hypotenuse schneidet ($\varphi=0$), stets exakt mit der überein, bei der die Steigung des Betrags konstant ist. Bei der exakten Lösung (Gln. 2.1.17) können hingegen geringfügige Abweichungen auftreten.

¹ Das LPA Modell sollte auch geeignet sein, um von Vinegar et al., (1984) und Vanhala et al. (1995) publizierte Daten anzupassen.

Im Weiteren substituieren wir in der empirischen Phasenfunktion die Kreisfrequenz mit $y e^{-u}$,

$$\varphi(\omega) = \varphi_{IP} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} = \varphi_{IP} \left(\frac{1}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} (y e^{-u})^{c_{IP}} = \varphi_{IP} \left(\frac{1}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} y e^{-u c_{IP}} \quad (7.5.1.5)$$

setzen die Funktion mit Gleichung 7.5.1.4 gleich und erhalten so:

$$\varphi_{IP} \left(\frac{1}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} \int y e^{-u c_{IP}} du = \frac{\pi}{2} \int \left\{ \frac{d \ln \rho(y e^{-u})}{du} \right\} du \quad (7.5.1.6)$$

Beide Seiten von Gleichung 7.5.1.6 werden dann über u integriert und die Integrationsgrenzen eingesetzt. Die physikalische Bedeutung von ρ_0 wird weiter unten diskutiert.

$$\varphi_{IP} \left(\frac{1}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} \frac{y}{-c_{IP}} e^{-u c_{IP}} = -\frac{\pi}{2} \ln(\rho(\omega)) + \frac{\pi}{2} \ln(\rho_0) \quad (7.5.1.7)$$

In die Lösung kann nun wieder die Kreisfrequenz ω eingesetzt werden.

$$\frac{2}{\pi} \frac{\varphi_{IP}}{c_{IP}} \left(\frac{1}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} \omega^{c_{IP}} = \ln(\rho(\omega)) - \ln(\rho_0) \quad (7.5.1.8)$$

Nach einigen Umformungen

$$\frac{2}{\pi} \frac{\varphi_{IP}}{c_{IP}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} = \ln \left(\frac{\rho(\omega)}{\rho_0} \right), \quad (7.5.1.9)$$

$$\frac{\rho(\omega)}{\rho_0} = e^{\frac{2}{\pi} \frac{\varphi_{IP}}{c_{IP}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{c_{IP}}} \quad (7.5.1.10)$$

gelangt man zu der gesuchten Betragsfunktion des spezifischen Widerstandes für das LPA Modell:

$$|\rho(\omega)| = \rho_0 e^{\frac{2}{\pi} \frac{\varphi_{IP}}{c_{IP}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{c_{IP}}} \quad (7.5.1.11)$$

Indem man die Gleichung 7.5.1.11 in die Gleichung 2.1.20 einsetzt, erhält man den Zusammenhang zwischen Steigung und Phase:

$$LFE(\omega) = -\frac{2}{\pi} \varphi_{IP} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} \quad (7.5.1.12)$$

Für den Fall einer frequenzunabhängigen Phase (Abb. 2.5.2.2) ist $\varphi(\omega) = \varphi_P$ und $c_{IP} = 0$ und man gelangt zum selben Ergebnis wie das „Constant Phase Angle Model“ (Börner et al., 1996):

$$\varphi_{IP} = \frac{\pi}{2} LFE \quad (7.5.1.13)$$

Das CPA Modell erweist sich somit als ein Sonderfall des LPA Modells.

Betrag und Phase können auch in geschlossener Form angegeben werden:

$$\sigma(\omega) = \sigma_n (i\omega)^{LFE} \quad (7.5.1.14)$$

In der Petrophysik wird an Stelle des spezifischen Widerstandes häufiger die komplexe spezifische Leitfähigkeit verwendet. Analog zum LPA Widerstandsmodell kann auch ein LPA Leitfähigkeitsmodell formuliert werden:

$$Im \sigma(\omega) = Im_{IP} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} \quad Re \sigma(\omega) = \sigma_0 \exp \left[- \frac{\pi \varphi_{IP}}{2 c_{IP}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{c_{IP}} \right] \quad (7.5.1.15)$$

Beide Darstellungen sind natürlich äquivalent:

$$\varphi_{IP}(\sigma) = -\varphi_{IP}(\rho), \quad c_{IP}(\sigma) = c_{IP}(\rho), \quad Im_{IP}(\sigma) = -\frac{\varphi_{IP}(\rho)}{\rho_0} \quad (7.5.1.16)$$

Das LPA Model hat folgende Eigenschaften:

$$\begin{aligned} c_{IP} > 0: \quad \omega \rightarrow 0 &\Leftrightarrow \rho(\omega) \rightarrow \rho_0 \\ &\omega \rightarrow \infty \Leftrightarrow \rho(\omega) \rightarrow 0 \\ c_{IP} < 0: \quad \omega \rightarrow 0 &\Leftrightarrow \rho(\omega) \rightarrow \infty \\ &\omega \rightarrow \infty \Leftrightarrow \rho(\omega) \rightarrow \rho_0 \\ c_{IP} = 0: \quad \omega \rightarrow 0 &\Leftrightarrow \rho(\omega) \rightarrow \infty \\ &\omega \rightarrow \infty \Leftrightarrow \rho(\omega) \rightarrow 0 \\ &\varphi(\omega) = \varphi_{IP} \end{aligned} \quad (7.5.1.16)$$

Ein dem Gleichstromwiderstand entsprechender oberer Grenzwert ρ_0 kann nur dann aus den Daten ermittelt werden, wenn die Phase zu tiefen Frequenzen hin verschwindet ($c_{IP} > 0$). Nimmt sie hingegen zu, dann erhalten wir nur für hohe Frequenzen einen Grenzwert. Im Falle einer frequenzinvarianten Phase ist auch die Steigung des Widerstandsbetrags frequenzinvariant. Der Widerstand wächst dann zu tiefen Frequenz hin grenzenlos an, bzw. verschwindet zu sehr hohen Frequenz hin. Letzteres wurde z.B. von Börner et al. (1993) an Sandsteinen und von Vanhalla (1997) beobachtet.

Dass das Modell keine Parameter besitzt, die der Aufladbarkeit m und dem Gleichstromwiderstand (Ausnahme: $c_{IP} > 0$) entsprechen, hat seine Ursache in dem Fakt, dass es, wie oben erläutert, sinnvoll nur in einem nach oben und unten begrenzten Frequenzbereich eingesetzt werden kann. Dies gilt ebenso für das CPA Modell.

7.5.2 Erprobung des LPA Modells an Messdaten aus der Tongrube Schöningen

Zur Erprobung des Modells wurden Daten einer Feldmessung in der Tongrube Schöningen (bei Helmstedt) herangezogen. Die Phasenfunktion zeigt zwischen 0.3Hz und 1000 Hz in der doppeltlogarithmischen Darstellung (Abb. 7.5.2.1) einen streng linearen Verlauf. Oberhalb von 1000 Hz steigen die Phasen, aufgrund von EM-Effekten, stark an. Diese können, analog der Auswertung von Spektren mineralisierter Gesteine (Pelton et al., 1978b), durch einen Zusatzterm berücksichtigt werden. In diesem Fall wurde jedoch hierfür kein Cole-Cole Term, sondern ein weiterer Term vom LPA Typ verwendet:

$$|\rho(f)| = \rho_o \exp \left[\frac{\pi}{2} \frac{\varphi_{IP}}{c_{IP}} \left(\frac{\omega}{\omega_o} \right)^{c_{IP}} + \frac{\pi}{2} \frac{\varphi_{EM}}{c_{EM}} \left(\frac{\omega}{\omega_o} \right)^{c_{EM}} \right] \quad (7.5.2.1)$$

$$\varphi(f) = \varphi_{IP} \left(\frac{\omega}{\omega_o} \right)^{c_{IP}} + \varphi_{EM} \left(\frac{\omega}{\omega_o} \right)^{c_{EM}}$$

Tatsächlich können die Messwerte sehr gut mit der Modellfunktion angepasst werden. Obwohl wir bei der Ableitung der Betragsfunktion nur eine Näherung benutzten (Gln. 7.5.1.4), stimmen die Parameter, obwohl nach Betrag und Phase getrennt ermittelt, gut miteinander überein. Ein Gleichstromwiderstand kann nur aus dem Betragsspektrum abgeleitet werden.

Für den Steigungsparameter des zweiten Terms ($c_{EM}=1.05$ (aus Betrag), $c_{EM}=1.08$ (aus Phase)) ergibt sich in guter Näherung der Erwartungswert für eine induktive Kopplung der Strom- und Spannungskabel ($c_{EM}=1$).

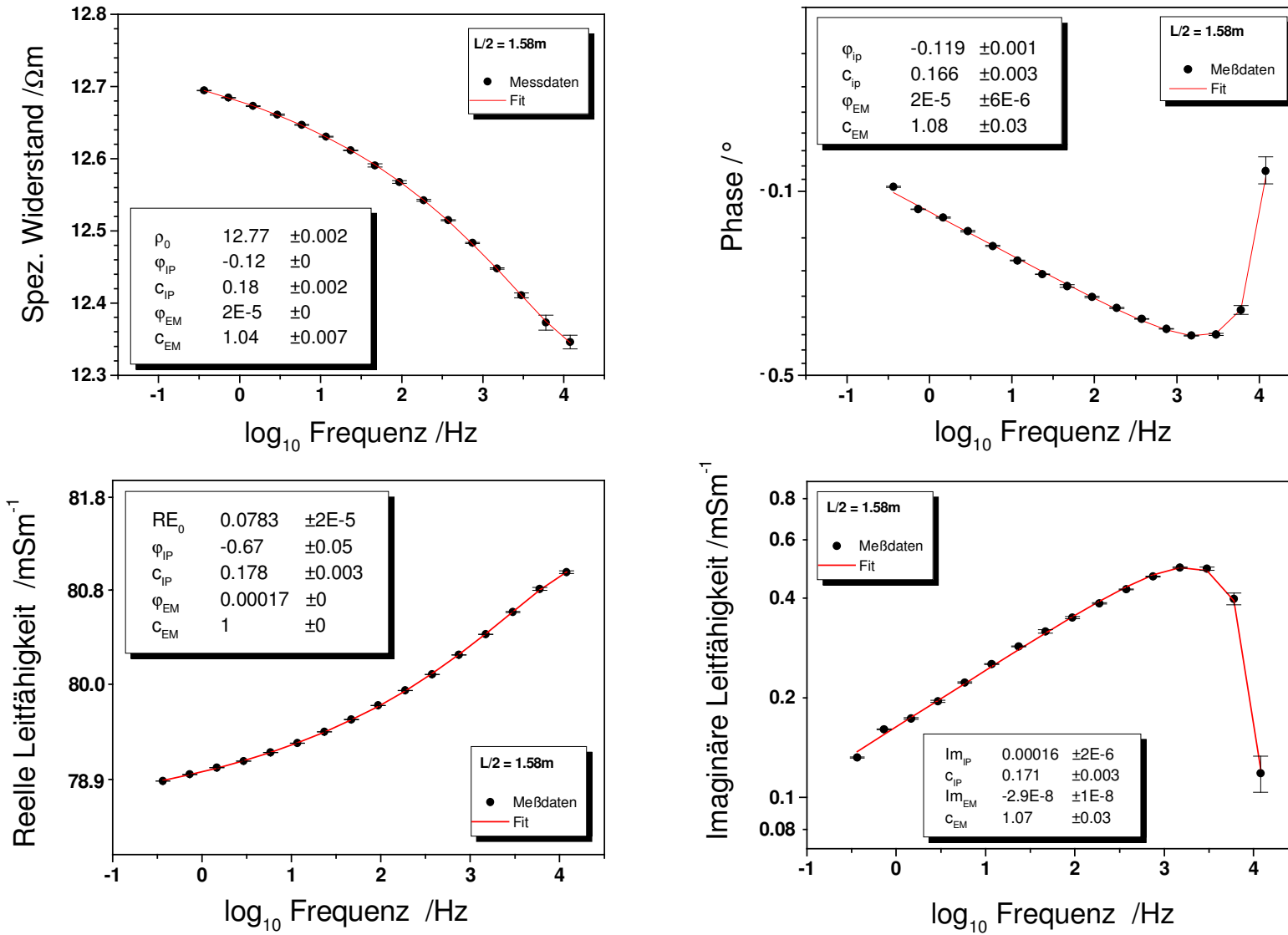


Abb. 7.5.2.1: Anpassung des Leitfähigkeitsmodells an die Feldmessdaten, Lokation: Schöningen bei Helmstedt, Schlumberger $L/2=1.58$ m.

7.5.3 Mögliche Ursachen für die beobachteten Frequenzcharakteristiken

Im Folgenden soll nach einer Erklärung gesucht werden, warum die Mehrzahl der an Lockersedimenten beobachteten Spektren nur eine kleine Untermenge aller theoretisch denkbaren Frequenzcharakteristiken bilden. Hierzu vergegenwärtigt man sich den fraktalen Charakter (Kap. 2.4.2) des Porenraumes, der überwiegend von silikatischen Mineralen gebildet wird (Abb. 7.5.3.1). Es finden sich darin Poren mit extrem unterschiedlichen Weiten. Folglich muss der makroskopische IP-Effekt aus der Überlagerung von Relaxationsprozessen mit sehr unterschiedlichen Zeitkonstanten resultieren. Eine bestimmte Zeitkonstante repräsentiert dabei einen bestimmten Porenraumtyp. Große Zeitkonstanten stehen mit großen effektiven Porenradien im Zusammenhang, da dann die für die Ladungsträger zur Verfügung stehenden freien Weglängen am größten sind. Um diese Überlegungen numerisch zu testen, wurden insgesamt $N=50$ verschiedene Relaxationsprozesse überlagert. Dem liegt die Überlegung zu Grunde, dass der von außen messbare Widerstand durch eine Vielzahl von parallel liegenden Leitungspfaden bestimmt wird. Ein elektronisches Äquivalent wären parallel geschaltete Widerstände. Der einzelne Relaxationsprozess wird durch eine Warburg-Impedanz (Kap. 2.3.2) beschrieben. Das Gesamtspektrum (Gln. 7.5.3.1) ergibt sich aus der Überlagerung der Einzelspektren (Abb. 7.5.3.3):

$$\frac{1}{\bar{\rho}(\omega)} = \frac{1}{N \rho_0} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\rho_w(\omega, m(\tau_i), \tau_i, c = 0.5)} \quad (7.5.3.1)$$

Die absolute Stärke jedes einzelnen Relaxationsprozesses wird durch die Aufladbarkeit $m(\tau)$ festgelegt. Um einen linearen Phasenverlauf zwischen 0.1 Hz und 10 kHz modellieren zu können, sind Zeitkonstanten zwischen $\tau_{\text{MAX}}=100 \text{ s}$ und $\tau_{\text{MIN}}=10 \text{ ns}$ erforderlich (Gln. 7.5.3.2).

$$\lg \tau(i) = \lg \tau_{\text{MAX}} + \frac{i}{N} \log \frac{\tau_{\text{MIN}}}{\tau_{\text{MAX}}} \quad (7.5.3.2)$$

Es zeigt sich, dass es tatsächlich eine Verteilungsfunktion $m(\tau)$ gibt, mit deren Hilfe die Messdaten (Abb. 7.5.3.4) erklärt werden können. Die Parameter der Funktion (Gln. 7.5.3.3) konnten durch eine geringe Zahl an Versuchen gefunden werden. Das modellierte Widerstandsspektrum und die optimale Funktion der Aufladbarkeit (Abb. 7.5.3.2) sind in ihrem Verlauf praktisch unabhängig von der Anzahl an Relaxationsprozessen N , sofern deren Anzahl nicht zu klein ist ($N \geq 5$).

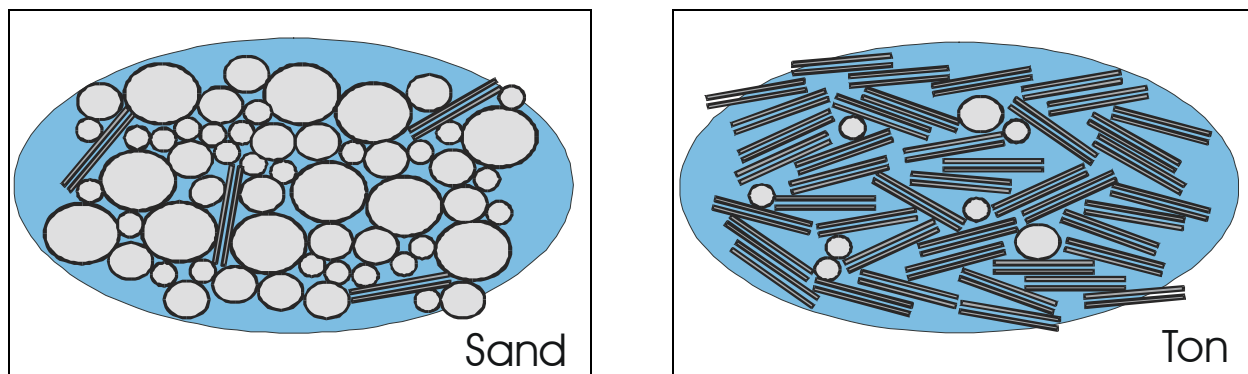


Abb. 7.5.3.1: Schematische Darstellung des Porenraumes unterschiedlicher nicht mineralisierter Gesteine.

Die Aufladbarkeit nimmt zu kleinen Zeitkonstanten hin stark zu. Der Anstieg ist in der doppellogarithmischen Darstellung fast linear ($m_e \sim -1/6$).

Die Parameter der besten Anpassung sind:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= 12.75 \, \Omega m \\ m(\tau_i) &= (\tau_i)^{m_e} \\ m_e &= -0.158 \end{aligned} \tag{7.5.3.3}$$

Es zeigt sich, dass m_e mit $-c_{IP}$ identifiziert werden kann. Der Frequenzexponent c nimmt nur in geringem Umfang Einfluss und φ_{IP} hat eine ähnliche Auswirkung wie τ_{MAX} .

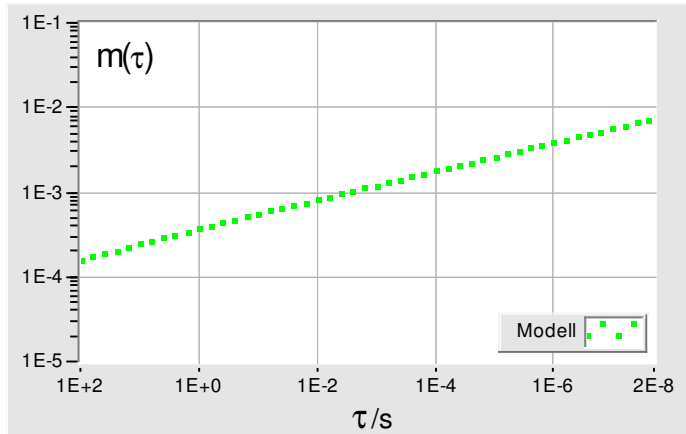
Für Elektronenleiter gibt Wong (1979) eine quadratische Beziehung $\tau \propto a^2$ zwischen der Zeitkonstante τ und Kornradius a an, sofern sämtliche andere Einflussgrößen konstant sind. Die Analogie besteht hier zwischen der Pore und dem Erzkorn. Setzt man diese Beziehung in Gleichung 7.5.3.3 ein, so erhält man:

$$m(a) \sim k a^{-1/3} \tag{7.5.3.4}$$

Diese Funktion beschreibt eine Porenradienverteilung, wenn man die Aufladbarkeit als ein Maß für die Häufigkeit ansieht. Zumindest gibt die gefundene Verteilungsfunktion einen Hinweis darauf, dass kleine Porenradien ungleich häufiger vertreten sind als große.

Hiermit konnte das Lockersedimentmodell wieder auf vom Cole-Cole Modell her bekannte elektrische Parameter zurückgeführt werden. Die Aufladbarkeit m und die Zeitkonstante τ sind jetzt jedoch Verteilungsfunktionen, die einen heterogenen Porenraum charakterisieren.

Beispiele für gemessene Porenradienverteilungen an Sanden finden sich bei Debschütz et al. (1994).



Beste Modellparameter:

$$\lg \tau_i = \lg \tau_{MAX} + \frac{i}{50} \log \frac{\tau_{MIN}}{\tau_{MAX}}$$

$$m(\tau_i) = \frac{1}{50} \left[m_0 + m_m (\tau_i)^{m_e} \right]$$

$$m_0 = -0.0013$$

$$m_e = -0.165$$

$$m_m = 0.02$$

Abb. 7.5.3.2: Durch Versuche gefundene Aufladbarkeit m als Funktion der Zeitkonstante τ .

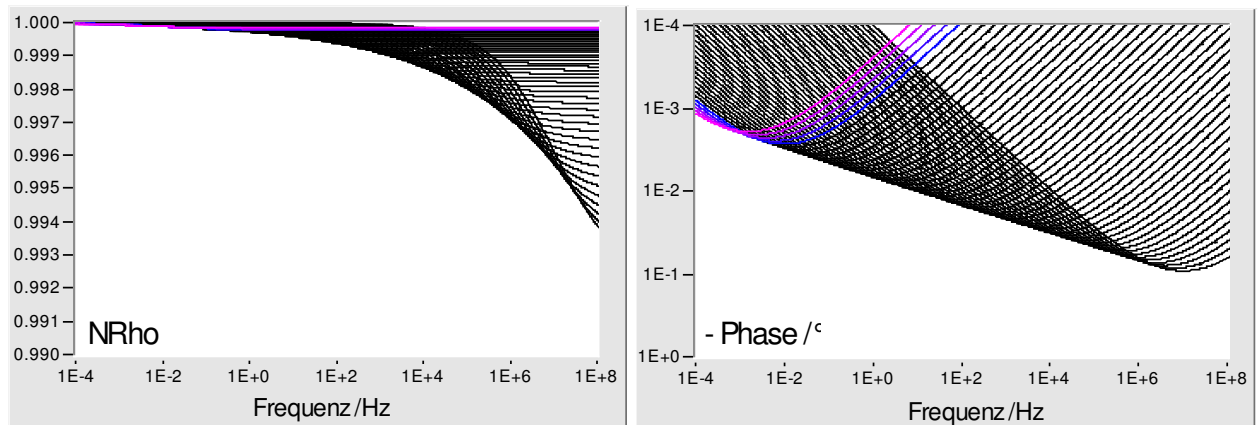


Abb. 7.5.3.3: Darstellung der 50 Einzelspektren des Widerstandes und der Phase unter Verwendung obiger Parameter.

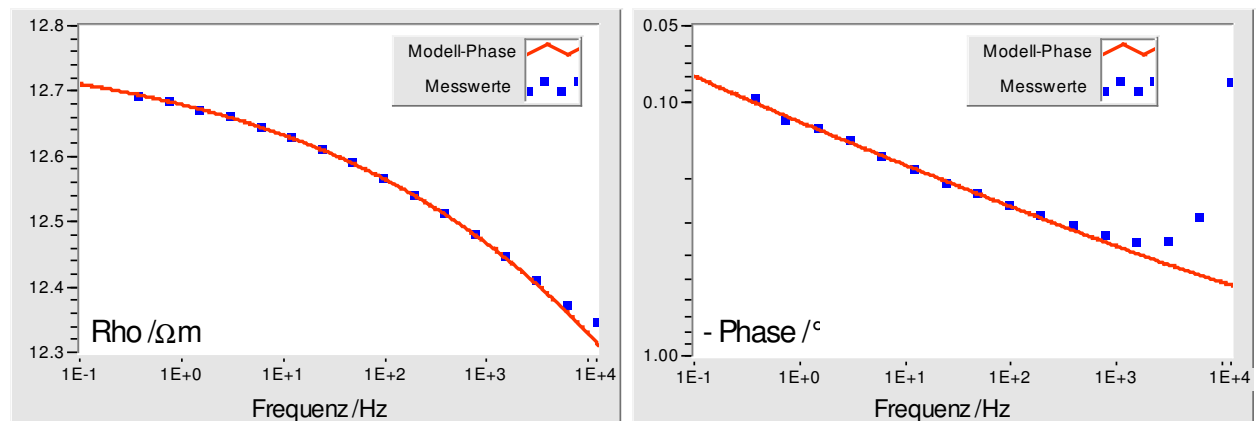


Abb. 7.5.3.4: Mess- und Modellwerte des spezifischen Widerstandes.

8 Schlussfolgerungen und Ausblick

Minimierung von Messfehlern

Unmineralisierte Lockersedimente zeigen, verglichen mit mineralisierten Gesteinen, nur schwache Polarisationserscheinungen. Konventionelle, zur Erzerkundung optimierte IP-Messgeräte erwiesen sich als, zu ihrer Charakterisierung, zu ungenau messend. Bei den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten SIP-Messgeräten galt es daher, sowohl auftretende statistische Fehler, als auch systematische Fehler bestmöglich zu minimieren.

- 1) Die in dicht besiedelten Gebieten häufig auftretenden Störsignale wurden erfolgreich mit der neuartigen geoelektrischen Referenztechnik unterdrückt. Derzeit ist kein anderes Verfahren in der Lage, eine vergleichbar hohe Messgenauigkeitssteigerung zu erzielen.
- 2) Die bei Wechselstrommessungen auftretenden bekannten Typen von systematischen Messfehlern konnten durch ein neuartiges Messkonzept von vorn herein minimieren werden. Es wurden jedoch weitere systematische Messfehler aufgedeckt, für die Methoden zu ihrer Beseitigung erarbeitet wurden. Zukünftige Messgeräte sollten diese Methoden routinemäßig unterstützen. Hervorzuheben sind hier:
 - die Strommessungen an beiden Stromeinspeisungselektroden,
 - programmierbare variable Widerstände an den Stromelektroden,
 - die automatische Kompensation des RC-Effekts der Potentialabgriffe.

Vieldeutigkeit

Indem die in dieser Arbeit vorgestellten Auswertemethoden und Messkonzepte zusätzliche Informationen zur Charakterisierung von Gesteinen des Untergrundes erschließen, helfen sie das Vieldeutigkeitsproblem der Geophysik zu verringern. Von der Erfassung der räumlichen Verteilung des spektralen Widerstandes können noch präzisere Ergebnisse erwartet werden als von profilhaften Messdaten. Voraussetzung hierfür sind SIP-Messgeräte mit 100 und mehr Messkanälen. Die hier vorgestellten Auswertemethoden und Messkonzepte können hierfür Vorbild sein. Parallel hierzu gilt es, weitere geeignete geophysikalische Verfahren bei der Dateninterpretation mit einzubeziehen. Hierzu zählen das Nuklear-Magnetische-Resonanz Verfahren (NMR) und das Elektro-Kinetische Verfahren (EKS).

Inversionsrechnung

In naher Zukunft werden Datensätze gewonnen werden können, die aus breitbandigen spektralen Widerstandsmessungen an mehreren tausend Messpunkten bestehen und einer quantitativen Auswertung bedürfen. Die hierzu erforderlichen 3D SIP Inversionsprogramme stehen noch nicht zur Verfügung. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten 3D EM Modellrechnungen zeigten, dass die auftretenden elektromagnetischen Effekte berücksichtigt werden müssen.

Zukünftige Nutzung der im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse

Zusammen mit einem Ingenieurbüro wurden die vom Autor entwickelten Auswerteverfahren und Prototypen zur Marktreife fortentwickelt und stehen mittlerweile kommerziell zur Verfügung. Die Referenztechnik konnte zwischenzeitlich bei einem weiteren geophysikalischen Verfahren (SNMR) zur Störsignalunterdrückung erfolgreich implementiert werden.

Literaturverzeichnis

- ARCHIE, G.E. (1942): The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Trans. AIME*, 146, 54-61.
- BARLEBEN, T. (1993): Anwendung probabilistischer Optimierungsstrategien zur Inversion geoelektrischer und audiomagnetotellurischer Messverfahren. Dissertation, TU-Berlin.
- BENDAT, J.S., & PIERSOL, A.G. (1971): *Random Data Analysis and measurement procedures*, Wiley-Interscience, ISBN 0-471-06470-X, N.Y.
- BIBBY, H.M. & HOHMANN, G.W. (1993): Three-dimensional interpretation of multi-source bipole-bipole resistivity data using the apparent resistivity tensor. *Geophysical Prospecting* Vol.41:6, p697-724, 1993.
- BIGALKE, J. (1996): Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Geobatteriemodell. Dissertation, Verlag Mainz, Aachen ISBN 3-89653-039-9.
- BIGALKE, J. & GRABNER, E.W. (1997): The Geobattery Model: A contribution to large scale Electrochemistry. *Electrochimica Acta*, Vol. 42, p. 3443, 1997
- BILGALKE, J. AND JUNGE A. (1999): Using evidence of non-linear induced polarization for detecting extended ore mineralizations. *Geophysical Journal International*, V.137, pp. 516-520.
- BÖRNER, F. (1990): Untersuchungen zur komplexen elektrischen Leitfähigkeit von Gesteinen im Frequenzbereich von 1 Millihertz bis 10 Kilohertz. Dissertation, Bergakademie Freiberg.
- BÖRNER, F. & SCHÖN, J. (1991): A relation between the quadrature component of electrical conductivity and the specific surface area of sedimentary rocks. *The Log Analyst*, 32, 612-613.
- BÖRNER, F. (1993): Contamination indications derived from electrical properties in the low frequency range. *Geophysical Prospecting*, 41, 83-98.
- BÖRNER, F.D., SCHOPPER, J.R., & WELLER, A. (1996): Evaluation of transport and storage properties in the spoil and groundwater zone from induced polarization measurements. *Geophysical Prospecting*, V. 44, 583-601.
- BORN, M. & WOLF, E. (1975): *Principles of Optics*, Pergamon Press, 5th Edition, Oxford.
- BRASSE, H. (1993): Audiomagnetotellurische Tiefensondierungen in Nordost-Afrika, Dissertation, Institut für Angewandte Geophysik, Technische Universität Berlin.
- BUCHHEIM, W. und IRMER, G. (1979): Zur Theorie der induzierten galvanischen Polarisation in Festkörpern mit elektrolytischer Porenfüllungen. *Gerlands Beiträge zur Geophysik*, 88, 53-72.
- BURKHARDT, H., BRASSE, H., FIEDLER-VOLMER, R., KALKBRENNER, M., RADIĆ, T. & SCHULZ-OHLBERG J. (1987): Geophysical Investigations of local tectonic problems in SW-Egypt and NW-Sudan, p927-967. In (Hrsg.) KLITZSCH, E. & SCHRANK, E. (1987): *Research in Egypt and Sudan*, Berliner Geowissenschaftliche Abhandlungen, Reihe A, Band 75.3, D. Reimer Verlag, Berlin.

- BURKHARDT, H., BRASSE, H., FIEDLER-VOLMER, R., HAUBMANN, U., KALKBRENNER, M, RADIĆ, T. & SCHUSTER, K. (1990): The application of seismic, geoelectric and audiomagnetotelluric methods to tectonic and hydrogeological problems in SW Egypt and NW Sudan.- Berliner Geowiss. Abh. (A), 120, 453-504, Berlin.
- BURKHARDT, H. & RADIĆ, T. (1992): Entwicklung und Erprobung einer Apparatur und eines Auswerteverfahrens für hochauflösende Messungen der induzierten Polarisation, - In: PROJEKTLEITUNG-VERBUNDVORHABEN DEPONIEUNTERGRUND (1993): Berichtsband zum 2. Statusseminar des Verbundvorhabens "Methoden zur Erkundung und Beschreibung des Untergrundes von Deponien und Altlasten", 276-295, BGR Hannover.
- BURKHARDT, H. und RADIĆ, T. (1994): Abschlussbericht zum Vorhaben: „Entwicklung und Erprobung einer Apparatur und eines Auswerteverfahrens für hochauflösende Messungen der Induzierten Polarisation“. FKZ: 1460605 AO, TU Berlin.
- BURKHARDT, H., RADIĆ, T., KRETZSCHMAR, D., NIEDERLEITHINGER, E. UND LIENAU, R. (1997): Abschlußbericht zum Verbundvorhaben: Weiterentwicklung einer Apparatur und eines Auswerteverfahrens für hochauflösende Messungen der induzierten Polarisation – Hinführung zur Marktreife, DBU, Az 04194.
- BUSSERT, R., BRASSE, H., RADIĆ, T. & REYNOLDS, P.-O. (1990): Sedimentation and structural style of a rift-structur in northern Sudan: The Humar Basin.- In: Berliner Geowiss. Abh. (A), 120.1, 89-108, Berlin.
- COLE, K.S. & COLE, R.H. (1941): Dispersion and absorption in dielectrics. Journal of Chemical Physics 9: 341-352.
- DEBSCHÜTZ et al. (1994) In: Gesteinsmodell – Petrophysik und Umwelt, Kolloquium, Bucha/Sachsen, 6.-9.11.1994.
- DEY, A. & MORRISON, H. F. (1973): Electromagnetic coupling in frequency and time-domain induced-polarization surveys over a multilayered earth: Geophysics, **38**, 380–405.
- DRASKOVITS, P., LAZAR, C., MERGELSBERGER, W. MERKLER, G.-P. und MÜLLER, I. (1993): Geophysical Surey in the Area of a high toxic industrial waste deposit, Presented at the Symposium international sur l’application des methodes geophysiques aux problems de l’environment, Lausanne, 14-16 April 1993.
- ERGENZINGER, P., JONAS, M., SCHWEKROS, B., BLINDOW, N. & THYSSEN, F. (1990): Application of the electromagnetic reflection technique for geomorpholigical and hydrogeological studies in the northern Sudan.- Berliner Geowiss. Abh. (A)), 120, 327-350, Berlin.
- GAMBLE, T.D., GOUBAU, W.M., & CLARKE, J. (1979): Magnetotellurics with a remote reference, Geophysics, 44, 53-68.
- GGD-LEIPZIG GmbH (1991): Vorstudie - Teststandort Rabenstein/Sachsen, Leipzig.- In: PROJEKTLEITUNG-VERBUNDVORHABEN DEPONIEUNTERGRUND (1991): Informationen der Projektleitung, BGR Hannover.

- GGD-LEIPZIG GmbH (1992): Ergebnisbericht über geoelektrische, elektromagnetische und magnetische Messungen - Rabenstein/Chemnitz, Leipzig.
- GRISSEMANN, Ch. (1971): Untersuchung der komplexen Leitfähigkeit und der Dielektrizitätskonstanten erzhaltiger Gesteine an Gesteinsmodellen. Dissertation, Universität Innsbruck.
- HAAK, V. (1968): Beschreibung und Anwendung von Verfahren zur Auswertung von Registrierungen des induzierten erdelektrischen Feldes längs eines Profils durch die West-Hälfte des Oberrhein-Grabens, Diplomarbeit, Institut für Angewandte Geophysik, Ludwig - Maximilians - Universität München.
- HAAK, V. (1978): Interpretationsverfahren für die Magnetotellurik unter besonderer Berücksichtigung lateral variierender elektrischer Leitfähigkeit im Erdinneren und eines räumlich inhomogenen induzierenden Magnetfeldes, Abh. Bayer. Akad. Wiss., math.naturwiss. kl., Neue Folge 158, München.
- HAARTSEN, M.W. (1997): Electro seismic waves from point source in layered media. Journal of geophysical Research, V. 102, p4745-24769.
- HUGHES, L., EMER, D., FIGGINS, S., ZONGE, K., KUHN, M., BENTLEY, H. and TINLIN, R. (1987) Application of two electrical geophysical techniques in mapping ground water contaminations, Abstract to 49th meeting EAEG, Belgrad.
- JUNGE, A. (1990): Robuste Schätzung bivariater Übertragungsfunktionen. In: HAAK, V. & HOMILIUS, J. (1990): Protokoll über das 13. Kolloquium "Elektromagnetische Tiefenforschung", 75-86, Hornburg.
- KALBERKAMP, U. (1989): Erweiterung des Meßbereichs einer Audiomagnetotellurik Apparatur für hohe Frequenzen und gemeinsame Interpretation magnetotellurischer und geoelektrischer Daten. Dipl.-Arbeit, Inst. f. Angew. Geophysik, TU-Berlin.
- KAO, D.W. & RANKIN, D. (1977): Enhancement of signal-to-noise ratio in magnetotelluric data, Geophysics, 42, 1, 103-110.
- KATSUBE, T.J., AHRENS, R.H. & COLLETT, L.S. (1973): Electrical nonlinear Phenomena in Rocks, Geophysics, 38 106-124.
- KEMNA, A. (2000): Tomographic inversion of complex resistivity. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, Der Andere Verlag.
- KING, T. & OLHOEFT, G. (1989): Mapping Organic Contaminants by detection of Clay-Organic Processes. Proc. of the NWWA Conf. on Petroleum Hydrocarbons and Organic Chemicals in Ground Water: Prevention, Detection and Restoration, Nov. 15-17, Houston.
- KLEIN, J.D. & SHUEY, R.T. (1978): Nonlinear impedance of mineral-electrolyte interfaces: Part I. Pyrite, Geophysics, 43, 1222-1234.
- KOZENY, J. (1927): Über die kapillare Leitung des Wassers im Boden. Sitz. Ber. Akad. Wiss. Wien. Math. Nat. (Abt. IIa), 136a 271-306.
- KRETZSCHMAR, D. (2001): Untersuchungen zur Inversion von spektralen IP-Daten unter

- Berücksichtigung elektromagnetischer Kabelkopplungseffekte. Dissertation, TU Berlin.
- KROUPA, M. (2001): Eindimensionale gemeinsame Inversion von Geoelektrik- und Magnetotellurik-Daten mittels Simulated Annealing unter Berücksichtigung von transversaler Isotropie. Diplomarbeit, TU-Berlin.
- KULENKAMPPFF, J. und SCHOPPER, J.-R. (1989): Die elektrische Gesteinsleitfähigkeit als Poren und Grenzflächenparameter. Freiburger Forschungshefte, 447.
- KULENKAMPPFF, J., & YARAMANCI, U. (1993): Frequency-dependent complex resistivity of rock- salt samples and related petrophysical parameters, *Geophysical Prospecting* 41, 229-239.
- KULENKAMPPFF, J. (1994): Die komplexe elektrische Leitfähigkeit poröser Gesteine im Frequenzbereich von 10 Hz bis 1 MHz – Einflüsse von Porenstruktur und Porenfüllung. Dissertation, TU Clausthal.
- LOCKNER, D.A., BYERLEE, J.D. (1985): Complex Resistivity Measurement of Confined Rock. *J. Geophys. Res.* V.90, p7837-7847.
- LOKE, M.H., LEE, C.Y. & ARAFIN, M.S. (1988): Rapid computation of IP sounding curves, *First Break*, 11, 349-353, Oxford.
- MARSHALL, D.J. & MADDEN, T.R. (1959): Induced Polarisation, a Study of its causes, *Geophysics*, 24, 790-816.
- McEUN, R.B., BERG, J.W. & COOK, K.L. (1959): Electrical Properties of synthetic Metalliferous Ore, *Geophysics*, 24, 510-530.
- MILLETT, F. B., Jr. (1967): Electromagnetic coupling of collinear dipoles on a uniform half-space, *in* SEG Mining Comm., Ed., *Mining geophysics*, **02**: Soc. of Expl. Geophys., 401-422.
- MUNDRY, E. & DENNERT, U. (1980): Das Umkehrproblem in der Geoelektrik. *Geol., Jb.*, E19, 19-38.
- NIEDERLEITHINGER, E. (1990): Zweidimensionale Modellrechnungen zur Untersuchung oberflächennaher Inhomogenitäten in der Geoelektrik. - Diplomarbeit, Inst. f. Ang. Geophysik. der TU Berlin.
- OGILVY, A. A. and KUZMINA, E. N. (1972): Hydrogeologic and engineering-geologic possibilities for employing the method of induced polarization, *Geophysics*, V. 37, N. 5 p839-861.
- OLHOEFT, G. R. (1985): Low-frequency electrical properties. *Geophysics*, 50, 2492-2503.
- OLHOEFT, G. R. and KUNG, T. (1991): Mapping Subsurface Organic Compounds Noninvasively by their Reactions with Clays. Proc. 4th Toxic Substances Hydrology Technical Meeting, March, 1991, Monterey, CA.
- PAPE, H, RIEPE, L. and SCHOPPER, J.R. (1987): Theory of self-similar network structures in sedimentary and igneous rocks and their investigations with microscopical and physical methods. *J. Microscopy*, 148. 121-147.

- PAPE, H.G. (1994): In: Gesteinsmodell – Petrophysik und Umwelt, Kolloquium, Bucha/Sachsen, 6.-9.11.1994.
- PAPE, H.-G., CLAUSER, CH., & IFFLAND, J. (2000): Variations of Permeability with Porosity in Sandstone Diagenesis Interpreted with a Fractal Space Model. *Pure Appl. Geophys.*, 155, 603-619.
- PELTON, W.H., WARD, S.H., HALLOF, P.G., SILL, W.R. & NELSON, P.H. (1978): Mineral discrimination and removal of inductive coupling with multifrequency IP, *Geophysics*, 43, 588-609.
- RADDY, J.K. & RANKIN, D. (1974): Coherence function for magnetotelluric analysis, *Geophysics*, 39, 3, 312-320.
- RADIĆ, T. (1988): Geoelektrische Messungen in SW-Ägypten mit einer digitalen Frequenzbereichs-Geoelektrik, sowie erste Erfahrungen mit einer Referenztechnik (Mehrkanal-Geoelektrik) zur Minderung von künstlichen und natürlichen (tellurischen) Störungen. - In: HAAK, V. & HOMILIUS, J. (1988): Protokoll über das 12. Kolloquium "Elektromagnetische Tiefenforschung", 207-216, Königstein im Taunus.
- RADIĆ, T. (1994): Entwicklung und Erprobung einer Apparatur und zur hochauflösenden Messung der induzierten Polarisierung - Erste Ergebnisse vom Standort Rabenstein. 94-100. - In: DEUTSCHE GEOPHYSIKALISCHE GESELLSCHAFT E.V., 2. DGG-Seminar Umweltgeophysik, Neustadt/Weinstrasse-1993, Sonderband II/1994, Münster.
- RADIĆ, T. (1998): Lockersedimenterkundung mittels Spektraler Induzierter Polarisierung. In (Hrsg.) R Kirsch, 5. DGG-Seminar Umweltgeophysik, Neustadt/Weinstraße, 22.4. - 24.4.1998, DGG-Sonderband II/1999.
- RYSS, YU. S. (1971): Contact mode of polarisation curves; in *Borehole mining geophysics*, G.K. Volosyuk and N.I. Safronov, eds., NEDRA, Leningrad, 322-372 (in Russian).
- SCHÖN, J. (1983): *Petrophysik – Physikalische Eigenschaften von Gesteinen und Mineralen*. Enke, Stuttgart.
- SCHÖN, J. (1996). *Physical properties of rocks - fundamentals and principles of petrophysics*. Pergamon.
- SCHÖNWIESE, CH.-D. (2000): *Praktische Statistik für Meteorologen und Geowissenschaftler*. 3. Auflage, Borntäger, Berlin, ISBN 3-443-01043-1.
- SCHUMANN, W. O. (1952): Über die strahlungslosen Eigenschwingungen einer leitenden Kugel, die von einer Luftschicht und einer Ionosphärenhülle umgeben ist. *Z. Naturforsch.*, 7a, 149, 1952.
- SEARA, J.L. & GRANDA, A. (1987): Interpretation of IP time-domain resistivity sounding for delineating sea-water intrusions in some coastal areas of the northeast of Spain. *Geoexploration* 24, 153–161.
- SUMNER, J.S. (1976): Principles of inducted polarization for geophysical exploration, *Developments in economic Geology.*, 5, Elsevier Scien. Publ. Comp., Amsterdam.

- TELFORD, W.M., GELDART, L.P., SHERIFF, R.E. (1994): Applied Geophysics, Second Edition, Cambridge University Press, ISBN 0-521-33938, USA.
- THIERRY, B., WELLER, A., SCHLEIFER, N., and WESTPHAL, T. (2001): Polarisation effects of wood. Ext. Abst. für Tagungsband zur EEGS, p44-45, Birmingham, 2001.
- VANHALA, H. & SOININEN, H. (1995). "Laboratory technique for measurement of spectral induced polarization response of soil samples." *Geophysical Prospecting* **43**: 655-676.
- VANHALA, H. (1997): Mapping oil-contaminated sand and till with the spectral induced polarization (SIP) method. *Geophysical Prospecting*, 45, 303-326.
- VETTER, K. J. (1961): *Elektrochemische Kinetik*, Springer-Verlag, Berlin - Göttingen - Heidelberg.
- VINEGAR, H. J. and VAXMAN, M. H. (1984): Induced polarization of shaly sands. *Geophysics*, 49, 1267-1287.
- WAGENSTEIN, D. (2002): Zur Unterscheidung toniger und salzwasserführender Sedimente mit dem Verfahren der spektralen induzierten Polarisation (SIP). Diplomarbeit, Universität Bremen.
- WAIT, J.R. (1984) : Electromagnetic response of a discretely grounded circuit. *Geophysics* 49, p.577-580.
- WAIT, J.R. & GRUSZKA, T.P. (1986): On electromagnetic coupling "removal" from induced polarization surveys, *Geoexploration*, 24, 21-27.
- WEIDELT, P. (1986a): Electromagnetic Induction in Three-Dimensional Structures, in Vozoff, K., Ed., *Magnetotelluric methods: Soc. of Expl. Geophys.*, 294-318.
- WEIDELT, P. (1986b): Einführung in die elektromagnetische Tiefenforschung, Monographien zur Vorlesung, Institut für Geophysik und Meteorologie, Technische Universität Braunschweig.
- WELLER, A., GRUHNE, M., SEICHTER, M. & BÖRNER, F.D. (1996): Monitoring hydraulic experiments by complex conductivity tomography. *European Journal of Environmental and Engineering Geophysics I* (1996) 209-228.
- WELLER, A., SCOTT, J.B.T., SCHLEIFER, N. & BARKER, R.D. (2005): The effect of changing the salinity of the groundwater on SIP of sandstones. Extended abstract, SAGEEP, 2005.
- WONG, J. (1979): An electrochemical model of the induced-polarization phenomenon in disseminated sulfide ores, *Geophysics*, 44, 1245-1265.
- WONG, J. & STRANGWAY, D.W. (1981): Induced polarization in disseminated sulfide ores containing elongated mineralization, *Geophysics*, 46, 1258-1268.
- WYNN, J.C. & ZONGE, K.L. (1975): EM Coupling, its intrinsic value, its removal and the cultural coupling problem, *Geophysics*, 40, 831-850.
- WYNN, J.C. & ZONGE, K.L. (1977): Electromagnetic Coupling. *Geophysical Prospecting*, 25, 29-51.

-
- YARAMANCY, U. und MELZER, J (1998): Komplexe elektrische Eigenschaften von Tonen und Tongesteinen im Milli- bis Gigahertzbereich in Abhängigkeit von Chemismus, Gefüge und Zustandsbedingungen. Abschlussbericht zum DFG-Vorhaben Ya 31/2-1.
- ZONGE, K.L., SAUCK, W.A. and SUMNER, J.S. (1972): Comparison of Time, Frequency, and Phase measurements in induced polarization. *Geophysical Prospecting*, 20, 626-648.

Verwendete Symbole

Vektoren werden durch Fettschrift angezeigt, Tensoren (Matrizen) zusätzlich durch einen hochgestellten Balken. Der Vektortyp (Ortsvektor, komplexwertige Größe, Lösungsvektor eines Gleichungssystems u.a.) ergibt sich eindeutig aus dem Zusammenhang oder wird andernfalls besonders gekennzeichnet.

Die im folgenden angeführten am häufigsten verwendeten Symbole, Indizes und Konventionen gelten allgemein. Auf Abweichungen oder nur jeweils einmalig verwandte Schreibweisen wird in den entsprechenden Kapiteln gesondert eingegangen.

Generell werden kartesische Koordinaten (x, y, z) verwendet, wobei x die Ost-, y die Nord- und z die Richtung nach unten anzeigt.

Das im folgenden verwendete Symbol „ \otimes “ ist Substitut für eine beliebige physikalische oder statistische Größe.

Physikalische Größen:

$f = \omega / 2\pi$	Frequenz	Hz=1/s
$\rho = 1 / \sigma$	Spezifischer elektrischer Widerstand	Ωm
K	Geoelektrischer Geometriefaktor	1/m
U	Spannung	V
I	Strom	A
T	Räumlich korrelierte Störspannung	V
E	Elektrische Feldstärke	V/m
$\mathbf{H}=\mu_r\mu_0\mathbf{B}$	Magnetische Feldstärke	
$Z=U/I$	Wechselstromimpedanz	Ω
k	Komplexe Wellenzahl	
δ	Skintiefe	m
j	Stromdichte	A/m ²
$a = K \rho$	Übertragungsfunktion zwischen Strom und Spannung	Ω
$\bar{\mathbf{M}}$	Übertragungstensor des Störfeldes \mathbf{T}	-
δU	Linear nicht vorhersagbare Spannung im Messsignal	V
φ	Phase zwischen zwei harmonischen Signalen	°
ϑ	Azimalwinkel von Nord über Ost zählend	°

Statistische Größen:

D, r	Abstand	m
$\Delta \otimes$	Absoluter Fehler von \otimes	
$\delta \otimes$	Relativer Fehler von \otimes	
γ	Kohärenz	-
$\gamma(\mathbf{A} \mathbf{B}, \mathbf{C})$	Multiple Kohärenz (\mathbf{A} : Ausgang, \mathbf{B} und \mathbf{C} Eingänge)	-
$\gamma(\mathbf{A}, \mathbf{B} \mathbf{C})$	Partielle Kohärenz zwischen \mathbf{A} und \mathbf{B} unter Berücksichtigung von \mathbf{C}	-

Verwendete Indizierung:

$\hat{\otimes}$	Linear vorhersagbare Größe
$\tilde{\otimes}$	Verzerrte Größe
$\overline{\otimes}$	Tensor (Matrix) \otimes
\otimes^T	Transponierte von \otimes
\otimes^*	Konjugiert komplex zu \otimes
\otimes^{-1}	Inverse von
\otimes^i	Fourier Koeffizient der i-ten Teilzeitreihe
\otimes_s	Scheinbare Größe
\otimes_o	Größe bezogen auf die Basispunkt
\otimes_r	Größe bezogen auf den Referenzpunkt
\otimes_a, \otimes_b	Real- und Imaginärteil einer komplexwertigen Größe
\otimes_x, \otimes_y	Horizontalkomponenten eines Ortsvektors
$\otimes_{xx}, \otimes_{xy}, \otimes_{yx}, \otimes_{yy}$	Elemente von $\overline{\otimes}$

Mathematische Konventionen:

$[A, B^*] = 1/N \sum_{i=1}^N A^i B^i$	Normiertes Skalarprodukt
$ A ^2 = [A, A^*]$	Mittelwert über N Realisationen von A
$\ A\ ^2 = A_x^2 + A_y^2$	Länge eines Ortsvektors

Anhang 1 - Herleitung der Ladungsverteilung an Grenzflächen

Im Gleichgewichtsfall ist der Ladungsstrom j_{Feld} in Richtung zum Mineralkorn gleich stark, wie der Diffusionsstrom j_{Diff} vom Mineral weg, aufgrund des Ladungsträgerdichtegradienten:

$$j_{\text{Feld}} = e\mu En = -j_{\text{Diff}} = -eD \frac{dn}{dx} \quad (\text{A1.1})$$

Hier wird vereinfachend angenommen, dass jedes Ion nur eine Ladung trägt und nur eine Ionensorte vorhanden ist. Das ist z.B. in Metallen der Fall. Dividiert man beide Seiten der Gleichung durch n und benutzt die Einstein-Beziehung $\mu = eD/kT$ zwischen Beweglichkeit und Diffusionskoeffizienten, so erhält man

$$eE = -e \frac{\partial U(x)}{\partial x} = -kT \frac{\partial n(x)}{n(x) \partial x} = -kT \frac{\partial \ln n(x)}{\partial x} \quad (\text{A1.2})$$

oder nach der Integration

$$U(x) + \frac{kT \ln n(x)}{e} = U_0 \quad (\text{A1.3})$$

Die Potentialverteilung wird andererseits wesentlich durch die Elektronenverteilung mitbestimmt. Die Feldverzerrung durch Ladungen beschreibt die Poisson-Gleichung:

$$-\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{dE}{dx} = \frac{e n(x)}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad (\text{A1.4})$$

Entwickelt man den $\ln(n)$ in Gleichung A1.2, dann erhält man

$$U(x) + \frac{kT}{e} \frac{n_1(x)}{n_\infty} = U_0 \quad (\text{A1.5})$$

$$\frac{\partial^2 U(x)}{\partial x^2} = -\frac{kT \partial n_1(x)}{e n_\infty \partial x^2} = \frac{e n_1(x)}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

Differenziert man Gleichung A1.5 zweimal nach x und setzt den Wert für d^2U/dx^2 nach Poisson ein:

$$\frac{\partial^2 n_1(x)}{\partial x^2} = -\frac{e^2 n_\infty}{\epsilon_r \epsilon_0 kT} n_1(x) \quad (\text{A1.6})$$

Die Lösung stellt einen exponentiellen Abfall oder Anstieg der Überschusskonzentration von ihrem Wert direkt an der Grenzfläche dar.

$$n_1(x) = n_{10} e^{-x/d} \quad \text{mit} \quad d = \sqrt{\frac{\epsilon_r \epsilon_0 kT}{e^2 n_\infty}} \quad \text{Debye-Hückel-Länge} \quad (\text{A1.7})$$

Anhang 2 - Vergleich der Effizienz verschiedener Anregungssignalformen

Als Kriterium für die Effizienz einer Widerstandsmessung soll gelten, wie viel Messzeit benötigt wird, um in Gegenwart einer bestimmten Rauschdichte δU ein vorgegebenes Signal zu Rauschverhältnis zu erzielen. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit nehmen wir an, dass die Rauschdichte frequenzinvariant sei. Um nachzuweisen, dass die Effizienz einer Messung mit rechteckförmigen Signalen, zumindest von theoretischen Standpunkt aus, die gleiche Effizienz aufweist wie eine Messung mit einem sinusförmigen Signal, geben wir von einer Rechtecksanregung aus und berechnen die S/R-Verhältnisse die bei deren Grund- und Oberwellen erzielt werden. Dann untersuchen wir, wie lange die Anregung mit sinusförmigen Signalen andauern müsste, um die gleichen S/R-Verhältnisse zu erzielen. Bei allen Frequenzen wird, wie bei SIP-Messungen üblich, die gleiche Stromamplitude verwendet.

Im Folgenden vereinbaren wir:

δU Rauschdichte

Δf Frequenzbandweite

U_0, I_0 Amplituden des Rechtecksignals

n Indexiert die Frequenz

N^T Anzahl an Perioden (Rechteck)

N^F Anzahl an Perioden (Sinus)

Das S/R-Verhältnis lässt sich wie folgt darstellen:

$$\frac{S}{R}(f) = \frac{U(f)}{\delta U \sqrt{\Delta f}} \quad (\text{A2.1})$$

Wie üblich hängt die Frequenzbandweite Δf nur von der Dauer der Messung D ab:

$$\Delta f = \frac{1}{D} = \frac{f_0}{N} \quad (\text{A2.2})$$

Ein rechteckförmiges Anregungssignal weist Oberwellen bei ungeradzahligem Vielfachen ($2n+1$) der Grundfrequenz f_0 auf. Die Frequenz f einer beliebigen Oberwelle lässt sich darstellen als:

$$f = f_0(2n+1) \quad \text{mit } n \in \{0, 1, 2, 3, \dots, \infty\} \quad (\text{A2.3})$$

Die Amplitude einer Oberwelle des Rechtecks verhält sich dabei umgekehrt proportional zur Frequenz. Das S/R-Verhältnis kann nun in Abhängigkeit von der Amplitude des Rechtecks, der Rauschdichte und der Frequenz angegeben werden:

$$\frac{S}{R}(f)^T = \frac{4 U_0 f_0}{\pi \delta U f} \sqrt{\frac{N^T}{f_0}} \quad (\text{A2.4})$$

Betrachtet man die Amplitude bei der Grundfrequenz, dann stellt man fest, dass diese um etwas 30 % größer ist als die des Rechtecks. Um einen zu Gleichung A2.4 analogen Ausdruck bei sinusförmigen Anregung zu erhalten, ist zu klären, wie groß dessen Amplitude, ausgedrückt in Vielfachen der Amplitude des Rechtecksignals, ist. Dabei ergeben sich zwei Möglichkeiten:

1. Die Spannungsamplitude ist genauso groß wie die des Rechtecks. Diese Wahl ist sinnvoll, wenn aus technischen oder Gründen der Bedienungssicherheit eine bestimmte Maximalspannung (hier U_0) nicht überschritten werden darf.
2. Die Spannungsamplitude wird so gewählt, dass im Zeitraum $1/f_0$ die gleiche Energie in den Boden eingespeist wird wie beim Rechtecksignal. Dieses Kriterium ist sinnvoll, da die Energieressourcen im Feld sicher immer begrenzt sind und es gilt, diese optimal zu nutzen.

Geht man vom zweiten Kriterium aus, dann muss zunächst die Energie bei Rechteckanregung berechnet werden.

$$P = U_0 I \quad \text{Mittlere Leistung bei Rechteckanregung}$$

$$A = P D \quad \text{Gesamtenergie bei Rechteckanregung im Zeitraum } D$$

Die mittlere Leistung bei sinusförmiger Anregung lässt sich berechnen indem man über eine Periode mittelt:

$$P = \frac{1}{t'} \int_0^{t'} (U \sin \omega_0 t I \sin \omega_0 t) dt = \frac{UI}{t} \left(\frac{1}{2} t - \frac{1}{4\omega} \sin 2\omega_0 t \right) \Big|_0^{t'} = \frac{1}{2} UI \quad (\text{A2.5})$$

$$\text{mit } \omega_0 = 2\pi f_0, \quad t' = 1/f_0$$

Sei R der Widerstand zwischen den beiden Stromelektroden, dann gilt:

$$I_0 = U_0 R, \quad I^F = U^F R \quad (\text{A2.6})$$

Mit $P^T = P^F$ folgt

$$U^F I^F = 2U_0 I_0 \quad (\text{A2.7})$$

und schließlich

$$(U^F)^2 2R = 2(U_0)^2 R \Rightarrow U^F = \sqrt{2} U_0 \quad (\text{A2.8})$$

Wir können nun das S/R-Verhältnis angeben, dass sich bei einer SIP-Messung ergibt, wenn ein Sinus verwendet wird, der die gleiche mittlere Leistung aufweist, wie die Rechteckanregung.

$$\frac{S}{R} (f)^F = \frac{\sqrt{2} U_0}{\delta U} \sqrt{\frac{N^F}{f_0}} \quad \text{Amplitude der Frequenzbereichsmessung} \quad (\text{A2.9})$$

Als nächsten Schritt gilt es die Zeit zu ermitteln, die nötig ist, um mit einer SIP-Messung zum gleichen S/R-Verhältnis zu gelangen. Wir setzen hierzu beide S/R-Verhältnisse einer beliebigen Oberwelle gleich:

$$\frac{S}{R} (f)^F = \frac{S}{R} (f)^T = \frac{\sqrt{2} U_0}{\delta U} \sqrt{\frac{N^F}{f_0}} = \frac{4 U_0 f_0}{\pi \delta U f} \sqrt{\frac{N^T}{f_0}} \quad (\text{A2.10a})$$

$$\Rightarrow \sqrt{2N^F} = \frac{f_0}{f} \sqrt{\frac{16}{\pi^2} N^T} \Rightarrow \frac{N^F}{N^T} = \frac{f_0^2}{f^2} \frac{8}{\pi^2} = \frac{1}{(2n+1)} \frac{8}{\pi^2} \quad (\text{A2.10b})$$

Der Ausdruck N^F/N^T steht für die relative Zeit, die die Sinusanregung bei einer bestimmten Oberwelle andauert. Ganz offensichtlich nimmt diese Zeit umgekehrt proportional mit dem Quadrat der Frequenz ab.

Bildet man nun die Summe über alle relativen Zeiten, so ergibt sich:

$$\frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} = \frac{8}{\pi^2} \frac{\pi^2}{8} = 1 \quad (\text{A2.11})$$

Zeit- und Frequenzbereichsmessungen erfordern demnach die gleiche Zeit um ein gegebenes S/R-Verhältnis zu erzielen.

Anhang 3

Tabellarischer Lebenslauf gemäß § 5 (1) der Promotionsordnung

Name: Tino Radić
Geburtsdatum: 13.4.1957
Geburtsort: Berlin
Familienstand: seit 1985 verheiratet, zwei Kinder
Staatsangehörigkeit: deutsch

Schulbildung:
1964 - 1968
Oskar-Heinroth-Grundschule, Berlin
1968 - 1976
Walter-Gropius-Gesamtschule, Berlin
Abitur im Juni 1976

Wehrdienst/Zivildienst:
Keinen geleistet

Hochschulbildung:
1976 – 1984
Studium der Geophysik an der Freien Universität Berlin

Juli 1984
Diplom im Fach Geophysik an der Freien Universität Berlin

1985 - 1989
Wissenschaftlicher Mitarbeiter der TU Berlin
im Projekt „Geowissenschaftliche Probleme in ariden Gebieten“

1990 - 1994
Wissenschaftlicher Mitarbeiter der TU Berlin
im Projekt „Erkundung des Untergrundes von Deponien“

1994 - 1999
Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der
Physikalisch-Technischen-Bundesanstalt Berlin
im Projekt „SQUID-System für hochauflösende geophysikalische
Messungen (LFM)“

Seit März 2000
freiberufliche Tätigkeit und Gründung der Firma *Radic Research*

Danksagung

Herrn Prof. Dr. H. Burkhardt danke ich für kontinuierliche Unterstützung und das von Anbeginn in mich gesetzte Vertrauen, auch für die komplexen instrumentellen Entwicklungsarbeiten immer eine praktikable Lösung zu finden. Danken auch für den notwendigen Freiraum, um unkonventionell Methoden wie etwa die Referenztechnik erproben zu können.

Meinen Kollegen Heinrich Brasse, Michael Kalkbrenner und Kristof Schuster sei gedankt sowohl für die kooperative Zusammenarbeit bei den aufwendigen Geländearbeiten in Ägypten bzw. im Sudan als auch bei den ergiebigen Diskussionen daheim. Rainer Fiedler-Volmer für die logistische Unterstützung bei den Messungen. Erwähnen möchte ich auch Manfred Schmarsow und Udo Schenkluhn für die Unterstützung im Gelände und bei der Anfertigung von Messzellen und Gehäusen.

Der Erfolg der Feldarbeiten wurde nicht zuletzt aber erst durch hochmotivierte Studenten möglich. Für die vielen Meter eingeschlagener und gezogener Elektroden-Spieße und die ungezählt vielen Kilometer auf und abgerollter Kabel sei allen Beteiligten gedankt. Insbesondere die Mehrfachteilnehmer Ernst Niederleithinger, Gert Plaumann und Reiner Wackerle sind hier zu nennen.

Ohne die Zurverfügungstellung eines 3D-Wechselstromgeoelektrikprogramms durch Prof. Dr. Peter Weidelt und dessen Erweiterung um die Frequenzabhängigkeit des Widerstandes durch Volker Rath wären die umfangreichen Modellrechnungen nicht möglich gewesen. Verdient gemacht haben sich auch Ralf Lienau und Peter Feucht bei der Konzeptionierung und sehr schnellen Erstellung der Signalprozessorelektronik bzw. der Stromquelle.

Einen besonderen Dank schulde ich meiner Frau und meinen beiden Söhnen, die die Belastungen, die die Arbeit mit sich brachten, mit viel Geduld mittrugen.