



Jenseits von Sichardt – empirische Formeln zur Bestimmung der Absenkreichweite eines Brunnens und ein Verbesserungsvorschlag

Annika Desens¹ · Georg J. Houben¹

Eingegangen: 10. Mai 2021 / Überarbeitet: 17. August 2021 / Angenommen: 18. August 2021 / Online publiziert: 9. Dezember 2021
© Der/die Autor(en) 2021

Zusammenfassung

Die Kenntnis der Absenkreichweite eines Brunnens ist eine für viele Anwendungen in der Hydrogeologie wichtige, aber nicht immer einfach zu bestimmende Größe. Häufig werden daher empirische Formeln zur Berechnung genutzt, im deutschen Sprachraum besonders die Formel von Sichardt. Im Rahmen dieser Arbeit konnte durch einen Vergleich mit einem analytischen Modell der Brunnenzuströmung zunächst festgestellt werden, in welchem Bereich die Sichardt-Formel am besten funktioniert, nämlich bei sandig-kiesigen Grundwasserleitern mit einer Porosität um 30 % und einer Mächtigkeit von ca. 15 m. Um die Anwendbarkeit der Gleichung über diesen Bereich hinaus zu erweitern, d. h. für abweichende Porositäten und Mächtigkeiten, wurde ein Korrekturfaktor entwickelt, der einfach berechnet oder aus einem Nomogramm abgelesen werden kann. Da empirische Verfahren naturgemäß limitiert sind, kann für komplexere Aufgaben die Anwendung mathematisch anspruchsvoller Modelle erforderlich werden.

Schlüsselwörter Reichweite · Absenkung · Pumpversuch · Sichardt · Anwendungsbereich

Beyond Sichardt—empirical equations for the determination of the radius of influence of a well

Abstract

The radius of influence of a pumping well is an important parameter for many hydrogeological applications but is not always easy to determine. In many cases, empirical equations are thus used. In German-speaking countries, the most abundantly used method is the Sichardt method. Comparing this to an analytical model of well flow allowed identifying its optimum range of application, namely sandy to gravely aquifers with porosities around 30% and thicknesses of 15 m. In order to broaden the range of application, which is for differing porosities and aquifer thicknesses, a correction factor was developed, which can be easily calculated or read of from a nomogram. Since all empirical methods are limited, difficult tasks may require mathematically more complex methods.

Keywords Cone of depression · Radius of influence · Drawdown · Pump test · Sichardt

Problemstellung

Die Absenkreichweite eines fördernden Brunnens, oft kurz als Reichweite R oder R_0 bezeichnet, ist definiert als die Entfernung von der Brunnenachse, an der die durch den Brunnen verursachte Absenkung Null wird, d. h. der natürliche, initiale Grundwasserstand wieder erreicht ist. Sie ist eine wichtige Kenngröße in der Hydrogeologie, da sie z. B. ein wichtiger Parameter bei der Verwendung der Dupuit-Thiem-Gleichung ist (Gl. 1 und 2, Abb. 1), welche u. a. bei der Auswertung von Pumpversuchen (Langguth und Voigt 2004), der Brunnenbemessung (z. B. Treskatis 2017)

✉ Georg J. Houben
georg.houben@bgr.de

¹ Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe (BGR),
Stilleweg 2, 30655 Hannover, Deutschland

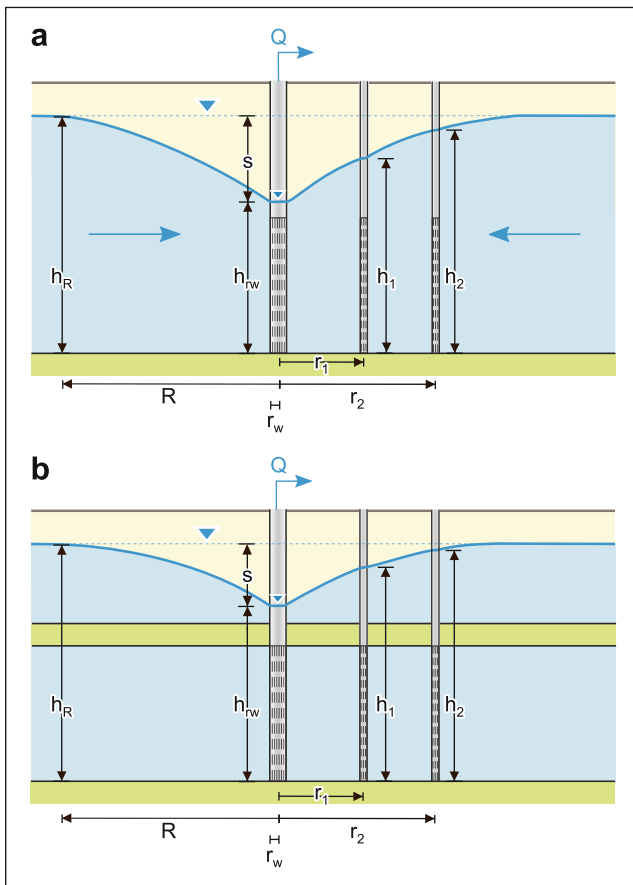


Abb. 1 Schematisches Schnittbild des Absenktrichters eines Brunnens in einem freien (a) sowie in einem gespannten (b) Grundwasserleiter. In grün sind Grundwasser-Geringleiter dargestellt

Fig. 1 Schematic cross section of the cone of depression of a well in an unconfined (a) as well as in a confined (b) aquifer. Aquitards are shown in green

und der Planung von Baugrubenentwässerungen (z.B. Herth und Arndts 1994) häufig zur Anwendung kommt. Für den vollkommen verfilterten Brunnen bei horizontaler radialsymmetrischer Anströmung aus einem Grundwasserleiter mit umgebenden Festpotenzialrand lautet die Dupuit-Thiem-Gleichung nach Treskatis (2017).

(freier Grundwasserleiter)

$$Q = \pi \cdot K \cdot \frac{h_2^2 - h_1^2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (1)$$

(gespannter Grundwasserleiter)

$$Q = 2\pi \cdot K \cdot B \cdot \frac{h_2 - h_1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (2)$$

mit

$Q =$ Fördermenge [m^3/s]

$K =$ Durchlässigkeitsbeiwert [m/s]

$r_1, r_2 =$ Abstand Messstelle von der Brunnenachse mit $r_2 > r_1$ [m]

$h_1, h_2 =$ Absenkung des Grundwassers bei Abstand r_1, r_2 [m]

$h_2 - h_1 =$ Absenkung zwischen zwei Messstellen im Abstand r_2 und r_1 . Mit $r_2 = R$ und $r_1 = r_0$ ergibt sich die Absenkung s im Brunnen [m]

$B =$ Mächtigkeit Grundwasserleiter [m]

Dabei wird oft behelfsweise $r_2 = R$ gesetzt, weil in der Regel nur wenige Messstellen zur Verfügung stehen.

Des Weiteren ist die Reichweite für viele praktische Fragestellungen von Belang: mit ihr kann abgeschätzt werden, ob durch eine Grundwasserentnahme ein benachbartes Feuchtgebiet oder ein setzungsgefährdeter Bereich betroffen werden könnte. Auch für den Pumpversuch ist die Kenntnis der Reichweite bereits a priori wichtig, damit die richtigen Beobachtungsmessstellen im passenden Abstand gebohrt werden bzw. von den Existierenden nur die herangezogen werden, die innerhalb des Absenktrichters liegen. Außerdem dient sie dazu übermäßige Absenkungen durch überlappende Absenktrichter in einem Brunnenfeld zu minimieren.

Ein klassisches Verfahren zur Bestimmung der Reichweite ist die Abstands-Absenkungsmethode nach (Cooper und Jacob 1946). Bei Pumpversuchen mit mindestens zwei, besser mehr, Messstellen in verschiedenen Entfernungen zum Brunnen, können die darin gemessenen Absenkungen zu einem gemeinsamen Zeitpunkt, z.B. bei Beharrung, gemessen und in einem Diagramm als Funktion des Abstandes dargestellt werden. Bei nicht allzu heterogenen Bedingungen fallen diese Werte auf eine Gerade. Durch Extrapolation bis zur Absenkung Null kann die Absenkreichweite erhalten werden. Die Genauigkeit dürfte jedoch auch hier selten besser als ein paar zehner Meter sein, weil oft nur wenige Messstellen vorhanden sind.

Eine weitere Problematik bei der Bestimmung der Absenkung in verschiedenen Abständen zum Brunnen stellen die auftretenden Messungenauigkeiten dar. In einiger Entfernung vom Brunnen wird die Absenkung so klein, dass sie in den Fehlergrenzen der Messung und den natürlichen Schwankungen des Grundwasserspiegels verschwindet. Die Messungenauigkeiten der derzeit verwendeten Geräte zur Grundwasserstandsmessung, z.B. von Lichtloten, erlauben eine Messung maximal mit einer Genauigkeit auf der Zentimeterskala. Die Geräte unterliegen zudem oft einer Alterung, z.B. einer Auslängung des Maßbandes über die Zeit, sodass mit verschiedenen Lichtloten in der gleichen Messstelle unterschiedliche Abstiche gemessen werden. Auch elektronisch gesteuerte Druckmessgeräte zeigen

oft Abweichungen vom Realwert, z. B. durch eine Drift der Zeitmessung oder mangelhafte Korrekturen für den Luftdruck. Diese Probleme und die dadurch verursachten Messungenauigkeiten sind bei Rau et al. (2019) eindrücklich beschrieben. Zudem unterliegen Grundwasserstände natürlichen, auch kurzfristigen Schwankungen, die ebenfalls im Bereich von Zentimetern oder gar Dezimetern liegen können. Diese können durch Schwankungen der Wasserstände in Vorflutern, schnell versickernde Starkregenereignisse, Gezeiten und das An- und Ausschalten benachbarter Brunnen verursacht werden. Es sollte noch darauf hingewiesen werden, dass die Absenkung nach Dupuit-Thiem streng genommen nur die durch den Grundwasserleiter verursachten Verluste berücksichtigt, jedoch nicht die durch das Brunnenbauwerk bedingten. Letztere können bei ungünstigen Bedingungen (Bemessungsfehler des Brunnens, Verockerung) erheblich sein.

Aufgrund der o. g. Schwierigkeiten der Bestimmung der Reichweite mit der Abstands-Absenkungsmethode, durch in nicht ausreichender Zahl zur Verfügung stehende Messstellen oder Messungenauigkeiten, haben verschiedene Autoren versucht, empirische und semi-empirische Gleichungen zu entwickeln, von denen die Sichardt-Methode die bekannteste ist.

Ziel dieser Studie ist es, die Eignung und den Anwendungsbereich insbesondere der Sichardt-Gleichung zu beleuchten und Korrekturfaktoren zu ermitteln, die ihre Anwendbarkeit für die tägliche Praxis, z. B. in Ingenieurbüros, verbessert und den Anwendungsbereich erweitert.

Methodik

Reichweitenbestimmung für einen freien Grundwasserleiter

Im deutschen Sprachraum wird das Verfahren nach Sichardt zur Reichweitenabschätzung in einem freien Grundwasserleiter am häufigsten angewendet. Es wird gelegentlich auch in englischsprachigen Lehrbüchern und Publikationen erwähnt (Bear 2007). In vielen Lehrbüchern wird es fälschlich auf eine Publikation von Willy Sichardt (1928) über die Brunnenbemessung zurückgeführt (z. B. Hölting und Coldewey 2013; Treskatis 2017), in der die Formel allerdings gar nicht vorkommt. Die richtige Quelle ist die zweite Auflage des Lehrbuchs „Grundwasserabsenkung bei Fundierungsarbeiten“ von Wilhelm Kyrieleis, die von Sichardt überarbeitet wurde und in der er seine Methode erstmals vorstellt. Das richtige Zitat ist also Kyrieleis und Sichardt (1930).

Die Reichweite R berechnet sich nach dem Sichardt-Verfahren gemäß Gl. 3, wobei diese nicht dimensionsgerecht ist:

$$R_{\text{Sich}} = 3000 \cdot s \cdot \sqrt{K} \quad (3)$$

mit

- R = Absenkungsreichweite [m]
 s = Absenkung im Brunnen [m]
 K = Durchlässigkeitsbeiwert [m/s]

Der Entwickler der Gleichung, der Bauingenieur Willy Sichardt (1890 Neudietendorf–1953 Bremen), Studium und Promotion an der TU Berlin, war einige Jahre in der Abteilung für Grundwasserabsenkung der Siemens & Halske AG bzw. Siemens Bauunion GmbH beschäftigt. Aus seinen Arbeiten zur Baugrundentwässerung, hauptsächlich in den norddeutschen Lockergesteinen, die auch in seine Dissertation mündeten (Sichardt 1927), leitete er die o. g. Gleichung ab. Sie gilt daher sinngemäß nur für sandig-kiesige, freie Grundwasserleiter.

Die Formel nach Kusakin (Aravin und Numerov 1953) verwendet einen ähnlichen Ansatz wie Sichardt, berücksichtigt zusätzlich jedoch auch die wassererfüllte Mächtigkeit des Grundwasserleiters, H (Bear 2007). Sie wird in der deutschen Literatur ebenfalls häufig (z. B. Hölting und Coldewey 2013) und in der internationalen Literatur gelegentlich erwähnt (z. B. Bear 2007):

$$R_{KE} = 575 \cdot s \cdot \sqrt{K \cdot H} \quad (4)$$

mit

- H = initiale wassererfüllte Mächtigkeit des freien Grundwasserleiters [m]

Etwas seltener wird die semi-empirische und dimensionsgerechte Gleichung nach Weber (1928) verwendet, z. B. bei Treskatis (2017):

$$R_W = 3 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot K \cdot t}{n_e}} \quad (5)$$

mit

- t = Zeit ab Beginn der Förderung [s]
 n_e = effektive Porosität [–]

Die Gleichung von Weber nimmt die sehr viel spätere, auf Cooper und Jacob (1946) beruhende analytische Gleichung nach Bear (2007) vorweg, allerdings mit einem anderen Vorfaktor.

Kusakin hat neben der o. g. empirischen auch eine semi-empirische und dimensionsgerechte Gleichung hinterlassen (Bear 2007), die bis auf den Vorfaktor identisch mit der von Weber (1928) ist:

$$R_{KSe} = 1,9 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot K \cdot t}{n_e}} \quad (6)$$

Der Vollständigkeit halber sollte noch die ebenfalls semi-empirische und dimensionsgerechte Gleichung von Lembke erwähnt werden (Bear 2007), die aufgrund der Berücksichtigung der oft schwierig zu bestimmenden Grundwasserneubildungsrate etwas exotisch wirkt. Sie wird daher hier nicht weiter diskutiert.

$$R_L = H \cdot \sqrt{\frac{K}{2 \cdot N}} \quad (7)$$

mit

N = Grundwasserneubildungsrate [m/s]

In der Literatur finden sich noch weitere Herangehensweisen, welche die Reichweite mittels eines analytischen Ansatzes bestimmen. Für einen ungespannten Grundwasserleiter verwendet El-Hames (2020) die Dupuit-Thiem-Gleichung für die Entnahmemenge aus dem Brunnen und bestimmt mit Hilfe der Darcy-Gleichung den Zufluss zum Brunnen. Durch die Annahme, dass im stationären Zustand beide Mengen gleich sein müssen, erhält man durch Gleichsetzen eine Formel für die Reichweite, die aber weiterhin von der Reichweite selbst abhängt. Die sich daraus ergebende iterative Berechnung scheint aufgrund des Rechenaufwands für die Praxis wenig geeignet. Daher wird diese Lösung hier nicht weiter berücksichtigt.

Basierend auf Herth und Arndts (1994) schlagen Weyrauch und Schöffel (2004) eine Minimalreichweite R_{\min} vor (Gl. 3):

$$R_{\min} = 5400 \cdot \sqrt{K \cdot H} \quad (8)$$

mit

R_{\min} = minimale Absenkungsreichweite [m]

Dabei sollen die konstanten Zahlenwerte die Einheit [\sqrt{s}] haben, sodass die Gleichungen dimensionsgerecht werden.

Reichweitenbestimmung für einen gespannten Aquifer

Verschiedene Autoren haben heuristische Abschätzungen für die Reichweite eines Brunnens in einem gespannten Grundwasserleiter ermittelt. Diese sind gemäß Bresciani et al. (2020) alle von der Form:

$$R = C \cdot \sqrt{\frac{T \cdot t}{S}} \quad (9)$$

mit

T = Transmissivität [m^2/s] = $K \cdot m$

S = Speicherkoeffizient [-]

C stellt einen Vorfaktor dar, der von verschiedenen Grenzwerten für die Abschätzung der Absenkung abhängt und dessen Herleitung in den jeweilig genannten Literaturhinweisen zu finden ist.

Muskat (1934), Van Poolen (1964), Vela und McKinley (1970) und Lee (1981) bestimmen diesen Vorfaktor trotz verschiedener Systemannahmen jeweils mit dem Wert 2:

$$R_{M,vP} = 2 \cdot \sqrt{\frac{T \cdot t}{S}} \quad (10)$$

Jones (1962) ermittelt einen Vorfaktor vom Wert 4:

$$R_J = 4 \cdot \sqrt{\frac{T \cdot t}{S}} \quad (11)$$

Nach Hurst (1968) ergibt sich der Vorfaktor zu 2,83, wobei hier die Reichweite nach dem Beenden des Pumpens (mit konstanter Pumprate) zu Grunde gelegt wird:

$$R_H = 2,83 \cdot \sqrt{\frac{T \cdot t}{S}} \quad (12)$$

Für instationäre Strömungsverhältnisse im gespannten Grundwasserleiter haben Cooper und Jacob (1946) eine Annäherung der Theis-Gleichung zur Berechnung der Absenkung abgeleitet. Verschiedene Autoren bestimmten auf dieser Grundlage eine zeitabhängige Formel zur Reichweitenbestimmung (z. B. Bear 2007; Odenwald et al. 2018), die im Folgenden als CJB-Modell abgekürzt wird. Der Vorfaktor C ergibt sich hier zu 1,5:

$$R_{CJB} = 1,5 \cdot \sqrt{\frac{K \cdot B \cdot t}{S}} \quad (13)$$

Nach Weyrauch und Schöffel (2004) gilt für die Mindestreichweite in einem gespannten Grundwasserleiter:

$$R_{\min} = 18.000 \cdot \sqrt{K \cdot B} \tag{14}$$

Bresciani et al. (2020) haben mehrere analytische Lösungen hergeleitet, dabei unterscheiden sie zwischen verschiedenen Definitionen der Reichweite. Wird das sogenannte absolute Absenkungskriterium angewendet, entspricht die Reichweite dem Abstand an welchem die Absenkung einem festzulegenden Wert entspricht.

Daraus folgt für die Reichweite:

$$R_{\text{abs}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{T \cdot t \cdot E_1^{-1}(s_c^*)}{S}} \tag{15}$$

mit

E_1 = Brunnenfunktion [-]

s_c^* = dimensionsloses absolutes Absenkungskriterium [-]

Das relative Absenkungskriterium hingegen definiert die Reichweite als maximalen Abstand vom Brunnen, an welchem die Absenkung deutlich kleiner ist als die Absenkung im Brunnen.

Es gilt:

$$\frac{\text{Absenkung bei R}}{\text{Absenkung im Brunnen}} = \alpha \tag{16}$$

mit

α = relativer Grenzwert [-]

Dabei stellt α den festzulegenden Grenzwert dar. Nach Van Poolen (1964) und Bresciani et al. (2020) zeigt sich in der praktischen Anwendung ein Wert von $\alpha=0,01$ als geeignet.

Die Reichweite nach dem relativen Kriterium ergibt sich wie folgt:

$$R_{\text{rel}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{T \cdot t \cdot E_1^{-1}(\alpha \cdot E_1(u_w))}{S}} \tag{17}$$

mit

$$u_w = \frac{S \cdot r_w^2}{4\pi \cdot T \cdot t}$$

r_w = Brunnenradius [m]

Näheres zur Herleitung und der Berechnung der Reichweiten nach Bresciani et al. (2020) findet sich in der ent-

sprechenden Literatur und den zugehörigen Berechnungshilfen für Python.

Da die heuristischen Gleichungen zur Bestimmung der Absenkung in einem gespannten Grundwasserleiter von Q unabhängig sind, können diese laut Bresciani et al. (2020) mit dem relativen Absenkungskriterium verglichen werden. Daher werden im Folgenden für den Vergleich der verschiedenen Reichweitenbestimmungen in einem gespannten Grundwasserleiter die oben geschilderten heuristischen Gleichungen und das relative Absenkungskriterium nach Bresciani et al. (2020) verwendet.

Ergebnisse und Diskussion

Vergleich der Reichweitenabschätzungen für einen freien Grundwasserleiter

Der Vergleich der mit den oben genannten empirischen Lösungen erhaltenen Reichweiten, in Abhängigkeit des Durchlässigkeitsbeiwertes für verschieden mächtige freie Grundwasserleiter ist in Abb. 2 dargestellt. Die Reichweite nach Sichardt (Gl. 3) bzw. nach der von Kusakin empirisch ermittelten Abschätzung (Gl. 4) ist hier für eine Absenkung von $s=1\text{ m}$ berechnet. Für die zeitabhängigen Abschätzungen wird $t=1\text{ d}$ gesetzt, da hier grob angenommen werden kann, dass ein stationärer Zustand erreicht ist. Nimmt die Durchlässigkeit zu, nehmen auch die Unterschiede in den ermittelten Reichweiten deutlich zu. Wird z.B. ein Grundwasserleiter mit einer Mächtigkeit von 20m und einer Durchlässigkeit von $1 \cdot 10^{-3}\text{ m/s}$ betrachtet, ergeben sich für die Reichweite Werte zwischen 81m und 763m (siehe Abb. 2b). Auch ergibt sich, dass mit zunehmender Mächtigkeit des Grundwasserleiters sich die Unterschiede zwischen den verschiedenen Abschätzungen vergrößern. Dies verdeutlicht, wie wichtig in der Praxis die Wahl der geeigneten empirischen Abschätzung ist.

Zwischen den empirischen Reichweitenformeln von Sichardt und Kusakin sind die kleinsten Unterschiede zu erkennen, da beide lediglich von der Absenkung im Brunnen, sowie der Wurzel aus dem K-Wert und einem Vorfaktor abhängen, der sich bei Sichardt zu 3000 und bei Kusakin zu $575 \cdot \sqrt{H}$ ergibt. Da bei einer Mächtigkeit des Grundwasserleiters von ca. 30m (Abb. 2c) der Vorfaktor in der Formel nach Kusakin etwa 3000 beträgt, wird hier ein ähnlicher Kurvenverlauf wie für die Reichweitenabschätzung nach Sichardt erreicht.

Vergleich der Reichweitenabschätzungen für einen gespannten Grundwasserleiter

Abb. 3 zeigt den Vergleich der verschiedenen oben aufgeführten Reichweitenabschätzungen und -berechnungen

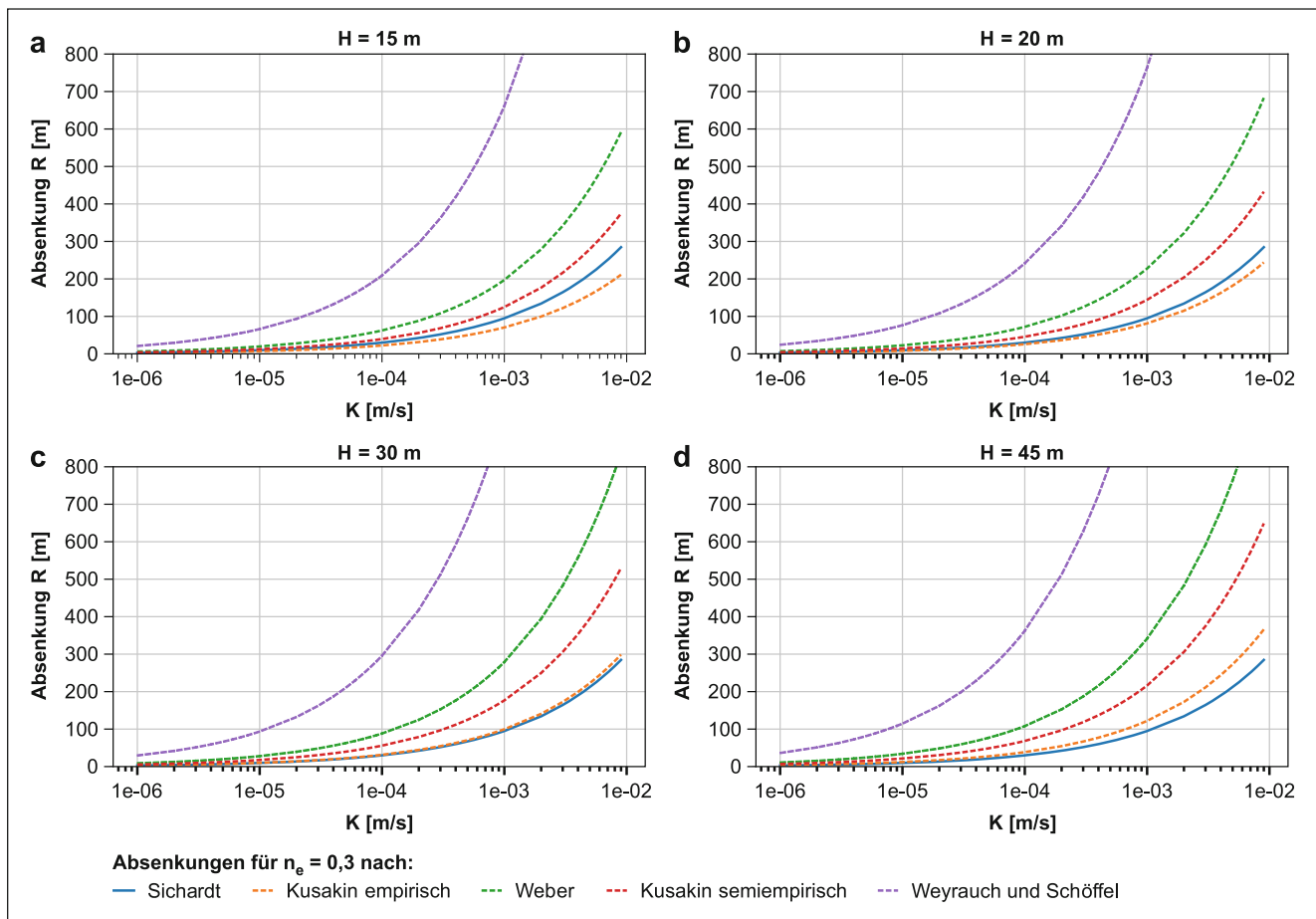


Abb. 2 Vergleich der Lösungen für die Reichweitenbestimmung in einem freien Grundwasserleiter für verschiedene Durchlässigkeiten (K) und initial wassergefüllte Mächtigkeiten (H). Die effektive Porosität (n_e) ist hier zu 0,3 gesetzt. Für die Sichardt-Formel und die empirische Abschätzung nach Kusakin wird eine Absenkung (s) von 1 m angesetzt

Fig. 2 Comparison of several solutions for determining the radius of influence in an unconfined aquifer for different hydraulic conductivities (K) and saturated thicknesses (H). The effective porosity (n_e) is set to 0.3. For the Sichardt equation and the empirical estimation according to Kusakin a drawdown (s) of 1 m is assumed

für unterschiedlich mächtige, gespannte Grundwasserleiter. Wie bei den freien Grundwasserleitern ergibt sich auch hier, dass mit zunehmender Durchlässigkeit des Grundwasserleiters die empirischen Lösungen (gestrichelte Linien) und die analytischen Lösungen (durchgezogene Linien) zunehmend abweichende Reichweiten ergeben. Die nach Weyrauch und Schöffel (2004) berechnete Mindestreichweite weicht für alle betrachteten Fälle deutlich von den anderen Lösungen ab. Im Allgemeinen sind Abschätzungen der Reichweite für gespannte Grundwasserleiter ohne zeitlichen Bezug nicht sinnvoll, da hier die Reichweite eine instationäre Größe ist. Dies kann zu der deutlichen Abweichung der Mindestreichweite im Vergleich zu den anderen Abschätzungen führen. Die analytische Formel nach Bresciani et al. (2020) stellt einen guten Mittelwert (blaue Linie) zu allen empirischen Formeln dar, ist jedoch aufgrund der umfangreichen Berechnung in der täglichen Praxis im Ingenieurbüro kaum anwendbar. Die Reichwei-

ten nach Muskat (1934), Van Poolen (1964), Vela und McKinley (1970) und Lee (1981) (gelbe Linie) liefern für Durchlässigkeitsbeiwerte $K > 2 \cdot 10^{-4}$ m/s sehr ähnliche Werte wie die analytische Lösung nach Bresciani et al. (2020) (blaue Linie) und die Abweichung beträgt hier zwischen 9% und 15%. Für sehr kleine Durchlässigkeitsbeiwerte ($K < 2 \cdot 10^{-4}$ m/s) liefert die Formel nach Hurst die beste Annäherung an die analytische Lösung. In der Praxis empfiehlt sich, bei der Abschätzung von Umweltauswirkungen der Absenkung z.B. auf Feuchtgebiete zur Reichweitenabschätzung in einem gespannten Grundwasserleiter einen Vorfaktor zwischen 2 und 2,83 zu wählen.

Stehen jedoch Absenkeziele im Vordergrund (z.B. bei der Dimensionierung von Bauwasserhaltungen) ist zur Abschätzung von Risiken bzw. zur Ausarbeitung von Sicherheitskonzepten die Reichweite besser zu unterschätzen, um auf der sicheren Seite zu liegen.

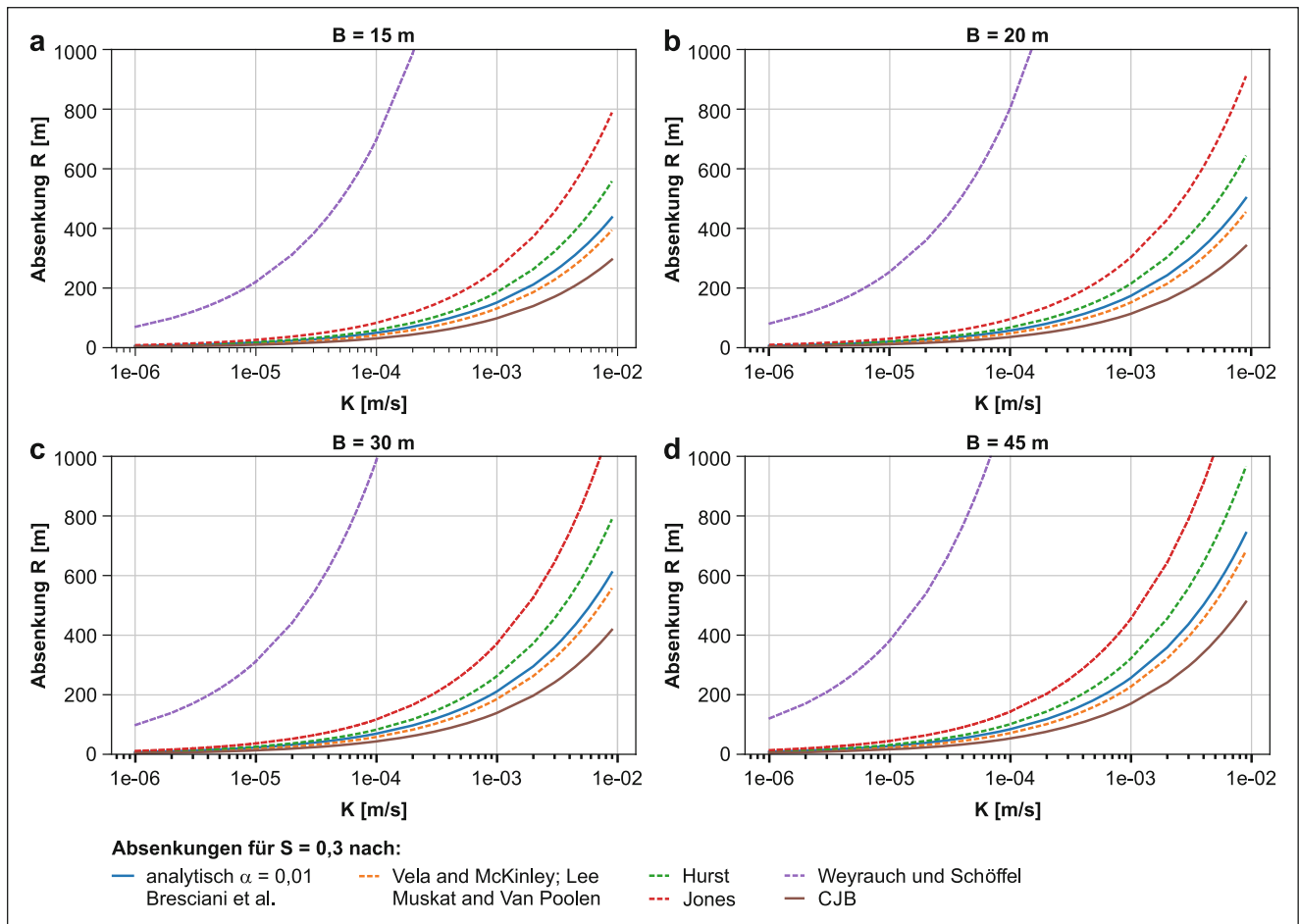


Abb. 3 Vergleich der empirischen (gestrichelte Linien) und analytischen Lösungen (durchgezogene Linien) für die Reichweitenbestimmung in einem gespannten Grundwasserleiter für verschiedene Durchlässigkeiten (K) und Mächtigkeiten der wasserführenden Schicht (B). Der Speicherkoeffizient (S) entspricht hier der effektiven Porosität (n_e) und ist zu 0,3 gesetzt

Fig. 3 Comparison of empirical (dashed line) and analytical solutions (solid line) for determining the radius of influence in a confined aquifer for different hydraulic conductivities (K) and aquifer thicknesses (B). The storage coefficient (S) corresponds to the effective porosity (n_e) and is set to 0.3

Optimierung der Sichardt-Gleichung mit Hilfe der analytischen CJB-Lösung

Bei empirischen Gleichungen besteht immer die Gefahr, dass diese unkritisch, d.h. auch außerhalb des Rahmens eingesetzt werden, den die Ursprungsdaten abgesteckt hatten. Leider haben es Kyrieleis und Sichardt (1930) versäumt, die Rohdaten anzugeben, auf denen die Sichardt-Formel beruht. Daher ist wenig über ihre Anwendungsgrenzen und Unsicherheiten bekannt. Besonderheiten der Gleichungen nach Sichardt und Kusakin sind, dass bei beiden die Reichweite unabhängig von der Fördermenge und der Dauer der Förderung ist, wobei bei Sichardt auch die Mächtigkeit des Grundwasserleiters keine Rolle spielt. Der empirische Charakter der beiden Gleichungen ist insbesondere daran zu erkennen, dass sie nicht einheitsgetreu sind. Während die Reichweite in [m] berechnet werden soll, ergeben sich rechts des Gleichheitszeichens die Einhei-

ten $[\sqrt{m^3/s}]$ bzw. $[m^2/\sqrt{s}]$. Bereits Weyrauch und Schöffel (2004) hatten eindrücklich auf die Probleme der undifferenzierten Anwendung der Sichardt-Gleichung bei der Anwendung in der Dupuit-Thiem-Gleichung hingewiesen. Hier soll also untersucht werden, in welchem Wertebereich die Sichardt-Gleichung funktioniert und in welchem sie ungeeignet ist und ob sie – nach nunmehr fast 90 Jahren Anwendung – noch eine Zukunft hat, ggf. in einer modifizierten Version. Ihren großen Vorteil, nämlich die Einfachheit, gilt es für die planerische Praxisanwendung zu bewahren. Es wird im Folgenden gezeigt, warum und wie eine Optimierung der Reichweitenbestimmung nach Sichardt durch Anpassung an die CJB-Formel erfolgen kann. Zunächst erscheint die Anpassung einer empirischen Reichweitenbestimmung für einen ungespannten Grundwasserleiter mit stationären Verhältnissen (Gl. 3) an eine analytische Lösung für einen gespannten Grundwasserleiter (Gl. 13) unter instationären Bedingungen unplausibel. Zudem ist der Speicher-

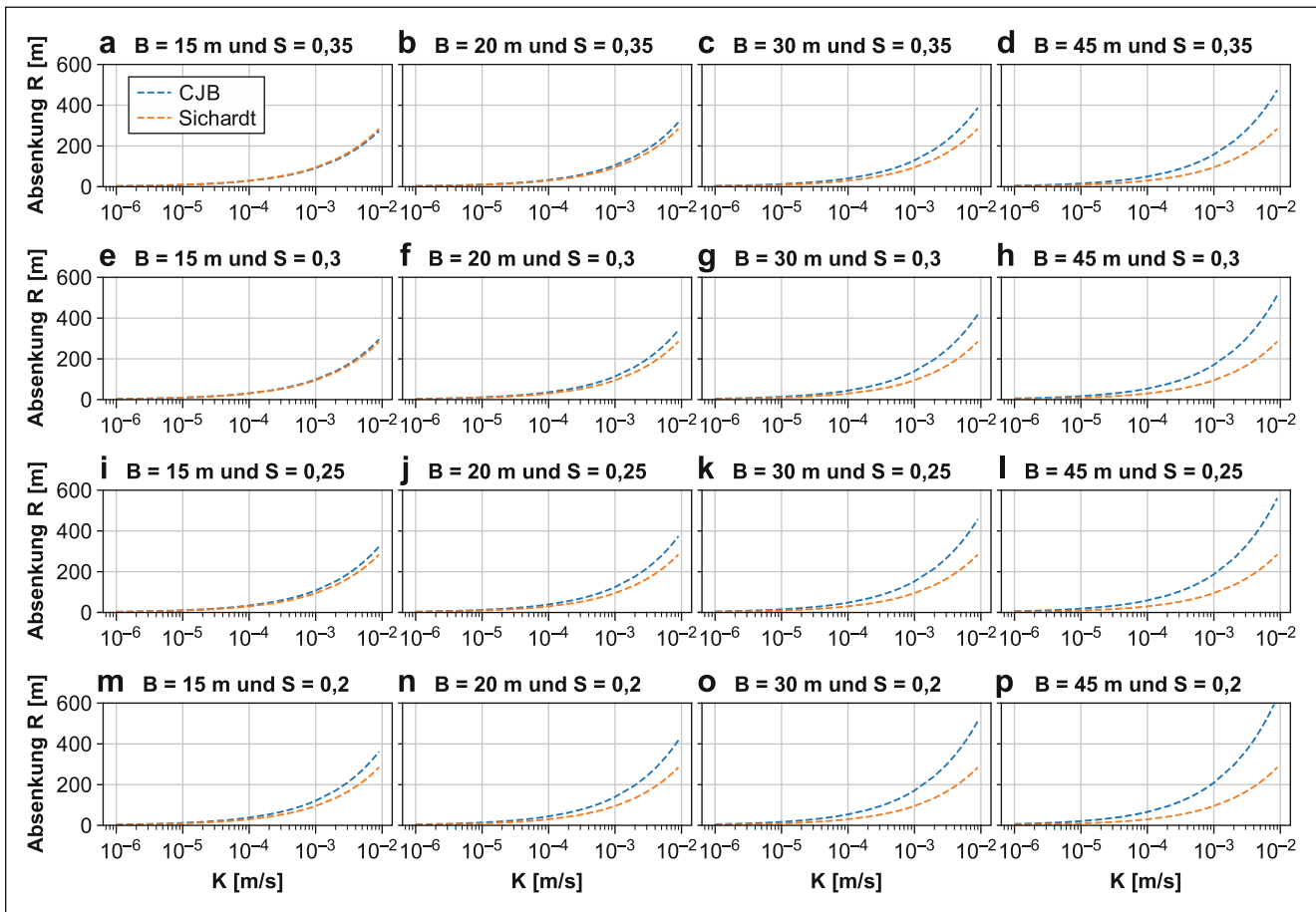


Abb. 4 Vergleich der Reichweitenbestimmung nach der empirischen Formel nach Sichardt mit einer Absenkung von $s=1$ m mit der analytischen Lösung nach Cooper-Jacob bzw. Bear (Legendeneintrag: CJB)

Fig. 4 Comparison of calculated radii of influence based on the empirical equation according to Sichardt with a drawdown of $s=1$ m with the analytical solution following Cooper-Jacob resp. Bear (legend entry: CJB)

koeffizient eines gespannten Grundwasserleiters gewöhnlich sehr klein, während der des freien der effektiven Porosität entspricht und damit deutlich höher ist. Ein Vergleich ist aber dennoch zielführend, wenn man annimmt, dass die Absenkung im Brunnen in einem freien Grundwasserleiter oft beschränkt werden muss, um z. B. die Belüftung der Filterstrecke und übermäßige Druckverluste zu vermeiden. Wenn die maximale Absenkung im Förderbrunnen im Verhältnis zur ursprünglichen wassergefüllten Mächtigkeit gering ist (bis ca. 15%), können die Brunnenformeln für gespannte Grundwasserleiter auch für Grundwasserleiter mit freier Oberfläche angewendet werden bzw. kann die korrigierte Absenkung nach Jacob (Langguth und Voigt 2004) eingesetzt werden. Bei den typischen Absenktrichtern treten die größten Absenkungsbeträge zudem nahe am Brunnen auf, sodass sich entfernt davon die wassergefüllte Mächtigkeit nur wenig ändert. Aus diesen Gründen können die freien Grundwasserleiter mit geringer Absenkung näherungsweise als gespannt betrachtet werden, da hier weiterhin die Dupuit-Thiemschen Annahmen gelten. Auch wenn die Absen-

kung gemäß Gl. 8 mit der Zeit immer mehr zunehmen muss, so wird die Zunahme doch irgendwann so klein, dass von quasi-stationären Verhältnissen ausgegangen werden kann. In den folgenden Berechnungen wurde vereinfachend angenommen, dass nach einem Tag ($t=86.400$ s) die Änderung der Absenkung nur noch gering ist und die effektive Porosität dem Speicherkoeffizienten entspricht.

Es zeigt sich, dass die Reichweite nach Sichardt (für einen Meter Absenkung) eine erstaunlich gute Deckung mit der Cooper-Jacob-Bear-Formel bei einer wassergefüllten Mächtigkeit von 15 m und einer Porosität von 0,35 bzw. 0,30 (Abb. 4a, e) erreicht. Dies ist nicht verwunderlich, da Sichardt seine Gleichung aus Praxiserfahrungen in den norddeutschen Lockergesteinen ableitete, wo die genannte Parameterkombination durchaus als typisch gelten kann. Hier stellt sich die Frage, wie stark die Sichardt-Gleichung bei Variationen von diesen „Standardwerten“ abweicht. Die Porosität variiert bei den hier zu untersuchenden gut durchlässigen Sanden und Kiesen meist nur zwischen 0,20 und 0,35, während die Mächtigkeit der Grundwasserleiter oft

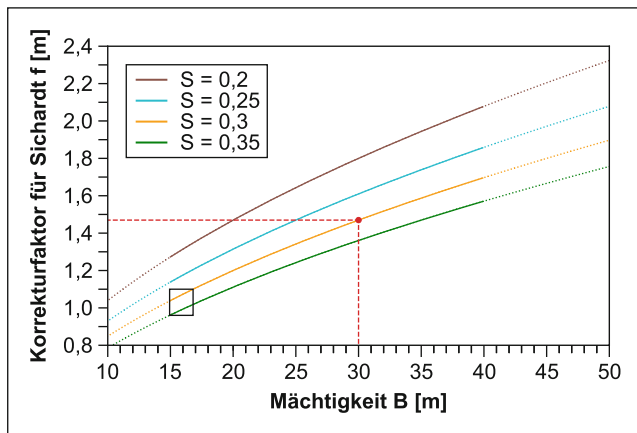


Abb. 5 Nomogramm zur Bestimmung des Korrekturfaktors für die erweiterte Reichweitenabschätzung nach Sicheardt für verschiedene Mächtigkeiten (*B*) und Porositäten (*S*). Für sehr kleine bzw. sehr große Mächtigkeiten ist die Anwendung mittels eines Korrekturfaktors auf Grund nichtlinearer Strömungseffekte nicht mehr zu empfehlen, daher sind diese Bereiche *gepunktet* dargestellt. Das *schwarze Quadrat* stellt dar, in welchem Bereich die Reichweitenabschätzung nach Sicheardt ohne Korrektur angewendet werden kann

Fig. 5 Nomogram for determining the correction factor of the improved radius of influence method following Sicheardt for different thicknesses (*B*) and porosities (*S*). For very small and very large thicknesses, the correction factor is not recommended due to nonlinear flow effects (shown in *dotted lines*). The *black square* represents the range in which the determination of the radius of influence according to Sicheardt can be applied without correction

zwischen 15 m und 40m schwankt. Für hohe Durchlässigkeitsbeiwerte weicht mit zunehmender Mächtigkeit die Abschätzung nach Sicheardt immer weiter von der Lösung nach Cooper-Jacob ab (Abb. 4 von links nach rechts), gleiches gilt mit abnehmender Porosität bzw. kleiner werdendem Speicherkoeffizienten (Abb. 4 von oben nach unten).

Um die Sicheardt-Reichweite an die analytische Lösung nach Cooper-Jacob für größere Mächtigkeiten und auch geringe Porositäten anzupassen, wird ein Korrekturfaktor $f_{S,CJB}$ eingeführt. Dieser ergibt sich aus dem Gleichsetzen der Formel nach Sicheardt mit der Gleichung nach Cooper-Jacob-Bear, für die der Zusammenhang gilt:

$$f_{S,CJB} \cdot \underbrace{3000 \cdot s \cdot \sqrt{K}}_{R_{Sich}} = 1,5 \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{K \cdot B \cdot t}{S}}}_{R_{CJB}} \tag{18}$$

Zu berücksichtigen ist, dass der Teil R_{Sich} die Einheit [m] annimmt, wodurch der Vorfaktor einheitslos bleibt.

Umstellen der Gl. 18 nach $f_{S,CJB}$ liefert:

$$f_{S,CJB} = \frac{1,5 \cdot \sqrt{\frac{K \cdot B \cdot t}{S}}}{3000 \cdot s \cdot \sqrt{K}} = \frac{1,5}{3000} \cdot \sqrt{\frac{K \cdot B \cdot t}{S \cdot K \cdot s^2}} \tag{19}$$

$$= 0,0005 \cdot \sqrt{\frac{B \cdot t}{S \cdot s^2}}$$

Da eine Anwendung des Korrekturfaktors nur für kleine Brunnenabsenkungen erfolgt, soll der Korrekturfaktor unabhängig von der Absenkung sein. Hierfür wird vereinfachend angenommen, dass $s = 1$ m diese Bedingung hinreichend genau erfüllt. Damit ergibt sich für den Korrekturfaktor:

$$f_{S,CJB} = 0,0005 \cdot \sqrt{\frac{B \cdot t}{S}} \tag{20}$$

Mit Gl. 20 kann man nun leicht einen Korrekturfaktor errechnen und so die Anwendungsbreite der Sicheardt-Formel erweitern. Alternativ stellt Abb. 5 den Korrekturfaktor in Form eines Nomogramms für verschiedene Mächtigkeiten (*B*) und effektive Porositäten bzw. Speicherkoeffizienten (*S*) dar. Auch hier gilt, dass die Reichweite nach Sicheardt für einen Meter Absenkung dargestellt ist. Im Bereich von unter 15 m bzw. über 40m Mächtigkeit ist die Anwendung der Sicheardt-Formel mittels des hier eingeführten Korrekturfaktors nicht mehr zu empfehlen, da sich z. B. für geringmächtige Grundwasserleiter bei starker Absenkung die Transmissivität durch Veränderung der gesättigten Mächtigkeit während des Versuches stark ändern kann. Des Weiteren zeigt Abb. 4, dass für große Mächtigkeiten der Unterschied in der Reichweitenberechnung nach Sicheardt bzw. nach Cooper-Jacob-Bear sehr groß wird und daher hier der Korrekturfaktor nicht ohne weitere Prüfung gesichert angewendet werden kann.

Das in der Abb. 5 dargestellte schwarze Rechteck zeigt, in welchem Bereich die unkorrigierte Sicheardt-Formel ohne Einschränkungen verwendbar ist. Dies greift die in Abb. 4 dargestellte gute Übereinstimmung der analytischen Lösung mit der empirischen Formel für Porositäten von 0,3 bis 0,35 für einen Grundwasserleiter mit Mächtigkeiten von 15 m auf. Insgesamt nimmt der eingeführte Korrekturfaktor mit zunehmender Mächtigkeit bzw. abnehmender Porosität zu und es ergeben sich Werte zwischen 0,90 und 2,05. Tab. 1 listet einige Korrekturfaktoren für verschiedene, für mitteleuropäische Grundwasserleiter typische Kombinationen aus Porosität und Mächtigkeit auf.

Tab. 1 Korrekturfaktoren für die Reichweitenermittlung nach Sicheardt für typische Wertepaare

Table 1 Correction factors to determine the radius of the influence after Sicheardt for typical aquifer parameters

Mächtigkeit [m]	Porosität [-]	Korrekturfaktor [-]
15	0,20	1,27
	0,25	1,14
20	0,25	1,31
	0,30	1,20
	0,35	1,10
30	0,25	1,61
	0,30	1,47

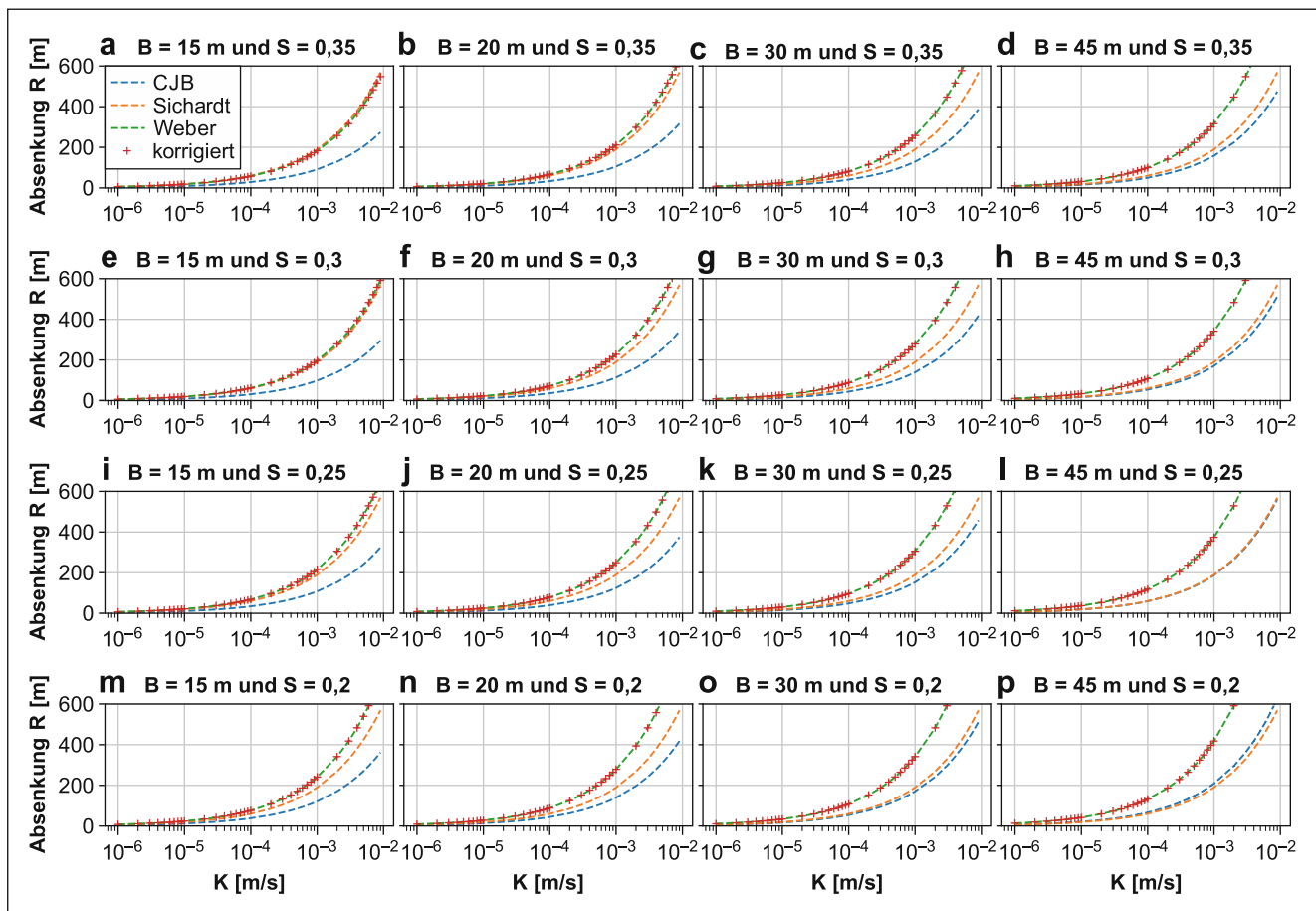


Abb. 6 Vergleich der Reichweitenbestimmung nach der empirischen Formel nach Sichardt mit einer Absenkung von $s=2$ m und nach Weber mit der analytischen Lösung nach Cooper-Jacob bzw. Bear (Legendeneintrag: CJB)

Fig. 6 Comparison of calculated radii of influence based on empirical equation according to Sichardt with a drawdown of $s=2$ m and after Weber with the analytical solution following Cooper-Jacob resp. Bear (legend entry: CJB)

Das Vorgehen zur Anwendung des Korrekturfaktors soll anhand eines Beispiels in Abb. 5 gezeigt werden (roter Punkt). Für einen ungespannten Grundwasserleiter mit einer Mächtigkeit von 30 m und einer Porosität von 0,3 (gelbe Linie) ergibt sich ein Korrekturfaktor von 1,47 (rote Linie). Die Reichweite errechnet sich dann gemäß der so verbesserten Sichardt-Gleichung zu $R = 1,47 \cdot 3000 \cdot s \cdot \sqrt{K}$. Ein entsprechendes Excel-Tool zur Berechnung findet sich im elektronischen Anhang dieser Veröffentlichung.

Die hier vorgeschlagene Modifikation der Sichardt-Methode ist für Absenkungsbeträge von ca. 1 m optimiert worden. Beträge von 2 m sind ebenfalls noch möglich, dabei nähert sie sich den Ergebnissen der Methode von Weber (1928) an (Abb. 6). Damit ist jedoch bereits eine Vielzahl von Anwendungen aus dem Bereich der Baugrundentwässerung abgedeckt. Bei deutlich darüber hinaus gehenden Absenkungen, wie sie bei der Tagebautwässerung und besonders tiefen Baugruben vorkommen, kann es zu größeren Abweichungen kommen. In diesem Fall sind weiterführende Verfahren empfehlenswert, z. B. numerische Modelle.

Zusammenfassung

Die Kenntnis der Absenkreichweite eines fördernden Brunnens ist für viele praktische Fragestellungen der Hydrogeologie von großer Bedeutung. Die zumindest im deutschen Sprachraum häufig verwendete Sichardt-Gleichung zeigt für norddeutsche Lockergesteine typische Parameterkombinationen (wassererfüllte Mächtigkeit= 15 m, Porosität= 0,30) durchaus realistische Reichweitenprognosen. Mit den hier dargelegten Korrekturfaktoren kann sie auf andere Mächtigkeiten und Porositäten angepasst werden. Die so verbesserte Sichardt-Gleichung bleibt – aufgrund des vergleichsweise geringen Aufwandes zur Bestimmung des Korrekturfaktors – weiterhin praxistauglich.

Zusatzmaterial online Zusätzliche Informationen sind in der Online-Version dieses Artikels (<https://doi.org/10.1007/s00767-021-00500-3>) enthalten.

Funding Open Access funding enabled and organized by Projekt DEAL.

Open Access Dieser Artikel wird unter der Creative Commons Namensnennung 4.0 International Lizenz veröffentlicht, welche die Nutzung, Vervielfältigung, Bearbeitung, Verbreitung und Wiedergabe in jeglichem Medium und Format erlaubt, sofern Sie den/die ursprünglichen Autor(en) und die Quelle ordnungsgemäß nennen, einen Link zur Creative Commons Lizenz beifügen und angeben, ob Änderungen vorgenommen wurden.

Die in diesem Artikel enthaltenen Bilder und sonstiges Drittmaterial unterliegen ebenfalls der genannten Creative Commons Lizenz, sofern sich aus der Abbildungslegende nichts anderes ergibt. Sofern das betreffende Material nicht unter der genannten Creative Commons Lizenz steht und die betreffende Handlung nicht nach gesetzlichen Vorschriften erlaubt ist, ist für die oben aufgeführten Weiterverwendungen des Materials die Einwilligung des jeweiligen Rechteinhabers einzuholen.

Weitere Details zur Lizenz entnehmen Sie bitte der Lizenzinformation auf <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>.

Literatur

- Aravin, V.I., Numerov, S.N.: Theory of motion of liquids and gases in undeformable porous media, S. 616 (1953)
- Bear, J.: *Hydraulics of Groundwater*. Dover Publications Inc, (2007)
- Bresciani, E., Shandilya, R.N., Kang, P.K., Lee, S.: Well radius of influence and radius of investigation: what exactly are they and how to estimate them? *J. Hydrol. Reg. Stud.* **583**, 124646 (2020)
- Cooper, H.H., Jacob, C.E.: A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well-field history. *Eos Trans. Am. Geophys. Union* **27**, 526–534 (1946)
- El-Hames, A.: Development of a simple method for determining the influence radius of a pumping well in steady-state condition. *J. Groundw. Sci. Eng.* **8**, 97–107 (2020)
- Herth, W., Arndts, E.: *Theorie und Praxis der Grundwasserabsenkung*. Ernst, Berlin (1994)
- Hölting, B., Coldewey, W.G.: *Hydrogeologie: Einführung in die allgemeine und angewandte Hydrogeologie*. Spektrum, Akad. Verl., Heidelberg (2013)
- Hurst, W.: Radius of drainage formula: a technical note. *Society of Petroleum Engineers*, (1968)
- Jones, P.: Reservoir limit test on gas wells. *J. Petroleum Technol.* **14**, 613–619 (1962)
- Kyrieleis, W., Sichardt, W.: *Grundwasserabsenkung bei Fundierungsarbeiten* (1930)
- Langguth, H.R., Voigt, R.: *Hydrogeologische Methoden*. Springer, Berlin Heidelberg New York (2004)
- Lee, J.: Well Testing. *Society of Petroleum Engineers Journal. Society of Petroleum Engineers, Richardson* (1981)
- Muskat, M.: The flow of compressible fluids through porous media and some problems in heat conduction. *Physics* **5**, 71–94 (1934)
- Odenwald, B., Hekel, U., Thormann, H.: Kap. 9: Grundwasserströmung – Grundwasserhaltung. In: Witt, K.J. (Hrsg.): *Grundbau-Taschenbuch*, 8. Auflage, Teil 2: Geotechnische Verfahren, S. 635–819. Ernst & Sohn, Berlin (2018)
- Rau, G.C., Post, V.E.A., Shanafield, M., Krekeler, T., Banks, E.W., Blum, P.: Error in hydraulic head and gradient time-series measurements: a quantitative appraisal. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* **23**, 3603–3629 (2019)
- Sichardt, W.: Über Tiefensenkungen des Grundwasserspiegels. *Siemens*, (1927)
- Sichardt, W.: Das Fassungsvermögen von Rohrbrunnen und seine Bedeutung für die Grundwasserabsenkung, insbesondere für größere Absenkungstiefen. Springer, Berlin Heidelberg (1928)
- Treskatis, C.: *Bohrbrunnen : Planung, Ausbau, Betrieb*. gwf edition XXII. DIV Dt. Industrieverl., München (2017). 1018 Seiten
- Van Poolen, H.K.: Radius-of-drainage and stabilization-time equation. *Oil Gas* **62**, 138–146 (1964)
- Vela, S., McKinley, R.M.: How areal heterogeneities affect pulse-test results. *Soc. Petroleum Eng. J.* **10**, 181–191 (1970)
- Weber, H.: *Die Reichweite von Grundwasserabsenkungen mittels Rohrbrunnen: Ein Beitrag zur Theorie und praktischen Berechnung der Absenkungsanlagen*. Springer, Berlin Heidelberg (1928)
- Weyrauch, F., Schöffel, G.: Dimensionierung von Grundwasserabsenkungen – Probleme und Lösungen. *Bautechnik* **81**, 516–522 (2004)

Hinweis des Verlags Der Verlag bleibt in Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutsadressen neutral.