ZEITSCHRIFT

FÜR

GEOPHYSIK

Herausgegeben im Auftrage der

Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft

von

W. Dieminger, Lindau über Northeim

unter Mitwirkung von B. Brockamp, Münster i. W. – A. Defant, Innsbruck – W. Hiller, Stuttgart K. Jung, Kiel – O. Meyer, Hamburg – F. Möller, München – H. Reich, Göttingen

Jahrgang 28

1962

Heft 2



PHYSICA-VERLAG · WÜRZBURG

Postverlagsort Würzburg

INHALTSVERZEICHNIS

Gutdeutsch, R.: Über Vielfacheinsätze elastischer Wellen an Schichten Teil 2	53
Petersen, N.: Untersuchungen magnetischer Eigenschaften von Titanomagnetiten im Basalt des Rauhen Kulm (Oberpfalz) in Verbindung mit	
elektronenmikroskopischer Beobachtung	79
Krumm, HChr.: Der weltzeitliche Tagesgang der Gewitterhäufigkeit	35

DIE ZEITSCHRIFT FÜR GEOPHYSIK

erscheint in Jahrgängen zu je 6 Heften. Der Bezugspreis beträgt je Jahrgang 40,— DM, Einzelhefte je nach Umfang. Abonnements verlängern sich jeweils um einen Jahrgang, falls keine ausdrückliche Abbestellung zum Ende eines Jahrgangs vorliegt.

In der Zeitschrift werden Originalarbeiten, die weder im In- noch im Ausland veröffentlicht wurden und die der Autor auch anderweitig nicht zu veröffentlichen sich verpflichtet, aus dem Gebiet der reinen und angewandten Geophysik sowie aus den Grenzgebieten aufgenommen. Mit der Annahme des Manuskriptes geht das ausschließliche Verlagsrecht an den Verlag über.

Die Autoren werden gebeten, die Manuskripte in Maschinenschrift mit handschriftlich eingetragenen Formeln druckfertig einzureichen und gesondert eine "Anweisung für den Setzer" beizufügen, aus der zu ersehen ist, wie kursiver, gesperrter oder fetter Satz und griechische, gotische oder einander ähnliche Typen und Zeichen kenntlich gemacht sind (z. B. durch farbige Unterstreichung). Die Vorlagen für die Abbildungen sollen reproduktionsfertig (Tuschzeichnung) möglichst im Maßstab 2:1 eingesandt werden. Die Beschriftung der Abbildungen soll auf einem lose vorgeklebten, durchsichtigen Papier erfolgen. Fußnoten sind fortlaufend zu numerieren und am Ende des Manuskriptes zusammenzustellen; bei Zitaten sind neben Autornamen, Titel und Zeitschriftentitel auch Bandnummer, Erscheinungsjahr und Seitenzahl anzugeben.

Jeder Arbeit ist eine "Zusammenfassung" in deutscher und englischer oder französischer Sprache beizufügen.

Der Verfasser liest von der Arbeit in der Regel nur eine Korrektur; etwaige Autorenkorrekturen können nur als Fußnoten bzw. am Schluß des Artikels gebracht werden. Umfangreiche Änderungen bedürfen der Zustimmung des Herausgebers und können nur gebracht werden, wenn sich der Autor bereit erklärt, die Korrekturkosten zumindest teilweise zu tragen.

Von seiner Arbeit erhält der Verfasser 50 Sonderdrucke ohne Umschlag kostenlos. Weitere Sonderdrucke liefert der Verlag gegen Erstattung der Selbstkosten. Eine Honorierung der Beiträge erfolgt nicht.

Für die Zeitschrift für Geophysik bestimmte Manuskripte und redaktionelle Anfragen bitten wir an den Herausgeber zu richten:

Prof. Dr. Walter Dieminger, Max-Planck-Institut für Aeronomie, Lindau über Northeim (Hann.)

Anschrift der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft: Hamburg 13, Rothenbaumchaussee 80, Postscheck: Hamburg Nr. 55983

Es ist ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, fotografische Vervielfältigungen, Mikrofilme, Mikrofotos u. ä. von den Zeitschriftenheften, von einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen.

Druckerei: R. Oldenbourg, Graph. Betriebe SmbH, München

Printed in Germany

C

Bekanntmachung It Bayer Pressegesetz: Verlag: PHYSICA-VERLAG Rudolf Liebing K.-G., Würzburg, Münzstr 12. Pers. haft. Ges - Rudolf Liebing, Arnulf Liebing und Hildgund Holler, sämtlich Buchhändler in Würzburg. Kommanditisten- Friedr-Gäbler, Buchhändler, und Charl. Kuhnert, beide Würzburg

Über Vielfacheinsätze elastischer Wellen an Schichten¹)

Von R. Gutdeutsch, Clausthal

2. Über die Wellenausbreitung an einer Schicht im Nebengestein

In diesem Kapitel soll die Möglichkeit für das Auftreten von Vielfacheinsätzen an einer Schicht hoher Wellengeschwindigkeit im Nebengestein geringer Wellengeschwindigkeit besprochen werden.

Das allgemeine Problem der Wellenausbreitung an einer Schicht im Nebengestein wurde erst in jüngerer Zeit von einigen Autoren aufgegriffen und experimentell bearbeitet [30, 31, 32, 33, 36, 37]. Man ist gegenwärtig aber noch weit von einem generellen Überblick über die möglichen Ausbreitungsmechanismen entfernt, so daß auch an dieser Stelle keine Zusammenfassung gegeben werden kann. Aus der verfügbaren Literatur soll daher nur das zusammengetragen werden, was dem Verständnis der Vielfacheinsätze an Schichten dienlich ist.

Die Vorgänge bei der Wellenausbreitung an einer Schicht haben gewisse Ähnlichkeit mit denen an einer Platte im Vakuum. Es liegt aber ein wesentlicher Unterschied darin, daß von der Energie einer seismischen Welle, die von innen her auf eine der Schichtgrenzflächen fällt, nur ein Teil reflektiert wird. Ein weiterer Teil geht im allgemeinen in das Nebengestein über. Eine in x_1 -Richtung fortschreitende Welle (s. Abb.22) verliert infolge von Brechung ständig Energie an die Umgebung. Daher muß ihre



Abb. 22: Wellenfronten an einer Schicht hoher Wellengeschwindigkeit
______Front der P-Welle
______Front der S-Welle

1) Fortsetzung aus Heft 1

Amplitude mit der Entfernung abnehmen. Aus dem Reflexionsgesetz kann man herleiten, daß Phasenlage und Amplitude der in die Schicht zurückreflektierten Welle von den Materialkonstanten des Nebengesteins abhängen. Es ist daher leicht einzusehen, daß auch die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit der Welle durch die Materialbeschaffenheit der Umgebung beeinflußt werden.

In Analogie zu den Platten- und Biegungswellen sind in dem Schichtmodell (Abb. 22) Wellen des symmetrischen und des antisymmetrischen Types möglich. Ihre Phasenund Gruppengeschwindigkeiten zeigen Dispersion und gehen für große kH in die Geschwindigkeit der Stonleywelle über [34, 35, 45]. Weitere Ausbreitungsmechanismen spielen eine Rolle, die wir in den letzten Kapiteln unter der Bezeichnung "Wellen höherer Ordnung" kennengelernt haben. Von diesen interessieren uns diejenigen, die zum Aufbau der Vielfacheinsätze geeignet sind, d. h. diejenigen mit einer Phasengeschwindigkeit von ungefähr a.

In den Arbeiten [30, 31, 32, 33, 36, 37] werden Vielfacheinsätze oder die äquivalente Ausbreitungsform als Sinuswelle nicht erwähnt. Demnach scheint dieser Mechanismus an den untersuchten Schichtenfolgen (Schicht hoher Wellengeschwindigkeit im homogenen Nebengestein kleinerer Wellengeschwindigkeit) eine untergeordnete Rolle zu spielen. Es sei jedoch auf zwei feldseismische Arbeiten von O'BRIEN [38, 39] hingewiesen, in denen von dem Auftreten einer seismischen Welle konstanter Frequenz und großer Amplitude berichtet wird. Es handelt sich um Messungen an einem etwa horizontalen Schichtverlauf, bei dem unter einer Oberflächenschicht mit

a_I	= 3	05—910 m/sec
Mächtigkeit h	=	8— 27 m,
eine weitere Schicht folgt mit		
a	= 2	740 m/sec
Mächtigkeit 2H	=	93 m.
Das Liegende besteht aus einem M	aterial n	nit
a _{II}	= 2	480 m/sec.

Die untersuchte Welle breitet sich mit einer Phasengeschwindigkeit a = 2740 m/sec aus. Ihre Periode liegt zwischen 40 und 73 m/sec.

Nach Auffassung des Verfassers kann man sie durch einen von OFFICER [40] theoretisch für eine Flüssigkeitsschichtung vorhergesagten Interferenzeffekt deuten. In diesem Falle müssen die im Hangenden vielfach reflektierten Refraktionswellen konstruktiv miteinander interferieren und die Frequenzbeziehung

$$\omega = \frac{(2n-1)\pi a a_I}{4h\cos\alpha_I}$$

erfüllen.

(h bedeutet die Mächtigkeit der Schicht im Hangenden, alle übrigen Bezeichnungen sind am Anfang dieser Arbeit erklärt.)

Es sei festgestellt, daß die von O'BRIEN beobachtete Welle auch durch Interferenz der innerhalb der Trägerschicht fortschreitenden Vielfacheinsätze erklärt werden könnte. Mit a = 2740 m/sec, 2H = 93 m bekommt man nämlich für die Periode nach Gleichung (12) 53 m/sec, wenn für die POISSONSche Zahl 0,3 angenommen wird. O'BRIEN erhielt als Mittelwert der Periode $53 \pm 2,5$ m/sec. Es wäre also denkbar, daß der Mechanismus der Vielfacheinsätze auch zu dieser Welle geführt hat. Jedoch läßt sich diese Vermutung nicht durch weitere Agrumente stützen, weil einerseits die S-Geschwindigkeit unbekannt ist und andererseits die Schichtmächtigkeit nicht mit genügender Sicherheit überall als konstant angesehen werden kann.

a. Modellseismische Messungen

Um Vielfacheinsätze an Schichten hoher Wellengeschwindigkeit im homogenen Nebengestein nachzuweisen, wurden mit der in Kapitel 1, Absatz a beschriebenen Apparatur modellseismische Versuche durchgeführt. Für die Experimente wurden zweidimensionale Modelle verwandt. Solche Modelle haben die Form von Platten, deren Dicke viel kleiner als die benutzte Wellenlänge des Versuches sein muß. Das gestellte Problem, das in der Natur natürlich dreidimensional vorliegt, wird auf diese Weise vereinfacht und auf ein ebenes Problem zurückgeführt. Auf die Vorteile bei der Verwendung zweidimensionaler Modelle haben u. a. PRESS, OLIVER und EWING [41] hingewiesen. Die Elastizitätstheorie lehrt, daß unter zweidimensionalen Ausbreitungsbedingungen Scherwellen mit der Geschwindigkeit b und Plattenwellen mit der Geschwindigkeit a' existieren können (LOVE [42]). Bei der Abbildung durch zweidimensionale Modelle stellt a' die in der Natur vorkommende P-Wellengeschwindigkeit dar, während die S-Wellengeschwindigkeit unverändert bleibt.

Die Dicke der benutzten Modelle betrug 2 mm und lag damit weit unter der Größenordnung der vorkommenden Wellenlängen.

Der Schichtverlauf wurde in 5 Modellen folgendermaßen dargestellt:

Deckgebirge: Plexiglas, Mächtigkeit bei allen Modellen

80 mm

Schicht: Aluminium, Mächtigkeit

beim 1.	Modell	2H =	5,8	mm
beim 2.	Modell	2H =	10	mm
beim 3.	Modell	2H =	20	mm
beim 4.	Modell	2H =	30	mm
beim 5.	Modell	2H =	40	mm

Liegendes: Plexiglas, Mächtigkeit bei allen Modellen

a'	Aluminium	=	5300 m/sec
a_{I}'	Plexiglas	_	2330 m/sec
b	Aluminium	=	3110 m/sec
bI	Plexiglas	==	1410 m/sec

R. Gutdeutsch

Die Schichtgrenzen wurden mit Araldit Gießharz D verleimt. Araldit hat fast die gleichen akustischen Eigenschaften wie Plexiglas (FOLICALDI und CARABELLI [43]). Die Länge der Modelle betrug 700 mm.

Anregung und Registrierung erfolgten nach Abb. 23.



Abb. 23: Meßanordnung.

Das Schwingungsbild der erhaltenen Seismogramme wurde im wesentlichen durch Wellen der Frequenz 100-200 kHz bestimmt. Bei den Modellen mit großer Schicht-



Abb. 24: Registrierung der von einer Aluminiumschicht in Plexiglas geführten Welle.

dicke 2*H* machte sich außerdem eine zweite Welle mit auffallend kleinerer Geschwindigkeit und einer Frequenz um 25 kHz bemerkbar.

Als Beispiel dafür ist ein Seismogramm (Modell mit 2H = 30 mm) in Abb. 24 wiedergegeben worden. Man erkennt den kurzwelligen Ersteinsatz mit der Geschwindigkeit 5200 m/sec, dessen Amplitude stark mit der Entfernung abnimmt. Weiterhin sind Phasen der langperiodischen Welle mit 4700 m/sec sichtbar, deren Amplituden bei zunehmender Entfernung immer mehr das Schwingungsbild im Seismogramm bestimmen. Der Ersteinsatz dieser langperiodischen Welle läßt sich in diesem Seismogramm nicht festlegen.

Die erhaltenen Laufzeitkurven sind in den Abb. 25 bis 29 dargestellt worden. Die Kreise bezeichnen Phasen der Welle mit tiefer Frequenz, die Punkte Phasen der Welle mit hoher Frequenz.

Die Geschwindigkeit der Welle mit hoher Frequenz ist deutlich von der Schichtdicke abhängig. Bei großen kH liegt sie in der Nähe von a' und nimmt bei kleineren kH ab bis zu Werten, die kleiner als die Geschwindigkeit der Stabdehnungswelle a''sind. (Die Geschwindigkeit der Stabdehnungswelle wurde an Aluminiumstangen mit a'' = 4800 m/sec gemessen.) Ein solches Verhalten ist auch bereits von LAVERGNE [33] beobachtet worden.

In den Abb. 25 bis 29 finden sich auch Darstellungen der Empfangsamplitude als Funktion der Entfernung. Gemessen wurde der Abstand zwischen dem ersten Amplitudenmaximum und dem nachfolgenden Minimum. Man beachte, daß die Amplituden



Abb. 25.



Abb. 26.



Abb. 27.



Abb. 28.



Abb. 29.

bei kleineren Schichtdicken rascher mit der Entfernung abnehmen als bei großen. Der Quotient bei x = 25 cm und x = 15 cm Horizontalentfernung

$$V(kH) = \frac{A(25 \text{ cm})}{A(15 \text{ cm})}$$

ist in Abb. 30 graphisch aufgetragen worden. V(kH) kann als Maß für die Reichweite der Welle angesehen werden. Obgleich eine genauere Kenntnis über die Natur der Entfernungsabnahme fehlt, kann man nach Abb. 30 darauf schließen, daß die Reich-



Abb. 30: Zur Untersuchung der Reichweite der geführten Welle.

weite bei kleinen kH sehr klein wird und sich für große kH einem endlichen Grenzwert nähert. Dieses Verhalten ist so zu erklären, daß bei kleinen kH die Schicht zu dünn ist, um als Energieträger wirksam werden zu können. Bei großen kH dagegen nähern sich die Verhältnisse denen eines unendlich mächtigen Refraktors, in dem die Reichweite der Welle nur durch die geometrische Abnahme bestimmt ist.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß anstatt der erwarteten Vielfacheinsätze eine Welle beobachtet wurde, deren Geschwindigkeit von der Schichtdicke abhängt, sowie bei großen Schichtdicken eine weitere langperiodische Welle deren Geschwindigkeit in der Größenordnung von a'' liegt. Die Reichweite der kurzperiodischen Welle nimmt mit der Schichtmächtigkeit zu.

Es wurde bereits hervorgehoben, daß die Vielfacheinsätze — wenn sie überhaupt auftreten — durch Abstrahlung dauernd Energie an das Nebengestein der Schicht abgeben und daher sicher eine starke Amplitudenabnahme mit der Entfernung aufweisen. Daher wäre es denkbar, daß die Amplituden bei den Meßentfernungen der Modellversuche schon zu stark abgeklungen waren. Es war nämlich erforderlich, mindestens in einer Entfernung zu registrieren, bei der der gesuchte Einsatz der geführten Welle als Ersteinsatz auftritt. Diese Mindestentfernung ist in Abb. 23 mit J bezeichnet worden. Sie beträgt etwa 3 cm. Hier sind die Laufzeiten der direkt gelaufenen und der geführten Welle gleich. Die beiden Wellen interferieren miteinander, und erst bei weitaus größeren Entfernungen liegen die Ankunftszeiten so weit auseinander, daß sich der Einsatz der geführten *P*-Welle sauber abgetrennt hat.

Zur Bestimmung dieses Einsatzes, und besonders, um seine Amplitude mit einem Minimum an Störeinflüssen zu messen, wurde als kleinste Meßentfernung 14 cm gewählt. Zweifellos ist es bei dieser großen Entfernung leicht möglich, daß die Amplituden der Vielfacheinsätze zu klein waren, um noch von der Apparatur erfaßt zu werden.

b. Über die Theorie der Vielfacheinsätze in einer Schicht hoher Wellengeschwindigkeit im Nebengestein kleinerer Wellengeschwindigkeit

Das Ausbleiben der Vielfacheinsätze kann zwei Ursachen haben. Entweder sind sie überhaupt nicht aufgetreten, oder die benutzte Apparatur war nicht empfindlich genug, um sie zu empfangen.

Diese Frage zu beantworten ist Sache der Theorie. Dieselbe soll jetzt entwickelt werden, aber nur in dem Bereich, der zur unmittelbaren Beantwortung der Frage nötig ist.

Bei einer Schicht hoher Wellengeschwindigkeit im Nebengestein zeigen die Vielfacheinsätze das in Abb. 22 dargestellte Wellenfrontenbild. Jede *P*-Welle in der Schicht strahlt in den Außenraum je eine *P*- und eine *S*-Welle ab. Wir benutzen die allgemeine Lösung der Wellengleichung nach SEZAWA und NISHAMURA [44] und CHOPRA [45].

$$\varphi_I = C \cdot e^{i\omega (t - x_1/c) - \gamma_I x_3}$$
(46)

$$\psi_I = D \cdot e^{i\omega (t - x_1/c) - \gamma' I x_3} \quad \Big| \quad (x_3 \ge +H) \tag{47}$$

$$\varphi = A \cdot \operatorname{Cos}(\gamma x_3) \cdot e^{i\omega (t - x_1/c)}$$
(48)

$$\psi = B \cdot \operatorname{Sin}(\gamma' x_3) \cdot e^{i\omega(t - x_1/c)} \quad (-H \le x_3 \le +H)$$
(49)

$$\varphi_I = C \cdot e^{i\omega (t - x_1/c) + \gamma J x_3}$$
(50)

$$\psi_I = -D \cdot e^{i\omega (t - x/c) + \gamma' I x_3} \quad \Big) \quad (x_3 \leq -H) \tag{51}$$

Die Grenzbedingungen an den Flächen $x_3 = \pm H$ fordern Stetigkeit der Verschiebungen u_1 und u_3 sowie der Spannungen σ_{33} und σ_{13} . Wir erhalten 8 Bestimmungsgleichungen, von denen jeweils 2 einander gleich sind. Damit ergeben sich 4 Gleichungen für die 4 Unbekannten A, B, C und D. Die Grenzbedingungen lauten:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} - \frac{\partial \psi}{\partial x_3} = \frac{\partial \varphi_I}{\partial x_1} - \frac{\partial \psi_I}{\partial x_3}$$
(52)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_3} + \frac{\partial \psi}{\partial x_1} = \frac{\partial \varphi_I}{\partial x_3} + \frac{\partial \psi_I}{\partial x_1}$$
(53)

R. Gutdeutsch

$$\mu \left[2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} \right] = \mu_I \left[2 \frac{\partial^2 \varphi_I}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2 \psi_I}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \psi_I}{\partial x_3^2} \right]$$
(54)

$$(\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} + \lambda \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + 2\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_1 \partial x_3} =$$
(55)

$$(\lambda_I + 2\mu_I)\frac{\partial^2 \varphi_I}{\partial x_3^2} + \lambda_I \frac{\partial^2 \varphi_I}{\partial x_1^2} + 2\mu_I \frac{\partial^2 \varphi_I}{\partial x_1 \partial x_3} \qquad \text{für } x_3 = +H$$

Wir interessieren uns nur dafür, ob in Analogie zu den Gleichungen (18) und (19) auch in diesem Fall Lösungen mit c = a existieren. Mit c = a wird aus den Lösungen (46) bis (51)

$$\varphi_I = C \cdot e^{i\omega \left(t - \frac{x_1}{a} - \frac{x_3 \cos \alpha_I}{\alpha_I}\right)}$$
(56)

$$\psi_I = D \cdot e^{i\omega \left(t - \frac{x_1}{a} - \frac{x_3 \cos \beta_I}{b_I}\right)}$$
(57)

$$\varphi = A \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{x_1}{a}\right)}$$
(58)

$$\psi = B \cdot i \cdot \sin\left[\frac{\omega x_3 \cos\beta}{b}\right] \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{x_1}{a}\right)}$$
(59)

$$\overline{\varphi}_{I} = -C \cdot e^{i\omega \left(t - \frac{x_{1}}{a} + \frac{x_{3} \cos \alpha_{I}}{\alpha_{I}}\right)}$$
(60)

$$\overline{\psi}_{I} = -D \cdot e^{i\omega \left(t - \frac{x_{1}}{a} + \frac{x_{3}\cos\beta_{I}}{b_{I}}\right)}$$
(61)

und aus der Koeffizientendeterminante der Bestimmungsgleichungen für A, B, C und D (63)

$$\begin{vmatrix} \lambda & -2\mu \operatorname{ctg}\beta & -\left[(\lambda_{I}+2\mu_{I})\operatorname{ctg}^{2}\alpha_{I}+\lambda_{I}\right] & -2\mu_{I}\operatorname{ctg}\beta_{I} \\ 1 & \operatorname{ctg}\beta & -1 & \operatorname{ctg}\beta_{I} \\ 0 & i\cdot\operatorname{tg}\left(\frac{\omega H\cos\beta}{b}\right) & -\frac{2\mu_{I}\operatorname{ctg}\alpha_{I}}{\mu(1-\operatorname{ctg}^{2}\beta)} & -\frac{\mu_{I}(1-\operatorname{ctg}^{2}\beta_{I})}{\mu(1-\operatorname{ctg}^{2}\beta)} \\ 0 & i\cdot\operatorname{tg}\left(\frac{\omega H\cos\beta}{b}\right) & -\operatorname{ctg}\alpha_{I} & -1 \end{vmatrix} = 0$$

Alle Glieder der Determinante sind Materialkonstanten bis auf diejenigen, welche ω enthalten. Die Determinante kann also nur durch Variation von ω zum Verschwinden gebracht werden. Beim Ausrechnen bekommt man einen Ausdruck von der Form

$$tg\left(\frac{\omega H\cos\beta}{b}\right) = i\eta \tag{63}$$

wobei η eine reelle Zahl ist, die nur von den Materialkonstanten abhängt. Um einen Überblick zu gewinnen ist η als Funktion von a_I/a für $\lambda = \mu$, $\lambda_I = \mu_I$ in Abb. 31 dargestellt worden. In dem interessierenden Gebiet $0 < a_I/a < 1$ durchläuft η nahezu alle Werte von $-\infty$ bis $+\infty$. Die Lösung von Gleichung (63) lautet

$$\omega = \Theta \left[n + \frac{i}{\pi} \operatorname{ArTg} \eta \right] \qquad \qquad \text{für } -1 < \eta < +1 \tag{64}$$

$$\omega = \Theta \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{i}{\pi} \operatorname{ArCtg} \eta \right] \quad \begin{array}{l} \text{für } -1 > \eta > -\infty \\ \text{und } +1 < \eta < +\infty \end{array} \tag{65}$$

mit
$$\Theta = \pi b / H \cos \beta$$

Wenn man die Frequenzbeziehung (64) oder (65) in Gleichung (58) einsetzt, stellt man fest, daß sich für positive η eine Welle ergibt, deren Amplitude für $t > x_1/a$ exponentiell mit der Zeit und der Entfernung abnimmt. Für $\eta < 0$ bekommt man ledoch keine Amplitudenabnahme, sondern eine Zunahme, sofern man den Bereich $t > x_1/a$ betrachtet. Somit ergeben sich für $\eta < 0$ keine physikalisch sinnvollen Lösungen. Wir wollen sie jedoch in die Diskussion mit einbeziehen, und zwar mit der Vereinbarung, daß für $\eta < 0$ nur der Bereich $t < x_1/a$ zutreffen soll.

Ein Vergleich mit Abb. 31 lehrt, daß für die dort vermerkten Bereiche folgende Gleichungen zutreffen:

Bereich 1. Gleichung (64) für $t \ge x_1/a$ Bereich 2. Gleichung (65) für $t \ge x_1/a$ Bereich 3. Gleichung (64) für $t < x_1/a$ Bereich 4. Gleichung (65) für $t < x_1/a$

Lösung für $|\eta| < 1$

Im Realteil von Gleichung (64) erkennen wir die bei der Lösung für die Platte im Vakuum vorkommenden Frequenzen wieder. Daher können wir auch hier die dort benutzten Vorstellungen von der Wellenausbreitung verwenden. Unter Verwendung der Beziehungen

$$\cos\left[\frac{\omega H \cos\beta}{b}\right] = \begin{cases} +1/\sqrt{1-\eta^2} & \text{für geradzahlige } n \\ -1/\sqrt{1-\eta^2} & \text{für ungeradzahlige } n \end{cases}$$
$$i \cdot \sin\left[\frac{\omega H \cos\beta}{b}\right] = \begin{cases} -\eta/\sqrt{1-\eta^2} & \text{für geradzahlige } n \\ +\eta/\sqrt{1-\eta^2} & \text{für ungeradzahlige } n \end{cases}$$

bekommt man für die Amplituden folgende Ausdrücke



Abb. 31.

$$B = AN (-1)^{n}$$

$$C = AM \cdot e^{i\omega H} \frac{\cos \alpha_{I}}{\alpha_{I}}$$

$$D = AL \cdot e^{i\omega H} \frac{\cos \beta_{I}}{b_{I}}$$

N, M und L sind Materialkonstanten, die sich aus den Lösungsdeterminanten ergeben. Wenn wir die Funktion G aus Gleichung (23) benutzen, so erhalten wir

$$\varphi^{+} = e^{-\frac{\Theta}{\pi} \left(t - \frac{x_{1}}{a}\right) \mathbf{A}_{\mathbf{r}} \mathbf{T}_{\mathbf{g} \eta}} \sum_{n = -\infty}^{n = +\infty} G\left(t - \frac{x_{1}}{a} + n\delta t\right)$$
(66)

$$\psi^{+} = N \left[e^{-\frac{\Theta}{\pi} \left(t - \frac{x_{1}}{a} + \frac{x_{3} \cos \beta}{b} \right)} \operatorname{A}_{r} \operatorname{T}_{g \eta} \sum_{n = -\infty}^{n = +\infty} G \left(t - \frac{x_{1}}{a} + \frac{H + x_{3}}{b} \cos \beta + n \delta t \right) - e^{-\frac{\Theta}{\pi} \left(t - \frac{x_{1}}{a} - \frac{x_{3} \cos \beta}{b} \right)} \operatorname{A}_{r} \operatorname{T}_{g \eta} \sum_{n = -\infty}^{n = +\infty} G \left(t - \frac{x_{1}}{a} + \frac{H - x_{3}}{b} \cos \beta + n \delta t \right) \right]$$
(67)

$$\frac{\psi_I^+}{\psi_I^+} = L \cdot e^{-\frac{\Theta}{\pi} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{b_I} \cos \beta_I\right) \mathbf{A_r} \, \mathbf{T_g} \, \eta} \cdot \sum_{n = -\infty}^{n = +\infty} G\left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{b_I} \cos \beta_I + n \,\delta t\right) \, (69)$$

Das obere Vorzeichen von x_3 in Gleichung (68) bzw. (69) gilt für φ_I^+ bzw. ψ_I^+ , das untere für φ_I^+ bzw. ψ_I^+ . Man erhält wieder eine Folge von Störungen in Zeitabständen von δt . Diese Störungen gleichen einander aber nicht, weil eine exponentielle Abnahme mit der Zeit und der Entfernung vorhanden ist. Die Wellen zeigen eine Dämpfung, die von dem Ausdruck

$$e^{-\frac{\Theta}{\pi}\operatorname{Ar}\operatorname{Tg}\eta}$$

abhängt. Wegen $\Theta = \pi b/H \cos \beta$ ist der Exponent proportional 1/H. Für $H \to \infty$ bleibt die Amplitude für alle Zeiten und Entfernungen konstant. Für $H \to 0$ kann sich gar keine Welle ausbilden, weil die Dämpfung unendlich groß wird. Im übrigen stellen die Gleichungen (66) bis (69) das Wellenfrontenbild in Abb. 22 mathematisch dar. In Abb. 32 findet sich eine schematische Darstellung des Ablaufes der Störung an der Stelle x_1 . Die Eingangsstörung hat die Form

$$\begin{array}{cccc}
0 & \text{für} & \tau \leq -\pi/2\Theta \\
G(\tau) = \cos(\Theta\tau) & \text{für} & -\pi/2\Theta \leq \tau < +\pi/2\Theta \\
0 & \text{für} & \tau \geq +\pi/2\Theta
\end{array} (70)$$

Lösung für $|\eta| > 1$

Zu den Lösungsgleichungen für $|\eta| > 1$ sei gesagt, daß



Abb. 32: Vielfacheinsätze in einer Schicht hoher Wellengeschwindigkeit für $l \eta l < 1$.

$$\cos\left[\frac{\omega H \cos\beta}{b}\right] = \begin{cases} -i/\sqrt{\eta^2 - 1} & \text{für geradzahlige } n \\ +i/\sqrt{\eta^2 - 1} & \text{für ungeradzahlige } n \end{cases}$$
$$i \cdot \sin\left[\frac{\omega H \cos\beta}{b}\right] = \begin{cases} +i\eta/\sqrt{\eta^2 - 1} & \text{für geradzahlige } n \\ -i\eta/\sqrt{\eta^2 - 1} & \text{für ungeradzahlige } n \end{cases}$$

Die Lösungen für die Unbekannten kann man allgemein schreiben:

$$B = A \cdot iR (-1)^n = A \cdot R \cdot e^{i\pi \left(n + \frac{1}{2}\right)}$$
$$C = A \cdot S \cdot e^{i\omega H} \frac{\cos \alpha_I}{\alpha_I}$$
$$D = A \cdot T \cdot e^{i\omega H} \frac{\cos \beta_I}{b_I}$$

R, S und T sind Materialkonstanten, die sich aus den Bestimmungsgleichungen er-

geben. Bei Verwendung von G aus Gleichung 22 erhält man

$$\varphi^{+} = e^{-\frac{\Theta}{\pi} \left(t - \frac{x_{1}}{a}\right) \mathbf{A}_{r} \operatorname{Ctg} \eta} \cdot \cos\left[\frac{\Theta}{2} \left(t - \frac{x_{1}}{a}\right)\right] \cdot \sum_{n = -\infty}^{n = +\infty} G\left(t - \frac{x_{1}}{a} + n\delta t\right)$$
(71)

$$\psi^{+} = -R \left[e^{-\frac{\Theta}{\pi} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{x_3 \cos \beta}{b} \right) \operatorname{Ar} \operatorname{Ctg} \eta} \sin \left[\frac{\Theta}{2} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{x_3 \cos \beta}{b} \right) \right]$$
(72)

$$\frac{\int_{a=-\infty}^{a=+\infty} G\left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H + x_3}{b} \cos \beta + n \delta t\right) }{\int_{a=-\infty}^{a=+\infty} G\left(t - \frac{x_1}{a} - \frac{x_3 \cos \beta}{b}\right) \operatorname{Ar} \operatorname{Ctg} \eta \sin \left[\frac{\Theta}{2}\left(t - \frac{x_1}{a} - \frac{x_3 \cos \beta}{b}\right)\right] }{\int_{a=-\infty}^{a=+\infty} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H - x_3}{b} \cos \beta + n \delta t\right)\right] }$$

$$\frac{\varphi_I^+}{\varphi_I^+} = S \cdot e^{-\frac{\Theta}{\pi}} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{a_I} \cos \alpha I\right) \operatorname{Ar} \operatorname{Ctg} \eta \cos \left[\frac{\Theta}{2}\left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{a_I} \cos \alpha I\right)\right]$$

$$+ \frac{\sum_{n=-\infty}^{a=+\infty} G\left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{a_I} \cos \alpha I + n \delta t\right) }{\int_{a=-\infty}^{a=+\infty} G\left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{a_I} \cos \alpha I + n \delta t\right) }$$

$$+ \frac{\varphi_I^+}{\varphi_I^+} = T \cdot e^{-\frac{\Theta}{\pi}} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{b_I} \cos \beta I\right) \operatorname{Ar} \operatorname{Ctg} \eta \cos \left[\frac{\Theta}{2}\left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{b_I} \cos \beta I\right)\right]$$

$$+ \frac{\sum_{n=-\infty}^{a=+\infty} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{b_I} \cos \beta I\right) }{\int_{a=-\infty}^{a=+\infty} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{b_I} \cos \beta I + n \delta t\right) }$$

$$+ \frac{\sum_{n=-\infty}^{a=+\infty} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{b_I} \cos \beta I\right) }{\int_{a=-\infty}^{a=+\infty} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{b_I} \cos \beta I + n \delta t\right) }$$

$$+ \frac{\sum_{n=-\infty}^{a=+\infty} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{b_I} \cos \beta I + n \delta t\right) }{\int_{a=-\infty}^{a=+\infty} \left(t - \frac{x_1}{a} + \frac{H \pm x_3}{b_I} \cos \beta I + n \delta t\right) }$$

Es gilt die gleiche Vereinbarung für die Vorzeichen in (73) und (74) wie in den Gleichungen (68) und (69). Die Lösung (71) unterscheidet sich von der Lösung (66) durch den Faktor $\cos \frac{\Theta}{2} \left(t - \frac{x_1}{a} \right)$, der eine harmonische Welle der Periode $T = 4H \cos \beta/b$ darstellt. Der Zeitabstand zweier aufeinanderfolgender Störungen beträgt jedoch $\delta t = 2H \cos \beta/b$, also genau die Hälfte davon: $T/2 = \delta t$. Das Produkt

$$\cos\frac{\Theta}{2}\left(t-\frac{x_1}{a}\right)\cdot\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}\left(t-\frac{x_1}{a}+n\delta t\right)$$

bedeutet zunächst eine Verformung der Eingangsstörung $G(\tau)$ durch $|\cos\frac{\Theta}{2}\tau|$. Weiterhin besagt die Beziehung $T/2 = \delta t$, daß die erste Störung mit positiver Phase, die zweite mit negativer Phase, die dritte wieder mit positiver Phase erscheint usw. Wenn die Eingangsstörung G wieder die Form eines positiven Cosinusbogens hat (Gleichung 70), so bekommt man für φ^+ den in Abb. 33 oben dargestellten Verlauf.

Die Scherwelle in der Schicht ergibt ein anderes Bild als Gleichung (71). Es ist für $x_3 = 0$ in Abb. 33 unten mit eingetragen worden.



Abb. 33: Vielfacheinsätze in einer Schicht hoher Wellengeschwindigkeit für $l \eta l > 1$.

Im Fall, daß die primäre *P*-Störung länger anhält als die Zeit δt , kommt es zur Interferenz der aufeinanderfolgenden Störungen. Zur Erklärung der Interferenzbedingungen sei auf Abb. 34 hingewiesen. In der Mitte der Abb. 34 sind die Sinus-



Abb. 34: Zur Erklärung der Interferenzbedingung.

R. Gutdeutsch

wellen für n = 1 und n = 2 eingetragen worden, die für die konstruktive Interferenz der *P*-Wellen zutreffen. Es ist daraus zu ersehen, daß das Wellenbild zwischen den Fronten 1 und 2 sich mit entgegengesetzter Phase zwischen den Fronten 2 und 3 wiederholt usw. Die Interferenzbedingung für Scherwellen in der Schicht ist aus Abb. 34 oben abzulesen. Wir wissen aus der Theorie, daß die durch die Strecke *FA* verbundenen Wellenfronten eine Phasenverschiebung von L/2 gegeneinander aufweisen. Damit sie miteinander konstruktiv interferieren, muß

$$CAD = FA = \left(n + \frac{1}{2}\right)L = 2H\cos\beta$$

betragen. Diese Bedingung ist aber durch Gleichung (65) gegeben. Die Interferenzbedingung der S-Wellen in der Schicht ist auch mit Hilfe der Wellenwege erklärbar. Hierzu sei auf Abb. 34 unten verwiesen.

Die beiden Punkte C und D einer Wellenfront müssen gleiche Phase haben. Die S_1 -Welle zwischen den Punkten K und B besitzt gegen die S_2 -Welle zwischen C und A eine Phasenverschiebung von L/2. Die S_2 -Welle wird im Punkt A reflektiert und erfährt dabei keine Beeinflussung ihrer Phase. Konstruktive Interferenz der Wellen an den Punkten C und D tritt ein, wenn

$$CAD = FA = \left(n + \frac{1}{2}\right)L = 2H\cos\beta.$$

Man kann leicht zeigen, daß diese Bedingung durch Gleichung (65) bestätigt wird.

Es ist festzustellen, daß die Amplitudenabnahme der Wellen in den Gleichungen (66) bis (69) und (71) bis (74) unabhängig von der Frequenz der Welle ist. Dafür gibt es eine Erklärung. Wir wissen, daß der Ansatz, der zu diesen Lösungen geführt hat, nämlich c = a, nur eine grobe Vereinfachung der wahren Verhältnisse ist. Dementsprechend sind auch die Frequenzbedingungen (64) und (65) zu eng gefaßt. Eine Frequenzabhängigkeit der Extinktion dürfen wir erwarten, wenn wir außer den erlaubten Frequenzen (64) und (65) auch noch die dazu unmittelbar benachbarten Frequenzen berücksichtigen. Entsprechend müßte dann auch die Bedingung c = a in der Weise erweitert werden, daß zu a unmittelbar benachbarte Phasengeschwindigkeiten c betrachtet werden. Die Durchführung dieser sehr ausgedehnten Rechnung würde auf eine Bestimmung der Gruppengeschwindigkeit hinauslaufen. Erst damit wäre es möglich, endgültige Schlüsse über das Verhalten, insbesonders über den Energietransport der Vielfacheinsätze in Schichten hoher Wellengeschwindigkeit zu ziehen. Die Lösungen sind aber nur aufgestellt worden, um nachzuweisen, daß Vielfacheinsätze hier grundsätzlich möglich sind.

c. Zusammenfassung der Ergebnisse

Im letzten Kapitel wurde der Nachweis erbracht, daß Vielfacheinsätze auch an Schichten hoher Wellengeschwindigkeit im Nebengestein kleinerer Wellengeschwindigkeit existieren können. Eine Welle kann sich mit *P*-Geschwindigkeit längs der Schicht ausbreiten, wenn ihre Frequenz bestimmte, durch Schichtmächtigkeit und Umgebung festgelegte Werte annimmt.

Bei den oben beschriebenen modellseismischen Versuchen lagen die Vorbedingungen zur Registrierung der Vielfacheinsätze sehr ungünstig. Mit a = 5300 m/sec und $a_I = 2330$ m/sec liegt η in der Größenordnung von 6, wie man Abb. 31 entnimmt. Eine Berechnung der Extinktion zeigt, daß die Amplitude des zweiten Einsatzes nur noch 0,135 des Ersteinsatzes ausmacht. Die Amplitude des dritten Einsatzes beträgt nur noch das 0,018 fache usw. Es ist daher begreiflich, daß keine Vielfacheinsätze zu beobachten waren.

Aus Abb. 31 ist zu erkennen, daß bei Benutzung von Materialien mit größerem Geschwindigkeitskontrast bessere Resultate hätten erzielt werden können. Einerseits sind aber noch größere Geschwindigkeitsunterschiede an Modellen nur schwierig herzustellen, weil es keine geeigneten Materialien gibt. Andererseits ist auch die Bedeutung solcher Modelle für die angewandte Seismik gering, weil diese Verhältnisse in der Natur nicht vorkommen.

3. Über die CRARYwelle an einer schwimmenden Eisschicht

Wenn der Mechanismus der Vielfacheinsätze auch an Schichten im homogenen Nebengestein nur eine untergeordnete Rolle spielt, so gibt es doch andere geologische Strukturen, bei denen er größere Bedeutung erlangen kann. Das gilt im allgemeinen für Schichtmodelle, bei denen die in der Schicht geführte Welle nur wenig oder gar keine Gelegenheit findet, ihre Energie an die Umgebung abzugeben. Diese Voraussetzungen sind z. B. dann gegeben, wenn zwischen Schicht und Umgebung ein sehr starker Geschwindigkeits- oder Dichtekontrast besteht. Die Welle in der Schicht, die gegen eine Grenzfläche trifft, wird nahezu total reflektiert. Folglich konzentriert sich die seismische Energie auf die Trägerschicht und kann mit geringer Amplitudenabnahme beträchtliche Strecken zurücklegen. Dieser Fall ist aber, wie bereits gesagt wurde, in der Natur äußerst selten. Jedoch sind die Bedingungen auch dann nicht ungünstig, wenn die Schicht an einer der Grenzflächen gegen Luft abschließt. An dieser Grenzfläche jedenfalls wird alle einfallende seismische Energie vollständig zurückgeworfen, d. h., es geht keine Energie durch Abstrahlung verloren (vgl. hierzu die Arbeiten [1, 3, 4]).

Je weniger Energie die Vielfacheinsätze durch Abstrahlung verlieren, um so größer wird ihre Reichweite, und um so besser kann man die wirklichen Verhältnisse durch eine einfache Platte im Vakuum approximieren.

Außerordentlich günstige Bedingungen finden wir an einer schwimmenden Eisschicht. Hier kommt nämlich die spezielle Eigenart der Vielfacheinsätze zur Geltung, daß sie nur Tangentialverschiebungen u_1 an den Grenzflächen aufweisen. Dieses Verhalten kann man leicht aus den Gleichungen (20) und (21) herleiten. Nur so kann es geschehen, daß auf das Wasser keine Verschiebungen übertragen werden. Jedenfalls ist zu erwarten, daß sich eine schwimmende Eisschicht hinsichtlich der Ausbreitung von Vielfacheinsätzen ganz ähnlich wie eine Platte im Vakuum verhält.

R. Gutdeutsch

Seismische Messungen an einer schwimmenden Eisschicht (FLETCHERS Ice Island) stellte 1954 A. P. CRARY an [46]. Besondere Beachtung verdient dabei eine von ihm dort beobachtete und beschriebene Welle, die sich durch große Amplituden und eine beachtliche Reichweite auszeichnete. Zwei der publizierten Seismogramme sind in Abb. 35 wiedergegeben worden. Es handelt sich um eine Welle fast konstanter Frequenz und dem Schwingungsbild einer Schwebung. Die Phasengeschwindigkeit c ist



Abb. 35: Registrierung auf Fletchers Ice Island von A. P. CRARY (Crarywellen sind die langen Schwingungszüge mit etwa konstanter Periode.)

gleich der *P*-Geschwindigkeit *a* des Eises, die Gruppengeschwindigkeit ist etwas geringer. Eine Komponentenregistrierung zeigt, daß die Verschiebung im wesentlichen longitudinal ist, d. h. $u_1 \gg u_3$, $u_1 \gg u_2$.

Nach der Deutung von CRARY soll diese Welle durch einen Mechanismus von SV-Wellen entstanden sein, die unter dem kritischen Winkel $\beta = \arcsin(b/a)$ an den Grenzflächen des Eises reflektiert werden. Die Reflexionskoeffizienten an den Grenzen Eis/Luft und Eis/Wasser sind gleich Eins. Eine einfallende SV-Welle erfahre Totalreflexion und eine Phasenverschiebung um eine halbe Wellenlänge. Gemäß Abb. 36 sei dann die Frequenz durch die Bedingung konstruktiver Interferenz

$$4H\cos\beta - L = nL$$
 (mit $n = 1, 2, 3, \cdots$)

gegeben. Mit n = 1 folgt daraus

$$H = \frac{\pi b}{\omega \cos \beta} \tag{75}$$

Nach dieser Formel berechnete CRARY die Mächtigkeit der Eisschicht. Der erhaltene Wert stimmt gut mit den Resultaten anderer Methoden überein.



Abb. 36: Mechanismus nach CRARY

Offensichtlich hat der Mechanismus der CRARYwelle große Ähnlichkeit mit dem der Vielfacheinsätze, wie man leicht durch Vergleich der Abb. 19 und 36 feststellt. Jedoch beträgt die Frequenz der CRARYwelle

$$\omega_{Cr} = \frac{(n+1)\pi b}{2H\cos\beta} \tag{76}$$

wohingegen die Frequenz der Lösungen (18) und (19) durch

$$\omega_m = \frac{\pi m b}{H \cos \beta} \tag{77}$$

gegeben ist.

Der Zusammenhang zwischen der CRARYwelle und den Vielfacheinsätzen soll jetzt mit Hilfe der Theorie dargelegt werden. Die Lösungsgleichungen lauten [27, 47]:

$$\varphi = [A \cdot \sin \gamma x_3 + B \cdot \cos \gamma x_3] e^{i\omega \left(t - \frac{x_1}{c}\right)}$$
(78)

$$\psi = \left[C \cdot \sin \gamma' x_3 + D \, \cos \gamma' x_3\right] e^{i\omega \left(t - \frac{x_1}{c}\right)} \qquad (-H \le x_3 \le +H) \quad (79)$$

$$\varphi_I = E \cdot e^{-\gamma_I x_3 + i(\omega t - kx_1)} \qquad (x_3 \ge +H) \tag{80}$$

Die Lösungen (78) und (79) gelten in der Eisschicht, die Lösung (80) im Wasser. Die Grenzbedingungen

$$\sigma_{13} = \sigma_{33} = 0$$
 für $x_3 = -H$, $\sigma_{13} = 0$, u_3 und σ_{33} stetig für $x_3 = +H$

liefern mit den Abkürzungen

$$\gamma'^{2} + k^{2} = q$$
, $2ik\gamma = r$, $2ik\gamma' = s$, $e^{-\gamma_{I}H} = v$, $\varrho_{I}a_{I}^{2}(\gamma_{I}^{2} - k^{2}) = w$

die 5 homogenen Bestimmungsgleichungen für die Amplitudenkonstanten A, B, C, D und E.

$$0 = A\gamma \cos \gamma H + B\gamma \sin \gamma H - Cik \sin \gamma' H - Dik \cos \gamma' H + E\gamma_I v$$
(81)

$$0 = Ar \cos \gamma H + Br \sin \gamma H + C \cdot q \sin \gamma' H + D \cdot q \cos \gamma' H$$
(82)

$$0 = Ar \cos \gamma H - Br \sin \gamma H - C \cdot q \sin \gamma' H + D \cdot q \cos \gamma' H$$
(83)

$$0 = Aq \sin \gamma H + Bq \cos \gamma H - C \cdot s \cos \gamma' H - D \cdot s \sin \gamma' H - E \frac{vw}{\mu}$$
(84)

$$0 = Aq \sin \gamma H - Bq \cos \gamma H + C \cdot s \cos \gamma' H - D \cdot s \sin \gamma' H$$
(85)

 $c \rightarrow a$ bedeutet offensichtlich soviel wie $\gamma = \sqrt{k^2 - \omega^2/a^2} \rightarrow 0$. Wir wählen jetzt γ so klein, daß alle Glieder der Lösungsdeterminante des Gleichungssystems (81) bis (85), welche den Faktor γ^2 enthalten, vernachlässigbar sind. Man erhält also

$$\cos \gamma H \sim 1$$
 $\gamma \cos \gamma H \sim \gamma$ $\sin \gamma H \sim \gamma H$ $\gamma \sin \gamma H \sim 0$

Die Lösungsdeterminante läßt sich dann zu folgendem einfachen Ausdruck umformen:

$$0 = \sin \gamma' H \cdot \begin{vmatrix} \gamma & -ik \cos \gamma' H & \gamma_I \\ 2ik\gamma & q \cos \gamma' H & 0 \\ 2\gamma Hq & -2s \sin \gamma' H & -w/\mu \end{vmatrix}$$
(86)

Man erkennt aus (86), daß

$$\sin \gamma' H = 0$$
 d.h. $\omega = \frac{\pi n b}{H \cos \beta}$ (87)

eine Lösung für kleine $\gamma \neq 0$ ist. Wenn man jetzt γ gegen Null gehen läßt, verschwindet die erste Spalte in (87). Die Determinante verschwindet identisch und liefert die triviale Lösung ω beliebig, A beliebig, B = C = D = 0. Nichttriviale Lösungen ergeben sich nur, wenn alle zweistelligen Determinanten, die man unter Ausschluß der ersten Spalte bilden kann, gleich Null sind. Man kann leicht zeigen, daß diese 3 in Frage kommenden Determinanten nur durch widersprechende Bedingungen zum Verschwinden gebracht werden können. Tatsächlich ist auch jetzt die einzige Bedingung zur Erfüllung von (86)

$$\sin \gamma' H = 0, \qquad \omega = \frac{\pi n b}{H \cos \beta} \quad \text{für } \gamma \to 0$$
 (88)

Beim Einsetzen in die Bestimmungsgleichungen (81) bis (85) ergibt sich:

A beliebig, D = E = 0

$$C/B = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - 2\sigma}} \qquad \qquad \text{für } \omega = \frac{2\pi nb}{H \cdot \cos\beta} \tag{14}$$

$$-C/B = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - 2\sigma}} \qquad \qquad \text{für } \omega = \frac{\pi b (2n+1)}{H \cos \beta} \tag{15}$$

E = 0 bedeutet, daß keine Energie an das Wasser abgegeben wird. Dieses Resultat ist keineswegs erstaunlich, wenn man bedenkt, daß mit der Bedingung c = a nur ein ganz spezieller Ausbreitungsmechanismus betrachtet wird. Es gibt andere Ausbreitungsformen seismischer Wellen, für die *E* ungleich Null ist, und die eine Amplitudenabnahme mit der Entfernung zeigen, die durch die Energieabstrahlung zu erklären ist. Bei Behandlung der nicht spezialisierten Dispersionsgleichung wird man zwangsläufig auf diese Ausbreitungsmechanismen geführt.

E = 0 führt unmittelbar dazu, daß die Wellenausbreitung wie an einer Platte im Vakuum erfolgt. Sämtliche Überlegungen, die wir im Kapitel 1, Absatz b, in den Abschnitten "Physikalische Deutung aus der Vorstellung von Wellenfronten" und "Physikalische Deutung als Interferenzbedingung" anstellten, gelten auch hier. An einer schwimmenden Eisschicht können daher Vielfacheinsätze sowie die äquivalente Form als Sinuswelle in Erscheinung treten. Aussagen über den Energietransport jedoch können erst nach Berechnung der Gruppengeschwindigkeit gemacht werden, die möglicherweise ein völlig anderes Verhalten zeigt als bei der Platte im Vakuum.

Insbesondere sei auf die Interferenzbedingung für Scherwellen in Abb. 19a unten verwiesen. Die Feststellung ist wichtig, daß ein Scherwellenpaar durch die Bedingung konstruktiver Interferenz miteinander verkoppelt ist. Darin liegt der Unterschied zu der Deutung von CRARY, welcher gemäß Abb. 36 nur eine Scherwelle betrachtet, die nach zweimaliger Reflexion mit sich selbst interferiert. Seine Modellvorstellung ist jedoch, wie man leicht aus den Frequenzbeziehungen (14) und (15) herleiten kann, nur für n = 1, 3, 5, ... mit der Theorie verträglich. Dadurch ist auch die richtige Tiefenberechnung nach Formel (75) zu erklären: (75) stimmt gerade für n = 1.

Demnach kommt die CRARYwelle durch ein Zusammenwirken der in Abb. 19 dargelegten Ausbreitungsmechanismen zustande. Es spielen außer einem Scherwellenpaar auch noch streifend einfallende Kompressionswellen eine Rolle, die bestimmte Interferenzbedingungen erfüllen müssen. Die Theorie bestätigt den longitudinalen Charakter der Welle exakt mit $u_2 = u_3 = 0$, $u_1 + 0$ für $x_3 = \pm H$. Die großen Amplituden der CRARYwelle sind durch die Tatsache bedingt, daß keine Energie an das Wasser abgegeben wird.

IV. Bedeutung der Ergebnisse für die Refraktionsseismik

In dieser Arbeit wurde ein Typ elastischer Wellen besprochen, der sich speziell an einer planparallelen Schicht ausbilden kann. Seine Erscheinungsform ist entweder die von Vielfacheinsätzen, die in äquidistanten Zeitabständen dem *P*-Ersteinsatz folgen, oder die einer Sinuswelle fester Frequenz. Der Zeitabstand zwischen zwei Einsätzen bzw. die Periode der Sinuswelle ist proportional der Schichtdicke. Der Ausbreitungsmechanismus ist durch die Interferenz von streifend gegen die Grenzflächen einfallenden *P*-Wellen und *S*-Wellen, die unter dem kritischen Winkel $\beta = \arcsin(b/a)$ einfallen, darstellbar.

Es wird der Nachweis erbracht, daß das Zusammenwirken aller überhaupt möglichen Reflexionsarten einer seismischen Störung im Einschichtmodell für unendlich große Schußentfernungen in das Wellenfrontenbild der Vielfacheinsätze übergeht. Für die praktisch vorkommenden Fälle ist das natürlich nur eine Näherung.

Für den einfachsten Fall einer Platte im Vakuum wird gezeigt, daß der Energieschwerpunkt der Vielfacheinsätze mit einer kleineren Geschwindigkeit fortschreitet als der einzelne Einsatz. Diese Erscheinung führt dazu, daß sich die Energie mit zunehmender Entfernung vom Ersteinsatz allmählich auf spätere Einsätze verschiebt. Durch Einführung der Gruppengeschwindigkeit wird dieser Vorgang quantitativ beschrieben.

Die Ausbildung der Vielfacheinsätze wird um so mehr begünstigt, je besser die wirklichen Verhältnisse durch eine einfache Platte im Vakuum angenähert werden können.

Unvorteilhaft sind die Bedingungen an einer Schicht im homogenen Nebengestein, wenn der Dichte- und Geschwindigkeitskontrast zwischen Schicht und Umgebung sehr klein ist. Zwar sind bei refraktionsseismischen Messungen schon gelegentlich Einsätze mit parallelen Laufzeitgeraden beobachtet worden. Bei ihrer Deutung als Vielfacheinsätze ist jedoch Vorsicht geboten. Eine in der Schicht geführte P-Welle erzeugt einerseits die in das Hangende zurückgestrahlten Mintropwellen und andererseits die Vielfacheinsätze. Es ist klar, daß die Amplituden der Vielfacheinsätze davon abhängig sind, wieviel Energie sie vom Ersteinsatz erhalten. Wir wissen aber, daß der Energietransport zwischen dem ersten und den späteren Einsätzen nur durch die Scherwellen innerhalb der Schicht ermöglicht wird, die der P-Ersteinsatz an den Grenzflächen erzeugt. Wenn die elastischen Eigenschaften von Schicht und Umgebung so beschaffen sind, daß die S-Wellenamplitude in der Schicht sehr groß ist im Vergleich zu den Amplituden der Mintropwellen, so können Vielfacheinsätze mit beträchtlicher Energie entstehen und zur Registrierung gelangen. Andernfalls gibt der Ersteinsatz seine Energie hauptsächlich an die Schichtumgebung ab, so daß er und die nachfolgenden Vielfacheinsätze von geringer Reichweite sind.

An Oberflächenschichten liegen die Verhältnisse günstiger, weil die geführte Welle nur noch an einer der Grenzflächen Energie abgeben kann. Man kann Beispiele dafür angeben, daß Vielfacheinsätze an Gletschern und geologischen Oberflächenschichten bereits beobachtet worden sind.

Besonders vorteilhafte Bedingungen liegen an einer schwimmenden Eisschicht vor. Es ist nämlich unmöglich, daß die Energie der Vielfacheinsätze im Eis an das Wasser abgegeben wird. Die seismische Energie bleibt vollständig in der Trägerschicht und kann mit geringen Verlusten beträchtliche Strecken zurücklegen.

In der Tat ist auch auf einer schwimmenden Eisschicht eine Welle mit großer Amplitude beobachtet worden, die durch den hier beschriebenen Ausbreitungsmechanismus zu deuten ist.

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. MENZEL, möchte ich für die Betreuung dieser Arbeit danken. Der Seismos GmbH, Hannover, gebührt Dank für ihre großzügige materielle Unterstützung. Herrn Dr. H. G. LÜHRS vom Institut für Mathematik und Mechanik der Bergakademie Clausthal danke ich für das Programmieren der Dispersionsgleichung und des Rechenverfahrens.

Die Berechnung der Dispersionskurven wurde auf dem Rechenautomaten des Institutes für Mathematik und Mechanik, die modellseismischen Versuche an der modellseismischen Apparatur des Institutes für Geophysik der Bergakademie Clausthal durchgeführt. Diese beiden Anlagen sind von der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Bad Godesberg, zur Verfügung gestellt worden. Daher sei hier der Deutschen Forschungsgemeinschaft für ihre Unterstützung gedankt.

Literatur

- BROCKAMP, B., und MOTHES, H.: Seismische Untersuchungen auf dem Pasterzegletscher. Zs. f. Geophys. 1930, S. 482-500.
- [2] WILLMORE, P. L.: Seismic experiments on North German explosions. Phil. Trans. Royal Soc. London, A. 1949, S. 123–151.
- [3] REICH, H.: Über die Ausbreitung seismischer Impulse in der Malmkalkplatte des schwäbisch-fränkischen Juras. Zs. f. Geophys. 1954, S. 8–25.
- [4] BERCKHEMER, H., und OLIVER, J.: Zur Deutung seismischer Einsätze mit parallelen Laufzeitkurven. Zs. f. Geophys. 1955, S. 152—164.
- [5] CAGNIARD, L.: Réflexion et réfraction des ondes séismiques progressives. Gauthier-Villars, Paris 1939.
- [6] HAALCK, H.: Lehrbuch der angewandten Geophysik, Teil II, S. 121. Borntraeger, Berlin 1958.
- [7] MCSKIMIN, H. J.: Propagation of longitudinal waves and shear waves in cylindrical rods at high frequencies. J.A.S.A. 1956, S. 484–494.
- [8] RAO, H., GUTDEUTSCH, R., und KLUSSMANN, J.: Aufbau einer modellseismischen Apparatur. Zs. f. Geophys. 1959, S. 253-264.
- [9] Zentralamt für Lehrmittel Berlin: Ultraschallvorgänge im Schlierenbild (Lehrfilm).
- [10] OLIVER, J., und PRESS, F.: Model study of air-coupled surface waves. J.A.S.A. 1955, S. 43-46.
- [11] HUGHES, D., PONDROM, W., und MIMS, R. L.: Transmission of elastic pulses in metal rods. Phys. Rev. 75, 10 (1949), S. 1552—1556.
- [12] JUNGER, M.: Bemerkungen zu der Arbeit von Tu, L., Brennan, J., und Sauer, J. A.: "Dispersion of ultrasonic velocity in cylindrical rods." J.A.S.A. 1955, S. 974.
- [13] HARRISON, M.: Propagation of longitudinal elastic waves in a solid, circular cylinder. J.A.S.A. 1953, S. 821 (Vortrag, gehalten bei der 45. Tagung der Acoustical Society of America).
- [14] HOLDEN, A. N.: Longitudinal modes of elastic waves in isotropic cylinders and slabs. Bell System Tech. 1951, S. 956.
- [15] TOLSTOY, I., und USDIN, E.: Dispersive properties of stratified elastic and liquid media: a ray theory. Geophysics 1953, S. 844-870.
- [16] TOLSTOY, I., und USDIN, E.: Wave propagation in elastic plates: low and high mode dispersion. J.A.S.A. 1957, S. 37-42.
- [17] RAO, H.: Modellseismische Untersuchungen über den Mechanismus der reflektierten Refraktion. Dissertation, Bergakademie Clausthal 1960.
- [18] BERGMANN, L.: Der Ultraschall und seine Anwendung in Wissenschaft und Technik. Hirzel-Verlag, Stuttgart 1954.
- [19] HUETER, T. F., und BOLT, R. H.: Sonics. John Wiley and sons, Ing., New York 1955.
- [20] MORSE, P. M.: Vibration and sound. McGraw-Hill, New York 1948.

- [21] RAYLEIGH, LORD: On the free vibration of an infinite plate of homogeneous isotropic elastic matter. Proc. London, Math. Soc. 1889, S. 225.
- [22] LAMB, H.: On waves in elastic plates. Proc. Royal Soc. London, A. 1916, S. 114-128.
- [23] PRESCOTT, J.: Elastic waves and vibrations of thin rods. Phil. Mag. 1942, S. 703-754.
- [24] REDWOOD, M.: The velocity and attenuation of a narrow-band high-frequency compressional pulse in a solid waveguide. J.A.S.A. 1959, S. 441-448.
- [25] REDWOOD, M.: Mechanical waveguides. Pergamon Press, Oxford 1960.
- [26] COOPER, J. L. B.: The propagation of elastic waves in a rod. Phil. Mag. 1947, S. 1-22.
- [27] SATO, Y.: Study on surface waves II, Velocity of surface waves propagated upon elastic plates. Bull. Earthquake Res. (Tokio) 1951, S. 223-261.
- [28] GOGOLADZE, V. G.: Dispersion der Rayleighwellen in einer Schicht. Publ. Inst. Seism. Acad. Sci., U.S.S.R. 1947, S. 27–38.
- [29] MENZEL, H.: Bemerkungen über die Theorie der von Love entdeckten Oberflächenwelle. Gerlands Beitr. z. Geoph. 1949, S. 86—103.
- [30] FAY, R. D.: J.A.S.A. 20 (1948), S. 620 (Literaturhinweis s. [31]).
- [31] FAY, R. D., und FORTIER, O. V.: Transmission of sound through steel plates immersed in water. J.A.S.A. 1951, S. 339-346.
- [32] PRESS, F., OLIVER, J., und EWING, M.: Seismic model study of refraction from a layer of finite thickness. Geophysics 1954, S. 388-401.
- [33] LAVERGNE, M.: Etude sur modèle ultrasonique du problèm des couches minces en sismique réfraction. Geoph. Prosp. 1961, S. 60-73.
- [34] STONLEY, R.: Elastic waves at the surface of separation of two solids. Proc. Royal Soc. London, A. 1924, S. 416-428.
- [35] SCHOLTE, J. G.: The range of existence of Rayleigh- and Stonley-waves. Monthly Notices, Royal Astr. Soc. Geoph. Suppl. 1947, S. 120—126.
- [36] Görz, J.: Über den Schalldurchgang durch Metallplatten in Flüssigkeiten bei schrägem Einfall einer ebenen Welle. Akust. Zt. 1943, S. 145.
- [37] REISSNER, H.: Der senkrechte und schräge Durchtritt einer in einem flüssigen Medium erzeugten ebenen Dilatations-Longitudinal-Welle durch eine in diesem Medium befindliche planparallele feste Platte. Helv. Phys. Acta 1937, S. 805–820.
- [38] O'BRIEN, P. N. S.: The variation with distance of the amplitude of critically refracted waves. Geoph. Prosp. 1957, S. 300-316.
- [39] O'BRIEN, P. N. S.: Multiply reflected refractions in a shallow layer. Geoph. Prosp. 1957, S. 371-380.
- [40] OFFICER, C. B.: The refraction arrival in water covered areas. Geophysics 1953, S. 805 bis 820.
- [41] OLIVER, J., PRESS, F., und EWING, M.: Two-dimensional model seismology. Geophysics 1954, S. 202–219.
- [42] LOVE, A. E. H.: A treatise on the mathematical theorie of elasticity. Cambridge University Press, 1959.
- [43] FOLICALDI, R., und CARABELLI, E.: Seismic model experiments on thin layers. Geoph. Prosp. 1957, S. 317-327.
- [44] SEZAWA, K., und NISHAMURA, G.: Rayleigh-type waves propagated along an inner stratum of a body. Bull. Earthquake Res. Inst. (Tokio) 1928, S. 85–92.
- [45] CHOPRA, S. D.: The range of existence of Stonley-waves in an internal stratum I. Symmetric vibration. Geoph. Suppl. 1956, S. 256–270.
- [46] CRARY, A. P.: Seismic studies on Fletchers Ice Island. Trans. Am. Geoph. Union 1954, S. 293–300.
- [47] PRESS, F., und EWING, M.: Propagation of elastic waves in a floating ice sheet. Trans. Am. Geoph. Union 1951, S. 673-678.



Anlage I: Zur Entstehung der Vielfacheinsätze.





Untersuchungen magnetischer Eigenschaften von Titanomagnetiten im Basalt des Rauhen Kulm (Oberpfalz) in Verbindung mit elektronenmikroskopischer Beobachtung

Von N. PETERSEN, München¹)

Eingegangen am 29. November 1961

Zusammenfassung: Es wurden Erhitzungsversuche an Gesteinsproben des Basaltes "Rauher Kulm" durchgeführt. Von den thermisch vorbehandelten Proben wurde dann jeweils die spezifische Sättigungsmagnetisierung in Abhängigkeit von der Temperatur gemessen. Diese Untersuchung zeigt, daß sich Curie-Punkt und Sättigungsmagnetisierung durch die Erhitzung geändert haben. Bei der erzmikroskopischen Untersuchung wurde gefunden, daß die ferromagnetische Komponente im Ausgangsmaterial ein unentmischter Titanomagnetit ist, der sich durch die Erhitzung in Ilmenit- und Hämatitlamellen umbildet. Die teilweise submikroskopisch kleinen Lamellen wurden elektronenmikroskopisch untersucht. Dazu wurden zwei Abdruckverfahren entwickelt.

Summary: Rock samples of the olivine-basalt "Rauher Kulm" (Oberpfalz), wich is positively magnetized, have been heated for 1, 2, 3, 12, 20 hours to either 1000° C or 600° C in normal atmosphere. After the heat treatment the relation between specific saturation magnetization and temperature was measured. The samples without thermal treatment were found to have a Curie-point close to 300° C. After heating for 1 h to 1000° C the Curie-point increased to 500° C, the saturation magnetization from 40 emu/gr to 80 emu/gr. For samples, which were heated still longer, the Curie-point (500° C) did not change, but the saturation magnetization decreased (8 emu/gr after heating to 1000° C for 20 h). The microscopic analysis shows, that the ferromagnetic mineral constituent of the unheated samples is an unexsolved titanomagnetite. After the heat treatment the titanomagnetite exsolves in lamellae of haematite and ilmenite. The lamellae, wich have partly submicroscopic size only, were observed with an electron-microscope. For that purpose two methods for preparation were developed.

Der Rauhe Kulm (90 km NE von Nürnberg) ist ein Olivinbasalt, der morphologisch deutlich hervortritt. Geologische und petrographische Beschreibungen wurden von ST. RICHARZ und E. REFAI gegeben. Der Basalt besitzt eine positive natürliche remanente Magnetisierung. Die induktive natürliche Magnetisierung beträgt $\frac{1}{3}$ bis

¹) Dipl.-Phys. N. PETERSEN, Institut für angewandte Geophysik der Universität, München 2, Richard-Wagner-Straße 10.

 $1/_{6}$ der remanenten. An Gesteinsproben dieses Basaltes wurden Erhitzungsversuche durchgeführt. Die Proben waren 1, 2, 3, 8, 12 und 20 Stunden auf 1000°C bzw. 600°C in Normalatmosphäre erhitzt worden. Von den auf diese Art vorbehandelten Proben wurde dann jeweils die spezifische Sättigungsmagnetisierung in Abhängigkeit von der Temperatur gemessen. Dazu wurde eine Apparatur verwendet, die nach dem Prinzip der FORRERschen Pendelwaage gebaut ist. Die Zeitdauer für einen ganzen Meßvorgang (Erhitzung auf 600°C und anschließende Abkühlung) betrug 1 Stunde. Die Proben wurden in Pulverform gemessen.

Bei den Untersuchungen wurde gefunden, daß der Curie-Punkt der thermisch nicht vorbehandelten Proben bei ungefähr 300°C liegt. Nach Erhitzung von 1 Stunde auf 1000°C ist der Curie-Punkt auf ungefähr 500°C gestiegen und die Sättigungsmagnetisierung auf das Doppelte des Anfangswertes angewachsen (von 40 $\frac{\text{emcgs}}{\text{gr}}$ auf 80 $\frac{\text{emcgs}}{\text{gr}}$). Bei den Proben, die noch länger erhitzt worden waren, änderte sich die Curie-Temperatur nicht mehr, sondern blieb bei 500°C. Die Sättigungsmagnetisierung auf 1000°C betrug die Sättigungsmagnetisierung nur noch ein Zehntel des Maximalwertes (8 $\frac{\text{emcgs}}{\text{gr}}$). In Abb. 1 ist der Verlauf der spezifischen Sättigungsmagnetisierung in Abhängigkeit von der Dauer der thermischen Vorbehandlung dargestellt. Dabei gilt die eine Kurve für Proben, die jeweils auf 1000°C aufgeheizt worden waren, die andere für Proben, die jeweils auf 600°C erhitzt worden waren.

Von den auf diese Art behandelten Proben wurden gleichzeitig Anschliffe hergestellt und diese erzmikroskopisch untersucht. Anschliff und die entsprechende magne-



Abb. 1: Abhängigkeit der spezifischen Sättigungsmagnetisierung von der Dauer der thermischen Vorbehandlung beim Basalt des Rauhen Kulm (Oberpfalz). Die Proben wurden jeweils auf 1000°C bzw. 600°C erhitzt. Die Magnetisierung ist auf die ferromagnetischen Erzkörner bezogen.

tisch untersuchte Probe stammten aus dem gleichen Handstück. Es wurde gefunden, daß die ferromagnetische Komponente (4 Volumenprozent) im Ausgangsmaterial ein unentmischter Titanomagnetit ist, der sich durch den Erhitzungsprozeß in Ilmenit- (TiFeO₃) und Hämatitlamellen (Fe₂O₃) umbildet¹). Je länger die Erhitzung dauert, in um so größerem Maß oxydiert der Magnetit zu nicht ferromagnetischem Hämatit.



Abb. 1a: Spezifische Sättigungsmagnetisierung in Abhängigkeit von der Temperatur beim Basalt des Rauhen Kulm. Magnetisierung auf die ferromagnetischen Erzkörner bezogen. Thermische Vorbehandlung: 12 h auf 1000°C erhitzt. Entspricht Abb. 2.



Abb. 1b: Spezifische Sättigungsmagnetisierung in Abhängigkeit von der Temperatur beim Basalt des Rauhen Kulm. Magnetisierung auf die ferromagnetischen Erzkörner bezogen. Thermische Vorbehandlung: 8 h auf 600°C erhitzt. Entspricht Abb. 3.

Da die Lamellen teilweise nur submikroskopische Dimensionen aufweisen, mußten die Anschliffe auch elektronenmikroskopisch untersucht werden. Dazu wurden die Anschliffe 3 sec lang mit konzentrierter Flußsäure angeätzt, um bei den ferromagnetischen Erzkörnern ein charakteristisches Relief zu bekommen. Davon wurden dann Abdrücke hergestellt.

Die Schwierigkeit bei der Herstellung der Abdrücke für elektronenmikroskopische Aufnahmen ist durch die Nachbarmineralien der Erzkörner bedingt, da diese teilweise sehr stark von dem Ätzungsmittel angegriffen werden. Der Abdruck muß große Höhenunterschiede überwinden, verliert dadurch seine Festigkeit und wird beim Beobachten leicht vom Elektronenstrahl zerrissen. Für die Herstellung der Abdrücke ergaben sich zwei Möglichkeiten:

- 1. Eine 5 prozentige wässrige Tyloselösung (Natriumcarboxymethylcellulose) wurde auf den Anschliff gebracht und bis zum Austrocknen gewartet.
- Der Anschliff wurde auf eine mit Methylazetat angelöste Triafolfolie (Celluloseacetobutyrat) gepreßt.

Nach Abheben vom Anschliff wurden die Abdrücke mit Palladium schrägbedampft und durch einen Lackfilm oder durch Bedampfen mit Kohle verstärkt. Die Tylosefolie läßt sich dann in Wasser, die Triafolfolie in Dichloräthan ablösen. Der zurückbleibende Lack- bzw. Kohlefilm kann dann im Elektronenmikroskop beobachtet werden. Zwei der so gewonnenen elektronenmikroskopischen Aufnahmen sind in den Abbildungen 2 und 3 wiedergegeben.

An dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. G. ANGENHEISTER für die Anregung zu dieser Arbeit und für wertvolle Hinweise danken. Herrn Dr. KINDER und Herrn FELLNER vom 2. physikalischen Institut der Universität München danke ich für die Unterstützung bei den elektronenmikroskopischen Arbeiten. Herrn Dr. BODECHTEL vom Institut für allgemeine und angewandte Geologie und Mineralogie der Universität München danke ich für wertvolle Hilfe bei der Herstellung der Anschliffe.

Literatur

- AKIMOTO, KATSURA, YOSHIDA: Magnetic Properties of TiFe₂O₄-Fe₃O₄ System and Their Change with Oxidation. J. Geom and Geoel. Vol. IX, No. 4, 1957.
- NAGATA, T., OZIMA: Anomalous Increase in Thermoremanent Magnetization of Ferromagnetic Minerals. J. Geom. and Geoel. Vol.VII, No. 4, 1955.

RAMDOHR, P.: Die Erzmineralien und ihre Verwachsungen. Akad. Verl. 1955.

REFAI, E.: Magnetfeld und Magnetisierung der Basaltvorkommen im Raum von Kemnath. Diss. München 1960. Teilweise in Zeitschr. f. Geophysik 27 (1961) S. 175 bis 187.

RICHARZ, ST.: Die Basalte der Oberpfalz. Z. deutsch. geol. Ges. 72 (1920), S. 1-100.

¹) Titanomagnetit im Sinne RAMDOHR: Die Erzmineralien und ihre Verwachsungen, Akad, Verlag 1955, S. 708.



Abb. 2: Titanomagnetitkorn im Basalt des Rauhen Kulm. Thermische Vorbehandlung: 12 h auf 1000°C erhitzt. Lamellen von Ilmenit und Hämatit. Grundmasse ist entmischter Magnetit. Tyloseabdruck. Elektronenmikroskopische Vergr.: 20000 mal. (2 cm in der Abbildung entsprechen 1 μ in der Natur).



Abb. 3: Titanomagnetitkorn im Basalt des Rauhen Kulm. Thermische Vorbehandlung: 8 h auf 600°C erhitzt. Lamellen von Ilmenit und Hämatit parallel den Oktaederflächen des Kristalls. Grundmasse ist entmischter Magnetit. Tyloseabdruck. Elektronenmikroskopisch. Vergr.: 20000 mal. (2 cm in der Abbildung entsprechen 1 μ in der Natur).

Der weltzeitliche Tagesgang der Gewitterhäufigkeit

(Neu bearbeitet nach den Weltgewitterkarten der WMO)¹)

Von H.-Chr. KRUMM, Oelde/Westf.²)

Zusammenfassung: Auf Grund der von der WMO — World Meteorological Organization — herausgegebenen Weltgewitterkarten [1] und eines eingehenden Studiums aller bisher veröffentlichten und erhältlichen ortszeitlichen Gewittertagesgänge ist die im Jahre 1929 von F. J. W. WHIPPLE [2] herausgegebene Veröffentlichung über den weltzeitlichen Tagesgang der Gewitterhäufigkeit überprüft und genauer berechnet worden.

Tabellen geben die mittlere Anzahl der Gewitter an, die in einem Weltzeit-Zweistundenintervall auftreten, wobei Berechnungen für das Gesamtjahr und die 4 Jahreszeiten aufgestellt wurden. Außerdem wurde eine getrennte Gewittersummierung für 4 Quadranten durchgeführt, deren Grenzen so gewählt sind, daß ganze Erdteile umfaßt werden.

Summary: According to the Thunderstorm cards of the world published by WMO (World Meteorological Organization) and according to an intensive study of all published (local time) diurnal variations of thunderstorms, F. J. W. WHIPPLE's (1929) publication on the mean (universal time) diurnal variation of the thunderstorm frequency has been recalculated. Tables give the average number of thunderstorms which occur in any world-time interval of two hours. The calculation is made for the whole year and the four seasons. Besides, a separate addition is presented for four quadrants, each including a continent or an ocean.

I. Einleitung

C. E. P. BROOKS [3] hat im Jahre 1925 eine Weltkarte mit Isolinien gleicher Anzahl von Gewittertagen für das Jahr sowie für die Sommer- bzw. Winterhalbjahre herausgegeben. Diese Zusammenstellung hat F. J. W. WHIPPLE [2] 1929 benutzt, um einen Überblick über den Tagesgang der Weltgewittertätigkeit zu gewinnen. Dabei ging er folgendermaßen vor:

Die Erdoberfläche teilte er in Rechtecke von 10^{0} geographischer Länge mal 10^{0} geographischer Breite ein. Für jedes $10^{0} \times 10^{0}$ -Rechteck zwischen 60^{0} N und 60^{0} S schätzte er den auf das einzelne "Quadrat" entfallenden Prozentsatz von Land und die mittlere jährliche bzw. halbjährliche Zahl der Gewittertage, welche er den Ge-

¹) Auszug aus einer Diplom-Arbeit, Mainz 1959.

²) Dipl.-Met. HANS-CHRISTOPH KRUMM, Oelde/Westf., Albrecht-Dürer-Straße 6.

witterkarten von BROOKS entnahm. Durch Multiplikation beider Zahlen miteinander und Reduktion der äquatorferneren Rechtecke — die Flächen der Rechtecke nehmen gegen die Pole hin ab — erhielt er für jedes Rechteck eine Zahl, die er "effectiveness" nannte. Die "effectiveness" stellt somit die im Mittel eines Jahres oder Halbjahres von Gewittern überdeckte *Land*fläche eines 10⁰-Rechteckes dar, multipliziert mit der Zahl der Gewitter. Deutet man die "effectiveness" als Gewitterzahlen, so liegt gewissermaßen die Annahme zugrunde, daß jedes Gewitter nur 1 km² einnimmt und das auf dem benachbarten Quadratkilometer — vielleicht gleichzeitig — beobachtete Gewitter ein anderes sei, denn es wird gesondert in der Zählung berücksichtigt. Wir wollen deshalb WHIPPLES Ergebnisse als "Gewitterflächen" bezeichnen.

WHIPPLE nahm dabei zunächst an, daß über dem Meere keine Gewitter vorkommen. Erst nachdem er einen weltzeitlichen Tagesgang der Gewitter über Land berechnet hatte, fügte er jedem Weltzeitzweistundenintervall stets den gleichen Wert von $111,5 \cdot 10^4$ km² hinzu, der die von ozeanischen Gewittern bedeckte Fläche repräsentieren sollte. — Dieser Wert wurde unter der Annahme abgeleitet, daß im Jahr über den Meeren die mittlere Zahl der Gewitter 12,2 beträgt.

Um zum weltzeitlichen Gewittertagesgang zu kommen, nahm WHIPPLE für sämtliche Landareale einen *einheitlichen ortszeitlichen* Gewittergang an (Abb. 1). So



Abb. 1: Der von WHIPPLE angenommene ortszeitliche Tagesgang der Gewitterhäufigkeit für alle Landgebiete der Erde in %.

konnte er die Effectivenesswerte der Rechtecke gleicher geographischer Länge addieren und erst dann die daraus resultierende Summe mit dem für diesen Längengrad entsprechenden und der vorgegebenen *Weltzeit* gemäßen Prozentsatz des *ortszeitlichen* Tagesganges multiplizieren. — Das Ergebnis stellt die Fläche dar, die von Gewittern zu einem bestimmten weltzeitlichen Stundenintervall überdeckt wird.

Jetzt stehen genauere Gewitterdaten aus aller Welt zur Verfügung als die, welche WHIPPLE damals bei seiner Untersuchung bekannt waren. Insbesondere bestehen heute Tabellen und Weltkarten, die die jahreszeitliche und monatliche Gewitterverteilung auf der Erde angeben. Die vorliegenden Ausführungen sollen durch eine detaillierte Berechnung WHIPPLES Ergebnisse überprüfen und ergänzen; es sei dabei vorweggenommen, daß in den wesentlichsten Punkten seine Arbeit bestätigt werden konnte.

II. Arbeitsmethode

An Unterlagen für die vorliegende Untersuchung dienten, wie schon erwähnt, die Gewitterkarten und -tabellen [1], die die WMO (World Meteorological Organization 1956) veröffentlicht hat.

Am zweckmäßigsten wird die Erdoberfläche wie bei WHIPPLE in Felder von 10^o geographischer Länge und 10^o geographischer Breite aufgeteilt, für deren Fläche überall die gleiche (mittlere) Anzahl von Gewittertagen gelten soll. Das geschieht folgendermaßen:

Nehmen wir zum Beispiel das Erdkugeloberflächenquadrat 60° bis 70° N und 60° bis 70° E. Es wird von mehreren Isolinien durchquert (s. Abb. 2).



Abb. 2: Die Jahresgewitterisolinien für das Erdkugeloberflächenrechteck 60⁰—70⁰ N und 60⁰—70⁰ E nach den Berechnungen der WMO.

Durch Interpolation zwischen den einzelnen eingezeichneten Gewitterisolinien läßt sich für die Ecken des Quadrats die ungefähre Anzahl der Gewittertage bestimmen. Addiert man die vier Eckwerte zu dem vierfachen Wert im Rechteckmittelpunkt und dividiert dann durch 8, so erhält man für die Fläche dieses ausgewählten Quadrats die durchschnittliche Anzahl der Gewittertage. Es ergibt sich durch

$$\frac{4+5+16+16+4\cdot10}{8} = \frac{81}{8} \approx 10,$$

daß im Mittel eines Jahres an jeder Stelle etwa 10 Gewitter zu finden sind. In Wirk-

lichkeit sind es natürlich, wie aus Abb. 2 zu ersehen ist, im Norden nur etwa 4 bis 5, im Süden etwa 16.

So erhält man für alle Areale von 10^{0} Länge $\times 10^{0}$ geographischer Breite die durchschnittliche Anzahl von Gewittertagen im Veranlagungszeitraum, die aus den Karten der einzelnen Jahreszeiten und der des Gesamtjahres entnommen wurden. Die Summe der Gewittertage der vier Jahreszeiten muß die Zahl der Gewittertage für das ganze Jahr ergeben. Bei richtiger Auszählung mußte diese gleich der Anzahl der aus der



Tab. 3b: Die mittlere Zahl der Gewitter für die 10⁰-Rechtecke der Erde in den Monaten März-Mai.

40 41 40 36 35 34 38 43 60 63 80 77 86 68 33 35 55 73 84 110 126 119 94 50 34 58 61 83 87 66 48 37 31 31 30 28 2114

180	۰w		15	50° W		12	0° W		90	٩w		604	w		30	۰w		01	•		30°	E		60°E	:		90*	E		120*	E		150	•E		180	•E
																					Ι																
																		_						1	1	1	1	1									5
60° N				2 3	3	3	2	2	1									1	2	6	8	9	9	9	9	9	9	8	7	7	5	3	1				118
	1	1		2 2	3	5	9	11	11	8	6	5	2				1	3	8	11	13	16	16	16	16	16	16	15	14	15	12	6	4	2			266
	2	1		1 1	2	3	13	25	24	17	15	7	5	3	1	1	2	5	11	12	11	11	11	6	6	11	18	17	15	13	8	6	5	2	2	2	295
30°N	2	2		2 2	2	1	7	29	22	32	22	14	9	5	3	1	2	5	5	3	3	3	2	1	2	15	18	17	14	11	7	8	6	4	4	3	288
	2	2		1 1	1	1	2	9	18	28	24	13	8	4	2	2	3	4	4	4	3	2	2	1	2	12	25	15	17	13	10	9	7	6	5	3	265
	2	2		2 2	1	2	6	10	19	28	23	16	8	3	2	-4	22	32	35	31	20	9	3	2	3	8	12	14	19	15	18	7	5	4	3	2	394
, o•	4	4	-	4 2	1	1	2	2	6	20	19	18	16	5	2	-4	15	15	25	30	34	19	1	1	1	3	6	11	25	11	7	5	5	6	5	4	339
	5	5		3 1	1					1	11	26	14	6	2	_1	\rightarrow		1	-5	12	12	1	_	1	3	3	9	11	5	3	2	12	18	14	10	197
	4	4	-	3 1	1	ļ				1	5	6	5	4	2	1			_	1	2	3	1		_	1	1	2	3	4	3	2	2	8	10	8	87
30°5	5	5		5 5	5	5	4	3	2	1	1	1	5	8	7	4	1	1			3	4	4	1	_	-+	1	1	1	2	2	-1	-1	7	7	5	109
	5	5	-	5 5	5	5	5	4	3	3	3	2	6	6	6	5	3	2	2	5	-9	13	10	6	3	3	3	3	3	3	3	2	2	- 8	- 9	-7	172
	3	3		3 3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	5		6	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	3	108
60°S	1	1	-	1 1	1			1		-1	-+	-+					-+	-+	1	-1	-1	-1	-1	-1	4			-	-+	-1	-1			-1	_4		28
			-	+	-						-+			-+		-+	-				+	-+	-+-	-+-	-+-	+		-+	-+	-	\rightarrow	+			\rightarrow		
			+	+	-	-											-	-							-	é								70			
	30	35	3	4 29	21	1 30	54	39	110	143	131	110	80	40	29	25	51	10	30	115	24	00	0,	+0	-0	00	<u>11 (</u>]	17	133	03	02	3.5	34		03	40	2011
	Та	b.	30	:: I	Die	m	littl	lere	żΖ	ahl	v	on	G	ewi	itte	ern	fü	r ċ	lie	10	0-F	lec	hte	eck	e	dei	ΓE	rd	e in	n (ler	ı N	10	nat	ten		
1	Та	ь.	30	2: I	Die w	m	1ittl	lere	z ع	ahl	V	on 60	G	ewi	itte J 3	ern lun	fü i—	r c Au	lie Igu •	10 ist.	1 0-F	ec. •	hte	60 °	e	de	г Е 90	rd •E	e in	n (der ••E	ı N	/10: 15	na1	ten	180)*E
1	Ta 10• v	b. ,	30	2: I	Die w	m	1111	lere	z Z	ahl	V	on 60	G	ewi	itte J	ern fun ••w	fü i—		lie Igu	10 ist.	9-F	Rec •E	hte	60°	е (Е	de	90	rd •E	e in	12	der	1 N	/10: 	na1 0*E	ten	180	Р*Е
1	Ta 80••	ь. ,	30	2: I	Die w	m 	1111 20°w	ere	• Z	ahl	v	5n 60	G •••	ewi	itte J 3	ern fun ••w	fü i—		lie Igu	10 ist.	⁹ -F	ec •	hte	60*	E	de	90	rd •E	e in	12	ler ••E	n N	/10: 15	nа1 ••е	ten	180	Р•Е
1	Ta B0• V	ь. ,	30	150°	≫ie ₩	m 1	20° w		9 9	ahl	V	5n 60	G •••		itte J 34	un w	fü i—			10 ist.	⁹ -F	€ec	hte	60°	E	de	90	·ε		12	der	1 N	/10 15	nai	ten	180	Р•Е
00° N	Ta	ь. ,	30	2: I	v W	, ,	20° W		9 9	ahl		50 60	G ww		itte J		fü i—			10 ist.	°-F 30	دون • و		60°	E		90	rd •E		120			10	nа1		180	•E
1 60° N		Ь. ,	30	150°	w	, ,	20° w		9"	ahl	3	5n 60	G w 4		itte J 34		fü i—			10 ist.	30	•E		60°	E (90 90	rd •ε					10	ο•ε		180	•E
1 60° N	Ta 80° V	b.	30	150°	Die	1 1 2	20° W	1 3 5	97 97		V (50n 60 3 9			itte J 34		fü i			10 1st.	9-F 30	•E		60°	E (90 90	•E								180	Р•Е 1 29 92 157
1 60° N 30° N	Ta 80 • V	b.	3c	150°	Die	1 1 2	1 20°w	1 1 2	9 ¹	ahl	V(500 600 9 9		22 44 7 10			fü i			10 1st.	9-F 30	•E	1 3 2	60°	E (1 1 2 4 5	90 90 1 1 2 4	•E				1 N				180	•E
1 60° N 30° N		b.	3c	150°	v v	1 1 2 3	1 20° M 1 2 2 1 5	11 1 2 6	97 97 14	ahl	V(3 7 14 19	50n 60 3 9 9 9 13	Gr	22 4 10 8	itte J 34	ern [un] 	fü i	r c Au 2 4 4 20	lie Igu 1 3 7 6 3 15	10 1st.	9-F 30 2 4 7	€ •€	2 htte	60°	E (den 11 22 44 55 8	90 90 1 2 4 10 9	•E	e in	120 120 11 1 1 2 4 8		1 N	10 15			180	•E
1 60° N 30° N	Ta 80•v	b.	3c	150°	v v	1 1 2 3 1	1 2 2 2 1 5 2 2	ere		ahl	V(3 7 14 19 15	500 600 99 99 133 160	Ge	22 44 77 100 8 22		ern [un]]]]]]]]]]]]]]]]]]]	fü i	r c Au 2 2 4 4 4 20 26	lie Igu 1 3 77 6 3 15 29	10 1st. 2 7 8 2 10 43	0-F 30 2 4 7 8 33	•E	1 3 3 1		E E	den 11 22 4 5 8 8 6	90 90 1 2 4 10 9	rd	e in	120 121 11 1 2 4 8 11	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	1 N	10 15 1 1 3 3 5 6 6 5		1 1 2 3 4 5	180 1 1 2 3 4 4	•E
1 60° N 30° N 0°	Ta	b.	3c	150°	Die	1 1 2 3 1	1 20° W 1 2 2 1 5 2	11 1 2 3 3 3 3	2 2 91 4 1 4 1 4 1 7 10 4 1 7 14 4 1 7 14 4 1 7 14	ahl	V(3 7 14 19 15 23	0 n 60 3 9 9 13 16 36	Ge	22 4 7 10 8 22 12		ern [un]]]]]]]]]]]]]]]]]]]	fü i 2 3 6 4 17 23	r c Au 2 4 4 4 20 26	lie Igu 1 3 77 6 3 15 29 1	10 st. 2 7 8 2 10 43 27	0-F 30 2 4 7 8 33 38	€ € 1 3 5 2 9 23 14	htc	60°	E E	den 1 2 4 5 8 6 1	90 90 1 2 4 10, 9 4 2	•E	e in	120 121 11 12 4 8 111 14	ler ••E 1 1 • • • • • • • • • • • • •	1 N	10 15 1 1 3 5 6 6 5 7		1 1 2 3 4 5 10	18C	•E
1 60° N 30° N 0°	Ta	b.	3c	1150°	Die		1 2 2 1 1 5 2 2	ere	2 2 91	ahl	V(3 7 14 19 15 23 6	50 n 60 33 99 13 16 36 19	Ge	22 44 77 100 8 2 12 16		2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	fü i	r c Au 2 4 4 4 20 26	lie Igu 1 3 7 6 3 15 29 1	10 ist. 2 7 8 2 10 43 27 12	0-F 30 2 4 7 8 33 38 22	•E	1 3 3 2 3 1 2 13	600 11 12 11 11 11 11 12 12	E C	den 11 22 44 55 88 66 11	90 90 1 1 2 4 10 9 4 2 1	•E	e ii 1 1 2 4 16 24 17 3	120 120 11 1 1 1 2 2 4 8 11 14 8 11	ler 	1 N	10 15 11 11 33 55 66 55 77 5		1 1 2 3 4 5 10 10	180 1 1 2 3 4 4 4 7 9	•E
1 60° h 30° h 0°	Ta 80 • v 1 2 3 3 4 6 3	b.	3c	150°	Die		1 20° w 1 2 2 1 5 2	11 1 2 2 6 6 7	2 30 30 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	ahl	VC 3 7 14 19 15 23 6	50n 60 33 99 99 13 16 36 19 4	Ge	22 44 77 100 88 22 122 166 14		2 2 2 2 2 2 2 3 3 5 6 6 4 4 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	fü i 2 3 6 4 17 23	r c Au 2 4 4 4 20 26	lie 1gu 1 3 7 6 3 15 29 1	10 ist. 2 7 7 8 2 10 43 27 12 3	0-F 30 2 4 7 7 8 33 38 22 12	•E 1 3 5 2 9 23 14 9 10	htc	60°	E (den 11 22 4 5 8 6 6 1 1 1	90 90 1 1 2 4 10 9 4 2 1 1	•E	e ii 1 1 1 2 4 16 24 17 3 1	120 120 11 11 12 4 8 11 14 5 2	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	1 N	10 15 11 3 5 6 5 7 5 5	na1	11 12 33 44 55 100 100 5	180 11 1 2 3 4 4 4 7 7 9 9	•E
1 60° N 30° N 0°	Ta 80 · v	b.	3C	1150° 1150° 11 11 11 12 3 2 3	Die		11 22 22 11 5 5 2 2 3	11 1 2 6 6 7 3 3 2		ahl	VC 3 3 7 14 19 15 23 6	0n 60 33 99 13 16 36 19 4 7	Ge 0 w 4 4 7 9 9 10 12 277 32 13 10	22 44 7 100 88 22 122 16 144 7		ern [un • w • 2 • 3 • 6 • 4 • 9 • 9 • 9 • 9 • 9 • 9 • 9 • 9	fü i	r c Au 2 4 4 20 26	lie 1gu - 1 3 77 6 3 15 29 1	10 st. 2 7 8 2 10 43 27 12 3 2	0-F 30 2 4 7 33 38 22 12 7	€ € 1 3 3 5 2 9 23 14 9 10 8	htc	60°	E (den 11 2 4 5 8 6 1 1 1 1 3	90 90 1 2 4 10 9 9 4 2 1 1 2	•E	e ii 1 1 1 2 4 16 24 17 3 1 2	120 120 11 11 12 4 8 11 14 6 2 3	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	1 N	10 15 15 1 1 3 5 6 6 5 7 7 5 5 3	na1	1 1 2 2 3 3 4 4 5 10 10 5 5	180 1 1 2 3 4 4 4 4 4 7 7 9 9 4 3	•E
1 60° N 30° N 0°	Ta 50 · v 1 2 2 2 3 3 4 6 6 3 3 1	b.	30 1 1 2 4 6 3 3 1	150° 150° 1 1 1 1 1 2 3 2 3 1	Die		1 2 2 2 1 5 2 2 1 5 2 2 1	ere		ahl	V(3 7 14 19 15 23 6	500 500 33 99 99 133 166 366 199 44 77	Ge	22 44 77 100 82 22 122 166 144 77 22		ern [un 	fü i 2 3 6 4 177 23 6 4 177 23 3 2	r c Au 2 4 4 4 4 20 26	lie 1gu 1 3 77 6 3 15 29 1	10 ist. 2 2 7 7 8 2 10 43 27 12 3 2 2 2	0-F 30 2 4 7 8 33 38 222 12 7 7 5	€ •E 1 3 5 2 9 9 23 14 9 10 8 4	1 3 3 1 2 13 13 7 3	60°	E E	der 1 1 2 4 5 8 6 1 1 1 3 2	90 90 1 1 2 4 10 9 9 4 2 1 1 2 2	•E	e ii 1 1 1 2 4 16 24 17 3 1 2 2	120 120 11 11 11 14 88 111 14 88 111 14 6 2 2 2	1er	1 N	10 15 11 13 5 6 6 5 7 5 5 3 3 3	na 1	11 11 22 33 44 55 100 100 55 33	180 1 1 2 3 3 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 3 3 2	•E 1 29 72 157 164 306 363 294 216 132 130 65
1 60° h 30° h 30° 5	Ta 80 · v 1 1 2 2 3 3 4 6 3 3 1 1	b.	3 1 1 1 2 4 6 3 1 1	150° 150° 1 1 1 1 1 2 3 2 3 1	Die	1 1 2 3 1 1 1 3 1	1 2 2 2 1 5 5 2 3 1	ere		ahl	V(3 3 7 14 19 15 23 6	500 600 33 99 93 13 166 366 199 44 77 1	Geven we	22 44 7 100 8 8 2 12 16 14 7 7 2	itte J 39 2 2 3 6 6 6 2 2 2 7 7 7 5 5 2 2 1	2 2 2 3 3 5 6 6 4 4 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	fü i 2 2 3 6 6 4 17 23 3 2 1	r c Au 2 4 4 4 20 26	lie Igu 1 3 77 6 3 155 29 1 1	10 st. 2 7 7 8 2 10 43 27 12 3 22 2 1	0-F 30 2 4 7 8 33 38 22 12 7 5 1	€ E E E E E E E E E E E E E E E E E E E	1 3 3 1 2 13 13 7 3 1 1 3	600 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 3 2 2 1 1	E (der 1 1 2 4 5 8 6 1 1 1 1 3 2 1	90 90 1 1 2 4 10 9 9 4 2 1 1 2 2 1	•E	e in 11 1 2 4 16 24 17 3 1 2 2 1 1 2 1 1 2 1 1 1 1 2 1 1 1 1 2 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	120 120 11 11 11 14 88 111 14 6 2 2 3 2 2 1	1er	1 N	10 15 15 11 33 55 57 55 53 33 1	na 1	11 12 33 44 55 100 100 55 33 1	180 11 22 33 44 4 7 7 9 9 9 9 4 4 33 22	•E 1 29 92 157 164 306 363 294 216 132 130 65 21
1 60° h 30° h 0° 30° S 60° S	Ta 80 • v 1 1 2 2 3 3 4 6 3 3 1 1	b.	3 (1 1 2 2 4 6 3 3 1	150°	Die		1 20° w 1 2 2 2 1 5 2 2 1 5 2 2 1	ere		ahl	V(3 7 14 19 15 23 6	50 50 3 9 9 9 9 9 9 9 9 13 16 36 19 4 7 1	Ge	22 44 7 100 8 2 122 16 144 7 2		2 2 3 3 6 6 6 1 4 4 9 9 9 1 3 3 6 6 6 1 4 4 9 9 9 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	fü i 2 3 6 4 17 23 3 6 1 1	r c Au 2 4 4 4 20 26	lie Igu 1 1 3 77 6 3 15 29 1 1 1 1	10 sst. 2 7 8 2 7 10 43 27 12 3 2 2 2 1	0-F 30 2 4 7 8 33 38 22 12 7 5 1	•E	1 3 3 2 3 1 2 13 13 7 3 1 1 3 13 7 3 1	60°	E E	der 1 1 2 4 5 8 6 1 1 1 3 2 1 1	90 90 1 1 2 4 10 9 9 4 2 1 1 2 2 1	•E	e in	120 120 11 11 11 14 8 11 14 8 11 14 8 11 14 8 11 14 8 11 14 8 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12 12	ler 0°E 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	1 N	10 15 15 1 1 3 5 5 7 5 5 3 3 1 1	na1	1 1 2 3 4 4 5 5 10 10 10 5 5 3 3 1	180 1 2 3 4 4 4 4 4 4 4 4 3 3 2 2	•E
1 60° h 30° h 30° S 60° S	Ta 80 • v	b.	3 1 1 1 1 2 2 4 6 3 3 1 1	150°	Die		1 20° W 1 2 2 1 5 2 2 1 1 5 2 2	ere		ahl	V(3 3 7 14 19 15 23 6	500 60 33 99 99 133 166 366 199 44 77 1	Ge	22 44 77 100 88 22 122 166 144 77 22	itte	2 2 3 3 6 6 6 1 4 4 9 9 9 9 9 9 9 1 9 1 1	fü i 2 3 6 4 17 23 3 2 1 1	r c Au 2 4 4 4 4 20 26	lie Igu 1 3 7 6 3 15 29 1 1 1 1 1 1 1	10 st. 2 2 7 8 2 10 43 27 12 3 2 2 2 1	30 30 2 4 7 33 33 38 22 12 7 5 1	•E	htc	600 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	E E	den 1 1 2 4 5 8 6 1 1 1 3 2 1 1 1 3 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	90 90 1 1 2 4 10 9 9 4 2 1 1 1 2 2 1 1	•E	e in	120 120 11 1 1 1 1 1 2 3 2 2 1 1 1 1 4 8 11 1 1 2 2 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	1er	1 N	10 15 11 11 33 55 66 55 77 55 55 33 30 11	na1	11 12 23 33 44 55 100 100 55 53 31	180 1 1 2 2 3 3 4 4 4 4 4 4 4 3 3 2 2	•E

Jahreskarte abgelesenen Gewittertage sein, so daß die Ergebnisse kontrolliert werden konnten³).

Tab. 3d: Die mittlere Zahl von Gewittern für die 10⁰-Rechtecke der Erde in den Monaten September-November.

³) Hierbei muß den Bearbeitern der WMO-Karten für das Gebiet der Philippinen von 120° bis 130°E und 20°N bis 10°S eine kleine Ungenauigkeit unterlaufen sein, denn die Summe der Gewittertage je Jahreszeit ist in diesen Quadraten höher als die aus der der Jahreskarte entnommene. Nach Durchsicht der für dieses Gebiet angegebenen Einzeldaten schienen die in der Jahreskarte stehenden die richtigen Werte zu sein, so daß die jahreszeitlichen Werte diesen angeglichen wurden.



Es ergaben sich im Mittel für die 10⁰-Rechtecke der ganzen Erde die aus Tabelle 3 ersichtlichen Zahlen für Gewittertage (s. Tab. 3, a bis e).

Tab. 3e: Die mittlere Zahl von Gewittern für die 10⁰-Rechtecke der Erde in den Monaten Dezember—Februar.

Zur Bestimmung der Verteilung der Gewitter auf die Tagesstunden muß nun für jedes Rechteck ein repräsentativer Tagesgang der Gewitter gefunden werden. Zu bestimmen ist also der auf jedes Stunden- oder besser Zweistundenintervall entfallende Prozentsatz der je Tag auftretenden Gewitter. Aus diesem Grunde wurden zunächst tägliche Gänge der Gewitterhäufigkeit von möglichst vielen Stationen und Gebieten studiert. Aus manchen Teilen der Erde war es schwierig, solche zu erhalten, so daß für Quadrate, aus denen keine Daten über den Gewittergang zu bekommen waren, solche aus klimatisch ähnlichen Gegenden herangezogen werden mußten.

III. Berechnungen und Ergebnisse

Unter Berücksichtigung verschiedener ortszeitlicher Tagesgänge der Gewittertätigkeit und deren Ursachen, auf die hier nicht im einzelnen eingegangen werden kann (s. dazu H.-CHR. KRUMM, Diplomarbeit, Mainz 1959), ließ sich für jedes 10^o-Rechteck der Erde ein repräsentativer Tagesgang ermitteln.

Da die meisten prozentualen Angaben außereuropäischer Gewittertagesgänge für Zweistundenintervalle vorliegen, wurden sämtliche Tagesgänge in dieser Weise unterteilt. Die wenigen einstündig aufgestellten Tagesgänge europäischer Stationen wurden in zweistündige umgerechnet; vierstündig unterteilte wurden auf zweistündige graphisch interpoliert. Unter letztere fallen die für die Meere angegebenen Tagesgänge: Atlantischer Ozean, Indischer Ozean, Caribisches Meer und Golf von Mexiko. Die Aufstellung der für die 10⁰-Rechtecke repräsentativen Tagesgänge wird nicht nur dadurch erschwert, daß für viele Quadrate keine Tagesgänge zu erhalten sind, so daß klimatisch ähnliche hierfür herangezogen werden mußten, sondern es ist bei vielen Rechtecken auch auf die Verteilung von Land und Wasser zu achten. Nach den bisherigen Ausführungen kommen die relativ meisten Gewitter über dem Meere nachts, über dem Lande nachmittags vor. Deshalb ist es nötig, bei der Bestimmung des Gewittertagesganges für ein solches Quadrat die WMO-Weltkarten [1] heranzuziehen und den Verlauf der Gewitterisolinien festzustellen. Befinden sich nämlich über dem Landareal wesentlich höhere Isolinien, so muß der überwiegende Teil der Gewitter dieses Rechtecks dem Tagesgang über Land folgen. — Ist in einem Rechteck die Verteilung der Land- und Wasserfläche sowie die der Gewitter ungefähr gleich, so ist dort sowohl ein Tages- wie ein Nachtgewittermaximum zu beobachten. In einem überwiegend vom Meere bedeckten Rechteck kommt dem Tagesgang des Meeres das Übergewicht zu.

Diese Tatsachen waren zu berücksichtigen.

Die für die einzelnen 10⁰-Rechtecke bestimmten repräsentativen Gewittertagesgänge zeigt Abb. 4, während die dazu gehörige Tabelle genauere Angaben über die



Abb. 4: Repräsentative Gewittertagesgänge für die 10º-Rechtecke in Verbindung mit Tabelle 4.

prozentualen Gewitteranteile der Zweistundenintervalle macht. Sich entsprechende Zahlen in Abbildung und Tabelle geben an, für welche Rechtecke der Tagesgang gelten soll. Wenn von Stationen gesondert Tagesgänge für verschiedene Jahreszeiten vorlagen, so wurden diese natürlich bei der Berechnung für das entsprechende Viertel-

	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	Lit angabe
1. Atl. Ozean	13.1	13.9	9.3	7.7	5.5	4.5	4.2	5.8	7.8	8.2	8.5	11.5	[4]
2. Ind. Ozean	11.5	11.0	7.9	7.4	5.5	5.9	6.4	6.6	8.0	8.4	10.4	11.0	[5]
3. Car. Meer	12.0	10.3	8.7	7.2	6.4	5.7	5.5	6.1	7.0	7.5	10.8	12.8	[6]
4. G.v. Mex.	6.7	7.2	8.8	8.4	6.4	6.7	9.8	10.8	9.4	8.5	8.5	8.8	[6]
5. Oahu (H.)	9.2	8.5	4.3	4.3	3.5	8.5	15.6	12.8	9.2	6.4	9.2	8.5	[7]
6. Brit. Ins.	5.0	4.1	4.2	3.2	4.2	7.5	13.3	16.0	13.4	11.5	10.2	7.4	[8]
7. Ryu-Kiu-													
Inseln	3.3	5.3	6.7	8.5	8.2	9.8	10.7	15.7	10.9	8.3	7.5	5.1	[9]
a) Japanische												ł	
Inseln	4.8	3.8	4.1	4.3	4.3	8.7	16.0	19.7	14.9	9.8	6.3	3.3	[9]
8. Niederld.	3.9	3.3	3.0	2.9	3.4	5.3	10.4	15.5	17.6	15.4	12.3	7.0	[10]
9. Norwegen	4.2	2.0	5.0	6.0	6.8	10.7	13.0	15.3	13.4	9.7	6.5	5.4	[11]
10. Sommer	2.9	2.7	3.2	3.6	5.9	13.0	18.9	18.7	14.2	8.1	5.1	3.7	[11]
11. Winter	5.5	5.3	6.7	8.5	7.8	8.4	7.2	11.8	12.5	11.3	7.9	7.1	[11]
12. Küste	4.5	4.0	5.6	6.7	7.2	7.9	9.8	13.5	13.3	11.8	9.1	6.6	[12]
13. Schweden	2.2	2.1	2.3	2.6	3.1	8.2	15.2	21.9	20.4	11.1	6.9	4.0	[12]
14. Nord-													
schweden	1.0	1.4	1.2	1.4	2.9	5.7	14.3	24.7	23.6	13.8	6.6	2.4	[13]
15. Mittel-													
europa	2.9	2.5	2.1	1.9	2.5	7.1	15.3	21.0	19.3	13.0	8.5	3.9	[12]
16. Ostdt.													
Tiefland	2.6	1.9	2.1	1.8	2.2	5.9	14.5	20.3	20.8	13.1	10.0	4.7	[14]
17. Slowakei	2.5	1.8	1.4	1.5	2.1	10.6	20.8	22.8	16.0	10.8	6.9	2.8	[15]
18. Gebirgs-													
typus	1.6	1.2	1.4	1.3	1.6	4.9	14.3	27.2	23.2	14.8	6.1	2.4	[16]
19. Santa Fe			0.0	26	60		21.5	24	14.2		6.0	1 20	[17]
(New Mexiko)	0.4	0.4	0.8	3.0	0.8	9.4	21.5	26.4	16.3	0.6	5.2	2.6	[[/]
20. Abilene			47	2.0	4.2	6			14.2	0.0	0.7		[17]
(Texas)	8.4	0.0	4.7	3.9	4.2	0.5	11.3	14.4	14.3	9.9	8.3	1.5	[[/]
21. Meridian	4 5	24	2.1	26	4.1	65	150	10.6	21.6	115	47	26	[17]
(MISS.)	4.3	3.4	3.1	2.0	4.1	0.3	15.0	19.0	21.0	11.5	4.7	2.0	[1/]
22. Omana	0.0	0 1	0.5	F 0	10	47	4.1	70	10.2	14.2	10.5	10.5	F1 Q1
(Nebraska)	9.8	0.1	9.5	J.8 1.0	4.0	4.7	4.1	17.2	10.2	14.2	10.5	10.5	[16]
23. Bodensee	4.1	5.0	2.0	1.9	2.1	5.0	9.0	17.5	21.4	10.0	12.2	3.4	[10]
24. Salago	2.0	2.0	2.1	20	22	4.1	14.2	20.6	10.1	07	71	21	[10]
(10g0) 25 Stanlauvilla	3.9	3.0 11 7	5.1	5.0	2.5	20	14.2	10.0	13.1	0.2	9.1	6.0	[20]
25.Stanleyvine	13.0	02	7.0	5.0 7.1	5.5	2.9	4.0	8 3	13.4	13.1	0.1	6.2	[20]
a) ($\operatorname{Iuni} \operatorname{Aug}$)	15.0	7.4, 7.8	2.0	2.0	1.0	2.5	4.J	10.5	14.1	12.5	10 1	77	[20]
0) (Juni-Aug.)	13.0	12.3	5.0 0.5	5.0	1.0	2.2	6.5	10.4 9 1	10.7	13.5	10.4	67	[20]
d) (Doz. Fob.)	14.1	10.7	7.5	63	5.1	13	3.1	6.8	14.2	15.4	9.0	7.0	[20]
d) (DezFeb.)	11.1	10.7	1.2	0.5	5.0	4.5	5.1	0.0	14.2	15.4	0.9	/.0	[20]
= Diakarta	61	70	40	13	0.8	28	99	21.5	21.1	11 4	74	64	[21]
27 Melhourne	45	5 3	38	3.8	6.8	53	11 4	19.0	14 9	13.5	71	4.6	[27]
28 Tamborine	4.5	5.5	5.0	5.0	0.0	5.5	11.4	17.0	17.7	15.5	/.1	0	[~~]
Mt (Austr)	12	26	31	27	34	60	154	28.2	17.6	13.2	4.8	18	[22]
						0.0							[3-]

	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	Lit angabe
29. Trevan- drum (Indien) 30. Delhi a) (März-Mai) b) (Juni-Aug.) c)(SeptNov.) d)(DezFebr.)	5.6 5.2 4.1 4.8 7.5 6.4	4.9 8.6 4.1 10.9 6.7 9.9	4.3 10.7 8.7 11.5 5.8 15.6	1.3 8.3 9.9 7.5 5.0 11.4	1.4 4.0 4.9 3.8 4.2 2.8	2.0 3.4 5.8 4.2	13.3 7.0 2.9 8.7 13.3 2.8	24.5 11.6 11.1 12.5 17.5 4.3	15.9 13.5 16.9 14.7 9.2 7.1	13.3 11.2 15.2 7.7 11.6 16.3	7.6 9.6 11.5 6.9 10.0 15.6	5.9 6.9 10.7 5.2 5.0 7.8	[23] [24] [24] [24] [24] [24]

 Tabelle 4 (in Verbindung mit Abbildung 4): Repräsentative Gewittertagesgänge für 10°-Rechtecke in Prozenten.

jahr benutzt. In der Mehrzahl waren aber solche nicht vorhanden, so daß bei den Vierteljahreskarten auch der gleiche tägliche Gewittergang wie in den Jahreskarten verwendet werden mußte.

Aus diesen Angaben wird ersichtlich, daß bei einer erneuten Bearbeitung bei der Auswahl der Gewittertagesgänge für die einzelnen 10⁰-Rechtecke noch genauere und detailliertere Ergebnisse erzielt werden könnten, wenn mehr Daten für Tagesgänge in allen Klimaten vorlägen. Die Beobachtungen des ortszeitlichen Gewittertagesganges sind heute in manchen Erdteilen noch recht spärlich. Sie wären besonders aus Asien, Afrika, Australien und Südamerika erwünscht, und auch neuere Messungen über den Weltmeeren wären zu begrüßen. Beispielsweise mußten für den Pazifik die von HALTERMANN [4] gewonnenen Daten aus dem Quadrat 0⁰ bis 10⁰ N und 20⁰ bis 30⁰ W des Atlantik herangezogen werden, wobei die Frage auftaucht, ob dieser Gang auch für die Südseegebiete gerechtfertigt ist. Instrumentelle Gewitterzählungen nach elektrischen Methoden sind möglich, und es sollte mit deren Einsatz nicht gezögert werden.

Nachdem nun für jedes einzelne Rechteck von 10⁰ Länge mal 10⁰ Breite sowohl eine mittlere Anzahl von Gewittertagen als auch ein für sein gesamtes Areal geltender Tagesgang der Gewitterhäufigkeit vorliegt, sind die ortszeitlichen Gewittertagesgänge auf Weltzeit abzustimmen, um die auf der Erde *gleichzeitig* auftretenden Gewitter zu ermitteln.

Für jeden Meridian steht die Sonne infolge der Erdumdrehung zu einem andern Zeitpunkt im Zenith. Die Ortszeit variiert von einem Längengrad zum andern um 4 Minuten, so daß zwischen Längengraden, die 15 Grad auseinanderliegen, ein Zeitunterschied von einer Stunde besteht. Östlich des Greenwich-Nullmeridians gelegene Gebiete haben demnach im Vergleich zu dessen Zeit eine weiter fortgeschrittene, westlich vom Nullmeridian gelegene hingegen noch eine frühere Tageszeit. Diese Zeitunterschiede lassen sich nach der Gleichung

$$T = T_0 + \frac{\lambda}{15}$$

bestimmen.

T bedeutet die Ortszeit des Meridians λ ,

 T_0 die Ortszeit des Nullmeridians.

Der Quotient $\frac{\lambda}{15}$ gibt die Abweichung der Zeit zu der des Nullmeridians in *Stunden* an. λ ist immer in *östlicher* Richtung vom Nullmeridian aus zu rechnen. So beträgt z. B. für den Meridian 15⁰ W = 345⁰ E der Zeitunterschied $T_{(\lambda=15^{0}W)} = T_{0} + \frac{345}{15}$ = 23 Stunden.

Bei einer Gleichzeitigkeit erfordernden Gesamtbetrachtung der Erde müssen wegen dieser ortszeitlichen Unterschiede die prozentualen Zweistundenanteile der Gewittertagesgänge von Rechtecken verschiedener geographischer Länge einander entsprechend zugeordnet werden.

Als Beispiel ergibt sich für die Mittelmeridiane der 10^{0} -Rechtecke zum Zweistundenintervall 0 bis 2 Uhr GMT die oberhalb der Abb. 4 angebrachte Zeitskala, wobei für den Nullmeridian die Mitte des Intervalls 0 bis 2 Uhr = 1 Uhr gelten soll. — Es braucht nicht erwähnt zu werden, daß diese Zeitskala in keiner Beziehung zu dem steht, was die Abb. 4 eigentlich darstellen soll, nämlich die den 10^{0} -Rechtecken der Erde zugeordneten repräsentativen Tagesgänge. Nur der Einfachheit halber wurde diese Zeitskala über Abb. 4 gesetzt.

Hieraus wird ersichtlich, daß bei manchen Quadraten für die östliche Hälfte der Fläche ein anderes Stundenintervall des Gewittertagesganges gilt als für die westliche. So sind z. B. für alle zwischen 10^{0} W und 20^{0} W gelegenen Rechtecke um 1 Uhr Greenwich-Weltzeit zwei Gewitterprozentzahlen des Tagesganges von Bedeutung. Östlich des Meridians 15^{0} W gilt bereits die Prozentzahl des Intervalls 0 bis 2 Uhr, westlich des Meridians 15^{0} W dagegen noch die des Intervalls 22 bis 24 Uhr.

Standen bei $10^{0} \times 10^{0}$ Rechtecken zwei Prozentzahlen des Gewittertagesganges gleichberechtigt nebeneinander, so wurde deren arithmetisches Mittel bestimmt. Das hatte für alle *die* Rechtecke zu geschehen, deren Mittelmeridian gerade eine volle Stunde anzeigt, also z. B. für alle Rechtecke zwischen 160⁰ W und 170⁰ W, weil nach der Tabelle für den Meridian 165⁰ W genau 14.00 Uhr Ortszeit gilt, und entsprechend für jedes um ein Vielfaches von 30⁰ verschobene Rechteck.

WHIPPLES "Gewitterflächen" bezogen sich auf 1 km². Wenn wir annehmen, daß der Donner eines Gewitters 20 km weit hörbar ist, dann würde erst ein jenseits dieser Entfernung gehörtes Gewitter ein *anderes* sein. Wir beziehen deshalb unsere Gewitterzahlen auf die Fläche von $s = 2\pi 40^2 = 1256$ km². Die Rechtecke höherer Breiten sind flächenmäßig kleiner als die äquatornahen. Tab. 5 gibt die Fläche eines solchen Rechteckes ΔS in 10³ km² und die durch die Zahl des "Hörbarkeitsbereiches" s = 1256 km² dividierte an.

Die mittlere Anzahl der Gewitter, die sich in einem Rechteck zu einem bestimmten Zweistundenintervall ereignen, erhält man durch Multiplikation der aus den WMO-Karten entnommenen mittleren Anzahl von Gewittertagen mit der Größe $\Delta S/s$ und

. P	ΔS in 1000 km ² angegeben	$\frac{\Delta S}{s}$
$\begin{array}{c} 0^{0}-10^{0}\\ 10^{0}-20^{0}\\ 20^{0}-30^{0}\\ 30^{0}-40^{0}\\ 40^{0}-50^{0}\\ 50^{0}-60^{0}\\ 60^{0}-70^{0}\\ 70^{0}-80^{0}\\ 80^{0}-90^{0} \end{array}$	1228 1191 1117 1010 871 707 521 319 107	977 948 890 804 694 563 415 254 86

mit der einem bestimmten Zweistundenintervall nach Greenwich-Zeit entsprechenden Prozentzahl seines repräsentativen Tagesganges.

Tabelle 5: Die Fläche eines 10⁰-Rechtecks in Abhängigkeit von der geographischen Breite; in Spalte 3 dividiert durch den "Hörbarkeitsbereich" von 1256 km². Es sind: φ geographisches Breitenintervall; $\triangle S$ Fläche eines 10⁰ × 10⁰-Rechtecks (km²); s 1256 km²; "Hörbarkeitsradius".

Summiert man dann über alle $36 \times 18 = 648$ Rechtecke, so resultiert die Anzahl der Gewitter im Mittel für die Gesamterde, die während eines Jahres oder Vierteljahres zu einem bestimmten Weltzeitzweistundenintervall vorkommen.

Dies besagt die Formel:

$$X(t) = \sum_{n=1}^{648} \frac{n}{N} \cdot \frac{f(t,\lambda)}{100} \cdot \frac{S(\varphi)}{s}.$$

Es ist:

- X die Anzahl der Gewitter auf der Erde innerhalb eines Weltzeitzweistundenintervalls t.
- *n* die aus den WMO-Karten entnommene mittlere Anzahl der Gewitter, die sich innerhalb eines $10^{0} \times 10^{0}$ -Rechtecks während eines Jahres bzw. einer Jahreszeit ereignen.
- N die Anzahl der Tage in einem Jahr (N = 365) oder einer Jahreszeit (N = 90 bzw. 91 oder 92).

 $\frac{f(t,\lambda)}{100}$ der prozentuale Anteil der Gewitter von einem Rechteck innerhalb eines Weltzeitzweistundenintervalls t in Abhängigkeit von der geographischen Länge λ .

 $\frac{\Delta S}{s}$ die Fläche eines $10^{\circ} \times 10^{\circ}$ -Rechtecks in Abhängigkeit von der geographischen Breite φ ausgedrückt durch die Anzahl der "Hörbarkeitsbereiche s" gemäß Spalte 3 in Tab. 5.

Das Ergebnis der Berechnung liefert die Zahl der Gewitter, die zu einem Weltzeitzweistundenintervall auftreten. Um die sich ergebende Kurve für die Gesamterde besser deuten und sagen zu können, welcher Teil der Erde zu einer bestimmten Greenwich-Zeit gerade den Hauptanteil an Gewittern stellt, wurde auch eine getrennte Summierung für 4 Quadranten durchgeführt. Die Grenzen sind so gewählt, daß ganze Erdteile umfaßt werden.

```
150° E bis 120° W begrenzen den Pazifik,
120° W bis 30° W Amerika,
30° W bis 60° E Afrika und Europa,
60° E bis 150° E Asien und Australien.
```

Die nach dem Gesamtjahr und den Jahreszeiten unterschiedenen Tabellen und Abb. 6 bis 10 geben den weltzeitlichen Tagesgang der Gewitter an, wobei außerdem die Anteile der 4 erwähnten Quadranten einzeln berechnet sind (s. Tab. und Abb. 6 bis 10).



Abb. 6: Die mittlere Zahl der Gewitter zu einem Weltzeit-Zweistundenintervall (Jahr)

Jahr	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	Tages- mittel
150 E—120 W	170	190	220	240	290	350	360+	320	260	210	170 700+	160-	240
30W- 60 E 60 E-150 E	570 210 ⁻	470	360 440	300 650	330 710 ⁺	500 600	760	850 ⁺ 410	710 360	550 340	480 300	560 250	540 420
Gesamterde	1480	1410-	1590	1710	1740	1800	1880+	1850	1700	1670	1650	1600	1670

Tabelle 6: Die mittlere Anzahl der Gewitter zu einem Weltzeit-Zweistundenintervall (Jahr).



Abb. 7: Die mittlere Zahl der Gewitter zu einem Weltzeit-Zweistundenintervall (März/Mai).

März/Mai	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	Mittel
150 E—120 W 120W— 30 W 30W— 60 E 60 E—150 E	180 470 650 220	210 460 570 240	240 540 470 390	260 460 400 590	330 400 390 690 ⁺	380 350 540 600	390+ 280 750 490	330 250- 880+ 410	260 340 780 370	200 510 630 350	170 650+ 540 310	160 580 690 ⁺ 250	260 440 610 410
Gesamterde	1520	1480-	1640	1710	1810	1870	1910+	1870	1750	1690	1670	1680	1720

Tabelle 7: Die mittlere Anzahl der Gewitter zu einem Weltzeit-Zweistunden intervall (März/Mai).



Abb. 8: Die mittlere Zahl der Gewitter zu einem Weltzeit-Zweistundenintervall (Juni/Aug.).

Juni-August	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	Mittel
150 E—120 W	200	220	250	270	320	390	410+	370	310	240	210	200-	280
120W— 30 W	750	680	700+	600	490	420	340	340-	460	720	940+	880	610
30W— 60 E	440	350	300	240-	310	540	840	990+	730	540	440	490+	520
60 E—150 E	270-	330	570	880	1040+	930	710	530	420	380	360	310	560
Gesamterde	1660	1580-	1820	1990	2160	2280	2300+	2230	1920	1880	1950	1880	1970

 Tabelle 8: Die mittlere Anzahl der Gewitter zu einem Weltzeit-Zweistundenintervall (Juni bis August).



Abb. 9: Die mittlere Zahl der Gewitter zu einem Weltzeit-Zweistundenintervall (September bis November).

SeptNov.	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	Mittel
150 E—120 W	130	150	180	200	240	280	310+	280	240	190	150	130	210
120W- 30 W	520	550	660+	610	490	370	280+	290	420	580	750+	630	510
30W- 60 E	630+	540	400	290-	300	490	700	850+	690	500	470	600	540
60 E—150 E	200-	230	370	550	580+	480	400	360	330	330	290	230	360
Gesamterde	1480	1470-	1610	1650+	1610	1620	1690	1780+	1680	1600	1660	1590	1620

Tabelle 9: Die mittlere Anzahl der Gewitter zu einem Weltzeit-Zweistundenintervall (September bis November).



Abb. 10: Die mittlere Anzahl der Gewitter zu einem Weltzeit-Zweistundenintervall (Dezember bis Februar).

DezFebr.	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	Mittel
150 E—120 W 120W— 30 W 30W— 60 E 60 E—150 E	160 350 520+ 170 ⁻	190 340 430 230	210 390 ⁺ 350 420	240 350 290- 570+	290 280 320 530	340 240 400 400	350+ 200- 620 330	31.0 200 730+ 320	250 250 660 310	200 390 510 300	160 500+ 430 250	150- 450 470 190	240 330 480 330
Gesamterde	1200	1190-	1370	1450	1420	1380	1500	1560+	1470	1400	1340	1260	1380

 Tabelle 10: Die mittlere Anzahl der Gewitter zu einem Weltzeit-Zweistundenintervall (Dezember bis Februar).

Aus den Kurven ist zu ersehen, daß die Monate Juni bis August die häufigsten, die Monate Dezember bis Februar die wenigsten Gewitter aufweisen. Dieser Unterschied in der Gewitterhäufigkeit beider Jahreszeiten wird durch die sommerliche Erwärmung der wesentlich *landreicheren Nordhalbkugel* bewirkt, während im Nordwinter hier in mittleren Breiten die Sonneneinstrahlung so gering ist, daß es kaum zu starker Konvektion und damit zu Gewitterbildungen kommen kann. — Die Kurven der Übergangszeiten liegen zwischen diesen.

Betrachtet man nun ihren Verlauf, so zeigen alle Abbildungen die geringste Weltgewittertätigkeit zum Zweistundenintervall 2 bis 4 Uhr, während die meisten Gewitter zwischen 12 und 14 Uhr Greenwich-Zeit auftreten. Asien und Australien liefern den größten Gewitterbeitrag zwischen 8 und 10 Uhr Weltzeit, Europa und Afrika haben zwischen 14 und 16 Uhr die meisten Gewitter, Amerika zwischen 20 und 22 Uhr.

H.-Chr. Krumm

Für den Herbst und Winter — nach Jahreszeiteneinteilung der nördlichen Halbkugel — verschiebt sich das Hauptmaximum auf das Intervall 14 bis 16 Uhr, da zu diesen Jahreszeiten die nordasiatischen Landgebiete der gemäßigten Breiten kaum Gewitter haben, so daß fast nur der Einfluß afrikanischer Gewitter bedeutsam ist.

In den Kurven der Jahreszeiten sind in Abb. 11 (s. d.) wegen ihres weiter auseinandergezogenen Ordinatenmaßstabes kleine Nebenmaxima besonders gut zu erken-



Abb. 11: Der weltzeitliche Gewittertagesgang zu den verschiedenen Jahreszeiten.

nen; der Nordsommer und Nordherbst haben je eines zur Zeit 20 bis 22 Uhr, was dem Einfluß Nordamerikas zuzuschreiben ist, und der Nordwinter zur Zeit 6 bis 8 Uhr, das vom austral-indonesischen Gewitterherd herrührt. In diesem Intervall findet sich bei der Herbstkurve ein *zweites* Nebenmaximum — außer dem erwähnten ersten zwischen 20 bis 22 Uhr —, zu dem besonders die Nachtgewitter im Amazonasbecken Anlaß geben.

Jahreszeit	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	Mittel
März-Mai	1520	1480	1640	1710	1810	1870	1910	1870	1750	1690	1670	1680	1720
Juni-August	1660	1580	1820	1990	2160	2280	2300	2230	1920	1880	1950	1880	1970
SeptNov.	1480	1470	1610	1650	1610	1620	1690	1780	1680	1600	1660	1590	1620
DezFebruar	1200	1190	1370	1450	1420	1380	1500	1560	1470	1400	1340	1260	1380
Jahr	1480	1410	1590	1710	1740	1800	1880	1850	1700	1670	1650	1600	1670

Tabelle 11: Der weltzeitliche Gewittertagesgang zu den verschiedenen Jahreszeiten (mittlere Gewitterzahl).

Stellt man die weltzeitlichen Gewitterwerte der Gesamterde ohne Wiedergabe der Quadranteneinflüsse für die vier Jahreszeiten und das Jahr nochmals zusammen, so ergibt sich die Tabelle 11.

Man erkennt sogleich, daß über das Jahr und den Tag gemittelt 1670 Gewitter gleichzeitig auf der Erde tätig sind. Im Nordsommer (Juni bis August) sind es im Tagesmittel fast 2000, im Nordwinter (Dezember bis Februar) dagegen nur etwa 1400. Die Übergangsjahreszeiten liegen mit 1720 (März bis Mai) und 1620 (September bis Nobember) recht nahe am Jahresmittelwert 1670.

Im Nordsommer sind zwischen 7 und 17 Uhr Weltzeit über 2000 Gewitter gleichzeitig auf der Erde vorhanden, während die wenigsten Gewitter erwartungsgemäß im Nordwinter zwischen 2 bis 4 Uhr Greenwich-Zeit auftreten. Die Gewitterzahl liegt bei 1200. — Die Zahl der gleichzeitig auf der Erde auftretenden Gewitter kann zwischen 2300 (12 bis 14 Uhr; Juni bis August) und 1190 (2 bis 4 Uhr; Dezember bis Februar) um 1100 Gewitter — also fast um den Betrag des Minimalwertes — variieren.

Interessant ist der Vergleich mit den vor 30 Jahren von WHIPPLE [2] berechneten Werten. In der von ihm aufgestellten Formel dividierte er nicht durch den "Hörbarkeitsbereich" s, da er keinen Gebrauch von der Annahme machte, daß ein Gewitter im Mittel etwa die Fläche von 1256 km² bedecke. Er erhielt so, wie Tabelle 12 zeigt, Gewitterflächen, d. h. die zu einem Weltzweistundenintervall von Gewittern überdeckte Gesamtfläche in km². — Die in dieser Arbeit berechneten Werte sind zum Vergleich in den folgenden Spalten angegeben (s. Tabelle 12).

GMT	1929 Gewitterfläche $X(t) \cdot s \ 10^4 \text{ km}^2$	1959 Gewitterfläche $X(t) \cdot s 10^4 \text{km}^2$	1929 Gewitter X(t)	1959 Gewitter X(t)
0—2	163	191	1300	1480
24	153	181	1220	1410
46	161	205	1280	1590
68	177	221	1410	1710
8—10	182	224	1450	1740
1012	196	231	1560	1800
12-14	216	242	1720	1880
1416	218	239	1740	1850
16—18	215	219	1710	1700
1820	220	215	1750	167 0
2022	209	212	1670	1650
2224	186	207	1480	1600
Mittel:	192	216	1520	1670

Tabelle 12: Der weltzeitliche Tagesgang der Gewitter, verglichen mit den von WHIPPLE berechneten Werten.

Es zeigt sich, daß WHIPPLES Werte der Gewitteraktivität um ungefähr 10% unter unseren liegen. Im Mittel finden wir in einem Zweistundenintervall etwa 150 Gewitter mehr auf der Erde, als von ihm angegeben wurde.

Sein Weltzeitgang der Gewitterhäufigkeit ist aber dem hier berechneten sehr ähnlich. Seine in Abb. 13 wiedergegebenen Kurven zeigen sehr ausgeprägt zwischen 2 bis 4 Uhr ein *Mini*mum und zwischen 12 bis 14 Uhr ein *Maxi*mum. Auch sein zweites Maximum zwischen 16 bis 18 Uhr entbehrt keineswegs einer Grundlage. Obwohl es in der Jahreskurve *dieser* Arbeit nicht zu finden ist, ist es doch andeutungsweise vorhanden (s. Abb. 13).



Abb. 13: Der Weltzeitgang der Gewitterhäufigkeit über Land nach WHIPPLE.

Bemerkenswert ist ferner die Amplitude. Bei den WHIPPLEschen Flächenwerten $s \cdot x(t)$ weicht das Maximum um 28 (gegenüber 26 Einheiten der heutigen Berechnung) und das Minimum um 39 (gegenüber 35) Einheiten ab. Prozentual beträgt die Abweichung des Minimalwertes zum Mittelwert bei WHIPPLE 20%, bei dieser Arbeit 16%.

Demnach scheint die Variation der Gewitterhäufigkeit zwischen den einzelnen Zweistundenintervallen eines Tages etwas gleichmäßiger zu sein. Als Erklärung dieser Amplitudenunterschiede könnte eventuell der für die 10⁰-Rechtecke der Gewitterzentren Afrikas und Amerikas angenommene Tagesgang von Stanleyville in Frage kommen, der neben einem Nachmittagsmaximum noch ein zweites genauso starkes in der Nacht hat.

Literatur

- [1] World-Meteorological-Organization "World distribution of thunderstorm days" part I and II, 1956.
- [2] WHIPPLE, F. J. W.: On the association of the diurnal variation of electric potential gradient in fine weather with the distribution of thunderstorms over the globe. Quart. Journal, R. Met. Soc. 55, 1929, 1—13.

- [3] BROOKS, C. E. P.: The distribution of thunderstorms over the globe. Geophys. Mem. 24, 1925, 161.
- [4] HALTERMANN, H.: Ein Versuch, f
 ür die im Quadrat 3 vorkommenden Gewitter eine t
 ägliche und j
 ährliche Periode zu bestimmen. Ann. d. Hydr. 24, 1896, 166–170.
- [5] MEINARDUS, W.: Beitrag zur Kenntnis der täglichen und jährlichen Periode der Gewitter auf dem Ozean. Ann. d. Hydr. 23, 1895, 506-511.
- [6] KOSTER, W.: Bewölkungs-, Niederschlags- und Gewitterverhältnisse der westindischen Gewässer und der angrenzenden Landmassen. Archiv d. Dtsch. Seewarte, XXX, 1922, Nr. 1.
- [7] "Hourly variations of thunderstorms in Hawaii", übersandt vom Amerikanischen Wetterdienst.
- [8] BOWER, S. MORRIS: Diurnal variation of thunderstorms. Met. Magaz. 76, 1947, 255 bis 258.
- [9] "Gewittergänge von Japan", übersandt vom Japanischen Wetterdienst.
- [10] KUYPER, D.: Frequencies of thunderstorms in the Netherlands 1907—1936, Measurements of the atmospheric electric potential gradient (Summary). Meded. en Verhand. 44. Kon. Nederl. Met. Inst. Nr. 102, s'Gravenhage, 1940, 134 Seiten.
- [11] SCHOU, G.: Gewitter in Norwegen (1888-1907). Geofys. Publ. 9, Nr. 7, Oslo 1932.
- [12] HANN-SÜRING: Lehrbuch der Meteorologie, Bd. II, 738 und 742.
- [13] HILDEBRANDSON: Askvädren i Sveridge (1871—1878). Stockholm 1877, Bihang Till-K. Svenska vet. Akad. Handlingar Band 4, Nr. 13.
- [14] ARENDT, TH.: Ergebnisse zehnjähriger Beobachtungen in Nord- und Mitteldeutschland. Veröff. d. Königl. Preuß. Met. Inst. Nr. 205, Abhandlungen Bd. II, Nr. 2, Berlin 1908. Assmann: Sonderband von "Das Wetter" 1915, 35.
- [15] FORGAC, P.: Burky na Slovensku. Vydavatel 'stvo slovensky akadémie vied Bratislava 1953.
- [16] ALT, E., und WEICKMANN, L.: Untersuchungen über Gewitter und Hagel in Süddeutschland; Periode 1893—1907. Beobachtungen der met. Stationen im Königreich Bayern, Bd. XXXI, 1909. *Ref.* v. K. LANGBECK in Met. Z. 28, 1911, 188—190.
- [17] US Department of Commerce, Weather Bureau (computation and tabulation sheet): Total hourly frequency for a selection of stations for the month of July.
- [18] MEANS, L. L.: The nocturnal maximum occurence of thunderstorms in the midwestern states. University of Chicago, 1944, Dept. of Met., Misc. report Nr. 16, 38 Seiten. *Ref.* Bull. Amer. Met. Soc. 26, 1945, 93.
- [19] HANN, I.: Neue Beiträge zur Kenntnis der täglichen Periode der Gewitter. Met. Z. 32, 1915, 73-82.
- [20] "Gewittertagesgänge von Elisabethville, Stanleyville und Leopoldville" übersandt vom Wetterdienst in Belgisch-Kongo.

- [21] BRAAK, C.: Klimakunde von Hinterindien. In Köppen & Geiger: Handbuch der Klimatologie. Bd. IV, Teil R, Berlin 1931, 24–25, 71. – Haut Commissariat de France en Indochina Service Meteorologique "Le Climat de L'Indochina", Aperçu général et régime des vents E. BRUZON, P. CARTON, A. ROMER. Chapitre IX, Orages, 41–42.
- [22] BARKLEY, H.: Thunderstorms in Australia. Australia, Bureau of Meteorology, Melbourne. Bulletin Nr. 19, 1934.
- [23] HANN, J.: Die j\u00e4hrliche und t\u00e4gliche Periode der Gewitter in S\u00fcdindien. Met. Z. 22, 1905, 175
- [24] "Gewittertagesgänge von Indien" übersandt vom Indischen Wetterdienst.





HANNOVER · HAARSTRASSE 5 · RUF: 88 66 61 · FERNSCHREIBER: 092 2847 · DRAHT: PRAKLA