

# Zeitschrift für Geophysik

Band 35

1969

Heft 4

## Inhaltsverzeichnis

KAHLE, H.-G.: Abschätzung der Störungsmasse im Nördlinger Ries <i>II, F. 3. b, 605</i> . . . . .	317
MÜLLER, G.: Theoretical Seismograms for some Types of Point-sources in Layered Media Part III: Single Force and Dipole Sources of Arbitrary Orientation <i>I, F. 3. e. 9</i> . . . . .	347
EBEL, A., G. HARTMANN, R. LEITINGER, G. SCHMIDT, J. P. SCHÖDEL: Vergleichende Auswertung von Faraday-Effekt-Beobachtungen zweier Empfangsstationen . . . . .	373
EICHMEIER, J.: Grenzbeweglichkeiten und Auflösungsvermögen eines Ionenbeweglichkeitspektrometers mit plattenförmigem Aspirationskondensator . . . . .	413
BJÖRNSSON, A.: Aufzeichnung und Auswertung erdmagnetischer Pulsationen in Island und Göttingen . . . . .	419
Briefe an den Herausgeber: FUCHS, K.: The Method of Stationary Phase as a Diagnostic Aid in Estimating the Field Pattern of Body Waves Reflected from Transition Zones . . . . .	431
Buchbesprechungen . . . . .	437



PHYSICA - VERLAG · WÜRZBURG

# ZEITSCHRIFT FÜR GEOPHYSIK

als zweimonatliche Publikation herausgegeben im Auftrag der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft von

W. Dieminger, Lindau/Harz

und

J. Untiedt, Göttingen (als Stellvertreter)

unter Mitwirkung von

B. Brockamp †, Münster i. W. — A. Defant, Innsbruck — W. Hiller, Stuttgart — K. Jung, Kiel — W. Kertz, Braunschweig — E. A. Lauter, Kühlungsborn — O. Lucke †, Berlin — H. Menzel, Hamburg — O. Meyer, Hamburg — F. Möller, München — St. Müller, Karlsruhe — H. Reich, Göttingen

Veröffentlicht werden Originalarbeiten aus dem gesamten Gebiet der Geophysik und aus den Grenzgebieten in deutscher, englischer oder französischer Sprache. Außerdem erscheinen mehrmals im Jahr auf Einladung hin verfaßte Übersichtsartikel.

Jede Originalarbeit beginnt mit einer deutschen und einer englischen oder französischen Zusammenfassung.

Für kurze Mitteilungen, bei denen Interesse an raschem Erscheinen besteht, gibt es neben den normalen Veröffentlichungen die „Briefe an den Herausgeber“ (ohne Zusammenfassung). Sie werden nach Möglichkeit im nächsten Heft gebracht.

Die Autoren erhalten 50 Sonderdrucke ihrer Arbeit kostenlos. Weitere Exemplare können vom Verlag gegen Berechnung geliefert werden. Eine Honorierung der Beiträge erfolgt nicht.

Es wird gebeten, die Manuskripte in Maschinenschrift mit handschriftlich eingetragenen Formeln druckfertig einzureichen und gesondert eine „Anweisung für den Setzer“ beizufügen, aus der zu ersehen ist, wie kursiver, gesperrter oder fetter Satz und griechische, gotische oder einander ähnliche Typen und Zeichen kenntlich gemacht sind (z. B. durch farbige Unterstreichung). Die Vorlagen für die Abbildungen sollen reproduktionsfertig (Tuschzeichnung) möglichst im Maßstab 2:1 eingesandt werden.

Die Zitate sollen entsprechend folgendem Beispiel angefertigt werden:

Im Text: Bei der ersten Zitierung [JUNG, MENZEL und ROSENBACH 1965], bei jeder folgenden Zitierung [JUNG et al. 1965].  
Im Literaturverzeichnis: JUNG, K., H. MENZEL und O. ROSENBACH: Gravimetermessungen im Nördlinger Ries. Z. Geophys. 31, 7—26, 1965.

Manuskripte sind zu senden an Prof. Dr. WALTER DIEMINGER, Max-Planck-Institut für Aeronomie, 3411 Lindau/Harz

Anschrift der *Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft*:

2 Hamburg 13, Binderstr. 22. Postscheckkonto: Hamburg 55983

Bank: Neue Sparcasse, Hamburg 24/11528

Aufgenommen werden nur Arbeiten, die weder im In- noch im Ausland veröffentlicht wurden und die der Autor auch anderweitig nicht zu veröffentlichen sich verpflichtet. Mit der Annahme des Manuskriptes geht das ausschließliche Nutzungsrecht an den Verlag über.

Es ist ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, fotografische Vervielfältigungen, Mikrofilme, Mikrofotos u. ä. von den Zeitschriftenheften, von einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen.

Bezugspreis je Band (6 Hefte) 68,— DM, Einzelheft je nach Umfang. Abonnements verlängern sich jeweils um einen Band, falls keine ausdrückliche Abbestellung zum Jahresende vorliegt.

Gedruckt mit Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

---

Bekanntmachung lt. Bayer Pressegesetz: Verlag: PHYSICA VERLAG Rudolf Liebig K.-G., D 87 Würzburg, Werner-von-Siemens-Straße 5.  
Pers. haft. Ges.: Anruf Liebing und Hildgund Holler, sämtlich Buchhändler in Würzburg. Kommanditistin: Gertrud Liebing, Würzburg.

Druckerei: R. Oldenbourg, Graph. Betriebe GmbH, München

Printed in Germany



PHYSICA-VERLAG, Wü. zburg 1969

# **Abschätzung der Störungsmasse im Nördlinger Ries<sup>1)</sup>**

Von H.-G. KAHLE, Kiel<sup>2)</sup>

Eingegangen am 2. Oktober 1968

*Zusammenfassung:* Es werden die bisherigen Auswertungen der BOUGUER-Schwereanomalien im Nördlinger Ries [JUNG und SCHAAF, 1967] fortgesetzt. Im Hinblick auf eine Abschätzung der gesamten Störmasse wird zuvor ein geeignetes Regionalfeld zu bestimmen versucht. Das resultierende Restfeld führt auf ein Massendefizit von etwa 60000 Megatonnen =  $6 \cdot 10^{16}$  g. Da die Integration der Schwerestörung nicht über die ganze Bezugsebene durchgeführt wird, müssen Korrekturen angebracht werden. Damit erhöht sich die Defizitmasse bis auf 90000 Megatonnen. In einem Anhang werden Formeln zur Bestimmung der Schwerewirkung des angenommenen Riesmodells angegeben.

*Summary:* The preceding evaluations of the BOUGUER gravity anomalies in the Nördlinger Ries [JUNG and SCHAAF, 1967] are continued. With regard to an estimation of the total disturbing mass a suitable regional field is to be found. The resulting field involves a lacking mass of  $6 \cdot 10^{16}$  g. It must be taken into account that the integration is to be extended over the whole reference plane. With corrections the lacking mass increases to  $9 \cdot 10^{16}$  g. An appendix contains formulas for the determination of the gravity of the Ries model.

## **1. Einleitung**

Die Grundlage der Untersuchungen bildet das nach BOUGUER reduzierte Schwerfeld des Nördlinger Rieses und seiner Umgebung. Es wurde im Frühjahr 1962 von den geophysikalischen Instituten Clausthal, Kiel und Mainz sowie im Herbst 1962 und in den Jahren 1965, 1966 vom Kieler Institut vermessen [JUNG et al., 1963 a, b, 1965 a, b, 1967]. Diese Schweremessungen setzten die in den Jahren 1897, 1922, 1926 und 1928 durchgeführten Pendel- und Drehwaagemessungen fort [SCHÜTTE, 1927; BENTZ und JUNG, 1931]. Die Bezugshöhe liegt bei 400 m ü. NN. Wenn die Reduktionsdichten richtig gewählt sind, werden die Schwerenanomalien von den unter der 400m-Bezugsebene befindlichen Massen verursacht. Da falsche Dichteannahmen das Schwerfeld nur geringfügig ändern [JUNG und SCHAAF, 1967], kann man diese Bedingung als nahezu erfüllt ansehen.

## **2. Aufgabenstellung**

Es sollen die bisher vorliegenden Auswertungen [JUNG et al., 1967] der BOUGUER-Schwereanomalien im Nördlinger Ries fortgesetzt werden. Im Hinblick auf eine möglichst genaue Bestimmung der Defizitmasse muß man zuvor die wahre Schwere-

<sup>1)</sup> Spezialuntersuchung im Rahmen des Schwerpunktprogrammes der Deutschen Forschungsgemeinschaft „Geophysikalische Erforschung des tieferen Untergrundes in Mitteleuropa“, Beitrag Nr. 110.

<sup>2)</sup> Dipl.-Geophys. H.-G. KAHLE, Institut für Geophysik, 23 Kiel, Neue Universität, Haus B 2

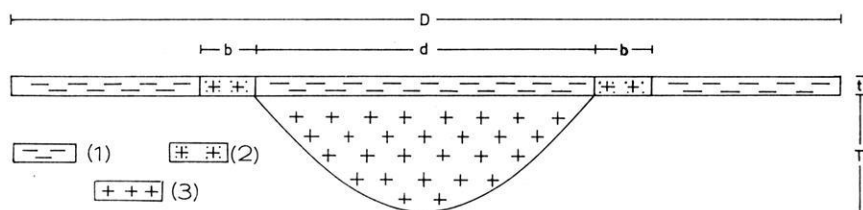


Abb. 1: Querschnitt des Riesmodells. — Cross-section of the Ries model.

- (1) Sedimentkrater — sedimentary crater,  
 Dichte =  $-0,3 \text{ gcm}^{-3}$  — density =  $-0,3 \text{ gcm}^{-3}$ ,  
 (2) kristalliner Wall — crystalline wall,  
 Dichte =  $-0,1 \text{ gcm}^{-3}$  — density =  $-0,1 \text{ gcm}^{-3}$ ,  
 (3) kristalliner Krater — crystalline crater,  
 Dichte =  $-0,1 \text{ gcm}^{-3}$  — density =  $-0,1 \text{ gcm}^{-3}$ ,  
 $b = 1,5 \text{ km}$ ,  $d = 9 \text{ km}$ ,  $D = 22 \text{ km}$ ,  $t = 0,5 \text{ km}$ ,  $T = 3 \text{ km}$ .

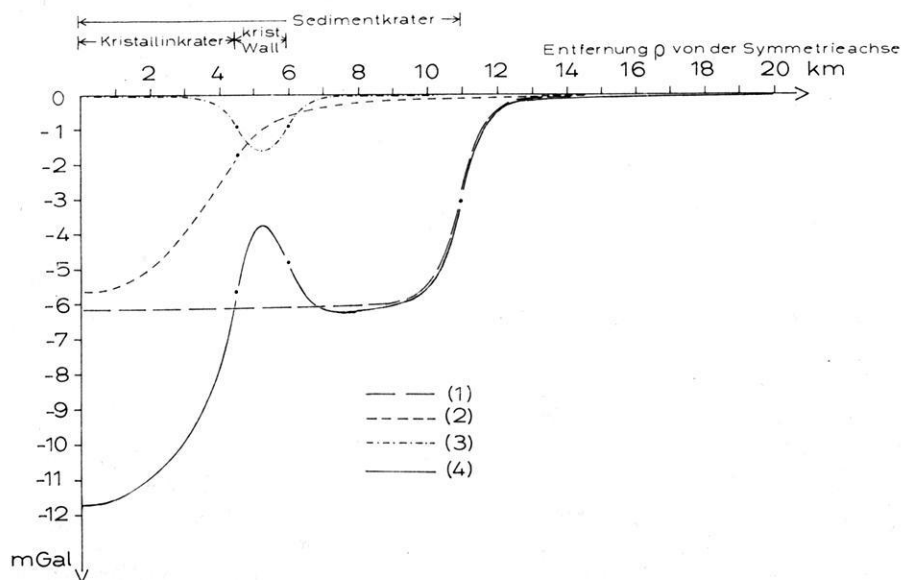


Abb. 2: (1) Schwerewirkung des Sedimentkraters — gravity of the sedimentary crater,  
 (2) Schwerewirkung des kristallinen Kraters — gravity of the crystalline crater,  
 (3) Schwerewirkung des kristallinen Walles — gravity of the crystalline wall,  
 (4) gesamte Schwerewirkung des Riesmodells — total gravity of the Ries model.

anomalie des Rieses bestimmen. Man erhält sie, in dem man ein geeignetes Regionalfeld vom gemessenen Feld abzieht. Als Regionalfeld des Rieses wird im folgenden das Schwerefeld angesehen, das man heute messen würde, wenn das Riesereignis nicht stattgefunden hätte. Dieses Regionalfeld setzt sich zusammen aus dem Schwerefeld vor dem Riesereignis und einem tektonisch bedingten Anteil nach dem Riesereignis.

Beispielsweise sind bei Vergleichsmessungen vor und nach dem Alaska-Erdbeben vom 27. März 1964 entlang dem Richardson-Highway zwischen Valdez und Tonsina Schwereänderungen von etwa 2 mGal gemessen worden [BARNES, 1966]. Ähnliche Schwereänderungen könnten bei nachriesischen Faltungsphasen der Alpen, wie etwa der attisch-rhodanischen Phase aufgetreten sein, die im Pliozän die französischen Voralpen, den Schweizer Kettenjura und die nordalpine Molassevertiefe faltete. Außerdem haben Sedimentations- und Erosionsvorgänge zu Massen- bzw. Schwereänderungen beigetragen. Eine Abschätzung dieser Schwereanteile ist mit einer großen Unsicherheit behaftet und dürfte für die folgenden Untersuchungen zu ungenau sein.

Da in einer genügend weiten Entfernung das vom Riesereignis verursachte Schwerefeld praktisch Null gesetzt werden kann, stimmt das Regionalfeld dort mit dem heutigen Feld nahezu überein. Zur Bestimmung dieser Entfernung wird der gravimetrische Wirkungsbereich des Riesereignisses an einem vereinfachten rotationssymmetrischen Riesmodell (Abb. 1) abgeschätzt. Der Struktur des Riesmodells liegen Angaben von PREUSS [1964] zugrunde.

Der Absolutbetrag der mit Auszähldiagrammen (vgl. Anhang) bestimmten Schwerewirkung sinkt ab  $\varrho = 12$  km unter 0,5 mGal (Abb. 2). Aus Berechnungen mit anderen plausiblen Modellen ergab sich für den Absolutbetrag der Schwere eine obere Grenze von 1 mGal bei  $\varrho = 14$  km [KAHLE, 1968].

Im folgenden wird für den gravimetrischen Wirkungsbereich des Riesereignisses eine Kreisfläche mit dem Radius  $R = 14$  km angenommen. Außerhalb dieses Kreises sei das Regionalfeld mit dem gemessenen Feld identisch. Innerhalb des Wirkungsbereiches ist das Regionalfeld zunächst unbekannt. Es besteht die Aufgabe, das Regionalfeld in den Wirkungsbereich hinein fortzusetzen.

### 3. Fortsetzung des Regionalfeldes in den Wirkungsbereich

Als Grundlage dient die Karte der Schwerestörungen des Alpenvorlandes nach Gravimetermessungen der geophysikalischen Reichsaufnahme [CLOSS, HAHN und SCHLEUSENER, 1957] (Anhang Abb. I). Es fällt zunächst eine Schwerechwelle auf, die sich vom Ries bis etwa 15 km südlich von Reutlingen erstreckt. Sie liegt annähernd parallel zur Streichrichtung der Schwäbischen Alb. Als Ursache dieses Schwerehochs läßt sich die Vindelizische Schwelle vermuten [JENSCH, 1965], die eine Verbindung des Schwarzwaldes mit der Böhmisches Masse [DORN, 1960] herstellt. Die Schwerestörung fällt südwestlich vom Ries mit einer positiven magnetischen Störungszone zusammen, die von Luizhausen (10 km südlich von Geislingen) über Herbrechtingen und Köisingen bis Schmähingen verläuft [HAUSSMANN, 1904]. Das Schweremaximum findet über das

Ries hinaus in gleicher Richtung keine Fortsetzung [vgl. JUNG et al., 1967]. Es wäre denkbar, daß es in das relative Maximum östlich von Crailsheim vorstößt, das man als Ausläufer des mit dem Fränkischen Schild (vgl. geotektonische Übersichtskarte der Südwestdeutschen Großscholle [CARLÉ, 1950] zusammenfallenden Würzburger Schwerehochs (+ 55 mGal bezüglich Riesminimum) deuten kann [SCHÜTTE, 1927]. Zwischen Tübingen und dem Ries verläuft ein Schwereminimum entlang des Schwäbischen Lineaments [SEIBOLD, 1951 a, b], einer etwa 140 km langen Verwerfungszone mit Sprunghöhen bis zu 30 m (an Kreuzungsstellen mit NW-SE-Verwerfungen über 100 m), die sich vom Freudenstädter Graben bis zum Ries erstreckt (Anhang Abb. I). In welchem Zusammenhang das Lineament mit dem Schwereminimum steht, müßte in einer weiterführenden Untersuchung geklärt werden.

Hierzu sei bemerkt, daß Schweremessungen über anderen Verwerfungen ebenfalls relative Minima ergaben (San Andreas-Verwerfung in Kalifornien (2 mGal) [DOMENICO, 1967] und Alpine-Verwerfung auf der Südinsel von Neu-Seeland (1 mGal) [HATHERTON und HUNT, 1968]).

Nordöstlich vom Ries dürfte das dem Schwäbischen Lineament parallel liegende Schwereminimum seine Fortsetzung finden. Von dort zieht eine Zone niedriger Schwerewerte nach Regensburg, wo sich ein Minimum von etwa  $-6$  mGal (bezogen auf das Riesminimum) befindet [SCHÜTTE, 1930].

Eine weitere Hauptstruktur des Rieser Schwerefeldes ist das von Dillingen nach Harburg vorstoßende Minimum. Eine Abschätzung mit dem Zweikreisverfahren [JUNG, 1961] zeigte, daß die Unterseite des Störkörpers bei etwa 4 km Tiefe anzutreffen sein dürfte [KAHLE, 1968], wenn man plausible Dichteunterschiede zugrunde legt. Die tiefsten Störungen liegen im Ries nach Abschätzungen von PREUSS [1964] bei 3 km Tiefe. Damit kann man die Anomalie als riesfremd ansehen. Mit den erwähnten Hauptstrukturen des Regionalfeldes ist die Fortsetzung ins Ries hinein grob festgelegt. Im folgenden wird eine begründete Auswahl von 3 Regionalfeldern vorgelegt.

Beim Regionalfeld 1 (Anhang Abb. II) liegt der Mittelpunkt des gravimetrischen Wirkungsbereiches etwa im morphologischen Riesmittelpunkt, 2 km nördlich von Deiningen. Der Radius des Begrenzungskreises beträgt 14 km. Die das Maximum zwischen Neresheim und Nördlingen umschließende Isogamme 16 mGal erstreckt sich bis 3 km nordöstlich von Deiningen. Am nordöstlichen Riesrand liegt ein relatives Schwereminimum (9 mGal), das nach geringem Anstieg südlich von Wemding eine Fortsetzung in das von Dillingen nach Harburg vorstoßende Minimum findet.

Beim Regionalfeld 2 (Anhang Abb. III) ist die Isogamme 16 mGal bis an den östlichen Riesrand herangeführt. Die Annahme eines kreisförmigen Wirkungsbereiches setzt voraus, daß das Riesereignis rotationssymmetrisch zur Normalen im Zentrum der Riesebene in einem horizontal geschichteten Medium stattgefunden hat. Da das Minimum der Riesanomalie nicht mit dem geometrischen Mittelpunkt des Rieses zusammenfällt, ist diese Voraussetzung wahrscheinlich nicht erfüllt. Zur Zeit des Riesereignisses verlief der Albtrauf etwa durch die Mitte des heutigen Riesessels und trennte mächtige mesozoische Schichten der Alb im Süden und Osten von weniger

mächtigen mesozoischen Schichten des Albvorlandes im Norden. Es wäre daher im Norden ein größerer Wirkungsbereich denkbar. Diese Möglichkeit ist beim Regionalfeld 3 (Anhang Abb. IV) berücksichtigt worden. Der nördliche Wirkungsbereich ist ein Halbkreis mit dem Radius  $R = 19$  km, der südliche ein Halbkreis mit dem Radius  $R = 14$  km.

#### 4. Restfelder

Die den Regionalfeldern entsprechenden Restfelder sind in den Abbildungen V, VI und VII des Abbildungsanhangs dargestellt. Das zentrale Minimum ( $-16$  mGal) des Restfeldes 1 befindet sich etwa im morphologischen Mittelpunkt des Rieses. Ein starker Schwereanstieg (etwa  $4$  mGal/km =  $40$  Eötvös) ist südöstlich von Deiningen zu erkennen. Bei Marktoffingen ( $-8$  mGal) und Enkingen ( $-4$  mGal) liegen relative Minima. Im Südosten des Riesgebietes schließt sich ein Bereich positiver Störungen an (Schmähingen  $+2$  mGal, Wemding  $+4$  mGal).

Beim Restfeld 2 treten keine positiven Störungen auf. Dadurch erhält die Anomalie eine nahezu rotationssymmetrische Verteilung. Erhebliche Abweichungen von der Symmetrie liegen im Gebiet des Verbindungsbogens Enkingen—Nördlingen—Wallerstein—Marktoffingen. Dort tauchen Minima bei Enkingen ( $-6$  mGal) und Marktoffingen ( $-9$  mGal) auf. Zwischen den Minima zeigen die Isogammen mäanderförmige Schwingungen. Das relative Maximum bei Wemding ( $-2$  mGal) deutet auf die beim Restfeld 1 in diesem Gebiet auftretenden positiven Störungen hin.

Entsprechend den verschiedenen Wirkungsbereichshalbkreisen verbreitert sich das Restfeld 3 nach Norden erheblich. Im Südosten des Rieskessels ist ein kleiner Bereich positiv gestört (Schmähingen  $+2$  mGal). Zur Deutung dieser positiven Störungen wird ein Vergleich mit den Ergebnissen magnetischer Untersuchungen angestellt.

#### 5. Deutung der Restfelder

##### 5.1 Vergleich mit magnetischen und seismischen Messungen

Nach den Messungen von HAUSSMANN [1904] und NEUMANN [1932] verläuft eine positive magnetische Störung (Anhang Abb. I) von Luizhausen bis zum südwestlichen Riesrand. Sie taucht in der Karte der magnetischen Totalintensität [ANGENHEISTER, 1966] bei Schmähingen wieder auf. ANGENHEISTER [1966] deutet die Anomalie bei Schmähingen als riesfremde Störung, REICH [1949] vermutet als Ursache einen Pluton der Vindelizischen Schwelle. In der Karte der Vertikalintensität  $\Delta Z$  des erdmagnetischen Feldes [REICH und HORRIX, 1955] zieht die Nullisanomale dieser regionalen Störung durch das südliche Riesgebiet über das Minimum bei Wörnitzostheim in Richtung Wemding. Südwestlich von Wemding erscheint ein Maximum der Vertikalkomponente, das auch mit der Vindelizischen Schwelle in Zusammenhang gebracht wird [REICH et al., 1955]. HORRIX [1955] weist darauf hin, daß diese regionalen Störungen nach der Reichsvermessung von 1935 [BOCK, BURMEISTER und ERRULAT, 1948]

möglicherweise eine Fortsetzung östlich des Rieses finden [BURMEISTER, 1960 und 1962]. Die beschriebenen positiven Schwerestörungen der Restfelder 1 und 3 fallen mit den riesfremden positiven magnetischen Störungen zusammen. Dieser Zusammenhang legt die Vermutung nahe, daß es sich bei den Schwerestörungen ebenfalls um regionale Anteile handelt, die in den Regionalfeldern 1 und 3 nicht erfaßt sind. Beim Restfeld 2 treten die positiven Anomalien nicht auf, was darauf hindeutet, daß das Regionalfeld 2 die regionalen Anteile des Rieser Schwerfeldes am besten wiedergibt.

Im folgenden werden die Grenzen des kristallinen Kraters und des Sedimentkraters beim Restfeld 2 ermittelt und mit den seismischen Meßergebnissen von REICH [1955] verglichen.

Wie aus den Schwerekurven des Riesmodells ersichtlich ist (Abb. 2), lassen sich die Grenzen des kristallinen Kraters und Sedimentkraters sowie die des kristallinen Walles an den Wendepunkten erkennen. Beim ersten Wendepunkt liegt die Grenze des kristallinen Kraters, beim letzten die des Sedimentkraters. Die Begrenzungen des kristallinen Walles sind mit den ersten beiden Wendepunkten festgelegt. Das zwischen diesen beiden Wendepunkten liegende Maximum kennzeichnet die Mittellinie des Walles. Es soll untersucht werden, ob ähnliche Verhältnisse beim Restfeld 2 vorliegen.

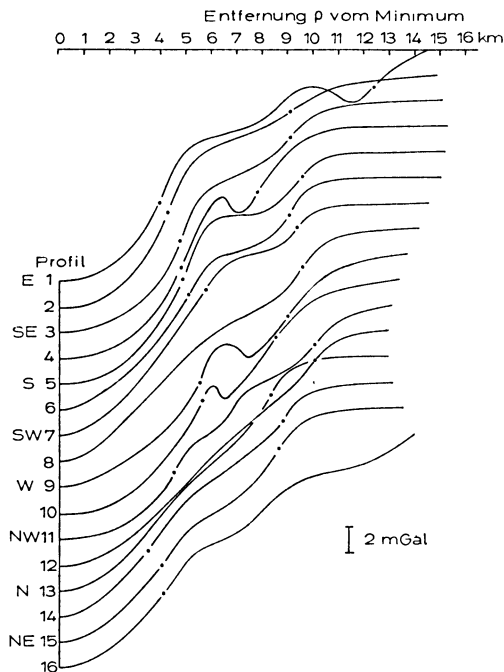


Abb. 3: 16 radiale Schwereprofile des Restfeldes 2 mit erstem und letztem Wendepunkt.  
16 radial gravity profiles across the residual field 2 with first and last point of inflection.



In Abb. 3 sind 16 radiale Schwereprofile des Restfeldes 2 dargestellt. Mit obiger Deutung der Wendepunkte ergeben sich die in Abb. VIII des Abbildungsanhangs gezeichneten Kratergrenzen. Der Mittelpunkt der fast kreisförmigen Grenze des kristallinen Kraters (Radius etwa 4,5 km) liegt 1 km nordwestlich von Klosterzimmern, also etwa im Zentrum des Rieses. In den Profilen 8, 12 und 13 läßt sich der erste Wendepunkt nicht eindeutig festlegen.

Die Grenze des Sedimentkraters deckt sich im Westen und Norden gut mit der Riesengrenze (450-m-Höhenlinie). Lediglich bei Maihingen zieht sie 2 km aus dem Riesgebiet hinaus. Im Süden verläuft sie nördlich der Riesengrenze (maximaler Abstand 4 km). Die Mitte des Sedimentkraters liegt ungefähr 1 km nordwestlich von Klosterzimmern.

In Abb. VIII des Abbildungsanhangs sind außer der Sediment- und Kristallinkratergrenze noch die Grenzen des kristallinen Walles nach REICH [1955] dargestellt. Die innere Linie entspricht dem Rand des kristallinen Kraters. Sie ist gegenüber der mit den Wendepunkten der Schwereprofile gefundenen Kristallinkratergrenze um 0,5 bis 1 km nach Osten verschoben. Diese Abweichung kann man mit der Unsicherheit des zugrunde liegenden Regionalfeldes erklären.

Die bei den Restfeldern auftretenden kleinräumigen Minima liegen etwa in dem von REICH [1955] angegebenen Wallgebiet. Es liegt daher nahe, den kristallinen Wall als Ursache dieser Schwerestörungen anzunehmen.

## 5.2 Modellrechnungen zum Restfeld 2 (Profil 9)

Den Schwereverlauf (Profil 9) kann man mit einem rotationssymmetrischen Riesmodell annähern, das aus 4 zylindrischen Schichten I, II, III und IV besteht (Abb. 4).

Der obere Zylinder I setzt sich aus einem Zylinder I1 und 4 Zylinderabschnitten I2, I3, I4 und I5 zusammen, von denen der innere Abschnitt I2 als kristalliner Wall gedeutet werden kann. Die zylindrischen Schichten II, III und IV stellen eine Annäherung an den kristallinen Krater dar.

## 6. Abschätzung der Defizitmasse

### 6.1 Allgemeines

Die Bestimmung der Störungsmasse erfolgt mit Integration der Schwerestörung [JUNG et al., 1967]. Es gilt folgende Beziehung [JUNG, 1937, 1961, 1967]:

$$V = 2\pi\gamma m, \quad (1)$$

$V$  = Integral der Schwerestörung,  
 = Volumen unter der Schwerefläche,  
 $\gamma$  = Gravitationskonstante,  
 $m$  = gesamte Störungsmasse.

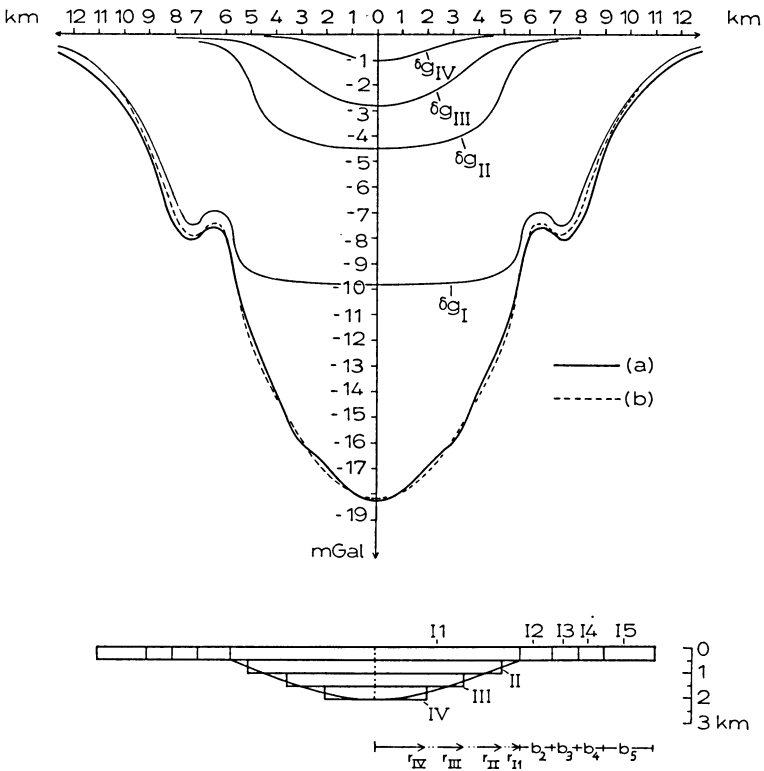


Abb. 4: Annäherung des Schwereprofils 9 (Restfeld 2) mit einem aus 4 zylindrischen Schichten bestehenden Riesmodell.

Approximation of the gravity profile 9 (residual field 2) by a Riese model containing 4 cylindric layers.

(a) Schwereprofil 9 (Restfeld 2) — gravity profile 9 (residual field 2).

$\delta g_{II}, \delta g_{I2}, \delta g_{I3}, \delta g_{I4}, \delta g_{I5}$  = Schwerewirkungen der Schichten II, I2, I3, I4, I5,

$$\delta g_I = \sum_{i=1}^5 \delta g_{Ii},$$

$\delta g_{II}, \delta g_{III}, \delta g_{IV}$  = Schwerewirkungen der Schichten II, III, IV.

(b) Schwerewirkung des Riesmodells — gravity of the Riese model =  $\sum_{j=1}^{IV} \delta g_j$ .

Dichte — density

$$\sigma_{I1} = -0,49 \text{ gcm}^{-3}, \quad \sigma_{I2} = -0,32 \text{ gcm}^{-3},$$

$$\sigma_{I3} = -0,43 \text{ gcm}^{-3}, \quad \sigma_{I4} = -0,30 \text{ gcm}^{-3},$$

$$\sigma_{I5} = -0,13 \text{ gcm}^{-3}, \quad \sigma_{II} = -0,25 \text{ gcm}^{-3},$$

$$\sigma_{III} = -0,20 \text{ gcm}^{-3}, \quad \sigma_{IV} = -0,15 \text{ gcm}^{-3},$$

$$\left. \begin{aligned} r_{I1} = 5,7 \text{ km}, \quad r_{II} = 5,0 \text{ km}, \quad r_{III} = 3,5 \text{ km}, \quad r_{IV} = 2,0 \text{ km}, \quad b_2 = 1,3 \text{ km}, \\ b_3 = 1,0 \text{ km}, \quad b_4 = 1,0 \text{ km}, \quad b_5 = 2,0 \text{ km}. \end{aligned} \right\}$$

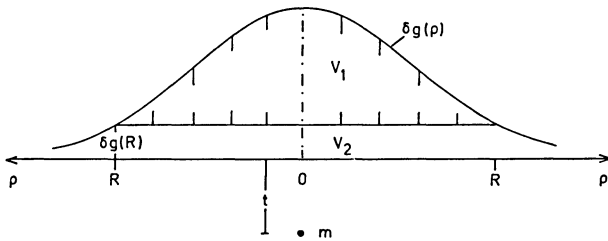


Abb. 5: Zur Bestimmung der gesamten Störungsmasse.

Determination of the total disturbing mass.

$m$  = Ersatzpunktmasse— equivalent mass point.

Die Integration ist über die ganze Bezugsebene vorzunehmen, was praktisch nicht durchführbar ist. Tatsächlich wird das Restfeld im Endlichen, bei  $\rho = R$ , Null gesetzt.

Damit berücksichtigt die Integration nur das der schraffierten Fläche entsprechende Volumen  $V_1$  unter der Schwerefläche (Abb. 5). Mit einer Korrektur muß das zur ungeschraffierten Fläche gehörende Volumen  $V_2$  abgeschätzt werden. Die Summe  $V_1 + V_2$  ergibt das ganze Volumen  $V$ . Dem entspricht die Störungsmasse  $m = m_1 + m_2$  mit den beiden Bestandteilen

$$m_1 = \frac{V_1}{2\pi\gamma} \text{ und } m_2 = \frac{V_2}{2\pi\gamma}. \quad (2)$$

### 6.2 Bestimmung des Massenanteils $m_1$

Da das Integral  $\iint \delta g(x, y) dF$  der Schwere­störung  $\delta g$  nicht in geschlossener Form darstellbar ist, wird es mit einer Summe angenähert. Für das Volumen  $V_1$  gilt dann

$$V_1 = \sum \overline{\delta g_i} F_i = \sum \frac{\delta g_i + \delta g_{i+1}}{2} F_i.$$

Die Fläche  $F_i$  zwischen den Isogammen  $\delta g_i$  und  $\delta g_{i+1}$  in der  $(x, y)$ -Ebene läßt sich mit Ausplanimetrien ermitteln (Abb. 6). Bei der innersten Isogammenlinie  $\delta g_m$  wird für  $F_i$  die von der Isogamme umschlossene Fläche  $F_m$  und für den mittleren Schwere­wert  $\overline{\delta g_i}$  der Isogammenwert  $\delta g_m$  gesetzt.

Die dem Volumen  $V_1$  entsprechende Masse  $m_1$  ergibt sich aus (2) zu

$$m_1 = \frac{V_1}{2\pi\gamma} = \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_i \overline{\delta g_i} F_i = \sum_i m_i \text{ mit } m_i = \frac{1}{2\pi\gamma} \overline{\delta g_i} F_i.$$

Wenn man  $\overline{\delta g_i}$  in [mGal] und  $F_i$  in [ $10^8 \text{ cm}^2$ ]<sup>1)</sup> angibt, erhält man

$$m_1 = \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_i \overline{\delta g_i} F_i = 0,2386 \sum_i \overline{\delta g_i} F_i \quad [\text{Megatonnen}]^2).$$

<sup>1)</sup>  $10^8 \text{ cm}^2 = 1 \text{ ha}$ .

<sup>2)</sup> 1 Megatonne =  $10^{12} \text{ g}$ . Die Masse von  $1 \text{ km}^3$  Gestein mit der Dichte  $2 \text{ [gcm}^{-3}]$  beträgt 2000 Megatonnen.

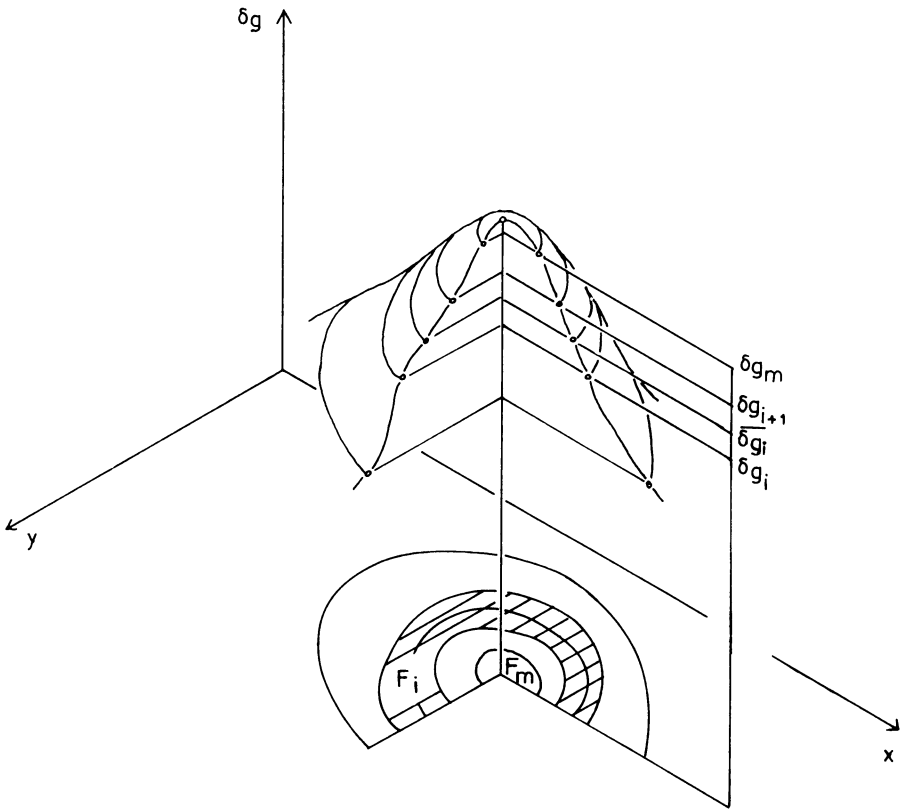


Abb. 6: Zur Bestimmung des Volumens  $V_1$ . — Determination of volume  $V_1$ .

Es ergeben sich folgende Massenanteile  $m_1$  (Tabelle 1) für die Restfelder.

Tabelle 1.

Restfeld	negative Massen $m_1$ [Mt]	positive Massen $m_1$ [Mt]
1	— 45 667	+ 4178
2	— 60 946	—
3	— 74 508	+ 3133

### 6.3 Abschätzung des Volumens $V_2$

Zur Abschätzung des Volumens  $V_2$  werde näherungsweise angenommen, daß die Schwerekurve des Störkörpers ab  $\varrho = R$  durch die Wirkung seiner in einem Punkt

vereinigten Masse  $m$  dargestellt werden kann. Diese Ersatzpunktmasse liege auf der durch  $\varrho = 0$  gehenden Vertikalen in der Tiefe  $t^1$ ). Die Punktmasse möge bei  $\varrho = R$  dieselbe Schwere verursachen wie der Störkörper.

Dann gilt

$$V_2 = \pi R^2 \delta g(R) + 2\pi \int_{\varrho=R}^{\infty} \delta g(\varrho) \varrho d\varrho.$$

Mit

$$\delta g(\varrho) = \frac{\gamma m t}{\sqrt{\varrho^2 + t^2}^3}$$

folgt

$$V_2 = \pi R^2 \frac{\gamma m t}{\sqrt{R^2 + t^2}^3} + 2\pi \gamma m t \int_{\varrho=R}^{\infty} \frac{\varrho d\varrho}{\sqrt{\varrho^2 + t^2}^3},$$

$$V_2 = \pi R^2 \frac{\gamma m t}{\sqrt{R^2 + t^2}^3} + 2\pi \gamma m t \frac{1}{\sqrt{R^2 + t^2}},$$

$$V_2 = \frac{2\pi \gamma m t}{\sqrt{R^2 + t^2}^2} \left( 1 + \frac{R^2}{2(R^2 + t^2)} \right). \quad (3)$$

Außerdem möge der Schweregradient  $\delta g'(R)$  der Punktmasse mit dem des Störkörpers bei  $\varrho = R$  übereinstimmen. Dann kann man die unbekannte Tiefe  $t$  der Ersatzpunktmasse eliminieren.

Mit

$$\delta g(R) = \frac{\gamma m t}{\sqrt{R^2 + t^2}^3} \quad \text{und} \quad \delta g'(R) = -\frac{3\gamma m t R}{\sqrt{R^2 + t^2}^5}$$

ergibt sich

$$\frac{\delta g(R)}{\delta g'(R)} = -\frac{R^2 + t^2}{3R} \quad \text{für} \quad m \neq 0, t \neq 0.$$

Daraus folgt für die Tiefe  $t$

$$t = \sqrt{-3R \frac{\delta g(R)}{\delta g'(R)} - R^2}. \quad (4)$$

<sup>1)</sup> Im allgemeinen stimmt die Tiefe  $t$  nicht mit der Schwerpunkttiefe des Störkörpers überein. Dies gilt auch für die ideelle störende Schicht, deren Schwerpunkt auf der Bezugsebene liegt.

Nach Einsetzen von (4) in (3) erhält man

$$V_2 = 2\pi\gamma m \frac{\sqrt{-3R \frac{\delta g(R)}{\delta g'(R)} - R^2}}{\sqrt{R^2 + \left(-3R \frac{\delta g(R)}{\delta g'(R)} - R^2\right)}} \left(1 + \frac{R^2}{2\left(R^2 + \left(-3R \frac{\delta g(R)}{\delta g'(R)} - R^2\right)\right)}\right),$$

$$V_2 = 2\pi\gamma m \sqrt{1 + \frac{R \delta g'(R)}{3 \delta g(R)}} \left(1 - \frac{R \delta g'(R)}{6 \delta g(R)}\right). \quad (5)$$

#### 6.4 Abschätzung der gesamten Störungsmasse

Mit (5) folgt aus (1)

$$2\pi\gamma m = V = V_1 + V_2 = V_1 + 2\pi\gamma m \sqrt{1 + \frac{R \delta g'(R)}{3 \delta g(R)}} \left(1 - \frac{R \delta g'(R)}{6 \delta g(R)}\right),$$

$$2\pi\gamma m = V_1 \left(1 - \sqrt{1 + \frac{R \delta g'(R)}{3 \delta g(R)}} \left(1 - \frac{R \delta g'(R)}{6 \delta g(R)}\right)\right)^{-1},$$

$$m = \frac{V_1}{2\pi\gamma} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{R \delta g'(R)}{3 \delta g(R)}} \left(1 - \frac{R \delta g'(R)}{6 \delta g(R)}\right)\right)^{-1}. \quad (6)$$

Der Faktor von  $V_1/2\pi\gamma$  gibt das Verhältnis aus der gesamten Störungsmasse  $m$  und dem ausplanimetrierten Massenanteil  $m_1$  an:

$$\frac{m}{\frac{V_1}{2\pi\gamma}} = \frac{m}{m_1} = k = \left(1 - \sqrt{1 + \frac{R \delta g'(R)}{3 \delta g(R)}} \left(1 - \frac{R \delta g'(R)}{6 \delta g(R)}\right)\right)^{-1}. \quad (7)$$

Ist dieser Korrekturfaktor  $k$  bekannt, so kann man mit dem Massenanteil  $m_1$  die gesamte Störungsmasse angeben. Nach (7) enthält  $k$  nur Größen, die direkt aus dem Schwerfeld entnommen werden können. Der Gradient  $\delta g'$  läßt sich aus Schwerprofilen ermitteln, während für den Absolutbetrag der Schwere eine obere Schranke  $S_0$  mit Modellrechnungen gegeben ist [KAHLE, 1968],

$$S_0 = 1 \text{ mGal.}$$

Eine untere Schranke  $S_u$  ergibt sich aus (4). Die Punktmassentiefe  $t$  ist nur dann reell, wenn der Radikand

$$-3R \frac{\delta g(R)}{\delta g'(R)} - R^2$$

positiv ist.

Damit erhält man für  $\delta g(R)$  folgende Bedingung:

*Fall 1:*

$$\text{Sei } \delta g'(R) > 0, \text{ dann folgt aus } \frac{\delta g(R)}{\delta g'(R)} = -\frac{R^2 + t^2}{3R}$$

$$\delta g(R) < 0.$$

Mit

$$-3R \frac{\delta g(R)}{\delta g'(R)} - R^2 > 0$$

gilt dann

$$-3\delta g(R) > R\delta g'(R),$$

$$|\delta g(R)| > \frac{R}{3} \delta g'(R) = S_u. \quad (8)$$

*Fall 2:*

Sei  $\delta g'(R) < 0$ , dann folgt entsprechend

$$\delta g(R) > 0.$$

Mit

$$-3R \frac{\delta g(R)}{\delta g'(R)} - R^2 > 0$$

gilt dann

$$-3\delta g(R) < R\delta g'(R)$$

oder

$$\delta g(R) > -\frac{R}{3} \delta g'(R) = \frac{R}{3} |\delta g'(R)| = S_u.$$

Bei den Riesfeldern liegt Fall 1 vor.

Für die untere Schranke ergab sich beim Restfeld 2

$$S_u = 0,70 \text{ mGal}.$$

Es gilt damit für  $|\delta g(R)| = |\delta g(14)|$

$$1 \text{ mGal} > |\delta g(R)| > 0,70 \text{ mGal}.$$

Mit diesen Werten erhält man aus (7) folgende Korrekturfaktoren  $k$  (Tabelle 2) für verschiedene Werte  $\delta g(14)$  zwischen  $-0,70$  und  $-1,0$  mGal.

Aus der Tabelle 2 entnimmt man, daß die Korrekturfaktoren  $k$  in starkem Maße von den angenommenen Schwerewerten  $\delta g(14)$  abhängig sind. Die gesamte Störungsmasse  $m = km_1$  erhöht sich bei Vergrößerung des Absolutbetrages der Schwere  $\delta g(14)$  um  $0,1$  mGal fast um den planimetrierten Massenanteil  $m_1$ . Da man außer einer Angabe der Schranken  $S_u$  und  $S_0$  über die Schwere  $\delta g(14)$  keine weiteren Aussagen

Tabelle 2.

$\delta g(14)$ [mGal]	$k$
$-0,75$	1,61
$-0,80$	2,04
$-0,85$	2,46
$-0,90$	2,89
$-0,95$	3,36

machen kann, ist die Korrektur mit einer großen Unsicherheit behaftet. Es müßte in einer eingehenden Untersuchung geklärt werden, wie groß man  $R$  wählen muß, damit die Korrektur hinreichend genau ist.

Man erhält eine indirekte Massenabschätzung, wenn man den Korrekturfaktor in Abhängigkeit von der Tiefe  $t$  der Ersatzpunktmasse darstellt. Mit (3) folgt aus (1)

$$2\pi\gamma m = V = V_1 + V_2 = V_1 + \frac{2\pi\gamma mt}{\sqrt{R^2 + t^2}} \left( 1 + \frac{R^2}{2(R^2 + t^2)} \right)$$

und damit

$$m = \frac{V_1}{2\pi\gamma} \left( 1 - \frac{t}{\sqrt{R^2 + t^2}} \left( 1 + \frac{R^2}{2(R^2 + t^2)} \right) \right)^{-1}. \quad (9)$$

Analog (6) ergibt sich aus (9) ein Korrekturfaktor  $k'$

$$k' = \left( 1 - \frac{t}{\sqrt{R^2 + t^2}} \left( 1 + \frac{R^2}{2(R^2 + t^2)} \right) \right)^{-1}, \quad (10)$$

der wieder das Verhältnis aus der gesamten Störungsmasse  $m$  und dem planimetrierten Massenanteil  $m_1$  angibt. Er hängt ab von der Tiefe  $t$  der Ersatzpunktmasse und der Entfernung  $R$ , in der die Anomalie Null gesetzt wird. In der folgenden Tabelle 3 sind die Korrekturfaktoren  $k'$  für verschiedene Tiefen  $t$  und  $R = 14$  km aufgeführt.



Bei Vergrößerung der Tiefe  $t$  um 0,5 km erhöht sich die Gesamtstörungsmasse um weniger als  $1/10$  des planimetrierten Massenanteils  $m_1$ . Die Unsicherheit der Punkt-massentiefe verursacht also einen wesentlich kleineren Korrekturfehler als die Unsicherheit der Schwerkirkung  $\delta g(R)$  bei  $R = 14$  km in der ersten Abschätzung. An Hand von Modellrechnungen konnte gezeigt werden, daß die Korrektur gut genäherte Ergebnisse liefert [KAHLE, 1968]. Es wird nun die Korrektur bei der aus dem Restfeld 2 bestimmten Masse  $m_1$  angebracht. Mit den Korrekturfaktoren  $k'$  der Tabelle 3 er-

Tabelle 3.

$t$ [km]	$k'$
0,5	1,057
1,0	1,119
1,5	1,190
2,0	1,266
2,5	1,353
3,0	1,447

Tabelle 4.

$t$ [km]	$m$ [Megatonnen]
0,5	— 64 420
1,0	— 68 198
1,5	— 72 526
2,0	— 77 158
2,5	— 82 460
3,0	— 88 189

geben sich folgende Werte für die Gesamtmasse  $m = k'm_1$  ( $m_1 = -60946$  Megatonnen) in Abhängigkeit von der Tiefe  $t$  der Ersatzpunktmasse (Tabelle 4).

Die bisherigen Massenabschätzungen [JUNG, 1965, 1967] ergaben Störungsmassen zwischen — 20000 und — 60000 Megatonnen. Es ist zu bemerken, daß die Defizitmasse unmittelbar nach dem Riesereignis größer gewesen sein dürfte, da ein Teil der ausgeworfenen Massen wieder ins Riesgebiet zurückgefallen ist. Nach den Ergebnissen dieser Arbeit liegen die Beträge der planimetrierten Massenanteile  $m_1$  je nach Wahl des Regionalfeldes zwischen 45000 und 75000 Megatonnen (vgl. Tabelle 1). Das plausibelste Restfeld 2 führt auf einen Massenanteil von etwa — 61000 Megatonnen. Entsprechend der Unsicherheit der Tiefe  $t$  der Ersatzpunktmasse schwankt die gesamte dem Restfeld 2 entsprechende Defizitmasse mit der Korrektur zwischen 64000 und 88000 Megatonnen (Tabelle 4).

Da der Betrag der Störungsmasse eindeutig aus den Restfeldern bestimmbar war, brauchten die zahlreichen Hypothesen für die Riesentstehung [DORN, 1948] nicht berücksichtigt zu werden.

Mit der Kenntnis der gesamten Störungsmasse dürfte es möglich sein, die Größenordnung der beim Riesereignis umgesetzten Energie abzuschätzen. Damit ließen sich möglicherweise wie aus der Existenz der Hochdruckmodifikationen des Quarzes — Coesit und Stishovit — [CHAO et al., 1960 und 1963] Folgerungen über die Ursache des Ereignisses ziehen. Beispielsweise müßte man eine irdische Ursache ausschließen, wenn die der Störungsmasse entsprechende Energie wesentlich größer wäre als die Energie, die die Erde maximal entwickeln und bei einer Kraterbildung umsetzen könnte.

## A N H A N G

### Bestimmung der Schwerewirkung des Riesmodells zur Abschätzung des gravimetrischen Wirkungsbereiches

Die Schwerewirkung des Riesmodells (Abb. 1) wird mittels Auszählprogramme für dreidimensionale Massen bestimmt [PLAUMANN, 1965]. Die Diagrammkonstruktion geht davon aus, daß die Schwerewirkung einer horizontalen Flächenbelegung proportional ihrer Projektion auf die Einheitskugel ist [JUNG, 1941/42 und 1961]. Die Schwerebeschleunigung eines Flächenelementes  $df$  mit der Flächendichte  $\mu$  und der Projektion  $df'$  (Abb. 6) ergibt sich im Mittelpunkt  $P$  der Einheitskugel zu

$$d\delta g_f = \gamma \mu df', \quad (11)$$

$\gamma = \text{Gravitationskonstante.}$

Die Wirkung  $d\delta g_m$  eines Massenelementes  $dm = \sigma df dz$  der Dichte  $\sigma = \mu/dz$  beträgt dann

$$d\delta g_m = \gamma \sigma df' dz. \quad (12)$$

Aus (12) ergibt sich durch Integration über das ganze Volumen  $V$  die Schwerewirkung  $\delta g$  einer dreidimensionalen Masse

$$\delta g = \iiint_{(V)} d\delta g_m = \gamma \sigma \iiint_{(V)} df' dz, \quad (13)$$

wobei die Dichte  $\sigma$  als konstant vorausgesetzt ist. Gleichung (11) legt es nahe, die Oberfläche der Einheitskugel in gleiche Flächen  $df'$  zu unterteilen. Dann haben die entsprechenden Flächen  $df$  in der Tiefe  $z$  die gleiche Schwerewirkung  $d\delta g_f$  im Punkt  $P$ . Zunächst wird die Oberfläche der Kugel in Kugelzonen gleicher Fläche zerlegt. Dazu teilt man den Einheitsradius in  $N$  gleiche Teile mit der Länge  $h = 1/N$ . Die entsprechenden Kugelzonen haben dann die Mantelfläche  $M = 2\pi h = 2\pi/N$ . Die Projektionen dieser Zonen auf eine Ebene in der Tiefe  $z$  sind Kreisringe mit den Radien  $R_i$ . Die Radien lassen sich aus folgender Beziehung berechnen (Abb. 7):

$$R_i = z \tan \varphi_i = z \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \varphi_i} - 1} = z \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \frac{i}{N}\right)^2} - 1},$$

$$R_i = \frac{1}{N-i} \sqrt{2Ni - i^2} z, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (14)$$

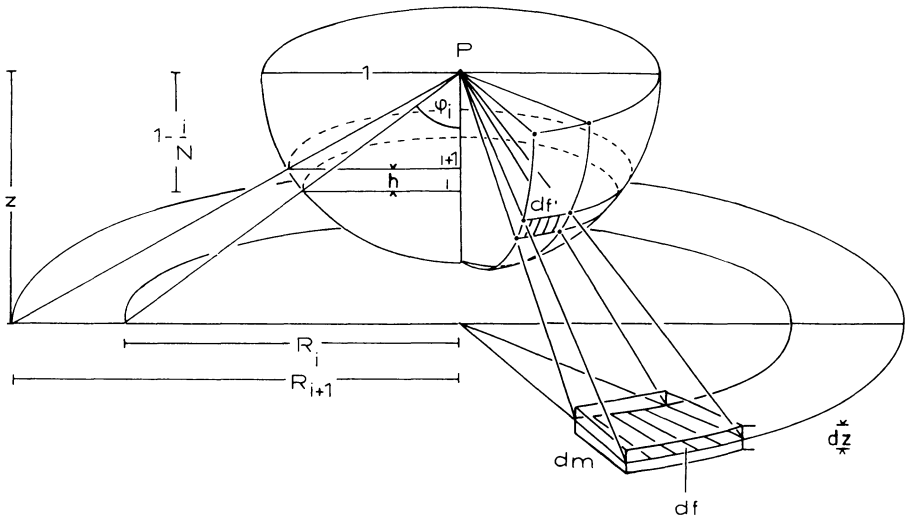


Abb. 7: Zur Bestimmung der Schwerkraft eines Massenelementes  $dm$ .  
 Determination of the gravity of a mass element  $dm$ .

Teilt man die Kreisringe weiter mit  $A$  radialen Strahlen, so erhält man  $AN$  Flächenelemente  $df$ , deren zugehörige Belegungen mit der Flächendichte  $\mu$  und der Fläche

$$df' = \frac{M}{A} = \frac{2\pi}{AN}$$

die gleiche Wirkung  $d\delta g_f$  in  $P$  haben. Damit folgt aus (11)

$$d\delta g_f = \gamma\mu df' = \gamma\mu \frac{2\pi}{AN}. \tag{11a}$$

Die diesen Flächenelementen entsprechenden Massenelemente  $dm = df dz$  haben nach (12) die Wirkung

$$d\delta g_m = \gamma\sigma df' dz = \gamma\sigma \frac{2\pi}{AN} dz. \tag{12a}$$

Zur Bestimmung der Wirkung  $\delta g$  einer dreidimensionalen Masse mit der Höhe  $dz$ , der Grundfläche  $F = n df$  und der Projektion  $F' = n df'$  wird das Integral (13) durch eine Summe ersetzt:

$$\delta g = n d\delta g_m = n\gamma\sigma \frac{2\pi}{AN} dz, \tag{13a}$$

mit  $n =$  Anzahl der Flächenelemente  $df$ , aus denen die Fläche  $F$  besteht. Massen beliebiger Höhe muß man zunächst in Schichten mit der Höhe  $dz$  zerlegen. Die Wirkung

der ganzen Masse ergibt sich dann aus der Summe der Wirkungen der einzelnen Schichten.

Zur Berechnung der Schwerewirkung des Riesmodells (Abb. 1) wurde eine Zerlegung in sieben zylindrische Schichten vorgenommen.

Herrn Professor Dr. Dr. E. h. K. JUNG möchte ich an dieser Stelle für die wertvollen Hinweise und Ratschläge bei der Durchsicht des Manuskripts danken. In vielen persönlichen Gesprächen hat Herr Professor Dr. Dr. E. h. K. JUNG die vorliegende Arbeit mit Anregungen beeinflußt.

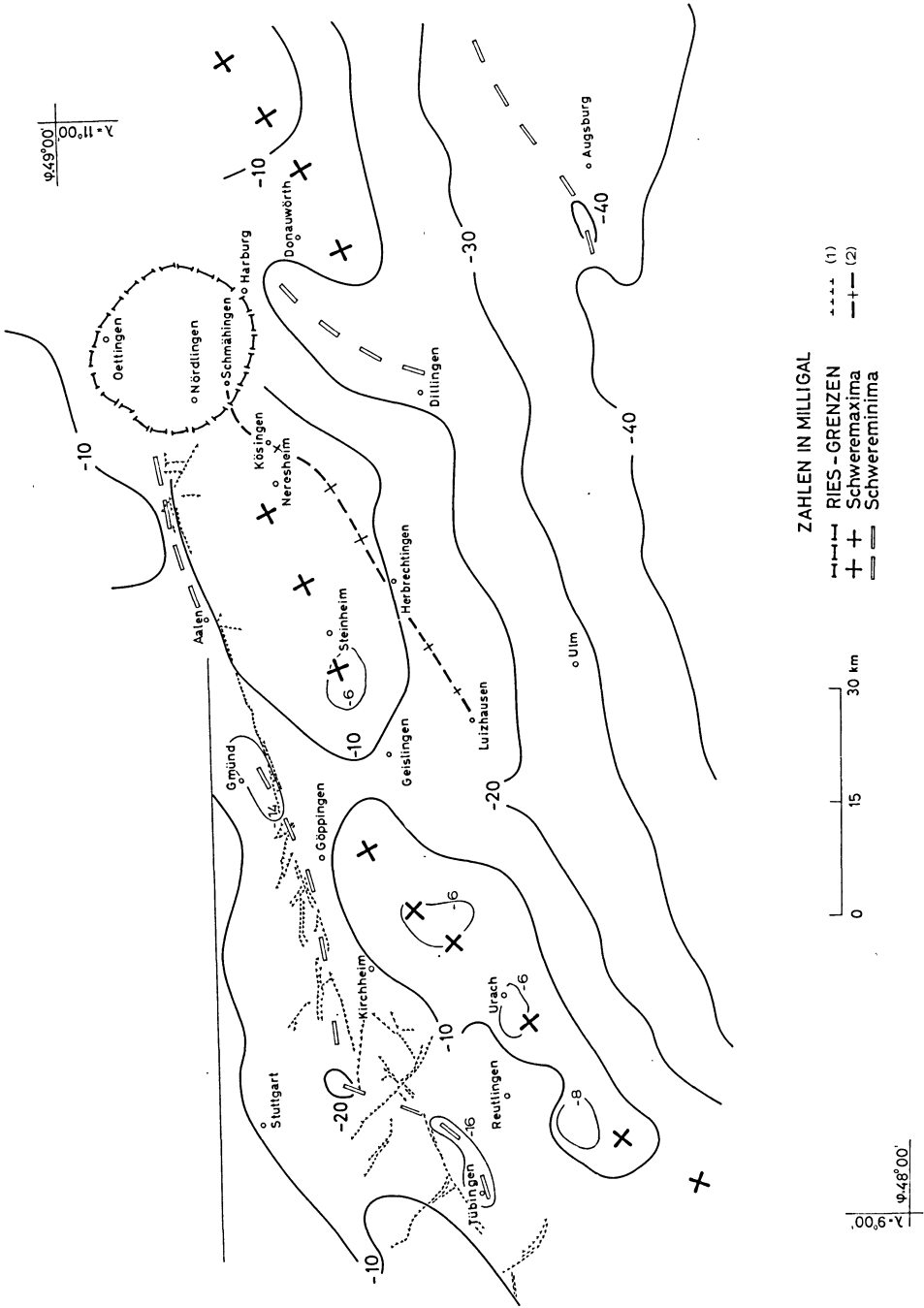
**ABBILDUNGSANHANG**

Abb. I:

Schwereanomalien der weiteren Riesumgebung nach CLOSS, HAHN und SCHLEUSENER [1957].

Gravity anomalies of the surrounding area of the Nördlinger Ries (CLOSS, HAHN and SCHLEUSENER [1957]).

- (1) Schwäbisches Lineament mit Verwerfungen nach SEIBOLD [1951 a, b].  
Swabian Lineament with fault lines (SEIBOLD [1951 a, b]).
- (2) Magnetisches Maximum nach HAUSSMANN [1904].  
Magnetic maximum [HAUSSMANN [1904]].



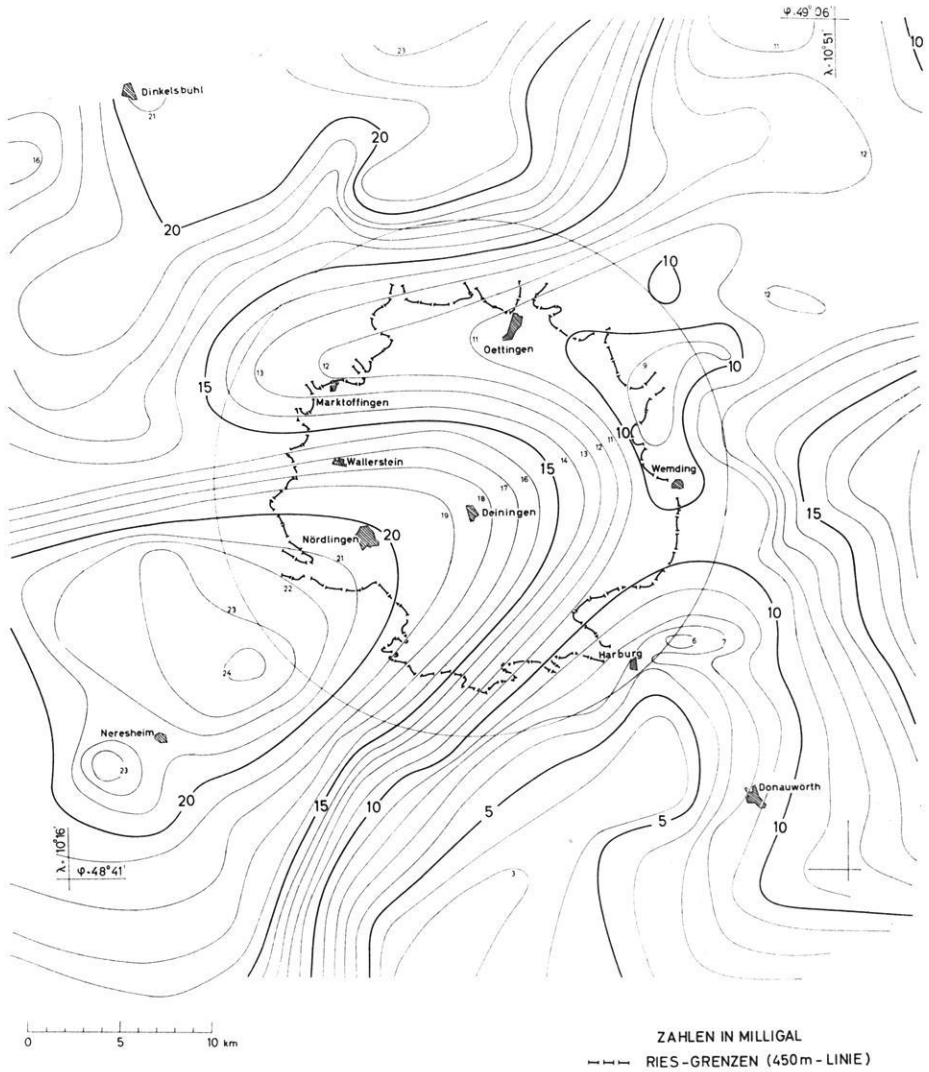


Abb. II: Regionalfeld 1. — Regional field 1.

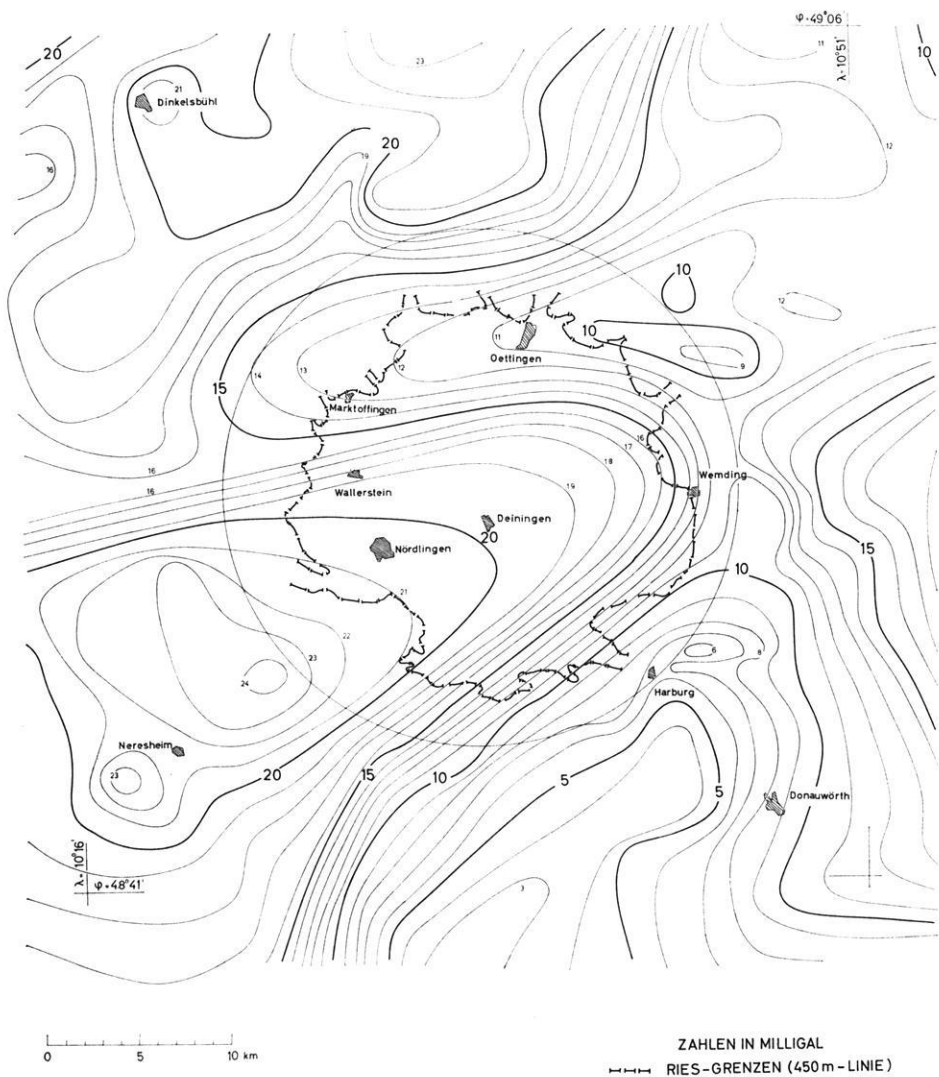
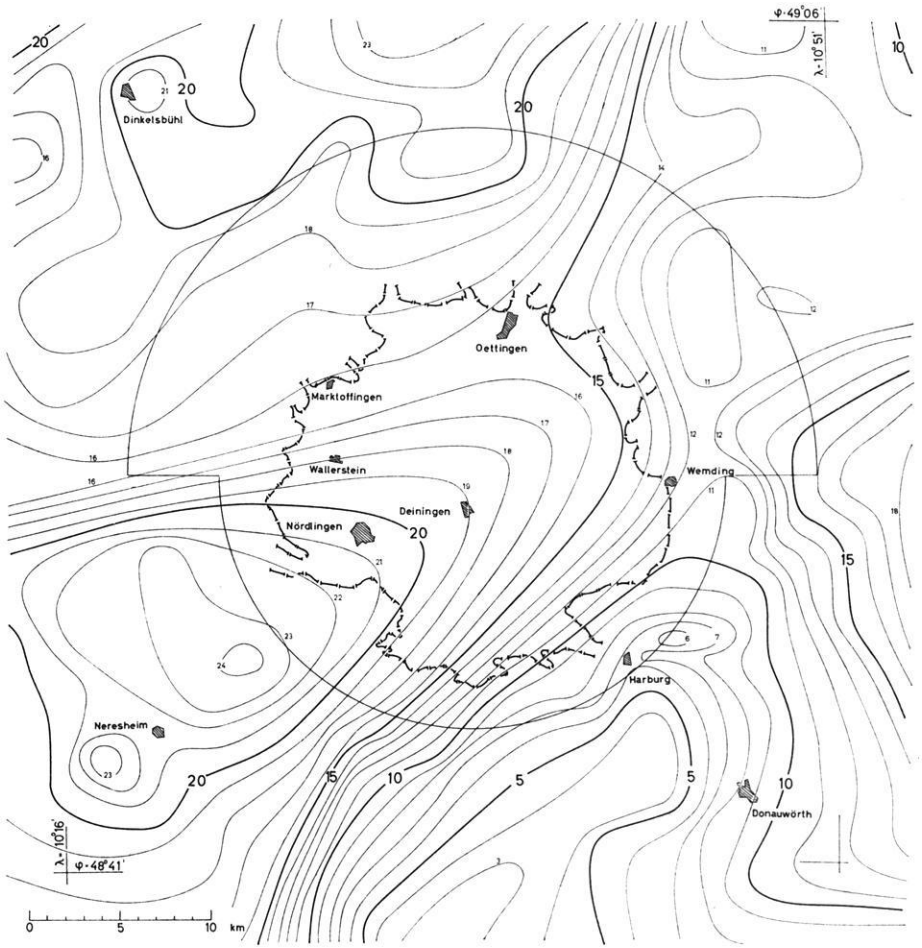


Abb. III: Regionalfeld 2. — Regional field 2.





ZAHLEN IN MILLIGAL  
--- RIES - GRENZEN (450 m - LINIE)

Abb. IV: Regionalfeld 3. — Regional field 3.

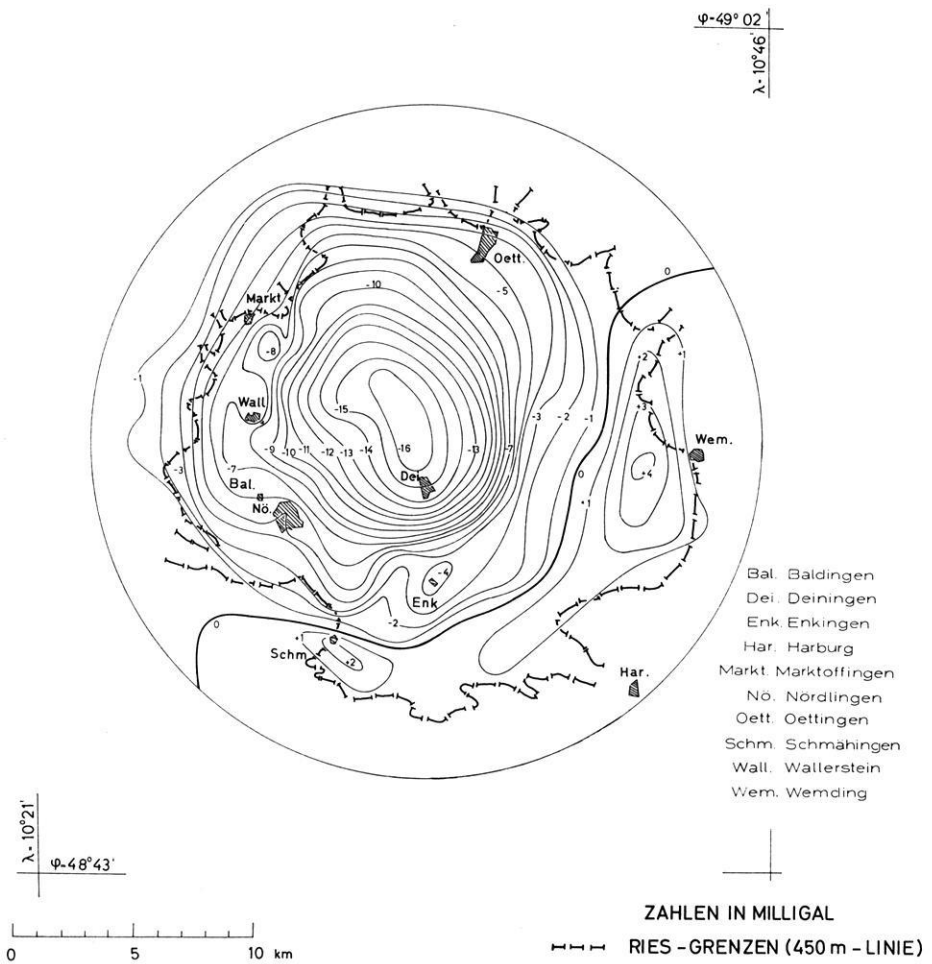


Abb. V: Restfeld 1. — Residual field 1.

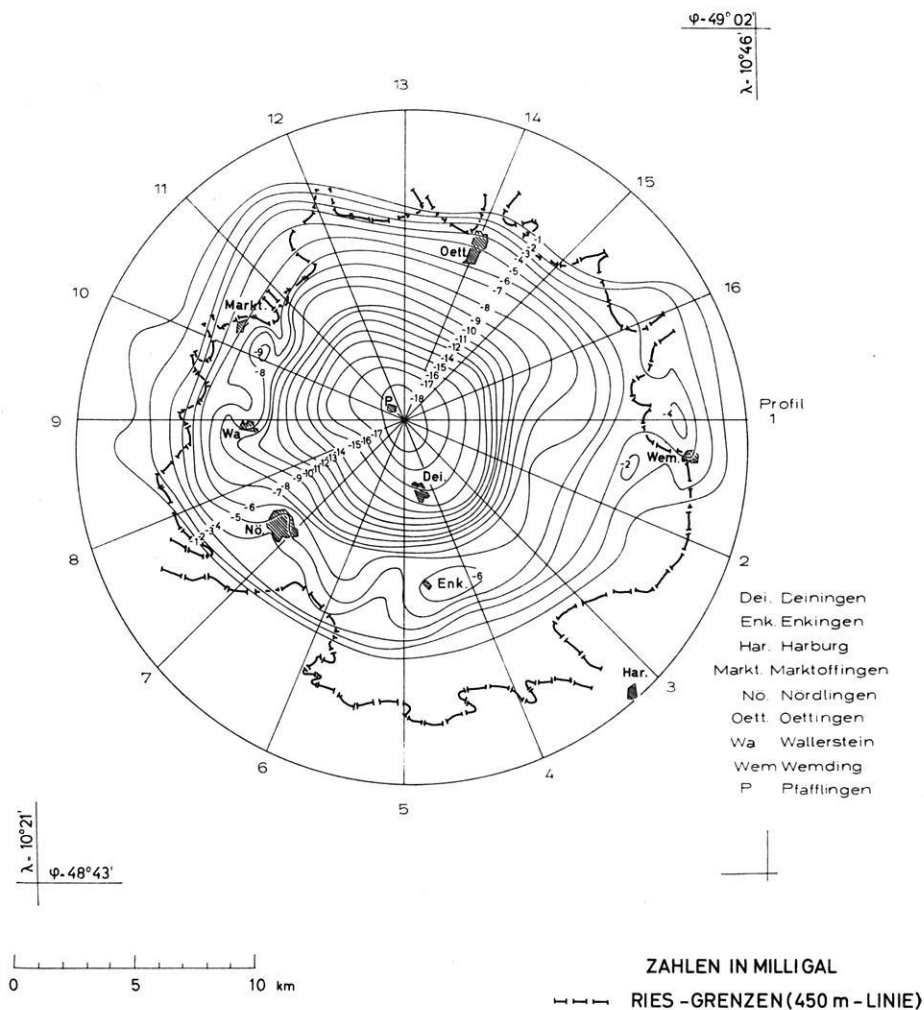


Abb. VI: Restfeld 2. — Residual field 2.

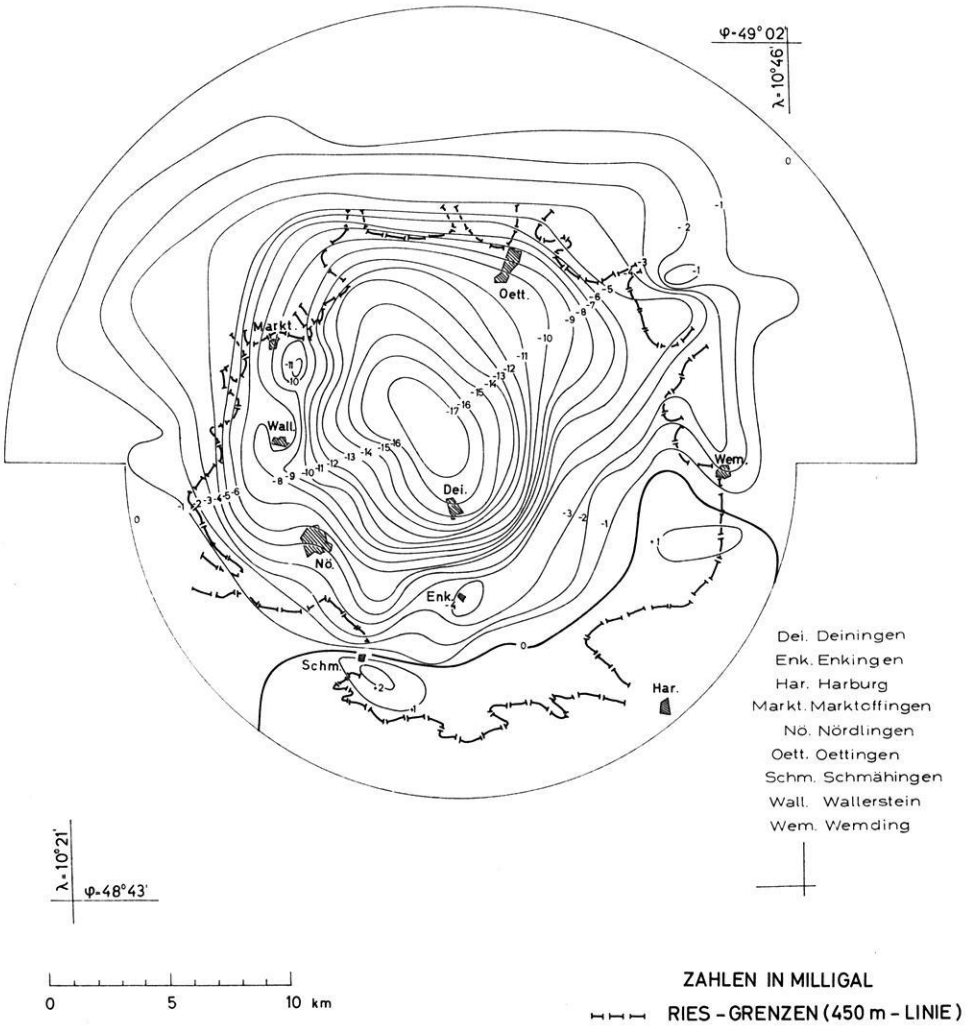


Abb. VII: Restfeld 3. — Residual field 3.

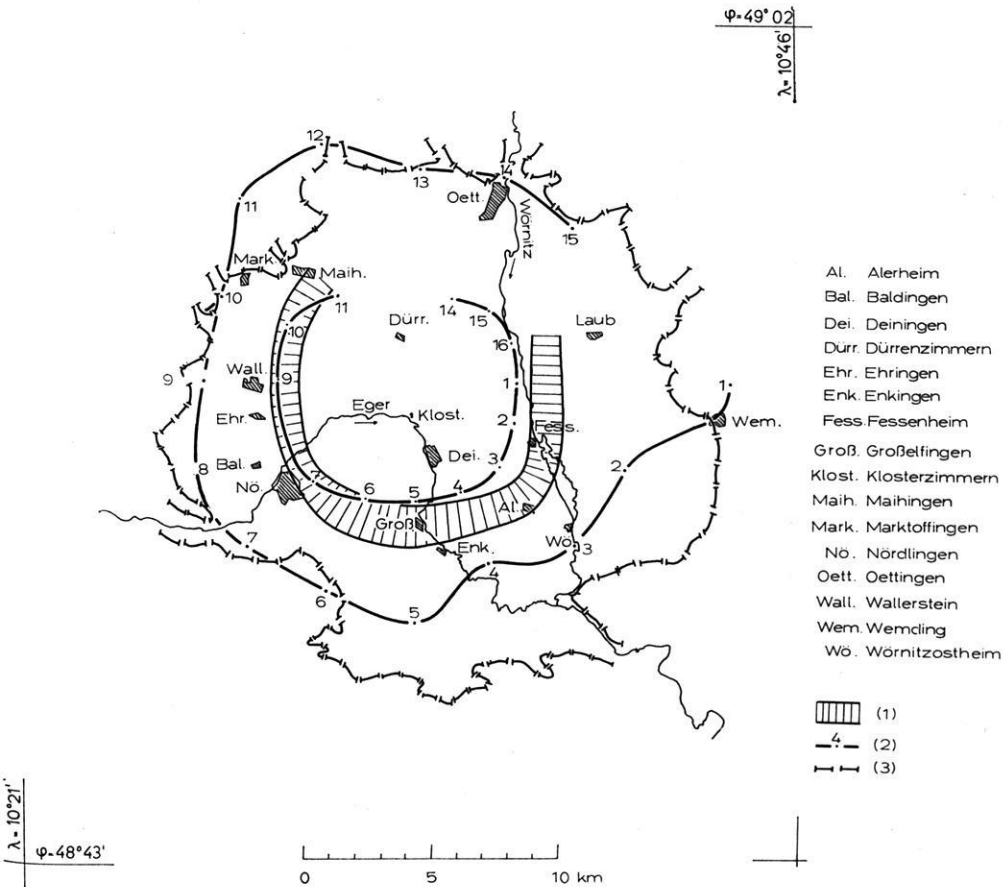


Abb. VIII: Kratergrenzen des Rieses. — Edges of the Ries basin.

(1) Kristalliner Wall nach REICH [1955].

Crystalline wall (REICH [1955]).

(2) Innere Linie: Grenze des kristallinen Kraters mit Wendepunkt und Profilnummer (Abb. 3).

Inner line: edge of the crystalline crater with point of inflection and number of the gravity profile (fig. 3).

Äußere Linie: Grenze des Sedimentkraters mit Wendepunkt und Profilnummer (Abb. 3).

Outer line: edge of the sedimentary crater with point of inflection and number of the gravity profile (fig. 3).

(3) 450-m-Höhenlinie. — 450-m-contour line.

### Literatur

- ANGENHEISTER, G. und J. POHL: Vermessung der Totalintensität ( $T$ ) des erdmagnetischen Feldes im Ries und seiner Umgebung 1962—1965. Münchener Universitätsschriften. Serie B, Nr. 4, 1966
- BARNES, D. F.: Gravity changes during the Alaska Earthquake. *J. Geophys. Res.* 71, 451—456, 1966
- BENTZ, A. und K. JUNG: Drehwaagemessungen im Ries bei Nördlingen. *Z. f. Geophys.* 7, 1—21, 1931
- BOCK, R., F. BURMEISTER und F. ERRULAT: Magnetische Reichsvermessung 1935. Geophys. Inst. Potsdam, Berlin 1948
- BURMEISTER, F.: Magnetische Vermessung II. Ordnung von Bayern 1955.0, Teil 1. Veröff. Geophys. Observatorium Fürstfeldbruck, München 1960
- : Magnetische Vermessung II. Ordnung von Bayern 1955.0, Teil 2. Veröffentl. Geophys. Obs. Fürstfeldbruck, München 1962
- CARLÉ, W.: Erläuterung zur geotektonischen Übersichtskarte der Südwestdeutschen Großscholle. Stuttgart 1950
- CHAO, E. C. T., E. M. SHOEMAKER und B. M. MADSEN: First natural occurrence of Coesite. *Science* 132, 1960
- CHAO, E. C. T. und J. LITTLER: Additional evidence for the impact origin of the Ries Basin, Bavaria, Germany. *Geol. Soc. Americ. Abstr. for* 1962, 127, 1963
- CLOSS, H., A. HAHN und A. SCHLEUSENER: Bemerkungen zur Karte der Schwerestörungen des deutschen Alpenvorlandes. *Geol. Jb.* 72, 503—528, 1957
- DOMENICO, S. N.: Detail gravity profile across San Andreas Fault Zone. *Geophysics* 32, 297—301, 1967
- DORN, P.: Ein Jahrhundert Riesgeologie. *Zeitschrift dt. geol. Ges.* 100, 1948
- : Geologie von Mitteleuropa 1960
- HATHERTON, T. und T. M. HUNT: Gravity profiles across the Alpine Fault, New Zealand. *J. Geophys. Res.* 73, 5343—5352, 1968
- HAUSSMANN, K.: Magnetische Messungen im Ries und dessen Umgebung. *Abh. preuß. Akad. Wiss.* Berlin 1904
- JENSCH, A.: Geophysikalische Messungen im Steinheimer Becken. *N. Jb. Miner. Mh.* 1965, 279—284, Stuttgart, 1965
- JUNG, K.: Direkte Methoden zur Bestimmung von Störungsmassen aus Anomalien der Schwereintensität. *Z. f. Geophys.* 13, 45—67, 1937
- : Die Schwerewirkung von Störungsmassen und ihre Veranschaulichung auf der Einheitskugel. *Z. f. Geophys.* 17, 276—278, 1941/42
- : Schwerkraftverfahren in der angewandten Geophysik, Leipzig 1961

- JUNG, K.: Gravimetrie im Ries. Vortragszusammenfassung anlässlich der Besprechung der „Arbeitsgemeinschaft Ries“ vom 25. 3. 1963, München 1963 a
- : Gravimeteruntersuchungen im Ries. Kurzfassung des im Stuttgarter Kolloquium (DFG Schwerpunktprogramm „Erforschung des tieferen Untergrundes in Mitteleuropa“ vom 22. bis 25. 4. 1963) gehaltenen Vortrags. TH Stuttgart 1963 b
- JUNG, K., H. MENZEL und O. ROSENBAACH: Gravimetermessungen im Nördlinger Ries. Z. f. Geophys. 31, 7—26, 1965 a
- JUNG, K.: Gravimetermessungen in der Umgebung des Rieses. N. Jb. Miner. Mh. 9—11, 277—279, 1965 b
- JUNG, K. und H. SCHAAF: Gravimetermessungen im Nördlinger Ries und seiner Umgebung. Abschätzung der gesamten Störungsmasse. Z. f. Geophys. 33, 319—345, 1967
- KAHLE, H.-G.: Gravimetrische Untersuchungen über die Massenänderungen beim Riesereignis. Diplomarbeit, Kiel, 1968
- NEUMANN, G.: Regionale magnetische Variometermessungen in Süddeutschland 1932
- PLAUMANN, S.: Berechnung der Schwerewirkung beliebig geformter dreidimensionaler Massen mit Hilfe von Auszählagrammen. Z. f. Geophys. 31, 327—331, 1965
- PREUSS, E.: Das Ries und die Meteoritentheorie. Fortschr. Miner. 41, 271—312, 1964
- REICH, H.: Geophysikalische Probleme im bayrisch-schwäbischen Donau-Raum. Erdöl und Kohle 2, 1949
- REICH, H. und W. HORRIG: Geophysikalische Untersuchungen im Ries und Vorries und deren geologische Deutung. Beih. Geol. Jb. 19, 1955
- SCHÜTTE, K.: Das Ergebnis der Schweremessungen im Ries. Sitz. Ber. bayr. Akad. Wiss., math.-nat. Abt., München 1927
- : Karte der Schwereabweichungen von Süddeutschland. Veröffentlichung der Bayerischen Kommission für die internationale Erdmessung, München 1930.
- SEIBOLD, E.: Das Schwäbische Lineament zwischen Fildergraben und Ries. N. Jb. f. Geol. u. Pal. Abh. 93, Heft 3, 285—324, Tübingen 1951 a
- : Die Osthälfte des Schwäbischen Lineaments. Geologische Rundschau 39, 141—142, 1951 b





# Theoretical Seismograms for some Types of Point-sources in Layered Media

## Part III: Single Force and Dipole Sources of Arbitrary Orientation

By G. MÜLLER, Clausthal-Zellerfeld<sup>1)</sup>

Eingegangen am 10. Dezember 1968

*Summary:* Exact elastic ray theory is used to derive the displacements produced by point-sources of single force and single couple type in horizontally layered, solid, elastic media. The contributions to the displacement components, produced by an arbitrary seismic ray from the point-source to the point of observation, are derived in analogy to the method applied in Part I of this paper for the investigation of elastic waves from explosive and vertical single force point-sources. In addition to the *P* and *SV* waves which were the only wave types radiated by these sources, in the present problem *SH* waves occur and are taken into account. The results are given in a form ready for the numerical calculation of theoretical seismograms by the methods explained in Part I and demonstrated by examples in Part II. Additionally, approximate formulas are derived from the exact ones.

*Zusammenfassung:* Mit Hilfe der exakten Strahlentheorie werden die Verschiebungen berechnet, die Punktquellen elastischer Wellen vom Einzelkraft- und Dipoltypus in einem Medium aus planparallelen, festen, ideal elastischen Schichten erzeugen. Dabei werden die Beiträge zu den Verschiebungskomponenten, die einem beliebigen seismischen Strahl von der Punktquelle zum Aufpunkt entsprechen, prinzipiell auf dieselbe Weise bestimmt wie in Teil I dieser Arbeit für die Anregung elastischer Wellen durch Explosions- und senkrecht zu den Schichtgrenzen wirkende Einzelkraft-Punktquellen. Beim vorliegenden Problem treten zusätzlich zu den *P*- und *SV*-Wellen, die in Teil I die einzigen Wellentypen waren, noch *SH*-Wellen auf. Die Resultate für *P*-, *SV*- und *SH*-Wellen sind in einer Form angegeben, die zur Berechnung von theoretischen Seismogrammen geeignet ist. Dabei können die numerischen Methoden benutzt werden, die in Teil I beschrieben und in Teil II an Beispielen veranschaulicht wurden. Zusätzlich werden aus den exakten Resultaten Näherungsformeln abgeleitet.

### Introduction

One method of computing theoretical seismograms for point-sources in horizontally layered elastic media is what has been called exact elastic ray theory [PEKERIS, ALTERMAN, ABRAMOVICI and JAROSCH 1965, SPENCER 1965]. According to this method, all possible seismic rays from the source to the point of observation are determined, and the elementary seismograms produced by them are summed up. The problem is solved if it is possible to compute the displacements belonging to an arbitrary ray.

---

<sup>1)</sup> Dr. rer. nat. GERHARD MÜLLER, Institut für Geophysik der Technischen Universität Clausthal, 3392 Clausthal-Zellerfeld, Adolf-Römer-Str. 2A.

Important papers on this subject are listed in MÜLLER [1968 a], hereafter referred to as I. Numerical methods for the computation of theoretical seismograms according to exact elastic ray theory for an arbitrarily layered medium have been developed by HELMBERGER [1968] and MÜLLER [1968 a, b]. HELMBERGER has compared his theoretical seismograms to marine seismic measurements and found partially remarkable agreement, thus demonstrating the usefulness of theoretical seismograms for the interpretation of seismic registrations.

All papers just mentioned deal with problems having cylindrical symmetry, the elastic waves being excited by point-sources of explosive or vertical single force type. For earthquake focal mechanism studies, it is necessary to adjust the theories of wave propagation to dipole sources of arbitrary orientation. For the normal mode theory, this was done by HARKRIDER [1964]. The radiation of *P* waves by explosive and dipole sources into a layered half-space was investigated by FUCHS [1966]. Recently, CHANDRA [1968] treated the reflection and transmission of waves, radiated by dipole sources of single and double couple type, at the interface between two half-spaces with special emphasis on the *P*, *SV* and *SH* head waves for near earthquake focal mechanism studies.

In the following, exact elastic ray theory is extended to include the case of an arbitrarily orientated single force. The first step in this derivation is to compute the displacements for an arbitrary seismic ray in the layered medium, assuming harmonic time dependence of the single force. Then, these results are generalized for arbitrary time dependence of the source by the aid of DUHAMEL's theorem. Finally, the displacements for excitation by a single couple are derived by differentiation of the results for a single force.

### Basic relations

In each of the flat, homogeneous and isotropic layers of the medium, the displacement vector  $\mathbf{u}$  must satisfy the equation of motion

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \text{grad div } \mathbf{u} - \mu \text{rot rot } \mathbf{u} \quad (1)$$

where  $\rho$  is the density and  $\lambda$  and  $\mu$  are LAMÉ's parameters of the layer. By inserting the general representation of  $\mathbf{u}$  in terms of a scalar potential  $\Phi$  and a vector potential  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{u} = \text{grad } \Phi + \text{rot } \mathbf{A}$ , into (1) and using cylindrical coordinates  $r, \varphi, z$ , it can be shown that  $\mathbf{A}$  can be represented by only two independent functions  $\psi$  and  $\chi$ :

$$\mathbf{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, -\frac{\partial \psi}{\partial r}, \chi \right)$$

The potentials  $\Phi, \psi$  and  $\chi$  are solutions of wave equations:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \chi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$V = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho} \text{ and } v = \sqrt{\mu/\rho}$$

are the velocities of *P* and *S* waves, respectively.

The components of *u* in terms of  $\Phi$ ,  $\psi$  and  $\chi$  are

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial \varphi} \\ u_\varphi &= \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi \partial z} - \frac{\partial \chi}{\partial r} \\ u_z &= \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

The boundary conditions at the interfaces between the layers require the continuity of the stress components

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zr} &= \mu \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) = \mu \left[ 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} + 2 \frac{\partial^3 \psi}{\partial r \partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r \partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \varphi \partial z} \right] \\ \sigma_{z\varphi} &= \mu \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} \right) = \mu \left[ \frac{2}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi \partial z} + \frac{2}{r} \frac{\partial^3 \psi}{\partial \varphi \partial z^2} - \frac{1}{rv^2} \frac{\partial^3 \psi}{\partial \varphi \partial t^2} - \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial z} \right] \\ \sigma_{zz} &= \lambda \nabla^2 \Phi + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\lambda}{V^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + 2\mu \left[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial z^3} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^3 \psi}{\partial z \partial t^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

and, for non free interfaces, the continuity of the displacements (3). In the present study, liquid layers are not included although they could easily be taken into account.

The boundary conditions are satisfied if the quantities

$$\left. \begin{aligned} &\mu \left[ 2 \frac{\partial \Phi}{\partial z} + 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right], \mu \frac{\partial \chi}{\partial z}, \\ &\frac{\lambda}{V^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + 2\mu \left[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^3 \psi}{\partial z^3} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^3 \psi}{\partial z \partial t^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

and, for non free interfaces, the quantities

$$\Phi + \frac{\partial \psi}{\partial z}, \chi, \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (5b)$$

are continuous. These are simpler boundary conditions than the conditions above for they include no differentiations with respect to the horizontal coordinates *r* and  $\varphi$ . They were already given by CHANDRA [1968]. From (5a, b) it is seen that at the interfaces an interaction takes place between *P* waves, derived from  $\Phi$ , and *S* waves, derived

from  $\psi$ . The  $S$  waves, derived from  $\chi$ , propagate independently, their displacements being purely horizontal. Thus, obviously,  $\psi$  is the potential of the  $SV$  waves, whereas  $\chi$  is that of the  $SH$  waves.

The case of cylindrical symmetry and vanishing azimuthal displacement  $u_\phi$  follows from the formulas above by putting  $\partial/\partial\phi \equiv 0$  and  $\chi \equiv 0$ . This case was treated in I by the aid of the compressional potential  $\Phi$  and a shear potential  $U$  related to the shear potential  $\psi$  of this paper by  $U = -\partial\psi/\partial r$ . The boundary conditions in terms of  $\Phi$  and  $U$  cannot be obtained from (5a, b) but have to be derived directly from the stress and displacement components.

**Potentials for a harmonic single force in an infinite medium**

The starting point are the well-known results for the displacements produced in an infinite medium by a single force point-source having the arbitrary time dependence  $K(t)$ , as given by LOVE [1944]. Assuming the direction cosines of the single force in a system of rectangular coordinates  $x_1, x_2, x_3$  to be  $f_1, f_2, f_3$ , and transforming the displacements to cylindrical coordinates ( $r^2 = x_1^2 + x_2^2, \phi = \arctan(x_2/x_1), z = x_3$ ), the following expressions are found:

$$\left. \begin{aligned} u_r &= \frac{1}{4\pi\varrho_1 R^3} \left[ \frac{1}{V_1^2} (\gamma_1 r^2 + \gamma_3 r z) F_1(t) + \frac{1}{v_1^2} (\gamma_1 z^2 - \gamma_3 r z) F_2(t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{R^2} \{ \gamma_1 (2r^2 - z^2) + 3\gamma_3 r z \} F_3(t) \right] \\ u_\phi &= \frac{\gamma_2}{4\pi\varrho_1 R^3} \left[ \frac{R^2}{v_1^2} F_2(t) - F_3(t) \right] \\ u_z &= \frac{1}{4\pi\varrho_1 R^3} \left[ \frac{1}{V_1^2} (\gamma_1 r z + \gamma_3 z^2) F_1(t) + \frac{1}{v_1^2} (-\gamma_1 r z + \gamma_3 r^2) F_2(t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{R^2} \{ 3\gamma_1 r z + \gamma_3 (2z^2 - r^2) \} F_3(t) \right], \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

where

$$F_1(t) = K(t - R/V_1), \quad F_2(t) = K(t - R/v_1), \quad F_3(t) = \int_{R/V_1}^{R/v_1} K(t - \tau) \tau \, d\tau,$$

$V_1, v_1, \varrho_1 = P$  velocity,  $S$  velocity and density of the medium,

$$R^2 = r^2 + z^2 \quad \text{and}$$

$$\gamma_1 = f_1 \cos \phi + f_2 \sin \phi, \quad \gamma_2 = -f_1 \sin \phi + f_2 \cos \phi, \quad \gamma_3 = f_3. \quad (7)$$

For harmonic time dependence of the source,  $K(t) = \exp(i\omega t)$ , (6) can be expressed by the aid of the functions

$$M_1 = \frac{1}{R} \exp[i\omega(t - R/V_1)] \text{ and } M_2 = \frac{1}{R} \exp[i\omega(t - R/v_1)]$$

and their derivatives with respect to  $r$  and  $z$  (a procedure which was already applied by HASKELL [1963] to the more complicated case of a dipole source):

$$\left. \begin{aligned} 4\pi\rho_1\omega^2 u_r &= \gamma_1 \left( -\frac{\partial^2 M_1}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial r^2} + \frac{\omega^2}{v_1^2} M_2 \right) + \gamma_3 \left( -\frac{\partial^2 M_1}{\partial r \partial z} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial r \partial z} \right) \\ 4\pi\rho_1\omega^2 u_\varphi &= \gamma_2 \left( -\frac{1}{r} \frac{\partial M_1}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial M_2}{\partial r} + \frac{\omega^2}{v_1^2} M_2 \right) \\ 4\pi\rho_1\omega^2 u_z &= \gamma_1 \left( -\frac{\partial^2 M_1}{\partial r \partial z} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial r \partial z} \right) + \gamma_3 \left( -\frac{\partial^2 M_1}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{v_1^2} M_2 \right) \end{aligned} \right\} (8)$$

By the aid of SOMMERFELD's integral

$$M_{1,2} = e^{i\omega t} \int_0^\infty \frac{k}{v_{1,2}} e^{-|z|v_{1,2}} J_0(kr) dk, \quad v_1^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{V_1^2}, \quad v_2^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{v_1^2},$$

these displacements can be written in integral form and compared to the displacements following, according to (3), from the general harmonic solutions of the wave equations (2) for the potentials of the  $P$ ,  $SV$  and  $SH$  waves radiated by the source [CHANDRA 1968]:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_0 &= e^{i\omega t} \sum_{l=0}^{\infty} \int_0^\infty (A_l \cos l\varphi + B_l \sin l\varphi) e^{-|z|v_1} J_l(kr) dk \\ \psi_0 &= e^{i\omega t} \sum_{l=0}^{\infty} \int_0^\infty (C_l \cos l\varphi + D_l \sin l\varphi) e^{-|z|v_2} J_l(kr) dk \\ \chi_0 &= e^{i\omega t} \sum_{l=0}^{\infty} \int_0^\infty (E_l \cos l\varphi + F_l \sin l\varphi) e^{-|z|v_2} J_l(kr) dk \end{aligned} \right\} (9)$$

From this comparison, the  $k$ -dependent coefficients  $A_l$ ,  $B_l$ , ...,  $F_l$  can be computed. It is easily seen from (7) and (8) that these coefficients are all zero for  $l > 1$ . After

introducing a new variable of integration,  $u = k/\omega$  ( $\omega > 0$ ), the potentials  $\Phi_0$ ,  $\psi_0$  and  $\chi_0$  are, if now the source is assumed at the depth  $d$  (Figure 1):

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_0 &= \frac{\gamma_3 P_1}{4 \pi \rho_1} \int_0^\infty u \exp [(-|z-d| \sqrt{u^2 - V_1^{-2}} + it) \omega] J_0(u \omega r) du \\
 &+ \frac{\gamma_1}{4 \pi \rho_1} \int_0^\infty \frac{u}{\sqrt{u^2 - V_1^{-2}}} \exp [(-|z-d| \sqrt{u^2 - V_1^{-2}} + it) \omega] J_1(u \omega r) du \\
 \psi_0 &= \frac{\gamma_3}{4 \pi \rho_1 \omega} \int_0^\infty \frac{u}{\sqrt{u^2 - v_1^{-2}}} \exp [(-|z-d| \sqrt{u^2 - v_1^{-2}} + it) \omega] J_0(u \omega r) du \\
 &+ \frac{\gamma_1 P_1}{4 \pi \rho_1 \omega} \int_0^\infty \exp [(-|z-d| \sqrt{u^2 - v_1^{-2}} + it) \omega] J_1(u \omega r) du \\
 \chi_0 &= -\frac{\gamma_2}{4 \pi \rho_1 v_1^2} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{u^2 - v_1^{-2}}} \exp [(-|z-d| \sqrt{u^2 - v_1^{-2}} + it) \omega] J_1(u \omega r) du
 \end{aligned} \right\} (10)$$

$$p_1 = \begin{cases} 1 & \text{for } z > d \\ -1 & \text{for } z < d \end{cases}$$

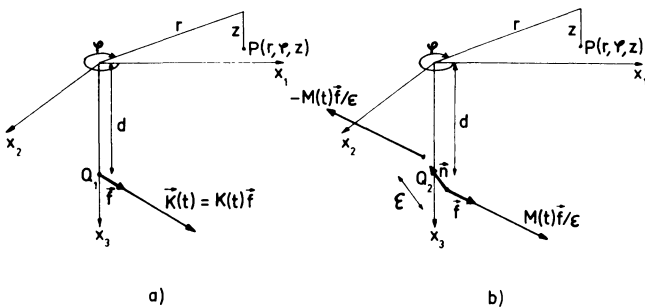


Fig. 1: a) Single force point-source  $Q_1$  at the depth  $d$ .  
 b) Single couple point-source  $Q_2$  at the depth  $d$ .

a) Einzelkraft-Punktquelle  $Q_1$  in der Tiefe  $d$ .  
 b) Dipol-Punktquelle  $Q_2$  in der Tiefe  $d$ .

## Potentials and displacements for a harmonic single force and an arbitrary ray in a layered medium

The medium consists of an arbitrary number of solid layers, each of which is described by its  $P$  velocity  $V_i$ , its  $S$  velocity  $v_i$ , its density  $\rho_i$  and its thickness  $h_i$  (Figure 2). The point-source  $Q$  lies at the depth  $d$  ( $0 \leq d \leq h_1$ ) in the first layer. In the following,  $Q$  is identified with the single force  $Q_1$  of Figure 1 a.

According to exact elastic ray theory, the potentials  $\Phi$ ,  $\psi$  and  $\chi$  in the point of observation  $P(r, \varphi, z)$  are sums of terms which can be attributed to seismic rays from the source  $Q$  to  $P(r, \varphi, z)$ . The  $SH$  rays contribute to  $\chi$ , the  $P$ - $SV$  rays to  $\Phi$  and  $\psi$ ,

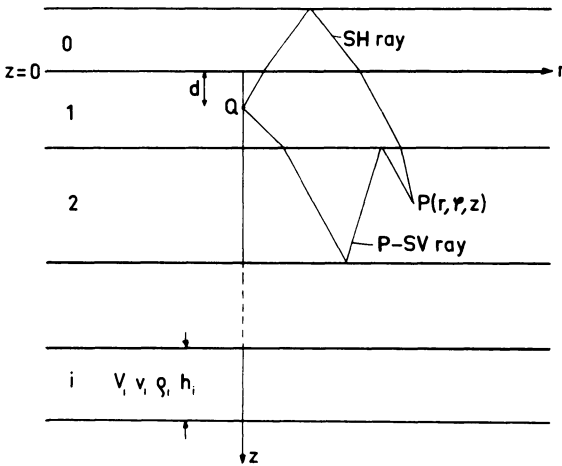


Fig. 2: The layered medium with the point-source  $Q$  and a  $P$ - $SV$  ray and an  $SH$  ray from  $Q$  to the point of observation  $P(r, \varphi, z)$ .

Das geschichtete Medium mit der Punktquelle  $Q$  und einem  $P$ - $SV$ -Strahl und einem  $SH$ -Strahl von  $Q$  zum Aufpunkt  $P(r, \varphi, z)$ .

respectively, depending on whether the last portion of the rays is passed with  $P$  or with  $S$  velocity. Each ray contributes to the displacements in  $P(r, \varphi, z)$  after its first arrival time  $t_0$  which is identical either with the arrival time  $t_1$  of a head wave or with the arrival time  $t_2$  of the main arrival traveling along the ray.

The general procedure of determination of the potentials  $\Phi_\omega$ ,  $\psi_\omega$  and  $\chi_\omega$  for an arbitrary ray and harmonic excitation by the source is as follows. For the potential of a  $P$  wave or an  $SV$  wave, incident on one of the interfaces, and for the potentials of the reflected and transmitted  $P$  and  $SV$  waves, integral representations comparable to those for  $\Phi_0$  and  $\psi_0$  in (10) are sought, including generalized reflection and transmission coefficients  $R_{pp}(u)$ ,  $R_{ps}(u)$ ,  $B_{pp}(u)$ ,  $B_{ps}(u)$  or  $R_{ss}(u)$ ,  $R_{sp}(u)$ ,  $B_{ss}(u)$ ,  $B_{sp}(u)$  in the inte-

grands. The same method is applied for the reflection and transmission of an *SH* wave. The corresponding potentials have an integral form like  $\chi_0$  in (10) and include the reflection and transmission coefficients  $r_{ss}(u)$  and  $b_{ss}(u)$  in their integrands. The *P-SV* and *SH* reflection and transmission coefficients are determined from the boundary conditions requiring the continuity of the functions (5a, b) across the interface under consideration. The lengthy but straightforward derivation is omitted here, and only the results are given:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_\omega &= \gamma_3 \int_0^\infty u S_1(u) P(u) \exp [g(u, t) \omega] J_0(u\omega r) du \\ &+ \gamma_1 \int_0^\infty u S_2(u) P(u) \exp [g(u, t) \omega] J_1(u\omega r) du \\ \psi_\omega &= \frac{\gamma_3}{\omega} \int_0^\infty S_1(u) P(u) \exp [g(u, t) \omega] J_0(u\omega r) du \\ &+ \frac{\gamma_1}{\omega} \int_0^\infty S_2(u) P(u) \exp [g(u, t) \omega] J_1(u\omega r) du \\ \chi_\omega &= \gamma_2 \int_0^\infty S_3(u) P'(u) \exp [g(u, t) \omega] J_1(u\omega r) du \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

The function  $g(u, t)$  is defined by

$$g(u, t) = - \sum_{k=1}^n H_k \beta_k(u) + it, \quad (12)$$

where

- $n$  = number of portions of the ray,
- $H_k$  = projection of the  $k$ -th portion of the ray on the  $z$ -axis,
- $\beta_k = (u^2 - \alpha_k^2)^{1/2}$ ,
- $\alpha_k$  = reciprocal value of the velocity along the  $k$ -th portion of the ray.

The product  $P(u)$  of the  $n - 1$  reflection and/or transmission coefficients of a *P-SV* ray has been explained in detail in I, pp. 19/20. Analogously,  $P'(u)$  is the product of the  $n - 1$  reflection and/or transmission coefficients of an *SH* ray,

$$r_{ss}(u) = \frac{d_1(u) - d_2(u)}{d_1(u) + d_2(u)}, \quad b_{ss}(u) = \frac{2 d_1(u)}{d_1(u) + d_2(u)}, \quad d_{1,2}(u) = \bar{v}_{1,2} \bar{v}_{1,2}^{-2} (u^2 - \bar{v}_{1,2}^{-2})^{1/2},$$

where  $\bar{v}_1, \bar{v}_1^{-1}$  are the parameters of the layer in which the incident *SH* wave is traveling, and  $\bar{v}_2, \bar{v}_2^{-1}$  are the parameters of the layer on the opposite side of the interface under



consideration. For a free surface, the reflection coefficient is  $r_{ss}(u) = 1$ . The sign of the *SH* coefficients does not depend on whether the incident wave travels in  $+z$ - or  $-z$ -direction. The *SH* coefficients have no poles in the complex  $u$ -plane.

The source functions  $S_1(u)$ ,  $S_2(u)$  and  $S_3(u)$  in (11) are given in Table 1<sup>1)</sup> for a single force at the depth  $d$  with  $0 < d < h_1$  and  $d = 0$  or  $d = h_1$ , respectively. In the second case, the reflection coefficients occurring in  $S_1(u)$ ,  $S_2(u)$  and  $S_3(u)$  are the coefficients of the interface with the source. Furtheron,  $g_1 = 1(0)$  means that the first portion of the ray is passed with  $P(S)$  velocity, and  $p_1$  is equal to  $\pm 1$  if this portion is passed in  $\pm z$ -direction (in the same way, the parameters  $g_n$  and  $p_n$ , belonging to the last portion of the ray and occurring later, are to be understood).

From (11), the displacements for an arbitrary ray are derived according to (3):

*P* or *SV* wave:

$$\left. \begin{aligned} u_{r\omega} &= -\gamma_3\omega \int_0^\infty u^2 S_1 P E_1 \exp[g\omega] J_1 du \\ &\quad + \gamma_1\omega \int_0^\infty u^2 S_2 P E_1 \exp[g\omega] J_0 du - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} u_{\phi\omega} \\ u_{\phi\omega} &= \frac{\gamma_2}{r} \int_0^\infty u S_2 P E_1 \exp[g\omega] J_1 du \\ u_{z\omega} &= -\gamma_3\omega \int_0^\infty u S_1 P E_2 \exp[g\omega] J_0 du - \gamma_1\omega \int_0^\infty u S_2 P E_2 \exp[g\omega] J_1 du \end{aligned} \right\} (13)$$

*SH* wave:

$$\begin{aligned} u_{r\omega} &= -\frac{\gamma_1}{r} \int_0^\infty S_3 P' E_3 \exp[g\omega] J_1 du \\ u_{\phi\omega} &= -\gamma_2\omega \int_0^\infty u S_3 P' E_3 \exp[g\omega] J_0 du - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} u_{r\omega} \\ u_{z\omega} &= 0 \end{aligned}$$

The functions  $E_1(u)$  and  $E_2(u)$  are given in I, Table 2, and

$$E_3(u) = \begin{cases} 1 & \text{(point of observation in a layer)} \\ 1 + r_{ss}^{(n)}(u) & \text{(point of observation in an interface).} \end{cases}$$

The reflection coefficients in  $E_1(u)$ ,  $E_2(u)$  and  $E_3(u)$ , taken for a point of observation in an interface, are the coefficients of this interface.

<sup>1)</sup> All Tables of this paper are printed in the Appendix.

**Arbitrary time variation of the single force**

The displacements (13) correspond to the single force  $K(t) = \exp(i\omega t)$ . Since the wave propagation problem under consideration is linear, these results can be interpreted as the frequency response  $u_\omega(\omega)$  of the layered system, from which the response  $u_H(t)$  for the single force  $K(t) = H(t)$  (HEAVISIDE unit step function) can be derived according to the formula [JAVID and BRENNER 1963, p. 160f.]

$$u_H(t) = \frac{1}{2} u_\omega(0) + \frac{1}{\pi} \text{Im} \int_0^\infty \frac{u_\omega(\omega)}{\omega} du. \tag{14}$$

From the displacements  $u_H(t)$ , the displacements for an arbitrary time variation of the single force are computed by the aid of DUHAMEL's theorem.

After inserting (13) into (14), the  $\omega$ -integration is performed before the  $u$ -integration:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\infty \exp [g(u, t) \omega] J_0(u\omega r) du &= \frac{1}{G(u, t)} \\ \int_0^\infty \exp [g(u, t) \omega] J_1(u\omega r) du &= \frac{1}{ur} \left[ 1 + \frac{g(u, t)}{G(u, t)} \right] \\ \int_0^\infty \frac{1}{\omega} \exp [g(u, t) \omega] J_1(u\omega r) du &= \frac{1}{ur} [G(u, t) + g(u, t)], \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

where  $g(u, t)$  follows from (12) and  $G(u, t) = [u^2 r^2 + g^2(u, t)]^{1/2}$ . The first two integrals in (15) were given by BORTFELD [1962], the third is solved by the same methods using tables of definite integrals like those of GRÖBNER and HOFREITER [1950].

By the aid of (15), the displacements  $u_{rH}(t)$ ,  $u_{\phi H}(t)$  and  $u_{zH}(t)$  for a  $P$ ,  $SV$  or  $SH$  wave are expressed in terms of integrals along the positive real axis of the complex  $u$ -plane and in terms of  $u_{r\omega}$ ,  $u_{\phi\omega}$  and  $u_{z\omega}$ , taken for  $\omega = 0$ . These latter terms are computed, following BORTFELD [1962], by the plausible assumption that  $u_{rH}(t) = u_{\phi H}(t) = u_{zH}(t) = 0$  for  $t < t_0$  where  $t_0$  is the first arrival time of the seismic ray under consideration. The same method was used in I to derive the potentials  $\Phi_H$  and  $U_H$  of an arbitrary  $P$ - $SV$  ray. In this connection, the branch cut of the function  $G(u, t)$  and its end point  $u_1(t)$  play an important role. The reader is referred to I for a detailed discussion of these points. The proof that  $u_{rH}(t)$ ,  $u_{\phi H}(t)$  and  $u_{zH}(t)$ , as given in the following, vanish for  $t < t_0$  is completely analogous to the proof given in I for  $\Phi_H$  and  $U_H$ .

The displacements are:

*P* or *SV* waves:

$$\begin{aligned}
 u_{rH} &= (2) \frac{\gamma_1}{\pi} \operatorname{Im} \int_{\underset{(D)}{C}} u^2 S_2 P E_1 \frac{1}{G} du \\
 &\quad - (2) \frac{\gamma_3}{\pi r} \operatorname{Im} \int_{\underset{(D)}{C}} u S_1 P E_1 \frac{g}{G} du - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} u_{\phi H} \\
 u_{\phi H} &= (2) \frac{\gamma_2}{\pi r^2} \operatorname{Im} \int_{\underset{(D)}{C}} S_2 P E_1 G du \\
 u_{zH} &= - (2) \frac{\gamma_1}{\pi r} \operatorname{Im} \int_{\underset{(D)}{C}} S_2 P E_2 \frac{g}{G} du - (2) \frac{\gamma_3}{\pi} \operatorname{Im} \int_{\underset{(D)}{C}} u S_1 P E_2 \frac{1}{G} du
 \end{aligned} \tag{16}$$

*SH* wave:

$$\begin{aligned}
 u_{rH} &= - (2) \frac{\gamma_1}{\pi r^2} \operatorname{Im} \int_{\underset{(D)}{C}} \frac{1}{u} S_3 P' E_3 G du \\
 u_{\phi H} &= - (2) \frac{\gamma_2}{\pi} \operatorname{Im} \int_{\underset{(D)}{C}} u S_3 P' E_3 \frac{1}{G} du - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} u_{rH} \\
 u_{zH} &= 0
 \end{aligned}$$

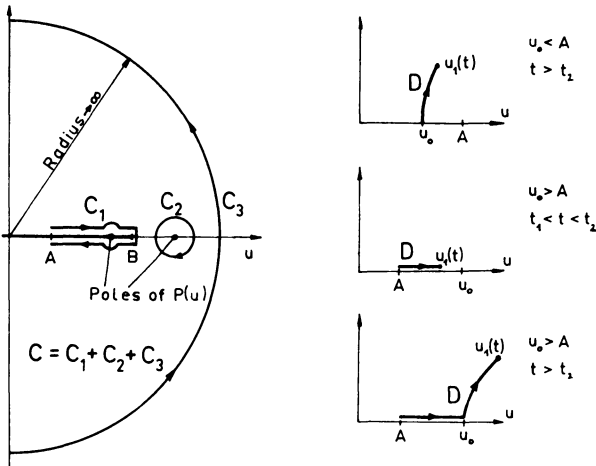


Fig. 3: The integration paths *C* and *D*. — Die Integrationswege *C* und *D*.

The integration paths  $C$  and  $D$  are shown in Figure 3.  $C$  is independent of the coordinates of the point of observation and of the time whereas  $D$  is not.  $C$  is favorable for the subsequent application of DUHAMEL'S theorem and for the derivation of the displacements due to a single couple source whereas  $D$  is favorable for numerical calculations. When using  $D$  in (16), the factor 2 must be taken into account. Further details of the paths  $C$  and  $D$  are given in 1.

The numerical computation of the integrals in (16) with the function  $G$  in the denominator is difficult. Therefore, the following new functions are introduced:

$$\left. \begin{aligned} X_1(\tau) &= -\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_C u^2 S_2 P E_1 H \, du = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_D u^2 S_2 P E_1 I \, du \\ X_2(\tau) &= \frac{1}{\pi r} \operatorname{Re} \int_C u S_1 P E_1 G \, du = \frac{2}{\pi r} \operatorname{Re} \int_D u S_1 P E_1 G \, du \\ X_3(\tau) &= \frac{1}{\pi r^2} \operatorname{Im} \int_C S_2 P E_1 G \, du = \frac{2}{\pi r^2} \operatorname{Im} \int_D S_2 P E_1 G \, du \\ X_4(\tau) &= \frac{1}{\pi r} \operatorname{Re} \int_C S_2 P E_2 G \, du = \frac{2}{\pi r} \operatorname{Re} \int_D S_2 P E_2 G \, du \\ X_5(\tau) &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_C u S_1 P E_2 H \, du = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_D u S_1 P E_2 I \, du \\ X_6(\tau) &= -\frac{1}{\pi r^2} \operatorname{Im} \int_C \frac{1}{u} S_3 P' E_3 G \, du = -\frac{2}{\pi r^2} \operatorname{Im} \int_D \frac{1}{u} S_3 P' E_3 G \, du \\ X_7(\tau) &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_C u S_3 P' E_3 H \, du = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_D u S_3 P' E_3 I \, du, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

where the end point of path  $D$  is  $u_1(\tau)$ ,  $G = G(u, \tau)$ ,

$$H = H(u, \tau) = \ln \left[ \frac{g(u, \tau) + G(u, \tau)}{ur} \right]$$

and

$$I = I(u, \tau) = \ln \left[ \frac{g(u, \tau) + G(u, \tau)}{g(u, \tau) - G(u, \tau)} \right].$$

By the aid of these functions, the displacements (16) can be expressed as follows:

$P$  or  $SV$  wave:

$$u_{rH} = -\gamma_1 X_3(t) + \gamma_1 X'_1(t) + \gamma_3 X'_2(t),$$

$$u_{\phi H} = \gamma_2 X_3(t), \quad u_{zH} = \gamma_1 X'_4(t) + \gamma_3 X'_5(t)$$

$SH$  wave:

$$u_{rH} = \gamma_1 X_6(t), \quad u_{\phi H} = -\gamma_2 X_6(t) + \gamma_2 X'_7(t), \quad u_{zH} = 0$$

Now, DUHAMEL's theorem is applied to derive the displacements for arbitrary time dependence  $K(t)$  of the source. The convolution integrals with  $X_1'(t)$ ,  $X_2'(t)$ ,  $X_4'(t)$ ,  $X_5'(t)$  and  $X_7'(t)$  are integrated partially. The general form of the displacement components is found to be

$$u = \left\{ \begin{array}{l} 0 \quad \text{for } t < t_0 \\ K(+0)[Y_1(t) + Y_2'(t)] + K'(+0)Y_2(t) \\ \quad + \int_{t_0}^t [K'(t-\tau)Y_1(\tau) + K''(t-\tau)Y_2(\tau)]d\tau \quad \text{for } t \geq t_0 \end{array} \right\} \quad (18)$$

with  $Y_1(\tau)$  and  $Y_2(\tau)$  depending on the wave type and the displacement component according to Table 2.

If for a given point of observation  $P(r, \varphi, z)$  and a given time  $t$  the displacements  $u_m$ , according to (18), of all rays with  $t_{0m} < t$  are added ( $m = 1, \dots, N(t)$ ), then

$$U(r, \varphi, z, t) = \sum_{m=1}^{N(t)} u_m(r, \varphi, z, t)$$

is the ray theoretical representation of GREEN's function of the layered medium at the point  $P(r, \varphi, z)$ .

As a test of the validity of (18), the displacements for a single force in an infinite medium with the properties of layer 1 of the layered model were computed by direct integration of the functions  $X_2(\tau)$ ,  $X_3(\tau)$ ,  $X_4(\tau)$ ,  $X_6(\tau)$  and  $X_1'(\tau)$ ,  $X_5'(\tau)$ ,  $X_7'(\tau)$  by the aid of path  $D$ , assuming  $P(u) = P'(u) = 1$ . The results are identical with the displacements (6) which were the starting point for the derivations of this paper. For a vertical single force, (18) can be shown to be identical with formula (26) of I which was given there without derivation.

The functions  $X_1(\tau)$ ,  $\dots$ ,  $X_7(\tau)$ , which are zero for  $\tau = t_0$ , can numerically be computed by the methods briefly outlined at the end of I. Thus, theoretical seismograms can be constructed. Normally, only the integrals in (18) must be evaluated, since  $K(+0)$  and  $K'(+0)$  can be assumed to vanish.

### Displacements for a single couple source

The single couple source (Figure 1 b) is fully characterized by its depth  $d$ , the two unit vectors  $\mathbf{f}$  and  $\mathbf{n}$  and its time function  $M(t)$  which is the limit of the product of the magnitude of each of the two forces times the distance  $\varepsilon$  between them, measured along the direction of  $\mathbf{n}$ , for  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

The displacements  $u_r'$ ,  $u_\varphi'$  and  $u_z'$  for a single couple source are derived from the displacements  $u_r$ ,  $u_\varphi$  and  $u_z$  for a single force source according to

$$\left. \begin{aligned} u_r' &= \delta_1 \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\delta_2}{r} \left( \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - u_\varphi \right) + \delta_3 p_1 \frac{\partial u_r}{\partial H_1} \\ u_\varphi' &= \delta_1 \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{\delta_2}{r} \left( \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + u_r \right) + \delta_3 p_1 \frac{\partial u_\varphi}{\partial H_1} \\ u_z' &= \delta_1 \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\delta_2}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \varphi} + \delta_3 p_1 \frac{\partial u_z}{\partial H_1} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$H_1$  is the projection of the first portion of the ray on the  $z$ -axis, as defined in connection with formula (12), and

$$\delta_1 = n_1 \cos \varphi + n_2 \sin \varphi, \quad \delta_2 = -n_1 \sin \varphi + n_2 \cos \varphi, \quad \delta_3 = n_3,$$

where  $n_1$ ,  $n_2$  and  $n_3$  are the components of  $\mathbf{n}$ . When performing (19), the force  $K(t)$  has to be replaced by  $M(t)$ .

The differentiation of the functions  $X_1(\tau)$ , ...,  $X_7(\tau)$  in (17) with respect to  $r$  and  $H_1$  leads to integrals like

$$\frac{\partial X_1(\tau)}{\partial r} = \frac{1}{\pi r} \operatorname{Re} \int_C u^2 S_2 P E_1 \frac{g}{G} du.$$

The numerical difficulties associated with the function  $G$  in the denominator of the integrand are avoided (as in the case of the single force source) by introducing a new function

$$X_{11}(\tau) = \frac{1}{\pi r} \operatorname{Im} \int_C u^2 S_2 P E_1 G du,$$

$$\frac{\partial X_1(\tau)}{\partial r} = \frac{\partial X_{11}(\tau)}{\partial \tau} = X'_{11}(\tau),$$

and by subsequent partial integration. Proceeding along these lines, using the functions

$$\begin{aligned}
X_{11}(\tau) &= \frac{1}{\pi r} \operatorname{Im} \int_C u^2 S_2 P E_1 G du = \frac{2}{\pi r} \operatorname{Im} \int_D u^2 S_2 P E_1 G du \\
X_{12}(\tau) &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_C u^2 p_1 \beta_1 S_2 P E_1 H du = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_D u^2 p_1 \beta_1 S_2 P E_1 I du \\
X_{21}(\tau) &= -\frac{1}{\pi r^2} \operatorname{Re} \int_C u S_1 P E_1 G du = -\frac{2}{\pi r^2} \operatorname{Re} \int_D u S_1 P E_1 G du \\
X_{22}(\tau) &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_C u^3 S_1 P E_1 H du = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_D u^3 S_1 P E_1 I du \\
X_{23}(\tau) &= -\frac{1}{\pi r} \operatorname{Im} \int_C u p_1 \beta_1 S_1 P E_1 G du = -\frac{2}{\pi r} \operatorname{Im} \int_D u p_1 \beta_1 S_1 P E_1 G du \\
X_{31}(\tau) &= -\frac{2}{\pi r^3} \operatorname{Im} \int_C S_2 P E_1 G du = -\frac{4}{\pi r^3} \operatorname{Im} \int_D S_2 P E_1 G du \\
X_{32}(\tau) &= -\frac{1}{\pi r} \operatorname{Re} \int_C u^2 S_2 P E_1 H du = -\frac{1}{\pi r} \operatorname{Re} \int_D u^2 S_2 P E_1 I du \\
X_{33}(\tau) &= \frac{1}{\pi r^2} \operatorname{Re} \int_C p_1 \beta_1 S_2 P E_1 G du + \frac{2}{\pi r^2} \operatorname{Re} \int_D p_1 \beta_1 S_2 P E_1 G du \\
X_{41}(\tau) &= -\frac{1}{\pi r^2} \operatorname{Re} \int_C S_2 P E_2 G du = -\frac{2}{\pi r^2} \operatorname{Re} \int_D S_2 P E_2 G du \\
X_{42}(\tau) &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_C u^2 S_2 P E_2 H du = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_D u^2 S_2 P E_2 I du \\
X_{43}(\tau) &= -\frac{1}{\pi r} \operatorname{Im} \int_C p_1 \beta_1 S_2 P E_2 G du = -\frac{2}{\pi r} \operatorname{Im} \int_D p_1 \beta_1 S_2 P E_2 G du \\
X_{51}(\tau) &= -\frac{1}{\pi r} \operatorname{Im} \int_C u S_1 P E_2 G du = -\frac{2}{\pi r} \operatorname{Im} \int_D u S_1 P E_2 G du \\
X_{52}(\tau) &= -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_C u p_1 \beta_1 S_1 P E_2 H du = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_D u p_1 \beta_1 S_1 P E_2 I du \\
X_{61}(\tau) &= \frac{2}{\pi r^3} \operatorname{Im} \int_C \frac{1}{u} S_3 P' E_3 G du = \frac{4}{\pi r^3} \operatorname{Im} \int_D \frac{1}{u} S_3 P' E_3 G du \\
X_{62}(\tau) &= \frac{1}{\pi r} \operatorname{Re} \int_C u S_3 P' E_3 H du = \frac{1}{\pi r} \operatorname{Re} \int_D u S_3 P' E_3 I du \\
X_{63}(\tau) &= -\frac{1}{\pi r^2} \operatorname{Re} \int_C \frac{1}{u} p_1 \beta_1 S_3 P' E_3 G du = -\frac{2}{\pi r^2} \operatorname{Re} \int_D \frac{1}{u} p_1 \beta_1 S_3 P' E_3 G du \\
X_{71}(\tau) &= -\frac{1}{\pi r} \operatorname{Im} \int_C u S_3 P' E_3 G du = -\frac{2}{\pi r} \operatorname{Im} \int_D u S_3 P' E_3 G du \\
X_{72}(\tau) &= -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_C u p_1 \beta_1 S_3 P' E_3 H du = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_D u p_1 \beta_1 S_3 P' E_3 I du
\end{aligned} \tag{20}$$

and  $d\gamma_1/d\varphi = \gamma_2$  and  $d\gamma_2/d\varphi = -\gamma_1$ , the following general form of the displacement components of an arbitrary seismic ray is found:

$$u' = \left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ for } t < t_0 \\ M(+0)[Z_1(t) + Z_2'(t) + Z_3''(t) + Z_3'(t_0)\delta(t-t_0)] \\ + M'(+0)[Z_2(t) + Z_3'(t)] + M''(+0)Z_3(t) \\ + \int_{t_0}^t [M'(t-\tau)Z_1(\tau) + M''(t-\tau)Z_2(\tau) + M'''(t-\tau)Z_3(\tau)] d\tau \\ \text{for } t \geq t_0 \end{array} \right\} \quad (21)$$

The functions  $Z_1(\tau)$ ,  $Z_2(\tau)$  and  $Z_3(\tau)$  are given in Table 3.

Formula (21) was first derived under the assumption  $M(+0) = M'(+0) = M''(+0) = 0$ . Then, arbitrary initial conditions were allowed for by interpreting  $M(t)$  as a generalized function. This means that the derivatives of  $M(t)$  include terms with the delta function and its derivatives, their coefficients being the initial values  $M(+0)$ ,  $M'(+0)$  and  $M''(+0)$ . This procedure has already been explained and applied in I. If  $M(+0) \neq 0$ , the delta function term in (21) exists only for points of observation  $P(r, \varphi, z)$  for which the main arrival is the first arrival, i. e. either no head wave exists or the distance  $r$  is less than the critical distance  $r^*$  of the head wave.

To check the validity of (21), three mutually perpendicular dipoles without moment (i. e.  $\mathbf{n} = -\mathbf{f}$ ) whose orientation is otherwise arbitrary, were assumed to act at the same point. Superposition of their displacements shows that there is no radiation of  $S$  waves by this source. The radiation of  $P$  waves is the same as with an explosive point-source whose excitation function  $F(t)$ , as defined in I, is related to  $M(t)$  by

$$F(t) = -\frac{1}{4\pi\rho_1 V_1^2} M(t).$$

This equivalence of the two point-sources is a well-known fact [LOVE 1944].

Numerical calculations of theoretical seismograms can be performed by the aid of (21) in the same way as for a single force by the aid of (18), since the functions  $X_{11}(\tau)$ , ...,  $X_{72}(\tau)$  have the same form as the functions  $X_1(\tau)$ , ...,  $X_7(\tau)$ . For practical applications, it can be assumed that  $M(+0) = M'(+0) = M''(+0) = 0$ .

### Approximate formulas

Although there is no principal difficulty to compute theoretical seismograms by the aid of the formulas (18) and (21), it is desirable to derive approximate expressions for rapid computations of the displacements associated with a special ray.



The formulas, given in the following, are first order wave front approximations or high frequency approximations for the main arrival and, if head waves exist, for the head wave arriving first. These first order approximations are derived from the dominating terms in (18) and (21), respectively,

$$\left. \begin{aligned} u &= K'(+0) Y_2(t) + \int_{t_0}^t K''(t-\tau) Y_2(\tau) d\tau = \int_{t_0}^t K'(t-\tau) Y_2'(\tau) d\tau \\ u' &= M''(+0) Z_3(t) + \int_{t_0}^t M'''(t-\tau) Z_3(\tau) d\tau = \int_{t_0}^t M''(t-\tau) Z_3'(\tau) d\tau, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

where the assumptions  $K(+0) = 0$  and  $M(+0) = M'(+0) = 0$  have been made. The approximation (22) means that for a  $P$  or  $SV$  wave the components  $u_\varphi$  and  $u'_\varphi$  and for an  $SH$  wave the components  $u_r$  and  $u'_r$  are zero.

The functions  $Y_2'(\tau)$  and  $Z_3'(\tau)$  are linear combinations of integrals whose general form is

$$\operatorname{Re} \int_D N(u, \tau) \frac{1}{G(u, \tau)} du.$$

These integrals are computed approximately by splitting up the integrands into a slowly varying factor, which is then assumed to be constant, and a rapid varying factor which can be integrated elementary. In the following, only the final results are given.

Approximate formulas for the main arrival:

$$\left. \begin{aligned} u &= J_1 K(t-t_2) + \frac{1}{\pi} J_2 \int_{-\infty}^t K'(t-\tau) \ln |\tau-t_2| d\tau \\ u' &= J_1 M'(t-t_2) + \frac{1}{\pi} J_2 \int_{-\infty}^t M''(t-\tau) \ln |\tau-t_2| d\tau \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

The complex number  $J = J_1 + iJ_2$  is given in Table 4. The complex numbers  $j_k$  and  $j_{kl}$  occurring there are defined by

$$j_k = M_1 N_k \text{ and } j_{kl} = M_1 N_{kl}, \quad (24)$$

where

$$M_1 = 1 / \left[ 4 r u_0 \sum_{k=1}^n \frac{H_k \alpha_k^2}{(\alpha_k^2 - u_0^2)^{3/2}} \right]^{1/2}, \quad (25)$$

$N_k$  and  $N_{kl}$  are coefficients depending on  $u_0$  according to the Tables 5 and 6, and  $u_0$  is the real root of the equation

$$u_0 \sum_{k=1}^n \frac{H_k}{(\alpha_k^2 - u_0^2)^{1/2}} = r \quad (26)$$

with the property  $0 \leq u_0 < \min(\alpha_k)$ .

The arrival time of the main arrival is

$$t_2 = u_0 r + \sum_{k=1}^n H_k (\alpha_k^2 - u_0^2)^{1/2}. \quad (27)$$

The steps of the computation of (23) are the following:

- 1) Computation of  $u_0$  from (26),
- 2) computation of  $t_2$  from (27), of  $M_1$  from (25) and of  $N_k$  and  $N_{kl}$  from Tables 5 and 6 by inserting  $u_0$ ,
- 3) computation of  $j_k$  and  $j_{kl}$  according to (24),
- 4) computation of  $J = J_1 + iJ_2$  from Table 4,
- 5) computation of the displacement components according to (23).

The convolution integrals in (23) need to be computed only once. These terms have to be taken into account only, if a head wave is associated with the seismic ray under consideration and is the first arrival at the point of observation, otherwise  $J_2 = 0$ .

Essential differences between (23) and the exact results (18) and (21) are found, if a head wave exists, in a certain region around the critical distance  $r^*$ . The maximum displacement, according to (23), occurs at the distance  $r^*$ , whereas, according to exact calculations, the position of the maximum is shifted to greater distances by an amount depending on the main frequency of the exciting waves. If no head waves exist, the discrepancies between exact and approximate results are normally negligible. These statements are made on the background of numerical investigations for the case of explosion seismological studies of the earth's crust, as presented in Part II, but they can be assumed to be true for the body waves in earthquake seismology, too, because of their comparable period to traveltime or wavelength to wavepath length ratios.

A special case of (23) in that for harmonic time dependence of the source, i. e.  $K(t) = M(t) = \exp(i\omega t)$ . The displacements for a single force point-source are

$$u = \left[ J_1 + \frac{i\omega}{\pi} J_2 \int_{-\infty}^{t-t_2} e^{-i\omega x} \ln|x| dx \right] e^{i\omega(t-t_2)}.$$

This expression has to be evaluated in the limit  $t \rightarrow \infty$ , for it must be established that the initial conditions at  $t = 0$  have no influence on the displacements:

$$\begin{aligned}
 u &= \left[ J_1 + \frac{i\omega}{\pi} J_2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega x} \ln|x| dx \right] e^{i\omega(t-t_2)} \\
 &= \left[ J_1 + \frac{2i\omega}{\pi} J_2 \int_0^{\infty} \cos \omega x \ln x dx \right] e^{i\omega(t-t_2)} \\
 &= [J_1 - iJ_2] e^{i\omega(t-t_2)}
 \end{aligned}$$

Analogously for the single couple point-source:

$$u' = i\omega [J_1 - iJ_2] e^{i\omega(t-t_2)}$$

The moduli of the displacements are

$$\begin{aligned}
 |u| &= |J|, & J &\text{ according to Table 4 (left side),} \\
 |u'| &= |J|, & J &\text{ according to Table 4 (right side),}
 \end{aligned}$$

and can be used for approximate calculations of amplitude distance curves and radiations patterns. Examples of such calculations have been given in Part II.

Approximate formulas for a head wave which is the first arrival associated with a ray reflected from a high velocity layer:

$$u = L \int_0^{t-t_1} K(\tau) d\tau, \quad u' = LM(t-t_1) \tag{28}$$

The real coefficient  $L$  is given in Table 7. The coefficients  $l_k$  and  $l_{kl}$  occurring there are defined by

$$l_k = M_2 O_k \text{ and } l_{kl} = M_2 O_{kl}, \tag{29}$$

where

$$M_2 = \frac{-\pi}{2(2Ar)^{1/2}(r-r^*)^{3/2}}, \quad r^* = A \sum_{k=1}^n \frac{H_k}{(\alpha_k^2 - A^2)^{1/2}} \tag{30}$$

(critical distance),

$A$  is the  $P$ -velocity of the high velocity layer, and  $O_k$  and  $O_{kl}$  are found as follows. If  $X'_k(\tau)$  from (19) and  $X'_{kl}(\tau)$  from (20) are written in the form

$$X'_{kl}(\tau) = \text{Re} \int_D N_{kl}(u, \tau) \frac{1}{G(u, \tau)} du,$$

then  $O_k$  and  $O_{kl}$  are found from the approximation

$$\operatorname{Im} N_{kl}(u, t_1) \approx O_{kl}(u - A)^{1/2} \quad (31)$$

which is valid in the neighbourhood of  $u = A (u \geq A)$ .

The arrival time of the head wave is

$$t_1 = Ar + \sum_{k=1}^n H_k (\alpha_k^2 - A^2)^{1/2}. \quad (32)$$

The steps of the computation of (28) are:

- 1) Computation of  $t_1$  from (32) and of  $M_2$  from (30),
- 2) determination of  $O_k$  and  $O_{kl}$  by the aid of (31),
- 3) computation of  $l_k$  and  $l_{kl}$  according to (29),
- 4) computation of  $L$  from Table 7,
- 5) computation of the displacement components according to (28).

The applicability of the approximate formulas (28) is restricted to points of observation where the head wave does not interfere with later arrivals of the seismic ray, i. e. with further head waves, if they exist, and/or with the main arrival. More complicated cases, as multiply reflected head waves or head waves which are not the first arrival of the seismic ray under consideration, can be treated by principally the same method by which (23) and (28) were found.

## Conclusions

From the displacements (21) for a single couple source with the vector  $f$  perpendicular to the vector  $n$ , the displacements for a double couple source are derived by adding to (21) the displacements for a single couple with the vectors  $f$  and  $n$  interchanged. This means adding to each of the functions in Table 3 the same function where  $\delta_i$  is replaced by  $\gamma_i$  and  $\gamma_i$  by  $\delta_i$ . In the same way, the approximate formulas (23) and (28) for  $u'$  are generalized for a double couple.

The displacements (18) and (21), respectively, are associated with one seismic ray from the source to the point of observation. To get a realistic wave picture, the contributions from all those rays in the layered medium must be superposed whose arrival time is less than the time of observation. Numerical computations are facilitated by the fact that the displacements of a special ray are essentially different from zero only for certain time intervalls associated with the arrival of head waves, of the main arrival or of surface waves of the RAYLEIGH or STONELEY type, if they can exist.

The calculation of theoretical seismograms by the aid of the exact formula (18) and (21), respectively, is relatively time consuming, even on high speed digital computers, as can be concluded from the computations described in Part II. Therefore, with

present day computers probably only such models can be investigated which are made up by a moderate number of layers. The situation is different if approximate formulas like (23) and (28) can be used. However, their applicability seems to be questionable just in the interesting case of rays supercritically reflected from transition layers which are finely subdivided into homogeneous layers.

In Part I and in this paper, exact elastic ray theory has been applied for point-sources in layered media. For line-source excitation, the theory can be developed in a completely analogous manner. The results are somewhat simpler than those for point-sources and allow considerably faster computations. Thus, more complicated models of the layered medium can be treated. Investigations of this sort are now under way.

## Appendix: Tables 1—7

Table 1: The source functions  $S_1(u)$ ,  $S_2(u)$  and  $S_3(u)$  ( $a = (u^2 - V_1^{-2})^{1/2}$ ,  $b = (u^2 - v_1^{-2})^{1/2}$ ).  
Die Quellenfunktionen  $S_1(u)$ ,  $S_2(u)$  und  $S_3(u)$ .

Source function	$g_1$	$0 < d < h_1$	$d = 0$ ( $p_1 = 1$ ) or $d = h_1$ ( $p_1 = -1$ )
$S_1(u)$	1	$\frac{p_1}{4\pi \varrho_1}$	$\frac{p_1}{4\pi \varrho_1} \left[ 1 - R_{pp}^{(0)} + \frac{p_1 u}{b} R_{sp}^{(0)} \right]$
	0	$\frac{u}{4\pi \varrho_1 \beta_1}$	$\frac{u}{4\pi \varrho_1 \beta_1} \left[ 1 + R_{ss}^{(0)} - \frac{p_1 \beta_1}{u} R_{ps}^{(0)} \right]$
$S_2(u)$	1	$\frac{u}{4\pi \varrho_1 \beta_1}$	$\frac{u}{4\pi \varrho_1 \beta_1} \left[ 1 + R_{pp}^{(0)} - \frac{p_1 \beta_1}{u} R_{sp}^{(0)} \right]$
	0	$\frac{p_1}{4\pi \varrho_1}$	$\frac{p_1}{4\pi \varrho_1} \left[ 1 - R_{ss}^{(0)} + \frac{p_1 u}{a} R_{ps}^{(0)} \right]$
$S_3(u)$	0	$-\frac{1}{4\pi \varrho_1 v_1^2 \beta_1}$	$-\frac{1}{4\pi \varrho_1 v_1^2 \beta_1} [1 + r_{ss}^{(0)}]$

Table 2: The functions  $Y_1(\tau)$  and  $Y_2(\tau)$  in the displacements (18).

Die Funktionen  $Y_1(\tau)$  und  $Y_2(\tau)$  in den Verschiebungen (18).

Wave type	$u$	$Y_1(\tau)$	$Y_2(\tau)$
$P$ or $SV$	$u_r$	$-\gamma_1 X_3(\tau)$	$\gamma_1 X_1(\tau) + \gamma_3 X_2(\tau)$
	$u_\varphi$	$\gamma_2 X_3(\tau)$	0
	$u_z$	0	$\gamma_1 X_4(\tau) + \gamma_3 X_5(\tau)$
$SH$	$u_r$	$\gamma_1 X_6(\tau)$	0
	$u_\varphi$	$-\gamma_2 X_6(\tau)$	$\gamma_2 X_7(\tau)$

Table 3: The functions  $Z_1(\tau)$ ,  $Z_2(\tau)$  and  $Z_3(\tau)$  in the displacements (21).

Die Funktionen  $Z_1(\tau)$ ,  $Z_2(\tau)$  und  $Z_3(\tau)$  in den Verschiebungen (21).

Wave type	$u'$	$Z_1(\tau)$	$Z_2(\tau)$	$Z_3(\tau)$
<i>P</i> or <i>SV</i>	$u_r'$	$(\delta_2\gamma_2 - \delta_1\gamma_1)X_{31}$	$\delta_1\gamma_3X_{21}$ $+ (\delta_2\gamma_2 - \delta_1\gamma_1)X_{32}$ $- \delta_3\gamma_1X_{33}$	$\delta_1\gamma_1X_{11} + \delta_3\gamma_1X_{12}$ $+ \delta_1\gamma_3X_{22} + \delta_3\gamma_3X_{23}$
	$u_\varphi'$	$(\delta_1\gamma_2 + \delta_2\gamma_1)X_{31}$	$-\delta_2\gamma_3X_{21}$ $+ (\delta_1\gamma_2 + \delta_2\gamma_1)X_{32}$ $+ \delta_3\gamma_2X_{33}$	0
	$u_z'$	0	$(\delta_1\gamma_1 - \delta_2\gamma_2)X_{41}$	$\delta_1\gamma_1X_{42} + \delta_3\gamma_1X_{43}$ $+ \delta_1\gamma_3X_{51} + \delta_3\gamma_3X_{52}$
<i>SH</i>	$u_r'$	$(\delta_1\gamma_1 - \delta_2\gamma_2)X_{61}$	$(\delta_1\gamma_1 - \delta_2\gamma_2)X_{62}$ $+ \delta_3\gamma_1X_{63}$	0
	$u_\varphi'$	$-(\delta_1\gamma_2 + \delta_2\gamma_1)X_{61}$	$-(\delta_1\gamma_2 + \delta_2\gamma_1)X_{62}$ $- \delta_3\gamma_2X_{63}$	$\delta_1\gamma_2X_{71} + \delta_3\gamma_2X_{72}$

Table 4: The complex number  $J = J_1 + iJ_2$  for the approximate formulas (23) of the main arrival.

Die komplexe Zahl  $J = J_1 + iJ_2$  für die Näherungsformeln (23) des Haupteinsatzes.

Wave type	$u$	$J$	$u'$	$J$
<i>P</i> or <i>SV</i>	$u_r$	$\gamma_1 j_1 + \gamma_3 j_2$	$u_r'$	$\delta_1\gamma_1 j_{11} + \delta_3\gamma_1 j_{12} + \delta_1\gamma_3 j_{22} + \delta_3\gamma_3 j_{23}$
	$u_\varphi$	0	$u_\varphi'$	0
	$u_z$	$\gamma_1 j_4 + \gamma_3 j_5$	$u_z'$	$\delta_1\gamma_1 j_{42} + \delta_3\gamma_1 j_{43} + \delta_1\gamma_3 j_{51} + \delta_3\gamma_3 j_{52}$
<i>SH</i>	$u_r$	0	$u_r'$	0
	$u_\varphi$	$\gamma_2 j_7$	$u_\varphi'$	$\delta_1\gamma_2 j_{71} + \delta_3\gamma_2 j_{72}$

Table 5: The coefficients  $N_k$  for the approximate formula (23) of the main arrival for excitation by a single force.

Die Koeffizienten  $N_k$  für die Näherungsformel (23) des Haupteinsatzes bei Anregung durch eine Einzelkraft-Punktquelle.

$k$	1	2	4	5	7
$N_k$	$iu_0^2 S_2 P E_1$	$2u_0^2 S_1 P E_1$	$2u_0 S_2 P E_2$	$-iu_0 S_1 P E_2$	$-iu_0 S_3 P' E_3$

Table 6: The coefficients  $N_{kl}$  for the approximate formula (23) of the main arrival for excitation by a single couple.

Die Koeffizienten  $N_{kl}$  für die Näherungsformel (23) des Haupteinsatzes bei Anregung durch eine Dipol-Punktquelle.

$l \backslash k$	1	2	4	5	7
1	$-2iu_0^3 S_2 P E_1$	—	—	$2iu_0^2 S_1 P E_2$	$2iu_0^2 S_3 P' E_3$
2	$-u_0^2 p_1 \beta_1 S_2 P E_1$	$-u_0^3 S_1 P E_1$	$-u_0^2 S_2 P E_2$	$u_0 p_1 \beta_1 S_1 P E_2$	$u_0 p_1 \beta_1 S_3 P' E_3$
3	—	$2iu_0^2 p_1 \beta_1 S_1 P E_1$	$2iu_0 p_1 \beta_1 S_2 P E_2$	—	—

Table 7: The coefficient  $L$  for the approximate formulas (28) of the head wave.

Der Koeffizient  $L$  für die Näherungsformeln (28) der Kopfwellen.

Wave type	$u$	$L$	$u'$	$L$
$P$ or $SV$	$u_r$	$\gamma_1 l_1 + \gamma_3 l_2$	$u_r'$	$\delta_1 \gamma_1 l_{11} + \delta_3 \gamma_1 l_{12} + \delta_1 \gamma_3 l_{22} + \delta_3 \gamma_3 l_{23}$
	$u_\phi$	0	$u_\phi'$	0
	$u_z$	$\gamma_1 l_4 + \gamma_3 l_5$	$u_z'$	$\delta_1 \gamma_1 l_{42} + \delta_3 \gamma_1 l_{43} + \delta_1 \gamma_3 l_{51} + \delta_3 \gamma_3 l_{52}$
$SH$	$u_r$	0	$u_r'$	0
	$u_\phi$	$\gamma_2 l_7$	$u_\phi'$	$\delta_1 \gamma_2 l_{71} + \delta_3 \gamma_2 l_{72}$



### References

- BORTFELD, R.: Reflection and refraction of spherical compressional waves at arbitrary plane interfaces. *Geoph. Prospecting* 10, pp. 517—538, 1962
- CHANDRA, U.: Theory of head waves for focal mechanism studies. *Bull. Seism. Soc. Am.* 58, pp. 993—1019, 1968
- FUCHS, K.: The transfer function for *P*-waves for a system consisting of a point source in a layered medium. *Bull. Seism. Soc. Am.* 56, pp. 75—108, 1966
- GRÖBNER, W., und N. HOFREITER: *Integraltafel*, 2. Teil: Bestimmte Integrale. Wien 1950
- HARRIDER, D. G.: Surface waves in multilayered elastic media. I. Rayleigh and Love waves from buried sources in a multilayered elastic half-space. *Bull. Seism. Soc. Am.* 54, pp. 627 to 679, 1964
- HASKELL, N. A.: Radiation pattern of Rayleigh waves from a fault of arbitrary dip and direction of motion in a homogeneous medium. *Bull. Seism. Soc. Am.* 53, pp. 619—642, 1963
- HELMBERGER, D. V.: The crust-mantle transition in the Bering Sea. *Bull. Seism. Soc. Am.* 58, pp. 179—214, 1968
- JAVID, M., and E. BRENNER: *Analysis, transmission and filtering of signals*. New York 1963
- LOVE, A. E. H.: *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Fourth edition, New York 1944
- MÜLLER, G.: Theoretical seismograms for some types of point—sources in layered media. Part I: Theory. *Zeitschr. f. Geoph.* 34, pp. 15—35, 1968a
- : Theoretical seismograms for some types of point—sources in layered media. Part II: Numerical calculations. *Zeitschr. f. Geoph.* 34, pp. 147—162, 1968b
- PEKERIS, C. L., Z. ALTERMAN, F. ABRAMOVICI and H. JAROSCH: Propagation of a compressional pulse in a layered solid. *Rev. of Geoph.* 3, pp. 25—47, 1965
- SPENCER, T. W.: Long-time response predicted by exact elastic ray theory. *Geophysics* 30, pp. 363—368, 1965



# **Vergleichende Auswertung von Faraday-Effekt-Beobachtungen zweier Empfangsstationen**

## **Grundlagen und Ergebnisse**

VON A. EBEL, Köln<sup>1)</sup>, G. HARTMANN, Lindau<sup>2)</sup>, R. LEITINGER, Graz<sup>3)</sup>,  
G. SCHMIDT, Lindau<sup>2)</sup>, J. P. SCHÖDEL, Lindau<sup>2)</sup>

Eingegangen am 24. Februar 1969

*Zusammenfassung:* Faraday-Effekt-Beobachtungen zweier Stationen (Graz und Lindau/Harz) an Signalen des Explorer 22 (1964-64 A) werden einer vergleichenden Auswertung unterworfen. Damit ist es zumindest in einzelnen Fällen möglich, den von einer Station allein erfaßten Bereich zu erweitern und gleichzeitig die Zuverlässigkeit der Ergebnisse in dem von Beobachtungen beider Stationen überdeckten Gebiet zu prüfen. Außerdem sind Aussagen darüber möglich, wie weit die übliche Zuordnung Elektroneninhalt—Ort auf der Erdoberfläche sinnvoll ist.

Schließlich kann die Zuverlässigkeit verschiedener Auswerteverfahren überprüft werden. Es wurden sechs in Graz, Köln und Lindau unabhängig entwickelte Verfahren verglichen und außerdem der nur in Lindau beobachtete Differenz-Doppler-Effekt mit herangezogen. Die Auswerteverfahren, ihre Grundlagen und Fehler werden ausführlich dargestellt. Ergebnisse der vergleichenden Auswertung werden dann für fünf Umläufe des Explorer 22 vorgeführt und diskutiert.

*Summary:* Observations of the Faraday-rotation on signals of Explorer 22 (1964-64 A) made at two stations (Graz and Lindau/Harz) are subjected to a comparative evaluation. By this method it is possible — at least in some cases — to extend the area which is covered by a single station. It is equally possible to check the reliability of the results in the area covered by combined observations of the two stations. One can also test if the often used coordination of the electron content to a point on the earth's surface is sensible.

Finally the method can be used to check the reliability of various evaluation procedures. Six different procedures (developed independently at Graz, Köln and Lindau) were compared with each other. Difference-Doppler-measurements made at Lindau were used as additional information. The evaluation procedures are described in detail and relevant fundamental considerations and sources of error are discussed thoroughly. The results of the comparative analysis for five passages of Explorer 22 are presented and discussed.

---

<sup>1)</sup> Dr. ADOLF EBEL, Institut für Geophysik und Meteorologie der Universität zu Köln, 5 Köln-Lindenthal, Zülpicherstraße 49.

<sup>2)</sup> Dr. GERD HARTMANN, Dipl.-Phys. GERH. SCHMIDT, Dipl.-Phys. JÜRGEN-PETER SCHÖDEL, Max-Planck-Institut für Aeronomie, Abt. Weltraumphysik, 3411 Lindau/Harz.

<sup>3)</sup> Dr. REINHART LEITINGER, Institut für Meteorologie und Geophysik (Ionosphärenstation) der Universität Graz, A-8010 Graz, Halbärthgasse 1.

## 1. Einleitung

Den folgenden Untersuchungen liegen Messungen an Signalen des NASA-Satelliten Explorer 22 zugrunde, die in Lindau/Harz (Außenstelle Gillersheim) und Graz durchgeführt wurden. Zweck dieser Messungen war in erster Linie die Bestimmung des Elektroneninhalts der Ionosphäre (darunter wird die Anzahl freier Elektronen verstanden, die sich über der Flächeneinheit zwischen dem Erdboden und der Höhe des Satelliten befinden). Einzelheiten über die Eigenschaften des Satelliten und der Empfangsanlagen sind in Tab. 1 zusammengestellt [HARTMANN 1965 und 1967; LEITINGER 1965; SCHMIDT]. Es wurde eine gemeinsame Auswertung der an beiden Stationen gewonnenen Registrierungen des Faraday-Effekts versucht, wobei als zusätzliche Information der nur in Lindau gemessene Differenz-Doppler-Effekt herangezogen werden konnte.

Wesentliche Voraussetzung für einen Vergleich dieser Art ist eine eingehende Kritik der Grundlagen der Auswertung und der Auswerteverfahren. Aus der Literatur sind einige Verfahren bekannt, die auf problematischen Annahmen beruhen und daher Ergebnisse liefern, denen man keine große Zuverlässigkeit zuschreiben darf. Leider lassen manche Veröffentlichungen überhaupt jede Angabe über die Art der Auswertung und die Genauigkeit der Resultate vermissen. Die folgende Untersuchung möge daher auch als Anregung aufgefaßt werden, solchen Fragen ein größeres Augenmerk zuzuwenden, damit die Möglichkeiten, die Faraday- und Doppler-Effekt-Messungen bieten, auch voll ausgenützt werden können. Die Verfasser haben sich daher bemüht, die verwendeten und überprüften Auswerteverfahren möglichst deutlich darzustellen.

Der Explorer 22 strahlt zwei Signale mit kleinem Frequenzunterschied phasenstarr ab. Damit ist die Möglichkeit gegeben, die sogenannte Zwei-Frequenzen-Methode (kurz: 2-F-Methode) bei der Auswertung des Faraday-Effektes zu verwenden, die gegenüber der Ein-Frequenz-Methode (kurz: 1-F-Methode) große Vorteile bietet. Für beide Methoden wurden in Graz, Köln und Lindau Auswerteverfahren entwickelt, die teilweise gleiche, teilweise unterschiedliche Züge tragen. Sie wurden unabhängig voneinander ausgearbeitet, ihre Grundlagen aber gemeinsam eingehend diskutiert. Diese Grundlagen und die Verfahren selbst werden im folgenden ausführlich dargestellt. Durch den anschließend an Beispielen vorgeführten Vergleich von Ergebnissen sollte einerseits eine Prüfung der Verfahren, andererseits auch ein Überblick über Zuverlässigkeit und Vergleichbarkeit der Ergebnisse erreicht werden. Hierbei war es von Vorteil, für eine Station auch Registrierungen des Differenz-Doppler-Effektes heranziehen zu können. Dazu wurde in Lindau ein Auswerteverfahren für diesen allein (kurz: D-D-Methode) und eines nach der sogenannten Faraday-Doppler-Hybrid-Methode (kurz: F-D-Methode) entwickelt. Auch diese Verfahren und ihre Grundlagen wurden eingehend überprüft.

Mehrere Elektroneninhaltswerte aus einer Faraday- oder Differenz-Doppler-Registrierung zu gewinnen, ist nur dann sinnvoll, wenn diese Werte verschiedenen wohl definierten Orten zugeschrieben werden können. Die Wahl der Zuordnung ist

Tabelle 1: Verschiedene Angaben über den Funkmeß-Satelliten Explorer 22 und die beiden Empfangsanlagen.

Satellit Explorer 22 (auch S-66; BE-B; 1964-64 A)			
Bahndaten: (23. 3. 1967; Goddard Orbit Bulletin)			
Periode (Knoten):	104,80317 min		
große Halbachse:	7358,3137 km		
numer. Exzentrizität:	0,01374127		
Inklination:	79,70240°		
Perigäumshöhe:	878,8132 km		
Apogäumshöhe:	1081,0383 km		
Änderung d. Rektaszension d. aufst. Knotens:	- 1,0765 <sup>0</sup> /Tag		
Änderung d. Arguments d. Perigäums:	- 2,4125 <sup>0</sup> /Tag		
Signale für Ionosphärenforschung (unmodulierte Bakensender):			
Frequenzen (MHz): 20,005000, 40,010000, 41,010250, 360,090000 (Genauigkeit 0,005 %, abgeleitet von Quarzoszillator mit der Frequenz 5,001250 MHz, strenges Verhältnis von 20:40:41:360)			
Sendeleistungen: 250 mW bei 20, 40 und 41 MHz, 100 mW bei 360 MHz			
Polarisation: linear			
Kurzzeitstabilität: (1 sek): besser als $2 \cdot 10^{-10}$			
Frequenztrift: weniger als $10^{-9}$ /Stunde, bzw. $10^{-8}$ /Tag			
Empfangsanlagen			
	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="text-align: center;"><u>Lindau/Harz</u> (51,62°N; 10,09°E)</td> <td style="text-align: center;"><u>Graz</u> (47,08°N; 15,45°E)</td> </tr> </table>	<u>Lindau/Harz</u> (51,62°N; 10,09°E)	<u>Graz</u> (47,08°N; 15,45°E)
<u>Lindau/Harz</u> (51,62°N; 10,09°E)	<u>Graz</u> (47,08°N; 15,45°E)		
Faraday-Effekt:			
Nennfrequenzen (MHz):	20, 40, 41   40, 41		
Antennen:	linear polarisiert, Achse in W-E-Richtung		
Registrierung:	Papierstreifenschreiber, Vorschub 2 mm/sek		
aufgezeichnet wird:	Gleichspannung, deren Größe proportional ist U   log (U) (U: Amplitude der Antennenspannung)		
Zeitmarken:	abgeleitet von Quarzuhr		
Differenz-Doppler-Effekt:			
Nennfrequenzen (MHz):	40, 360		
Antennen:	linkszirkular		
aufgezeichnet wird:	Sinus und Kosinus der Phasendifferenz $\left( \varphi_{40} - \frac{1}{9} \varphi_{360} \right)$		

aber immer mit einer gewissen Willkür behaftet, wenn man nicht die Gültigkeit einschränkender Annahmen über die Abhängigkeit der Elektronenverteilung von allen drei Ortskoordinaten nachweisen kann. Die Zuordnung wird aber dann mit einer großen Wahrscheinlichkeit als „richtig“ anzusehen sein, wenn die von zwei verschiedenen Empfangsstationen für denselben Satellitenvorübergang gewonnenen Werte innerhalb ihrer Fehlergrenzen übereinstimmen. Die „Zuordnungsvorschrift“ kann also wenigstens in manchen Fällen durch einen Stationenvergleich überprüft werden.

## 2. Der Zusammenhang zwischen den Meßgrößen und dem Elektroneninhalt der Ionosphäre

### 2.1 Faraday-Effekt

Beim Durchgang elektromagnetischer Wellen durch die Ionosphäre treten Veränderungen der Polarisation auf. Im Falle „quasilongitudinaler“ Ausbreitung linear polarisierter Wellen (Näherung NF 1) können diese Veränderungen als Drehung der Schwingungsrichtung der elektrischen Feldstärke beschrieben werden, die man als Faraday-Effekt bezeichnet. (Die einzelnen Näherungen werden hier und im folgenden fortlaufend numeriert: NF 1, NF 2 ...) Die quasilongitudinale Näherungslösung darf für die Sendefrequenzen des Explorer 22 immer angewandt werden, wenn  $\Theta \leq 80^\circ$ , wobei  $\Theta$  den Winkel zwischen Erdmagnetfeldvektor und Ausbreitungsrichtung bedeutet. Eine Welle beliebiger Polarisation muß in diesem Falle in eine links- und in eine rechtszirkuläre Komponente zerlegt werden, deren Ausbreitungen getrennt betrachtet werden. Am Ort des Empfängers erhält man für die Phase der linkszirkulären („ordentlichen“) Komponente zum Zeitpunkt  $t$

$$\varphi_0 = \left( \frac{\omega}{c} \int_S^B n_0 ds_0 \right) - \omega t, \quad (1)$$

für die Phase der rechtszirkulären („außerordentlichen“) Komponente

$$\varphi_x = \left( \frac{\omega}{c} \int_S^B n_x ds_x \right) - \omega t, \quad (2)$$

mit  $\omega = 2 \pi f$ ;  $f$ : Empfangsfrequenz (in genügender Genauigkeit gleich der Sendefrequenz);  $c$ : Lichtgeschwindigkeit;  $n_0, n_x$ : Brechungsindizes;  $ds_0, ds_x$ : Strahlenweegelemente;  $t$ : Zeit. Integrationsgrenzen: Ort des Satelliten ( $S$ ) bis Ort des Beobachters ( $B$ ).

Im allgemeinen werden die beiden Komponenten nahezu gleichen Energieverlust durch geometrische Verdünnung und Dämpfung erleiden, die Resultierende am Ort des Empfängers kann wieder als linear polarisiert angesehen werden (NF 2). Die Schwingungsrichtung der elektrischen Feldstärke ist gegenüber der Schwingungs-

richtung am Ort des Satelliten um die halbe Phasendifferenz gedreht, man erhält also den Faraday-Drehwinkel zu

$$\Omega = \frac{\varphi_0 - \varphi_x}{2} = \frac{\pi f}{c} \left( \int_S^B n_0 ds_0 - \int_S^B n_x ds_x \right) \quad (3)$$

Bei Vernachlässigung von Stoßvorgängen (NF 3) folgt für die Brechungsquotienten [RATCLIFFE]

$$n_0^2 = 1 - \frac{X}{1 + Y |\cos \Theta|}; \quad n_x^2 = 1 - \frac{X}{1 - Y |\cos \Theta|} \quad (4)$$

mit  $X = f_0^2/f^2$ ;  $Y = f_H/f$ ; wobei im Giorgi-System

$$f_0^2 = \frac{e^2 N}{4 \pi^2 m \varepsilon_0}, \quad f_H = \frac{e \mu_0 H}{2 \pi m};$$

$e$ : Betrag der Elementarladung;  $m$ : Elektronenmasse;  $N$ : Elektronendichte (Anzahl freier Elektronen in der Volumeneinheit);  $H$ : Totalintensität des Erdmagnetfeldes;  $\varepsilon_0$ : absolute Dielektrizitätskonstante;  $\mu_0$ : absolute Permeabilität.

Setzt man die beiden Strahlenwege gleich ( $ds_0 = ds_x = ds$ ) („quasi-isotrope Näherung“ NF 4), dann wird

$$\Omega = \frac{\pi f}{c} \int_S^B (n_0 - n_x) ds \quad (5)$$

Aus (4) erhält man

$$(n_0^2 - n_x^2) = (n_0 - n_x)(n_0 + n_x) = \frac{2 X Y |\cos \Theta|}{1 - Y^2 \cos^2 \Theta}.$$

Setzt man näherungsweise  $(n_0 + n_x) = 2$  und vernachlässigt  $Y^2 \cos^2 \Theta$  gegen 1 („Hochfrequenznäherung“ NF 5), so folgt

$$(n_0 - n_x) = X Y |\cos \Theta| = \frac{f_0^2 f_H |\cos \Theta|}{f^3}$$

und

$$\Omega = \frac{K_F}{f^2} \int_S^B N H |\cos \Theta| ds = \frac{K_F}{f^2} \int_B^S N H \frac{|\cos \Theta|}{\cos i} dh, \quad (6)$$

wobei  $K_F$  das Produkt aller Konstanten ist und im zweiten Ausdruck  $ds = -dh/\cos i$  gesetzt wurde. ( $h$ : Höhe über der Erdoberfläche;  $i$ : Winkel zwischen Strahl und Normale zur Erdoberfläche). Mißt man  $\Omega$  in Radian, so hat  $K_F$  im Giorgi-System den Wert  $2,97 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ sek}^{-2} \text{ A}^{-1}$ .

Als weitere Näherung wird statt  $(H|\cos\Theta|)/\cos i = f(h, S, B)$  ein geeigneter Mittelwert  $M$  verwendet (NF 6). Man erhält dann als erste Näherung für den Zusammenhang zwischen Faraday-Drehwinkel und Elektroneninhalt die Beziehung

$$\Omega = \frac{K_F}{f^2} M \int_0^{h_S} N dh = C_F M I. \quad (7)$$

$$(h(S) = h_S; \quad h(B) = 0)$$

Im zweiten Ausdruck wurden der Elektroneninhalt

$$\int_0^{h_S} N dh = I \text{ und } K_F/f^2 = C_F$$

gesetzt. Der Mittelwert  $M$  wird als

$$M = H_P \frac{|\cos\Theta_P|}{\cos\chi}$$

aufgefaßt: Der Index  $P$  bezieht sich auf den „ionosphärischen Punkt“  $P$ , der sich auf der Geraden  $SB$  in einer „ionosphärischen Mittelhöhe“  $h_m$  befindet.  $H_P$ : Betrag des Erdmagnetfeldvektors in  $P$ ;  $\Theta_P$ : Winkel zwischen dem Erdmagnetfeldvektor und der Geraden  $SB$  in  $P$ ;  $\chi$ : Zenitdistanz des Satelliten in  $P$ .

## 2.2 Differenz-Doppler-Effekt

Bei der Differenz-Doppler-Methode werden ein Signal mit der Frequenz  $f_1$  und ein zweites Signal, dessen Frequenz  $f_2$  die  $p$ -te Harmonische von  $f_1$  ist, empfangen (also  $f_2 = p f_1$ ). Für die Phasen der beiden Signale gilt zum Zeitpunkt  $t$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi f_1}{c} \int_S^B n_1 ds_1 - 2\pi f_1 t \quad (8)$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi f_2}{c} \int_S^B n_2 ds_2 - 2\pi f_2 t = \frac{2\pi p f_1}{c} \int_S^B n_2 ds_2 - 2\pi p f_1 t \quad (9)$$

Teilt man  $\varphi_2$  durch  $p$  und bildet dann die Phasendifferenz (beides geschieht elektronisch), so erhält man

$$-\Phi = \varphi_1 - \frac{1}{p} \varphi_2 = \frac{2\pi f_1}{c} \left( \int_S^B n_1 ds_1 - \int_S^B n_2 ds_2 \right) \quad (10)$$

Zur weiteren Behandlung sind verschiedene Näherungen notwendig: Vernachlässigung des Einflusses von Stoßvorgängen (ND 1) und des Erdmagnetfeldes (ND 2), Entwicklung der Brechungsquotienten in eine Taylorreihe, die nach dem linearen



Glied in  $X$  abgebrochen wird (ND 3). Es wird also

$$n_1 = 1 - \frac{1}{2} X_1 \text{ und } n_2 = 1 - \frac{1}{2} X_2 = 1 - \frac{1}{2} \frac{X_1}{p^2}$$

gesetzt. Nimmt man schließlich gleiche Strahlenwege an (ND 4), dann erhält man

$$\Phi = \frac{\pi f_1}{c} \int_S^B X_1 \left(1 - \frac{1}{p^2}\right) ds = \frac{K_D}{f_1} \left(1 - \frac{1}{p^2}\right) \int_0^{hs} N \left(\frac{1}{\cos i}\right) dh \quad (11)$$

wobei im zweiten Ausdruck wieder  $ds = -dh / \cos i$  gesetzt wurde und  $K_D$  das Produkt aller Konstanten ist. Ersetzt man schließlich wieder  $i = i(h)$  durch  $\chi$  (ND 5), so wird in erster Näherung

$$\Phi = \frac{K_D}{f_1} \left(1 - \frac{1}{p^2}\right) D \int_0^{hs} N dh = C_D D I \quad (12)$$

mit  $D = \sec \chi$  und

$$C_D = \frac{K_D}{f_1} \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)$$

### 2.3 Fehlerabschätzungen

Da eine weitgehende Analogie zwischen den Ausdrücken (7) und (12) besteht und auch die bei ihrer Ableitung verwendeten Näherungen teils gleicher Art, teils ähnlich sind, ist es sinnvoll, eine gemeinsame Fehlerabschätzung für die beiden Methoden durchzuführen.

Fehler durch die Näherungen NF 1, NF 2, NF 3, bzw. ND 1 sind bei Sendefrequenzen  $f \geq 40$  MHz sicher vernachlässigbar klein (d. h. sie bleiben wesentlich unter 1% in  $\Omega$  bzw.  $\Theta$ ).

Der Einfluß der Näherungen NF 5, bzw. ND 2 und ND 3 läßt sich leicht abschätzen, wenn man die Differenz der Brechungsquotienten nach Potenzen von  $X$  entwickelt. Der durch NF 4 bzw. ND 4 entstehende Fehler ist wesentlich schwieriger zu erfassen. Als einziger hat bisher Ross brauchbare Näherungen zweiter Ordnung für (3) und (10) angegeben, die ohne einschränkende A-priori-Annahmen auskommen. Es können nach seiner Methode Korrekturen berechnet werden, die es ermöglichen, Fehler durch die Näherungen NF 4 und NF 5, bzw. ND 2, ND 3 und ND 4 teilweise zu kompensieren. Die Korrekturen lassen sich am einfachsten dadurch anbringen, daß statt des Faktors  $M$  in (7) ein („korrigiertes“)  $M'$  und statt des Faktors  $D$  in (12)  $D'$  verwendet wird, wobei

$$M' = M(1 + B) \quad (13)$$

und

$$D' = D(1 + S + T) \quad (14)$$

mit

$$B = \frac{1}{2} \beta \bar{X} + \frac{1}{2} (\beta - 1) G \bar{X} = B' + B''$$

$$S = -Y |\cos \Theta_P|$$

$$T = \frac{1}{4} \beta \bar{X} + \frac{1}{4} (\beta - 1) \operatorname{tg}^2 \chi \bar{X} = T' + T''$$

wobei

$$\bar{X}^n = \frac{1}{h_s} \int_0^{h_s} X^n dh \quad \text{und} \quad \beta = \frac{\bar{X}^2}{(\bar{X})^2}$$

Im Giorgi-System ist auf Grund der Definition des Elektroneninhalts

$$\bar{X} = \frac{80,6 I}{f^2 h_s}.$$

$\beta$  ist unter Verwendung eines geeigneten Modells für die Funktion  $X = X(h)$  (z. B. Chapman-Verteilung) zu berechnen. Als Parameter für ein solches Modell können die kritische Frequenz foF2 (maximale Plasmafrequenz der Ionosphäre) und  $I$  dienen.  $\beta$  ist jedoch von Einzelheiten der Elektronenverteilung weitgehend unabhängig und nimmt im Falle des Explorer 22 Werte um 2,0 an. Der „geometrisch-erdmagnetische“ Faktor  $G$  ist definiert durch

$$G = \operatorname{tg} \chi \left( \operatorname{tg} \chi - \frac{H_1}{H \cos \Theta_P} \right), \quad (15)$$

wobei  $H_1$  die Komponente des Erdmagnetfeldvektors in der Einfallsebene und senkrecht zum (geradlinig angenommenen) Strahl ist:

$$H_1 = H [\sin J \sin \chi + \cos J \cos(\sigma - D) \cos \chi]$$

( $J$ : erdmagnetische Inklination;  $D$ : erdmagnetische Deklination;  $\sigma$ : Azimut des Satelliten im ionosphärischen Punkt  $P$ ).

$B'$  stellt die Korrektur von NF 5 dar,  $B''$  die Korrektur von NF 4.  $S$  berücksichtigt den Einfluß des Erdmagnetfeldes (ND 3),  $T'$  korrigiert ND 2 und  $T''$  ND 4. In der angegebenen Form ist  $S$  auf den Empfang der linkszirkularen Komponente im Bereich  $\Theta \leq 80^\circ$  bezogen. Empfängt man die rechtszirkuläre Komponente, dann ist das Vorzeichen von  $S$  umzukehren. Bei jeder anderen Polarisation der Empfangsantenne ist  $-Y |\cos \Theta| \leq S \leq +Y |\cos \Theta|$ .

Setzt man in (15) für  $\cos \Theta_P = \sin J \cos \chi - \cos J \sin \chi \cos(\sigma - D)$  und definiert einen Hilfswinkel  $\varepsilon$  durch  $\operatorname{tg} \varepsilon = \operatorname{ctg} J \cos(\sigma - D)$ , so wird nach einigen Umformungen

$$G = \operatorname{tg} \chi [\operatorname{tg} \chi - \operatorname{tg}(\chi + \varepsilon)] \quad (15')$$

Der erste Summand stellt den Beitrag der Refraktion dar, der zweite Summand den der Doppelbrechung. Ist  $\varepsilon = 0$ , dann kompensiert der Doppelbrechungseinfluß den Re-

Tabelle 2: Zenitdistanzen des Satelliten ( $\zeta$ ), Winkel zwischen dem Erdmagnetfeldvektor und der Geraden Satellit-Empfänger im ionosphärischen Punkt ( $\Theta_{300}$ ), geometrisch-erdmagnetische Faktoren  $M_{300}$ ,  $D_{300}$ ,  $G_{300}$ ,  $(\text{tg}^2 \chi)_{300}$ , sowie die relativen Änderungen  $v_M = \frac{M_{350} - M_{300}}{M_{300}}$  und  $v_D = \frac{D_{350} - D_{300}}{D_{300}}$  in Abhängigkeit von der Zeitdifferenz zum Punkt der größten Annäherung des Satelliten ( $t - t_{PCA}$ ). Zugrundegelegt sind der Umlauf Nr. 11948 des Explorer 22 (26. 2. 1967) und die Beobachtungsstation Graz.

$t - t_{PCA}$ [min]	$\zeta$	$\Theta_{300}$	$M_{300}$ [Γ]	$D_{300}$	$G_{300}$	$\text{tg}^2 \chi_{300}$	$v_M$ [%]	$v_D$ [%]
-5,0	75,3°	88,2°	0,038	2,14	-69,1	3,58	71,8	5,1
-4,0	68,5°	84,7°	0,086	1,90	-17,6	2,61	19,9	3,7
-3,0	59,4°	78,6°	0,147	1,62	-5,08	1,62	4,2	2,3
-2,0	46,2°	68,0°	0,215	1,33	-1,45	0,77	0,5	1,1
-1,0	26,7°	51,0°	0,286	1,10	-0,23	0,20	-1,4	0,3
0,0	2,0°	27,2°	0,361	1,00	0,00	0,00	-2,2	0,0
1,0	25,7°	4,8°	0,440	1,09	0,24	0,19	-2,7	0,3
2,0	45,3°	14,0°	0,524	1,32	0,65	0,73	-3,0	1,0
3,0	58,6°	24,2°	0,616	1,60	1,38	1,55	-3,2	2,2
4,0	67,8°	29,9°	0,715	1,88	2,54	2,52	-3,9	3,6
5,0	74,7°	32,5°	0,819	2,12	4,13	3,48	-4,7	4,9
6,0	80,0°	32,6°	0,920	2,29	5,96	4,27	-5,7	6,1
7,0	84,5°	30,7°	1,005	2,41	7,64	4,80	-6,7	6,8

fraktionseinfluß. (Bei mitteleuropäischen Stationen wird also, da  $D$  klein ist, bei allen westlichen und östlichen Satellitenpositionen  $B''$  vernachlässigbar klein). Es ist auch leicht zu erkennen, daß bei nördlichen Satellitenpositionen die Berücksichtigung der Refraktion allein ein völlig falsches Bild geben würde. Dies zeigt deutlich ein Vergleich von  $G$  mit  $\text{tg}^2 \chi$  in Abhängigkeit von der Satellitenposition (Spalten 6 und 7 in Tab. 2).

Eine Überprüfung der Korrekturen nach Ross und eine Ermittlung des verbleibenden Restfehlers wäre nur durch eine Berechnung von (3) bzw. (10) mit numerischen Methoden (z. B. Ray-Tracing-Verfahren) für geeignete Ionosphärenmodelle möglich. Die Genauigkeit, mit der die beiden Integrale berechnet werden müssen, ist sehr groß, besonders im Falle des Faraday-Effekts (mindestens 7 signifikante Ziffern, wenn  $\Omega$  bei nördlichen Satellitenpositionen auf 1% genau berechnet werden soll). Eine erhebliche Schwierigkeit liegt auch darin, daß die Abweichung der Strahlenwege von den Wellennormalen nicht vernachlässigt werden darf. Nach Wissen der Verfasser wurden eingehende Untersuchungen dieser Art bisher nicht durchgeführt. Es liegt lediglich eine Abschätzung vor, mit dem Ergebnis, daß bei Sendefrequenzen  $f \geq 40$  MHz und  $\text{foF2} \leq 12$  MHz der Fehler durch NF 4 kleiner als 5% bleibt, wenn  $\zeta \leq 50^\circ$  und daß der Fehler durch ND 4 kleiner als 3% bleibt, wenn  $\zeta \leq 45^\circ$ . In Übereinstimmung damit wird die Annahme zulässig sein, daß der nach Durchführung der Ross-Korrekturen verbleibende relative Fehler durch NF 4 bzw. ND 4 im Elektroneninhalt gleich groß ist wie der Absolutbetrag von  $B''$  bzw.  $T''$ .

Die Abschätzung des Einflusses von NF 6 bzw. ND 5 kann dadurch geschehen, daß man den entstehenden Fehler als falsche Bestimmung von  $h_m$  interpretiert. Die Änderungen von  $M$  und  $D$  mit  $h_m$  sind von der Satellitenposition abhängig, wie aus Tab. 2 hervorgeht: Spalte 8 enthält die relative Änderung

$$v_M = \frac{M_{350} - M_{300}}{M_{300}}$$

und Spalte 9

$$v_D = \frac{D_{350} - D_{300}}{D_{300}}$$

(der Index gibt  $h_m$  in km an).

Auffällig ist das rasche Anwachsen von  $v_M$  mit der Zenitdistanz bei nördlichen Satellitenpositionen. Solange man den Bereich mit  $\Theta \leq 80^\circ$  nicht überschreitet (bei zenitnahen Vorübergängen entspricht das etwa der Bedingung  $\zeta \leq 60^\circ$ ), bleibt aber auch dort  $v_M < 5\%$ .

Im allgemeinen wird die Annahme zulässig sein, daß der „Fehler“ bei der Bestimmung von  $h_m \pm 50$  km nicht überschreitet. Für diesen Fall geben  $v_M$  und  $v_D$  ungefähr die durch die Näherungen NF 6 und ND 5 entstehenden relativen Fehler wieder.

Es ist im allgemeinen sinnlos, eine größere Genauigkeit bei der Bestimmung von  $h_m$  anzustreben: dies würde eine eingehende Auswertung von (6) bzw. (11) erfordern, was nur dann durchzuführen ist, wenn Einzelheiten der Abhängigkeit der Elektronendichte von den Ortskoordinaten bekannt sind. Modellrechnungen haben gezeigt, daß eine Charakterisierung der Elektronenverteilung durch leicht zugängliche Parameter allein (etwa durch maximale Elektronendichte und Höhe des Elektronendichtemaximums  $h_{\max}$ ) nicht ausreicht, um  $h_m$  genau zu bestimmen [EBEL 1966]. Einzelheiten der Elektronenverteilung sind hingegen nicht bekannt (sonst würden sich Bestimmungen des Elektroneninhalts durch Beobachtungen an Satellitensignalen ja erübrigen), sondern müssen irgendwelchen Modellvorstellungen entnommen werden. Werte für  $h_{\max}$  stehen auch nur für wenige Ionosondenstationen (und für bestimmte Zeitpunkte) zur Verfügung und es kommt ihnen in vielen Fällen nur geringe Genauigkeit zu. Außerdem ist bekannt, daß gerade dieser Parameter starken räumlichen und zeitlichen Schwankungen unterworfen ist. Eine „Anpassung“ von  $h_m$  für jeden einzelnen Auswertzeitpunkt etwa nach der Vorschrift  $h_m = h_{\max} + \text{const.}$  ist daher abzulehnen. Ergebnisse, wie sie z. B. von BERTIN und PAPET-LÉPINE durch eine solche Anpassung erzielt wurden, sind als durchaus zufällig anzusehen.

Überdies würde auch bei einer sphärisch geschichteten Ionosphäre  $h_m$  eine Funktion der Satellitenposition sein, wie Tab. 3 deutlich zeigt. Ihr liegen Modellrechnungen für Umlauf Nr. 11948 des Explorer 22, Beobachtungsstation Lindau, zugrunde. Für die Höhenabhängigkeit der Elektronendichte wurde eine Chapman-Verteilung gewählt:

$$N = N_0 e^{1/2(1-z-e^{-z})} \text{ mit } z = \frac{h-h_{\max}}{h_{sk}};$$

$N_0 = 4,844 \cdot 10^{11}$  Elektronen/m<sup>3</sup> (entsprechend foF2 = 6,25 MHz),  $h_{\max} = 300$  km,  $h_{sk} = (30 + 0,1 h)$  km. Integriert wurde mit einem numerischen Verfahren (Simpson-Regel, Schrittweite 5 km) nach geradlinigen Strahlenwegen (Wegelement  $ds^*$ ). Zur Bestimmung der Brechungsquotienten diente die Appleton-Hartree-Formel unter Vernachlässigung des Stoßterms. Zu 12 verschiedenen Satellitenpositionen im Zeitabstand von einer Minute wurden berechnet:

$$\int_S^B N ds^*; \quad \Omega_u = \frac{\pi f}{c} \int_S^B (n_0 - n_x) ds^*; \quad \Phi_u = \frac{2\pi f}{c} \int_S^B (n_1 - n_2) ds^*.$$

Mit dem Elektroneninhalt  $l$  bis 905 km (Höhe des Satelliten im ortsnächsten Punkt) wurden die Faktoren  $M^*$  bzw.  $D^*$  berechnet, die in (7) bzw. (12) einzusetzen wären, damit sie mit  $\Omega_u$  und  $\Phi_u$  den richtigen Elektroneninhalt ergeben:

$$M^* = \frac{\Omega_u}{C_F I}; \quad D^* = \frac{\Phi_u}{C_D I}$$

Diese Größen wurden mit den  $M$ - bzw.  $D$ -Werten für  $h_m = 350$  km verglichen:

$$v_F = \frac{M^* - M_{350}}{M_{350}}; \quad v_D = \frac{D^* - D_{350}}{D_{350}}$$

Weiters sollte festgestellt werden, wie  $h_m$  zu wählen ist, damit  $M(h_m) = M^*$ , bzw.  $D(h_m) = D^*$  ( $h_M^*$  in Spalte 10, bzw.  $h_D^*$  in Spalte 14 von Tab. 3). Dazu wurden die  $M$ - und  $D$ -Werte für 350 km, 400 km und 450 km berechnet und zwischen diesen Werten linear interpoliert, was eine ausreichende Genauigkeit für  $h_M^*$  und  $h_D^*$  ergibt (Fehler kleiner als  $\pm 1,5$  km).

Nun ist insbesondere bei den Abschätzungen für den Faraday-Effekt zu bedenken, daß die dabei benötigten Werte für die Elemente des Erdmagnetfeldes ungenau sind. Die durch diese Ungenauigkeit in  $M^*$  und  $M_{350}$  entstehenden Fehler werden zwar gleiches Vorzeichen und nahezu gleiche Größe haben, so daß sie  $v_F$  und  $h_M^*$  kaum beeinflussen können, sie sind aber bei den Folgerungen zu berücksichtigen, die aus Tab. 3 gezogen werden. Ist  $v_M$  kleiner als der relative Fehler, mit dem  $M_{350}$  bestimmt werden kann, dann ist es sinnlos, die  $M$ -Werte durch Wahl einer anderen ionosphärischen Mittelhöhe (also  $h_M^*$ ) verbessern zu wollen.

Für  $M$  kann man schreiben:

$$M = H \frac{\cos \Theta_P}{\cos \chi} = H \sin J - H \cos J \cos(\sigma - D) \operatorname{tg} \chi.$$

Für die folgende Abschätzung kann man im Norden  $\cos(\sigma - D) \doteq +1$  und im Süden  $\cos(\sigma - D) \doteq -1$  setzen. Nimmt man weiters an, daß die erdmagnetischen

Tabelle 3: Ergebnisse von Modellrechnungen für Umlauf Nr. 11948 des Explorer 22, Beobachtungsstation Lindau, unter Annahme einer Chapman-Verteilung  $N = N_0 \exp(\frac{1}{2}(1 - z - e^{-z}))$  und geradliniger Strahlen (Wegelemente  $ds^*$ ).

Verteilungsparameter:  $z = (h - h_{\max})/h_{sk}$  mit  $h_{\max} = 300$  km,  $h_{sk} = (30 + 0,1 h)$  km;  $N_0 = 4,844 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$ , Elektroneninhalt bis 905 km  $I = 15,08 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-2}$ .

Definitionen:

$$\Omega_u = \frac{\pi f}{c} \int_S^B (n_0 - n_x) ds^*; \quad \Phi_u = \frac{2\pi f}{c} \int_S^B (n_1 - n_2) ds^*; \quad M^* = \frac{\Omega_u}{CFI}; \quad D^* = \frac{\Phi_u}{CDI}; \quad v_F = \frac{M^* - M_{350}}{M_{350}}; \quad v_D = \frac{D^* - D_{350}}{D_{350}}.$$

Erklärung der übrigen Größen im Text.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Zeit [GMT]	$\zeta$	$\Theta_{300}$	$\int_S^B N ds^*$ [ $10^{16} \text{ m}^{-2}$ ]	$\Omega_u$ [Radian]	$\Phi_u$ [Radian]	$M^*$ [I]	$M_{350}$ [I]	$v_F$ [%]	$h_F^*$ [km]	$D^*$ [km]	$D_{350}$ [km]	$v_D$ [%]	$h_D^*$ [km]
1	17.59	79,8°	39,54	22,7	8283	0,1024	0,0962	6,4	363	2,641	2,777	-4,9	404
2	18.00	74,3°	34,98	27,6	7319	0,1245	0,1158	7,5	375	2,333	2,445	-4,6	417
3	18.01	67,2°	29,72	35,7	6206	0,1611	0,1522	5,9	392	1,978	2,059	-3,9	438
4	18.02	57,7°	24,38	45,9	5074	0,2071	0,2003	3,4	435	1,617	1,671	-3,2	462
5	18.03	44,2°	19,63	57,7	4065	0,2603	0,2560	1,7	—	1,296	1,332	-2,7	—
6	18.04	25,9°	16,36	70,6	3367	0,3185	0,3169	0,5	—	1,073	1,098	-2,3	—
7	18.05	16,3°	15,64	84,6	3200	0,3817	0,3819	-0,06	—	1,020	1,038	-1,7	—
8	18.06	33,4°	17,71	99,2	3620	0,4476	0,4516	-0,9	—	1,154	1,173	-1,5	—
9	18.07	49,9°	21,86	115,1	4477	0,5193	0,5268	-1,4	377	1,427	1,452	-1,7	459
10	18.08	61,5°	26,92	131,5	5522	0,5933	0,6076	-2,4	389	1,760	1,809	-2,7	436
11	18.09	69,9°	32,19	148,2	6613	0,6686	0,6927	-3,5	398	2,108	2,195	-4,0	427
12	18.10	76,2°	37,00	164,0	7608	0,7408	0,7778	-4,8	404	2,425	2,563	-5,4	423

Elemente  $H \sin J$  (Vertikalintensität) und  $H \cos J$  (Horizontalintensität) mit einem gleich großen, aber unabhängigen relativen Fehler  $\nu$  behaftet sind, dann folgt für  $M$  der relative Fehler

$$\nu_M = \nu \frac{|H \sin J| + |H \cos J \operatorname{tg} \chi|}{M} = \frac{F}{M} \nu$$

Im Süden ist  $F \doteq M$ , also  $\nu_M = \nu$ , im Norden hingegen ist  $F > M$ , also auch  $\nu_M > \nu$ . Für Zeile 1 der Tab. 3 wird beispielsweise  $F/M \doteq 9$ , für Zeile 4  $F/M \doteq 3$ , für Zeile 5  $F/M \doteq 2$ .

Nun kommt den zur Verfügung stehenden Elementen des Erdmagnetfeldes in 300 bis 450 km Höhe sicher keine größere Genauigkeit als  $\pm 2\%$  zu (siehe 3.11). Damit ist  $\nu_M$  für Zeile 1 gleich  $\pm 18\%$ , für Zeile 4 gleich  $\pm 6\%$ , für Zeile 5 gleich  $\pm 4\%$  und im Süden gleich  $\pm 2\%$  zu setzen.

Man könnte also durch Wahl einer anderen ionosphärischen Mittelhöhe nur bei den südlichsten Satellitenpositionen eine (geringfügige) Verbesserung erreichen. Man muß aber bei diesen großen Zenitdistanzen mit erheblichen anderen Fehlern rechnen, so daß auch hier eine genauere Bestimmung von  $h_m$  nicht sinnvoll scheint. Man wird also am besten eine bestimmte ionosphärische Mittelhöhe wählen, die etwas größer ist, als ein repräsentativer Wert für  $h_{\max}$  und diese Mittelhöhe für eine ganze Auswertungsreihe konstant lassen. Im Fall zenitnaher Satellitenvorübergänge wird man dann im Bereich, der durch  $\zeta \doteq 40^\circ$  nach Norden und  $\zeta \doteq 60^\circ$  nach Süden begrenzt ist, mit einem relativen Fehler der  $M$ -Werte (durch „falsches“  $h_m$  und ungenaue Erdmagnetfelddaten) von rund  $\pm 5\%$  rechnen müssen, nach Süden wächst dieser Fehler bis  $\zeta = 80^\circ$  auf rund  $8\%$  und im Norden bis  $\zeta = 60^\circ$  auf rund  $11\%$  an.

Beim Differenz-Doppler-Effekt sind die Verhältnisse etwas anders:  $D_{350}$  ist eine rein geometrische Größe; der durch Ungenauigkeit der Erdmagnetfelddaten entstehende relative Fehler von  $D^*$  ist sehr klein. Die  $D$ -Werte könnten also durch Wahl einer anderen ionosphärischen Mittelhöhe verbessert werden. Insbesondere zeigt Tab. 3 (Spalte 14), daß  $h_m$  für den Differenz-Doppler-Effekt um rund 50 km größer anzunehmen ist, als für den Faraday-Effekt. Soll eine Differenz-Doppler-Auswertung nur zur Kontrolle von Ergebnissen aus dem Faraday-Effekt durchgeführt werden, dann ist es nicht zweckmäßig, verschiedene Mittelhöhen zu wählen. Die Fehler, die man bei einer zu kleinen Mittelhöhe berücksichtigen muß, sind aber gering (vgl. Spalte 13 in Tab. 3).

Anmerkung: Zum Faraday-Effekt vergleiche auch GARRIOTT 1960, zum Differenz-Doppler-Effekt DE MENDONCA 1962, zu beiden RAWER und SUCHY. Bei diesen weitere Literaturangaben. Verschiedene Fehlerabschätzungen u. a. bei ROSS und GARRIOTT.

### 3. Verfahren zur Auswertung der Registrierungen

Allen Verfahren ist eine konstante ionosphärische Mittelhöhe  $h_m = 300$  km zugrunde gelegt, zusätzlich wurden Untersuchungen mit  $h_m = 350$  km durchgeführt. Vorgegeben wurde ferner eine Folge von Zeitpunkten im Abstand von  $1/4$  Minute, zu denen der Elektroneninhalt bestimmt werden sollte. Die Anfangszeitpunkte richteten sich jedoch nach den Erfordernissen der einzelnen Verfahren. Die Zeit dient als Parameter für die Zuordnung Registrierung—Satellitenposition und Registrierung—ionosphärischer Punkt  $P$ . Die Auswertung soll also die Funktion  $I = I(t)$  liefern, gegeben durch eine Folge von Wertepaaren  $(t, I)$ .

#### 3.1 Gewinnung der geometrisch-erdmagnetischen Faktoren

Die geometrisch-erdmagnetischen Faktoren  $M$  und  $D$ , bzw. (bei Verwendung der Korrektur nach Ross)  $M'$ ,  $M''$  und  $D'$ , müssen für vorgegebene Zeitpunkte berechnet werden. Dazu ist die Kenntnis des Erdmagnetfeldes als Funktion der geographischen (oder geozentrischen) Koordinaten Länge, Breite und Höhe über der Erdoberfläche notwendig und die Kenntnis der Satellitenposition als Funktion der Zeit.

#### 3.11 Das Erdmagnetfeld

Der Erdmagnetfeldvektor ist durch Angabe dreier unabhängiger erdmagnetischer Elemente bestimmt. Für den durch die Stationen *Graz* und *Lindau* mit dem Explorer 22 erfaßbaren Bereich bietet sich das RÖSSIGERSCHE Normalfeld als besonders geeignet zur Verwendung in Elektronenrechnern an. Nach RÖSSIGER stellt man drei unabhängige geomagnetische Elemente auf der Erdoberfläche als eine nach dem zweiten Grad abgebrochene Taylorreihe mit  $\Delta\varphi$  und  $\Delta\lambda$  als Variablen dar:

$$E_0 = A_0 + A_1 \Delta\varphi + A_2 \Delta\lambda + A_3 (\Delta\varphi)^2 + A_4 (\Delta\varphi \cdot \Delta\lambda) + A_5 (\Delta\lambda)^2 \quad (16)$$

$\Delta\varphi$  und  $\Delta\lambda$  sind die Breiten- und Längendifferenzen eines Punktes zu einer Bezugsstation im Gültigkeitsbereich (Mittel-, West- und Südeuropa) der Darstellung. Die Bezugsstation ist beim RÖSSIGERSCHEN Normalfeld *Niemegk* (52,07°N; 12,68°E). Die sechs Koeffizienten  $A_0$  bis  $A_5$  werden aus den Werten der zu berechnenden Elemente bestimmt, die in *Niemegk* und den fünf weiteren Stationen (*Lovö*, *Saimischtsche Eskdalemuir*, *San Fernando* und *Helwan*) zu einer bestimmten Zeit gelten. Das Symbol  $E_0$  steht für die Werte eines beliebigen Elementes in Bodennähe.

Da die geometrisch-erdmagnetischen Faktoren in 300 oder 350 km Höhe benötigt werden, ist eine Extrapolation des Normalfeldes (16) in diese Höhe erforderlich. Sie läßt sich durchführen, wenn man annimmt, daß das Normalfeld auf einer Kugeloberfläche gilt und ein Potential besitzt. Diese — nicht ganz erfüllten — Voraus-



setzungen führen für das Magnetfeld  $\mathfrak{H}$  und sein Potential  $V$  zu den Bedingungs-  
gleichungen

$$\operatorname{rot} \mathfrak{H} = 0 \text{ und } \Delta V = 0$$

Sie liefern die Beziehungen zwischen der Höhenabhängigkeit der Elemente einerseits und der Breiten- und Längenabhängigkeit andererseits und gestatten die Bestimmung von vier weiteren Koeffizienten für die lineare und quadratische Änderung mit der Höhe [MAUERSBERGER]. Damit wird (16) erweitert zu

$$E = E_0 + A_6 h + A_7 h \Delta\varphi + A_8 h \Delta\lambda + A_9 h^2 \quad (17)$$

Diese Form eignet sich auch zur Erfassung langzeitlicher Variationen, da man aus der Änderung der Elemente an den geomagnetischen Observatorien die Zeitfunktionen für die zehn Koeffizienten  $A_0$  bis  $A_9$  ableiten kann [EBEL 1968]. Damit ist eine Berechnung der langzeitlichen Änderungen der  $M$ -Werte möglich. Sie sind im Vergleich zu den Fehlern bei der  $M$ -Wert-Ableitung außerordentlich klein. Z. B. beträgt die Differenz zwischen Werten aus den Magnetfeldern zur Epoche 1957,5 und zur Epoche 1964,5 nur 0,2% des Absolutwertes [EBEL 1966]. Man kann daher ohne Bedenken eine zeitunabhängige Darstellung verwenden.

Größere Abweichungen verursacht dagegen die Methode der Extrapolation der Reihendarstellung des Magnetfeldes in die Höhe. Da zu ihrer Prüfung keine Messungen zur Verfügung stehen, läßt sich eine Beurteilung der Abweichungen nur auf der Basis der Kugelfunktionsentwicklung des geomagnetischen Potentials durchführen [s. z. B. YEH und GONZALES; SCHÖDEL 1965]. Diese Entwicklung liefert Boden- und Höhenwerte der geomagnetischen Elemente, die bei der Prüfung als richtig vorausgesetzt werden. Entwickelt man aus den Bodenwerten ein Normalfeld der Form (17) und vergleicht die daraus resultierenden Werte der Elemente mit denen aus der Kugelfunktionsentwicklung, bleiben die Abweichungen im Gültigkeitsbereich des RÖSSIGERschen Normalfeldes unter 2%.

Das *Kölner* und das *Lindauer Verfahren* zur Bestimmung der geometrisch-erdmagnetischen Faktoren unterscheiden sich in der Auswahl der unabhängigen Elemente: in *Köln* werden Horizontalintensität, Vertikalintensität und Deklination verwendet, in *Lindau* Vertikalintensität, Nord- und Ostkomponente.

### 3.12 Die Satellitenbahn

Die Bahndaten des Explorer 22 stehen in zwei verschiedenen Formen zur Verfügung: als „Prediction Bulletin“ des Goddard Space Flight Center (kurz: Bulletin) und als „Refined World Map“, die als Microfilm versandt wird (kurz: Microfilm). Das Bulletin enthält u. a. die aus der laufenden Bahnbestimmung folgenden Bahnelemente für einen Zeitpunkt und vorausberechnete Daten der aufsteigenden Knoten (geographische Länge und Durchgangszeit für jeden Umlauf). Der Microfilm enthält u. a.

für jede volle Zeitminute geogr. Länge, geogr. Breite und Höhe des Satelliten über dem Referenzellipsoid. Die Genauigkeit ist besser als  $\pm 5$  km in der Höhe und bei Breiten kleiner als  $70^\circ$  besser als  $\pm 0,1^\circ$  in Länge und Breite.

Im *Lindauer Verfahren* wird eine möglichst genaue Bestimmung der Satellitenposition angestrebt. Deshalb geht man von den Microfilm-Daten aus. Um die Genauigkeit zu bewahren, werden zur Berechnung eines zeitlichen Mittelwertes zwei vorhergehende und zwei nachfolgende Satellitenpositionen verwendet, mit Hilfe der Inklination zu jedem dieser vier Bahnpunkte wahre Anomalie und Länge des aufsteigenden Knotens berechnet, hierauf Zwischenwerte durch kubische Interpolation bestimmt. Schließlich wird wieder auf geographische Koordinaten umgerechnet. Zwischenwerte der Höhe werden ebenfalls durch kubische Interpolation gewonnen.

Beim *Kölner Verfahren* entnimmt man dem Bulletin die Zeit eines Knotendurchganges in Süd-Nord-Richtung und die zugehörigen Werte der großen Halbachse der Satellitenbahn, der numerischen Exzentrizität, des Arguments des Perigäums, der Rektaszension und der Inklination (vgl. Tab. 1). Jedem untersuchten Umlauf des Satelliten werden die zwei nächstliegenden Wertesätze vor dem Zeitintervall der Registrierung und die zwei folgenden zugeordnet. Durch Interpolation werden die zugehörigen Bahnelemente bestimmt, und, abgesehen von der Rektaszension, während eines Umlaufs bei der Berechnung der Satellitenposition konstant gehalten. Die Genauigkeit dieser Methode steht der einer Bestimmung der Bahn aus den Microfilm-Daten selbstverständlich nach. Bei der Verarbeitung mit dem Elektronenrechner bieten sich jedoch große technische Vorteile, da nur eine einmalige Abholung der Bulletin-Daten erforderlich ist, die bei jedem Rechengang wieder verwendet werden können. Die Microfilm-Daten müssen zu jedem Umlauf gesondert abgelocht werden. Ein Vergleich der Ergebnisse des Lindauer und Kölner Verfahrens läßt den Schluß zu, daß die größere Ungenauigkeit im Endergebnis kaum ins Gewicht fällt.

### 3.13 Die Berechnung der *M*- und *D*-Werte

Nach dem *Kölner* und dem *Lindauer Verfahren* erfolgt die Berechnung der *M*- und *D*-Werte auf ähnliche Weise: zum vorgegebenen Zeitpunkt (je nach Verfahren Ablesezeitpunkt oder Auswertzeitpunkt) werden die topozentrischen Koordinaten des Satelliten für den Beobachtungsort bestimmt, mit ihrer Hilfe die topozentrischen Koordinaten des Satelliten im ionosphärischen Punkt *P* und die geographischen Koordinaten dieses Punktes. *P* befindet sich auf der Geraden Satellit-Beobachtungsort in der Höhe  $h_m$  (300 oder 350 km) über der Erdoberfläche. Unterprogramme liefern Werte der erdmagnetischen Elemente in *P*. Damit sind maschinenintern alle Angaben zur Berechnung von *M* und *D* vorhanden.

Die *Lindauer Auswertverfahren* für den *Faraday-Effekt* verwenden den *M*-Wert direkt. Für das *Kölner Verfahren* wird die Korrektur nach Ross angebracht: Der Faktor *G* wird mit Hilfe der schon für den *M*-Wert benötigten geomagnetischen und geometrischen Größen berechnet,  $\beta$  mit einer Chapman-Verteilung für die Elektronen-

dichte als Funktion der Höhe bestimmt.  $\bar{X}$  ist dem Elektroneninhalt proportional. Dieser wird zunächst mit dem unkorrigierten  $M$ -Wert bestimmt, hierauf  $\bar{X}$  und damit ein korrigierter  $M$ -Wert berechnet. Mit diesem wird ein neues, verbessertes  $I$  berechnet usw. Im Mittel sind drei Iterationen erforderlich. Man benötigt zwei verschiedene korrigierte  $M$ -Werte: die 1-F-Methode erfordert  $M' = M(1 + B)$  und die 2-F-Methode  $M'' = M(1 + 2B)$ . In *Graz* wurden die Kölner  $M$ -Werte verwendet.

Für die Lindauer Auswertung nach der D-D-Methode wird der nach Ross korrigierte  $D'$ -Wert nach einem ähnlichen iterativen Verfahren ermittelt. Für die Lindauer Auswertung nach der F-D-Methode wird ein diesem Verfahren besser angepaßter Weg beschritten (siehe unter 3.222).

### 3.2 Gewinnung der Winkelgrößen aus den Registrierungen

#### 3.21 Faraday-Effekt

Als Grundlage dient die Ablesung der Zeitpunkte, zu denen Minima der Antennenspannung („Faraday-Minima“) eingetreten sind (kurz: Minimzeitpunkte). Man erhält für jede Registrierspur eine streng monotone Folge  $\langle t_i \rangle$ , wobei der Index  $i$  die Nummer des Faraday-Minimums und  $t_i$  den zugehörigen Zeitpunkt bedeutet. Jedem Minimum ist ein Wert  $A_i$  für den Winkel zuzuordnen, den der Vektor (der linear polarisierten Komponente) der elektrischen Feldstärke am Ort des Empfängers mit einer zur Antennenachse senkrechten Ebene einschließt.

Aus der Definition eines Faraday-Minimums folgt

$$A_i = k\pi \text{ und } A_{i+1} - A_i = \begin{cases} +\pi \\ 0 \\ -\pi \end{cases}$$

( $k$ : ganze Zahl). Dabei ist  $A_i = \Omega_i + \Sigma_i$ , wobei  $\Omega_i$  den Faraday-Drehwinkel zum Zeitpunkt  $t_i$  und  $\Sigma_i$  eine Winkelgröße bedeutet, die von den topozentrischen Koordinaten des Satelliten und der Orientierung der Satellitenantenne zum Zeitpunkt  $t_i$  abhängt.

#### 3.211 1-F-Methode

Steht nur ein Satellitensignal zur Verfügung, dann kann eine Bestimmung des Elektroneninhalts nur mit den Annahmen durchgeführt werden, daß im erfaßten Bereich die Folge  $\langle A_i \rangle$  streng monoton ist und daß  $d\Sigma/dt = 0$  und damit  $|\Omega_{i+1} - \Omega_i| = \pi$  gesetzt werden darf.

Die Zulässigkeit der ersten Annahme kann nur durch Überlegungen über das „wahrscheinliche“ Verhalten von  $A = A(t)$  überprüft werden, nämlich durch Abschätzungen

auf der Grundlage von Größenordnung und Vorzeichen von  $\dot{\Sigma}$ ,  $\dot{\Delta}$ ,  $\dot{\Omega}$ ,  $\ddot{\Omega}$ . (Z. B. kann bei einem Elektroneninhalt größer als etwa  $5 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-2}$  für den Explorer 22 und mitteleuropäische Empfangsstationen mit großer Wahrscheinlichkeit angenommen werden, daß  $\langle \Delta_i \rangle$  dort streng monoton verläuft, wo  $|(t_{i+1} - t_i)/(t_i - t_{i-1}) - 1| < 0,1$ ).

Die zweite Annahme ist nur dann zulässig, wenn  $\dot{\Sigma} \ll \dot{\Omega}$  [HARTMANN 1966; LEITINGER 1967; siehe auch WEBSTER]. Dies ist im allgemeinen nur dann zu erfüllen, wenn allfällige Rotationen oder Schwingungen der Satellitenantenne mit Perioden erfolgen, die wesentlich größer sind als die Zeitdifferenz zwischen aufeinander folgenden Faraday-Minima. Im Falle schneller Rotation sind andere Lösungen möglich, die hier nicht behandelt werden.

Setzt man  $\Omega_i = \Omega_0 + \Delta_i$  ( $\Omega_0$ : Wert von  $\Omega = \Omega(t)$  zur Zeit  $t_0$ ;  $t_0$  muß nicht mit einem Glied von  $\langle t_i \rangle$  identisch sein), so ist mit obigen Annahmen die Folge  $\langle \Delta_i \rangle$  bestimmt, während  $\Omega_0$  nur mit einer geeigneten Annahme über die Abhängigkeit des Elektroneninhalts von der Satellitenposition (und damit von der Beobachtungszeit) in der Umgebung von  $t_0$  ermittelt werden kann. Man erhält für den Elektroneninhalt aus (7):

$$\Omega = \Omega_0 + \Delta = C_F M I \quad (18)$$

Differenziert man nach der Zeit, so folgt

$$\dot{\Omega} = \dot{\Delta} = C_F (\dot{M} I + M \dot{I}) \quad \text{und} \quad (19)$$

$$\ddot{\Omega} = \ddot{\Delta} = C_F (\ddot{M} I + 2 \dot{M} \dot{I} + M \ddot{I}) \quad (20)$$

Nun kann man entweder annehmen, daß  $\dot{I} = 0$  und aus den beiden ersten Gleichungen  $\Omega_0$  und  $I$  bestimmen, oder man kann  $\ddot{I} = 0$  setzen und erhält aus allen drei Gleichungen  $I$ ,  $\dot{I}$  und  $\Omega_0$ . Eine weitere Differentiation (und die Annahme  $\ddot{I} = 0$ ) erscheint nicht sinnvoll, da zu wenig und zu ungenaue Information über den Verlauf von  $I = I(t)$  vorhanden ist und der Rechenaufwand zu groß wird.

Dem *Kölner Verfahren* liegt die Annahme  $\ddot{I} = 0$  zugrunde. Zur Berechnung von  $I$  muß zunächst  $\Delta(t)$  bekannt sein. Dazu wird eine Potenzreihe  $\Delta = a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2$  angesetzt. Die Koeffizienten  $a_1$  und  $a_2$  errechnet man mit einem Ausgleichsverfahren aus  $\langle t_i \rangle$  und  $\langle \Delta_i \rangle$ . Es wird dann

$$\dot{\Delta}(t_0) = a_1 \quad \text{und} \quad \ddot{\Delta}(t_0) = 2 a_2.$$

Ebenso werden aus einer empirischen Potenzreihe zweiten Grades für die  $M$ -Werte um den Zeitpunkt  $t_0$  die Ableitungen  $\dot{M}'$  und  $\ddot{M}'$  (zunächst unkorrigiert, dann in iterativen Verfahren korrigiert) berechnet. Schließlich erhält man durch Einsetzen in (18), (19) und (20) ein lineares Gleichungssystem, mit dem  $\Omega_0$ ,  $I(t_0)$  und  $\dot{I}(t_0)$  berechnet werden. Für  $t_0$  wird im allgemeinen der Zeitpunkt der größten Annäherung

des Satelliten gewählt. Mit  $\Omega_0$  sind auch alle  $\Omega_i = \Omega_0 + \Delta_i$  bekannt, die weitere Auswertung zur Ermittlung von  $I(t)$  erfordert nur eine einfache Anwendung von (18). Voraussetzung für die Zuverlässigkeit des *Kölner Verfahrens* ist, daß sich die Beobachtungen einer Potenzreihe zweiten Grades in einem Intervall um  $t_0$  von ein bis zwei Minuten Länge gut anpassen.

Im *Grazer* und *Lindauer Verfahren* wird im Intervall zwischen zwei Zeitpunkten  $t_a$  und  $t_b$   $\dot{I} = 0$  gesetzt. Man erhält dann aus (7)

$$I(t_c) = \frac{1}{C_F} \left( \frac{\Omega(t_b) - \Omega(t_a)}{M(t_b) - M(t_a)} \right) \tag{21}$$

wobei

$$t_c = \frac{t_a + t_b}{2}$$

gesetzt wird (d. h. man ordnet  $I$  jeweils der Mitte des Auswertintervalls  $(t_a, t_b)$  zu). Im *Lindauer Verfahren* werden als  $t_a$  und  $t_b$  die Zeitpunkte zweier aufeinander folgender Minima genommen, also  $t_a = t_i, t_b = t_{i+1}$ , dann ist die Differenz der Drehwinkel nach den oben angeführten Vereinbarungen  $\Omega(t_b) - \Omega(t_a) = \pm \pi$  (das Vorzeichen ist so zu wählen, daß  $I > 0$ ).

Im *Grazer Verfahren* wird mit den abgelesenen Minimazeitpunkten  $t_i$  die Funktion  $\Delta I(t)$  gezeichnet (wobei ein graphischer Ausgleich der Schwankungen der Minimazeitpunkte durchgeführt wird). Zu einer Folge von vorgegebenen Zeitpunkten  $\langle t_k \rangle$ , wobei  $(t_k - t_{k+1})$  konstant ist (im Beispiel Abb. 3 gleich  $1/4$  Minute), wird  $\Omega(t_b) - \Omega(t_a)$  aus der  $\Delta I - t$ -Kurve abgelesen, wobei  $t_b = t_{k+1}, t_a = t_{k-1}$  und  $t_c = t_k$ . Man erhält dann zu jedem  $t_k$  einen Elektroneninhaltswert.

### 3.212 2-F-Methode

Stehen zwei Satellitensignale mit kleinem Frequenzunterschied zur Verfügung, dann kann der Elektroneninhalt ohne einschränkende Annahmen bestimmt werden, da das in (18) unbekanntes  $\Omega_0$  mit Hilfe der Faraday-Registrierungen des zweiten Signals bestimmt werden kann. Ein geeignetes Zwei-Frequenzen-Verfahren kann darüber hinaus alle angeführten Einschränkungen der Ein-Frequenz-Verfahren vermeiden. Setzt man (7) für die beiden Signalfrequenzen  $f_1$  und  $f_2$  getrennt an und subtrahiert die Gleichungen, so erhält man

$$\Delta\Omega = \Omega(f_1) - \Omega(f_2) = \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_1^2 f_2^2} K_F M I = C_{F2} M I \tag{22}$$

Das 40-MHz-Signal des Explorer 22 erfährt also stets eine größere Faraday-Drehung als das 41-MHz-Signal.

Zur Bestimmung von  $\Delta\Omega$  aus den Faraday-Registrierungen wird  $\Delta\Omega = (n + \kappa) \pi$  gesetzt, wobei  $n = 0, 1, 2 \dots$  und  $0 \leq \kappa < 1$ .  $n$  und  $\kappa$  werden getrennt ermittelt: Aus der Registrierung erhält man wieder Minimazeitpunkte (Folgen  $\langle t_i \rangle$  und  $\langle t_j \rangle$ ) und zugehörige Winkelwerte (Folgen  $\langle \Lambda_i \rangle$  und  $\langle \Lambda_j \rangle$ ); der Index  $i$  wird immer auf das 40-MHz-Signal bezogen, der Index  $j$  auf das 41-MHz-Signal). Der Einfachheit halber wird angenommen, daß die Folgen  $\langle \Lambda_i \rangle$  und  $\langle \Lambda_j \rangle$  im betrachteten Intervall streng monoton sind. Es sei  $t_i$  der Zeitpunkt eines Minimums der 40-MHz-Registrierung und  $t_{i+1}$  der Zeitpunkt des in Richtung zu südlichen Satellitenpositionen folgenden Minimums derselben Registrierung,  $t_j$  der Zeitpunkt eines Minimums der 41-MHz-Registrierung, wobei  $t_j$  im Intervall  $(t_i, t_{i+1})$  liegen oder gleich  $t_i$  sein soll. Dann ist in guter Näherung

$$\kappa = \frac{t_j - t_i}{t_{i+1} - t_i} \quad (23)$$

Diese Beziehung ist streng gültig, wenn im Intervall  $(t_i, t_{i+1})$   $\ddot{\Sigma} = 0$  und  $\ddot{\Omega} = 0$ .

Zur Bestimmung von  $n$  wird (22) herangezogen: für Satellitenpositionen nördlich der Empfangsstation nimmt  $M$  beliebig kleine Werte an, so daß ein Bereich mit  $n = 0$  gefunden werden kann (bei  $M = 0,1 \Gamma$  gilt z. B.  $n = 0$ , wenn  $I < 44,2 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-2}$ ). Ist eine Auswertung bei genügend nördlichen Satellitenpositionen nicht möglich, dann kann im nördlichsten auswertbaren Bereich  $n$  bestimmt werden, wenn man zuvor  $I$  mit Hilfe der Einfrequenzmethode ermittelt. Erfahrungsgemäß kann so für einen sehr großen Anteil aller Registrierungen  $n$  zunächst für ein Zeitintervall festgelegt werden. Die Bestimmung von  $n$  für alle anderen Bereiche der Registrierung bringt keine prinzipiellen Schwierigkeiten mehr, da z. B. durch Vergleich der  $\Lambda(t)$ -Funktionen für 40 und 41 MHz festzustellen ist, wo die Sprungstellen für  $n$  liegen, so daß der auswertbare Teil der Registrierung von nördlichen Satellitenpositionen aus in Gebiete mit steigendem  $n$  eingeteilt werden kann. Bei einer Auswertung mit graphischen Hilfsmitteln ist dies auf einfache Weise durch Vergleich der  $\Lambda - t$ -Kurven möglich (*Grazer Verfahren*), während bei der Programmierung einer Maschinenauswertung ein erheblicher Aufwand notwendig wird. Auf Einzelheiten soll hier nicht eingegangen werden, da keine Unterschiede in den Resultaten auftreten können, wenn bei Mehrdeutigkeiten die entsprechende Registrierung als „nicht auswertbar“ ausgeschieden wird.

Bei der Bestimmung von  $\kappa$  wird im *Lindauer Verfahren* (23) direkt benützt. Im *Kölner Verfahren* wird in Anlehnung an Erfahrungen in Graz ein gemeinsamer Ausgleich der Folgen  $\langle t_i \rangle$  und  $\langle t_j \rangle$  vorgenommen: dazu werden die Zeitabstände zweier Minima der 41-MHz-Spur in der Umgebung der Auswerte-Zeitpunkte im Verhältnis  $(40/41)^2$  verkürzt. (Folge  $\langle t_j' \rangle$ ). Die so entstandenen neuen Wertepaare  $(t_j', \Lambda_j)$  werden durch ein Ausgleichsverfahren zusammen mit den Wertepaaren  $(t_i, \Lambda_i)$  zu einer Potenzreihe zweiten Grades verarbeitet, die eine Bestimmung von  $\kappa$  erlaubt. Ein derartiger Ausgleich verhindert zufällige Schwankungen der berechneten Elektroneninhaltswerte durch Ablesefehler und durch Näherungsfehler von (22).

In Graz wird ein ähnliches Ausgleichsverfahren auf graphischer Grundlage für die Routine-Auswertung benützt [BURKARD]. Soll eine Registrierung aber vollständig ausgewertet werden, dann kann man ein günstigeres Ausgleichsverfahren verwenden: Man geht von den (schon für die Ermittlung von  $n$  benötigten)  $\Delta - t$ -Kurven aus. Die Differenz der Drehwinkel ist mit der größten Genauigkeit an den Sprungstellen von  $n$  zu ermitteln: da die beiden Signale von einer gemeinsamen Antenne abgestrahlt und von einer gemeinsamen Antenne empfangen werden, ist an den Sprungstellen von  $n$  die Differenz der Drehwinkel notwendig genau ein Vielfaches von  $\pi$ , unabhängig von  $\ddot{\Sigma}$  und  $\ddot{\Omega}$ . Die Sprungstellen von  $n$  lassen sich mit großer Genauigkeit feststellen. Den Ausgleich führt man durch, indem neue Wertepaare  $(t_j, \Delta_j^*)$  nach der Vorschrift  $\Delta_j^* = k\pi + a_j \Delta_j$  in die Zeichnung so eingetragen werden, daß sich durch die Punkte  $(t_j, \Delta_j^*)$  und  $(t_i, \Delta_i)$  eine gemeinsame Ausgleichskurve legen läßt, die die Sprungstellen von  $n$  enthält.  $k$  ist eine ganze Zahl; bei richtiger „Zuordnung“ der  $\Delta - t$ -Kurven wird  $k = 0$  [SCHÖDEL 1966]. Der „Maßstabsfaktor“  $a$  nimmt am häufigsten den Wert  $(41/40)^2 \doteq 1,05$  an (in Strenge dort, wo  $\ddot{\Sigma} = 0$ ). Er wird für mindestens sechs aufeinanderfolgende Punkte konstant gehalten und dann, wenn nötig, in Schritten von 0,01 Einheiten vergrößert oder verkleinert. Die Ausgleichskurve gestattet dann die Ermittlung von  $\Delta\Omega$  zu jedem beliebigen Zeitpunkt auf  $\pm 0,01 \pi$  genau: Zu jedem  $\Delta_j^*$  gehört ein auf der Ausgleichskurve liegender Punkt  $(t_j^*, \Delta_j^*)$ . Die Punkte  $(t_j^*, \Delta_j)$  sind Werte der ausgeglichenen Funktion  $\Delta(t)$  für 41 MHz, die Ausgleichskurve selbst ist die ausgeglichene Funktion  $\Delta(t)$  für 40 MHz. Da  $\Sigma(40 \text{ MHz}) \equiv \Sigma(41 \text{ MHz})$ , gibt der Abstand der Kurven bei richtiger „Zuordnung“ direkt  $\Delta\Omega$ . Einfacher und genauer ist die Verwendung des „Maßstabsfaktors“: es gilt für alle  $j$ :  $(\Delta\Omega)_j - (\Delta\Omega)_{j-1} = a_j - 1$ . Ist  $\Delta\Omega$  für einen bestimmten Zeitpunkt  $t_1$  aus  $\langle t_j \rangle$  festgelegt (was in der Umgebung einer Sprungstelle von  $n$  sehr einfach durchzuführen ist), kann mit dieser Vorschrift  $\Delta\Omega$  für alle anderen (ausgeglichenen) Minimazeitpunkte der 41-MHz-Spur gefunden werden. Durch Interpolation erhält man  $\Delta\Omega$  zu jedem beliebigen Zeitpunkt.

Es sei ausdrücklich betont, daß dieses Verfahren nicht an die Bedingung streng monotoner  $\langle \Delta_i \rangle$  und  $\langle \Delta_j \rangle$  gebunden ist. Die Behandlung dieser Fälle würde aber zu weit führen. Überdies sind Gebiete der Registrierung, für die  $\langle \Delta_i \rangle$  und  $\langle \Delta_j \rangle$  nicht streng monoton sind, im allgemeinen schon bei der Ablesung der Minimazeitpunkte zu erkennen. Die Registrierung könnte dann auch stückweise außerhalb dieser Gebiete ausgewertet werden.

### 3.22 Differenz-Doppler-Effekt

#### 3.221 D-D-Methode

Der Registrierung sind die zur Folge  $\langle t_k \rangle$  von Ableszeitpunkten gehörenden Werte  $\langle \Psi_k \rangle$  zu entnehmen. Dabei gilt folgender Zusammenhang:

$$\Phi = \Psi + \Phi_0 = C_D D I \quad (24)$$

Die der Registrierung zu entnehmende Information allein ist also wieder zur Bestimmung des Elektroneninhalts nicht ausreichend. Differenziert man  $\Phi$  nach der Zeit, so wird

$$\dot{\Phi} = \dot{\Psi} = C_D (\dot{D} I + \dot{I} D) \tag{25}$$

Hier besteht Analogie zum Faraday-Effekt an einem einzelnen Signal: Die Auswertung erfordert eine Annahme über  $\dot{I}$  (oder eine höhere zeitliche Ableitung von  $I$ ) in der Umgebung eines Auswertzeitpunktes. Es wäre also eine Übernahme der 1-F-Verfahren möglich. Während die Funktion  $M = M(t)$  von nördlichen zu südlichen Satellitenpositionen monoton wächst, hat die Funktion  $D = D(t)$  ein Minimum in der Nähe des der Beobachtungsstation nächsten Bahnpunktes (der PCA genannt wird). Zu einem  $D$ -Wert größer als  $D_{\min}$  gibt es also immer zwei Zeitpunkte. Wählt man diese ( $t_a$  und  $t_b$ ) so aus, daß  $|(t_b - t_a)|$  möglichst groß wird, dann kann man eine mittlere zeitliche Änderung  $\bar{I}$  des Elektroneninhalts folgendermaßen erhalten: Da  $D_a = D_b$  wird

$$\Phi_a - \Phi_b = \Psi_a - \Psi_b = C_D D_a (I_a - I_b),$$

$$\bar{I} = \frac{I_a - I_b}{t_a - t_b} = \frac{\Psi_a - \Psi_b}{C_D D_a (t_a - t_b)}$$

Mit  $\bar{I}$  erhält man zu jedem  $t_k$  aus (24) und (25) eine genäherte erste Ableitung von  $\Psi$

$$\dot{\Psi}_k^* = C_D D_k \bar{I} + \frac{\dot{D}_k}{D_k} (\Psi_k + \Phi_0)$$

$\Phi_0$  ist hierin noch unbekannt. Es wird mit Hilfe der Bedingung gefunden

$$\left[ \sum_k (\dot{\Psi}_k - \dot{\Psi}_k^*)^2 \right] \rightarrow \text{Minimum}$$

Die Folge  $\langle \dot{\Psi}_k \rangle$  kann mit  $\langle t_k \rangle$  und  $\langle \Psi_k \rangle$  leicht berechnet werden.

Mit dem so gewonnenen  $\Phi_0$  wird zu jedem  $t_k$  der Elektroneninhalt aus (24) bestimmt. Diese Werte dienen zunächst in einem iterativen Verfahren zur Ermittlung des (korrigierten)  $D'$ , womit man in Wiederholung des angegebenen Verfahrens ein neues (geringfügig verändertes)  $\Phi_0$  erhält, das schließlich zur Bestimmung des Elektroneninhalts nach (24) verwendet wird.

### 3.222 F-D-Methode

Durch Kombination der 1-F- und der D-D-Methode können die fehlenden Informationen über  $\Omega_0$  und  $\Phi_0$  bei Verwendung von Meßdaten für zwei Zeitpunkte ohne



einschränkende Annahmen erhalten werden [DE MENDONÇA und GARRIOTT]. Im Lindauer *F-D-Verfahren* wird diese Methode noch dadurch verbessert, daß durch Verwendung von mehr als zwei Meßpunkten ein Ausgleich der Werte durchgeführt und die Korrektur nach Ross berücksichtigt wird.

Aus der Differenz-Doppler-Registrierung hat man die Folgen  $\langle t_k \rangle$  und  $\langle \Psi_k \rangle$ , aus der Faraday-Registrierung die Folgen  $\langle t_i \rangle$  und  $\langle \Delta_i \rangle$  erhalten, wobei i. a.  $k \neq i$  (über die zur Bestimmung von  $\langle \Delta_i \rangle$  notwendigen Annahmen siehe unter 3.211). Da man die  $\Psi$ - und  $\Delta$ -Werte zu denselben Zeitpunkten  $t_k$  braucht, wird aus  $\langle \Delta_i \rangle$  durch quadratische Interpolation  $\langle \Delta_k \rangle$  gebildet.

Die „korrigierten“ Faktoren  $M'$  und  $D'$  können folgendermaßen geschrieben werden:

$$M' = M(1 + 1/2 B) = M^*(1 + m I)$$

und

$$D' = D(1 + S + T) = D^*(1 + d I),$$

damit wird nach (18) und (24) für den Zeitpunkt  $t_k$

$$\Omega_k = \Omega_0 + \Delta_k = C_F M_k^* (1 + m_k I_k) I_k = C_F M_k^* I_k + C_F M_k^* m_k I_k^2$$

$$\Phi_k = \Phi_0 + \Psi_k = C_D D_k^* (1 + d_k I_k) I_k = C_D D_k^* I_k + C_D D_k^* d_k I_k^2$$

Durch Eliminieren von  $I$  und  $I^2$  erhält man eine in  $\Omega_0$  und  $\Phi_0$  quadratische Gleichung. Macht man diesen Ansatz für zwei Zeitpunkte  $t_a$  und  $t_b$ , so können  $\Omega_0$  und  $\Phi_0$  bestimmt werden. Sollen aber alle Meßwerte berücksichtigt werden, so geht man folgendermaßen vor: Mit einem geeigneten Ausgangswert für  $\Phi_0$  wird zu jedem  $t_k$  ein  $\Omega_{0,k}$  berechnet, dann der Mittelwert aus diesen  $\Omega_{0,k}$  gebildet:

$$\bar{\Omega}_0 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \Omega_{0,k}$$

Schließlich variiert man  $\Phi_0$  so lange, bis

$$\sum_{k=1}^n (\Omega_{0,k} - \bar{\Omega}_0)^2$$

ein Minimum wird.

Hat man so  $\Phi_0$  gefunden, dann folgt  $I$  für alle Auswertzeitpunkte durch Anwendung von Gl. (24).

#### 4. Ergebnisse der vergleichenden Auswertung

Um den angestrebten Stationenvergleich durchführen zu können, muß jedem Auswertzeitpunkt ein Ort auf der Erdoberfläche zugeschrieben werden. Dieser Ort soll die Projektion des ionosphärischen Punktes  $P$  auf die Erdoberfläche sein ( $P'$  mit den geogr. Koordinaten  $\varphi_P, \lambda_P$ ). Für Graz und Lindau erhält man zu jedem Satellitenvorübergang je eine Ortskurve, auf der die einzelnen  $P'$  liegen (siehe Abb. 1). Da sich die Ortskurven nicht schneiden oder überdecken, ist ein Vergleich der Elektroneninhaltswerte für zwei Beobachtungsstationen mit der Zuordnung  $I - P'$  allein nicht möglich. Man kann im Falle von Graz und Lindau bei zenitnahen Vorübergängen des Satelliten jedoch eine eventuelle Längenabhängigkeit des Elektroneninhalts vernachlässigen, falls man sich auf Beobachtungszeiten nach Sonnenaufgang und vor Sonnenuntergang beschränkt. Dann können zur selben geographischen Breite  $\varphi_P$  gehörende Elektroneninhaltswerte aus der Lindauer und aus der Grazer Registrierung eines Satellitenvorübergangs miteinander verglichen werden. Als zenitnah sollen solche Vorübergänge des Explorer 22 angesehen werden, deren jeweils nächstgelegene Bahnpunkte (PCA genannt, siehe Abb. 1) von der zugehörigen Beobachtungsstation unter einer Zenitdistanz  $\zeta < 20^\circ$  gesehen werden. Dies ist nur bei Nord-Süd-Vorübergängen zu erfüllen. Die Längenverschiebung zwischen den  $P'$ -Kurven für Graz und Lindau beträgt dann weniger als  $5^\circ$ .

Es wurden fünf Satellitenvorübergänge ausgewählt, zu denen ungestörte und möglichst vollständige Faraday-Registrierungen an beiden Stationen und ungestörte Differenz-Doppler-Registrierungen in Lindau durchgeführt worden waren und die obigen Bedingungen erfüllten. Sonst erfolgte die Auswahl willkürlich. Tab. 4 (s. S. 398) enthält charakteristische Angaben für diese fünf Vorübergänge.

Die Auswertungen wurden ohne Rücksicht auf Zuverlässigkeits- und Gültigkeitsbetrachtungen so weit wie möglich nach Süden und Norden ausgedehnt und dabei alle Faraday-Verfahren auf alle Registrierungen beider Stationen angewandt. Für jeden der fünf Vorübergänge ergaben sich also sechs Folgen von Wertepaaren ( $\varphi_P, I$ ) nach der 1-F-Methode und sechs Folgen von Wertepaaren nach der 2-F-Methode. Der Vergleich erfolgte graphisch durch Eintragung der sechs Folgen einer Methode in eine Zeichnung. Vier der fünf Vergleichsdarstellungen für die 2-F-Methode zeigt Abb. 2a und b (s. S. 400/401), ein Beispiel für die 1-F-Methode Abb. 3 (s. S. 402) Abszisse ist die Breite der ionosphärischen Punkte  $\varphi_P$ , Ordinate der Elektroneninhalt in  $10^{16} \text{ m}^{-2}$ . Durch vertikale Striche auf der Abszisse sind die Punkte markiert, für die die Zenitdistanz des Satelliten  $40^\circ$  (langer Strich) und  $60^\circ$  (kurzer Strich) betrug. Für Lindau wurden strichlierte Marken und für Graz durchgezogene verwendet. Werte aus den Grazer Registrierungen sind mit GR gekennzeichnet, solche aus den Lindauer mit LI. Die Ergebnisse des Grazer Auswertverfahrens wurden durchgezogen eingezeichnet, die des Kölner Verfahrens strichpunktirt und die des Lindauer Verfahrens strichliert. In Abb. 3 sind außerdem punktiert die Ergebnisse der Lindauer Differenz-Doppler-Auswertung eingetragen.

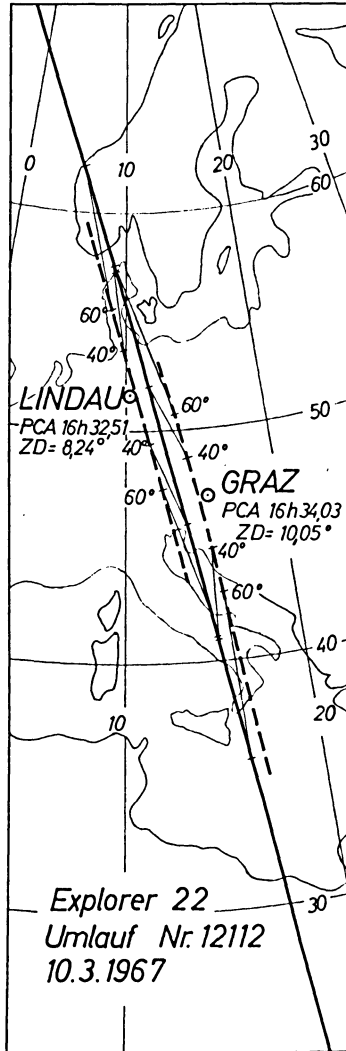


Abb. 1: Beispiel für den Verlauf einer für Graz und Lindau zenitnahen Bahn des Explorer 22: Bahnprojektion (durchgezogen) und Ortskurven der ionosphärischen Punkte ( $h_m = 300$  km) für Graz und Lindau (strichliert). Projektionen der ionosphärischen Punkte mit zugehörigen Zenitdistanzen von  $40^\circ$  und  $60^\circ$  sind durch Querstriche markiert. Angeschrieben sind ferner Zeitpunkte (PCA) und Zenitdistanzen (ZD) der ortsnächsten Punkte.

Example for a trajectory of Explorer 22 which has small zenith distances with respect to Graz and Lindau. Trajectory-projection (full lines) and loci of subionospheric points ( $h_m = 300$  km) for Graz and Lindau (dashed). Subionospheric points with corresponding zenith distances of  $40^\circ$  and  $60^\circ$  are marked by transverse dashes. Times (PCA) and zenith distances (ZD) of the points of closest approach are also indicated.

Tabelle 4: Lage und Zeitpunkt der ortsnächsten Bahnpunkte (PCA) der Vergleichsumläufe des Explorer 22 für Graz und Lindau.

Zeile a: Geographische Koordinaten der zugehörigen Satellitenposition

Zeile b: Geographische Koordinaten der zugehörigen ionosphärischen Punkte ( $h_m = 300$  km).Kritische Frequenzen  $f_0F_2$  zum Zeitpunkt der ortsnächsten Bahnpunkte aus Grazer und Lindauer Ionogrammen (interpoliert).

Umlauf Nr.	Zeile	Datum (1967)	Stunde (GMT)	Graz (47,08 °N; 15,45 °E)					Lindau (51,62 °N; 10,09 °E)						
				Min.	Zenitdistanz	Breite [°N]	Länge [°E]	Höhe [km]	Min.	Zenitdistanz	Breite [°N]	Länge [°E]	Höhe [km]		
11948	a	26. 2.	18	6,31	2,0°	46,93°	15,09°	911	4,79	15,8°	52,07°	13,20°	909	5,7	6,25
	b					46,90°	15,32°		41,71		51,67°	11,20°			
11989	a	1. 3.	17	43,23	4,0°	46,89°	14,71°	918	41,71	14,0°	52,01°	12,83°	915	6,7	8,45
	b					46,89°	15,18°		32,51		51,65°	11,07°			
12112	a	10. 3.	16	34,03	10,1°	46,76°	13,54°	947	32,51	8,2°	51,84°	11,70°	950	8,7	9,70
	b					46,84°	14,78°		37,22		51,58°	10,65°			
12317	a	25. 3.	14	38,74	18,8°	46,55°	11,62°	1008	37,22	1,4°	51,56°	9,83°	1002	9,1	10,20
	b					46,79°	14,18°		28,85		51,48°	10,00°			
13123	a	23. 5.	6	30,39	14,0°	46,43°	12,65°	1029	28,85	3,4°	51,49°	10,86°	1039	—	7,90
	b					46,75°	14,54°				51,45°	10,34°			

Betrachtet man Abb. 2, so sind folgende Merkmale leicht zu erkennen: Man kann jeweils einen „mittleren“ Bereich abgrenzen, in dem die Ergebnisse aller Verfahren sehr gut übereinstimmen. Es sind dies die Registrierungsteile mit Zenitdistanzen bis etwa  $40^\circ$  im Norden und bis etwa  $60^\circ$  im Süden der Empfangsstationen. Daran schließen sich jeweils ein nördlicher und ein südlicher Teil an. In diesen beiden Bereichen wird die Übereinstimmung der Resultate mit steigender Zenitdistanz immer schlechter. Es fällt auf, daß sich in allen Bereichen (mit Ausnahme der nördlichsten Werte für Umlauf Nr. 11948) die Grazer und Kölner Ergebnisse nur geringfügig unterscheiden: da die verwendeten  $M$ -Werte bei beiden Verfahren dieselben waren, kann diese Übereinstimmung als Anzeichen dafür angesehen werden, daß die verschiedene Art der Datenbehandlung (graphisches Verfahren in Graz, Rechenmaschinenprogramm in Köln) sehr ähnliche Wirkungen haben. Im mittleren Bereich streuen die Lindauer Ergebnisse um die mit den beiden anderen Verfahren gewonnenen, die auftretenden Schwankungen kommen durch den fehlenden Ausgleich der Meßwerte zustande. Im nördlichen Bereich bleiben die Lindauer Ergebnisse deutlich kleiner und im südlichen Bereich deutlich größer als die der anderen Verfahren: dies ist die Auswirkung des Fehlens der Korrektur nach Ross. Daß die mit korrigierten  $M$ -Werten gewonnenen Resultate nicht immer „besser“ sein müssen, zeigt Umlauf Nr. 13123, wo im Norden die Lindauer Ergebnisse für die Grazer Registrierung von den Resultaten der eigenen Station bestätigt werden.

Die Ergebnisse der 1-F-Methode zeigen hingegen ein ganz anderes Verhalten. Aus Abb. 3 ist leicht zu erkennen, welche Differenzen bei dieser Methode auftreten können, wenn man verschiedene Auswerteverfahren verwendet: In Lindau und Graz wird kein zentraler Wert für den gesamten Drehwinkel festgelegt, die Ergebnisse schwanken außerordentlich stark, besonders beim Lindauer Verfahren, das auch keinen Ausgleich der Beobachtungswerte vornimmt. Erst die Festlegung eines zentralen Wertes  $\Omega_0$  ergibt einen glatten Verlauf (Kölner Verfahren).

Die beiden anderen Verfahren reichen zwar aus, die richtige „Zuordnung“ der Registrierspuren bei der 2-F-Auswertung zu überprüfen — sie werden normalerweise auch nur dazu verwendet — sind aber nicht geeignet, ein Bild vom Verlauf des Elektroneninhalts als Funktion einer anderen Größe zu vermitteln.

1-F-Werte, die ähnlich den beschriebenen Grazer und Lindauer Verfahren gewonnen wurden, sind also von vornherein ziemlich unzuverlässig, selbst dann, wenn nur ein Wert pro Registrierung ermittelt werden sollte [siehe dazu auch GARRIOTT und DE MENDONÇA; RAO und YEH].

Nach Art des Kölner Verfahrens kann man genauere Werte gewinnen. Es ist aber dabei zu beachten, daß trotzdem der relative Fehler im Elektroneninhalt wesentlich höher anzusetzen ist, als bei Ergebnissen der 2-F-Methode. Dies dürfte vor allem durch die bei jedem 1-F-Verfahren notwendigen zusätzlichen Annahmen (insbesondere daß  $\dot{\Sigma} = 0$ ) bewirkt werden. Tab. 5 (s. S. 403) gibt zu verschiedenen Zenitdistanzen einen Vergleich zwischen Werten aus dem Kölner 1-F- und dem Kölner 2-F-Verfahren, sowie die relative Abweichung  $v_I = \frac{I_{1-F} - I_{2-F}}{I_{2-F}}$  in %. Diese wird im allgemeinen

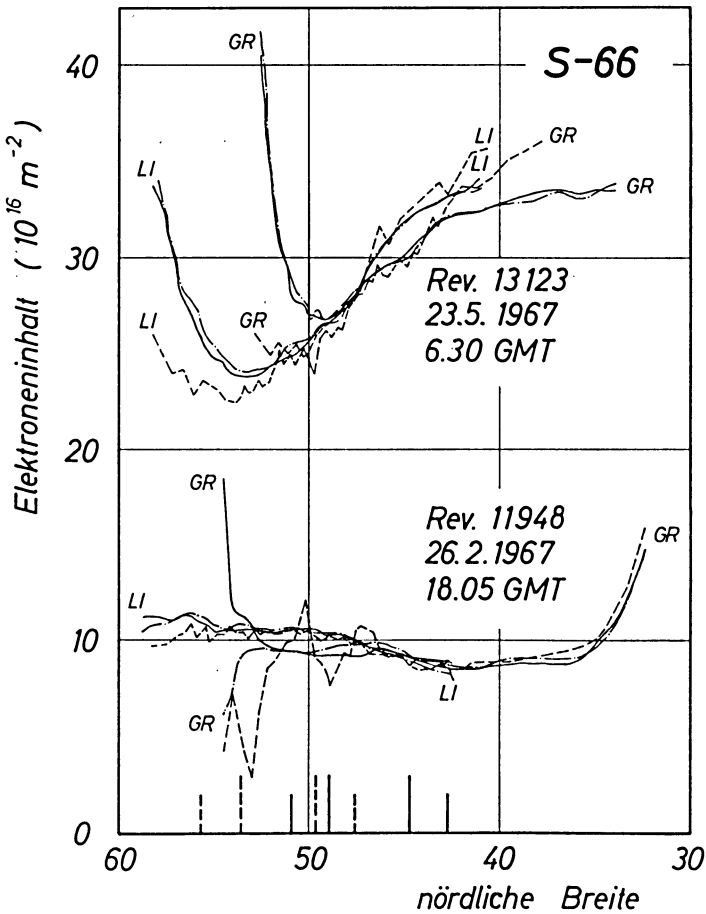


Abb. 2a.

Abb. 2a und b: Elektroneninhalt in Abhängigkeit von der Breite der ionosphärischen Punkte (300 km) für vier Vergleichsumläufe des Explorer 22. Ergebnisse aus den Grazer (GR) und Lindauer (LI) Registrierungen auf 40 und 41 MHz nach der Zwei-Frequenzen-Methode (2-F) (— : Grazer, - · - · : Kölner, - - - : Lindauer Verfahren). Auf der Abszisse sind die Bereiche mit Zenitdistanzen des Satelliten bis 40° (lange Striche) und 60° (kurze Striche) für Graz (durchgezogen) und Lindau (strichliert) bezeichnet.

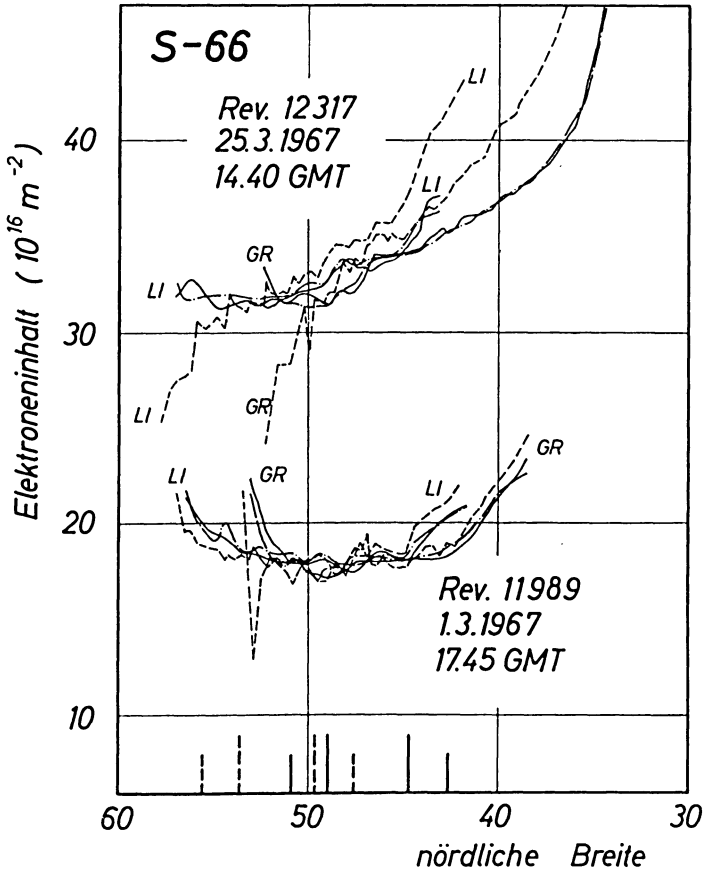


Abb. 2b.

Electron content versus latitude of ionospheric points (300 km) for four passes of Explorer 22. Results derived by the Two-Frequencies-Method (2-F) from the records made at Graz (GR) and Lindau (LI) on 40 and 41 MHz.

Evaluation processes: Graz ———, Köln - · - ·, Lindau - - - . On the abscissa those ranges are marked for which the zenith distances were less than  $40^\circ$  (long dashes) and  $60^\circ$  (short dashes).

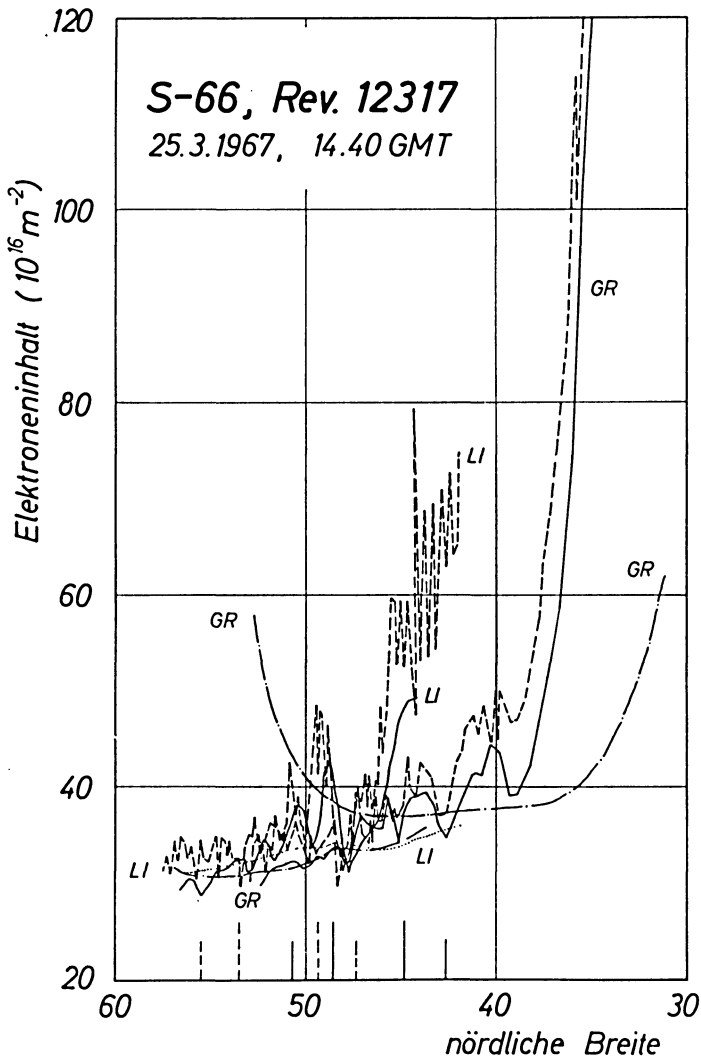


Abb. 3: Beispiel für Ergebnisse der Auswertungen nach der Ein-Frequenz-Methode (1-F): Elektroneninhalt in Abhängigkeit von der Breite der ionosphärischen Punkte (300 km) für Umlauf Nr. 12317. Zugrunde gelegt sind die Lindauer (LI) und Grazer (GR) Registrierungen auf 40 MHz.  
 (— : Grazer, - · - · : Kölner, - - - : Lindauer Verfahren).  
 Zusätzlich sind die Ergebnisse aus der Lindauer Differenz-Doppler-Auswertung eingetragen (· · · ·). — Abszissenmarkierung wie in Abb. 2.

Example for results of analysis using the Single-Frequency-Method (1-F): Electron content versus latitude of ionospheric points (300 km) for passage Nr. 12317 by using the observations at Lindau (LI) and Graz (GR) on 40 MHz. — Evaluation processes: Graz —, Köln - · - ·, Lindau - - -. — Results derived from the Difference-Doppler observations made at Lindau are presented too (· · · ·). — Abscissa marked as in Fig. 2.



Tabelle 5: Vergleich von Elektroneninhaltswerten (Einheit  $10^{16} \text{ m}^{-2}$ ) nach den Kölner 1-F- und 2-F-Auswertungen zu verschiedenen Zenitdistanzen des Explorer 22. Relative Abweichung  $v_I = (I_{1-F} - I_{2-F})/I_{2-F}$ .

Umlauf Nr.	Zenitdistanz	Lindau			Graz			
		$I_{1-F}$ [ $10^{16} \text{ m}^{-2}$ ]	$I_{2-F}$ [ $10^{16} \text{ m}^{-2}$ ]	$v_I$ [%]	$I_{1-F}$ [ $10^{16} \text{ m}^{-2}$ ]	$I_{2-F}$ [ $10^{16} \text{ m}^{-2}$ ]	$v_I$ [%]	
11948	60°	13,3	11,3	17,7	11,9	9,2	29,4	N   S
	40°	12,3	10,8	13,9	10,8	9,6	12,5	
	PCA	11,9	10,6	12,3	10,0	9,8	2,0	
	40°	11,6	10,4	11,5	9,2	9,1	1,1	
	60°	10,9	10,1	7,9	8,7	8,6	1,2	
	70°	10,0	9,2	8,7	8,6	8,5	1,2	
	70°	10,0	9,2	8,7	8,6	8,5	1,2	
11989	60°	17,8	19,8	-10,1	17,2	18,2	- 5,5	
	40°	17,3	18,3	- 5,5	17,9	17,6	- 4,0	
	PCA	17,2	18,2	- 5,5	16,8	18,1	- 7,2	
	40°	17,6	18,4	- 4,3	17,3	17,9	- 3,3	
	60°	17,0	16,3	4,3	17,9	18,5	- 3,2	
	70°	17,1	12,8	33,6	19,3	20,2	- 4,5	
	70°	17,1	12,8	33,6	19,3	20,2	- 4,5	
12317	60°	31,2	31,7	- 1,6	43,2	31,5	37,1	
	40°	31,1	31,8	- 2,2	38,8	31,8	22,0	
	PCA	31,6	31,8	- 0,6	37,2	33,6	10,7	
	40°	32,7	32,4	0,9	37,0	34,0	8,8	
	60°	33,4	33,5	- 0,3	37,2	35,3	5,4	
	70°	33,9	34,1	- 0,6	37,5	36,4	3,0	
	70°	33,9	34,1	- 0,6	37,5	36,4	3,0	
13123	60°	13,6	26,4	-48,4	41,5	28,2	47,2	
	40°	16,1	24,0	-30,3	34,6	27,1	27,3	
	PCA	19,2	25,2	-23,9	33,6	29,1	15,5	
	40°	22,0	26,4	-16,7	34,0	30,2	12,6	
	60°	25,0	28,5	-12,3	34,9	32,2	8,4	
	70°	27,9	31,5	-11,5	34,5	32,5	6,2	
	70°	27,9	31,5	-11,5	34,5	32,5	6,2	

von Norden nach Süden kleiner. Man kann hier einen Hinweis auf die Richtigkeit der Annahme über die Hauptursache der Abweichungen sehen, denn Fehler durch  $\dot{\Sigma} \neq 0$  wachsen mit dem Zeitabstand der Faraday-Minima [LEITINGER 1967], dieser nimmt von Süden nach Norden hin zu. Ein systematischer Zusammenhang von  $v_I$  mit der Zenitdistanz ist nicht zu erkennen.

Eine Überprüfung der 2-F-Werte der Lindauer Registrierung kann durch Vergleich mit den Ergebnissen der Differenz-Doppler-Aufzeichnung für diese Station erfolgen. Abb. 4 zeigt eine Darstellung der Resultate für die fünf Vergleichsumläufe. Eingetragen sind wieder Elektroneninhaltswerte in  $10^{16} \text{ m}^{-2}$  in Abhängigkeit von der Breite  $\varphi_P$ .

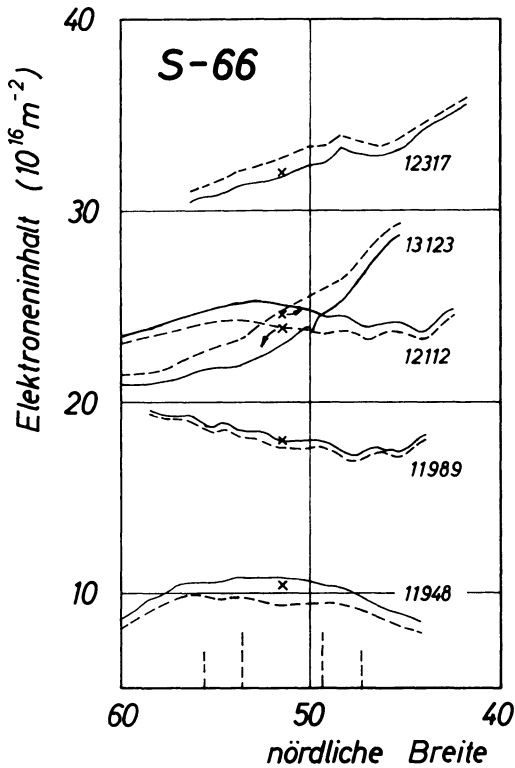


Abb. 4: Ergebnisse aus den Lindauer Differenz-Doppler-Registrierungen (40/360 MHz) für die fünf Vergleichsumläufe des Explorer 22. Elektroneninhalt in Abhängigkeit von der Breite der ionosphärischen Punkte (300 km). Ergebnisse der Auswertung nach dem Differenz-Doppler-Verfahren (D-D) (---) und nach dem Faraday-Doppler-Hybrid-Verfahren (F-D) (—). Werte für den ortsnächsten Punkt aus dem Lindauer Zweifrequenzen-Faraday-Verfahren (2-F) sind zusätzlich eingetragen (Kreuze). Abszissenmarkierung wie in Abb. 2.

Results derived from Difference-Doppler-observations (40/360 MHz) made at Lindau for five passes of Explorer 22. Electron content versus latitude of ionospheric points (300 km). Evaluation processes: Difference-Doppler (D-D) (---) and Faraday-Doppler-Hybrid (F-D) (—). Values for the point of closest approach from the analysis of Faraday observations at Lindau using the Two-Frequencies-Method (2-F) are presented too (crosses). Abscissa marked as in Fig. 2.

Die Ergebnisse der Auswertung nach der D-D-Methode sind strichliert, die nach der F-D-Methode durchgezogen eingezeichnet. Durch Kreuze sind zusätzlich die Werte für den PCA Lindau aus der 2-F-Auswertung (Lindauer Verfahren) angegeben. Man erkennt, daß der Verlauf der  $I - \varphi_P$ -Kurven sehr ähnlich ist. Die Verfahren unterscheiden sich eigentlich auch nur in der Festlegung eines Ausgangswertes, ist dieser gefunden, dann werden die Daten im wesentlichen gleich behandelt. Die 2-F-Werte für den PCA stimmen besser mit den entsprechenden F-D-Resultaten als mit den D-D-Werten überein.

Den Werten im nächstgelegenen Bahnpunkt kommt überhaupt eine besondere Bedeutung zu, da hier die kleinsten Fehlergrenzen anzusetzen sind. Tab. 6 faßt die PCA-Werte für die fünf Vergleichsumläufe zusammen. Um zu zeigen, daß hier auch die Wahl der Höhe  $h_m$  nicht besonders ins Gewicht fällt, wurden neben den Resultaten für  $h_m = 300$  km auch die Ergebnisse der Kölner Faraday- und Lindauer Differenz-Doppler-Auswertungen für  $h_m = 350$  km angegeben. Die Tabelle zeigt auch die gute Übereinstimmung zwischen den 2-F-Werten und den F-D-Werten für die nächstgelegenen Bahnpunkte.

Welche dieser Werte genauer sind, läßt sich schwer entscheiden, da Untersuchungen über Fehler, die beim F-D-Verfahren durch die Annahme  $\dot{\Sigma} = 0$  entstehen, nicht vorliegen. Es müßte auch überprüft werden, ob durch Hinzunahme der zweiten Faraday-Registrierung nicht noch eine (wenigstens theoretische) Verbesserung zu erreichen ist. Im praktischen Fall sind aber die PCA-Werte nach beiden Verfahren als durchaus gleichwertig anzusehen, zumindest bei zenitnahen Vorübergängen. Außerhalb des nächstgelegenen Bahnpunktes ist allerdings die F-D-Methode sicher zuverlässiger, vor allem bei nördlichen Satellitenpositionen.

Es ist aufschlußreich, die Abweichungen zwischen 2-F- und D-D-Werten noch auf andere Weise zu untersuchen. In Abb. 5 (s. S. 407) wurde eine „mittlere Abweichung“ in Abhängigkeit von  $\varphi_P$  dargestellt. Sie ist definiert als

$$v = \frac{\sum_1^n |I_{D-D} - I_{2-F}|}{\sum_1^n I_{D-D}} .$$

Von 40 °N bis 56 °N war  $n = 5$ , für 57 °N und 58 °N war  $n = 3$  (da hier nur Werte von drei Registrierungen zur Verfügung standen). Zugrunde gelegt wurden die Ergebnisse aus dem Kölner 2-F-Verfahren und dem Lindauer F-D-Verfahren für die Lindauer Registrierungen.

Die Darstellung läßt leicht erkennen, daß die Ergebnisse der beiden Verfahren im mittleren und südlichen Bereich durchaus vergleichbar sind (wenigstens im Mittel), daß aber die 2-F-Resultate im Norden sehr rasch unzuverlässig werden.

Tabelle 6: Elektroneninhalt (Einheit:  $10^{16} \text{ m}^{-2}$ ) nach verschiedenen Auswertverfahren und Meßmethoden zur Zeit des ortsnächsten Bahnpunktes des Explorers 22 für die Stationen Graz und Lindau.

Kennzeichnung der Auswertverfahren: G = Graz, K = Köln, L = Lindau;

Kennzeichnung der Meßmethoden: 1-F = Einfrequenz-Methode (40 MHz), 2-F = Zweifrequenz-Methode (40/41 MHz), D-D = Differenz-Doppler-Methode (40/360 MHz), F-D = Hybrid-Methode (Faraday- und Doppler-Effekt kombiniert). Bezugshöhen  $h_m$  (300 und 350 km) als Indizes.

Station	Umlauf		(1-F) <sub>300</sub>			(2-F) <sub>300</sub>			(D-D) <sub>300</sub>		(F-D) <sub>300</sub>		(1-F) <sub>350</sub>		(2-F) <sub>350</sub>		(F-D) <sub>350</sub>	
	Nr.		G	K	L	G	K	L	L	L	L	L	K	K	K	K	L	L
Graz	11948		7,9	10,0	7,8	9,5	9,8	10,6	—	—	—	—	—	10,7	10,0	—	—	—
	11989		16,7	16,8	19,4	18,0	18,1	19,4	—	—	—	—	—	17,6	18,5	—	—	—
	12112		22,6	17,6	23,3	24,2	24,5	24,9	—	—	—	—	—	18,7	25,0	—	—	—
	12317		36,1	37,2	35,0	33,4	33,6	34,6	—	—	—	—	—	39,8	34,3	—	—	—
	13123		33,3	33,6	32,7	28,9	29,1	28,7	—	—	—	—	—	35,1	29,7	—	—	—
Lindau	11948		11,4	11,9	11,5	10,6	10,6	10,5	9,4	10,8	12,8	10,8	10,8	12,8	10,8	11,1	11,1	11,1
	11989		17,5	17,2	18,4	18,0	18,2	18,1	17,6	18,1	17,9	18,5	18,5	17,9	18,5	18,5	18,5	18,5
	12112		23,5	24,8	24,5	24,7	24,8	24,6	23,9	25,1	26,6	25,2	25,2	26,6	25,2	25,2	25,2	25,2
	12317		23,7	31,6	33,8	31,8	31,8	32,0	32,9	31,7	33,8	32,4	32,4	33,8	32,4	33,2	33,2	33,2
	13123		27,4	19,2	26,5	24,7	25,2	23,9	24,7	22,9	20,2	25,6	25,6	20,2	25,6	25,6	25,6	25,6

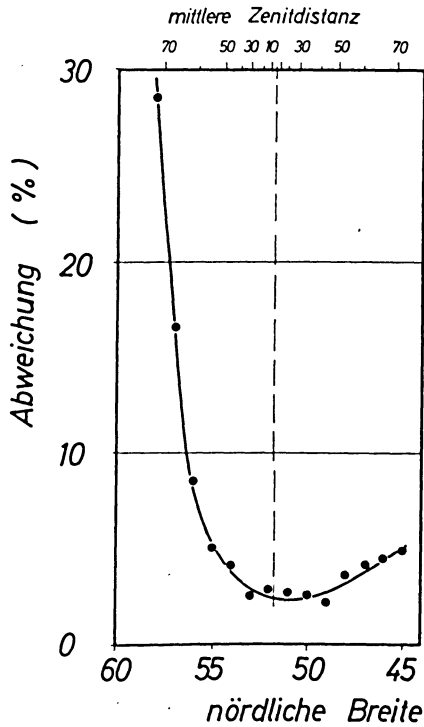


Abb. 5: Mittlere relative Abweichung der 2-F- von den D-D-Resultaten in Abhängigkeit von der Breite der ionosphärischen Punkte (300 km). Lindauer Registrierungen, Kölner 2-F- und Lindauer D-D-Verfahren. Obere Abszissenteilung: mittlere Zenitdistanzen des Explorer 22.

Mean relative deviation of 2-F-values from D-D-values versus latitude of ionospheric points (300 km). Records of the station Lindau; Köln process for the 2-F-analysis and Lindau process for the D-D-analysis. Upper abscissa division: mean zenith distances of Explorer 22.

Tabelle 7: Vergleich des Elektroneninhalts (Einheit:  $10^{16} \text{ m}^{-2}$ ) nach Beobachtungen des Explorer 22 an den Stationen Graz und Lindau auf der Breite der ionosphärischen Punkte ( $h_m = 300 \text{ km}$ ) für die ortsnächsten Bahnpunkte (PCA). Auswertung nach dem Kölner Verfahren, 2—F-Methode.

Umlauf Nr.	Station	Elektroneninhalt auf der Breite des PCA Lindau	Zenitdistanz	Elektroneninhalt auf der Breite des PCA Graz	Zenitdistanz
11948	Graz	9,5	64,3°	9,8	2,0°
	Lindau	10,6	15,8°	9,7	64,7°
11989	Graz	18,0	64,2°	18,1	4,0°
	Lindau	18,2	14,0°	18,0	64,5°
12112	Graz	23,4	64,2°	24,5	10,1°
	Lindau	24,8	8,2°	24,1	64,1°
12317	Graz	31,7	64,5°	33,6	18,8°
	Lindau	31,8	1,4°	33,7	63,4°
13123	Graz	30,5	63,8°	29,1	14,0°
	Lindau	25,2	3,4°	29,6	64,1°

Da den PCA-Werten die größte Genauigkeit zukommt, liegt es nahe, sie mit den Werten aus der Registrierung der zweiten Station für die Breite des PCA der ersten zu vergleichen. Dies ist in Tab. 7 geschehen. Herangezogen wurden Werte aus dem Kölner 2-F-Verfahren. Man erkennt, daß die Unterschiede im Elektroneninhalt auf der Breite der nächstgelegenen Bahnpunkte für Graz nur sehr gering sind, durchwegs kleiner als 2% der jeweiligen PCA-Werte. Auf der Breite des nächstgelegenen Bahnpunktes für die Station Lindau kommen hingegen größere Abweichungen vor, sie erreichen 21% des jeweiligen PCA-Wertes (Umlauf Nr. 13123). Dieser Unterschied ist verständlich, da der PCA für Lindau nördlich von Graz liegt und für Graz ionosphärische Punkte mit der Breite des PCA-Lindau unter Zenitdistanzen um 64° gesehen werden (siehe Spalte 4 der Tabelle). Diese Punkte liegen also bereits weit im nördlichen Bereich der Grazer Registrierungen und somit ist mit einem erheblichen Fehler zu rechnen.

## 5. Schlußbemerkungen

Der für Graz und Lindau mit mehreren verschiedenen Auswerteverfahren durchgeführte Stationsvergleich erlaubt folgende wichtige Aussagen:

1. Die verwendete Breitenzuordnung für die aus Faraday- oder Differenz-Doppler-Registrierungen gewonnenen Elektroneninhaltswerte ist bei zenitnahen Satellitenvorübergängen zumindest im Bereich  $\zeta \leq 40^\circ$  bei nördlichen und  $\zeta \leq 60^\circ$  bei südlichen Satellitenpositionen sinnvoll.

2. Bei Untersuchungen über die Breitenabhängigkeit des Elektroneninhalts sind nur Auswerteverfahren brauchbar, bei denen ein Ausgleich der Meßwerte durchgeführt

wird. Starke Schwankungen des Elektroneninhalts, die bei nicht-ausgleichenden Verfahren auftreten, werden teils durch die Art der Datenbehandlung, teils durch Ablesungsunsicherheiten verursacht. Hingegen sind kräftige, aber ausgeglichene Änderungen des Elektroneninhalts als real anzusehen.

3. Auch dann, wenn nur ein Elektroneninhaltswert pro Registrierung gewonnen werden soll (der im allgemeinen der Empfangsstation zugeschrieben wird), ist ein Ausgleichsverfahren zu empfehlen.

4. Elektroneninhaltswerte, für deren Ermittlung nur der Faraday-Effekt an einem Satellitensignal herangezogen wurde, sind als ziemlich unzuverlässig anzusehen. Die erreichbare Genauigkeit hängt auch sehr stark vom verwendeten Auswerteverfahren ab.

5. Zumindest in einzelnen Fällen ist es möglich, die Beobachtungen der Stationen Graz und Lindau so zu kombinieren, daß der von einer einzelnen Station erfaßte Breitenbereich erweitert wird.

6. Bei zenitnahen Vorübergängen des Explorer 22 ist der Bereich, in dem „zuverlässige“ Ergebnisse zu erwarten sind, mit  $\zeta = 40^\circ$  nach Norden und  $\zeta = 60^\circ$  nach Süden abzugrenzen. Innerhalb dieses Bereiches ist eine einfache Fehlerabschätzung ausreichend. Überschreitet man diesen Bereich, so ist eine Stützung durch Beobachtungen von anderen Stationen oder mit anderen Meßmethoden angebracht, will man nicht sehr große Fehlergrenzen ansetzen. Eine Überschreitung von  $\zeta = 60^\circ$  im Norden und  $\zeta = 75^\circ$  im Süden ist jedenfalls nicht mehr sinnvoll.

7. Die „Korrektur“ des erdmagnetisch-geometrischen Faktors  $M$  nach Ross ist sinnvoll und dürfte im allgemeinen eine Verbesserung der Werte im „mittleren“ und „südlichen“ Bereich mit sich bringen. Im „nördlichen“ Bereich werden die von der Korrektur nicht erfaßten Fehler meist so groß sein, daß die erreichte Verbesserung nicht ins Gewicht fällt.

### Anerkennung

Für die Unterstützung dieser Arbeit sei den Herren Prof. Dr. O. BURKARD, Vorstand des Instituts für Meteorologie und Geophysik der Universität Graz, Prof. Dr. W. DIEMINGER, Direktor des Max-Planck-Institutes für Aeronomie und Prof. Dr. H. K. PAETZOLD, Direktor des Instituts für Geophysik und Meteorologie der Universität zu Köln herzlich gedankt.

Die Messungen in Lindau wurden von dem Herrn Bundesminister für wissenschaftliche Forschung im Rahmen des Forschungsvorhabens WRK 125 gefördert.

Die Lindauer Auswertungen wurden mit Hilfe der elektronischen Rechenmaschine IBM 7040 in Göttingen, die Kölner mit Hilfe der Großrechenanlage IBM 7090/1410 der GMD Bonn durchgeführt.

Außer eigenen Programmen und Programmteilen wurde für Abschätzungen ein für Satellitenbeobachtungen abgeändertes Ray-Tracing-Programm nach KOPKA [KOPKA und MÖLLER] verwendet.

### Literatur

- BERTIN, F. und J. PAPET-LÉPINE: Erreurs dans les méthodes de détermination du contenu total d'électrons par la mesure de l'effet Faraday-Différentiel. *Ann. Géophys.* 24, 63—74, 1968
- BURKARD, O. M.: Beobachtungen des Elektroneninhalts mit dem Funkmeßsatelliten Explorer 22 (BE-B). *Ann. Géophys.* 24, 451—457, 1968
- DE MENDONÇA, F.: Ionospheric electron content and variations measured by Doppler shifts in satellite transmissions. *J. Geophys. Res.* 67, 2315—2337, 1962
- DE MENDONÇA, F. und O. K. GARRIOTT: Ionospheric electron content calculated by a hybrid Faraday-Doppler technique. *J. Atmosph. Terr. Phys.* 24, 317—320, 1962
- EBEL, A.: Der Einfluß von Ionosphärenmodellen auf die vereinfachte Bestimmung der integralen Elektronendichte aus der Faraday-Rotation. *Mitt. Institut Geophys. Meteor. Universität Köln*, Heft 4, 1966
- : Zeitliche Variation und Genauigkeit bei der Bestimmung der Höhenveränderlichkeit geomagnetischer Elemente, abgeleitet aus Normalfeldern für Mitteleuropa. *Z. Geophys.* 34, 87—97, 1968
- GARRIOTT, O. K.: The determination of ionospheric electron content and distribution from satellite observations. *J. Geophys. Res.* 65, 1139—1157, 1960
- GARRIOTT, O. K. und F. DE MENDONÇA: A comparison of methods used for obtaining electron content from satellite observations. *J. Geophys. Res.* 68, 4917—4927, 1963
- HARTMANN, G.: Bestimmung der Elektronendichte zwischen der Erdoberfläche und einem künstlichen Erdsatelliten mit Hilfe des Faraday-Effektes. *Arch. elektr. Übertr.* 19, 207—214, 1965
- : Der Faraday-Effekt der Ionosphäre und seine Abhängigkeit von der Eigenrotation des Satelliten sowie dessen Azimut- und Elevationswinkeländerungen. *Planet. Space Sci.* 14, 1057—1064, 1966
- : Die Amplitudenregistrierungen des Satelliten Explorer 22 unter besonderer Berücksichtigung der Effekte, die bei Elevationswinkeln kleiner als  $45^\circ$  auftreten. *Mitt. Max-Planck-Institut f. Aeronomie* 31, Berlin 1967
- KOPKA, H. und H. G. MÖLLER: Ray-Tracing-Rechenprogramm mit Berücksichtigung des Erdmagnetfeldes und beliebig wählbaren Ionosphärenmodellen. *Kleinheubacher Berichte* 11, 141—146, 1965
- LEITINGER, R.: Bestimmung des Elektroneninhalts der Ionosphäre durch Messung des Faraday-Effektes an Satellitensignalen. *Acta Physica Austriaca* 20, 202—206, 1965
- : Einflüsse der Satellitenbewegung auf den Faraday-Effekt. *Planet. Space Sci.* 15, 1313 bis 1328, 1967
- MAUERSBERGER, P.: Berechnung der Höhenabhängigkeit geomagnetischer Normalfelder. *Gerlands Beitr. Geophys.* 66, 46—57, 1957
- RAO, N. N. und K. C. YEH: Comparison of Faraday and Doppler methods of obtaining ionospheric electron content. *J. Geophys. Res.* 73, 2447—2458, 1968



- RATCLIFFE, J. A.: The magneto-ionic theory and its applications to the ionosphere. Cambridge: University press 1962
- RAWER, K. und K. SUCHY: Radio-observations of the ionosphere, F/I (Space research and terrestrial ionosphere/Phase methods) in: Handbuch d. Physik (Hg.: S. FLÜGGE), Bd. 49/2 (Geophysik III/2), 443—475, Berlin 1967
- ROSS, W. J.: Second order effects in high-frequency transionospheric propagation. J. Geophys. Res. 70, 597—612, 1965
- RÖSSIGER, M.: Das erdmagnetische Normalfeld der Vertikalintensität für Mitteleuropa 1941. 5. Beitr. angew. Geophys. 9, 121—128, 1942
- SCHMIDT, G.: Bestimmung des Elektroneninhalts zwischen der Erdoberfläche und einem künstlichen Erdsatelliten mit Hilfe des Differenz-Doppler-Effektes. Arch. elektr. Übertr. 20, 353—356, 1966
- SCHÖDEL, J. P.: Vergleich verschieden berechneter M-Werte und die Auswertung des Differenz-Faraday-Effektes. Kleinheubacher Berichte 11, 113—115, 1965
- : Bemerkungen zur Bestimmung des Elektroneninhalts der Ionosphäre aus dem Faraday-Effekt der Ionosphäre. Arch. elektr. Übertr. 20, 353—356, 1966
- WEBSTER, A. R.: Some geometrical considerations in Faraday rotation measurements. J. Atmosph. Terr. Phys. 29, 793—802, 1967
- YEH, K. C. und V. H. GONZALES: Note on the geometry of the earth magnetic field useful to Faraday effect experiments. J. Geophys. Res. 65, 3209—3214, 1960



# Grenzbeweglichkeiten und Auflösungsvermögen eines Ionenbeweglichkeitsspektrometers mit plattenförmigem Aspirationskondensator

Von J. EICHMEIER, München<sup>1)</sup>

Eingegangen am 7. November 1968

*Zusammenfassung:* Für verschiedene plattenförmige Aspirationskondensatorsysteme, insbesondere für das System mit einfach unterteilter Meßelektrode und Ioneneintrittsspalt, werden Formeln zur Berechnung der Grenzbeweglichkeiten bzw. des Auflösungsvermögens angegeben.

*Summary:* For different plane aspiration condenser systems, especially the system with single divided measuring electrode and ion gap, formula for the calculation of limit mobilities and resolving power are given.

## 1. Einleitung

In einer früheren Arbeit [EICHMEIER 1968] wurde gezeigt, daß sich das Auflösungsvermögen  $A$  eines zylinderförmigen Aspirationskondensatorsystems mit einfach unterteilter Innenelektrode und Ioneneintrittsspalt aus der Gleichung

$$A = \frac{k_g}{\Delta k} = \frac{1}{\frac{1}{1 - \frac{a}{l}} - \frac{R_0^2 - r^2}{R^2 - r^2} \cdot \frac{\ln(R_0/r)}{\ln(R/r)}} \quad (1)$$

berechnen läßt. ( $k_g$  = Grenzbeweglichkeit des ganzen Kondensators der Länge  $l$ ,  $\Delta k$  = auflösbares Beweglichkeitsintervall,  $a$  = Länge der Meßelektrode,  $R$ ,  $r$  = Radius der Außen- bzw. Innenelektrode,  $R_0$  = Außenradius des Ionenabsorbers = Innenradius des (kreisringförmigen) Ioneneintrittsspalts). Im folgenden wird die analoge Beziehung für ein ebenes Kondensatorsystem berechnet.

## 2. Beweglichkeitsformeln für plattenförmige Aspirationskondensatorsysteme

Die Abb. 1 zeigt drei verschiedene plattenförmige Aspirationskondensatorsysteme, die zur Ermittlung des Beweglichkeitsspektrums atmosphärischer Ladungsträger verwendet werden können.

Für den Kondensator mit ungeteilter Meßelektrode (vgl. Abb. 1a) lautet die Gleichung für die Grenzbeweglichkeit im cgs-System<sup>2)</sup> [ISRAEL 1957]:

<sup>1)</sup> Privatdozent Dr.-Ing. JOSEPH EICHMEIER, Institut für Technische Elektronik, Technische Hochschule München, 8 München 2, Arcisstraße 21.

<sup>2)</sup> Die Kapazität  $C$  ist hier und in den folgenden Gleichungen in cm einzusetzen, 1 cm = 1,1 pF.

$$k_g = \frac{Q}{4\pi C U}, \quad (2)$$

wobei

$$C = \frac{l b}{4\pi d} \quad (3)$$

die Kapazität des Aspirationsystems bedeutet ( $Q$  = Luftfördermenge,  $C$  = Kapazität des Aspirationskondensators,  $U$  = Saugspannung,  $l, b, d$  = Länge, Breite und Abstand der Kondensatorplatten).

Beim Aspirationskondensator mit einfach unterteilter Meßelektrode (vgl. Abb. 1 b) werden von den an der Gegenelektrode in den Kondensator eintretenden Ionen nur diejenigen zur Meßelektrode geführt, deren Beweglichkeit im Intervall  $k_g < k < k'_g$  liegt. Dabei ist:

$$k_g = \frac{Q}{4\pi C U} = \frac{Q d}{l b U} \quad (4)$$

und

$$k'_g = \frac{Q}{4\pi C' U} = \frac{Q d}{l' b U} \quad (5)$$

( $l' = l - a$  = Länge der Vorelektrode,  $a$  = Länge der Meßelektrode).

Den Aspirationskondensator mit einfach unterteilter Meßelektrode und an der Gegenelektrode liegendem Ioneneintrittsspalt (vgl. Abb. 1 c) kann man sich aus vier Teilkondensatoren mit den Dimensionen bzw. Grenzbeweglichkeiten ( $l, b, d_0, k_{g_0}$ ), ( $l, b, d, k_g$ ), ( $l', b, d_0, k'_{g_0}$ ) und ( $l', b, d, k'_g$ ) zusammengesetzt denken. Für die Grenzbeweglichkeiten gilt dabei:

$$\begin{aligned} \text{a) } k_{g_0} &= \frac{Q_0}{4\pi C_0 U} = \frac{Q_0 d_0}{l b U}, \\ \text{b) } k_g &= \frac{Q}{4\pi C U} = \frac{Q d}{l b U}, \\ \text{c) } k'_{g_0} &= \frac{Q_0}{4\pi C'_0 U} = \frac{Q_0 d_0}{l' b U}, \\ \text{d) } k'_g &= \frac{Q}{4\pi C' U} = \frac{Q d}{l' b U} \end{aligned} \quad (6)$$

( $Q_0$  = Luftfördermenge durch den Ionenabsorber<sup>1)</sup>,  $Q - Q_0$  = Luftfördermenge durch den Ioneneintrittsspalt,  $d_0$  = Höhe des Ionenabsorbers,  $d - d_0 = \Delta d$  = Breite des Ioneneintrittsspalts.)

<sup>1)</sup> Im Ionenabsorber wird die eintretende Luft soweit wie möglich entionisiert.

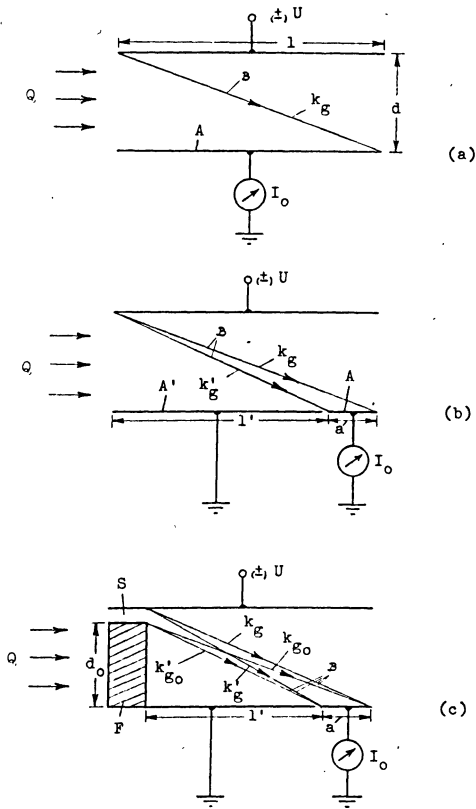


Abb. 1: Aspirationskondensatoren mit ebenen Elektroden zur direkten bzw. indirekten Aufnahme des Beweglichkeitsspektrums atmosphärischer Ionen.

- Kondensator mit ungeteilter Meßelektrode.
- Kondensator mit einfach unterteilter Meßelektrode.
- Kondensator mit einfach unterteilter Meßelektrode und Ioneneintrittspalt.

$Q$  = Luftstrom,  $A$  = Meßelektrode der Länge  $a$ ,  $A'$  = Vorelektrode der Länge  $l'$ ,  $S$  = Ioneneintrittspalt (Breite  $\Delta d = d - d_0$ ),  $F$  = Ionenabsorber (Höhe  $d_0$ ),  $B$  = Bahn eines Ions mit der entsprechend bezeichneten Grenzbeweglichkeit ( $k_g, k_g', k_{g_0}, k_{g_0}'$ ).

Aspiration condensers with plane electrodes for direct or indirect measurements of the mobility spectrum of atmospheric ions.

- Condenser with undivided measuring electrode.
- Condenser with single divided measuring electrode.
- Condenser with single divided measuring electrode and ion gap.

$Q$  = air stream,  $A$  = measuring electrode of length  $a$ ,  $A'$  = electrode of length  $l'$ ,  $S$  = ion gap (width  $\Delta d = d - d_0$ ),  $F$  = ion absorber (height  $d_0$ ),  $B$  = path of an ion with the mobility indicated ( $k_g, k_g', k_{g_0}, k_{g_0}'$ ).

Unter Verwendung dieser Formeln für die Grenzbeweglichkeiten läßt sich für jedes der Kondensatorsysteme die Beziehung ableiten, mit deren Hilfe aus der Strom-Spannungs-Charakteristik des betreffenden Kondensatorsystems das Beweglichkeitsspektrum der eingesaugten Ionen ermittelt werden kann. Da bei der Ableitung dieser Beziehungen nur die Kenntnis der Kondensatorkapazitäten, nicht aber der Kondensatorgeometrie vorausgesetzt wird, stimmen die Ergebnisse mit den für Zylindersysteme gefundenen Resultaten überein [EICHMEIER 1967, 1968; DOLEZALEK und OSTER 1966].

### 3. Berechnung des Auflösungsvermögens

Beim Aspirationskondensator mit einfach unterteilter Meßelektrode und Ioneneintrittsspalt gibt die Strom-Spannungs-Charakteristik unmittelbar das Beweglichkeitsspektrum der eingesaugten Ionen an. Diese Anordnung kann man daher als Ionenbeweglichkeitsspektrometer bzw. -spektrographen bezeichnen. In einem derartigen Spektrometer gelangen nur solche Ionen zur Meßelektrode, deren Beweglichkeit im Intervall  $k_{g_0} < k < k_g'$  liegt. Mit den Gln. (6a) und (6d) erhält man demnach für das auflösbare Beweglichkeitsintervall

$$\Delta k = k_g' - k_{g_0} = \frac{Qd}{l' b U} - \frac{Q_0 d_0}{l b U} \quad (7)$$

und mit Gl. (6b) für das Auflösungsvermögen:

$$A = \frac{k_g}{\Delta k} = \frac{1}{\frac{l}{l'} - \frac{Q_0 d_0}{Q d}} \quad (8)$$

Setzt man  $Q_0 \cdot d_0 = P_0$ ,  $Q \cdot d = P$  und  $l' = l - a$ , so wird aus Gl. (8):

$$A = \frac{1}{\frac{1}{1 - \frac{a}{l}} - \frac{P_0}{P}} \quad (9)$$

Dieses Ergebnis stimmt mit dem für äquivalente Zylindersysteme gefundenen überein (siehe Gl. (43) bei [EICHMEIER 1968]).

Für ein *ebenes Strömungsprofil*, das am Kondensatoreingang und auch ein Stück weit im Kondensator normalerweise vorhanden ist, gilt:

$$\frac{P_0}{P} = \frac{Q_0 d_0}{Q d} = \frac{v F_0 d_0}{v F d} = \frac{v b d_0^2}{v b d^2} = \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 \quad (10)$$

( $v$  = Luftströmungsgeschwindigkeit im Kondensator).

Damit wird:

$$A = \frac{1}{\frac{1}{1 - \frac{a}{l}} - \left(\frac{d_0}{d}\right)^2}. \quad (11)$$

Für  $a/l \ll 1$  kann man  $1/(1 - a/l) \approx 1 + a/l$  setzen. Berücksichtigt man ferner, daß  $d_0 = d - \Delta d$  ist, und vernachlässigt man beim Quadrieren das Glied  $(\Delta d/d)^2$ , so bekommt man schließlich für das Auflösungsvermögen eines Spektrometers mit ebenen Elektroden:

$$A \approx \frac{1}{\frac{a}{l} + \frac{2\Delta d}{d}} \quad \left( \frac{a}{l} \ll 1; \frac{\Delta d}{d} \ll 1 \right) \quad (12)$$

( $l$  = wirksame Länge des Aspirationskondensators,  $a$  = Länge der Meßelektrode,  $d$  = Abstand der Kondensatorplatten,  $\Delta d = d - d_0$  = Breite des Ioneneintrittspalts).

Nach Gl. (12) wird das Auflösungsvermögen  $A$  wie bei Zylindersystemen um so größer, je kleiner die Verhältnisse  $a/l$  bzw.  $\Delta d/d$  gewählt werden. Für  $a/l = 0,1$  und  $\Delta d/d = 0,1$  ergäbe sich zum Beispiel ein Auflösungsvermögen  $A = 3,3$ . Dies würde bedeuten, daß die zur Meßelektrode gelangenden Ionen jeweils einem Beweglichkeitsintervall  $\Delta k$  angehören, dessen Breite das 0,3fache der jeweiligen Grenzbeweglichkeit  $k_g$  des Aspirationssystems beträgt. Sind Luftstrom und Saugspannung dieses Systems außerdem so gewählt, daß zum Beispiel gerade Ionen mit der Beweglichkeit  $k = 1,5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  ( $\approx k_g$ ) auf die Mitte der Meßelektrode treffen, so werden in diesem Fall außerdem noch alle diejenigen Ionen miterfaßt, deren Beweglichkeit etwa im Intervall  $1,05 < k < 1,95 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  liegt.

### Literatur

- DOLEZALEK, H., und A. L. OSTER: Ion-Spectrometer for the Terrestrial Mesosphere and the Atmosphere of Mars. *Z. Geophys.* 32, 163–169, 1966.
- EICHMEIER, J.: Beweglichkeitsspektren natürlicher atmosphärischer Ionen im Klein- und Mittlionenbereich. *Z. angew. Phys.* 23, 256–260, 1967.
- : Die theoretischen Grundlagen und das Auflösungsvermögen von Aspirations-Beweglichkeits-Spektrographen für atmosphärische Ionen. *Z. Geophys.* 34, 69–86, 1968.
- ISRAËL, H.: Atmosphärische Elektrizität. Teil I: Grundlagen, Leitfähigkeit, Ionen. Leipzig 1957.





# **Aufzeichnung und Auswertung erdmagnetischer Pulsationen in Island und Göttingen**

Von A. BJÖRNSSON, Göttingen<sup>1)</sup>

Eingegangen am 4. März 1969

*Zusammenfassung:* Von April bis November 1967 wurden erdmagnetische Pulsationen in Leirvogur, Island, mit Induktionsvariometern nach GRENET registriert. Aus diesen Registrierungen wurden die folgenden Ergebnisse gewonnen, die an Hand von Registrierbeispielen und Diagrammen erläutert werden: Die Amplituden der Pulsationen in Island wachsen mit zunehmender Periode und mit wachsender magnetischer Unruhe sehr stark an. Dieser Anstieg ist jedoch unterschiedlich für verschiedene Periodenbereiche. Die Häufigkeit der Pulsationen ist in magnetisch nicht gestörten Zeiten am größten im Periodenbereich 20—60 s. Das Anwachsen der Pulsationshäufigkeit mit zunehmender Unruhe ist ebenfalls periodenabhängig.

Auf Grund dieser Ergebnisse wurde eine neue Apparatur zur Registrierung von Pulsationen bei erhöhter magnetischer Unruhe zusammengestellt. Die Apparatur besteht aus dem GRENET-schen Variometer und zwei Galvanometern die verschiedene Periodenbereiche getrennt registrieren. Die ersten Ergebnisse dieser „Pulsations-Sturmregistrierung“ werden gezeigt.

*Summary:* From April to November 1967 geomagnetic pulsations were recorded at Leirvogur, Iceland, with induction variometers of the GRENET type. These records have yielded the following results: The general activity of pulsations during magnetic disturbances is much stronger than it is for stations at lower latitudes, and is especially strong around midnight. The pulsation amplitudes increase remarkably with both increasing period and increasing geomagnetic activity. The rate of this increase, however, differs for different period ranges. For magnetically quiet days the occurrence frequency of pulsations has a maximum for periods between 20 and 60 s. The increase of the occurrence frequency with increasing geomagnetic activity depends also on the period. Therefore, a pulsation recorder especially suitable for strong geomagnetic activity was constructed. It consists of a simple induction variometer and two galvanometers, each for a different period range. The first records of this new “pulsation storm variometer” are presented and discussed.

## **1. Einleitung**

Von Göttingen aus ist in Nord- und Mitteleuropa ein Netz mit 11 standardisierten Pulsationsstationen aufgebaut worden, um das großräumige Verhalten der Pulsationen zu untersuchen. Die auf Stationen mittlerer geomagnetischer Breite abgestimmte Empfindlichkeit der Induktionsvariometer, sowie die Registrierung auf Film machen jedoch eine genauere Auswertung bei höherer erdmagnetischer Aktivität unmöglich. So liegt diese Auswertungsgrenze für mitteleuropäische Stationen etwa bei  $K_p \approx 6$ .

<sup>1)</sup> Dipl.-Phys. AXEL BJÖRNSSON, Institut für Geophysik der Universität, 34 Göttingen, Herzberger Landstraße 180.

In der Polarlichtzone sind die Aufzeichnungen der Pulsationen schon für Intervalle mit  $K_p = 3$  unübersichtlich; das bedeutet aber, daß hier die Registrierung an etwa 25% aller Tage schlecht lesbar ist. Es wurde daher versucht, aus den Bauelementen der bisher benutzten Apparatur eine Anlage zusammenzustellen, die für die Registrierung von Pulsationen bei größerer magnetischer Unruhe geeignet ist. Um die Anforderungen an eine solche Apparatur zu finden, mußte das Verhalten der Pulsationen bei höherer erdmagnetischer Aktivität zunächst untersucht werden. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen, die in Island und Göttingen durchgeführt wurden, werden im folgenden mitgeteilt.

In dieser Arbeit werden folgende Bezeichnungen für die verschiedenen Pulsationstypen benutzt:

*pc* (continuous pulsations) sind kontinuierliche Schwingungen mit Perioden zwischen 10 und 60 s. Sie treten vom Morgen bis zum frühen Nachmittag auf.

Als *pp* (pearl pulsations) werden äußerst regelmäßige sinusförmige Schwingungen mit Perioden kleiner als 6 s. bezeichnet.

*pg* (giant pulsations), Riesenpulsationen, haben Amplituden von einigen 10  $\gamma$  und Perioden im Bereich von 90 bis 500 s.

*pi 1* (irregular pulsations) sind unregelmäßige Schwankungen mit Schwingungsdauer von 1 bis 40 s, die vorwiegend bei erhöhter erdmagnetischer Aktivität auftreten.

Als *pi 2* (irregular pulsations) bezeichnet man unregelmäßige Schwankungen mit längeren Perioden, darunter Pulsationszüge, *pt* (pulsations train) genannt, mit Perioden zwischen 50 und 120 s. Sie treten vor allem in den Abend- und Nachtstunden auf und sind häufig dem Beginn von Baystörungen überlagert.

## 2. Registrierung von Pulsationen in Island. Registrierbeispiele

Eine Pulsationsstation der Göttinger Art [VOELKER] wurde am magnetischen Observatorium in Leirvogur (Koordinaten siehe Tabelle) bei Reykjavik aufgebaut und vom 1. 4. bis 30. 11. 1967 betrieben.

Hier wurde vorwiegend nur die H-Komponente aufgenommen, um die Auswertung der Pulsationen zu erleichtern, denn die zeitweilig durchgeführte Registrierung aller drei Komponenten auf einem Streifen erwies sich als sehr unübersichtlich.

Ort	Bezeichnung		Koordinaten			
	neu	alt	geographisch		geomagnetisch	
			$\varphi$	$\lambda$	$\Phi$	$\Lambda$
Leirvogur	RY	Li	64°11' N	21°42' W	70,2	71,0
Göttingen	GT	Gt	51°32' N	09°58' E	52,3	93,7

Die Registrierzeit enthielt sowohl magnetisch ruhige wie gestörte Intervalle, so daß das Verhalten der Pulsationen in Abhängigkeit von der magnetischen Unruhe gut untersucht werden konnte.

In Leirvogur wie in der Polarlichtzone überhaupt sind die nächtlichen Störungen im allgemeinen wesentlich größer als die Tagespulsationen. Die nächtliche Unruhe beginnt oft kurz vor lokaler Mitternacht mit einer Bay-Störung (b, bp, bps), die von pi 2-Pulsationen und kurzen pi 1-Pulsationen überlagert ist; sie dauert nicht selten bis in die Morgenstunden an. Abb. 1 zeigt die typische Pulsations-Registrierung eines solchen mittelmäßig gestörten Tages: Sowohl am 19. 8. zwischen 13 h und 14 h wie am 20. 8. von 7 h an sind pc's zu erkennen. Um 22 h 55 m und 23 h 34 m am 19. 8. und um 0 h 02 m und 0 h 20 m am 20. 8. treten pi 2's auf. Zwischen 19 h und 20 h kommen pp's mit verhältnismäßig langen Perioden vor. Die langperiodischen Schwingungen (Periode etwa 300 s) am 19. 8. um 17 h 50 m und am 20. 8. um 8 h 40 m sind wahrscheinlich als pg's zu klassifizieren. Im allgemeinen sind diese langperiodischen Pulsationen in der Registrierung wegen der überlagerten pc's schlecht zu erkennen.

Die magnetischen Störungen sind auch bei den Pulsationen in Island sehr viel größer als in Mitteleuropa. Die Abbildungen 2 und 3 der Registrierungen von RY und GT vom selben Tag verdeutlichen den unterschiedlichen Störungscharakter. Dabei ist zu beachten, daß die Empfindlichkeit der H- und D-Komponenten in Göttingen doppelt so groß wie in Leirvogur ist. Die Empfindlichkeit der Z-Komponente in Göttingen liegt sogar um den Faktor 5 höher. Der größte Unterschied zwischen diesen beiden Registrierungen zeigt sich bei den nächtlichen Pulsationen, die vorwiegend nur in Leirvogur auftreten. Einige pi 2's kommen zwar auch in Göttingen vor, aber die kurzperiodischen pi 1's, die das Bild in Leirvogur zeitweise beherrschen, fehlen in Göttingen völlig. In mittleren Breiten treten während der Tagesstunden häufig regelmäßige pc's auf, die stundenlang andauern können; in Leirvogur sind die pc's dagegen seltener und weniger lang anhaltend (vgl. Abb. 1).

Pp's wurden während der Registrierzeit in Leirvogur einige Male beobachtet; in Göttingen waren sie in dieser Zeit nicht ein einziges Mal zu sehen, was darauf hindeutet, daß sie auf die Polarlichtzone beschränkt sind.

Von den zahlreichen pg's, die in Leirvogur registriert wurden, trat nur ein Effekt in Göttingen auf. In diesem Fall waren die Doppelamplituden in Leirvogur besonders groß (etwa  $200 \gamma$ ).

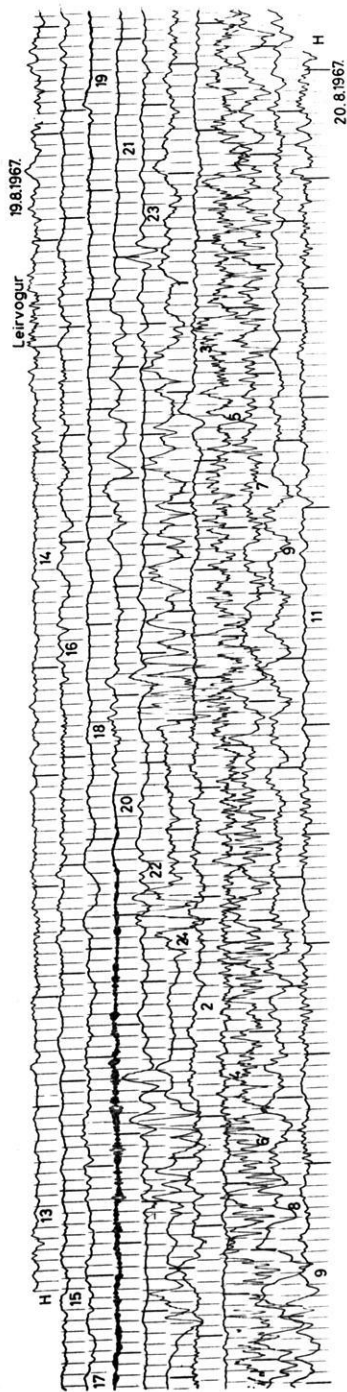


Abb. 1.

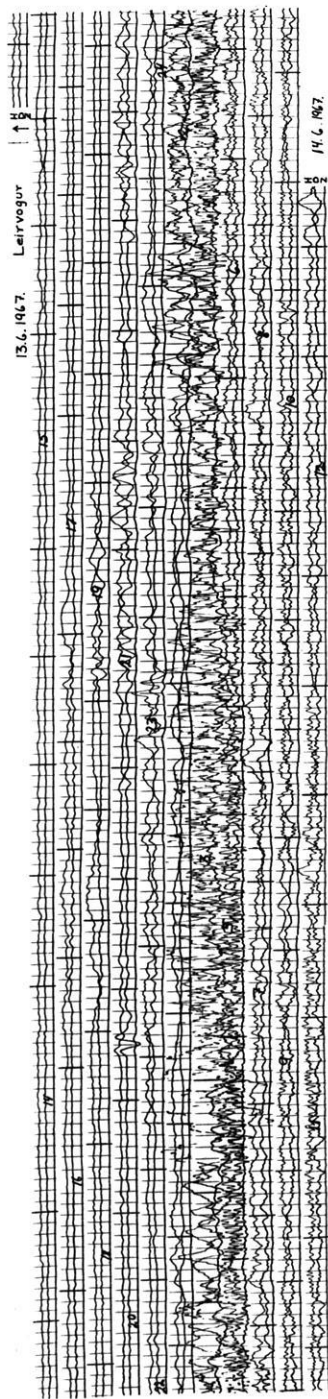


Abb. 2.

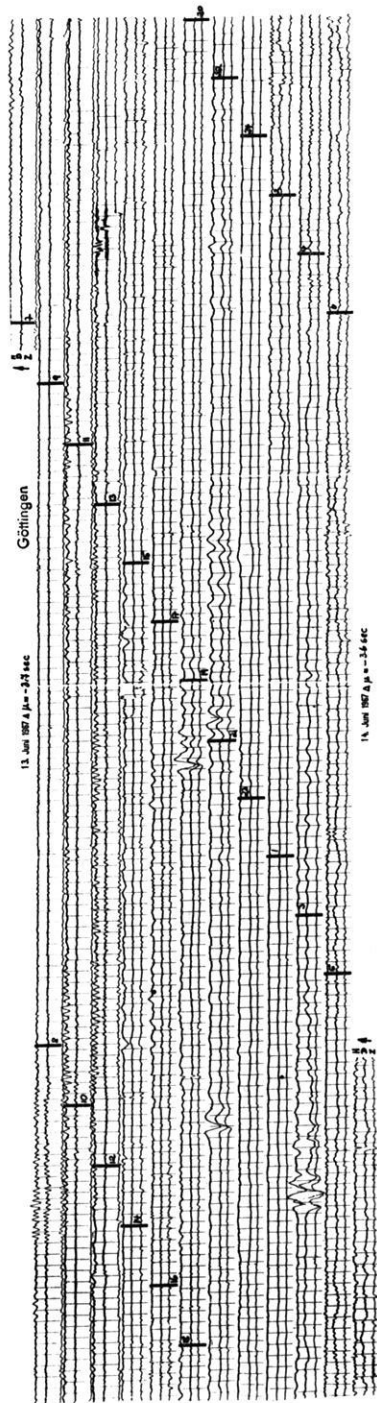


Abb. 3.

Abb. 1: Pulsationsregistrierung aus Leirvogur, Island. Mittelmäßig gestörter Tag ( $\Sigma ak = 243$ ).

Example of a pulsation record at Leirvogur, Iceland, for a day of moderate magnetic activity ( $\Sigma ak = 243$ ).

Abb. 2: Pulsationsregistrierung aus Leirvogur vom 13. 6. — 14. 6. 1967.

Pulsation record from Leirvogur, 13. 6. — 14. 6. 1967.

Abb. 3: Pulsationsregistrierung aus Göttingen für den gleichen Zeitraum wie in Abb. 2.

Pulsation record from Göttingen for the same time as in Fig. 2.

### 3. Statistische Auswertung der in Island registrierten Pulsationen

#### 3.1 Perioden, Amplituden

Die Tage, an denen Effekte ausgewertet wurden, sind nach dem magnetischen Störungsgrad in drei Gruppen aufgeteilt worden. Als Maßzahl diente die lokale Kennziffer  $K$  für Leirvogur. Die unten stehende Tabelle gibt die hier benutzte Einteilung in die drei Gruppen. Als Beginn jedes 24-Stunden-Intervalles (Tag) wurde 12 h UT gewählt, da dann die magnetische Aktivität in Leirvogur am geringsten ist. Die untere Grenze für  $K = 9$  beträgt in Leirvogur 1500  $\gamma$ .

	Bezeichnung	Definition
ruhiger Tag	$K \leq 3$	alle $K \leq 3$
mittelmäßig gestörter Tag	$K \leq 5$	alle $K \leq 5$ und mindestens ein $K > 3$
gestörter Tag	$K \geq 6$	mindestens ein $K \geq 6$

Für alle einigermaßen regelmäßige Schwankungen wurde die mittlere Doppelamplitude und die Periode als Funktion der Tageszeit bestimmt. Für diese statistische Auswertung wurde zwischen den einzelnen Pulsationstypen nicht unterschieden. Insgesamt konnten so etwa 1300 Fälle ausgewertet werden. Dieses Material reichte aus, um eine mittlere Doppelamplitude für ein bestimmtes Periodenintervall anzugeben.

Abb. 4 zeigt das Ergebnis dieser Untersuchung. Hier ist die mittlere Doppelamplitude der Pulsationen in der H-Komponente als Funktion der Periode aufgetragen.

Der Periodenbereich von von 3 bis 500 s wurde in 16 Intervalle mit folgenden Grenzen geteilt: 3, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 150, 200, 300 und 500 s. Diese Grenzen sind so gewählt, daß die in der doppellogarithmischen Darstellung der Abbildung 4 eingetragenen Punkte äquidistant liegen. Jeder Punkt repräsentiert ein Intervall, wobei die mittlere Anzahl von Effekten pro Intervall und Kennziffergruppe 30 beträgt. Da die Intervalle aber nicht gleich viele Effekte enthalten, ist der relative Fehler für die verschiedenen Periodenbereiche unterschiedlich. Dazu kommt, daß die Größe der Amplituden nicht überall gleich stark streut. Der relative Fehler ist mit 20% am kleinsten zwischen 5 und 50 s; zwischen 50 und 300 s beträgt er rund 30%, ebenso für die Punkte bei 4 s. Die Punkte, die bei 400 s eingetragen sind, werden mit einem Fehler von ungefähr 50% behaftet sein (Kurven gestrichelt gezeichnet). Aus diesen Fehlerbetrachtungen ersieht man, daß die Größen der relativen Maxima und Minima der Kurven zwischen 50 und 150 s innerhalb der Fehlergrenzen liegen. Diese Extrema können deshalb nicht als reell angesehen werden.

Der Abb. 4 entnimmt man, daß die Amplituden mit zunehmender Periode stark anwachsen. Für Schwingungsdauern von weniger als etwa 30 s ist der Anstieg der Kurven am geringsten; im Bereich zwischen 30 und 90 s nimmt die Steigung zu; oberhalb von 90 s wird die Zunahme wieder kleiner. Dieses Anwachsen der Amplituden mit der Periode ist in Island viel stärker als an Stationen in mittleren Breiten, wie ein Vergleich mit den Ergebnissen von ANGENHEISTER, MÜNCH und DUFFUS und SHAND zeigt. Mit wachsendem  $K$  werden die Amplituden in allen Periodenbereichen

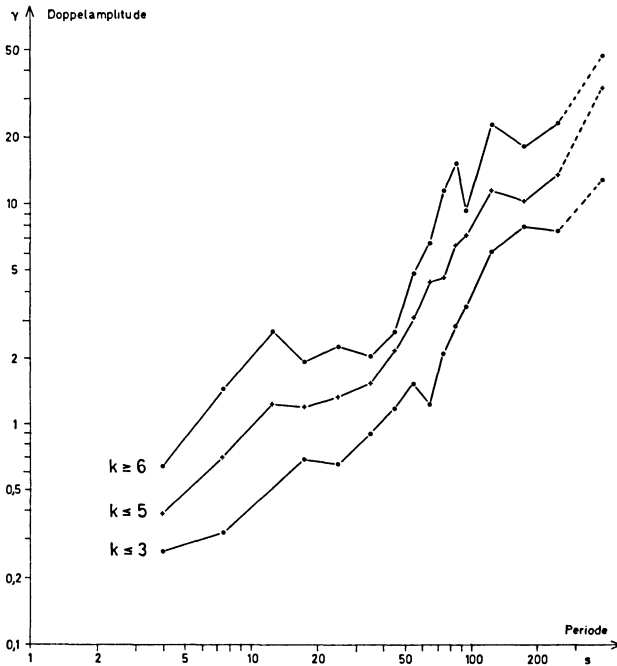


Abb. 4: Doppelamplitude der Pulsationen in Leirvogur als Funktion der Periode für verschiedene lokale Kennziffern  $K$  der erdmagnetischen Aktivität.

Peak to peak amplitude of the pulsations at Leirvogur as a function of the period, for different local indices  $K$  of geomagnetic activity.

ebenfalls größer, jedoch ist auffallend, daß diese Zunahme nicht für alle Perioden gleich groß ist. Besonders zu erwähnen ist das Maximum, das etwa bei einer Periode von 12 s auftritt. Es wird durch die kurzen Sturmpulsationen ( $\pi 1$ ) bei erhöhter magnetischer Aktivität erzeugt. Bei diesen Auswertungen ist nur die H-Komponente berücksichtigt worden. Die Amplituden in der D-Komponente liegen in derselben Größenordnung wie in H; die Amplituden der Z-Komponente sind in Island etwa um den Faktor 4 kleiner.

### 3.2 Häufigkeit

Für die Zeit vom 6. 7. bis zum 31. 7. 1967 wurde die Häufigkeit der auftretenden Pulsationen untersucht. Die Tage wurden nach der magnetischen Aktivität in die drei Gruppen eingeordnet entsprechend der Tabelle im Abschnitt 3.1. und die Anzahl der Pulsationen für jedes Periodenintervall ermittelt. Es wurden alle Pulsationen, die mindestens eine volle Schwingung enthalten, als ein Fall gezählt. Das Ergebnis dieser Häufigkeitsuntersuchung zeigt die Abb. 5. Hier ist die normierte Häufigkeit über die Periode aufgetragen. Bei der Normierung wurde die absolute Häufigkeit in einem bestimmten Periodenintervall durch die Anzahl der ausgewerteten Tage in der

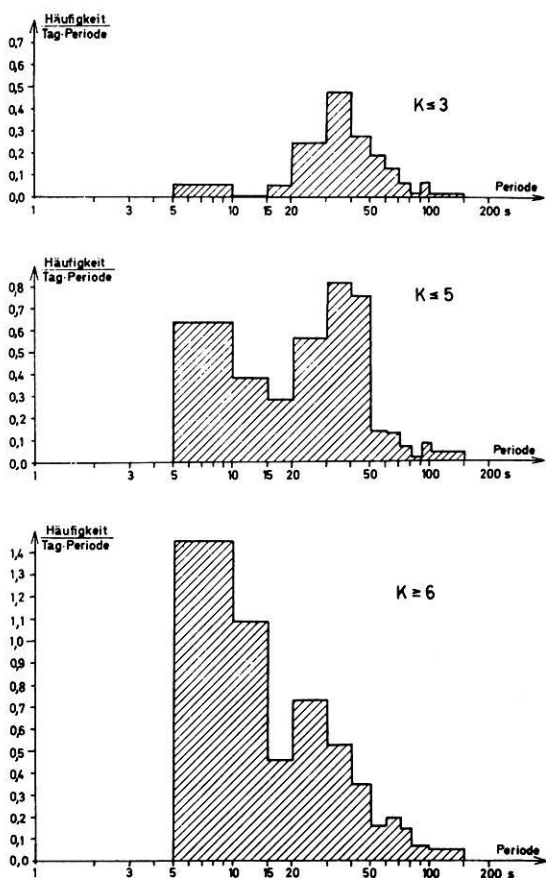


Abb. 5: Häufigkeit der Pulsationen in Leirvogur (Zahl der Pulsationen pro Tag und Periode).  
Relative frequency distribution of pulsations at Leirvogur (number of pulsations per day and period).



betreffenden Störungsgruppe dividiert. Da die Periodenbereiche nicht gleich groß gewählt worden sind, wurden die Häufigkeiten auch durch die Länge der Periodenintervalle dividiert. Die Ordinate zeigt also die Anzahl der Pulsationen, die im Durchschnitt pro Tag und Periode auftreten. Die Kurve in Abb. 5 zeigt deutlich zwei Maxima der Häufigkeit. Das eine liegt im Bereich der pc's, d. h. zwischen 20 und 50 s das andere im Bereich der kurzen Sturmpulsationen 5—15 s. Zwischen 15 und 20 s treten auffallend weniger Pulsationen auf. Die Anzahl der kurzperiodischen Pulsationen wächst stark mit der Aktivität an, wie an dem Verhalten des Maximums bei 5—15 s abzulesen ist. Ebenso sieht man, daß das andere Maximum für hohe Aktivität zu kürzeren Perioden verschoben wird. Das kann dadurch erklärt werden, daß die Perioden der pc's mit wachsender Unruhe kürzer werden. Ein ähnliches Verhalten hat MÜNCH für die pc's in mittleren Breiten gefunden. Der Fehler in den Ergebnissen der Abb. 5 wird sowohl durch das benutzte Material als auch durch die Apparatur bedingt. Wegen der kleinen Amplituden der kurzperiodischen Pulsationen und wegen des geringen Vorschubes der Registriervorrichtung (6 mm/min) werden die Pulsationen mit einer Periode kleiner als etwa 5 s unterdrückt, so daß aus diesen Registrierungen nichts über die Häufigkeit dieser kurzperiodischen Pulsationen gesagt werden kann. Möglich ist, daß die Häufigkeitsdichte von 5 s an nach unten hin noch anwächst. Dasselbe gilt für langperiodische Pulsationen mit einer Periode über etwa 300 s. Wegen der niedrigen Empfindlichkeit der Apparatur in diesem Bereich und des verhältnismäßig großen Vorschubes für lange Perioden wird die Auswertung erschwert. Deshalb sind hier nur Pulsationen mit einer Periode bis zu 150 s berücksichtigt worden.

#### 4. Pulsationssturmregistrierung

Die Auswertung der normalen Pulsationsregistrierung in Island hat gezeigt, daß es notwendig ist, die Empfindlichkeit herabzusetzen und die kurz- und langperiodischen Pulsationen getrennt zu registrieren, d. h. die beiden Periodenbereiche mit zwei Galvanometern  $G_1$  (Typ KSG 6 von Gebr. Ruhstrat, Eigenperiode 2 s) und  $G_2$  (Typ HSG 1 von Gebr. Ruhstrat, Eigenperiode 25 s) unabhängig voneinander aufzunehmen. Es scheint am zweckmäßigsten zu sein, die Registrierung bei 20 s zu trennen, da zwischen 15 und 20 s relativ selten Pulsationen auftreten und da die Amplituden der Pulsationen mit Perioden zwischen 20 und 30 s verhältnismäßig wenig von der Aktivität abhängen.

Um die Trennung der beiden Periodenbereiche zu erreichen, liegt es nahe, die beiden Galvanometer parallel zum Variometer zu schalten. Abb. 6 zeigt die benutzte Schaltung; Abb. 7 gibt die Amplitudenresonanzkurve der Sturmregistrierung wieder. Zum Vergleich ist die Resonanzkurve der Göttinger Station eingezeichnet.

Um diese Apparatur zu testen, wurden damit zeitweise die Pulsationen der H-Komponente in Göttingen registriert. Abb. 8 zeigt einen Vergleich der normalen Pulsationsregistrierung und der Sturmregistrierung während einer magnetisch gestörten Zeit ( $K_p = 5+$ ).

Man sieht, daß die Sturmregistrierung die kurz- und langperiodischen Anteile, die beide in der normalen Pulsationsregistrierung vorhanden sind, gut trennt. Dadurch können die Perioden und Amplituden, besonders die der kurzperiodischen Pulsationen, leichter ausgemessen werden.

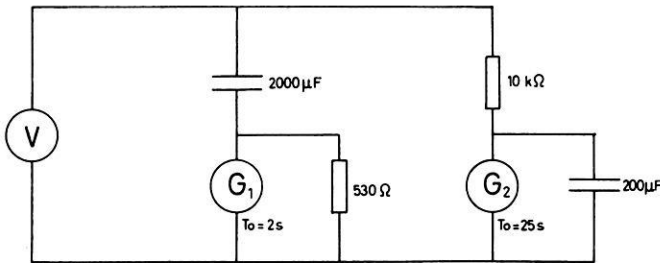


Abb. 6: Schaltskizze der Apparatur zur getrennten Registrierung von langen und kurzen Perioden.

Circuit diagram for the pulsation recorder with separated script for long and short periods.

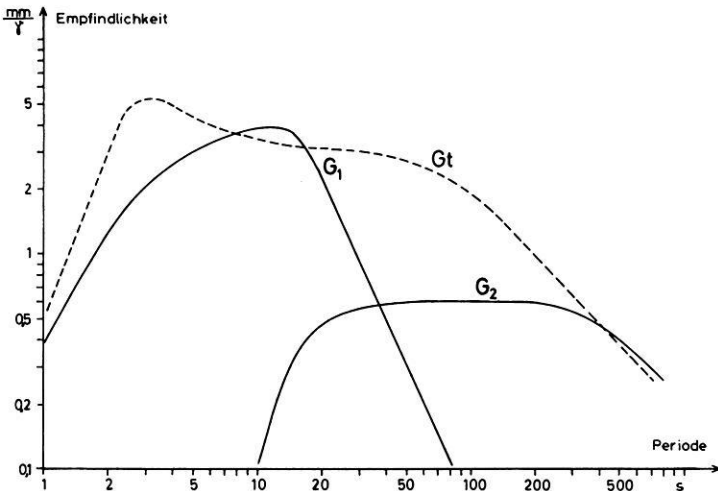


Abb. 7: Empfindlichkeit der Pulsationssturmregistrierung für kurze ( $G_1$ ) und für lange Perioden ( $G_2$ ). Die gestrichelte Kurve gibt die Empfindlichkeit der Göttinger Pulsationsstation an. (Lichtarm 2 m.)

Amplitude resonance curves of the pulsation storm recorders for short ( $G_1$ ) and long periods ( $G_2$ ). The dashed line shows the corresponding curve for the standard pulsation recorder in Göttingen.

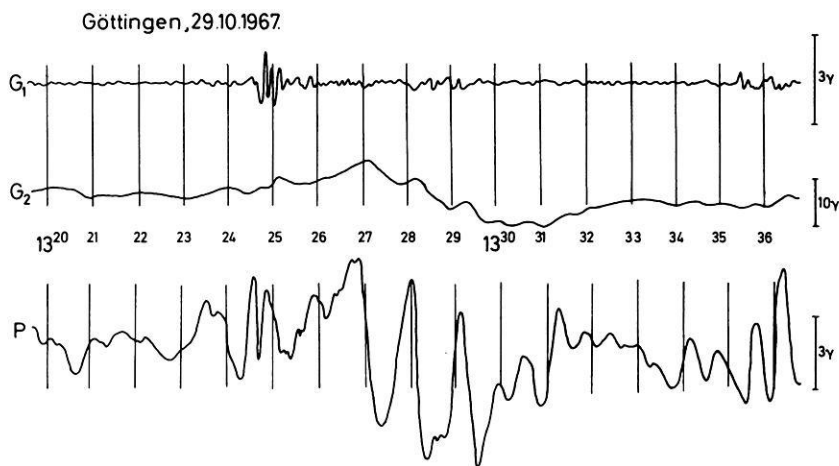


Abb. 8: Vergleich der normalen Pulsationsregistrierung  $P$  mit der Sturmergistrierung,  $G_1$  und  $G_2$ , an der Station Göttingen. ( $Kp = 5+$ .)

Comparison of the standard pulsationsrecorder  $P$  with the pulsation storm variometer,  $G_1$  and  $G_2$ , at Göttingen. ( $Kp = 5+$ .)

### Danksagung

Herrn Prof. M. SIEBERT und Herrn Dr. H. VOELKER danke ich für zahlreiche Anregungen und die Unterstützung während dieser Arbeit.

Ebenfalls möchte ich Herrn G. PALMASON, „National Energy Authority Iceland“, danken, der mir die Pulsationsinstrumente in Island zur Verfügung gestellt hat.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. Th. SAEMUNDSSON sowie den Angehörigen des „Science Institute University of Iceland“ für die Betreuung der Pulsationsinstrumente und für die Überlassung der Magnetogramme.

### Literatur

ANGENHEISTER, G.: Die Registrierung und Diskussion erdmagnetischer Pulsationen. Gerlands Beitr. Geophys. 64, 108—132, 1954

DUFFUS, H. J. and J. A. SHAND: Some Observations of Geomagnetic Micropulsations. Canad. J. Phys. 36, 508—526, 1958

GRENET, G.: Variomètre électromagnétique pour l'enregistrement des variations rapides du champ magnétique terrestre. Ann. Géophys. 5, 188—195, 1949

MÜNCH, J.: Das Auftreten von Pulsationen des erdmagnetischen Feldes in Abhängigkeit von der erdmagnetischen Aktivität. Z. Geophys. 31, 192—199, 1965

VOELKER, H.: Zur Breitenabhängigkeit erdmagnetischer Pulsationen. Mitt. Max-Planck-Inst. Aeronomie Nr. 11, 1963



Briefe an den Herausgeber

## The Method of Stationary Phase as a Diagnostic Aid in Estimating the Field Pattern of Body Waves Reflected from Transition Zones<sup>1)</sup>

By K. FUCHS, Karlsruhe<sup>2)</sup>

Eingegangen am 2. April 1969

Synthetic seismograms for the complete field of waves — including reflections, continuous refractions and head waves — reflected from transition zones with arbitrary depth-dependent elastic moduli and density have become one of the most advanced tools for the study of the fine structure of the earth's crust and upper mantle [FUCHS, 1968a, 1969a; HELMBERGER, 1968; HELMBERGER and MORRIS, 1969]. The computation of the complete seismogram in the time or in the frequency domain requires considerable computer time. Substantial savings would result if the distance interval with the most prominent features of the reflected wave field were known in advance.

A fast estimate of the reflected wave field is provided by applying the method of stationary phase to the FOURIER transformed compressional displacement potential  $\bar{\varphi}$ :

$$\bar{\varphi}(r, z, \omega) = L(\omega) \int_0^{\infty} \tilde{R}_{pp}(\omega, k) \cdot e^{j\sigma_0(z-2h)} J_0(kr) \frac{kdk}{j\sigma_0} \quad (1)$$

Here  $\tilde{R}_{pp}$  is the complex reflectivity of the transition zone for plane *P*-waves [FUCHS, 1968b].  $L(\omega)$  is the FOURIER transformed displacement potential of the incident signal.  $k$  and  $\sigma_0$  are the horizontal and vertical wave numbers in the upper half space on top of the transition zone, respectively.  $r$  is the horizontal distance between source and receiver. The vertical distance of the source and the receiver from the top of the transition zone is  $h$  and  $h-z$ , respectively.

---

<sup>1)</sup> Contribution No. 115 within the research program "Determination of Crustal Structure in Central Europe" of the Deutsche Forschungsgemeinschaft (German Research Association). — Contribution No. 41, Geophysical Institute, University Karlsruhe.

<sup>2)</sup> Priv.-Doz. Dr. KARL FUCHS, Geophysikalisches Institut der Universität, 75 Karlsruhe, Hertzstr. 16, Germany.

An approximate solution of the integral in equation (1) is obtained by applying the method of stationary phase to the large distance approximation. Since the amplitude of the complex reflectivity is a comparatively slowly varying function, even for complicated transition zones, only the rapidly changing phase  $\Phi$  of  $\tilde{R}_{pp}$  is used for the computation of the location of the stationary phases. With the notion of horizontal ray displacement  $\Delta(v, k)$  [BREKHOVSKIKH, 1960]:

$$\Delta(v, k) = \frac{\partial \Phi}{\partial k} \quad (2)$$

the stationary phases at a distance  $r$  are the roots  $k = k_0$  of the equation:

$$\Delta(v, k_0) + 2h \cdot \operatorname{tg} \gamma_0 = r \quad (3)$$

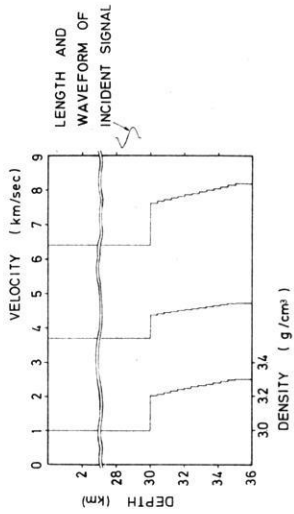
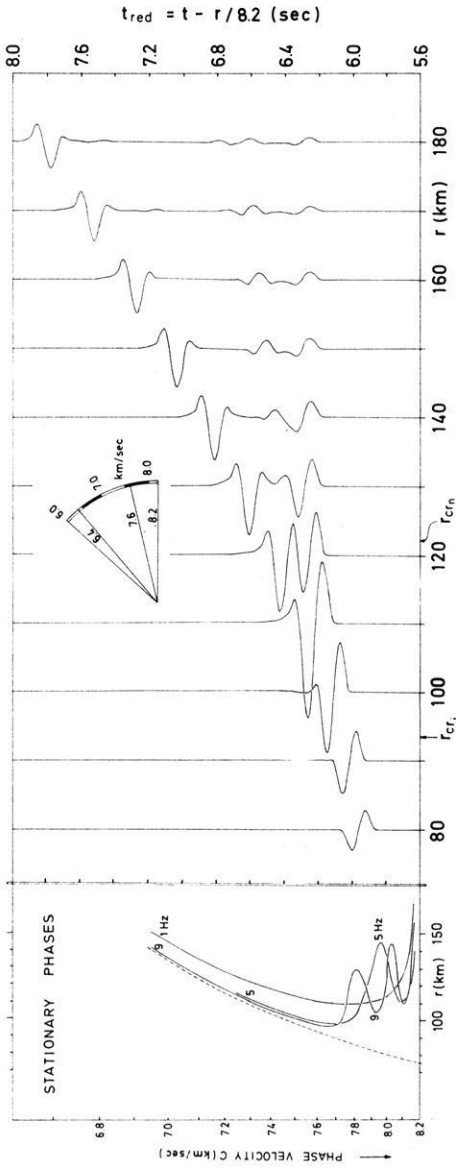
where  $\gamma_0$  is the angle of incidence at the top of the transition zone corresponding to the wave number  $k_0$ :

$$\sin \gamma_0 = \frac{k_0}{k_{\alpha 0}} = \frac{\alpha_0}{c}$$

$k_{\alpha 0}$  is the total wave number in the upper half space and  $c$  the horizontal phase velocity. Since the ray displacement  $\Delta$  is a function of frequency  $\nu$ , the location of the stationary phases becomes a function of distance  $r$ , of depth  $h$  of the transition zone, and of frequency.

Fig. 1: Stationary phases in synthetic reflection seismograms from a transition zone of 5 km thickness below a first-order discontinuity at a depth of 30 km. In the transition zone the velocities and density increase linearly with depth in 12 small steps and merge continuously into the lower half space (lower left part of the figure). — Upper left: the location of stationary phases as a function of phase velocity, frequency and distance. — Upper right: Synthetic seismograms. Note the reverberations following the  $P_n$ -signal. They correspond to the multiple stationary phases in the left part of the figure and form a system of multiple reflections being continuously refracted out of the transition zone and interfering constructively with each other.

Stationäre Phasen in Reflexionsseismogrammen von einer 5 km mächtigen Übergangszone unter einer Diskontinuität 1. Ordnung in 30 km Tiefe. In der Übergangszone nehmen die Geschwindigkeiten und die Dichte in 12 kleinen Sprüngen linear mit der Tiefe zu und schließen kontinuierlich an den unteren Halbraum an (linker unterer Teil der Figur). — Oben links: Der Ort der stationären Phasen als eine Funktion von Phasengeschwindigkeit, Frequenz und Entfernung. — Oben rechts: Synthetische Seismogramme. Zu beachten sind die Nachschwingungen der  $P_n$ -Einsätze. Sie entsprechen den multiplen stationären Phasen im linken Teil der Figur. Sie bilden ein System von Vielfachreflexionen, die kontinuierlich aus der Übergangszone refraktiert werden und miteinander konstruktiv interferieren.



$P_n$  :  $t = 6.18 \cdot r / 82$  (sec)  
 CRITICAL DISTANCE  
 $r_{cr} = 122.15$  (km)

$P_1$  :  $t = 5.06 \cdot r / 7.6$  (sec)  
 CRITICAL DISTANCE  
 $r_{cr} = 93.5$  (km)

**REFLECTION AND REFRACTION FROM  
 A TRANSITION ZONE BENEATH  
 A 1<sup>st</sup> ORDER DISCONTINUITY  
 WITH MULTIPLE STATIONARY PHASES**

$t_{red} = t - r / 8.2$  (sec)

8.0 7.6 7.2 6.8 6.4 6.0 5.6

180 160 140 120 100 80

$r$  (km)

Graphical representations of equation (3) are given on the left of Figure 1 for the crustal model depicted in the lower part of the figure: a first-order discontinuity at a depth of 30 km over a linear gradient zone. Lines are drawn for frequencies 1, 5, and 9 Hz for phase velocities  $6.8 \leq c \leq 8.2$  km/s, i.e. for overcritical incidence. These curves are the locations of the stationary phases as a function of frequency, distance, and phase velocity (or wave number). For very low frequencies (here 1 Hz) there are only two branches of stationary phases. The upper branch with monotonously decreasing phase velocity corresponds to the overcritical reflection from the top of the transition zone. The lower branch with phase velocity near 8.2 km/s corresponds to the head wave guided in the lower half space.

With increasing frequency we find multiple stationary phases: there are more than two branches for distances larger than the critical distance. These multiple stationary phases correspond to multiple reflections being continuously refracted out of the transition zone and interfering constructively with each other. Their phase velocity ranges from 7.6 to 8.2 km/s for the present model. Note their finite distance range of about 150 km.

For comparison the synthetic seismograms for the crustal model are given in the upper right of Figure 1. Between the  $P_n$  phase and the overcritical reflection we observe reverberations. Their distance range and phase velocity is in excellent agreement with the range of the multiple stationary phases in the left part of Figure 1. These secondary events cannot be explained by simple geometric ray theory. These reverberations of the  $P_n$  signal are frequently encountered in seismic investigations of the earth's crust. A detailed discussion is given by FUCHS [1969a].

It is the purpose of this short note to draw attention to the possibility of estimating the main features of the reflected wave field as a function of distance, frequency and phase velocity by computing the locations of the stationary phases. This rough estimate can be obtained with a considerable saving of computer time compared to the calculation of the complete synthetic seismograms. A more detailed description of the method of stationary phase applied to the reflection of spherical waves from transition zones is in preparation [FUCHS, 1969b].

This study is sponsored by the Deutsche Forschungsgemeinschaft (German Research Association). Computing facilities were made available by the Deutsches Rechenzentrum (German Computing Center) at Darmstadt.

### References

- BREKOVSKIKH, L. M.: Waves in layered media, Transl. by D. Liebermann, New York, 561 p., 1960.
- FUCHS, K.: Die Reflexion von Kugelwellen an inhomogenen Übergangszonen mit beliebiger Tiefenverteilung der elastischen Moduln und der Dichte. Habilitationsschrift, Universität Karlsruhe, 136 p., 1968a.



FUCHS, K.: Das Reflexions- und Transmissionsvermögen eines geschichteten Mediums mit beliebiger Tiefenverteilung der elastischen Moduln und der Dichte für schrägen Einfall ebener Wellen. *Z. Geophys.* 34, 389—413, 1968b.

—: The reflection of spherical waves from transition zones with arbitrary depth-dependent elastic moduli and density. *J. Phys. Earth* 17 (1), 1969a.

—: The method of stationary phase applied to the reflection of spherical waves from transition zones with arbitrary depth-dependent elastic moduli and density. *Z. Geophys.* 35, (in preparation), 1969b.

HELMBERGER, D. V.: The crust mantle transition in the Bering Sea. *Bull. Seism. Soc. Amer.* 58, 179—214, 1968.

HELMBERGER, D. V., and G. B. MORRIS: A travel time and amplitude interpretation of a marine refraction profile: primary waves. *J. Geophys. Res.* 74 (2), 483—494, 1969.



## Buchbesprechungen

*Advances in Earth Science. Contributions to the International Conference on the Earth Sciences, Massachusetts Institute of Technology, September 1964. Edited by P. M. Hurley. The M. I. T. Press Cambridge, Mass., 1966. \$ 20.00.*

---

In voneinander unabhängigen Einzelbeiträgen werden Bilder von der Erde und ihrer Umgebung gezeichnet. Fünf Hauptthemen sind: „The Earth's Environment“, „Atmospheric Motions“, „Dynamics of the Oceans“ und „The ‚Solid‘ Earth“ I und II.

Die erste Gruppe enthält: „The Sun and Solar Physics“ von L. GOLDBERG, „The Moon, Planets, and their Origin“ von G. P. KUIPER und „The Interplanetary Medium and Solar-Planetary Relations“ von L. F. BIERMANN. GOLDBERG behandelt die neueren Anschauungen über die solare Granulation, die magnetischen Felder, Chromosphäre, Corona und Sonnenfackeln. KUIPER gibt einen sehr detaillierten Überblick über den Kenntnisstand der Mondforschung, wobei Ranger-Ergebnisse diskutiert werden. Das Kapitel über Mars ist eine kurze Zusammenfassung. BIERMANN geht davon aus, daß unser derzeitiges Bild vom interplanetaren Plasma von Beobachtungen an Kometen geprägt wird, diskutiert jedoch auch Ergebnisse von Satelliten. Die kleinen Staubpartikelchen, welche das Zodiakallicht bewirken, konnten bisher durch direkte Messungen im äußeren Raum noch nicht nachgewiesen werden. Das Zusammenwirken von Solarwind und Magnetosphäre wird behandelt. Es wird erwähnt, daß das Studium der kosmischen Plasmaphysik ein Bindeglied zwischen Astrophysik, Laboratoriumsphysik und Erdwissenschaften ist.

Die meteorologischen Arbeiten sind: „Large-Scale Motions of the Atmosphere: Circulation“ von E. N. LORENZ, „Motions of Intermediate Scale: Fronts and Cyclones“ von A. ELIASSEN und „Atmospheric Turbulence“ von A. M. OBHUKHOV. LORENZ behandelt die Schwierigkeiten der Ableitung einer globalen Zirkulation in der Atmosphäre eines Planeten. In der etwas ausführlicheren Arbeit von ELIASSEN werden neuere Fortschritte in der Theorie von Fronten und Zyklonen behandelt. Die Darstellung beschränkt sich im wesentlichen auf die häufigsten Typen extratropischer Zyklone. ОБУХОВ, der von seinem Artikel sagt, er beschäftige sich hauptsächlich mit der Philosophie der atmosphärischen Turbulenz und demonstriere nur einige neuere Meßergebnisse, behandelt auch die Mikrostruktur der Atmosphäre und gibt Beispiele der spektralen Verteilung von Pulsationen der Temperatur und Feuchtigkeit.

„Dynamics of the Oceans“ enthält die Arbeiten „Long-Period Phenomena of the Oceans Revealed by Chemistry“ von G. ARRHENIUS, „Large-Scale Circulation of the Oceans“ von H. M. STOMMEL und „The Spectrum of Waves“ von W. H. MUNK. ARRHENIUS geht davon aus, daß insbesondere in den Tiefseesedimenten langperiodische Veränderungen konserviert worden sind. Dabei sind nicht nur Veränderungen in den Ozeanen, sondern auch der Atmosphäre, ja sogar des Outer Space aufgezeichnet worden. Beispiele dafür sind die Abbildung der äquatorialen Zirkulation in den Sedimenten. Ein wichtiges Hilfsmittel für Wind- und Regenrekonstruktion über den Ozeanen ist die Sedimentanalyse bezüglich verschiedener Arten von Staub. Die Bariumverteilung im Bereich des ostpazifischen Rückens spiegelt die erhöhte vulkanische Tätigkeit in diesem Gebiet wieder. Die Sauerstoff-Aluminium-Bindung in Silikaten dürfte vom pH-Wert des Meerwassers abhängig sein und damit verschieden in den geologischen Entwicklungsstadien der Weltmeere. A. M. STOMMEL diskutiert die Zirkulation in einem idealisierten Ozean unter Voraussetzung vorherrschend laminarer Bewegung. Er zeigt die so ableitbare, sehr komplizierte Bewegung eines Wasserpaketes im Laufe von einigen

hundert Jahren. W. H. MUNK berichtet über die Fortpflanzung von Dünung über sehr große Entfernungen unter Benutzung von 7 Wellenstationen zwischen Neuseeland und Alaska. Unter „Tidal Cusps“ wird auf die Möglichkeit der Modulation der Gezeiten durch langperiodische Klimaschwankungen hingewiesen.

Teil I der Artikel über die feste Erde umfaßt „The Figure and Long-Term Mechanical Properties of the Earth“ von G. J. F. MACDONALD, „Seismological Information and Advances“ von F. PRESS, „The Chemical Composition and Origin of the Earth“ von A. E. RINGWOOD, und „Mineralogy of the Mantle“ von A. E. RINGWOOD. MACDONALD stellt in den Mittelpunkt die Entwicklung einer Theorie des internen Schwerfeldes der Erde. Dabei werden Untersuchungen von CHANDRASEKHAR über die Figur von rotierenden Flüssigkeiten benutzt. Verschiedene Dichtemodelle der Erde werden untersucht. Unter Benutzung der Ergebnisse der Satelliten-Geodäsie ergibt es sich, daß im globalen Maßstab Unterschiede im Verlauf der Flächen gleicher Dichte und der Äquipotentialflächen auftreten. Bei einer Abschätzung der sich aus diesem Nichtgleichgewicht der Figur der Erde ergebenden potentiellen Energie ergibt sich eine Größenordnung, die vergleichbar ist mit der der radioaktiven Wärmequellen. Die Frage ist nur, wie wird diese Energie abgebaut. Können dadurch Kontinente verschoben werden? MACDONALD steht auf dem Standpunkt, daß aus der Theorie heraus damit noch nicht die Kontinentaldrift oder Konvektionsströmungen abgeleitet werden können. F. PRESS greift einige ihm interessant erscheinende Entwicklungen aus der Seismologie heraus. In der Instrumentation wird auf die Vorteile der digitalen Datenaufnahme hingewiesen. Die Ausbreitung langer Wellen und freie Oszillationen, ihre Analyse und einige Ergebnisse werden dargestellt. Für die Erdbebenvoraussage dürften Verformungs- und Neigungsmessungen von Bedeutung sein; auf eine nachweisliche Verformung auf Hawaii im Gefolge des großen Alaskabebens wird hingewiesen. Die Entdeckung und Identifikation von Untergrundexplosionen wird gestreift. Die beiden Artikel RINGWOODS nehmen etwa 20% des Buches ein. Verf. geht von der Anschauung aus, daß sich die Erde durch einen gravitativ bedingten Zusammenbruch einer kalten interstellaren Staub- und Gaswolke gebildet hat. Der Anfangschemismus und die selektive Flüchtigkeit der Elemente bestimmen die heutige Zusammensetzung der Erde. Mehr Gründe sprechen für einen Nickel-Eisen-Kern als für eine Phasenumwandlung an der Kern-Mantel-Grenze. Aus seismischen Gründen wird ein gewisser Silicium-Gehalt im Kern für wahrscheinlich gehalten. Auch die Moho-Diskontinuität ist in der Regel keine Phasengrenze von Basalt und Eklogit. Der Begriff des Pyrolit (= Pyroxen-Olivin Fels) wird erläutert. Während unter tiefen Ozeanbecken Pyrolit vermutlich schon unterhalb der Moho zu erwarten ist, beginnt er unter den Kontinentblöcken vielleicht erst in 150–200 km Tiefe. Eingehend wird die Differentiation des Mantels behandelt. Für die Entstehung der Erde werden zwei Gruppen von Theorien unterschieden: mehrstufige und eine einstufige, wobei die letztere von RINGWOOD stammt. Sie wird ausführlich begründet. Der zweite Artikel von RINGWOOD ist eine Ergänzung des vorhergegangenen unter Berücksichtigung der bevorzugt mineralogischen Aspekte.

Teil II „Feste Erde“ umfaßt „Earth Heat Flow Measurements in the Last Decade“ von F. BIRCH, „Geochronology, and Isotopic Data Bearing on Development of the Continental Crust“ von G. J. WASSERBURG und „Thermal Structure of the Upper Mantle and Convection“ von W. M. ELSASSER. BIRCH nimmt vornehmlich zu grundsätzlichen Fragen der Geothermik Stellung. Daß neun Zehntel von den etwa vorhandenen tausend Messungen auf den Meeren liegen, ist ein Nachteil. Der häufigste Wert ist 1,1 microcal/cm<sup>2</sup> sec. Der Mittelwert ist 1,62, der Mittelwert für Kontinente 1,43, für Ozeane 1,65. Der mittlere Wärmestrom über Ozeanen und Kontinenten ist also fast gleich. Auf die Notwendigkeit von Korrekturen bei Wärmestrommessungen wird hingewiesen. Der Standardfehler von Messungen in Ozeanen ist um das Doppelte bis Dreifache größer als bei Messungen auf Kontinenten. Man sollte sich also bei ozeanischen Messungen nicht mit Einzelpunkten begnügen. Über größeren Granitserien sind

in USA höhere Wärmestromwerte gefunden worden als z. B. über Anorthositen. Daraus wird geschlossen, daß zumindest 0,5 von dem mittleren Wärmestrom über dem Kontinent aus der oberen Kruste kommt und tiefere Kruste und Mantel im Mittel 0,7 beisteuern. Noch zu selten werden Wärmestrommessungen und andere geophysikalische Untersuchungen kombiniert. Niedere Geschwindigkeit im oberen Mantel läßt sich in den USA qualitativ mit Gebieten höheren Wärmestroms und höheren Manteltemperaturen in Beziehung bringen. Über den Mittelwert hinausgehende Wärmestromwerte scheinen mit Depressionen des Geoids parallel zu gehen und umgekehrt. WASSERBURG bespricht nach einer allgemeinen Einführung, in welcher u. a. mitgeteilt wird, daß das älteste Kristallinmaterial von ozeanischen Inseln nur 650 Millionen Jahre alt ist im Gegensatz zu den hohen Altern in alten Krustenteilen von Kontinenten, hauptsächlich das Beispiel der Grenville Province: Im Osten von den USA und Kanada liegt eine Häufung von Altern zwischen 900 und 1200 Millionen Jahren. Sie ist nach Süden bis nach Texas zu verfolgen und hat möglicherweise Äquivalente in Grönland, Norwegen und Schweden. Dieses Grenville-Zeitband dürfte eine orogenetische Episode umfassen. Unter Benutzung von Strontium-Entwicklungsdiagrammen wird gezeigt, daß ein Teil des Gesteinsmaterials der Grenville-Orogenese aufgearbeitetes Material des Kanadischen Schildes ist, das über 2 Milliarden Jahre alt ist. Insbesondere in den Adirondacks hat sich jedoch auch Material gefunden, das dem Kontinent neu angefügt worden ist. Ein besonderes Kapitel ist gewöhnlichem Blei und Strontium resp. ihrer Isotopenzusammensetzung gewidmet. Man findet Unterschiede in der Isotopenzusammensetzung, die darauf hinweisen, daß z. B. die Annahme eines homogenen Mantels unter den Ozeanen nicht berechtigt ist, und es wird davor gewarnt, ähnliche Erscheinungen auf den Kontinenten als Kontamination von der Kruste her aufzufassen. ELSASSER beschäftigt sich im wesentlichen mit der Temperaturverteilung in der Erde und äußert sich darauf fußend zur Frage der Konvektion im Mantel. Wenn überhaupt, dann ist eine Zirkulation nur im oberen Mantel in Form eines Hochtemperaturkriechens möglich. Die Vorstellung von Konvektionszellen ist zu einfach. H. CLOSS

„Meteor“ *Forschungsergebnisse*. Herausgegeben von der Deutschen Forschungsgemeinschaft Reihe B (Meteorologie und Aeronomie), No. 1. Redaktion: Karl Brocks und Hans Ulrich Roll. Verlag Gebrüder Bornträger, Berlin 1967, X + 63 S.

In einer einleitenden Beschreibung des meteorologisch-aeronomischen Programms der Atlantischen Expedition 1965 gibt K. BROCKS einen Überblick über die einzelnen Teilprogramme, die sich mit der atmosphärischen Zirkulation (insbesondere in den Tropen), dem Energiehaushalt der Atmosphäre, der Radioaktivität, den Spurengasen und der Luftelektrizität befassen. Man erfährt unter anderem, daß während der viermonatigen Dauer 349 Sondaufstiege mit einer mittleren Gipfelhöhe von 29 km und weitere 146 Aufstiege bis 5 km Höhe durchgeführt wurden.

In einem längeren Beitrag berichten G. ROSE und H. U. WIDDEL über Ergebnisse von Ionosondenmessungen an der äquatorialen sporadischen E-Schicht, die eine Filamentstruktur in Richtung des geomagnetischen Feldes anzeigten, sowie über Polarisationsmessungen an der F-Schicht, die in der Nähe des erdmagnetischen Äquators durchgeführt wurden.

Von H. QUENZEL durchgeführte Messungen der direkten und gestreuten Sonnenstrahlung sollten Aufschluß über Luftmassen mit kontinentalem Aerosol liefern. Weitere Themen haben die Messung der Wasseroberflächentemperatur mit Hilfe eines Strahlungsthermometers (H. HINZPETER) sowie die Messung des vertikalen Wind-, Temperatur- und Feuchteprofils bis 9 m Höhe auf einer meteorologischen Boje (M. DUNCKEL) zum Inhalt. Der Aufbau einer neuartigen Dreikanal-Radiosonde zur kontinuierlichen Registrierung der Temperatur, der Feuchte und des Luftdrucks wird von G. STILKE, K. MOLLNHAUER und L. JAHNKE beschrieben. Schließlich findet sich in dem Heft noch ein Beitrag von H. HINZPETER über Strahlungsbilanzmessungen in den Spektralbereichen 0,3–3  $\mu$  und 0,3–40  $\mu$  im Bereich des Roten Meeres anlässlich der Indischen Ozean-Expedition 1964. E. MUNDREY

*Progress in Oceanography*. Vol. 2, 271 Seiten. Editor: Mary Sears. Pergamon Press, Oxford, 1964.

Im zweiten Band der Serie „Progress in Oceanography“ werden wieder mehrere Arbeiten aus verschiedenen ozeanographischen Arbeitsgebieten vorgelegt, von denen folgende von Interesse sein dürften:

G. WÜST: The major deep-sea expedition and research vessels 1873—1960. — A contribution to the history of oceanography and

T. L. HOPKINS: A survey of marine bottom samplers.

Im ersten Beitrag sind in kurzer und klarer Form die bedeutenden ozeanographischen Expeditionen in ihrer zeitlichen Reihenfolge beschrieben worden. Der Arbeit sind übersichtliche Karten mit den Reisewegen der einzelnen Expeditionen beigelegt, ferner Abbildungen der Forschungsschiffe und eine chronologische Zusammenstellung der veröffentlichten Expeditionsberichte.

Im vierten Beitrag sind alle Bodenprobeentnahmegeräte zusammengestellt worden, die seit 1874 sowohl für geologische als auch biologische Aufgaben entwickelt worden sind. Aufbau und Arbeitsweise der einzelnen Geräte werden an Hand von Skizzen kurz beschrieben. Der Arbeit ist ein ausführliches Literaturverzeichnis und ein Verzeichnis der Herstellerfirma beigelegt.

K. HINZ



SPRINGER-VERLAG  
BERLIN · HEIDELBERG · NEW YORK

H. Israël

# Einführung in die Geophysik

Von Professor Dr. Hans Israël, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen

Mit 157 Abbildungen  
XI, 223 Seiten. 1969  
Gebunden DM 48,-  
US\$ 12.00

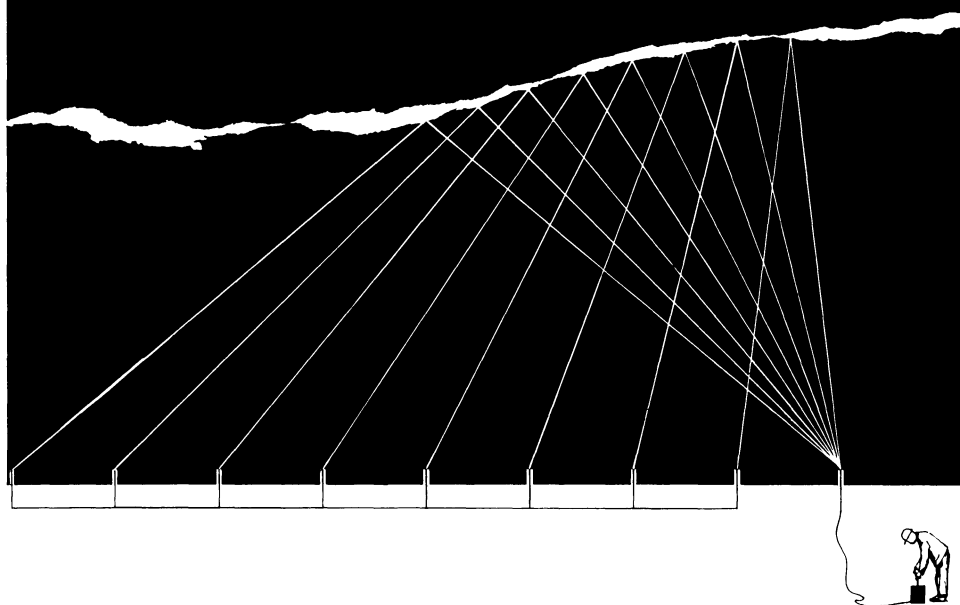
Das aus Vorlesungen des Verfassers hervorgegangene Buch vermittelt eine einführende Übersicht über das Gebiet der Geophysik. Es richtet sich an alle, die an den Erkenntnissen und Problemen der Physik unserer Umwelt interessiert sind.

Als „Einführung“ tritt es bewußt an die Stelle einer umfassenden Gesamtdarstellung, wie sie heute angesichts der lawinenartigen Vermehrung von Erkenntnissen und Publikationen ohnedies aus einer Feder nicht mehr gegeben werden kann. In flüssiger und leicht verständlicher Darstellung führt das Buch an die Erkenntnisse und Aufgaben dieses Zweiges der Naturwissenschaften heran und macht den Leser mit der besonderen Arbeits- und Betrachtungsweise der geophysikalischen Forschungsarbeit vertraut. Durch ausführliche, gebietsbezogene Literaturhinweise wird der Leser an die zusammenfassende Spezialliteratur herangeführt. Eine besondere Hilfe bietet das Buch dem Studierenden der Physik, der sich auf dieser Grundlage dem Gebiet der Geophysik zuwendet.

■ Bitte Prospekt anfordern!

# SEISMOS

hilft Ihnen bei der Lösung Ihrer  
bergbautechnischen Probleme durch  
seismische Messungen  
über Tage und unter Tage



**Langjährige Erfahrungen im  
Erz-, Kali- und Steinkohlenbergbau.  
Spezielle Meßgeräte,  
auch für schlagwettergefährdete Grubenbaue**

