

TELMA	Band 46	Seite 213 - 216	3 Abb., 1 Tab.	Hannover, November 2016
-------	---------	-----------------	----------------	-------------------------

Diskussion des Mittelwerts der Wasserleitfähigkeit k in Torfen

Discussion of the mean of water conductivity k in peat

VOLKER SCHWEIKLE

Zusammenfassung

Bei der Errechnung des Mittelwerts der Wasserleitfähigkeit $k_{s/f}$ wird das geometrische Mittel, bzw. der Median, bevorzugt, weil die Werte von $k_{s/f}$ eher geometrisch als arithmetisch verteilt sind. Ein Gedankenexperiment zeigt, dass der Mittelwert von $k_{s/f}$ -Werten von der Struktur des darcschen Gesetzes abhängt, die nur den arithmetischen Mittelwert, auch bei einer geometrischen Verteilung, zulässt.

Abstract

Calculating the mean of data of the water conductivity $k_{s/f}$, the geometric mean, respectively the median, will be preferred, because of the mainly geometric distribution of the data. A thought experiment shows, that the real mean of $k_{s/f}$ depends on the structure of the darcyan law, which allows only the arithmetic mean, despite a geometric distribution.

1. Einleitung und Methodik

Die Wasserbewegung in Böden aus Torf hängt neben der Speicherkapazität des Torfbodens von der Wasserleitfähigkeit ab. In der Bodenphysik herrscht seit Jahrzehnten Uneinigkeit bzgl. des richtigen Mittelwertes der gesättigten Wasserleitfähigkeit $k_s/m^3 \cdot s \cdot kg^{-1}$ im Strömungsgesetz von Darcy, weil die Werte von k innerhalb einer/s Schicht/Horizontalis in der Regel nicht normal sondern geometrisch verteilt sind und deshalb nicht der arithmetische sondern der geometrische Mittelwert der Mittelwert der Wahl sei. Fakultativ wird auch der Median verwendet. Anhand eines Gedankenmodells wird geprüft, welcher Mittelwert für Wasserbilanzen geeignet ist. An 9 Proben, die 78 % der Gesamtfläche abdecken (Abb. 1), mit geometrischer Verteilung (Tab. 1 und Abb. 2) wird das geometrische und arithmetische Mittel bestimmt.

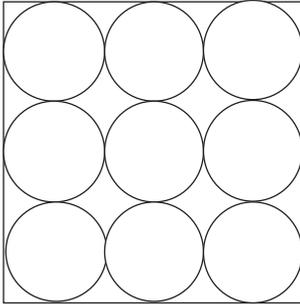


Abb. 1: Untersuchungsfläche mit 78 % Probenahme­fläche
 Research area with a sampling area of 78 %

Tab. 1: Werte von V und k mit zugehörigen arithmetischen und geometrischen Mittelwerten
 Values of V and k with their arithmetic and geometric means

(1) Volumen V	1	10	100	1000	10.000	
(2) $\log V$	0	1	2	3	4	
(3) Zahl der Proben n	1	2	3	2	1	$\Sigma = 9$
(1) (3)	1	20	300	2000	10.000	$\Sigma = 12.321$
(2) (3)	0	2	6	6	4	$\Sigma = 18$

$$\bar{V}_{arith} = \frac{12321}{9} = 1369$$

$$\bar{V}_{geom} = \frac{18}{9} = 2, \text{ delogarithmiert} = 100$$

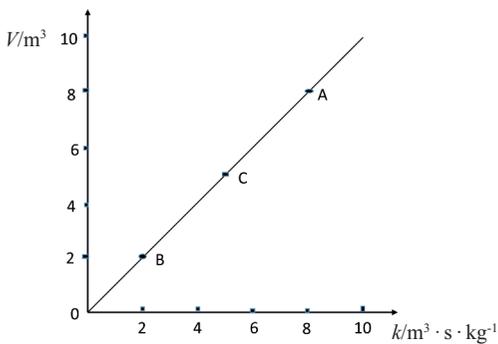


Abb. 2: Beziehung zwischen Wasservolumen V und Wasserleitfähigkeit k
 Relation between water volume V and water conductivity k

2. Ergebnis und Diskussion

Das arithmetische Mittel bildet die Gesamtmenge des perkolierten Wassers exakt ab, obwohl das geometrische Mittel und der Median genau im Maximum der geometrischen Verteilungskurve liegen. Der Quotient $\frac{\bar{k}_{arith}}{\bar{k}_{geom}} \sim \frac{\bar{V}_{arith}}{\bar{V}_{geom}} = 13,69$ zeigt, dass das arithmetische Mittel 13,69 mal höher ist als das geometrische. Allerdings ist dieser Quotient nicht konstant, da er von der Verteilung von n abhängt.

Das Gesetz von Darcy lautet $\frac{V}{A \cdot t} = k \frac{\Delta p}{l}$ und umgeformt $V = k \frac{A \cdot t \Delta p}{l}$ mit dem perkoliereten Wasservolumen V das durch die Probenfläche A in der Zeit t fließt und angetrieben wird durch den Druckgradienten $\frac{\Delta p}{l}$. A , t und $\frac{\Delta p}{l}$ sind konstant, so dass $V \sim k$ ist. D.h. verändert sich V um eine Einheit, verändert sich auch k um eine Einheit. Der Ausdruck $\frac{A \cdot t \Delta p}{l}$ entspricht der Steigung $m = 1$ der Geraden in Abbildung 3 (m ist konstant und 1 wurde gewählt, um niedere 10^{-x} zu vermeiden; was an allen folgenden Aussagen nichts ändert!).

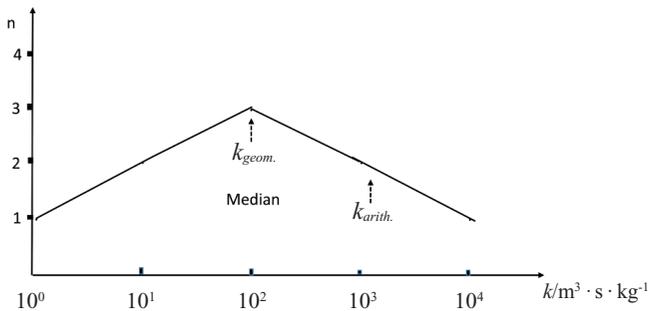


Abb. 3: Verteilungskurve von k für die Werte in Tabelle 1
Distribution of the k -values listed in table 1

Wird von den Werten A und B auf der Geraden der Mittelwert C berechnet, so ist das sowohl für k als auch für V das arithmetische Mittel (Sie sind ja einander proportional!). Welcher Mittelwert also gewählt werden muss, entscheidet nicht die statistische Verteilung von Messwerten, sondern die Struktur eines physikalischen Gesetzes, hier dem darcschen (in dem keine Exponenten vorkommen!) und das ist nur das arithmetische Mittel. Verwiesen sei auch darauf, dass $\bar{V} \cdot n$ exakt das Gesamtvolumen der vorgegebenen perkolierten Wassermengen der Einzelproben ergibt und nicht $n \cdot \log \bar{V}$, was ja für Bilanzierungen notwendig ist.

Der Median ist als Parameter in der Darstellung der Verteilung von Messwerten sinnvoll.

216

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. V. Schweikle
Ebertstraße 12a
D-69190 Walldorf
E-Mail: volker.schweikle@gmail.com

Manuskript eingegangen am 27. Juni 2016