

ZEITSCHRIFT
FÜR
GEOPHYSIK

Herausgegeben im Auftrage der
Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft

von

B. Brockamp, Münster i. W.

unter Mitwirkung von **A. Defant**, Innsbruck · **W. Dieminger**, Lindau b. Northeim
W. Hiller, Stuttgart · **K. Jung**, Kiel · **O. Meyer**, Hamburg
F. Möller, Mainz · **H. Reich**, Göttingen

Sonderheft anlässlich der Tagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft
in Leipzig

Jahrgang 24

1958

Heft 4/5



PHYSICA-VERLAG · WÜRZBURG

in Zusammenarbeit mit

B. G. TEUBNER VERLAGSGESELLSCHAFT · LEIPZIG

Die ZEITSCHRIFT FÜR GEOPHYSIK

erscheint in Jahrgängen zu je 6 Heften. Der Bezugspreis beträgt je Jahrgang 34,— DM, Einzelhefte je nach Umfang. Abonnements verlängern sich jeweils um einen Jahrgang, falls keine ausdrückliche Abbestellung zum Ende eines Jahrganges vorliegt.

In der Zeitschrift werden Originalarbeiten, die weder im In- noch im Ausland veröffentlicht wurden, und die der Autor auch anderweitig nicht zu veröffentlichen sich verpflichtet, aus dem Gebiet der reinen und angewandten Geophysik sowie aus den Grenzgebieten aufgenommen. Mit der Annahme des Manuskriptes geht das ausschließliche Verlagsrecht an den Verlag über.

Die Autoren werden gebeten, die Manuskripte in Maschinenschrift mit handschriftlich eingetragenen Formeln druckfertig einzureichen und gesondert eine „Anweisung für den Setzer“ beizufügen, aus der zu ersehen ist, wie kursiver, gesperrter oder fetter Satz und griechische, gotische oder einander ähnliche Typen und Zeichen kenntlich gemacht sind (z. B. durch farbige Unterstreichung). Die Vorlagen für die Abbildungen sollen reproduktionsfertig (Tuschzeichnung) möglichst im Maßstab 2:1 eingesandt werden. Die Beschriftung der Abbildungen soll auf einem lose vorgeklebten, durchsichtigen Papier erfolgen. Fußnoten sind fortlaufend zu numerieren und am Ende des Manuskriptes zusammenzustellen; bei Zitaten sind neben Autorennamen, Titel und Zeitschriftentitel, auch Bandnummer, Erscheinungsjahr und Seitenzahl anzugeben.

Jeder Arbeit ist eine „Zusammenfassung“ in deutscher und englischer oder französischer Sprache beizufügen.

Der Verfasser liest von der Arbeit in der Regel nur eine Korrektur: etwaige Autorenkorrekturen können nur als Fußnoten bzw. am Schluß des Artikels gebracht werden. Umfangreiche Änderungen bedürfen der Zustimmung des Herausgebers und können nur gebracht werden, wenn sich der Autor bereit erklärt, die Korrekturkosten zumindest teilweise zu tragen.

Von seiner Arbeit erhält der Verfasser 50 Sonderdrucke ohne Umschlag kostenlos. Weitere Sonderdrucke liefert der Verlag gegen Erstattung der Selbstkosten. Eine Honorierung der Beiträge erfolgt nicht.

Für die *Zeitschrift für Geophysik* bestimmte Manuskripte und redaktionelle Anfragen bitten wir an den Herausgeber zu richten:

Prof. Dr. Bernhard Brockamp, Münster (Westfalen), Steinfurter Straße 107

Anschrift der *Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft*:

Hamburg 13, Rothenbaumchaussee 80, Postscheck: Hamburg Nr. 55983

Es ist ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, fotografische Vervielfältigungen, Mikrofilme, Mikrofotos u. ä. von den Zeitschriftenheften, von einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen.

Bekanntmachung lt. Bayr. Pressegesetz: Verlag: PHYSICA-VERLAG Rudolf Liebing K.-G., Würzburg, Münzstraße 12, Pers. haft. Ges.: Rudolf Liebing, Arnulf Liebing und Hildgund Holler, sämtl. Buchhändler in Würzburg. Kommanditisten: Friedr. Gäbler, Buchhändler, u. Charl. Kuhnert, beide Würzburg.

©

PHYSICA-VERLAG Würzburg 1958

Liz.-Nr. 294 · 375/125/59 B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig
MdI der DDR Nr. 5236

Satz und Druck: (III/18/154) B. G. Teubner, Leipzig C 1, Querstraße 17 · T 1021
Printed in Germany

On the problem of magnitude determination

By E. Bisztricsány, Budapest¹⁾

Zusammenfassung: Es wurden zur Eliminierung der Fehler der auf die Dauer der Oberflächenwelle begründeten Magnitudengleichung und zur Bestimmung der auf Budapest bezogenen Magnitudengleichung die durch Prag bestimmten Magnituden von 170 Seichtbeben angewandt. Gleichzeitig haben wir auch die auf Prag bezogene Magnitudengleichung bestimmt. Die beiden Gleichungen weichen nur in 5 Zehntausendstel ab, was die Koeffizienten von Δ° betrifft, und das konstante Glied ist bis zwei Dezimalstellen gleich. Auf kleinen Entfernungen kann die Abhängigkeit der Magnitude von Δ° vernachlässigt werden.

Summary: To eliminate the error sources of the magnitude based on the duration of the surface wave and to establish the magnitude equation for Budapest we have evaluated the magnitudes of 170 shallow shocks as given by Prague. We have simultaneously established also a magnitude equation for Prague. The latter differs from the Prague equation, as established there, only by 0,0005 units as regards the coefficient of Δ° and the constant term is identical up to two decimals. Within small distances the variance of magnitude with Δ° may be neglected.

The problem how to determine magnitudes of shocks of an epicentral distance less than 10° has arisen as soon as the computing of the Magnitude Equation for the Wiechert Pendulum ($V \sim 190$, $T_0 \sim 10$, $\varepsilon \sim 5$) of Budapest was completed. Part of the problem consisted in the lack of a seismological station which could have given the magnitudes of small-distance Hungarian shocks of small intensity; another part was that even if the magnitudes could have been obtained, the small recording velocity would have made inaccurate the reading of the period and consequently the determination of the ground amplitude. Last but not least, there was the difficulty of the wave form being—in case of near shocks—not nearly sinusoidal thus rendering illusory the application of the ground amplitude formula.

To overcome these difficulties, a new source of magnitude derivation was looked for and found in the duration of the surface waves [1]. Under the duration of the surface wave the difference $t = F - eL$ is understood, F denoting the end of the observed surface waves of a shock, eL the commencement of the same. However, formula (2) in [1] does not yield acceptable values for small magnitudes. In evolving this formula, magnitudes given by Pasadena and Prague were used. However, the magnitudes given by Prague and Pasadena do not lie, if plotted against $\log t$, on a straight line (Fig. 5 in [1]), but rather along two intersecting ones. The usual procedure would be to apply

¹ E. Bisztricsány, Budapest, E. L. T. E. Geofizikai Tanszék; VIII. Muzeum krt 4/a.

Pasadena magnitudes exclusively. However, in this case this was out of question, because—as shown by Fig. 1 of [2]—no shock smaller than $M = 6$ with on magnitude given by Pasadena is observed by Budapest. Similarly as Budapest and Pasadena lie very far apart, the shocks near Budapest will go unobserved by Pasadena. Thus the useful magnitude range is $6 \leq M \leq 8,5$, which is too small and introduces a serious inaccuracy into determining magnitudes of around say $M = 3$. Finally we were contented to accept Prague magnitudes exclusively, although the in accuracy is smaller than that of those given by Pasadena.

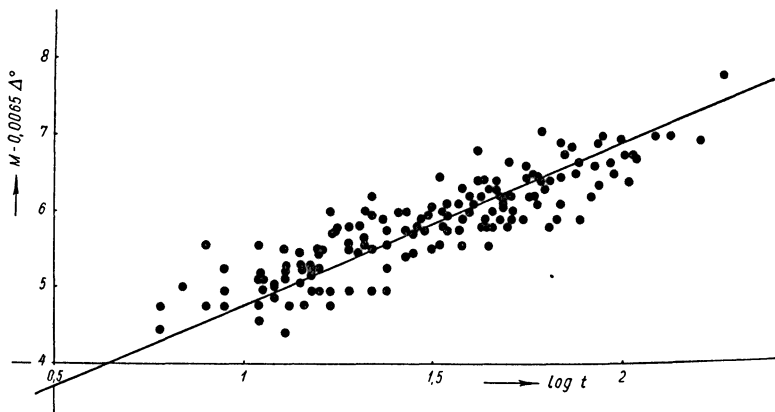


Fig. 1. Magnitudes given by Prague plotted against the duration of the surface wave as registered by the Budapest Wiechert typ pendulum

To obtain the magnitude equation, the magnitudes given by Prague [3, 4, 5] of 170 shallow shocks from the interval 1953–1955 were used (see Table I). The epicenters of these shocks were farther than 10° of Prague so that the relative error of magnitude determination was below $\frac{1}{4} M$.

The coefficients of the Equation

$$(1) \quad M = a \log t + b \Delta^0 + c$$

were determined by the method of least squares. (M denotes the magnitude of the shock, t the duration of the surface waves in minutes, Δ^0 the epicentral distance). The values $F - eL$ were adopted from the Rapport Microseismique de l'Institut National Seismologique de Hongrie 1953–1955. This procedure has the disadvantage that typing or printing errors in the Rapports will affect the Equation, but there is, on the other hand, the advantage that it is impossible to favor a preconceived idea by subconsciously incorrect reading of the records.

The equation obtained (Fig. 1) is

$$(2) \quad M = 2,12 \log t + 0,0065 \Delta^0 + 2,66$$

Table 1

Date	time			location			Δ°	t_{\min}	M_{Pr}	M_P		
	h	m	s									
53 I.	5	10	06	25	49	N	156	E	76,5	56	7,5	6,75
I.	7	00	01	27	41,5	N	20	E	6,1	15	5,3	
	19	04	57	22	42	N	143	E	77,7	20		
	27	03	12	55	52	N	159,5	E	74,3	51	6,4	
II.	5	22	42	02	35,5	N	23,5	E	12,4	11	4,75	
	7	22	31	08	35,5	N	24,5	E	12,7	15	5,4	
	12	08	15	29	38,5	N	55	E	28,6	63	6,5	
	19	15	17	40	0,0		17,9	W	57,4	48,5	6,6	
	26	11	42	26	11	S	164,5	E	133,4	93,0	7,5	
IV.	4	05	52	15	36,5	N	141	E	81,3	18	6,25	
	23	16	24	17	4	S	154	E	121,9	135	7,75	
V.	2	18	37	42	38,75	N	26,5	E	10,3	17		5,75 U
	4	11	29	08	53,5	N	161	E	77,8	19	6	
	11	10	16	36	21,5	S	169	E	144,5	45	6,5	
	31	19	58	35	20	N	70,5	W	75	42	7,25	
VI.	3	16	05	23	40,1	N	28,8	E	9,5	19	5	4,5 — 4,75
	13	18	38	58	38,25	N	22,75	E	9,6	15	5	
	15	17	47	14	56,5	N	154	W	75,8	43	6,25	
	16	09	53	06	31	N	141	E	85,8	20	6	
	18	05	43	58	41,7	N	26,5	E	7,8	13	4,75	
	21	08	11	25	37,6	N	20,6	E	9,9	11		
	23	13	53	28	52,5	N	157	E	74	19	6,25	
	25	10	44	57	8,5	S	123,5	E	106	49	6,9	
	26	05	42	50	8	S	124	E	106	35*	6,75	
VII.	9	21	23	48	30	N	42,5	W	49,7	32	6,25	
	22	15	09	37	39	N	28,4	E	10,5	14	4,75	
VIII.	9	07	41	05	38,1	N	20,8	E	9,1	63	6,3	6,75
	11	12	43	24	38,1	N	20,8	E	9,1	11	5,5 — 5,75	
	12	09	23	49	38,1	N	20,8	E	9,1	62	7,1	
	12	11	33	42	38,1	N	20,8	E	9,1	17	5,75	
	12	12	05	20	38,1	N	20,8	E	9,1	49	6,1	
	12	13	39	20	38,1	N	20,8	E	9,1	16	5,5	
	12	14	08	38	38,1	N	20,8	E	9,1	35	6	
	13	10	16	50	38,1	N	20,8	E	9,1	17	5	
	13	14	43	29	38,1	N	20,8	E	9,1	9	4,75	
IX.	5	14	18	41	37,8	N	23	E	9,9	19	5,6	
	7	03	58	57	41,25	N	32,75	E	11,9	45	5,9	
	30	23	04	08	22	N	107,5	W	95,6	43	6,75	
53 X.	5	04	31	40	53,5	N	160,5	E	73,8	22	6	6,75 — 7
	6	21	38	16	3,5	S	151	E	119,7	32		
	10	21	29	13	38,3	N	21	E	9,1	15	5,25	
	11	17	08	00	31,5	N	83	E	53	33	6,75	

1*

Date	time			location		Δ°	t_{min}	M_{Pr}	M_P
	h	m	s						
53 X. 16	21	44	40	38,25 N	20,75 E	9,3	14	4,75—5	
17	21	07	22	52 N	159 E	74,8	34	6,25—6,5	
21	11	31	01	38 N	20,5 E	9,5	14	5,25—5,5	
21	18	39	51	38 N	20,5 E	9,5	44	6,5	
XI. 8	14	45	50	39 N	24 E	9,2	9	5	
13	19	15	37	13 S	166 E	135,8	77	6,75	
14	20	03	27	52 N	160 E	75	28	6,25	
17	13	29	52	14 N	92 W	86,7	58	7	
25	17	48	49	34 N	141 E	83,4	188	8,2	
26	00	03	28	34 N	141 E	83,4	60	7	
26	01	47	27	34 N	141 E	83,4	33	6,0 — 6,25	
26	08	14	12	34 N	141 E	83,4	70	7,25	
28	20	17	21	37 N	20 E	10,5	17	5	
29	00	35	40	44 N	86 E	45,4	16	5,75	
30	13	21	01	39 N	21,5 E	8,7	14	5,25	
XII. 2	04	24	50	3,5 S	141,5 E	114	35	6,5	
3	14	54	03	31 N	85,5 E	12,3	59	6,75	
4	14	54	46	49,5 N	129,5 W	79,3	40	6,5	
5	09	41	17	34 N	141,5 E	83,4	28	6	
7	14	11	32	39,5 N	141,5 E	79,1	20	6,25	
12	17	31	23	3,7 S	80,7 W	99,4	163	7,6	
13	06	56	00	50 N	158,5 E	76,4	21	6	
20	21	20	14	34,5 N	140,5 E	82,7	30	6,25	
24	23	21	09	51,5 N	159 E	75,3	26	6,5	
25	01	51	26	52 N	159,5 E	75,3	110	7,2	
28	02	38	44	38,5 N	21 E	9,5	9	5,25	
54 I. 2	01	13	21	36,5 N	27,5 E	12,6	6	4,75	
13	00	13	10	49,5 S	166 E	157,5	44	7	
18	14	16	10	36,70 N	24,25 E	10,8	8	4,75	
30	03	55	48	38,25 N	20,5 E	9,3	6	4,5	
II. 1	01	06	53	24,5 N	142,5 E	91,9	62	7	
5	09	19	46	4,5 S	153 E	121,7	46	6,6	
11	00	30	13	39,5 N	101 E	60,7	87	7,3	
II. 17	01	38	52	51,5 N	160 E	75,5	13	6	
19	00	40	25	11,5 N	87,5 W	92,4	37	7	
19	19	07	44	30 S	178 W	158,1	52	7	
22	12	03	23	66,5 S	26,5 W	113	24	6,25	
23	06	40	33	27,75 N	91,5 E	57,9	21	6	
28	00	55	24	27 N	132 E	83,7	29	6,5	
III. 3	06	02	55	5,5 S	142,5 E	116,2	88	7,1	
8	08	17	21	38 N	20,5 E	9,4	13	5,25	
9	02	21	41	1,5 N	30,5 W	62,8	27	5,75	
9	05	39	24	50,5 N	157,25 E	76	17*	6,75	6,25—6,5
14	17	44	33	51,5 N	160 E	75,5	16	6	

Date	time			location			Δ°	t_{min}	M_{Pr}	M_P	
	h	m	s								
54 III. 28	20	36	22	52	N	176	E	78,6	50	6,25 — 6,5	6,25
29	04	01	10	19,5	N	121	E	83,7	14	6	
IV. 29	11	34	34	29,5	N	112,5	W	91,7	69	7,5	
30	13	02	36	39,5	N	22	E	8,3	102	6,8	
30	19	33	30	39,5	N	22	E	8,3	17	4,75	
30	23	04	27	0,5	S	18,75	W	57,4	48	6,25	
V. 1	20	53	16	36,5	N	26	E	12,1	16	5,25	
3	05	24	57	36	N	21,5	E	11,6	13	4,75 — 5,0	
3	08	51	19	36	N	21,5	E	11,6	11	5	
3	15	29	40	51,5	N	159,5	E	75,4	45	6,75	
4	16	43	21	39,5	N	22	E	9,7	24	5,25 — 5,5	
9	14	14	29	71,5	N	13	W	28	13	5,25	
15	12	24	34	36,2	N	21,7	E	11,4	24	5	
25	22	03	33	39,5	N	22,2	E	8,3	27	5,5	
VI. 6	16	50	40	23	S	135,5	E	110,8	105	7,1	
30	13	26	55	7	N	37	E	43,4	32	5,75	
VII. 2	02	45	09	13	N	124,2	E	89,5	47	6,9	
6	11	13	19	39,5	N	118,5	W	85,2	32	6,5 — 6,75	
18	09	07	44	35,5	N	140,5	E	81,9	24	6,25 — 6,5	
18	14	42	25	38,5	N	21,5	E	9,6	16	5	
31	00	59	56	39	N	104	E	59,3	75	7,2	
VIII. 3	18	18	10	40,2	N	25	E	8,6	37	5,75	
21	22	51	00	72	N	13	W	28,6	11	5,25	
24	05	51	32	59,5	N	118,5	W	82	69	7	
IX. 9	01	04	37	36	N	1,5	E	17,4	86	6,7	
9	09	28	42	36	N	1,5	E	17,4	12	5 — 5,25	
9	05	44	05	36	N	1,5	E	17,4	37	6,2	
12	07	43	50	41	N	143	E	78,4	34	6,5	
23	21	43	38	49	N	156	E	76,9	46	6,75	
X. 1	02	55	31	11	S	166	E	134,2	67	6,75	
3	02	47	19	10	S	166	E	133,3	69	7	
17	22	57	18	31,5	N	116,5	W	91,5	21	6 — 6,25	
19	17	48	20	57,5	N	32,5	W	32,1	11	5,25	
20	23	41	43	31	N	141	E	87	14*	5,75 — 6	
XI. 2	08	24	08	7,5	S	118	E	102,2	22	6,5 — 6,75	
25	11	16	36	40,5	N	126	W	86,7	58	7	
XII. 3	21	38	12	41,5	N	74,5	E	42	8	5,75 — 6	
11	12	57	01	52,5	N	32	W	32,5	51	6,4	
16	11	07	10	39,5	N	118	W	85	100	7,5	
21	19	56	25	41	N	124	W	85,6	53	6,5 — 6,75	
23	16	27	20	38	N	21	E	9,6	17	5,75	
30	11	05	58	37	N	22	E	10,7	14	5,0 — 5,25	

7 — 7,25

Date	time			location ¹			Δ°	t_{\min}	M_{Pr}	M_P			
	h	m	s										
55 I.	3	01	07	04	39	N	22	E	8,8	12	5,1	6,7R 6,25—6,5	
	5	00	50	12	50	S	162,5	E	156	56	7,2		
	5	23	42	06	16	S	167,5	E	139	55	6,8		
	8	07	52	58	39	N	22,5	E	8,8	22	5		
	13	02	03	43	53	N	167,5	W	79,3	65	6,9		
	28	17	02	33	33	N	82,5	E	49,1	42	7		
31	16	02	12	46,5	N	153	E	77,8	41	6,8			
II.	5	20	41	51	46,5	N	153	E	77,8	23	6,4		
	6	02	27	51	71	N	13,5	W	28,1	21	6,2		
	9	10	06	57	42	N	16	E	5,3	11	4,8		
	27	20	43	23	21,5	S	176	W	156,8	124	8		
III.	1	04	42	59	65	N	133	W	65,4	27	6,4		$h = 60\text{ km}$
	6	10	55	28	9,5	N	122,5	E	87,7	27	6,3		
	18	06	49	37	41,8	N	15,6	E	6,2	12	4,9		
	22	14	05	06	8,5	S	92	E	85	50	7,2		
	28	14	45	45	37,6	N	21,1	E	9,6	11	5,2		
31	18	17	00	8	N	124	E	94	107	7,4			
IV.	4	11	11	21	22	N	121	E	81,6	34	6,6		
	5	15	09	15	25	N	110	W	94,3	40	6,8		
	13	20	45	45	37,5	N	22	E	10,2	13	5,2		
	14	01	28	58	30	N	101,5	E	63,5	90	7,4		
	19	16	47	19	39,5	N	23	E	8,5	48	6,2		
	19	20	24	05	30	S	72	W	112,3	82	6,9		
	21	01	18	18	39,5	N	23	E	8,5	31	5,9		
	24	12	59	00	45	N	86	E	44,9	38	6,6		
28	19	05	03	51	N	178,5	W	80,6	38	6,4			
V.	1	13	58	44	39,5	N	143,5	E	80	38	6,4	6,75	
	17	14	49	49	7	N	94,5	E	75	76	7		
	26	16	23	14	10	S	161	E	130,7	25	6,5		
	29	15	34	04	10,5	S	110,5	E	98,7	38	6,2		
VI.	5	14	56	13	36,5	N	1,5	E	17	19	5,6		
	12	20	30	45	49	N	150	E	76,2	28	6,2		
	28	04	28	07	86,5	N	70	E	40,4	15	5,4		
	28	07	14	07	44	N	20,5	E	3,6	13	4,4*		
VII.	6	01	54	18	51	N	158	E	78	28	6,25		6,75 — 7
	9	23	53	43	42,6	N	19	E	4,9	7	5		
	16	07	07	12	37,5	N	27	E	11,5	77	6,6		
IX.	22	03	25	03	29	N	123	E	81,3	30	6,4		
	23	15	06	19	27	N	101,5	E	65,5	60	6,5		
X.	10	08	57	44	5	S	153	E	122,1	96	7,25		
	19	09	54	43	49,5	N	155	E	75	22	6,7		
XII.	7	15	03	11	26,5	N	142,5	E	90,3	59	6,5	6,75 — 7	

The mean error of magnitude determination is 0,32; thus the probable error is less than $\frac{1}{4} M$, as usual with this kind of work.

(2) gives very good results even in case of weak shocks, as compared with Equation

$$(3) \quad M = 0,6 I_0 + 1$$

of *Gutenberg*. (I_0 is herein the epicentral intensity according to the Mercalli-Sieberg scale). The constant term in (3) is 1, as the average focus depth of Hungarian shocks is 8 km.

On comparing (2) with Equation (3) in [2]

$$(4) \quad M = 1,85 \log t + 0,007 + 2,66$$

relating to the *Wiechert* pendulum of Prague and derived from data in [3, 4, 5], a very good agreement is found.

The difference between the coefficients of Δ° in (2) and (4) is $5,10^{-4}$, and the constant term is identical to two decimal places. The disparity in the coefficient of $\log t$ is due to the greater sensitivity of the Prague pendulum. With small epicentral distances, the term containing Δ° may be omitted in both formulae. The magnitudes of Hungarian shocks are thus readily computed out of

$$M = 2,12 \log t + 2,66.$$

Finally let us mention an interesting datum which is characteristic for the efficiency of the method: The July 8th, 1911 shock of Kecskemét, Hungary was registered in a circle of about 1500 kilometres radius, and of the registering stations 14 were equipped with *Wiechert*-type apparatuses (Table 2).

The $\log t$ values of these fourteen stations were, in want of a better solution, substituted into the Budapest magnitude equation (2). The magnitude values obtained are listed in Table 2.

Table 2

Location of station	T_0 free period of pendulum	$\log t$	Δ km	M_B	δ
Beograd	4	1,4	240	5,7	0,0
Wien	6	1,42	286	5,7	0,0
Zágreb	?	1,47	318	5,8	0,1
Graz	6	1,44	321	5,7	0
Krakko*	?	0,78	345		
Pola*	?	0,85	472		
Trieszt	10	1,26	500	5,4	0,3
München	?	1,4	630	5,7	0,0
Göttingen	?	1,35	860	5,6	0,1
Jugenheim	?	1,37	867	5,6	0,1
Strasbourg	6—8	1,27	889	5,4	0,3
Hamburg	6—7	1,7 ?	1000	6,2	0,5
Aachen	3—4	1,52	1083	5,9	0,2
Upsala	?	1,43	1430	5,7	0,0

When omitting the two stations designated by asterisks (*) (there is no way to ascertain why these stations have yielded so intensely jutting-out values), the average of the magnitude values is 5,7; the deviation of the values of the individual stations is listed similarly in Table 1, under the heading δ . The mean of the remaining 12 δ 's is 0,13 M : this is an acceptable deviation, considering that the magnitude equation used was that of the Budapest pendulum and not that of the above listed stations.

References

- [1] *Bisztricsány, E.*: A földrengések méretmeghatározásának új módszere. Geofizikai Közlemények, 1958 (English summary).
- [2] *Bisztricsány, E.*: On a new method of determining earthquake magnitude. (Manuscript Sent into Travaux Scientifiques, Series A).
- [3] *Vaněk, J. — Nykles, J.*: Bulletin československých seismických stanic Praha, Cheb, Hurbanovo, Skalnaté Pleso ročník 1953, Praha 1954.
- [4] *Vaněk, J. — Nykles, J. — Molnár, A.*: Bulletin československých seismických stanic Praha, Cheb, Hurbanovo, Skalnaté Pleso ročník 1954, Praha 1955.
- [5] *Kárník, V. — Vaněk, J. — Nykles, J.*: Bulletin československých seismických stanic Praha, Cheb, Hurbanovo, Skalnaté Pleso ročník 1955, Praha 1956.

Ergebnisse seismischer Untersuchungen auf Gletschern der Ostalpen

Von O. Förtsch, München¹⁾

Zusammenfassung: Eine Arbeitsgruppe des Instituts für angewandte Geophysik der Universität München hat von 1953 bis 1957 auf fünf Gletschern der Ostalpen refraktionsseismische Untersuchungen durchgeführt. Auf allen Gletschern streuen die beobachteten Werte für die Longitudinal- und Transversalgeschwindigkeiten im Eis sehr stark. Dies ist wohl auf den heterogenen Aufbau des Gletschereises zurückzuführen. Dieses liegt nur selten direkt auf dem Fels auf. Meist liegt noch Grundmoräne von beachtlicher Dicke dazwischen. Die Geschwindigkeiten in der letzteren schwanken zwischen 4000 und 5000 m/s. Die für Moräne sehr hohen Werte lassen sich entweder durch die Annahme erklären, daß sie gefroren ist, oder durch diejenige, daß sie besonders dicht sedimentiert wird. Aus den seismisch bestimmten Formen des Felsuntergrundes und des Gletscherbettes lassen sich Rückschlüsse auf die Dynamik der Gletscher ziehen.

Abstract: A team of the Institut für angewandte Geophysik of the University of Munich has taken seismic measurements on five glaciers of the Austrian Alps. The longitudinal and the transverse velocities of the elastic waves in the ice were found to vary much, which may be caused by the heterogenic structure of the ice of the glaciers. Normally ice is not laying immediately on rocks, but on relatively thick ground moraines. The sound velocity in this material differ between 4000 and 5000 m/s. For explaining this extremely high values we can assume that the subglacial ground moraines are frozen or that they are sedimented very close. The dynamics of glaciers can be concluded from the structure of the bed rock and the shape of the ground moraines forming the base of the glaciers.

Durch die großzügige Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft und der Vorarlberger Illwerke war es einer Arbeitsgruppe des Instituts für angewandte Geophysik der Universität München ermöglicht worden, von 1953 bis 1957 auf fünf Gletschern der Ostalpen refraktionsseismische Untersuchungen zur Erforschung der Eis- und Moränenmächtigkeiten sowie der subglazialen Talformen durchzuführen. Unterstützt wurde die Arbeitsgruppe von vielen freiwilligen Helfern. Allen, die zum Gelingen der Messungen beigetragen haben, sei auch an dieser Stelle nochmals gedankt. In der Tab. 1 sind die untersuchten Gletscher, das Jahr der Messungen und die Stellen angeführt, die finanzielle Unterstützung gewährten.

Da über die einzelnen Unternehmen bereits an anderen Stellen (s. Lit.-Verz.) ausführlich berichtet worden ist, soll hier nur kurz auf die wesentlichen Ergebnisse eingegangen werden.

Für die Beobachtungen stand die Kohlekugelgeophonapparatur des Münchner Instituts zur Verfügung. Sie wurde im Laufe der Jahre im Institut den

¹⁾ Dr. O. Förtsch, Institut für angewandte Geophysik der Universität, München 2, Richard-Wagner-Straße 10.

Erfordernissen auf den Gletschern immer besser angepaßt. Die Sprengladungen wurden in den ersten Jahren in Bohrlöchern gezündet. Später hat sich herausgestellt, daß mit Auflegern in einem kleinen Eisloch annähernd die gleichen Wirkungen erzielt werden können. Es konnte so die Arbeit und Zeit des Bohrens eingespart werden.

Da die Beobachtungen auch Aufschlüsse über die Verhältnisse unter dem Eiskörper geben sollten, wurden die Refraktionslinien möglichst lang, bis zu einem Kilometer ausgedehnt. Fast alle Profile wurden gegengeschossen.

Tabelle 1

Gletscher	Bereich der Alpen	Jahr der Messungen	Finanzielle Unterstützung gewährte
Kesselwand- und Gepatschferner Hintereisferner	Ötztaler Alpen	1953	D. Forsch.-Gem. auf Antrag <i>Förtsch</i>
	Ötztaler Alpen	1954	D. Forsch.-Gem. auf Antrag <i>Förtsch</i>
Brandner Gletscher Gurglerferner	Rätikon	1955	Vorarlberger Illwerke
	Ötztaler Alpen	1956	D. Forsch.-Gem. auf Antrag <i>Reich</i> AGI Seismik
Sulztalferner	Stubaier Alpen	1957	D. Forsch.-Gem. auf Antrag <i>Reich</i> AGI Seismik

A. Die Longitudinalgeschwindigkeiten im Eis

Auf allen Gletschern streuen die gemessenen Longitudinalgeschwindigkeiten im Eis bei den Refraktionsbeobachtungen von Profil zu Profil und auch auf dem gleichen Profil bei Schuß und Gegenschuß ziemlich stark. Die Grenzen sind in Tab. 2 angegeben. Die Wellen werden vermutlich von einigen harten Eisschichten geführt und pflanzen sich mit deren Geschwindigkeit fort. Eis verhält sich ähnlich wie Lockerböden und Schutthalden. Dort ist es refraktionsseismisch auch selten möglich, den mittleren Wert der Ausbreitungsgeschwindigkeit elastischer Wellen zu erhalten. Bei Tiefenberechnungen muß man daher vorsichtig sein, um nicht zu falschen Tiefenangaben verleitet zu werden. Bei den Gletschern hat sich gezeigt, daß man, um Übereinstimmung bei der Auswertung sich schneidender Längs- und Querprofile zu erhalten, in die Tiefenberechnungen für das Eis eine einheitliche Geschwindigkeit über die ganze Gletscherzunge hin einsetzen muß. Welches nun dieser Wert ist, kann aus den Beobachtungen nicht abgeleitet werden. Man muß sich mehr oder weniger einen plausiblen Wert suchen. Beim Brandner Gletscher waren nach den seismischen Messungen einige Bohrungen niedergebracht worden. Die Auswertung der Seismogramme konnte an die Bohrerergebnisse angehängt werden. Dabei zeigte sich, daß der Wert der Geschwindigkeit in

vertikaler Richtung, den man in die Rechnungen einsetzen muß, um richtige Teufen zu erhalten, am unteren Ende des Streubereiches der Beobachtungen liegt. Darüber, wie weit man dies verallgemeinern darf, ist noch wenig be-

Tabelle 2

Gletscher	Streuung der Longitudinalgeschwindigkeit m/s	Mittelwert der Longitudinalgeschwindigkeit m/s	Streuung der Transversalgeschwindigkeit m/s	Mittelwert der Transversalgeschwindigkeit m/s	Poissonsche Zahl aus den Mittelwerten	Für die Tiefenberechnung benutzte Longitudinalgeschwindigkeit, f. Eis m/s
Kesselwand- und Gepatschferner	3000—3800	3600	—	—	—	3600
Hintereisferner	3500—4000	3680	1600—1925	1730	0,36	3600
Brandner Gletscher	3000—3600	3300	—	—	—	2900
Gurglerferner	3425—3800	3530	1300—1920	1630	0,36	3600
Sulztalferner	3050—3650	3370	1640—1840	1690	0,33	3300

kannt. Es ist aber plausibel, daß der Mittelwert für die vertikale Richtung im unteren Teil des Streubereiches der in horizontaler Richtung gemessenen Werte liegt. Für den Gurgler- und auch für den Sulztalferner sind die für die Tiefenberechnung benutzten Geschwindigkeiten (s. Tab. 2, letzte Spalte) wohl eher zu hoch als zu niedrig angenommen worden. Dies bedeutet, daß die erhaltenen Mächtigkeiten etwas zu groß sein dürften.

Aus den mittleren Geschwindigkeiten kann man vielleicht eine gewisse Gesetzmäßigkeit ablesen. Je tiefer der Gletscher liegt bzw. je weniger Eis und Eisdynamik er hat, desto geringer sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Die Ostalpengletscher sind warme Gletscher, d. h., die Eistemperatur liegt um 0° . Eis von 0° hat, wie auch neuere Untersuchungen von Lotze (1957) an Eisproben gezeigt haben, keine Festwerte für die elastischen Konstanten mehr. Sie können innerhalb großer Bereiche schwanken. Die Abnahme der mittleren Geschwindigkeit von 3680 m/s beim Hintereisferner bis auf 3300 m/s beim Brandner Gletscher weist in dieselbe Richtung. Das Eis der beiden Gletscher hat allerdings auch andere Struktur.

B. Die Transversalgeschwindigkeiten im Eis

Transversalwellen wurden auf dem Kesselwand- und Gepatschferner, sowie auf dem Brandner Gletscher nicht angeregt, auf dem Sulztalferner nicht auf allen Profilen und bei den beiden anderen Gletschern nicht im Firngbiet. Sonst wurden sie auf den letzteren mit großen Amplituden registriert. Die gemessenen Geschwindigkeitswerte streuen für diese Wellenart ebenso wie diejenige für die Longitudinalwellen in weiten Grenzen. Es ist aber nicht so, daß z. B. auf einem Profil, auf welchem niedrige Werte für die Longitudinal-

welle beobachtet worden sind, auch kleinere Werte für die Transversalwelle sich ergeben haben. Irgendein Zusammenhang läßt sich nicht erkennen. Die Streubereiche und die Mittelwerte zeigt Tab. 2. Die letzteren streuen weniger als die der Longitudinalwelle.

Berechnet man aus den Mittelwerten der Longitudinal- und Transversalgeschwindigkeiten die Poissonschen Zahlen, so erhält man die in Tab. 2 angegebenen Werte. Dem Wert für den Sulztalferner darf man kein so großes Gewicht beimessen, da auf manchen Profilen keine Transversalwellen beobachtet worden sind. Die erhaltenen Zahlen stimmen mit denen aus früheren Messungen anderer Beobachter überein.

C. Die Geschwindigkeiten der Eisunterlage

Aus Schuß und Gegenschuß bekommt man bei der Refraktion bekanntlich die Geschwindigkeiten der tieferliegenden Schichten. Stellt man für die Gletscher der Alpen die Geschwindigkeitswerte für die Unterlage zusammen, so findet man, daß sie zwischen rund 4000 und 6000 m/s streuen. Man erkennt aber auch, daß sich die Werte in zwei Gruppen einteilen lassen, in eine mit Werten zwischen 4000 und 5000 m/s und in eine mit Werten zwischen 5200 und 6000 m/s. Bei den Messungen auf dem Gepatschferner ergaben sich auf zwei Profilen, die nur wenige hundert Meter voneinander entfernt sind, Geschwindigkeiten von 4350 und 5000 m/s, wobei der letztere Wert in Richtung zunehmender Eismächtigkeiten beobachtet worden ist. Der Gegenschuß fehlt hier. Daraus wurde damals geschlossen, daß unter dem Profil mit der höheren Geschwindigkeit, das dem Gletscherrand näher gelegen ist, unter dem Eis der Fels ansteht, während unter dem anderen zunächst Grundmoräne kommt. Etwas anderes kann es nicht sein. Um die hohe Geschwindigkeit für Moräne erklären zu können, wurde angenommen, daß sie sich im gefrorenen Zustand befindet.

Auf dem Hintereisferner wurden auf einigen randlich gelegenen Profilen ebenfalls Felsgeschwindigkeiten erhalten, auf den meisten jedoch Moränengeschwindigkeiten.

Auf dem Gurglerferner war durchweg unter dem Eis Moräne angetroffen worden. Die Geschwindigkeiten schwanken um 4000 m/s. Auch das Eis des Sulztalfernens liegt auf Moräne auf.

In den Registrierungen der beiden letztgenannten Gletscher konnten noch weitere Refraktionseinsätze erkannt werden, die von der Refraktionswelle erzeugt worden sind, welche an der Felsoberkante entlanggelaufen ist, und zwar mit Geschwindigkeiten, die zur zweiten Gruppe gehören. Damit war die obenerwähnte Unterscheidung bestätigt worden.

Die Untersuchungen von *Holtzcherer* (1953, 54) auf Grönland haben auch ergeben, daß der mächtige Eispanzer dort ebenfalls auf Grundmoräne aufliegt. Für sie wurde die Geschwindigkeit 4800 m/s bestimmt.

Bei der Vermessung des Sulztalfernens bot sich die Möglichkeit, auch weit vor der heutigen Gletscherzunge in einem 2 km langen Talboden zu beob-

achten. Hier liegt zunächst obenauf Obermoräne mit einer Mächtigkeit von 60 m. Darunter folgt nicht der Fels, sondern eine Schicht mit der Geschwindigkeit 4000 m/s, die maximal ebenfalls 60 m dick ist. Dann erst kommt der Fels. Auf Grund dieser Beobachtungen ist der Verfasser und sein Mitarbeiter, *H. Vidal*, bezüglich des gefrorenen Zustandes der Grundmoräne etwas skeptisch geworden, da man sich schwer denken kann, daß sich dieser Zustand mehrere Jahrzehnte oder gar Jahrhunderte ohne Eisbedeckung halten kann. Die hohe Geschwindigkeit von 4000 m/s läßt sich vielleicht auch als Folge einer sehr dichten Sedimentation durch das Gletschereis erklären. Leider ist noch nicht bekannt, ob beim Bau von Wasserkraftanlagen Moräne mit so hoher Geschwindigkeit erbohrt oder aufgefahren worden ist.

D. Die Genauigkeit der Tiefenberechnung

Mittels der beiden Refraktionswellen lassen sich die Mächtigkeiten des Eises und der Grundmoräne berechnen. Die Einsätze lassen sich nicht genauer als auf ± 2 Millisekunden auswerten. Dieser Zahl entspricht eine Unsicherheit in der Tiefenberechnung von ± 10 m, vielleicht auch noch etwas mehr. Wahrscheinlich erfolgt der Übergang vom Eis zur Grundmoräne nicht plötzlich, sondern allmählich. Dann kann die Eismächtigkeit nicht genauer angegeben werden.

E. Die Talformung und Talfüllung unter den Gletschern

Die Auswertung aller Profile vermittelt uns ein Bild der subglazialen Verhältnisse. In Tab. 3 sind die Volumina des Eises und die der entsprechenden Wassermengen für die einzelnen Gletscher angegeben. Die ersten beiden

Tabelle 3

Gletscher	Berechnetes Volumen		Gesamtvolumen	
	Eis	entsprechende Wassermenge	Eis	entsprechende Wassermenge
Kesselwandferner	0,2 km ³	0,18 km ³	0,3 km ³	0,27 km ³
Hintereisferner	0,44 „	0,40 „	0,84 „	0,68 „
Brandner Gletscher	0,027 „	0,022 „	0,027 „	0,022 „
Gurglerferner	0,24 „	0,21 „	0,32 „	0,26 „
Sulztalferner	0,041 „	0,037 „	0,11 „	0,09 „
	Grundmoränenvolumen			
Gurglerferner	0,40 km ³		0,47 km ³	
Sulztalferner	0,044 „		?	

Spalten beziehen sich auf die Teile der Gletscher, die seismisch vermessen werden konnten. In den letzten beiden sind die geschätzten Anteile der nicht vermessenen Gebiete, hauptsächlich der Firnfelder, dazugezählt worden. Das gleiche gilt auch für die Grundmoräne. Man sieht, daß in den Gletschern der Alpen noch große Wassermengen festgehalten werden. Selbst die kleineren Gletscher, wie der Brandner Gletscher oder der Sulztalferner, lassen sich mit künstlichen Stauseen vergleichen.

Die größte Eismächtigkeit wurde auf dem Hintereisferner mit nahezu 300 m gemessen. Die mittleren Mächtigkeiten der Gletscherzungen bewegen sich zwischen 50 und 100 m.

Erstaunen rief die festgestellte große Dicke der Grundmoräne unter dem Gurgler- und Sulztalferner hervor. Sie ist mit der des Eises vergleichbar. Sie wurde nicht vermutet, da man der Unterkante des Eiskörpers geringe Aktivität zuschrieb. Dies läßt sich aber nicht aufrechterhalten. Die Übergangsfläche ist in die Eisdynamik mit eingeschlossen. Aus der seismisch gewonnenen Form des heutigen Gletscherbettes und der Oberkante des Felsuntergrundes kann man schließen, daß die Gletscher zur Zeit des Höchststandes des Eises dem Felsuntergrund seine Gestalt gegeben haben, d. h., das Eis hat sich damals aus dem Gestein ein ihm angenehmes Bett herausgearbeitet. Eis strebt nicht wie das fließende Wasser ein gleichmäßiges Gefälle an, sondern gräbt sich vor einem Hindernis, einer Engstelle im Talquerschnitt, einem Felsriegel oder an der Einmündung eines Seitengletschers, ein und schafft so eine Vertiefung, ein sog. Vorbecken, während an der Stelle des Hindernisses eine Schwelle stehenbleibt. Hinter der Schwelle höhlt das Eis den Untergrund abermals aus, wobei ein Fußbecken entsteht. Zieht sich der Gletscher später zurück, so paßt ihm das übertiefte Tal nicht mehr. Er schafft sich ein passenderes Bett dadurch, daß er Grundmoräne sedimentiert. Je dünner das Eis wird, desto mehr Moräne wird abgelagert. Die Ablagerung erfolgt aber nicht gleichmäßig, sondern in den Becken wird mehr Material abgesetzt als auf glatten Strecken. Die Schwellen bleiben im allgemeinen frei von Moräne.

Nach der geäußerten Ansicht müßte ein Gletscher bei einem erneuten Vorstoß Moräne erodieren, um sich wieder ein angemessenes Bett zu schaffen. Das übrige Material müßte dann aber am Gletscherende sichtbar in Erscheinung treten. Das ist auch der Fall, nämlich in der Gestalt der Endmoränenwälle, die uns heute Zeugnis der verschiedenen Gletschervorstöße ablegen.

Die Mächtigkeit der Grundmoräne unter dem Gurgler- und dem Sulztalferner ist ebensogroß wie die des Eises und übersteigt diese sogar manchmal. Dies macht sich auch in den Volumina bemerkbar. Dasjenige der Grundmoräne ist größer als das des Eises, bezogen auf das gleiche Areal. Tab. 3 zeigt dies. Ein Gletscher verliert beim Rückzug nicht nur das Volumen, das man durch das Absinken seiner Oberfläche geodätisch bestimmen kann, sondern auch noch das, das er durch das Aufschottern seines Bettes verliert. Der volumemäßige Gletscherschwund seit 1850, wie er an der Eisoberfläche bestimmt werden kann, ist nahezu ebensogroß wie das Volumen der Grundmoräne.

Literatur

- Förtsch, O., Schneider, H. J., und Vidal, H.*: Seismische Messungen auf dem Gepatsch- und Kesselwandferner in den Ötztaler Alpen. Gerl. Beitr. Geophys. **64** (1955) 233—261.
- Förtsch, O., und Vidal, H.*: Die Ergebnisse der seismischen Messungen auf dem Hintereisferner in den Ötztaler Alpen 1954. Gerl. Beitr. Geophys. **65** (1956), 45—70.
- Förtsch, O., und Vidal, H.*: Glaziologische und glazialgeologische Ergebnisse seismischer Messungen auf Gletschern der Ötztaler Alpen 1953/54. Z. f. Gletscherkde u. Glazialgeol. **III** (1956), 145—169.
- Förtsch, O., und Vidal, H.*: Die seismische Vermessung des Großen Gurgler Ferners in den Ötztaler Alpen im Spätsommer 1956. Mit Vorwort von *H. Reich*. Gerl. Beitr. Geophys. **67** (1958), 1—30.
- Förtsch, O., und Vidal, H.*: Seismo-glaziologische Studien an einem Gletscherfleck (Brandner Gletscher/Rätikon). Z. f. Gletscherkde u. Glazialgeol. **IV** (1958), 35—45.
- Holtzscherer, J.-J.*: Mesures séismiques. Contribution des Expéditions Polaires Françaises Missions Paul-Emile Victor à la Connaissance de l'Inlandsis du Groenland, 1ère Partie, (n° M. III, 2).
- Joset, A., und Holtzscherer, J.-J.*: Étude des vitesses de propagation des ondes séismiques sur l'Inlandsis du Groenland. Ann. de Géophys., Tome **9**, n° 4 (1953), 329—344.
- Lotze, W.*: Schallgeschwindigkeitsmessungen von Eis in Abhängigkeit von Druck und Temperatur. Z. f. Geophys. **23** (1957), 243—249.

Über die Polarisation von SKS¹⁾

Von G. Richter, Halle/S.²⁾

Zusammenfassung. Die gelegentlich in der Fachliteratur erwähnte Polarisation der SKS-Welle wurde an einem größeren Material auf Allgemeingültigkeit untersucht. Aus den rekonstruierten horizontalen Schwingungsfiguren (*Galitzin-Wilip*, Stuttgart) ergibt sich eine strenge azimutale Polarisation von SKS. Ebenfalls SKKS und deren herdnahe Reflexionen sind streng im Azimut des betreffenden Herdes ausgerichtet. Die in den gleichen Seismogrammen ($\Delta > 83^\circ$) aufgezeichneten *S*-Einsätze sind rechtwinklig zum Azimut polarisiert, wobei stärkere Abweichungen vorkommen können. Die Ursache der azimutalen Ausrichtung der SKS-Welle liegt in dem Wellenwechsel von longitudinaler Kernwelle zur Transversalwelle des Mantels.

Abstract: The polarisation of SKS, being occasionally mentioned in literature, is particularly proved in this paper. From the reconstructed horizontal groundmoving during the transversal insets of nearly 100 seismograms results a strong azimuthal polarisation of SKS, SKKS, sSKS and sSKKS. The epicenters of the earthquakes have distances $> 83^\circ$. The insets of the direct S waves show a polarisation at right-angles to the azimuth, being not so strong as that of SKS. The azimuthal polarisation of the SKS etc. is caused by the change of wavetype from the longitudinal corewave to the transversal wave in the mantle.

Die bei einem Erdbeben von der Zerrüttungszone ausgehenden Longitudinal- und Transversalwellen treffen von einem bestimmten Emersionswinkel an auf ihrem Wege durch das Erdinnere auf den Erdkern auf. Neben der teilweisen Reflexion der Energie an der Oberfläche des Kerns findet auch eine Refraktion in sein Inneres statt. Für auftreffende Transversalwellen findet bei diesem Vorgang gleichzeitig ein Wechsel zu longitudinaler Schwingung statt. Ein Teil dieser longitudinalen Kernwelle wird dann beim Austritt aus dem Kern wieder zu einer transversalen Welle umgewandelt und erreicht als sogenannte SKS-Welle die Erdoberfläche. Der gesamte Wellenweg verläuft in einer Ebene, die durch den Herd, den Erdmittelpunkt und die Stelle des Wiederauftauchens an der Erdoberfläche, also etwa einer Erdbebenstation, geht. Der Schnitt dieser Vertikalebene mit der Erdoberfläche ist der Großkreis, der zugleich die kürzeste Entfernung zwischen Station und Epizentrum angibt. Der Winkel, den dieser mit der Nordrichtung an der Station bildet, ist das Azimut des betreffenden Herdes von der Station aus.

Während bei einer Longitudinalschwingung die Bewegung mit der jeweiligen Fortpflanzungsrichtung der Welle zusammenfällt, so kann die Schwin-

¹⁾ Eine eingehende Darstellung der Untersuchung erfolgt als Veröffentlichung des Institutes für Bodendynamik und Erdbebenforschung Jena der Dtsch. Akad. d. Wiss. Berlin 1959.

²⁾ Gertraud Richter, Martin Luther-Universität Halle-Wittenberg, Geophysikalische Abteilung des Geol.-Pal. Instituts.

gungsrichtung bei der Transversalwelle alle Richtungen in einer Ebene senkrecht zum Laufstrahl einnehmen. Diese Ebene steht senkrecht auf der durch den Laufweg beschriebenen Einfallsebene und auf der jeweiligen Richtung des Laufweges selbst. Sie bildet daher an der Erdoberfläche einen Winkel, der um 90° vom Einfallswinkel der Welle verschieden ist. Innerhalb dieser Schwingungsebene kann S jede Richtung einnehmen. Dabei zeichnen sich die eine in die Einfallsebene des Strahls fallende Richtung und die zu ihr senkrechte Komponente aus. Schon *E. Wiechert* löste 1907 [1] die Bodenbewegung beim S -Einsatz in diese beiden Komponenten auf. 1926 wurden sie von *H. Jeffreys* [2] mit SV bzw. mit SH bezeichnet. Während, wie *B. Gutenberg* [3] 1952 bei Beben bis zu 80° Herddistanz nachwies, der S -Einsatz keinerlei Polarisierung in der einen oder anderen Richtung aufweist, zeigte *I. Lehmann* [4] 1932, daß ab 84° Herddistanz eine Polarisierung der in diesen Entfernungen in der Nähe von S eintreffenden SKS-Welle zu beobachten ist, die im Herdzimut ausgerichtet ist, und daneben S häufig die Tendenz zeigt, rechtwinklig hierzu, also in der SH-Richtung zu schwingen.

Diese vereinzelt Hinweise auf die Polarisierung von SKS haben sowohl für die Auswertungspraxis als auch für die Theorie der Wellenausbreitung im Erdinnern großes Interesse, so daß die Überprüfung dieser empirischen Regel an einem größeren Material und die Darstellung ihrer Ursache nicht ohne Bedeutung ist.

Für eine solche Untersuchung muß die Bodenbewegung zur Zeit des Eintreffens der Welle an einer Station aus den beiden Horizontalseismogrammen rekonstruiert werden. Am besten eignen sich hierzu Seismographensätze, deren Komponenten die gleichen Konstanten aufweisen. Hier wurden die Seismogramme der *Galitzin-Wilip*-Seismographen der Württembergischen Hauptstation für Erdbebenforschung in Stuttgart untersucht. Aus dem Material von 1949 bis 1955 konnten von 96 Beben 232 Schwingungsfiguren von Transversaleinsätzen gezeichnet werden. Die Mindestentfernung von Bebenherden, die für diese Untersuchung Bedeutung haben können, liegt etwa bei 83° (9200 km). Die Bestimmung der Entfernung der Epizentren von Stuttgart wurde auf Grund der vom USCGS mitgeteilten Herdangaben und einiger Spezialarbeiten graphisch bestimmt mit Hilfe einer stereographischen Karte nach *Willmore* und *Hodgson* [5] 1955, womit ebenfalls das Azimut ermittelt wurde. Für die Deutung der Einsätze wurden die Laufzeitafeln von *Jeffreys-Bullen* [6] 1948 benutzt.

Die Lage der Herdgebiete ist auf der Karte (Abb. 1) dargestellt. Sie sind zu 13 Gruppen zusammengefaßt worden, die im wesentlichen in den Randgebieten des südlichen und mittleren Pazifischen Ozeans liegen. Das kräftigere Koordinatennetz zeigt die Linien gleicher Entfernung und gleichen Azimuts von Stuttgart aus. Wie schon die Karte erkennen läßt, sind bei weitem nicht alle Richtungen mit Beben besetzt. Abb. 2 zeigt, daß diese vorzugsweise im Nordostquadranten zwischen 5° und 103° und um die Westrichtung zwischen 235° und 303° liegen. Die südlichen Richtungen und der Nordwestsektor sind von Beben sehr schwach oder gar nicht besetzt, weil in dem für SKS charakte-

ristischen Entfernungsbereich die Häufigkeit von energiereichen Beben sehr gering ist.

Für die Auswertung der Seismogramme wurden die Teile mit den Transversaleinsätzen so durchgezeichnet, daß alle drei Komponenten zeitgerecht

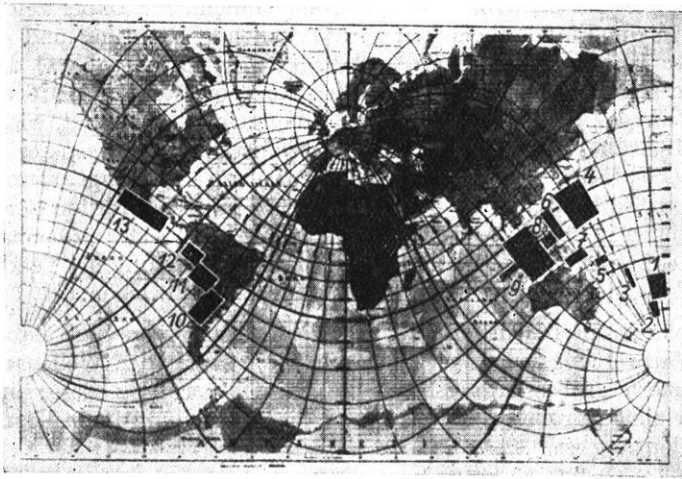


Abb. 1

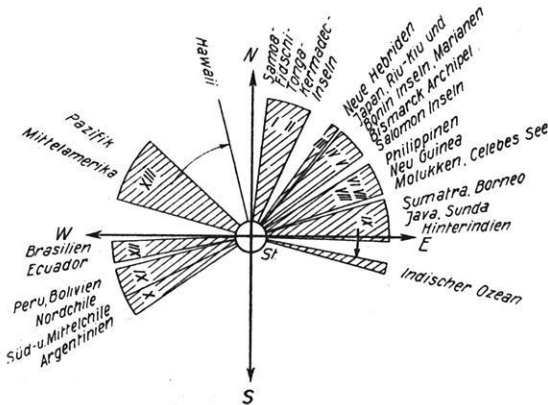


Abb. 2. Herdrichtungen von Stuttgart aus

übereinander kamen. Danach erfolgte die Bestimmung und Deutung der Einsätze. Abb. 3 zeigt die verschiedenen für die Auswertung benutzten Transversaleinsätze und deren Weg durch das Erdinnere. Es handelt sich um SKS, SKKS, S und bei tiefelegenem Herd um die herdnahen Reflektionen sSKS, sSKKS, sS und PS. Die Zeitauflösung der Stuttgarter Seismogramme (3 cm

je Minute) gestattete die Ablesung für jede Sekunde der Seismogrammbewegung. Die zu jeder Sekunde gehörenden Wertepaare aus den Horizontalseismogrammen wurden auf Millimeterpapier aufgetragen und zu Schwingungsfiguren verbunden. Die Figuren zeigen eine mehr oder weniger gestörte,

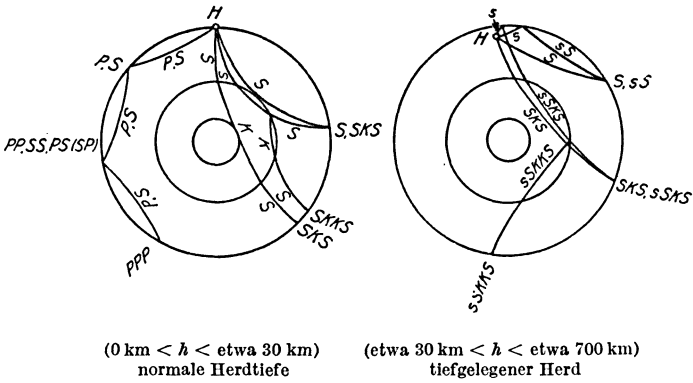


Abb. 3

aber meist deutlich gestreckte Gestalt. Die nach Augenmaß bestimmte Richtung wurde zum Vergleich mit dem Azimut des zugehörigen Herdes gegen die Nordrichtung gemessen. Ein Auswertungsbeispiel zeigt Abb. 4.

Um Fehldeutungen durch etwaige Einsätze spät ankommender longitudinaler Wellen zu vermeiden, mußte auch die Bewegung des Vertikal-seismogramms berücksichtigt werden. Beim Eintreffen einer Longitudinalwelle schwingen die Bodenteilchen in der Einfallsebene. Das Horizontalbild ihrer Schwingung ist also azimuthal ausgerichtet. Es kann somit eine SV-Schwingung vortäuschen, wenn nicht beachtet wird, daß bei einer Longitudinalschwingung die Bewegungen vom Herd weg mit einer Aufwärtsbewegung, die auf den Herd zu mit einer Abwärtsbewegung verknüpft ist. So konnten mit Hilfe der Neigungsbestimmung jeder Schwingungsfigur longitudinale Einsätze ausgeschieden werden.

Die Richtungen der gezeichneten Schwingungsfiguren von allen Trans-

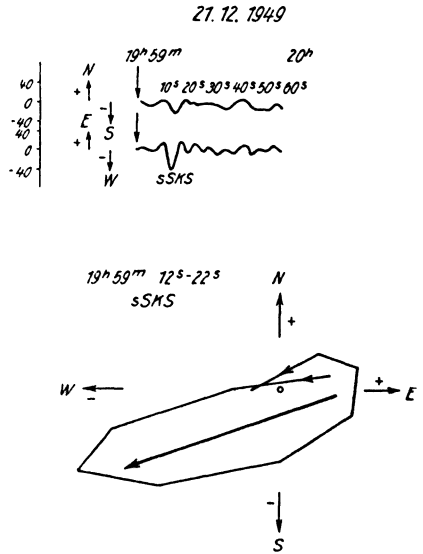


Abb. 4

versaleinsätze lassen sich in zwei Gruppen einordnen, nämlich in azimutal gerichtete und dazu senkrecht stehende. Zur ersten Gruppe gehören alle SKS- und SKKS-Einsätze sowie deren herdnahe Reflektionen, während die S- und sS-Einsätze zur zweiten Gruppe gehören. SKS-Einsätze können ab 126° (14 000 km) Herdentfernung nicht mehr ankommen wegen der Wirkung des inneren Erdkerns, der der Kernwelle den Weg verlegt. So ist in den weiter entfernten Herdgebieten 1–3 und 5 allein SKKS charakteristisch für die Transversalgruppe. In den Seismogrammen dieser Beben herrscht also die SV-Richtung vor. In den übrigen Seismogrammen, mit Herdentfernungen

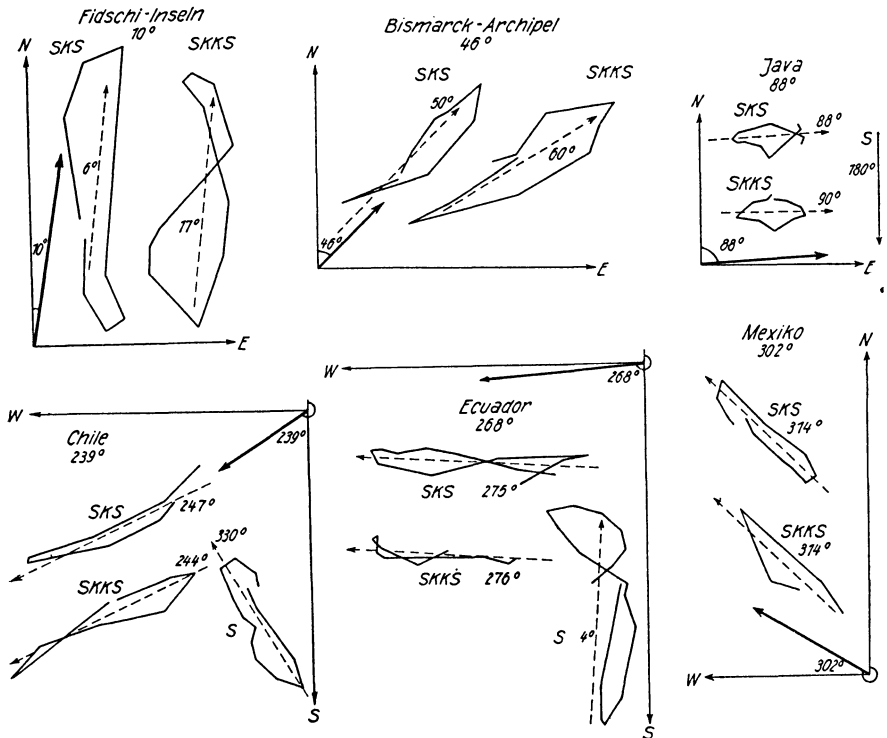


Abb. 5

zwischen 83° und 121° (9200–13 400 km), kommen alle Transversaleinsätze vor, also SKS, SKKS und S. Obwohl nach bisherigen Berechnungen der Erdkern ab 107° (11 900 km) Herddistanz direkte S-Wellen abschirmt (Jeffreys-Bullen, S. 20, 1948), sind S-Einsätze z. T. noch sehr deutlich bis zu 121° in dem hier untersuchten Material zu finden. Die Laufzeiten dieser Einsätze liegen auf einer plausiblen Verlängerung der Laufzeitkurve für die direkte S-Welle.

Alle Transversaleinsätze sind in einer der beiden Richtungen polarisiert. Dabei zeigt die SV-Richtung eine strengere Polarisation als die SH-Richtung. Nahezu alle, nämlich 83 %, der SKS- und 85 % der SKKS-Einsatzschwingungen und 63 % bzw. 65 % ihrer herdnahen Reflektionen sind innerhalb eines relativ kleinen Winkels von $\pm 10^\circ$ in dem jeweiligen Herdazimut ausgerichtet. Die Richtung der S-Einsatzschwingung ist in 24 % aller Fälle rechtwinklig $\pm 10^\circ$ zum Herdazimut polarisiert. Die Abweichungen, die bei SV-Richtungen 20° nicht übersteigen und bei SH etwas größer sein können, zeigen keinerlei Abhängigkeit von der Herdlage. Abb. 5 zeigt eine Auswahl von Schwingungsfiguren aus verschiedenen Herdgebieten. Die Herdrichtung ist für jedes der Beispiele zwischen die zugehörigen Koordinatenachsen eingezeichnet. Die Ausrichtung jeder Einsatzschwingung ist durch einen Pfeil in der Figur verdeutlicht, so daß man sie leicht mit der Herdrichtung vergleichen kann.

Die empirische Regel hat damit eindeutig ihre Bestätigung gefunden: In Herddistanzen zwischen 9200 und 18 000 km sind SKS und SKKS ebenso wie ihre herdnahen Reflektionen azimuthal polarisiert, während S und seine herdnahen Reflektionen in Herddistanzen zwischen 9200 und 13 400 km rechtwinklig dazu polarisiert erscheinen.

Die Ursache hierzu kann nur in dem Einfluß des Erdkerns auf die Wellen gesucht werden, da in dem Entfernungsbereich, in dem nur die direkten Wellen ankommen, diese Erscheinung nicht beobachtet wird. Ausschlaggebend hierbei ist der Wellenwechsel beim Austritt aus dem Kern von einer longitudinalen zu einer transversalen Schwingung. Da die Schwingung der Longitudinalwelle vollständig innerhalb der Einfallsebene, d. h. der das Azimut kennzeichnenden Vertikalebene liegt, setzt sich die Bewegung an der Kerngrenze nur aus den beiden Koordinaten dieser Ebene zusammen. Senkrecht zu dieser Ebene findet dort keinerlei Verrückung statt. Auf Grund der Grenzbedingungen kann auch die im Mantel entstehende Transversalwelle nur durch die Komponenten, in denen die Longitudinalwelle ausgedrückt werden kann, also durch die Komponenten der Einfallsebene, angeregt werden. Dadurch ist ihre Schwingungsrichtung, die zwar senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung ist, innerhalb der Einfallsebene, d. h. in der das Azimut kennzeichnenden Vertikalebene, ausgerichtet. Sie kommt daher als azimuthal polarisierte Transversalwelle an.

Die Vorgänge beim Wellenwechsel mögen durch Abb. 6 veranschaulicht werden. Die Vertikalebene ist die Einfallsebene. Sie schneidet die Grenzfläche des Erdkerns, die hier als Tangentialebene horizontal dargestellt ist. Unterhalb befindet sich der Erdkern. Aus ihm kommt von links vorn, d. h. also von unten, die longitudinale Kernwelle und trifft im Koordinatenschnittpunkt die Kerngrenzfläche. Die durch sie verursachten Verrückungen liegen

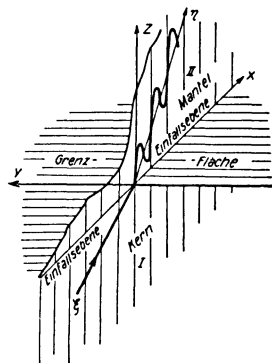


Abb. 6

in der xz -Ebene, d. h. der Einfallsebene. Die im Mantel entstehende, von der Kernrenzfläche weiterlaufende Transversalwelle schreitet in derselben Einfallsebene nach oben hin fort, indem sie nach dem Einfallslot hin abgelenkt wird. Die transversalen Oszillationen stehen zu dieser Fortpflanzungsrichtung senkrecht und liegen ebenfalls vollständig innerhalb der Einfallsebene, also der xz -Ebene, da jeder Anregungsimpuls längs der y -Achse fehlt. Eine Erklärung läßt sich auch durch die Vorstellung der fortschreitenden Wellenfrontfläche der Longitudinalwelle auf der Grenzfläche des Kerns geben. Längs des Schnittes beider Flächen herrscht der gleiche Spannungszustand, da die Frontalfläche alle Punkte, die die gleiche Bewegungsphase haben, zusammenfaßt. Es tritt daher längs der Schnittlinie keine Verrückung auf, und die durch diese „Linienkraft“ hervorgerufenen Scherspannungen können nur senkrecht zu ihr liegen.

Offene Fragen haben sich bei der Untersuchung hinsichtlich des Weges der in großen Entfernungen ankommenden S-Wellen und deren Polarisation ergeben, für deren Lösung vielleicht bereits die Beobachtung des ausschließlichen Vorherrschens der SV- oder der SH-Richtung in den Transversalgruppen mancher Beben einen wichtigen Hinweis zu geben vermag.

Literatur

- [1] *Wiechert, E.*: Über Erdbebenwellen I. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. (1907) S. 415—529.
- [2] *Jeffreys, H.*: The reflection and refraction of elastic waves. Mon. Not. R. Acad. Science, Geophys. **1**, 7 (1926) 321—334.
- [3] *Gutenberg, B.*: SV and SH. Trans. Amer. Geophys. Union. **33**, 4 (1952).
- [4] *Lehmann, I.*, and *Plett, G.*: Untersuchung der europäischen Registrierungen der Erdbeben vom 18. 7. 1928, 24. 10. 1930 und 13. 11. 1925. Gerl. Beitr. Geophys. **36** (1932) 38/77.
- [5] *Willmore, P. L.*, and *Hodgson, J. H.*: Charts for measuring azimuth and distance and for tracing seismic rays through the earth. Publ. Dom. Obs. Ottawa, **16**, 14 (1955) 405—414.
- [6] *Jeffreys, H.*, and *Bullen, K. E.*: Seismological Tables. Brit. Ass. Gray Milne Trust London (1948) 50 Seiten.

Über die magnetische Wirkung einiger heterogener Medien in der elektrischen Bodenforschung

Von Sabba S. Stefanescu, Bukarest¹⁾

Zusammenfassung: Die Berechnung des magnetischen Feldes, welches bei Fließen eines elektrischen Stromes durch einen heterogenen Boden an der Erdoberfläche hervorgerufen ist, bietet wichtige mathematische Schwierigkeiten dar. Ein einfaches Theorem zeigt, daß für die magnetische Vertikalkomponente — im Falle des Gleichstromes und einer ebenen Oberfläche — diese Berechnung jedoch leicht durchführbar ist, wenn das magnetische Feld im gesamten Raum bekannt ist, der dadurch ermittelt ist, daß man dem unteren Halbraum den in bezug auf die Erdoberfläche symmetrischen Halbraum hinzufügt.

Auf Grund dieses Theorems wird die magnetische Vertikalkomponente berechnet, die von punktförmigen Elektroden eingeführten Gleichströmen erzeugt ist, und zwar in den folgenden Fällen:

- a) Der Boden besteht aus einer Reihe von Vertikalschichten.
- b) Der Boden ist ein „ α -Medium“, das durch die Bedingung

$$\alpha = \sqrt{\sigma} = B + \sum C_i \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R'_i} \right)$$

bestimmt ist, wobei σ die lokale Leitfähigkeit im Punkte M (ϱ, y, z), R_i und R'_i die Abstände zwischen dem Punkte M und den in bezug auf die Oberfläche symmetrischen „Leitfähigkeitsquellen“ s_i und s'_i und C_i und B willkürliche positive Konstanten sind.

Abstract: The computation of the magnetic field, determined at the earth's surface by the flow of an electric current through a heterogenous ground, is bound to great mathematical difficulties.

A simple theorem shows that this computation may nevertheless be easily carried out for the vertical magnetic component — in the case of the direct current and of a plane surface — when the magnetic field is known in the whole space, obtained by adding to the under half-space the half-space symmetrical with respect to the plane pp the surface of the ground.

By making use of this theorem we may compute the vertical magnetic component, which is produced by direct currents introduced through electrodes in the following cases:

- a) The ground is constituted by a succession of vertical layers (strata).
- b) The ground is an “ α medium”, defined by the condition

$$\alpha = \sqrt{\sigma} = B + \sum C_i \left(\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R'_i} \right),$$

where σ is the local conductivity at the point M (ϱ, y, z), R_i and R'_i are the distances from the point M to the “conductivity sources” s_i and s'_i , symmetrical with respect to the surface, and B and C_i represent arbitrary positive constants.

¹⁾ Prof. Dr. Sabba S. Stefanescu, Bukarest, Geologisches und Geophysikalisches Institut.

Bekanntlich begegnet in der elektrischen Bodenforschung das Bauen theoretischer, den *Maxwellschen* Gleichungen der Elektrizität genau genügender Modelle großen mathematischen Schwierigkeiten, selbst im Falle der Gleichstrommethoden. Bei Einführung des Stromes in die Erde durch die Enden einer mit punktförmigen Erdleitungen versehenen Linie und wenn der Boden nur aus zwei Medien von verschiedenen spezifischen Widerständen besteht, beziehen sich einige der kompliziertesten Fälle der Fachliteratur nur auf einen ebenen geneigten Kontakt zwischen den zwei Medien [1], [2] oder auf eine Revolutions-Kontaktfläche zweiter Ordnung [3].

Hinsichtlich der Fälle mit 3 oder mehr als 3 verschiedenen spezifischen Widerständen kommt die Fachliteratur, mit Ausnahme der parallel (horizontal oder vertikal) geschichteten Medien [4], [5] – der koaxialen zylindrischen Medien [6] – und einiger speziellen Medien von kontinuierlich veränderlicher Leitfähigkeit [7], dem elektrischen Bodenforscher keineswegs mit anderen Beispielen von elektrischen Potentialverteilungen zu Hilfe.

Wenn der Beitrag der Theorie schon für das Studium der Potentialverteilung des elektrischen Stromes in einem heterogenen Boden recht bescheiden ist, scheint die Lage noch unvorteilhafter hinsichtlich der Berechnung der *Anomalien des magnetischen Feldes*, die von diesem heterogenen Boden in den an seiner Oberfläche befindlichen Punkten bedingt sind. Man kann behaupten, daß mit Ausnahme einiger wohlbekannterer Untersuchungen von *Dachnow* über das magnetische Feld der Ströme um eine punktförmige Elektrode, die auf einem anisotropen Medium [8] oder auf der Kontaktlinie zwischen zwei homogenen die spezifischen Widerstände ρ_1 und ρ_2 besitzenden und durch eine geneigte Halbebene getrennten Medien [8] angebracht ist, die mathematische Physik keine anderen Beispiele für die Berechnung der magnetischen Anomalien, die von Stromfluß durch punktförmige Erdungen verursacht sind, darbietet.

Gegenstand der vorliegenden Mitteilung ist, die Zahl der theoretischen Fälle, die für die magnetische Vertikalkomponente H_z an der Erdoberfläche berechenbar sind, durch zwei weitere zu vermehren, und zwar durch solche, in denen

1. der Boden aus einer gewissen Folge von *vertikalen*, willkürliche Widerstände besitzenden Schichten besteht;

2. der Boden ein heterogenes Medium ist, von dem in früheren Arbeiten unter dem Namen „ α -Medien“ studierten Typus [7]. Diese Medien sind dadurch gekennzeichnet, daß die Quadratwurzel α ihrer örtlichen Leitfähigkeit σ im Punkte $M(x, y, z)$ das *Newtonsche* Potential punktförmiger „Leitfähigkeitsquellen“ ist; sie sind also durch Beziehungen von der Form

$$\alpha = \sqrt{\sigma(x, y, z)} = B + \frac{C_1}{R_1} + \frac{C_2}{R_2} + \dots + \frac{C_n}{R_n}$$

bestimmt, wobei B und $C_i (i = 1, 2 \dots n)$ positive Größen und R_i die Abstände zwischen M und den „Quellen“ S_i sind.

In diesen zwei Fällen erlauben die folgenden Ausführungen, die Vertikal-
komponente H_z an der Erdoberfläche leicht zu bestimmen.

Wir wollen einen heterogenen Halbraum Σ betrachten (Abb. 1), der durch eine
ebene Fläche begrenzt ist und in welchen durch eine Elektrode O ein gerad-
liniges Kabel KO den Strom I einführt. Seien dl ein Element einer Stromlinie
und Q der Punkt, in welchem die Richtung des Elementes dl die ebene Ober-
fläche des Bodens durchschneidet. In einem beliebigen Punkt M der Ober-
fläche ist das von dem Element dl bestimmte Feld $d\vec{H}$ senkrecht zur Ebene
 $QM dl$.

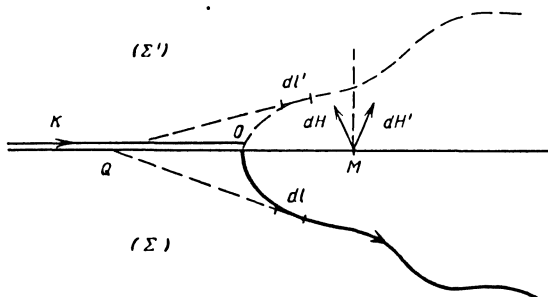


Abb. 1

Denken wir uns, daß der Strom, statt in den unteren heterogenen leit-
fähigen Halbraum eingespritzt zu sein, durch die Elektrode O in einen *ganzen*
Raum eingeführt ist, der aus dem Halbraum Σ und aus einem in bezug auf
die Erdoberfläche symmetrischen Σ' besteht. In diesem Fall wird das Element
 dl nur von der Hälfte jener Stromdichte durchflossen sein, die im vorigen Fall
eintrat. Das Stromelement dl' , welches symmetrisch mit dl in bezug auf die
Erdoberfläche ist, wird dieselbe Stromdichte bekommen wie dl . Das von dl'
in M hervorgerufene Feld $d\vec{H}'$ steht senkrecht zur $QM dl'$ -Ebene und ist gleich
und in bezug auf die Lotlinie symmetrisch demjenigen, das von dl in demselben
Punkt bedingt ist. Ihre Projektionen auf diese Lotlinie werden gleich sein.
Die Summe dieser Projektionen wird aber dieselbe sein wie im Falle des Halb-
raumes Σ , da die Stärken in dl und dl' auf 0,5 ihres früheren Wertes herab-
gesetzt wurden.

Durch Wiederholung der obigen Betrachtungsart für alle Stromelemente
und durch vektorielles Addieren ihrer magnetischen Wirkungen gelangen wir
zur folgenden Schlußfolgerung:

Die magnetische Vertikalkomponente H_z ist dieselbe, gleichgültig, ob der
Strom I nur im unteren Halbraum Σ oder im ganzen Raum $\Sigma + \Sigma'$ ver-
teilt ist.

Als Folgesatz: Wenn wir das Feld H_z an der Oberfläche im Falle des ganzen
Raumes $\Sigma + \Sigma'$ berechnen können, bekommen wir ipso facto die Vertikal-
komponente für den unteren Halbraum in demselben Punkt.

Wir werden zeigen, daß die beiden obenerwähnten Fälle von heterogenem
Boden, sich im Rahmen dieses Satzes einräumen lassen.

2. Besteht der Boden aus einer Folge vertikaler Schichten von verschiedenen spezifischen Widerständen, so bestimmt seine Ergänzung mit dem symmetrischen Halbraum, Σ' einen parallel geschichteten Raum $\Sigma + \Sigma'$. Wir müssen somit das magnetische Feld berechnen, das von einem Strom I hervorgerufen ist bei Einfließen dieses Stromes durch eine punktförmige Elektrode in einen mehrere parallele, zu einer Achse ox senkrechten Schichten enthaltenden Raum, wenn die Trennungsebene der Schichten die Abszissen $x_i = d_i$ ($i = 1, 2, \dots, n^{-1}$) haben.

Um eine axiale elektromagnetische Symmetrie zu verwirklichen, werden wir annehmen, daß der Strom zur Elektrode o durch ein Kabel xo ankommt, das eine senkrechte Richtung zur Schichtung hat (Abb. 2).

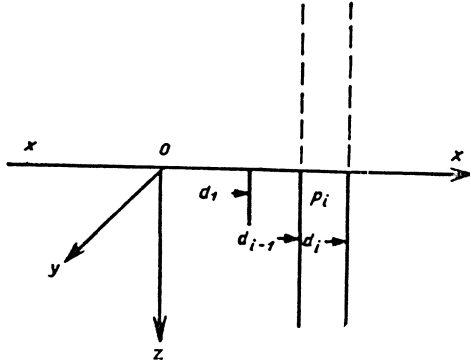


Abb. 2

In der den spezifischen Widerstand ρ_i besitzenden Schicht, die zwischen den Ebenen $x = d_{i-1}$ und $x = d_i$ enthalten ist, kann das elektrische Potential V_i , wie man aus der Theorie der parallelen Schichtung weiß, unter der Form

$$(1) \quad V_i = \frac{I}{4\pi} \rho_i \int_0^{\infty} [a_i(\lambda) e^{-\lambda x} + b_i(\lambda) e^{\lambda x}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (r^2 = y^2 + z^2)$$

geschrieben werden, wobei $a_i(\lambda)$ und $b_i(\lambda)$ Funktionen des Parameters λ sind, welche durch Randbedingungen in den $(x = d_i)$ -Ebenen zu bestimmen ist, während J_0 die Besselsche Funktion 0-ter Ordnung ist.

Die in dieser Schicht der Achse ox parallele Stromdichte ist

$$J_x = -\frac{1}{\rho_i} \cdot \frac{\partial V_i}{\partial x} = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_i} \int_0^{\infty} [-a_i e^{-\lambda x} + b_i e^{\lambda x}] \lambda J_0(\lambda r) d\lambda.$$

Der Stromfluß J , der in die ox -Richtung, durch das Innere eines diese Richtung als Achse und den Radius r besitzenden Kreises C fließt, hat nach der bekannten Gleichung

$$\int_0^r J_0(\lambda r) r d r = \frac{1}{\lambda} r J_1(\lambda r)$$

den Ausdruck

$$\begin{aligned} J &= 2\pi \int_0^2 J_x r d r = \frac{I}{2} \cdot \frac{\rho_1}{\rho_i} \int_0^\infty [-a_i e^{-\lambda x} + b_i e^{\lambda x}] \lambda d \lambda \int_0^2 J_0(\lambda r) r d r \\ &= \frac{I}{2} \frac{\rho_1}{\rho_i} r \int_0^\infty [-a_i e^{-\lambda x} + b_i e^{\lambda x}] J_1(\lambda r) d \lambda, \end{aligned}$$

wobei J_1 die *Besselsche* Funktion 1-ter Ordnung ist.

Bezeichnen wir durch H_t das tangentielle magnetische Feld, so ist gemäß dem Grundgesetze des Elektromagnetismus die Zirkulation des Vektors H_t längs des Kreises C gleich $4\pi J$; folglich

$$(2) \quad H_t = \frac{2J}{r} = I \frac{\rho_1}{\rho_i} \int_0^\infty [-a_i e^{-\lambda x} + b_i e^{\lambda x}] J_1(\lambda r) d \lambda.$$

Nach dem schon erwähnten Satz stellt diese Beziehung gleichzeitig den Ausdruck der Vertikalkomponente H_z des magnetischen Feldes an der Erdoberfläche im Punkte $(x, y = r)$ dar.

Bekanntlich kann das Potential, wenn die Mächtigkeiten der Schichten in rationalen Verhältnissen stehen, also wenn diese Mächtigkeiten $h_i = d_i - d_{i-1}$ ganze Vielfache ein und derselben Länge h_0 sind (4), dadurch erhalten werden, daß man die *Newtonschen* Potentiale einer unendlichen Reihe von elektrischen Bildern addiert, die längs der ox -Achse angeordnet sind. In diesem Falle kann auch das magnetische Feld als eine Summe von Elementarfeldern ausgedrückt werden, die von den einzelnen Bildern erzeugt sind. Sei

$$(3) \quad v_s = \frac{M_s}{R_s}, \quad R_s^2 = r^2 + (x - l_s)^2$$

das Potential, welches von dem die „Masse“ M_s besitzenden und sich im Punkte $(l_s, 0, 0)$ befindlichen Bild bestimmt ist. Durch Wiederholung der obigen Erwägung finden wir für den Stromfluß, der durch den sich an der Abszisse x befindlichen Kreis vom Radius r fließt,

$$J_s = \int_0^2 2\pi r j_z d r = \frac{2\pi}{\rho_i} M_s \int_0^2 \frac{r d r}{R_s} = \frac{2\pi}{\rho_i} M_s \left[1 - \frac{x - l_s}{R_s} \right]$$

und für das entsprechende magnetische Feld

$$(4) \quad H_t = \frac{2J_s}{r} = \frac{4\pi}{\rho_i} M_s \frac{1}{r} \left[1 - \frac{x - l_s}{R_s} \right].$$

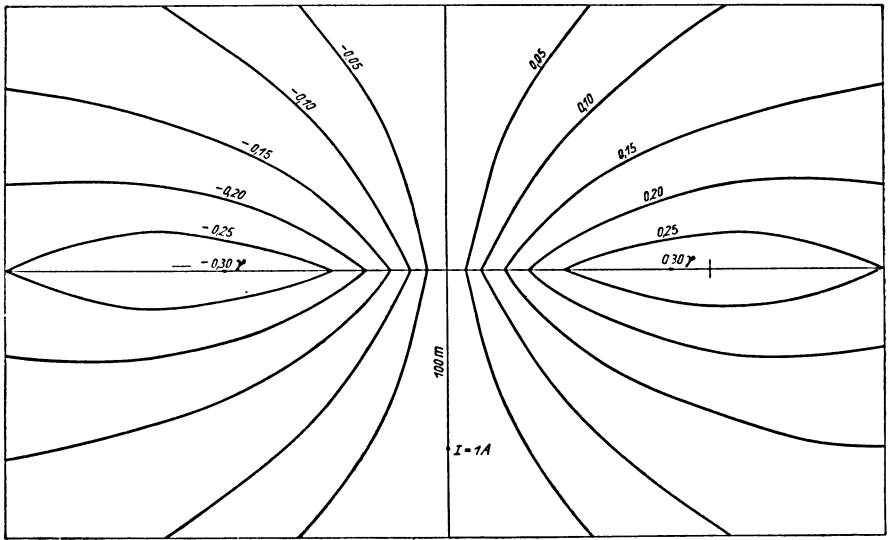


Abb. 3

Das gesamte magnetische Feld wird von einer unendlichen Reihe von Gliedern von der Form (4) dargestellt sein, gleichwie das elektrische Potential sich aus einer unendlichen Reihe von Gliedern vom Typus (3) ergibt.

In Abb. 3 wurde unter der Form von Isodynamen der Vertikalkomponente das anomale magnetische Feld dargestellt; welches einer Elektrode bei einem einzigen Vertikalkontakt entspricht. Man bemerkt, daß ein solcher Kontakt eine magnetische Dipolwirkung erzeugt, mit einem Maximum und einem Minimum in gleichen Abständen von der ox -Achse in den Punkten

$$y = \pm 1,27 \dots d,$$

wobei d der Abstand zwischen der Elektrode und der Kontaktebene ist.

Diese anomale Wirkung ist besonders schwach. Ihr maximaler Wert bei $I = 1 A$ und bei einem Abstand des Kontaktes $d = 100 m$ ist gleich $0,30 \gamma$. Obwohl klein, ist dieser Wert von derselben Größenordnung wie die magnetische Wirkung in demselben Punkt des den Stromzubringenden Kabels.

3. Der zweite Fall, in welchem der erwähnte Satz eine direkte Anwendung findet, ist der, in welchem die Leitfähigkeit im unteren Halbraum der Beziehung

$$(5) \quad \alpha = \sqrt{\sigma(x, y, z)} = B + C_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R'_1} \right) + \dots + C_n \left(\frac{1}{R_n} + \frac{1}{R'_n} \right)$$

genügt, wobei R_i und R'_i die Abstände des Punktes (x, y, z) zu den in bezug auf die Erdoberfläche symmetrischen Leitfähigkeitsquellen S_i und S'_i darstellen. Der untere Halbraum ist also ein spezielles α -Medium, in dem die

Flächen gleicher Leitfähigkeit $\sigma = \text{const}$ orthogonal und symmetrisch sind in bezug auf die Oberfläche $Z = 0$.

In einer früheren Mitteilung [9] wurde gezeigt, daß für die allgemeinen α -Medien die Verteilung der Stromdichte eine vektorielle lineare Übereinandersetzung von Feldern der Form

$$(6) \quad \vec{j}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{d} \right) \frac{\nabla r}{r^2} - \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{d} \right) \frac{\nabla R}{R^2} \right\}$$

ist, wobei man durch y und R die Abstände des Punktes $M(x, y, z)$ zu zwei festen Punkten o und s – welche Strom- oder Leitfähigkeitsquellen sein mögen – und durch d den Abstand os bezeichnete.

Das einer Verteilung vom Typus (6) entsprechende magnetische Feld in $M(x, y, z)$ – es handelt sich um eine Revolutionsverteilung um die Achse os – reduziert sich auf die tangentielle Komponente H_t , die durch die Formel

$$(7) \quad H_t = \frac{2p}{rR(d+r+R)}$$

gegeben ist, in welcher durch p der Abstand zwischen dem Punkte $M(x, y, z)$ und der Achse os bezeichnet wurde.

Gleichwie das Feld der gesamten Stromdichte als eine mit konstanten Koeffizienten vektorielle lineare Übereinandersetzung von Elementarfeldern der Form (6) erscheint, ergibt sich das gesamte magnetische Feld aus einer mit denselben konstanten Koeffizienten vektoriellen Übereinandersetzung der magnetischen Elementarfelder des Typus (7).

Wir wollen jetzt – entsprechend dem obigen Satz – das magnetische Feld berechnen, das auf der Erdoberfläche von einer elementaren Stromverteilung des Typus (6) verursacht ist, wenn diese in Anwesenheit von zwei in bezug auf die Bodenfläche symmetrischen Leitfähigkeitsquellen s und s' durch eine punktförmige Elektrode bestimmt ist. Wir haben also in diesem einfachen Fall

$$\alpha = \sqrt{\sigma} = B C \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right).$$

Bei Annahme der Halbierungslinie des Winkels sos' als ox -Achse kann man leicht einsehen, daß die störende Vertikalkomponente an der Bodenfläche von der Formel

$$H_z = \frac{2 \cos i y}{rR(d+r+R)}$$

gegeben ist, in welcher durch zi der Winkel sos' bezeichnet wurde.

Nach dieser Formel wurden von dem Diplomanden *M. Barbu* in seiner Diplomarbeit – in willkürlichen Einheiten – die in der vorliegenden Tafel (Abb. 4) dargestellten Isodynamen berechnet. Man sieht, daß die Anwesenheit der leitfähigen Zone um die Leitfähigkeitsquellen s_i eine doppelte Wirkung hat:

1. Erscheinen eines Maximum–Minimum-Paares in unmittelbarer Nachbarschaft der Elektrode o , was dem bevorzugten Fluß des Stromes in die ox -Richtung zuzuschreiben ist;

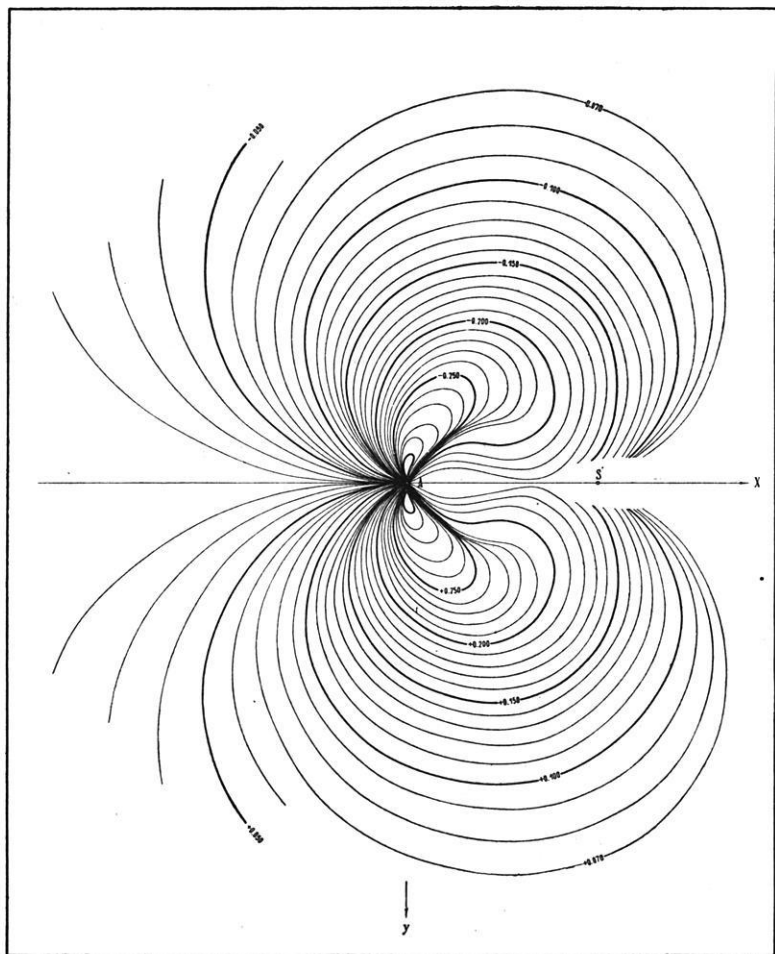


Abb. 4

2. Verlängerung und Biegung der anomalen Isodynamen – von entgegengesetzten Zeichen – auf beiden Seiten der Zone mit gesteigerter Leitfähigkeit.

Haben wir statt eines einzigen Leitfähigkeitsquellen-Paares, s und s' , mehrere solche Paare, so werden wir das Erscheinen additiver Zusatzglieder feststellen, die den Kombinationen von je zwei Leitfähigkeitsquellen s_i und ihren Bildern s'_i entspricht. So zum Beispiel werden zwei sich im Inneren des Bodens befindliche Quellen s_m und s_n das Zusatzglied

$$H_{z(mn)} = \frac{2 \cos i_{mn} y_{mn}}{R_m R_n (d_{mn} + R_m + R_n)}$$

ergeben, wobei man durch i_{mn} die Neigung der Geraden $s_m s_n$ in bezug auf die Horizontale, durch y_{mn} — den horizontalen Abstand des Punktes (x, y, z) zur Vertikalebene, die durch s_m und s_n geht, bezeichnet hat.

In kurzen Worten: Die α -Medien ermöglichen, das vertikale magnetische Feld an der Oberfläche zu berechnen. Was die horizontalen Komponenten des Feldes betrifft, so sind diese grundsätzlich aus den Werten der Vertikal-komponente durch Anwendung des bekannten Verfahrens von *Skeels* und *Watson* [10] berechenbar mit Hilfe eines Doppelintegrals, das sich über die gesamte ebene Bodenfläche erstreckt. Diese Frage ist im Studium; die ersten Ergebnisse scheinen die Notwendigkeit der Einführung von *Abelschen* Integralen anzuzeigen, deren numerische Berechnung sich als recht mühsam anmeldet.

Literatur

- [1] *Tihonov, A. N.*: Trudi Instituta teoreticeskoi geofiziki. A.N. S.S.S.R.; t. I; Izd. A.N.S.S.S.R. 1946.
- [2] *Skalskaia, I. P.*: Jurnal techn. Fiziki. T. XVIII. 10. Okt. 1948.
- [3] *Halfin, L. A.*: Izv. Akad. Nauk. 1956 (6).
- [4] *Stefanescu, S.* en col. avec *C. et M. Schlumberger*, Studii tehnice si economicevol. XIV fs. II. Institutul Geologic al Rominie. Buc. 1932.
- [5] *Flathe, H.*: Geophysical Prospecting III, 1955, no. 3.
- [6] *Dahnov, V. N.*: Interpretatzia rezultatov geofiziceskih issledovanii razrezov skvajin. Gostoptehizdat 1955.
- [7] *Stefanescu, S.*: Studii tehnice si economice. Seria D: Geofizicã, no. 2. Com. Geologic. Bucuresti 1950.
- [8] *Dahnov, V. N.*: Elektriceskaia razvedka metodom spir. Gostoptehizdat 1947.
- [9] *Stefanescu, S.*: Bul. scientifical Acad. R. P. R. T. V; no. 1; 1953.
- [10] *Skeels, D. C.*, und *Watson, R. J.*: Geophysics 14 (1949); 2, 707—720.

Die Grenzen der Anwendung von Erdungsmessern für Aufgaben in der angewandten Geophysik

Von Gerhart Vogler, Leipzig¹⁾

Zusammenfassung: Die Untersuchung der Meßgenauigkeit von sechs Erdungsmessern vier verschiedener Fabrikate an einer Ersatzschaltung, mit der die Erdungswiderstände (R_E) der Sonden und Elektroden und die Bodenwiderstände kontrollierbar nachgebildet werden können, wird beschrieben. — Im kleinsten Meßbereich der Erdungsmesser (0 bis 1 bzw. 5 Ω) nimmt der Meßfehler und seine Streuung mit abnehmendem Meßwert sehr stark zu. Durch die nicht reduzierbare Fehlerstreuung ist für Sondierungen bei einem maximal zulässigen Meßfehler von 5% der kleinste Meßbereich nicht oder nur zum Teil verwendbar. In den einzelnen Meßbereichen besteht außerdem eine große und unterschiedliche Abhängigkeit des Meßfehlers von R_E , die beim Meßbereichwechsel Diskontinuitäten in den Meßreihen hervorruft. Beide Meßfehler können die Sondierungs- und Kartierungsergebnisse bis zur Unbrauchbarkeit verändern. Der Einfluß dieser Meßfehler wird an drei Sondierungskurven demonstriert. Die Reduktion der Meßergebnisse und die Verwendungsgrenzen der Geräte werden beschrieben. Die bei den sechs Erdungsmessern im wesentlichen übereinstimmenden Ergebnisse lassen den Schluß zu, daß die ermittelten Eigenschaften charakteristisch sind.

Summary: The examination of the testing accuracy of six electrical ground testers of four different makes in an equivalent network by means of which the earthing resistances (R_E) of the sondes and electrodes and the earth-resistivities can be reproduced controllably is described.—The error in measurement and its distribution increase very largely within the lowest measuring range of the electrical ground testers (0 to 1 and 5 Ω resp.) as the testing value decreases. The lowest measuring range cannot or only partly be used for vertical explorations with a maximum error in measurement permissible of 5% since the distribution of error is not reducible. Moreover we find a great dependence of the error in measurement on R_E . This dependence, varying with the particular measuring ranges, causes discontinuities in the series of measurements if one changes the measuring ranges. Both errors in measurement may alter the results of vertical and lateral exploration to such an extent that they become useless. The influence of these errors is demonstrated by means of three vertical exploration curves. The reduction of the results of the measurements and the limits to the application of the devices are described. The essential conformity of the results of the six electrical ground testers admits of the conclusion that the properties found out are characteristic.

Immer häufiger werden zur Lösung von Aufgaben, die man der Geoelektrik in der angewandten Geophysik stellt, und zu Baugrunduntersuchungen Erdungsmesser verwendet. Diese kleinen handlichen und leichten Geräte mit ihrer einfachen Bedienung erscheinen für den Feldgebrauch gut geeignet und

¹⁾ Dipl.-Geophys. G. Vogler, Inst. f. Geophys. Erkundung der Univ. Leipzig, Leipzig C 1, Talstr. 35.

wirtschaftlich, so daß man den Instrumenten immer mehr Anwendungsgebiete erschließt. In diesem Zusammenhang entsteht die Frage nach den durch die Funktionsprinzipien bedingten Anwendungsgrenzen der Erdungsmesser, die im folgenden beschrieben werden.

A. Das Funktionsprinzip der Erdungsmesser

Mit den Erdungsmessern wird für die Messung Wechsel- oder kommutierter Gleichstrom erzeugt, um die Kompensation der Kontaktpotentiale und Polarisationsspannungen zu ersparen, die an polarisierbaren Elektroden entstehen. Die Frequenz der erzeugten Wechselströme oder die Impulsfolgefrequenz der kommutierten Gleichströme soll möglichst < 100 Hz sein, um den Meßfehler durch Skineffekt kleinzuhalten. In Abb. 1 sind die Ergebnisse der Untersuchungen von *G. de Niem* (1937) über die Eindringtiefe von Wechselströmen als Funktion der Frequenz und des spezifischen Bodenwiderstandes dargestellt.

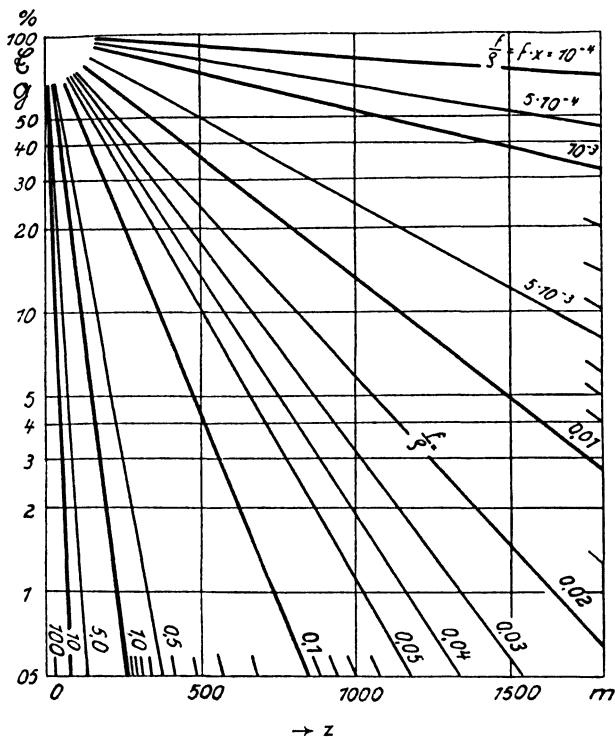


Abb. 1. Die Abhängigkeit der Feldstärke oder Stromdichte in der Tiefe von der Meßfrequenz und dem spezifischen Bodenwiderstand (nach *G. de Niem*)

\mathcal{G} = Feldstärke, \mathcal{Q} = Stromdichte, ρ = spez. Widerstand in Ω cm, z = Tiefe in m, f = Frequenz in Hz

Durch die relativ geringe Meßempfindlichkeit der Erdungsmesser bei Spannungsmessungen im Sondenkreis können nur Messungen mit Eindringtiefen $\left(\frac{A B}{3}\right)$ bis zu etwa 100 m ausgeführt werden. Die durch den Meßwechselstrom auftretenden Verschiebungs- und Induktionsströme kann man bei diesen Eindringtiefen und einer Frequenz < 100 Hz vernachlässigen, da das Potentialfeld unter diesen Bedingungen noch quasistationär ist, d. h., die Vorgänge genügen noch dem Induktions- und Durchflutungsgesetz, und die Leitungsströmung ist quellenfrei.

Erdungsmesser für geophysikalische Zwecke sind in mehreren Konstruktionstypen in Gebrauch. Die Beschreibung ihrer Funktion und Eigenschaften erfolgt an zwei der in Deutschland gebräuchlichsten Typen.

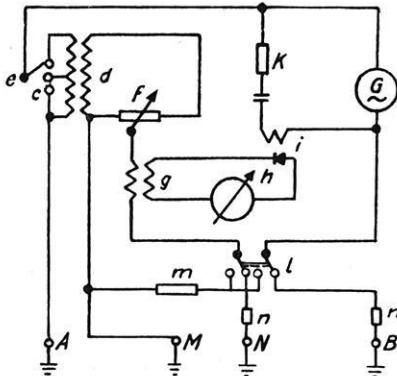


Abb. 2. Prinzipschaltbild des Siemens-Erdungsmessers (Funktionstyp 1)

Für eine exakte Bestimmung des spezifischen Bodenwiderstandes ist eine „leistungslose“ Messung der Spannung im Sondenkreis erforderlich, da sonst die Stromausbreitung im Boden gestört und das Meßergebnis gefälscht wird. Wenn für die Messung des spezifischen Bodenwiderstandes Gleichstrom verwendet wird, dann erfolgt die Spannungsmessung im Sondenkreis mit einem Kompensator, bei Verwendung von Wechselstrom durch Phasenkompensation mit der *Behrend*-Schaltung. Dieses Funktionsprinzip liegt mehreren Fabrikaten von Erdungsmessern zugrunde und soll mit dem Prinzipschaltbild des Siemens-Erdungsmessers beschrieben werden (Abb. 2; *P. M. Pflieger*, 1939).

Der mit dem handbetriebenen Generator (*G*) erzeugte Wechselstrom mit einer Frequenz von 75 Hz wird über die Primärwicklung des Stromwandlers (*d*) der Elektrode *A* und andererseits vom Generator über die Elektrode *B* dem Boden zugeführt (= Elektrodenkreis). Beim Fluß des Meßstromes im Boden entsteht ein Spannungsabfall, von dem ein Teil U_p mit den Sonden *M*, *N* an der Erdoberfläche abgenommen wird. Durch die vom Meßstrom in der Sekundärwicklung des Wandlers (*d*) induzierte Spannung fließt durch den Widerstand (*f*) ein Strom, der gegenüber dem im Elektrodenkreis und Boden um 180° in seiner Phase verschoben ist. An diesem Widerstand (*f*) wird die Spannung U_k abgegriffen, mit der der Spannungsabfall U_p kompensiert wird. Wenn beide Spannungen, U_p und U_k , die gegeneinander um 180° in ihrer Phase verschoben sind, den gleichen Betrag haben, dann fließt durch die Primärwicklung des Meßwandlers (*g*) und damit auch im Galvanometerkreis kein Strom. Dieser Zustand wird durch die Null-Stellung des Instrumentes (*h*) angezeigt. Der Widerstandswert kann dann am graduierten

Potentiometer(f) abgelesen werden. Eine Änderung der Primärstromstärke durch Veränderung der Induktorspannung beeinflusst das Meßergebnis nicht, da sich Meß- und Kompensationsstrom im gleichen Verhältnis ändern.

Besonderheiten der Konstruktion : Zur Verhinderung des Einflusses von Gleichströmen aus dem Sondenkreis auf die Messung ist der Meßkreis an den Sondenkreis induktiv gekoppelt. Die Gleichrichtung des Meßwechselstromes erfolgt mit einem phasengesteuerten Präzisions-Schwinggleichrichter (i). Mit dem Korrekturglied (K) ist die Phasenlage des Erregerstromes eingestellt, der die Wicklung des Schwinggleichrichters durchfließt. Die Vorwiderstände (n) verkleinern die Fremdspannungen. Zur Prüfung des Gerätes kann mit dem Schalter (l) der Eichwiderstand (m) in die Brücke eingeschaltet werden.

Der zweite Typ sei am Prinzipschaltbild der Abb. 3 erläutert.

Elektroden- und Sondenkreis sind im Gegensatz zur *Behrend*-Schaltung (Abb. 2) nicht gekoppelt. Die Spannungsmessungen im Sondenkreis erfolgen direkt, also nicht kompensiert. Das Instrument ist ein hochohmiger, empfindlicher Spannungsmesser, dessen Skala mit Ohmwerten graduirt ist. Bei diesem Funktionsprinzip liegen die Erdungs- oder Übergangswiderstände der Sonden (R_E) als Reihenwiderstände zum Spannungsmesser und beeinflussen damit die Meßempfindlichkeit des Instrumentes. Um reproduzierbare Werte zu erhalten, muß daher vor jeder Messung der Widerstand R bei der Schalterstellung TE (Abb. 3) so eingestellt werden, daß die Summe aus $R_E + R$ den Betrag des für den jeweiligen Meßbereich erforderlichen Vorwiderstand R_V hat. Da der Wert von R_V durch den Innen-Widerstand des Instrumentes vorgegeben ist, muß der Erdungswiderstand der Sonden (R_E) für eine reproduzierbare Messung, gemäß der Gleichung

$$R_V = R_E + R, R_E \leq R_V \quad (1)$$

sein. Daraus ergeben sich Einschränkungen im Gebrauch. Bei Verwendung des Meßbereiches für Widerstände $< 1 \Omega$ hat das Instrument die größte Spannungsempfindlichkeit und damit einen relativ kleinen Vorwiderstand (R_V), d. h., dieser Meßbereich ist nach den Bedingungen der Gleichung (1) nur bei relativ kleinen Sondenübergangswiderständen (R_V) zu gebrauchen. Die Meßbereiche für größere Widerstandswerte können jedoch, da der Meßbereich des Spannungsmessers durch größere Vorwiderstände (R_V) erweitert werden muß, auch bei größerem R_E verwendet werden. – Der Meßwechselstrom wird vom Generator (G) erzeugt, dessen Achse den Polwender (P) im Meßkreis steuert. Zur Konstanthaltung der Meßspannung werden bei diesem Funktionstyp Fliehkraftregler verwendet. Im Elektrodenkreis wird der Meßstrom in der Größenordnung durch den Widerstand (R_M) bestimmt, die Größe

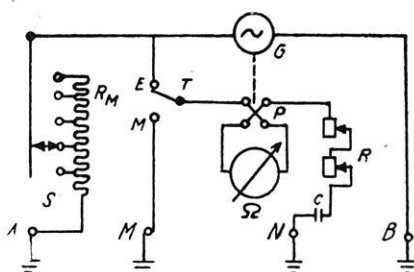


Abb. 3. Prinzipschaltbild des Erdungsmessers vom Funktionstyp 2

dieses Widerstandes durch den Meßbereichschalter (S) gewählt. Der Kondensator (C) schützt den Meßkreis vor vagabundierenden Gleichströmen.

Sollen diese Erdungsmesser auch in Gebieten mit Wechselstromnetzen zuverlässig arbeiten, so muß zum Schutz gegen den Einfluß von vagabundierenden Strömen mit der Grundfrequenz von $16\frac{2}{3}$ und 50 Hz und deren erster harmonischen ($33\frac{1}{3}$ und 100 Hz) die Meßfrequenz wesentlich von diesen abweichen und eine im Takte der Meßfrequenz gesteuerte Gleichrichtung erfolgen. Wenn dieser Frequenzunterschied nicht größer ist als die Frequenzschwankung der Meßspannung, die von den mit Hand angetriebenen Meßgenerator infolge ungleichmäßigen Antriebs erzeugt wird, so können Fälschungen des Meßergebnisses durch phasen- und frequenzgleiche vagabundierende Ströme entstehen.

Die Gleichrichtung des Meßstromes im Meß- oder Sondenkreis der Erdungsmesser muß möglichst verlustfrei erfolgen. Sperrgleichrichter (Kupferoxydul, Germanium usw.) sind wegen des spannungsabhängigen inneren Widerstandes, Anlaufspannung, Rückstrom, Alterung und Temperatureinfluß (*H. F. Grave*, 1950) für eine verzerrungsfreie Gleichrichtung sehr kleiner Spannungen und Ströme nicht geeignet. Aus diesem Grunde verwendet man in der Feinmeßtechnik mechanische Präzisionsgleichrichter, mit denen noch Spannungen von 10^{-6} V und Ströme von 10^{-9} A verzerrungsfrei gleichgerichtet werden können, während die Sperrgleichrichter für Meßzwecke ihre Verwendungsgrenze bei 10^{-2} V und 10^{-3} A haben (*P. M. Pflüger*, 1951). Mit den mechanischen Gleichrichtern läßt sich außerdem die Gleichrichtung in der Phase des Meßstromes steuern und damit der Einfluß von vagabundierenden Wechselströmen auf die Messung, die eine andere Phasenlage oder Frequenz als der Meßwechselstrom haben, sehr verkleinern.

B. Der apparativ bedingte Meßfehler der Erdungsmesser

Für die Anwendung dieser Geräte und die Bewertung der mit ihnen erzielten Meßergebnisse ist die Kenntnis der Meßgenauigkeit bei verschiedenen Betriebsbedingungen wichtig. Um allgemeine Kriterien zu erhalten, wurden für die Untersuchung der Betriebsbedingungen 6 Erdungsmesser vier verschiedener Fabrikate (Metrawatt, Nürnberg; Gossen, Erlangen; Rentsch, Pirna-Copitz; Siemens, Berlin) benutzt. (Die zu diesen Geräten gehörigen Ergebnisse sind im folgenden mit römischen Ziffern gekennzeichnet.) Von den Geräten arbeiten 5 nach dem Prinzip der Phasenkompensation in der *Behrend*-Schaltung und eines (Nr. I) nach dem Prinzip des in Ohm geeichten Spannungsmessers (Funktionstyp 2).

Zur Bestimmung des Meßfehlers, bei einem Kontakt- oder Übergangswiderstand von $< 0,1 \Omega$, wurden die Klemmpaare A, M und N, B der Erdungsmesser überbrückt und an diese beiden Pole Ohmsche Widerstände bekannter Größe angeschlossen. Aus Meßreihen, die sich aus Wiederholungen der Messung jedes einzelnen Widerstandes nach vorheriger Verstellung der Abstimmung ergeben, wurden die beiden extremen Fehler in Prozenten errechnet und in Abb. 4 als Funktion vom wahren Widerstandswert dargestellt.

Die Differenz der beiden extremen Meßfehler ist als Fehlerstreuung bezeichnet und in der gleichen Abbildung als Funktion vom wahren Widerstandwert aufgetragen (b).

Die Charakteristik *a* in Abb. 4 zeigt, daß der betreffende Erdungsmesser für Sondierungen bei einem zulässigen maximalen Meßfehler von 5% (*L. W. Sorokin*, 1953) nur für Widerstände $> 1,5 \Omega$ ohne Reduktion verwendet werden kann. Bei diesem zulässigen Meßfehler kann das Gerät durch Reduktion der Meßwerte bis zu einem Wert von $0,1 \Omega$ verwendet werden (im folgenden als Verwendungsgrenze (*VG*) bezeichnet). Dieser Meßwert (*VG*)

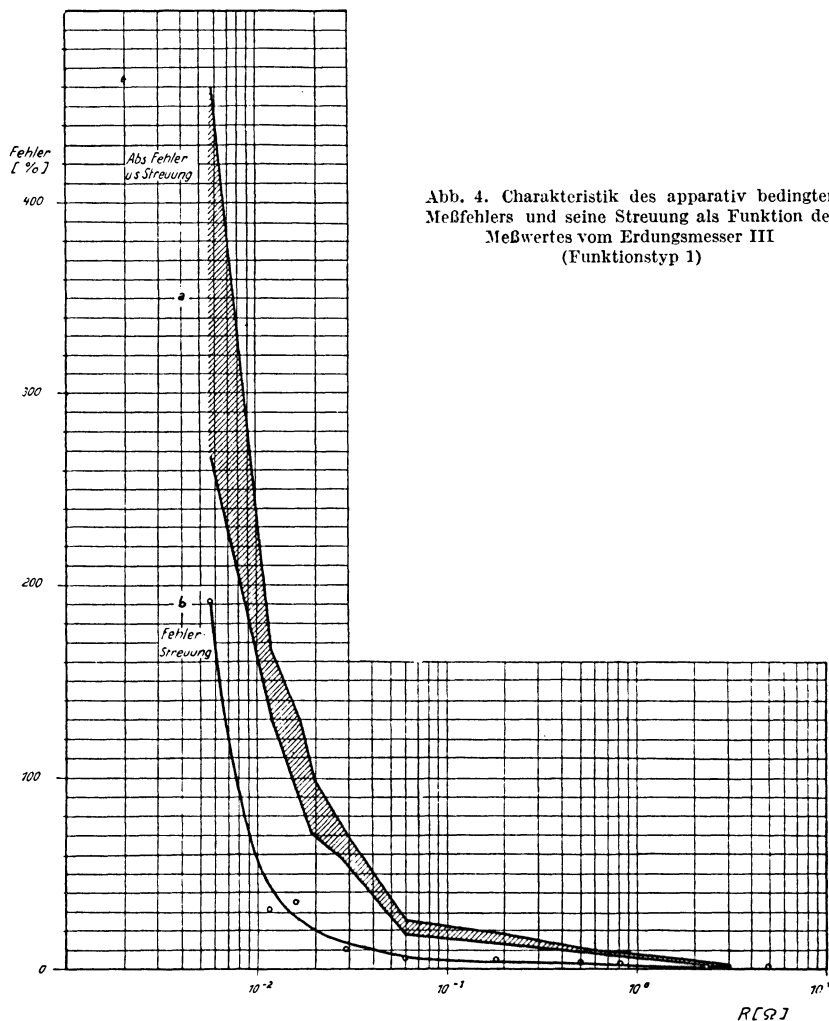


Abb. 4. Charakteristik des apparativ bedingten Meßfehlers und seine Streuung als Funktion des Meßwertes vom Erdungsmesser III (Funktionstyp 1)

kann dann nicht mehr unterschritten werden, da die nicht reduzierbare Fehlerstreuung bei kleineren Meßwerten den Betrag von 5% überschreitet (Kurve *b*). Wenn diese Meßfehler nicht beachtet werden, kommt es bei Sondierungen mit Erdungsmessern zu bedeutenden Fehlindikationen. In der Abb. 5 ist als Beispiel eine theoretische Zweischichtkurve (*A*) abgebildet, die

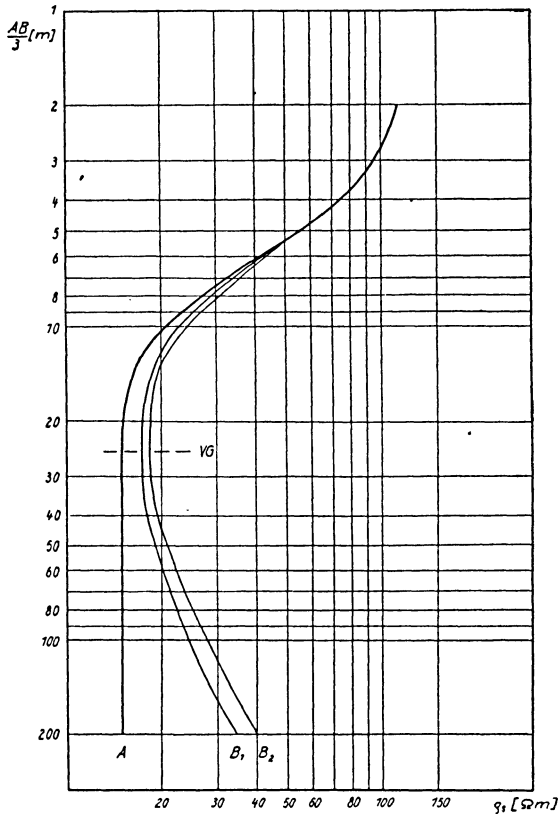


Abb. 5. Beispieleiner Sondierungsanomalie, wie sie durch den apparativ bedingten Meßfehler vom Erdungsmesser Nr. III bei einem Erdungswiderstand der Sonden und Elektroden von $< 0,1 \Omega$ erzeugt würde (*A* = theoretische Zweischichtkurve, *B₁* und *B₂* = untere und obere Variationsgrenze der anomalen Sondierungskurve)

durch Umrechnung mit den Meßfehlern aus der Fehlercharakteristik (Abb. 4) bei Verwendung der Minimal- und Maximalfehler des Gerätes III in die Mehrschichtkurven *B₁* und *B₂* übergeht, d. h., mit dem Erdungsmesser wird infolge der Meßfehler über einem Zweischicht-Medium eine Mehrschicht-Kurve aufgenommen, deren Werte infolge der Fehlerstreuung zwischen den beiden Kurven *B₁* und *B₂* liegen. Die Verwendungsgrenze (*VG*) ist in die Kurve eingezeichnet.

Bei der Anwendung dieses Gerätes für geoelektrische Kartierungen wird man den Grenzwert von $0,1 \Omega$ bei Reduktion der Ergebnisse oft wesentlich unterschreiten können, da bei dieser Arbeitsmethode nur die Abgrenzung verschiedener *scheinbarer* spezifischer Bodenwiderstände zur Aufgabe gestellt ist. Für eine erfolgreiche Anwendung des Gerätes muß dann die Differenz der zu unterscheidenden scheinbaren spez. Bodenwiderstände mindestens 100% größer sein als der Betrag der Fehlerstreuung. Die Entscheidung darüber, ob im gegebenen Fall die Anwendung des Gerätes erfolgreich ist, kann mit Widerstandswerten aus zuverlässigen Sondierungen und der Fehlercharakteristik getroffen werden. – Aus den Kurven der Abb. 6 ist zu erkennen, daß die große Streuung der Meßfehler bei allen Geräten auf den kleinsten Meßbereich ($\times 0,1$ bzw. $\times 0,2$) beschränkt ist.

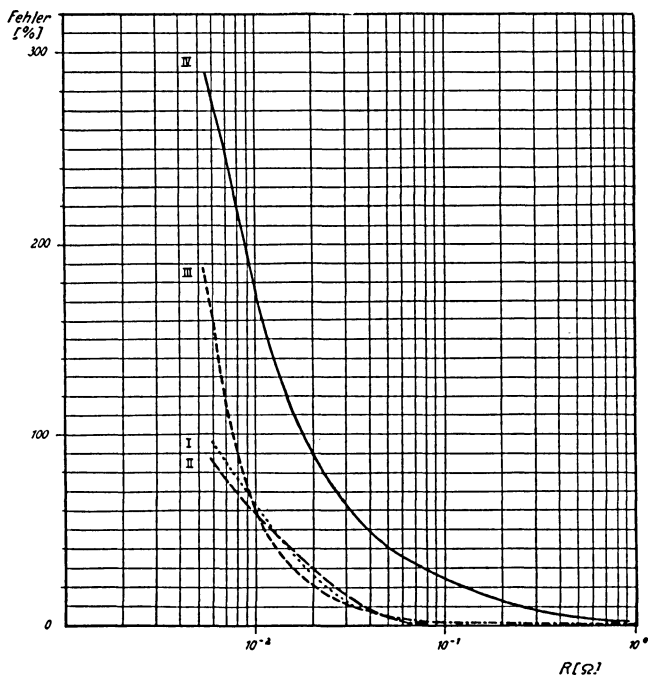


Abb. 6. Der Betrag der Fehlerstreuung [%] als Funktion des Meßwertes bei 4 Erdungsmessern verschiedener Fabrikate (I bis IV)

C. Die Abhängigkeit des Meßfehlers vom Erdungswiderstand der Sonden und Elektroden

Bei der Messung der Bodenwiderstände entstehen an den Elektroden und Sonden oft große Erdungswiderstände. Obwohl sich die Erdungswiderstände (R_E) bei den 4-Punktmethoden nicht zum Bodenwiderstand addieren, beeinflussen sie jedoch das Meßergebnis, da sie als Reihenwiderstände im Elek-

troden- und Sondenkreis die Stromstärke verringern. Dieser Einfluß von R_E auf die Meßgenauigkeit der Erdungsmesser kann im Labor mit einer Ersatzschaltung (Abb. 7) untersucht werden, mit der die Bodenwiderstände (R_B) und die Erdungswiderstände (R_E) der Sonden und Elektroden kontrollierbar nachgebildet werden können.

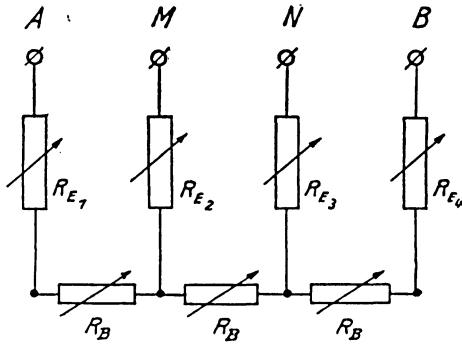
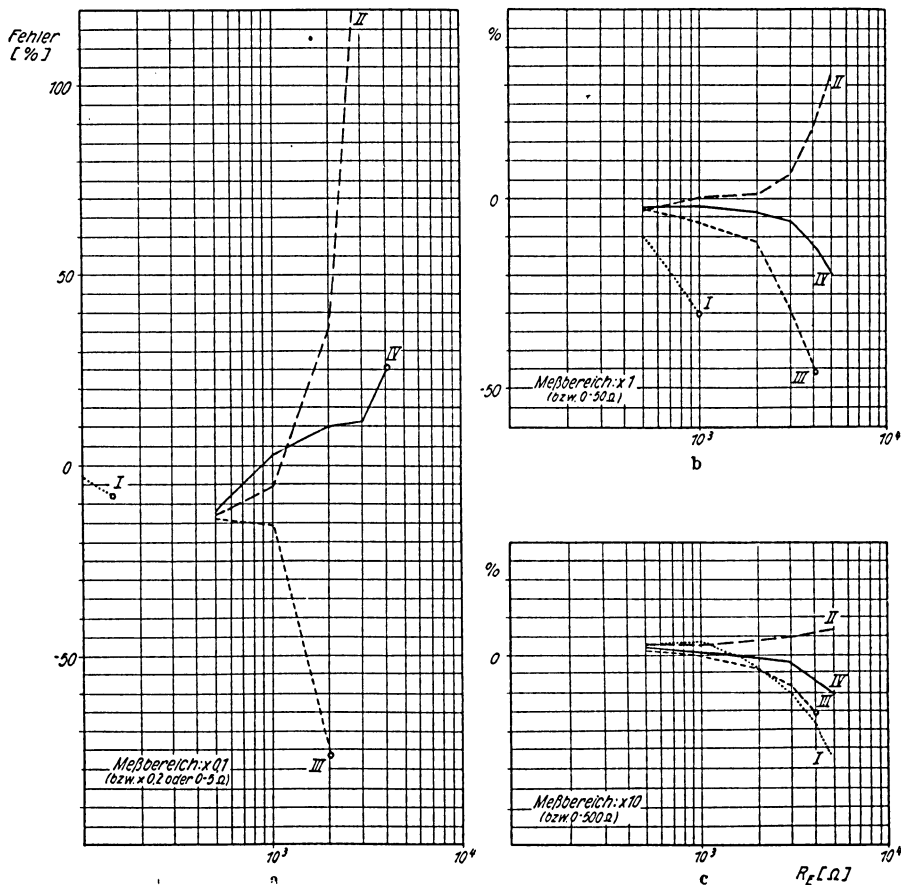


Abb. 7. Die zur Prüfung benutzte Ersatzschaltung

Bei diesen Untersuchungen war R_B für die gleichen Meßbereiche der Erdungsmesser gleich groß und so gewählt, daß er jeweils in der Mitte der Bereiche lag. Die R_E der Sonden und Elektroden waren bei dieser Versuchsanordnung untereinander stets gleich. Aus Meßreihen von Wiederholungsmessungen wurde der mittlere Meßfehler errechnet und in Abb. 8 a bis c in Abhängigkeit vom Wert des Erdungswiderstandes der Sonden und Elektroden für die 4 Typen der Erdungsmesser dargestellt. Die ermittelten Meßfehler sind Minimalwerte, da die R_E im beschriebenen Versuch nur als Ohmsche Widerstände nachgebildet wurden. – Bei großen R_E treten jedoch auch kapazitive Einflüsse zwischen den Sonden und dem umgebenden Erdreich auf. Dieser Zustand kann in Näherung mit einer Ersatzschaltung charakterisiert werden, in der R_E und Kapazität parallel geschaltet sind. In solchem Falle muß dann bei Verwendung der Erdungsmesser noch mit einem zusätzlichen Fehler gerechnet werden, der durch Phasenverschiebung im Sondenkreis entsteht. – Das Ergebnis zeigt, daß der Meßfehler innerhalb der Meßbereiche bei allen Geräten mit steigendem R_E bis zu einem Grenzwert zunimmt, von dem ab keine Messung mehr möglich ist (die Grenzwerte sind in der Abb. 8 mit einem Kreis umzogen).

Vom kleinsten bis zum größten Meßbereich nimmt der Grenzwert von R_E zu. Für die Anwendung dieser Geräte unter den häufigsten Betriebsbedingungen in der angewandten Geophysik muß der Grenzwert in allen Meßbereichen mindestens 1 k Ω betragen. Die nach dem Prinzip der Phasenkompensation arbeitenden Geräte überschreiten diesen Minimalwert in allen Bereichen.



Ein sehr niedriger Grenzwert von 140Ω wird im Meßbereich $\times 0,2$ von dem Gerät Nr. I erreicht, das nach dem Funktionsprinzip eines in Ohm geeichten Spannungsmessers arbeitet (Abschnitt A). Bei diesem Funktionsprinzip wirken die R_E als Vorwiderstände zum Spannungsmesser und setzen die Meßempfindlichkeit herab. Im kleinsten Meßbereich der Erdungsmesser sind aber die Anforderungen an die Spannungsempfindlichkeit der Meßinstrumente so hoch, daß bei größeren Vorwiderständen (R_E) die Bedingungen für eine reproduzierbare Messung (Abschnitt A) nicht mehr erfüllt sind. In Einzelfällen wird man durch mehrere eng um die Sonden und Elektroden in den Erdboden eingeschlagene und parallel geschaltete Erdspeie R_E unter den Grenzwert bringen können. Bei Routineuntersuchungen ist dieser Aufwand jedoch unwirtschaftlich, und außerdem wird damit der von der Theorie für

eine einwandfreie Auswertung geforderte punktförmige Elektroden- und Sondenkontakt an der Erdoberfläche vernachlässigt.

Ein weiteres bedeutendes Kriterium ist die Zunahme des Meßfehlers mit steigendem R_E (Abb. 8) – im folgenden als „Fehlergradient“ bezeichnet. Die Größe dieses Gradienten ist der Güte der Erdungsmesser umgekehrt proportional. Bei den einzelnen Fabrikaten sind die Fehlergradienten verschieden und innerhalb der Fabrikate nur in der Tendenz gleich. Die Ursachen dieser Unterschiede sind die ungleiche Funktion der mechanischen Gleichrichter (Prellung, Phasensteuerung, Kontaktdruck usw.) und bei den Geräten, die nach dem Prinzip der Phasenkompensation arbeiten, auch der elektrische Übertrager.

Kurz vor dem Grenzwert von R_E wird der Fehlergradient wesentlich größer. In Meßgebieten, in denen Erdungswiderstände dieser kritischen Größenordnung auftreten, ist die Verwendung von Erdungsmessern unwirtschaftlich. Kleine Änderungen von R_E rufen große Änderungen des Meßfehlers und damit Pseudoanomalien hervor, die nur dann eliminiert werden können, wenn zu jeder Messung des Bodenwiderstandes auch R_E bestimmt wird. Diese Eigenschaft schränkt auch den Gebrauch des kleinsten Meßbereiches der Erdungsmesser (0 bis 1 bzw. 5 Ω) stark ein. Die Bedeutung dieser Eigenschaft wird deutlich, wenn man bedenkt, daß sich in den Gebieten mit quartärer Decke entlang eines Sondierungs- oder Kartierungsprofils die Werte von R_E durch oberflächennahe Inhomogenitäten stark ändern.

Bei allen Geräten nimmt der Fehlergradient vom kleinsten zum größten Meßbereich ab. Diese unterschiedlichen Gradienten sind die Ursache der, je nach der Größe von R_E , oft erheblichen Diskontinuitäten in den Meßreihen geoelektrischer Sondierungen oder Kartierungen mit Erdungsmessern, die beim Umschalten von einem Meßbereich zum anderen entstehen. Die Änderung der Meßfehler, die beim Wechsel des Meßbereiches entstehen, können bei bekannten R_E mit den Charakteristiken 8a bis c bestimmt werden. (So ändert sich z. B. in einem Meßgebiet, in dem beim Erdungsmesser die Sonden und Elektroden ein R_E von etwa 2 k Ω haben, beim Meßbereichwechsel von $\times 10$ auf $\times 1$ und $\times 0,1$: von -4 auf -12 und -75% , wobei sich dieser Fehler im kleinsten Meßbereich (0–1 bzw. 5 Ω) zum apparativ bedingten Meßfehler (Abb. 4) addiert.) Zur Demonstration dieser Diskontinuitäten ist in Abb. 9 die gleiche theoretische Zweischichtkurve (A) wie in Abb. 5 mit den Meßfehlern aus den Charakteristiken für den Fall umgerechnet worden, daß die Sondierung dieses Zweischichtmediums mit dem Erdungsmesser Nr. III bei einem R_E von 500 bzw. 2000 Ω erfolgt. Die Abbildung zeigt, daß unter diesen Bedingungen über dem Zweischichtmedium zwei wesentlich verschiedene Mehrschichtkurven (C und D) aufgenommen werden, deren Werte infolge der Fehlerstreuung zwischen den Kurven C_1 und C_2 bzw. D_1 und D_2 liegen.

Die durch den Meßbereichwechsel entstehende Änderung des Meßfehlers erzeugt die Diskontinuität δ und vergrößert die vom apparativen Meßfehler (Abb. 4 und 5) hervorgerufene Deformation der Sondierungskurve. Durch diese Einflüsse wird das Ergebnis einer Sondierung bis zur Unbrauchbarkeit

modifiziert (Abb. 9). Eine Reduktion der Sondierungsergebnisse ist nur mit den zum verwendeten Gerät gehörigen Charakteristiken (analog Abb. 4 und 8) möglich. Die für einen maximal zulässigen Meßfehler von 5% in Abschnitt B für den Erdungsmesser III bestimmte Verwendungsgrenze (VG) ist in die Kurven eingezeichnet.

Mit der gleichen Ersatzschaltung (Abb. 7) wurde auch der in der Praxis häufige Fall untersucht, daß nur eine Sonde oder Elektrode infolge kleinräumiger oberflächennaher Inhomogenität des Meßgebietes einen wesentlich größeren Erdungswiderstand hat als die anderen Sonden und Elektroden. Für diesen Fall ergibt sich, bei allen Erdungsmessern übereinstimmend, daß der kleinste Meßbereich auf die Erhöhung des R_P nur einer Sonde oder Elek-

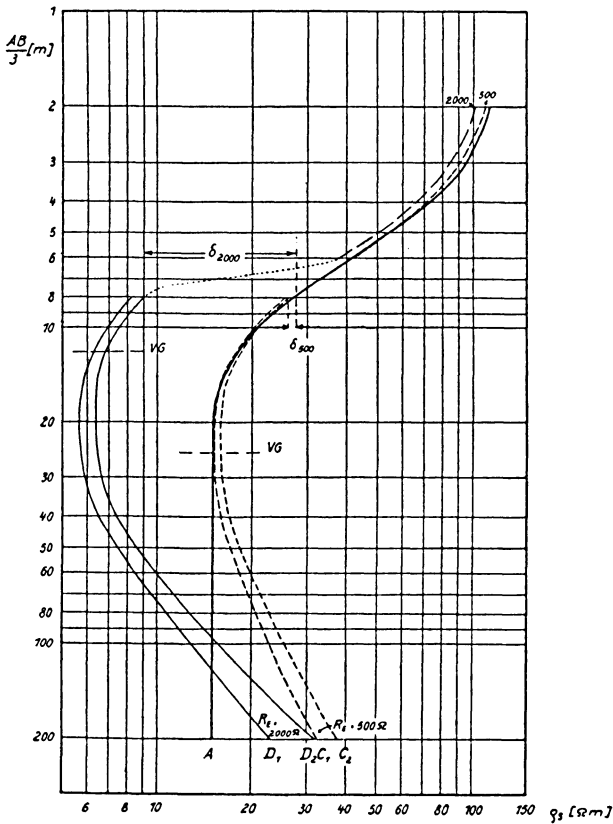


Abb. 9. Beispiel einer Sondierungsanomalie, wie sie vom Erdungsmesser Nr. III bei einem R_P von 500 bzw. 2000 Ω erzeugt würde

A = theoretische Zweischichtkurve, C_1 und C_2 = untere und obere Variationsgrenze der anomalen Sondierungskurve bei einem R_P von 500 Ω , D_1 und D_2 dgl. bei einem R_P von 2000 Ω

trode am empfindlichsten mit einer Vergrößerung des Meßfehlers reagiert. Vom kleinsten zum größten Meßbereich nimmt dieser Einfluß ab. Der Meßfehler ist größer, wenn der größere Erdungswiderstand im Sondenkreis liegt ($R_{E_2, 3}$). Diese Eigenschaft der Erdungsmesser ist die Ursache der extremen Einzelwerte in Meßreihen, die besonders bei der Verwendung des kleinsten Meßbereiches (0 bis 1 bzw. 5 Ω) auftreten. Der Grenzwert des innerhalb der Meßanordnung größten Einzelwiderstandes von R_E liegt um ein Vielfaches höher als in dem Falle, wo die R_{E_1} bis R_{E_4} gleich groß sind.

Die im wesentlichen übereinstimmenden Ergebnisse der Untersuchungen an den 6 Erdungsmessern 4 verschiedener Fabrikate lassen den Schluß zu, daß die ermittelten Eigenschaften, zumindest für diese beiden in Deutschland am häufigsten benutzten Funktionstypen der Erdungsmesser, charakteristisch sind. Die Beachtung dieser Eigenschaften ist entscheidend für eine sinnvolle Verwendung der Erdungsmesser und die Bewertung der mit ihnen erzielten Ergebnisse.

Literatur

- Grave, H. F.*: Gleichrichter-Meßtechnik. Leipzig 1950.
- de Niem, G.*: Feldstärke und Stromdichte eines Dipols im Erdboden. Beitr. zur angew. Geophysik 7 (1937), 170.
- Pfannenmüller, H.*: Mechanische Gleichrichter für Meßzwecke. ATM, Z. 540 — 1.
- Pflier, P. M.*: Die Siemens-Erdungsmesser. Siemens Zeitschrift 19 (1939), 396.
- Pflier, P. M.*: Elektrische Meßgeräte und Meßverfahren. Berlin 1951.
- Sorokin, L. W.*: Lehrbuch der geophysikalischen Methoden zur Erkundung der Erdölvorkommen. Berlin 1953, 207.

Über die Säkularbewegung des magnetischen Zentrums und der magnetischen Pole der Erde

Von G. Barta, Budapest¹⁾

Zusammenfassung: Auf Grund von Beobachtungen der letzten 60 bis 70 Jahre der Erdmagnetischen Observatorien stellt der Verfasser fest, daß der wichtigste Symmetriepunkt der Säkularänderungen des magnetischen Feldes in der Umgebung von Pakistan ist.

Aus den Projektionsbildern (Abb. 1, 2, 3) der magnetischen Säkularänderungen können wir darauf folgern, daß um den Mittelpunkt Pakistan in der Tiefe von 3000 km ein Kreisstrom mit einem Radius von ca. 3000 km fließt.

Der exzentrische magnetische Mittelpunkt im Inneren der Erde — gerechnet auf Grund von Reihenentwicklung von Kugelfunktionen des letzten Jahrhunderts — bewegt sich gerade gegen Pakistan; aus dieser Tatsache können wir auf die Zusammenhänge der zwei Erscheinungen schließen.

Auf die weitere Untersuchung der Bewegung des magnetischen Dipols hat Verfasser aus der Fritsche'schen Reihenentwicklung bis auf das Jahr 1550 zurückgängig die Position des magnetischen Mittelpunktes, die Richtung des Dipols wie auch die Position der magnetischen Pole auf der nördlichen und der südlichen Hemisphäre berechnet.

Die erhaltene Richtung und Größe des magnetischen Mittelpunktes und der Polwanderungen des letzten Jahrhunderts stimmen mit den Beobachtungen gut überein.

Abstract: The author points out, that according to the observations of the last 60-70 years the most important symmetry point of the secular variation of the Earth's magnetic field is to be found in the Pakistan region. A study of the diagrams of the secular variation in various projections (Fig. 1., 2. and 3.) leads to the conclusion, that in a depth of 3000 km a circular current of about 3000 km radius is running around Pakistan as center point. The center of the excentric magnetic dipol in the Earth's interior is just proceeding towards Pakistan as shown by the expansions in spherical harmonics in the last century; from this fact the existence of an interdependence between the two phenomena can be concluded.

Aiming at a more thorough study of the movement of the magnetic center and of the variation of the direction of the magnetic dipol, the author calculates the position of the magnetic center, the direction of the dipol and the positions of the magnetic poles on either of the hemispheres back to 1550 basing on the expansions in spherical harmonics made by Fritsche. Direction and extent of the wanderings of the center and of the poles obtained are in good agreement with the observations of the last century.

Unsere bisherigen Untersuchungen der Säkularvariation des erdmagnetischen Feldes führten dahin, daß, wenn wir die Datenreihen der Jahresmittel einzelner Observatorien unter Benutzung des Prinzips der kleinsten Quadrate durch Potenzpolynome der Zeit annähern, die ausgeglichenen Raum-

¹⁾ Dr. György Barta, Eötvös Loránd Geofizikai Intézet Budapest, VII., Damjanich u. 28/b, Ungarn.

kurven von den wirklichen Raumkurven spiralförmig umgeben werden. Der Endpunkt des magnetischen Vektors bewegte sich also während der letzten 100 Jahre nach der in den einzelnen Observatorien beobachteten Säkularänderung auf einer spiralförmigen Bahn [1, 8].

Die Potenzpolynome repräsentieren etwa die theoretische Hauptsäkularänderung. Wenn wir die Differenzen der tatsächlich gemessenen und der aus den Potenzpolynomen berechneten Vektoren bilden und die Projektionen dieser Vektordifferenzen auf die Richtung der Tangenten der Raumkurve in jedem Punkte bestimmen, so finden wir, daß der gemessene Punkt gegen den ausgeglichenen zeitweise vorseilt und zeitweise zurückbleibt. Diese Erscheinung entspricht einer Beschleunigung bzw. einer Verzögerung der Säkularvariation, also einer Welle mit longitudinalem Charakter. Die in die Richtungen der Hauptnormale und der Binormale fallenden Komponenten sind die Projektionen der Vektordifferenzen auf die Normalebene und vertreten die schraubenlinienartige Bewegung der Säkularänderung. Diese Erscheinung nennen wir den transversalen Effekt der Säkularvariation.

Der longitudinale Effekt ist in der nördlichen gemäßigten Zone eine sehr regelmäßige Welle von 40- bis 50jähriger Periode. Die extremen Werte dieser Welle erscheinen gleichzeitig auf der ganzen Erde, das Minimum befindet sich um die 1910er Jahre, das Maximum um 1930. Die durch den transversalen Effekt angedeutete schraubenlinienartige Bewegung zeigt auf der ganzen nördlichen Halbkugel denselben Umlaufsinn, nämlich den des Uhrzeigers, bezüglich zum Lauf der Hauptsäkularvariation [1].

Die gemeinsamen Charakterzüge der transversalen und longitudinalen Effekte deuten an, daß die Erscheinungen der Säkularvariation die Folge eines viel allgemeineren Vorgangs sind, als wir das nach dem ziemlich zerfallenden Bild der Isoporenkarten denken könnten.

Die Hauptsäkularvariationen der einzelnen Observatorien sind untereinander schwer zu vergleichen, weil deren Daten im üblichen XYZ-Koordinatensystem gegeben sind. Dieses System hat aber in den verschiedenen Erdpunkten verschiedene Richtungen. Um unsere Untersuchung unabhängig von dieser Anschauung weiterführen zu können, projizierten wir orthogonalisch die Änderungsvektoren auf die Äquatorebene und auf zwei zu dieser und aufeinander senkrechte Koordinatenebenen. Aus den so gefundenen Regelmäßigkeiten konnte man darauf schließen, daß der Symmetriemittelpunkt des ganzen Vorgangs im Gebiete Pakistan zu finden ist. Deshalb haben wir die Änderungsvektoren in ein Koordinatensystem mit dem Mittelpunkt Pakistan transformiert [2, 3].

Abb. 1 zeigt die ausgeglichene Säkularvariation von Pakistan aus gesehen. Der Gang der Observatorien, welche auf der sichtbaren Seite der Erde liegen, ist mit dicker, der auf der entgegengesetzten Seite liegenden Observatorien mit dünner Linie ausgezogen. Die kürzeren Reihen sind auf 50 Jahre extrapoliert worden und sind durch gestrichelte Linien dargestellt. Abb. 1 zeigt deutlich, daß die Vektoren rings um den Mittelpunkt des Projektionsbildes konvergieren, während die Vektoren der am Rande befindlichen Observatorien radial divergieren.

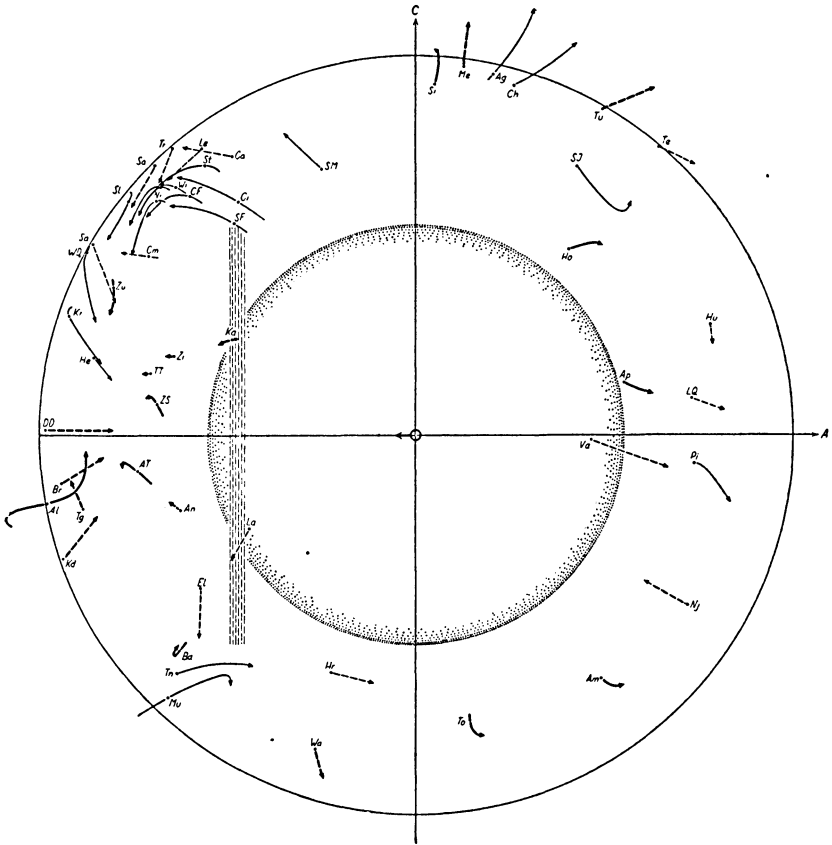


Abb. 2. Ausgeglichene Säkularvariation, von den Marshall-Inseln aus gesehen. 10 mm bedeutet 4000 γ

hat und daß bei Projektion auf die Erdoberfläche dieses Zentrums sich ebenfalls in W-NW-Richtung mit einer Geschwindigkeit von 10 km/Jahr in der Richtung nach Pakistan bewegt. Es scheint so, als ob das erdmagnetische Feld drei wesentliche Richtungen hätte, diese sind: die magnetische Achse, die Verbindungslinie des geometrischen Erdmittelpunktes mit dem magnetischen Zentrum und die Richtung der Verbindungslinie des geometrischen Mittelpunktes mit dem Mittelpunkt des als Ursache der Säkularvariation angenommenen Wirbels. Die drei Richtungen stehen aufeinander beinahe senkrecht. Diese Tatsachen lassen uns auf den Zusammenhang der Erscheinungen schließen.

Aus der Geschwindigkeit der Bewegung des magnetischen Zentrums geht zwanglos hervor, daß dessen Umlaufzeit um die Erdachse 4000 Jahre beträgt. Ähnlich große Zeitintervalle ergeben sich, wenn wir aus der Wande-

rungsgeschwindigkeit der Isoporen oder aus der Bewegungsgeschwindigkeit der magnetischen Pole auf die Säkularvariation Folgerungen ziehen. Demgegenüber kann man aus Beobachtungen an einzelnen Orten, so aus denen der Londoner und anderen langen Datenreihen eine etwa 500 jährige Periode feststellen, was nur ein Bruchteil der vorigen Intervalle ist. Also trotz einer einheitlichen Betrachtung beträgt die Periode des Vorgangs nach einer bestimmten Erscheinungsgruppe mehrere tausend Jahre und nach anderen unzweifelhaften Beobachtungen nur einige hundert Jahre. Der Widerspruch wird behoben, wenn wir annehmen, daß die Bewegung des magnetischen Mittelpunktes keine Zentralbewegung um die Erdachse, sondern eine Pendelbewegung um eine bestimmte Gleichgewichtslage ist.

Aus dieser Annahme folgt, daß der jetzt vorausgesetzte Wirbel sich einige hundert Jahre früher an der entgegengesetzten Seite der Erde hätte sein

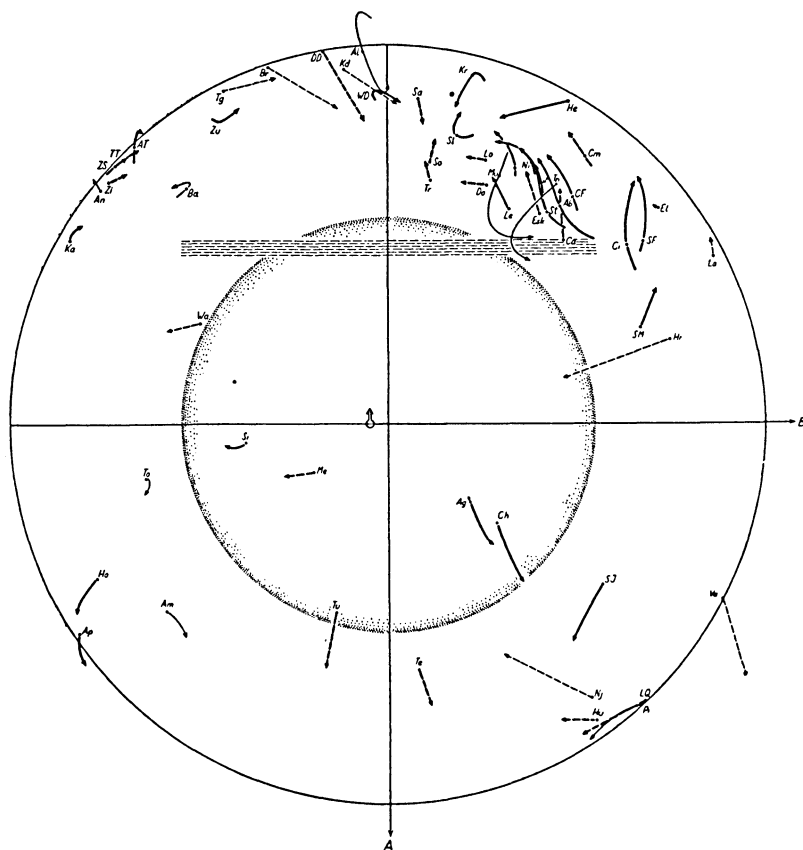


Abb. 3. Ausgeglichene Säkularvariation von der Hudson-Bucht aus gesehen. 10 mm bedeutet 4000 γ

können. In Zusammenhang damit ist es interessant zu erwähnen, daß die geschlossene Agonlinie in Ostasien nach den alten Deklinationskarten vor 300 bis 400 Jahren nicht existiert hat, sondern zu dieser Zeit eine ähnliche geschlossene Agonlinie im östlichen Gebiet des Pazifischen Ozeans gelegen war. Die ostasiatische Agonlinie schloß sich erst Anfang des XIXten Jahrhunderts und öffnete sich nach den neueren Karten der 1940er Jahre wieder. *H. Fritsche* gelangte auch zu ähnlichen Feststellungen auf Grund seiner auf alten Deklinationskarten basierenden Kugelfunktionsentwicklungen. Diese Tatsache hat mich zu einer näheren Untersuchung seiner Datensysteme und seiner Reihenentwicklungen angeregt (Tab. 1).

Tabelle 1

Zur Berechnung angewandte Koeffizienten der quasinnormierten Kugelfunktionen in $10^{-4} \Gamma$

Potential- entwicklung von	Epoche	g_1^0	g_1^1	h_1^1	g_2^0	g_2^1	g_2^2	h_2^1	h_2^2
<i>Fritsche</i>	1550	-3227,8	-262,9	+ 97,7	- 17,2	+166,0	-154,3	+166,0	-278,6
„	1600	-3231,6	-279,7	+167,6	- 20,5	+174,6	-213,0	+129,0	-225,1
„	1650	-3236,3	-300,7	+255,0	- 24,7	+185,4	-214,3	+118,9	-158,1
„	1700	-3236,5	-314,1	+408,9	- 29,4	+202,1	-161,0	+ 75,1	- 54,2
„	1780	-3198,5	-355,2	+569,8	- 33,5	+244,7	- 80,6	+ 10,9	+ 81,8
„	1842	-3227,1	-275,1	+593,1	+ 1,9	+274,0	+ 7,6	- 14,1	+132,6
„	1885	-3163,5	-241,4	+591,4	- 35,1	+286,5	+ 68,0	- 75,5	+142,0
„	1900	-3141,2	-229,6	+590,7	- 48,1	+290,9	+ 89,1	- 96,9	+145,4
<i>Erman-</i> <i>Petersen</i>	1829	-3200,8	-283,5	601,1	- 8,1	257,1	- 14,4	- 4,2	145,9
<i>Gauß</i>	1835	-3234,8	-311,0	624,5	51,4	292,3	- 2,0	12,2	157,4
<i>Adams</i>	1845	-3218,7	-227,8	578,3	8,5	283,7	4,0	- 10,5	134,5
<i>Carlheim-</i> <i>Gyllensköld</i>	1860	-3258	-276	607	13	275	25	10	145
<i>Schmidt</i>	1885	-3191,9	-211,7	598,1	- 52,1	275,4	61,5	- 71,0	149,9
<i>Dyson-</i> <i>Furner</i>	1922	-3095	-226	592	- 88,7	299,1	144,3	-124,1	84,3
<i>Vestine-</i> <i>Lange</i>	1945	-3057	-211	581	-127	296	164	-166	54
<i>Afanasieva</i>	1945	-3032	-229	590	-125	288	150	-146	48

Zur Berechnung der auf die alten Epochen sich beziehenden Kugelfunktionen wandte *Fritsche* den bekannten Satz an, daß die Kugelfunktionskoeffizienten des skalaren Potentials des erdmagnetischen Feldes bestimmbar sind, wenn die Ostkomponente des Kraftvektors auf der ganzen Erde und die Nordkomponente längs eines Meridians bekannt ist. Natürlich sind die Daten mit Kraftkomponentencharakter aus alten Zeiten nicht bekannt, da ja *Gauß* die Methode zur Bestimmung der horizontalen Feldstärke erst im Jahre 1832

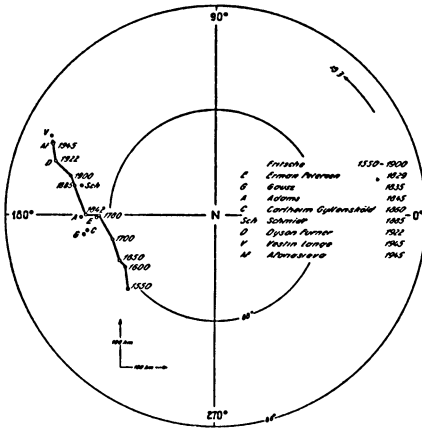
bekannt machte. Die Probleme hat *Fritsche* derart gelöst, daß er die sich aus den neueren Reihenentwicklungen ergebenden Werte der Nordkomponente für die vorige Epoche als bekannt angenommen hat und so die Koeffizienten berechnete. Aus den derart bestimmten Kugelfunktionen berechnete er die Nordkomponente, und diese wandte er wieder auf die vorige Epoche an. So, mit einem rekursiven Verfahren, berechnete er die Kugelfunktions-Koeffizienten für alle diese Epochen, für welche ihm Isogonenkarten zur Verfügung standen. Jedenfalls enthält sein Verfahren bestimmte Züge der Extrapolierung, und man muß sein Datensystem und dessen Ergebnisse mit starker Kritik und Vorsicht untersuchen; aber wie wir später sehen werden, stimmen die aus seinen Kugelfunktionen berechneten Daten gut überein mit denen, die sich aus den mit Hilfe der neueren Datensysteme ohne Extrapolierung berechneten Kugelfunktionen ergeben. Seine Resultate sind von mehreren Seiten unterstützbar, interessante Folgerungen lassen sich daran knüpfen, so daß sie bei den Untersuchungen des Erdmagnetismus in alten Zeiten gut zu gebrauchen sind. Es ist noch ihr großer Vorteil, daß sie von den *H*- und *I*-Veränderungen bis 1550 zurück ein Bild geben [5, 6, 7].

In den Koeffizienten der Kugelfunktionen ist das magnetische Datensystem der ganzen Erde komprimiert vorhanden. Die Glieder ersten Grades stellen den zentrischen Dipol dar, aus den Gliedern zweiten Grades kann die Lage des magnetischen Zentrums der Erde bestimmt werden. Die Lage des exzentrischen Zentrums ändert sich mit der Zeit, und diese Bewegung ist wahrscheinlich sehr eng mit der Säkularvariation verknüpft.

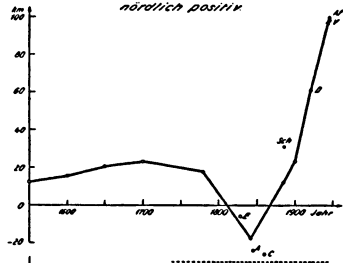
Der zum zentrischen Dipol gehörige Pol bewegt sich relativ sehr langsam; in den letzten 120 Jahren kam er in westlicher Richtung kaum 6° vorwärts, während seine geographische Breite als ganz unverändert angenommen werden kann. Doch der physikalischen Wahrheit entsprechend soll die exzentrische Lage des Dipols auch in Betracht gezogen werden. Die gerade Linie, die vom exzentrischen Dipol in Richtung des magnetischen Momentes gezogen wird, schneidet die Oberfläche der Erde in Punkten, die von den zum zentrischen Dipol gehörigen erdmagnetischen Pol verschieden sind. Weiterhin kann man feststellen, daß in diesen Schnittpunkten der magnetische Feldvektor nicht nach dem Mittelpunkt der Erde zeigt. Den Punkt, an dem der magnetische Feldvektor des exzentrischen Dipols in die Richtung des Erdmittelpunktes zeigt, werden wir im folgenden theoretischen Inklinationspol nennen. Wir sehen von der Abplattung der Erde und von den der Zentrifugalkraft entstammenden Gravitationsabweichungen ab; daher benutzen wir geometrische Ausdrücke und nehmen die Erde kugelförmig an.

Auf der Abb. 4 ist die Wanderung des magnetischen Zentrums von 1550 bis 1945 dargestellt. (Bis 1900 sind die Daten *Fritsches*, 1922 *Dyson Furners*, 1945 *Vestine-Langes* und *Afanasievas* verwendet.) Die aus den von früheren Zeiten als 1900 entstammenden Potentialentwicklungen berechneten Orte des Zentrums sind mit Nullkreis und mit Anfangsbuchstaben des Autors bezeichnet [4, S. 651]. Es zeigt sich, daß die Richtung des Ganges gut mit den aus der neueren Zeit entstammenden Daten übereinstimmt. Es ist erwähnenswert, daß die Bahn der Bewegung um die astronomische Achse keine Krümmung

Die Wanderung des magnetischen Zentrums der Erde von Norden aus gesehen in der Äquatoralebene



Die Entfernung des magnetischen Zentrums von der Äquatoralebene nördlich positiv



Die Veränderung des magnetischen Moments der Erde

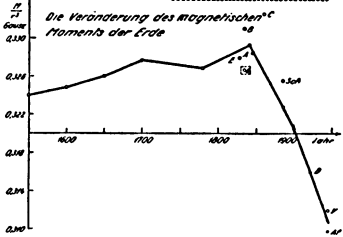


Abb. 4

aufweist. Auf derselben Abb. ist die Änderung des Moments des Dipols als Funktion der Zeit dargestellt. Man sieht, daß das Moment von 1550 bis 1800 schwach zunahm und von 1800 an stark abnimmt (entsprechend den Resultaten der neueren Reihenentwicklungen; Tab. 2).

Aus den Kugelfunktionen *Fritsches* berechneten wir die Lage der Schnittpunkte des zentrischen und exzentrischen Dipols an der Erdoberfläche und auch die Orte der theoretischen Inklinationspole (Tabelle 3). Um zu sehen, wie diese nach *Fritsche* gewonnenen Daten sich zu denen der neueren Zeiten verhalten, berechneten wir noch dieselben Daten auch aus den Resultaten der anderen bekannten wichtigeren Potentialentwicklungen.

Auf der Abb. 5 ist die zeitliche Wanderung der zentrischen, exzentrischen und theoretischen Inklinationspole auf der nördlichen Halbkugel angegeben. Es ist interessant, daß das Beharren des zentrischen Dipols während des letzten Jahrhunderts an demselben Orte bei dem zum exzentrischen Dipol gehören

DIE WANDERUNG DER MAGNETISCHEN POLE

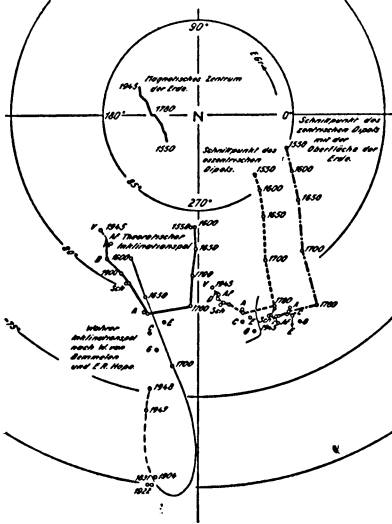


Abb. 5

Tabelle 2

Moment des zentrischen Dipols und deren Schnittpunkt-Koordinaten nach Norden (φ_c, λ_c)
Sphärische Koordinaten des exzentrischen Dipols ($r, \bar{\varphi}, \bar{\lambda}$).

Potential- entwicklung	$\frac{M}{R^3}$	φ_c °	λ_c °	r km	$\bar{\varphi}$ °	$\bar{\lambda}$ °
<i>F</i> 1550	0,3240	85,0	339,6	242	2,9	220,4
<i>F</i> 1600	0,3248	84,2	329,1	220	4,1	210,0
<i>F</i> 1650	0,3260	83,1	319,7	224	5,2	205,6
<i>F</i> 1700	0,3277	81,0	307,5	224	6,0	193,5
<i>F</i> 1780	0,3268	78,2	301,9	246	4,1	180,7
<i>F</i> 1842	0,3293	78,5	294,9	273	- 3,7	180,2
<i>F</i> 1885	0,3227	78,6	292,2	304	2,3	168,4
<i>F</i> 1900	0,3204	78,6	291,2	318	4,2	164,8
<i>E</i> 1829	0,3269	78,3	295,2	251	- 1,6	181,7
<i>G</i> 1835	0,3309	77,8	296,5	289	- 13,4	188,3
<i>A</i> 1845	0,3282	78,7	295,7	285	- 4,9	181,2
<i>C</i> 1860	0,3326	78,4	294,4	272	- 5,5	187,0
<i>S</i> 1885	0,3254	78,8	289,5	289	6,2	167,7
<i>D</i> 1922	0,3159	78,4	290,9	363	9,7	161,3
<i>V</i> 1945	0,3119	78,6	290,0	396	14,4	154,1
<i>Af</i> 1945	0,3097	78,2	291,2	388	14,8	156,4

Tabelle 3

Schnittpunkts-Koordinaten des exzentrischen Dipols und des Inklinationsdipols mit der
Oberfläche der Erde an Nord- und Südhalbkugel

Potential- entwicklung	Nordhalbkugel				Südhalbkugel			
	φ_c °	λ_c	φ_t	λ_t	φ_c	λ_c	φ_t	λ_t
<i>F</i> 1550	85,7	313,6	84,1	267,0	- 83,7	177,2	- 80,1	194,4
<i>F</i> 1600	84,9	309,3	84,1	268,3	- 83,1	163,5	- 79,9	179,9
<i>F</i> 1650	83,6	303,0	83,0	269,1	- 82,0	153,0	- 79,2	169,9
<i>F</i> 1700	81,6	294,9	81,5	268,0	- 79,9	138,1	- 77,3	152,8
<i>F</i> 1780	79,1	291,9	79,9	268,0	- 76,9	130,2	- 73,7	142,4
<i>F</i> 1842	79,3	282,8	79,2	256,0	- 77,4	125,2	- 74,1	140,4
<i>F</i> 1885	79,8	279,2	80,4	247,6	- 76,8	122,2	- 72,7	135,6
<i>F</i> 1900	80,0	277,9	80,7	244,2	- 76,7	121,3	- 72,2	134,0
<i>E</i> 1829	78,6	284,4	79,0	260,6	- 77,2	124,6	- 74,4	139,2
<i>G</i> 1835	78,1	284,6	77,4	259,9	- 77,0	127,2	- 74,0	144,5
<i>A</i> 1845	79,5	282,8	79,2	254,7	- 77,5	126,5	- 74,1	142,3
<i>C</i> 1860	78,9	282,3	78,2	257,6	- 77,6	125,3	- 74,7	142,3
<i>S</i> 1885	79,9	276,9	80,4	247,0	- 77,2	119,4	- 73,4	132,6
<i>D</i> 1922	80,2	276,1	81,0	237,8	- 76,1	121,3	- 70,9	133,3
<i>V</i> 1945	80,8	274,6	82,1	229,8	- 75,8	119,8	- 69,9	130,3
<i>Af</i> 1945	80,4	276,7	81,8	235,8	- 75,5	120,8	- 70,0	131,2

Pol schon weniger zum Vorschein kommt, während der theoretische Inklinationsspol von 1550 an einen ziemlich regelmäßigen Dreiviertelkreis beschreibt.

Der zum zentrischen Dipol gehörige erdmagnetische Pol zeigt keine Lageänderung während des letzten Jahrhunderts, weil der Dipol der Erde in dieser Periode keine Richtungsänderung aufgewiesen hat. Wenn wir aber in Betracht ziehen, daß der Ort des Dipols sich wesentlich veränderte, dann ist es einleuchtend, daß im Verlauf der Säkularvariation kein Stillstand eingetreten ist, und das zeigt sich deutlich im Verlauf der Wanderung der Pole. Die Wanderungsgeschwindigkeit des zum zentrischen Dipol gehörigen Pols wird in naher Zukunft wahrscheinlich zunehmen.

Vollständigkeitshalber seien die Kurven der Wanderung der Pole auch an der südlichen Halbkugel (Abb. 6) angegeben. Hier zeigt die Bahn des Inklinationsspols keine geschlossene Kurve. Diese Erscheinung kann eine charakteristische Folgeerscheinung der Säkular-

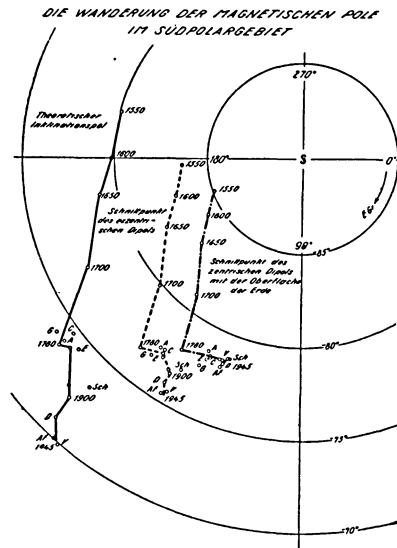


Abb. 6

variation sein, könnte aber auch auf den Mangel der Datensysteme der südlichen Halbkugel zurückgeführt werden.

Die Wanderung des theoretischen Inklinationsspols stimmt gut mit der Säkularvariation der Deklination und Inklination in London überein. Die Bewegung des zum theoretischen Inklinationsspol gebundenen Isogon- und Isoklinnetzes ist nämlich eine solche, daß die durch ihr hervorgerufene *D*- und *I*-Änderung in Phase und Periode ganz der in London beobachteten Säkularvariation entspricht.

Weil diese Netze wegen der Exzentrizität des erdmagnetischen Feldes keine Symmetrie aufweisen, haben wir genau berechnet, welche Feldstärke durch einen Dipol von gegebener Lage, Richtung und Stärke in der Umgebung von London hervorgerufen wird (Tab. 4). Die Resultate sind auf der Abb. 7 wiedergegeben. Die Änderung der berechneten Werte beschreibt jenen Teil der Säkularänderung, welcher aus der Wanderung und der Intensitätsänderung des Dipols stammt.

Beim Vergleich der tatsächlich gemessenen und der berechneten Daten ersieht man, daß die Periode und die Phase der berechneten Änderung mit denen der gemessenen übereinstimmen, die Amplitude aber etwa nur ein Drittel davon ausmacht. Man könnte die kleinere Amplitude der berechneten Welle charakteristisch für die Extrapolationsmethode annehmen, aber die ohne Extrapolation durchgeführten Reihenentwicklungen des letzten Jahr-

DIE VERÄNDERUNG DER MAGNETISCHEN ELEMENTE IN LONDON

--- gemessener Gang
 — berechneter Gang

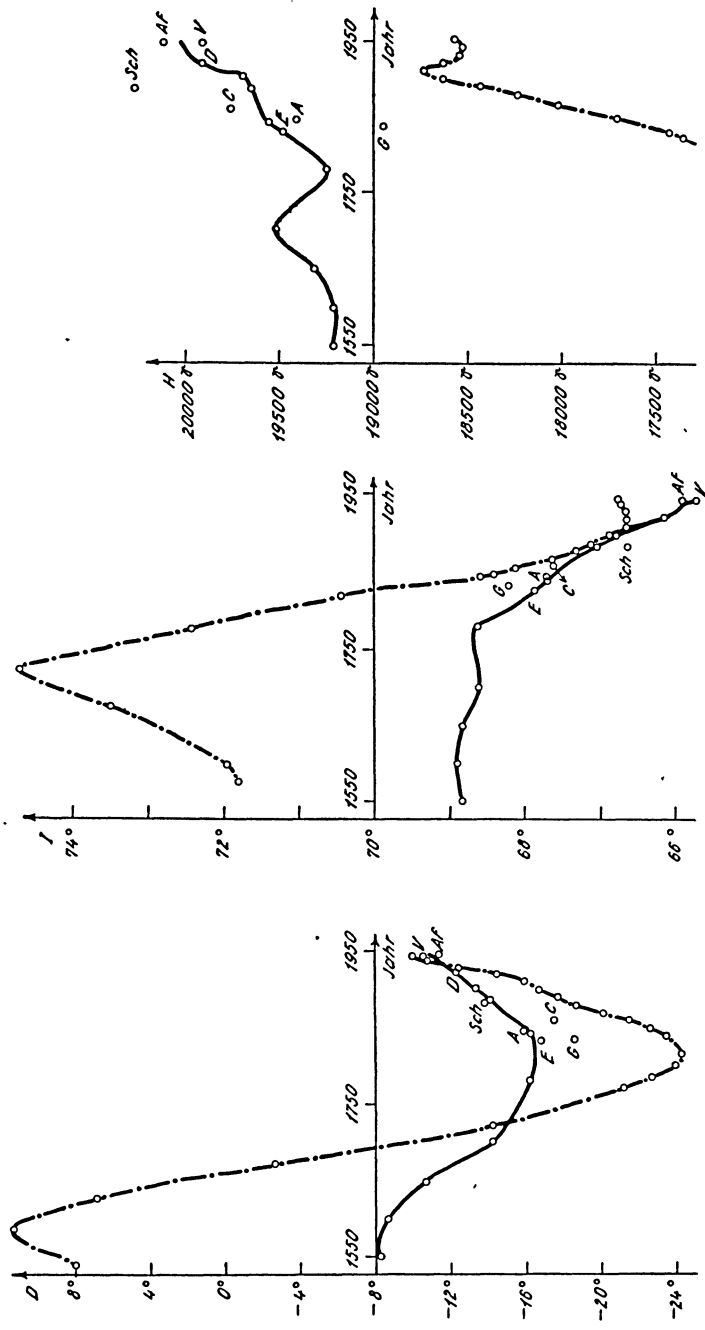


Abb. 7

Tabelle 4

Die Komponenten bzw. die Elemente des Kraftfeldes des mit bestimmter Lage, Richtung und Stärke gegebenen Dipols in London

Poten- tialent- wick- lung	U γ	V γ	$W = Y$ γ	X γ	Z γ	T γ	D $^{\circ}$	H γ	I $^{\circ}$
<i>F</i> 1550	-26713	-45887	- 2742	+19023	+49571	53167	- 8,2	19219	68,8
<i>F</i> 1600	-26895	-46005	- 2874	+19001	+49787	53367	- 8,6	19217	68,9
<i>F</i> 1650	-26995	-46074	- 3542	+18992	+49908	53517	- 10,6	19320	68,8
<i>F</i> 1700	-26929	-46029	- 4473	+18998	+49829	53515	- 13,2	19518	68,6
<i>F</i> 1780	-26776	-45243	- 5362	+18481	+49217	52845	- 16,2	19243	68,6
<i>F</i> 1842	-25379	-44513	- 5446	+18788	+47671	51528	- 16,2	19561	67,8
<i>F</i> 1885	-24170	-43895	- 4782	+19064	+46341	50337	- 14,1	19655	67,0
<i>F</i> 1900	-23751	-43680	- 4548	+19159	+45880	49927	- 13,4	19691	66,8
<i>E</i> 1829	-25686	-44589	- 5648	+18655	+47958	51768	- 16,8	19491	67,9
<i>G</i> 1835	-25709	-43706	- 6059	+17952	+47423	51068	- 18,6	18947	68,2
<i>A</i> 1845	-25147	-44156	- 5333	+18656	+47266	51094	- 16,0	19403	67,7
<i>C</i> 1860	-25595	-44773	- 5922	+18855	+48002	51911	- 17,4	19763	67,6
<i>S</i> 1885	-24238	-44731	- 4893	+19673	+46918	51110	- 14,0	20272	66,6
<i>D</i> 1922	-22884	-43352	- 4258	+19447	+44999	49206	- 12,4	19908	66,1
<i>V</i> 1945	-22369	-43371	- 3664	+19784	+44609	48937	- 10,5	20121	65,7
<i>A/1945</i>	-22465	-43103	- 3935	+19515	+44517	48765	- 11,4	19908	65,9

hunderts zeigen dasselbe Verhältnis, so daß diese Annahme nicht bestehen kann. Aus diesem Grunde müssen wir annehmen, daß die Wanderung der magnetischen Pole und des magnetischen Zentrums durch die Säkularvariation hervorgerufen wird und nicht das Umgekehrte. Die Hauptsäkularvariation ist die Ursache der in London beobachteten Veränderung, und die durch mehrere vielleicht auch einander entgegenwirkende Nebenvorgänge verminderte Zusammenwirkung gibt als Resultat die Wanderung der Pole und des Zentrums.

Wir berechneten auch die Welle der Horizontalkomponente in London. Deren Periode scheint aber viel länger zu sein als 500 Jahre. Aber bezugs dieser Daten sollen wir noch behutsamer umgehen, weil *Fritsche* seine Extrapolation eben an einem feldstärkeartigen Element durchgeführt hat. Zur Untersuchung der Wellenamplitude der Feldstärke stand uns nur die Datenreihe der letzten 100 Jahre zur Verfügung. Daraus kann man folgern, daß die gemessene Amplitude wahrscheinlich auch bei diesem Element das Drei- bis Vierfache der berechneten ist.

Literatur

- [1] *Barta, G.*: Longitudinal and transversal effect of the secular variation of the geo-magnetic field. Geofizikai Közlemények, Bd. VII, N° 1. Budapest 1958.

- [2] —: On the secular variation of the geomagnetic field. *Geofizikai Közlemények*, Bd. VI, N° 1—2. Budapest 1957.
- [3] —: Report on the Geomagnetic and Telluric Researches carried out in Hungary during the Period of 1954—1957. *Acta Technica*, Tomus XVIII, Fasciculi 1—2. Budapest 1957.
- [4] *Chapman, S.*, und *Bartels, J.*: *Geomagnetism*. Oxford 1940.
- [5] *Fritsche, H.*: Coefficienten der Gaussischen Allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus für das Jahr 1885 und über den Zusammenhang . . . St. Petersburg 1897.
- [6] —: Die Elemente des Erdmagnetismus für die Epochen 1600, . . . und 1885, und ihre Saecularen Aenderungen . . . St. Petersburg 1899.
- [7] —: Die Elemente des Erdmagnetismus und ihre saekularen Änderungen während des Zeitraumes 1550 bis 1915. St. Petersburg 1900.
- [8] *Slaucitajs, L.*: Some Notes on Secular Variation. *Centr. of Baltic University*, N° 6. Pinneberg 1948.

Tages- und jahreszeitliche Variationen des erdmagnetischen äquatorialen Ringstromes

Von W. Kertz, Göttingen¹⁾

Zusammenfassung: Tages- und jahreszeitliche Variationen der Ringstromstärke und ihr Zusammenhang mit dem Winkel χ zwischen der geomagnetischen Achse und der Richtung von der Sonne zum Erdmittelpunkt werden diskutiert. Ein beobachteter, zeitlicher Phasenunterschied kann durch eine Verdrehung des äußeren geomagnetischen Feldes erklärt werden.

Abstract: Diurnal and seasonal variations of the equatorial ring current are discussed. There is a relation to the angle χ between the geomagnetic axis and the direction from the sun to the earth's center. An observed temporal phase difference may be explained by a distortion of the outer geomagnetic field.

Im Gefolge magnetischer Stürme tritt gewöhnlich eine Nachstörung auf, die sich deutlich unterscheidet von den durch Ströme in der Ionosphäre hervorgerufenen Sturm-Variationen. Nach ihrer geographischen Verteilung besteht sie aus einem im ganzen Bereich der Erde homogenen Feld in Richtung der Dipolachse des Permanentfeldes. Deshalb beobachtet man am Äquator eine Verminderung der Horizontalintensität und in der Nähe der Pole eine Verstärkung der Vertikalintensität. Auch in ihrer Zeitabhängigkeit unterscheidet sich die Nachstörung wesentlich von den Sturm-Variationen: Sie erreicht einige Stunden nach Sturmbeginn ihren größten Betrag und braucht dann mehrere Tage, ja Wochen, zum langsamen Abklingen. Für ihre Entstehung ist allerdings, ebenso wie für die der Sturm-Variationen, die Partikelstrahlung der Sonne verantwortlich.

Nach *Ad. Schmidt* nimmt man als Ursache für die Nachstörung einen äquatorialen, von Ost nach West fließenden Ringstrom an, der die Erde im Abstand von einigen Erdradien umkreist. Die Überprüfung dieser Hypothese ist eine vordringliche Aufgabe des laufenden Geophysikalischen Jahres, die durch Magnetfeldmessungen oberhalb der Ionosphäre von künstlichen Satelliten gelöst werden soll. Im folgenden soll der Name Ringstromfeld als Kurzform für das auf der Erdoberfläche beobachtete, homogene Nachstörungsfeld verwandt werden. Wichtig ist die aus den Beobachtungen einwandfrei nachgewiesene Tatsache, daß es nach der magnetischen Achse und nicht nach der Rotationsachse der Erde ausgerichtet ist.

Zum genaueren Studium des Phänomens wurden für die Jahre 1939 bis 1945 dreistündliche Werte U (in γ) für die Feldstärke des Ringstromes aus

¹⁾ Dr. W. Kertz, Geophysikalisches Institut der Universität Göttingen, Herzberger Landstr. 180.

den Nachtwerten der Horizontalintensität von 4 äquatornahen Observatorien (Huancayo, Apia, Watheroo, Elisabethville) abgeleitet (Kertz [1]). Diese Werte zeigen den gleichen Jahresgang wie die allgemeine erdmagnetische Aktivität: Maxima zur Zeit der Äquinoktien und Minima im Sommer und Winter. Es liegt nahe, die jährliche Variation der Deklination der Sonne zur Erklärung heranzuziehen: Während der Äquinoktien fallen die von der Sonne kommenden Partikel unter einem flacheren Winkel in die Ebene des magnetischen Äquators (= Ringstromebene) ein als während der Solstitien.

Wenn diese Erklärung richtig ist, so müssen die Ringstromvariationen abhängen von dem Winkel χ zwischen der magnetischen Achse der Erde und der Richtung von der Sonne zum Erdmittelpunkt. Um die jahreszeitliche Änderung qualitativ richtig beschreiben zu können, muß man annehmen, daß U proportional ist zu $\sin \chi$. Wegen der Schiefe der magnetischen gegen die Rotationsachse ist dann aber auch eine tageszeitliche (nach Weltzeit) Variation von U zu erwarten; denn χ variiert ja bei jeder Umdrehung der Erde. Ein solcher Tagesgang nach Weltzeit wurde bereits 1925 von Bartels [2] in der interdiurnen Veränderlichkeit der Horizontalintensität von Potsdam und Batavia nachgewiesen. Da er nur diese beiden Stationen zur Verfügung hatte, konnte er den Gang allerdings nur in großen Zügen erfassen. Die dreistündlichen U -Werte erlauben eine genauere Bestimmung.

Zwischen χ , der Deklination δ und dem Stundenwinkel τ der Sonne (vom Meridian durch den nördlichen Durchstoßpunkt B aus gerechnet) besteht die Beziehung (Abb. 1):

$$\cos \chi = \sin \delta \sin \varphi_B + \cos \delta \cos \varphi_B \cos \tau.$$

Hieraus kann man den Tagesgang von $\sin \chi$ für verschiedene Werte von δ ausrechnen. Das Ergebnis ist in der rechten Hälfte von Abb. 2 dargestellt für die nach dem Sonnenstand gewählten Jahresdrittel:

JFND = Südsolstitium: Januar, Februar, November, Dezember

MJJA = Nordsolstitium: Mai, Juni, Juli, August

MASO = Äquinoktien: März, April, September, Oktober

Während der Äquinoktien tritt für $\sin \chi$ eine halbtägige Welle auf, die bis an den Wert 1 heranreicht. In den Solstitien sind die Werte im Mittel kleiner. Es überwiegt eine ganztägige Welle mit verhältnismäßig großer Amplitude. Die Maxima sind aber breit und die Minima spitz. Die Phase ändert sich vom Nord- zum Südsolstitium. Der Mittelwert der Solstitien (M (Solst.)) ergibt wieder eine halbtägige Welle mit der gleichen Phasenlage und fast der gleichen Amplitude wie bei den Äquinoktien.

In der linken Hälfte der Abb. 2 sind die zugehörigen Tagesgänge von U eingetragen, und zwar im oberen Teil für alle Tage der 7 Jahre 1939 bis 1945 und im unteren Teil für ausgewählte, magnetisch ruhige Tage (deren tägliche, äquivalente, planetarische Amplitude $A_p \leq 5 \cdot 2 \gamma$ ist). Natürlich ist das Niveau der U -Werte an den ruhigen Tagen niedriger als im Durchschnitt über alle Tage. Die jahres- und tageszeitliche Variation ist aber fast die gleiche.

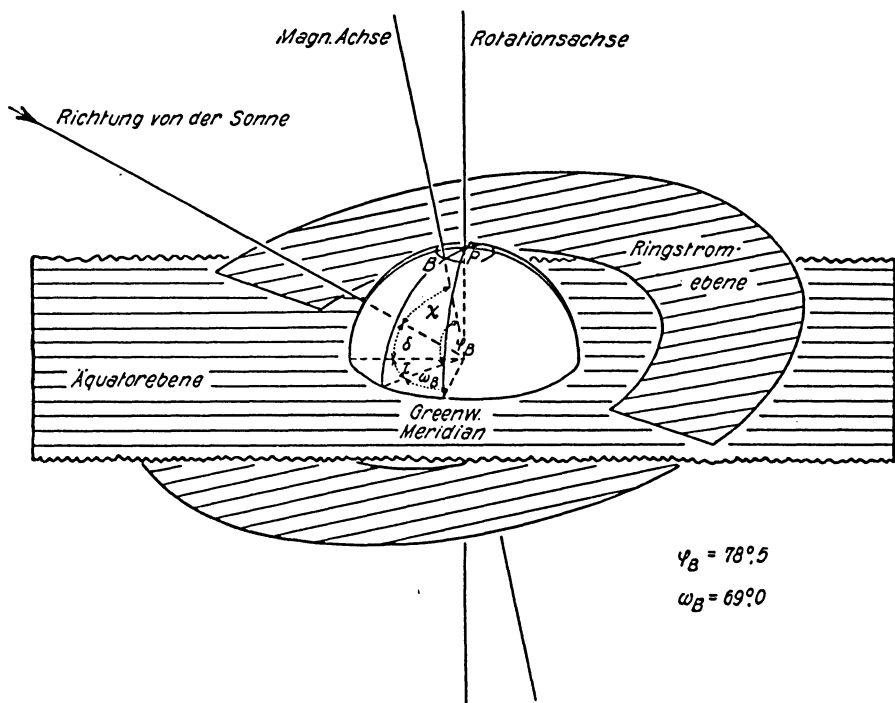


Abb. 1. Zur Berechnung des Winkels χ

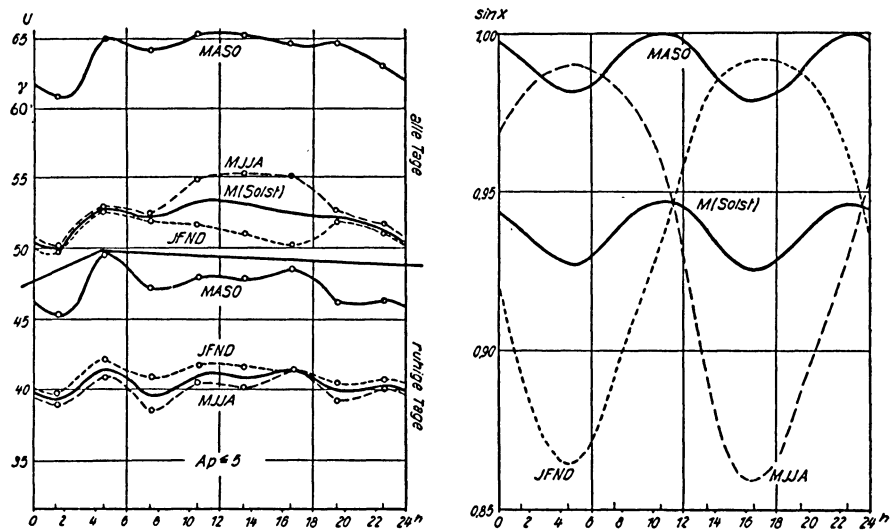


Abb. 2. Tagesgang (nach Weltzeit) von U und $\sin \chi$

Deshalb beziehen sich die folgenden Untersuchungen immer auf den Durchschnitt über alle Tage.

Der Vergleich zwischen den rechten und linken Hälften von Abb. 2 ist enttäuschend. Die täglichen Variationen in U zur Zeit der Solstitionen sind viel zu klein. Auch Form und Phasenlage sind sehr verschieden. Lediglich die Ähnlichkeit der Tagesgänge in U zwischen MASO und M (Solst.) ist befriedigend. Die schlechte Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung dürfte zum guten Teil auf die geringe Zahl der zur Verfügung stehenden Äquatorstationen zurückzuführen sein. Das Aneinanderanschließen der Beobachtungswerte ließ sich deshalb nur ungenügend durchführen, und dabei können Tagesgänge zerrissen oder verfälscht worden sein.

Möglicherweise wirken sich diese Fehler auf die einzelnen Harmonischen weniger stark aus oder können bei ihnen nachträglich leichter korrigiert werden. Deshalb wurden die ganz- und halbtägigen Glieder in ihrer jahreszeitlichen Variation gesondert betrachtet. Die Ergebnisse der harmonischen Analysen sind in den Periodenuhren der Abb. 3 und 4 dargestellt. Der Winkel (im Zeitmaß) gibt den Eintritt des Maximums an und der Abstand des Punktes vom Ursprung des Koordinatensystems die Größe der Amplitude (bei $\sin \chi$ in willkürlichen Einheiten).

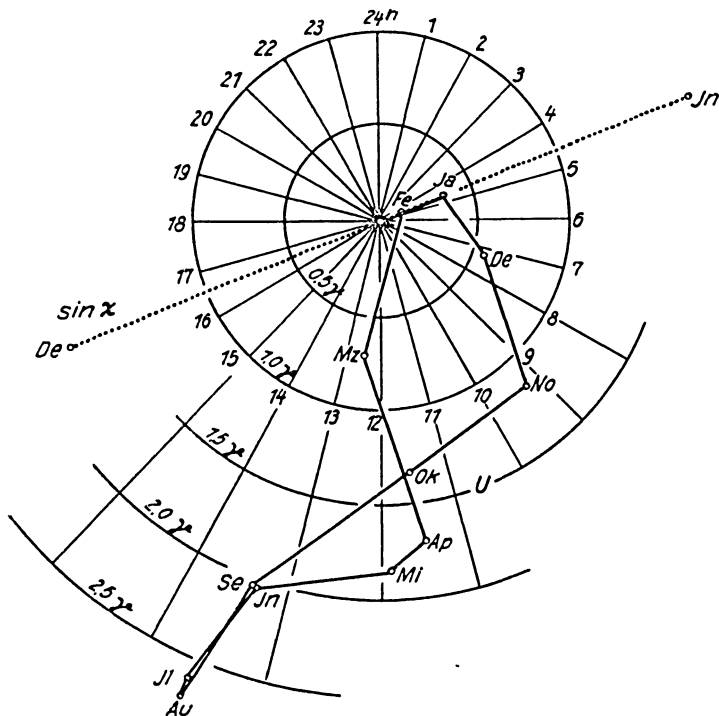


Abb. 3. Periodenuhr für die gantztägige Welle

Die gantztägige Welle (Abb. 3) sollte – entsprechend der Variation von $\sin \chi$ – ihre größten Werte im Juni und Dezember um 4.30 bzw. 16.30 h Weltzeit annehmen. Zur Zeit der Äquinoktien sollte sie verschwinden. Der Verlauf in U ist ein völlig anderer. Betrachtet man den beobachteten, nichtverschwindenden Äquinoktialwert als konstanten Fehler, der allen Einzelwerten an-

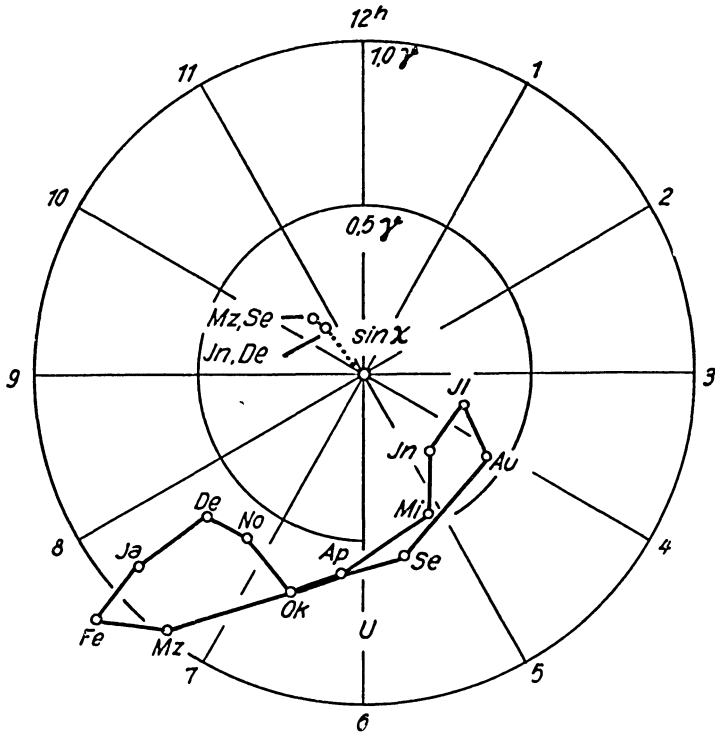


Abb. 4. Periodenuhr für die halbtägige Welle

haftet (Verschiebung des Ursprungs des Koordinatensystems auf diesen Wert), so tritt das Maximum im Nordsolstitium gegen 15 h und im Südsolstitium gegen 3 h auf. Das bedeutet gegen $\sin \chi$ eine Verspätung um 10,5 Stunden.

Bei der halbtägigen Welle (Abb. 4) sollten sich alle Punkte um einen Maximalwert bei 10.30 h scharen. Die U -Werte streuen aber um einen Wert bei 6.30 h. (Das ist wegen der 12stündigen Periode dasselbe wie 18.30 h.) Die Verspätung beträgt also 8 Stunden.

Trotz der Unsicherheit in den Details scheint diese Verspätung von 8 bis 10,5 Stunden deutlich herauszukommen. Entsprechend den zwei Strahlen, die den Winkel χ bilden, gibt es zwei Möglichkeiten zur Erklärung dieses Phasenunterschiedes: Entweder ist der geradlinige Strahl von der Sonne zur Erde nicht der wirkliche Weg der Partikel, oder die aus Bodenbeobachtungen er-

schlossene geomagnetische Achse ist nicht mehr maßgebend für das Magnetfeld in größerem Abstand (mehrere Erdradien) von der Erdoberfläche. Beide Möglichkeiten werden z. Z. diskutiert. Besonders die letztere gewinnt nach neueren Beobachtungen über den Einfall der kosmischen Strahlung immer mehr an Bedeutung (*Simpson* [3]). Es wurden auch schon theoretische Modelle für eine solche, durch die Erdrotation bewirkte Verdrehung des äußeren geomagnetischen Feldes berechnet [4] und [5].

Die vorliegende Untersuchung hat einen sehr vorläufigen Charakter. Mit den zahlreichen Beobachtungen von Äquatorstationen, die während des Internationalen Geophysikalischen Jahres tätig sind, wird in Kürze ein wesentlich besseres Beobachtungsmaterial zur Ableitung von zuverlässigen Ringstromwerten zur Verfügung stehen. Diesem Zweck dient das von der Association of Geomagnetism and Aeronomy getragene ERC-Programm (Equatorial Ring Current), das vom Geophysikalischen Institut der Universität Göttingen bearbeitet wird.

Literatur

- [1] *Kertz, W.*: Ein neues Maß für die Feldstärke des erdmagnetischen äquatorialen Ringstroms. Abh. Akad. d. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse. Beitr. zum Internat. Geophys. Jahr Heft 2 (1958).
- [2] *Bartels, J.*: Eine universelle Tagesperiode der erdmagnetischen Aktivität. Meteorolog. Z. **42** (1925), 147—152.
- [3] *Simpson, J. A.*: Cosmic ray experiments derived from recent US Antarctic Expeditions. Antarctica in the IGY, Geophysical Monograph **1** (1956), 107—116.
- [4] *Maeda, K.*: Distortion of the magnetic field in the outer atmosphere due to the rotation of the earth. Rep. Ionosphere Res. Japan **11** (1957), 116—129, abgedruckt in Ann. Géophys. **14** (1958), 154—166.
- [5] *Tamao, T.*: Distortion of the outer geomagnetic field. Sci. Rep. Tôhoku Univ. Ser. 5, **9** (1957), 1—21.

Einige Ergebnisse der erdmagnetischen Tiefensondierung in Norddeutschland¹⁾

Von U. Schmucker, Göttingen²⁾

Zusammenfassung. Der „innere Anteil“ des Feldes der erdmagnetischen Variationen weist regional begrenzte Anomalien auf, die auf elektrische Leitfähigkeitsinhomogenitäten in der Erdkruste zurückzuführen sind und von denen eine in Norddeutschland gelegene mit Hilfe von sechs erdmagnetischen Satellitenstationen untersucht wurde. Es wurden die „inneren Anteile“ von plötzlichen Sturmeinsätzen (ssc), Bays, solar flare effects und Pulsationen analysiert und aus ihnen mögliche, d. h. den Maxwell'schen Gleichungen genügende, Stromverteilungen im Untergrund berechnet.

Abstract. The „internal part“ of the geomagnetic variation-field shows an anomalous behaviour in some regions, caused by local inhomogenities of the electrical conductivity in the earth's crust. Six geomagnetic satellite stations were utilized to examine such an anomaly found in Northern Germany. The „internal parts“ of sudden commencements (ssc), bays, solar flare effects and pulsations were analysed and distributions of currents satisfying Maxwell's equations were calculated.

Die Variationen des erdmagnetischen Feldes sind auf zeitlich variable Stromwirbel in der Ionosphäre („äußerer Anteil“) und auf hierdurch im Erdkörper elektromagnetisch induzierte Stromwirbel („innerer Anteil“) zurückzuführen. Enthält die Erdkruste Inhomogenitäten der elektrischen Leitfähigkeit, so werden die inneren Anteile der Variationen lokale Anomalien aufweisen. Aus der genauen Analyse des inneren Anteils kann die Lage solcher Leitfähigkeitsanomalien ermittelt werden. Dieses Verfahren erlaubt also indirekte Rückschlüsse auf die geologische Struktur des tieferen Untergrundes und wird als „erdmagnetische Tiefensondierung“ bezeichnet.

Eine solche Leitfähigkeitsanomalie in Norddeutschland wurde von *U. Fleischer* [2] mit Hilfe eines transportablen „Askania-Variographen“ untersucht, der die erdmagnetischen Variationen selbsttätig in allen drei Komponenten registriert. Auf Grund seiner Meßergebnisse beschrieb *U. Fleischer* für Bay-Störungen die Erscheinung als einen ostwestlich fließenden Erdstrom in 80 km Tiefe unter Bremen. Eingehende Messungen von *O. Meyer* [4] haben die Beobachtungen *Fleischers* bestätigt.

Die Untersuchungen *Fleischers* wurden in erweiterter Form mit nunmehr sechs erdmagnetischen Satellitenstationen (ein Askania-Variograph und fünf

¹⁾ Vortrag, gehalten auf der 22. Jahrestagung der deutschen Geophysikalischen Gesellschaft in Leipzig 1958; eine ausführliche Darstellung wird veröffentlicht in: Beiträge zum Internationalen Geophysikalischen Jahr, Abh. Akad. d. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. Heft 5, 1959.

²⁾ Dr. Ulrich Schmucker, Göttingen, Herzberger Landstr. 42. Die Untersuchungen wurden mit Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft durchgeführt.

Observatorien üblicher Bauart) fortgeführt, und zwar mit folgenden Zielen: Zunächst sollte die genaue Struktur des „inneren Anteils“ vor allem in den südlichen und nördlichen Randzonen der Anomalie festgestellt werden. Ferner sollte versucht werden, den Zusammenhang zwischen dem äußeren induzierenden Feld und dem inneren induzierten Feld zu erfassen. Denn der von *Fleischer* angegebene Linienstrom ist nur ein – vermutlich nicht realisierter – Grenzfall der möglichen Modelle zur Erklärung des beobachteten lokal verschiedenen „inneren Anteils“. Die Berechnung sinnvoller, d. h. den *Maxwellschen* Gleichungen genügender und dem Linienstrom äquivalenter Stromsysteme in geringerer Tiefe setzt jedoch ein Verständnis des Induktionsvorganges voraus.

Zur Klärung des Induktionsvorganges war es notwendig, denselben erdmagnetischen Effekt gleichzeitig innerhalb der gesamten Leitfähigkeitsanomalie zu beobachten. Da hierzu nur sechs bewegliche erdmagnetische Stationen zur Verfügung standen, wurden diese Stationen in Profilen senkrecht zum Streichen der Leitfähigkeitsanomalie angeordnet bei einem mittleren Stationsabstand von anfänglich 20 km, später 60 km (Abb. 1). (Eine flächenmäßige Vermessung ist in Zusammenarbeit mit dem geomagnetischen Institut Potsdam und den Observatorien Wingst und Fürstenfeldbruck für 1959 vorgesehen.) Weiterhin wurde das gesamte Spektrum der natürlich auftretenden erdmagnetischen Variationen von langsamen Pulsationen über Sturmeinsätze (ssc) (Abb. 2), solar flare effects, Bays (Abb. 3) bis zu den täglichen Sq-Gängen zur Auswertung hinzugezogen.

Die Auswertung wurde in folgenden Schritten vorgenommen (Beobachtungen auf dem Profil Rimpar (Rim)/Würzburg–Lensahn/Ostsee³⁾):

- Trennung des beobachteten erdmagnetischen Effektes in seinen inneren und äußeren Anteil.
- Ermittlung der Beziehung zwischen dem äußeren und inneren Anteil.
- Berechnungen von zulässigen Stromverteilungen aus dem beobachteten inneren Anteil unter der Annahme eines einfachen Leitfähigkeitsmodelles.

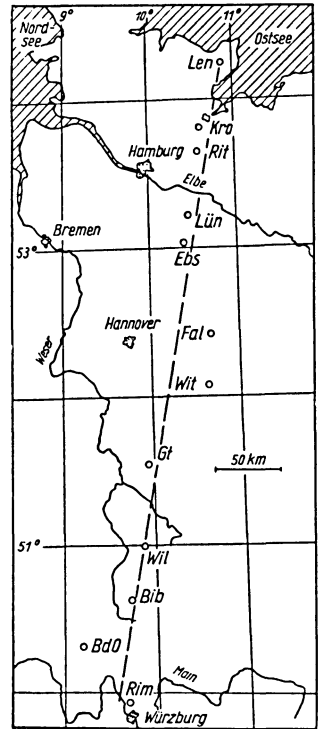


Abb. 1. Lageplan der „Satellitenstationen“

³⁾ Zur Ergänzung wurde 1958 ein Westprofil Ostfriesland – Odenwald eingerichtet.

zu a) Eine vollständige Trennung des inneren und äußeren Anteils aus Beobachtungen längs eines begrenzten Profiles ist grundsätzlich nicht möglich, da ein längs des Beobachtungsprofils konstanter Feldanteil nicht einem

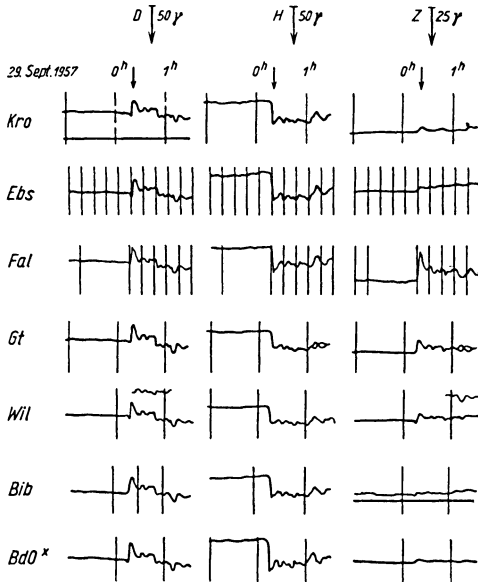


Abb. 2. Typischer erdmagnetischer ssc. In D ist die Variation an allen Stationen sehr ähnlich, in H und Z erkennt man charakteristische Unterschiede, die von dem lokalvariablen inneren Anteil herrühren

äußeren oder inneren Stromsystem zugeordnet werden kann. Jedes Trennverfahren liefert also bestenfalls den lokalvariablen inneren Anteil F_i^L :

$$F = F_a + F_i^0 + F_i^L$$

(F : Störungsvektor eines Effektes zu einem bestimmten Zeitpunkt)

F_a : Sein äußerer Anteil, also das magnetische Feld des Stromwirbels in der Ionosphäre

F_i^0 : Sein längs des Profils konstanter innerer Anteil; er ist gleichzusetzen mit dem normalen inneren Anteil, der als Feld des in der Erdkruste induzierten Stromwirbels auftreten würde, wenn die Erdkruste keine lokalen Leitfähigkeitsinhomogenitäten enthielte.

F_i^L : Sein lokalvariabler innerer Anteil).

Zur Abtrennung von F_i^L wurde ein von Kertz und Siebert [3 und 5] angegebenes Trennverfahren angewandt.

zu b) Der äußere und innere Anteil verlaufen zeitlich nahezu phasengleich, und beide sind einander in erster Näherung proportional (Abb. 4). Nach dem Induktionsgesetz sollte man eine Phasendifferenz von 90° erwarten. Die Phasengleichheit zeigt also den überwiegenden Einfluß des induktiven gegenüber dem Ohmschen Widerstand an.

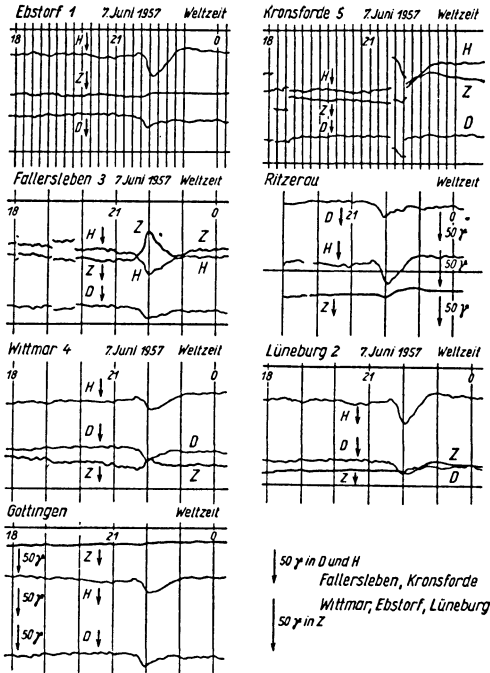


Abb. 3. Typische Baystörung. Für die Komponenten gilt dasselbe wie beim ssc. In Kronsforde sind die Registrierkurven durch künstliche Störungen zerissen. Der Verlauf ist dort ähnlich wie im Ritzerau

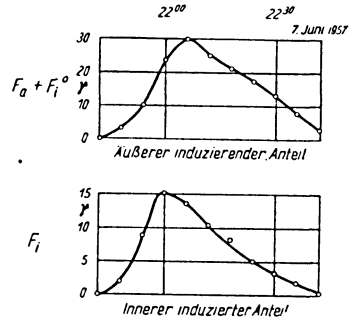


Abb. 4. Zeitlicher Verlauf des äußeren und inneren Anteils bei einer Baystörung für die Station Fallersleben. Dort fällt F_i nahezu in die Vertikale

Der normierte Störungsvektor $F_i^L / (F_a + F_i^0)$ ist für alle untersuchten Effekte an jedem Punkt der Anomalie von konstanter Größe und Richtung (Abb. 5).

zu c) Die Berechnung induzierter Wirbelströme in räumlichen Leitern stößt schon bei einfachen Leitfähigkeitsmodellen und einfachsten Annahmen über die räumliche und zeitliche Form des induzierenden Feldes auf große Schwierigkeiten (vgl. *Volland* [7]). Es wurde daher folgendes vereinfachte Leitfähigkeitsmodell zugrunde gelegt:

Die elektrische Leitfähigkeit der Erdkruste nimmt vermutlich mit zunehmender Tiefe und Temperatur mehr oder weniger stetig zu. Wegen des überwiegenden Einflusses der Selbstinduktion (s. unter b) auf die Stromverteilung

ist es statthaft, hierfür ein Leitfähigkeitsmodell einzuführen, in dem die Leitfähigkeit in einer bestimmten Tiefe t von Null auf Unendlich springt. Aus dem beobachteten lokalen inneren Anteil kann diese Tiefe t für das Beobachtungsprofil berechnet werden, wenn man die Strom- und Leitfähigkeits-

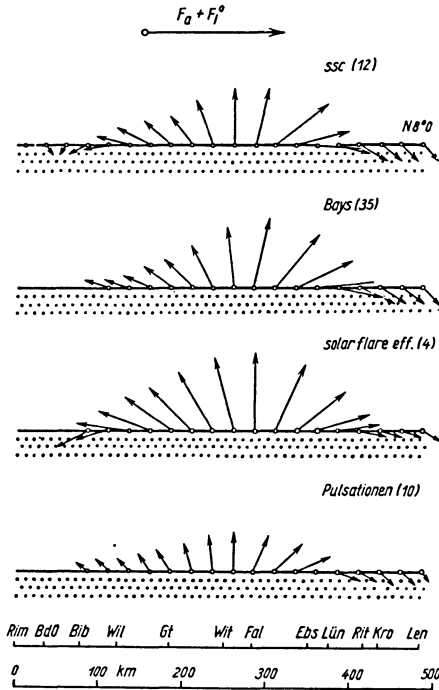


Abb 5. Darstellung der normierten Störvektoren (gleiches $F_{\alpha} + F_i^{\circ}$) für verschiedene Störungstypen

verteilung als 2 dimensional betrachtet. Dabei ergeben sich die in Abb. 6 dargestellten Kurven für t ; je nachdem von welcher Scheitelpunktstiefe unter Ebstorf (Ebs) man ausgeht, erhält man mehr oder weniger große Amplituden für den Verlauf von t . Im Grenzfall ergibt sich für eine maximal mögliche Scheitelpunktstiefe von 60 km unter Ebstorf der bereits von *Fleischer* [2] ermittelte Linienstrom.

Nach den vorliegenden Beobachtungen zeigt der Untergrund des Norddeutschen Flachlandes eine erhöhte elektrische Leitfähigkeit mit einem ost-westlich streichenden Maximum unter der Linie Ülzen–Bremen, dem eine entsprechende Zone vermindelter Leitfähigkeit im Süden gegenübersteht mit einem ebenfalls ost-westlich streichenden Leitfähigkeitsminimum unter Göttingen. Es erscheint nach den vorgenommenen Berechnungen nicht möglich, diese Zonen erhöhter und vermindelter Leitfähigkeit auf Materialunterschiede im sedimen-

tären Deckgebirge oder sogar auf die diluviale Bedeckung zurückzuführen, vielmehr muß die Erdkruste bis zu einer Tiefe von 50 bis 100 km in diese Zonen erhöhter und verminderter Leitfähigkeit einbezogen werden (Abb. 6). Im Grenzfall ergibt sich die schon von *Bartels* [1] vorgeschlagene, aus sehr

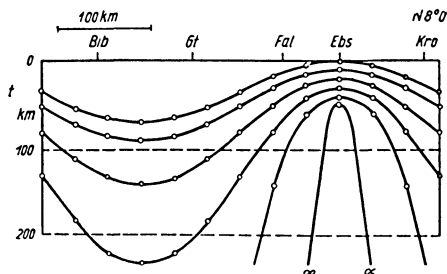


Abb. 6. Mögliche „Sprungflächen“, an denen die Leitfähigkeit von Null (oben) auf Unendlich (unten) springt, und die alle in guter Näherung den beobachteten lokalvariablen inneren Anteil ergeben

großer Tiefe (einige hundert Kilometer) senkrecht aufragende Platte erhöhter Leitfähigkeit, deren Oberkante sich in 60 km Tiefe unter der Linie Ebstorf-Bremen befinden würde.

Dabei bleibt die Frage offen, ob die Anomalie der elektrischen Leitfähigkeit auf entsprechenden Anomalien in der Temperaturverteilung der Erdkruste oder auf Materialunterschieden im Untergrund beruht.

Leitfähigkeitsanomalien dieser Art sind auch für andere Teile Europas durch sondierende Untersuchungen von *Wiese* [8] nachgewiesen. Ebenso wurde unter den japanischen Inseln eine Leitfähigkeitsanomalie festgestellt, für die *Rikitake* [6] eine Tiefe von einigen hundert Kilometern angibt.

Literatur

- [1] *Bartels, J.*: Erdmagnetisch erschließbare lokale Inhomogenitäten der elektrischen Leitfähigkeit im Untergrund. Nachr. Akad. d. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. Abt. IIa, 95 (1954).
- [2] *Fleischer, U.*: Charakteristische erdmagnetische Baystörungen in Mitteleuropa und ihr innerer Anteil. Z. Geophys. 20 (1954), 120.
- [3] *Kertz, W.*: Modelle für erdmagnetisch induzierte elektrische Ströme im Untergrund. Nachr. Akad. d. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. Abt. IIa, 101 (1954).
- [4] *Meyer, O.*: Mündl. Mitteilung.
- [5] *Siebert, M.*, und *Kertz, W.*: Zur Zerlegung eines lokalen erdmagnetischen Feldes in äußeren und inneren Anteil. Nachr. Akad. d. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. Abt. IIa, 87 (1957).
- [6] *Rikitake, T.*, *Yokoyama, I.*, *Uyeda, S.*, *Yukutake, T.*, *Nakagawa, E.*: The Anomalous Behaviour of Geomagnetic Variations of Short Period in Japan and Its Relation to the Subterranean Structure. The 7th report. Bull. Earthq. Res. Inst. 36, 1(1958).
- [7] *Volland, H.*: Modelle erdmagnetisch induzierter elektrischer Ströme im inhomogenen Erdboden. Vortrag, gehalten auf der 22. Jahrestagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft in Leipzig 1958. Z. Geophysik 24 (1958) H. 4, S. 222.
- [8] *Wiese, H.*: Mündl. Mitteilung.

Modelle erdmagnetisch induzierter Ströme im inhomogenen Erdinnern

Von H. Volland, Berlin¹⁾

Zusammenfassung. In der ebenen Ionosphäre fließt ein beliebig vorgegebener eindimensionaler Flächenstrom, der sich senkrecht zu seiner Stromrichtung fortbewegt. Das Erdinnere ist durch eine Ebene mit der Leitfähigkeitsverteilung

$$\sigma_i = \frac{q^2}{x^2 + q^2} \cdot \sigma_0$$

approximiert. Der Parameter q läßt die Grenzfälle konstanter Leitfähigkeit ($q = \infty$) und Linienleitfähigkeit ($q = 0$) zu. Die Magnetfelder der in dieser Ebene induzierten Ströme werden berechnet.

Summary. Any one dimensional plane current flows in the ionosphere moving perpendicular to its current direction. The earth's interior approximated by a plane has the distribution of conductivity

$$\sigma_i = \frac{q^2}{x^2 + q^2} \cdot \sigma_0.$$

The parameter q makes possible the cases: constant conductivity ($q = \infty$) and line conductivity ($q = 0$). The magnetic fields of the currents induced in this plane are determined.

Bekanntlich sind die Unterschiede in den erdmagnetischen Aufzeichnungen benachbarter Stationen bei kurzzeitigen erdmagnetischen Störungen nur durch Leitfähigkeitsanomalien im Erdinnern zu erklären [1], [2], [3]. Diese Leitfähigkeitsanomalien liegen wahrscheinlich innerhalb der schlechtleitenden Erdkruste oberhalb 100 km Tiefe. Da ihre horizontale Ausdehnung größer als ihre vertikale Mächtigkeit sein wird, kann man Vertikalströme vernachlässigen und die Anomalie in erster Näherung durch eine Leitfähigkeitsebene beschreiben. Für Störungen mit Perioden kleiner als einen Tag läßt sich auch das besser leitende Erdinnere, das in etwa 400 km Tiefe beginnt, durch eine Kugelschale ersetzen, deren Leitfähigkeitsbelegung gleich der Leitfähigkeit des Erdinnern, multipliziert mit der Eindringtiefe der Störung, ist [4], so daß für die hier allein interessierenden erdmagnetischen Störungen mit Dauern von größenordnungsmäßig einer Stunde und für lokal begrenzte Leitfähigkeitsanomalien das Erdinnere durch eine Leitfähigkeitsebene oberhalb 100 km Tiefe mit einer örtlich variablen Leitfähigkeitsbelegung und einer darunter liegenden parallelen Leitfähigkeitsebene in etwa 400 km Tiefe mit konstanter Leitfähigkeit beschrieben werden kann.

Um eine erste Vorstellung von der Wirkung der elektromagnetischen Induktion in Schichten mit örtlich variabler Leitfähigkeit zu bekommen, wird

¹⁾ H. Volland, Berlin-Tempelhof, Felixstr. 15

im folgenden ein sehr einfaches eindimensionales Modell beschrieben [5]. In der Ionosphäre ($z = H$) fließe ein Strom $i_0(x)$ in y -Richtung. Er habe das magnetische Potential $V_a(x, z, t)$. Der Strom bewege sich als Ganzes mit der Geschwindigkeit v in x -Richtung und induziere in der Ebene $z = 0$ mit der Leitfähigkeitsbelegung $\sigma_i(x)$ einen Strom, dessen magnetisches Potential $V_i(x, z, t)$ bestimmt werden soll.

$V_i(x, z, t)$ muß der *Laplaceschen* Gleichung

$$\Delta V_i = 0$$

und den Randbedingungen

$$(1) \quad V_i(x, z, t) \rightarrow 0 \quad \text{für } z = \infty,$$

$$(2) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{\sigma_i} \frac{\partial V_i}{\partial x} \right\} + 2\pi \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial V_i}{\partial z} + \frac{\partial V_a}{\partial z} \right\} = 0 \quad \text{für } z = 0$$

genügen [6].

Der Lösungsansatz

$$V_i(x, z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} V_i^*(\xi, t) e^{-|\xi|z - i\xi x} d\xi, \quad z \geq 0,$$

$$V_a(x, z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} V_a^*(\xi) e^{|\xi|z - i\xi(x - vt)} d\xi, \quad z \leq H,$$

$$\sigma_i(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_i^*(\xi) e^{-i\xi x} d\xi$$

erfüllt die *Laplacesche* Gleichung und die erste Randbedingung. Geht man damit in die zweite Randbedingung ein, so erhält man folgende Integralgleichung für die Fouriertransformierte von $V_i(x, z, t)$:

$$2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\sigma_i^*(\xi - \eta) - \frac{\sigma_i^*(\xi) \sigma_i^*(-\eta)}{\sigma_i^*(0)} \right] \frac{\eta}{|\eta|} \frac{\partial}{\partial t} [V_i^*(\eta, t) - V_a^*(\eta) e^{i\eta vt}] d\eta \\ + \xi V_i^*(\xi, t) - \sigma_i^*(\xi) \left[\frac{\xi V_i^*(\xi, t)}{\sigma_i^*(\xi)} \right]_{\xi=0} = 0,$$

Es werden nun drei Fälle untersucht:

Fall a

$$\sigma_i(x) = \sigma_0 = \text{const}$$

ergibt

$$V_i^*(\xi, t) = \frac{2\pi \sigma_0 i v}{|\xi| + 2\pi i \sigma_0 v} V_a^*(\xi) e^{i\xi vt}.$$

V_i zeigt ein ähnliches Verhalten wie V_a und ist rein ortszeitlich abhängig. Der komplexe Faktor bedingt eine Phasenverzögerung und eine Amplitudenschwächung gegenüber V_a . Je nachdem, ob $2\pi \sigma_0 v < 1$ oder > 1 ist, überwiegt die rein Ohmsche bzw. die rein induktive Leitfähigkeit.

Fall b

$$\sigma_i(x) = A_0 \delta(x)$$

($\delta(x)$ ist die Diracsche Deltafunktion)

ergibt

$$V_i^*(\xi, t) = \frac{g(t)}{\xi} = 0.$$

In einem unendlich ausgedehnten Linienleiter wird kein Strom induziert, da seine Selbstinduktivität stärker unendlich wird als sein Ohmscher Widerstand.

Fall c

$$\sigma_i(x) = \frac{\sigma_0 q^2}{x^2 + q^2} \quad (q \text{ ist ein Parameter})$$

ergibt

$$V_i^*(\xi, t) = q \sum_{\nu=0}^{\infty} \left[a_i^{\nu}(t) + \frac{\xi}{|\xi|} i b_i^{\nu}(t) \right] e^{-|\xi| q L_{\nu}^{(1)}(2q|\xi|)}$$

mit

$$a_i^{\nu}(t) = \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\nu+1}{\pi \sigma_0 q}\right) \frac{d a_i^{\nu}(t-\tau)}{d\tau} d\tau,$$

$$b_i^{\nu}(t) = \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\nu+1}{\pi \sigma_0 q}\right) \frac{d b_i^{\nu}(t-\tau)}{d\tau} d\tau.$$

Die $L_{\nu}^{(1)}(x)$ sind verallgemeinerte Laguerresche Funktionen, und die $a_i^{\nu}(t)$ und $b_i^{\nu}(t)$ sind die Koeffizienten der nach den $L_{\nu}^{(1)}(x)$ entwickelten Reihen von Real- und Imaginärteil von V_a^* . Der Fall c beinhaltet die Fälle a und b, wie man leicht sieht, wenn $q = \infty$ und $q = 0$ gewählt werden.

Die Erweiterung auf zwei und mehr Leitfähigkeitsebenen führt zu zwei oder mehr gekoppelte Integralgleichungen für die magnetischen Teilpotentiale $V_i(1)$ und $V_i(2)$ usw., bei denen unter gewissen Umständen eine brauchbare Näherungslösung gelingt [7].

Für ein Beispiel wurden folgende Daten gewählt:

In der Ionosphäre bewegt sich ein Linienstrom in 100 km Höhe und mit der Geschwindigkeit $v = 5 \cdot 10^4$ cm/s. (Das entspricht etwa der Geschwindigkeit der Erdumdrehung.) Eine Leitfähigkeitsebene mit der Leitfähigkeitsverteilung

$$\sigma_i(x) = \sigma_0 \frac{1}{1+x^2} \quad (x \text{ in Einheiten von } 100 \text{ km})$$

befindet sich in 0 bzw. 100 km Tiefe, und es sei $\sigma_0 = 6,4 \cdot 10^{-6}$ e. m. u. Das entspricht einer 13 km dicken Schicht von gleicher Leitfähigkeit wie im Erdinnern ($\kappa = 5 \cdot 10^{-12}$ e. m. u.) In den Abb. 1 und 2 sind die magnetischen Horizontal- und Vertikalkomponenten an der Erdoberfläche in Abhängigkeit von der Zeit mit x als Parameter dargestellt, die von den Strömen herrühren, welche in der in 0 km Tiefe gelegenen Leitfähigkeitsebene induziert worden

sind. Die magnetischen Komponenten zeigen über der Anomalie, wie zu erwarten, den größten Ausschlag und betragen in ± 200 km Entfernung ($x = \pm 2$) nur noch etwa 30% der Maximalamplitude. Gestrichelt sind außerdem die magnetischen Komponenten des induzierenden Linienstromes dar-

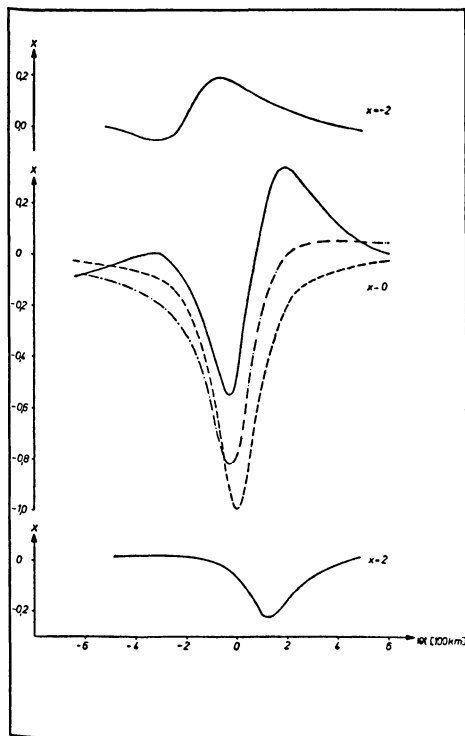


Abb. 1. Horizontalkomponente des Magnetfeldes induzierter Ströme an der Erdoberfläche. Leitende Ebene in 0 km Tiefe

ausgezogen: $\sigma_y(x) = \frac{\sigma_0}{1+x^2}$

strichpunktirt: $\sigma_y(x) = \sigma_0$

gestrichelt: Magnetische Horizontalkomponente des induzierenden Linienstromes (100 km Höhe)

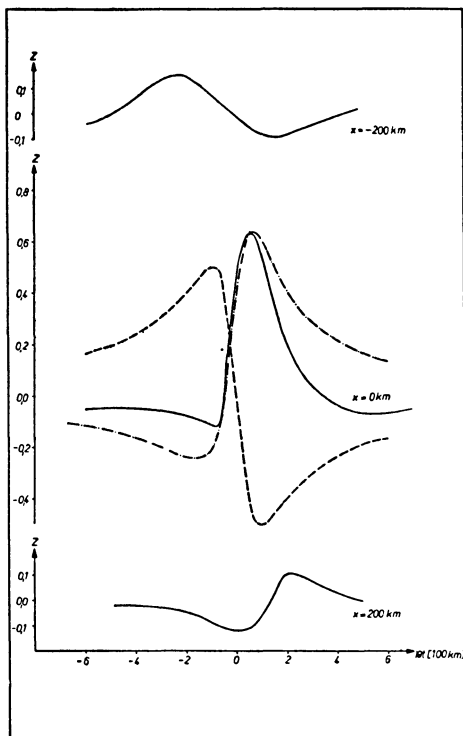


Abb. 2. Vertikalkomponente des Magnetfeldes induzierter Ströme an der Erdoberfläche. Leitende Ebene in 0 km Tiefe

ausgezogen: $\sigma_z(x) = \frac{\sigma_0}{1+x^2}$

strichpunktirt: $\sigma_z(x) = \sigma_0$

gestrichelt: Magnetische Vertikalkomponente des induzierenden Linienstromes (100 km Höhe)

gestellt. Als Vergleich sind (strich-punktirt) die magnetischen Komponenten des Stromes eingezeichnet, der in einer Leitfähigkeitsebene gleicher Tiefe, aber konstanter Leitfähigkeitsbelegung induziert worden ist. Die Leitfähigkeitsebene in 100 km Tiefe versetzt, ergibt Magnetfelder an der Erdoberfläche, wie sie in der Abb. 3 für $x = 0$ gezeichnet sind. Der Einfluß der Anomalie ist jetzt schon wesentlich geringer bemerkbar. Man kann auf Grund

dieser Ergebnisse vermuten, daß die bisher geschätzte Tiefe der Leitfähigkeitsanomalie in Norddeutschland bei weitem zu groß ist.

Im Beispiel der Abb. 4 ist bei gleichen Untergrundverhältnissen wie in den Abb. 1 und 2 der Ionosphärenstrom in 1000 km Höhe versetzt worden. (Das

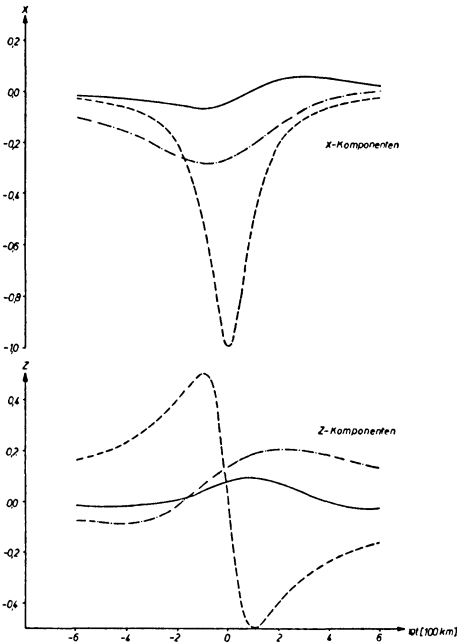


Abb. 3. Magnetische Komponenten induzierter Ströme an der Erdoberfläche über der Anomalie ($x=0$). Leitende Ebene in 100 km Tiefe

ausgezogen: $\sigma_4(x) = \frac{\sigma_0}{1+x^2}$

strichpunktiert: $\sigma_4(x) = \sigma_0$

gestrichelt: Magnetische Komponenten des induzierenden Linienstromes (100 km Höhe)

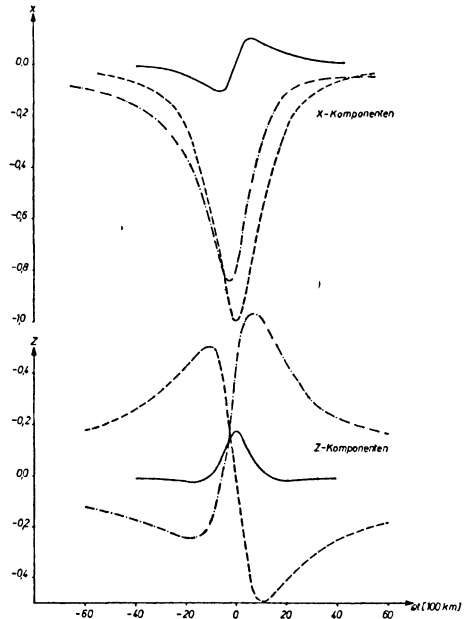


Abb. 4. Magnetische Komponenten induzierter Ströme an der Erdoberfläche über der Anomalie ($x=0$). Leitende Tiefe in 0 km Tiefe

ausgezogen: $\sigma_4(x) = \frac{\sigma_0}{1+x^2}$

strichpunktiert: $\sigma_4(x) = \sigma_0$

gestrichelt: Magnetische Komponenten des induzierenden Linienstromes (1000 km Höhe)

ist gleichbedeutend mit einer langzeitigeren Störung in 100 km Höhe.) Die Anomalie macht sich jetzt in viel weniger ausgeprägtem Maße bemerkbar als im Falle der Abb. 1 und 2. Ein ähnliches Verhalten zeigt sich bekanntlich auch bei der Anomalie im norddeutschen Raum.

Die Berücksichtigung des Erdkerns durch eine Leitfähigkeitsebene in 400 km Tiefe ändert die Ergebnisse nicht grundsätzlich. Es wird der in der Anomalie induzierte Strom kleiner (und damit auch sein Magnetfeld), und es verschiebt sich sein Maximum zu späteren Zeiten.

Literatur

- [1] *Fleischer, U.*: Zeitschr. Geophys. **20** (1954), 120—136.
- [2] *Wiese, H.*: Gerlands Beitr. Geophys. **65** (1955), 70—85.
- [3] *Rikitake, T.*, und *Yokoyama, I.*: Naturw. **41** (1954), 420-421.
- [4] *Volland, H.*: Gerlands Beitr. Geophys. **68** (1959), 31-36.
- [5] *Volland, H.*: Gerlands Beitr. Geophys. **68** (1959), 121-132.
- [6] *Price, A. T.*: Quart. Journ. Mech. appl. Math. **2** (1949), 283—310.
- [7] *Volland, H.*: Gerlands Beitr. Geophys. **68** (1959), 161—170.

Zur magnetischen Stabilität von Erdkrustengesteinen

Von F. Frölich, Potsdam¹⁾

Zusammenfassung. Die bisher vorliegenden Untersuchungsergebnisse an Laven und Sedimenten gestatten noch keine endgültigen Entscheidungen über den Zustand des magnetischen Erdfeldes in früheren geologischen Epochen. Um die hiermit zusammenhängenden Fragen ihrer Lösung näher zu bringen, machen sich zunächst eingehendere Untersuchungen der gesteinsinternen Zustände und Vorgänge erforderlich. Aus diesem Problembereich werden nachstehend die Einzelheiten der Auswirkungen evtl. Feldrichtungswechsel diskutiert mit dem Ziel, die Erarbeitung der Forderungen vorzubereiten, die an Gesteinsproben für eindeutige paläomagnetische Tests zu stellen sind.

Abstract. At the present state of research on rock magnetism we are not yet able to decide definitively on the condition of the geomagnetic field in formerly geologic time. For such a decision one needs to know what's about the interior of the rocks. In connection with these questions in this paper the effects, which could be caused by a change of direction of a magnetic field, are discussed in order to prepare the delimitation of the demands on palaeomagnetic test material.

Im Zusammenhang mit dem Problem der Inversmagnetisierung²⁾ ist in den bereits zahlreichen Arbeiten zum Komplex des Paläomagnetismus (s. Anhang) des öfteren die Frage nach der magnetischen Stabilität von Gesteinen aufgeworfen worden. Zur Sicherung der Folgerungen aus gesteinsmagnetischen Untersuchungen bzw. von paläomagnetischen Aussagen wäre es ja von Interesse, insbesondere solche Proben³⁾ unterschiedlichen Alters zu besitzen, die repräsentativ für Intensität und Richtung des magnetischen Hauptfeldes der jeweiligen geologischen Epochen sind. Von solchen als „Indikatoren“ verwendbaren Proben ist hohe Magnetostabilität zu fordern oder, mit anderen Worten, eine ausreichende Beständigkeit der Gesteinsmagnetisierung (I) gegenüber den Einflüssen der Erdkruste, so der Temperatur (T) des Druckes (p) und des Magnetfeldes sowie deren Folgeerscheinungen. Dies wäre somit zu klären, wobei sich für magnetisch hartes Testmaterial⁴⁾ das Problem in folgender Weise vereinfachen ließe:

$$I(H, T, p) \rightarrow I H_C(T, p).$$

Die Magnetisierungs-koerzitivkraft als das Beharrungskriterium des magnetischen Zustandes kristalliner Materie gegenüber Veränderungen eines äußeren Magnetfeldes ist daher zu untersuchen hinsichtlich der Beeinflussbarkeit

¹⁾ Dr. Dr. Friedr. Frölich, Potsdam, Telegrafenberg, Geomagnetisches Institut.

²⁾ Vgl. Beitrag zum Jahrbuch 1956 des Adolf-Schmidt-Observatoriums für Erdmagnetismus Niemeck der Deutschen Akademie der Wissenschaften.

³⁾ sedimentärer und eruptiver Herkunft.

⁴⁾ hoher Koerzitivkraft $I H_C$.

durch andere (mögliche) Einflüsse.⁵⁾ Dies aber setzt die Kenntnis der materiellen Besonderheiten voraus, die – in ihrer Gesamtheit – die Höhe des $I_H C$ -Wertes bedingen; nicht zuletzt deshalb, weil eine ausschließlich labormäßige Untersuchung lediglich die Auswirkungen kurzfristiger Einflüsse erkennbar machen könnte, nicht aber diejenigen von lang andauernden, die ja vor allem Berücksichtigung finden müssen. Der nachstehende Beitrag soll daher zunächst einen Überblick vermitteln über die Fortschritte, die in dieser Richtung auf Grund einer Reihe von Untersuchungen verschiedener Forschungsstellen insbesondere in der jüngsten Vergangenheit erzielt werden konnten, um an Hand dessen die auch zur Zeit noch bestehenden Aussagegrenzen umreißen zu können und die zu ihrer Überwindung in Betracht kommenden Möglichkeiten zu diskutieren.

Die dem Betrachtungszustand vorausgehenden Magnetisierungsprozesse, deren Ablauf in gewissen entscheidenden Teilen bereits experimentell zu verfolgen ist, führen die magnetische Materie von ihrem Ausgangszustand kompensierter Spontanmagnetisierung (I_s)

$$I_s \sum V_e \cos \alpha_e = 0^6)$$

durch Weiss-Volumen- und Richtungs-Änderungen oder, mit anderen Worten, durch Blochwandverschiebungen und Drehprozesse

$$I_s \{ \sum \delta V_e \cos \alpha_e + \sum V_e \delta [\cos \alpha_e] \} \neq 0,$$

die teils reversibel, teils irreversibel sein können, über in Verhältnisse, deren Kennzeichen ein meßbares (resultierendes) magnetisches Moment ist.^{6a)} Bei einem Richtungswechsel des äußeren magnetischen Feldes wird die Rückläufigkeit der reversiblen Vorgänge ermöglicht und somit eingeleitet, während die irreversiblen an dieser Umkehr nur bedingt teilhaben, zumal solche Veränderungen stark gehemmt sind.

Hemmungen dieser Art sind in Störungen der Gitter-Homogenität zu suchen, so beispielsweise in Leerstellen, Fremdeinschlüssen, inneren Spannungen und ihren Begleiterscheinungen: Zusatz-Elementarbereichen, magnetischen Streufeldern und Entmagnetisierungsfeldern.

Um solche, die Blochwandbewegung hemmende Gitterstellen zu überwinden, wird ein bestimmter Energieaufwand (dW) benötigt, der erst im Bereich der Koerzitivkraft verfügbar ist,

$$dW = 2 I_s H \cos \alpha_e dV_e,^7)$$

⁵⁾ Es bleibt beim gegenwärtigen Stand der gesteinsmagnetischen Untersuchungen ja zu prüfen, inwieweit der $I_H C$ -Wert invers magnetisierter Gesteinsproben als Folge solcher Einflüsse Veränderungen unterworfen war und die magnetische Stabilität nur vorgetäuscht wird. (Temperaturbedingte Platzwechsel- bzw. Diffusionsvorgänge könnten beispielsweise eine Änderung der Magnetisierung auslösen und zugleich eine Zunahme der Koerzitivkraft des Materials.)

⁶⁾ V_e : Elementarbereichsvolumen (Weiss-Bezirk),

α_e : Orientierungswinkel der spontanen Magnetisierung gegenüber einer festen Bezugsachse (bzw. der Feldrichtung).

^{6a)} Für den Fall einer Abkühlung von Über-Curie-Temperaturen zu Werten unterhalb T_c im magnetischen Erdfeld überlagern sich diese Teilprozesse, so daß – statt eines sukzessiven Ablaufes im obigen Sinne – ein Simultanablauf zu erwarten ist.

⁷⁾ bzw. $dW = 2H \int I_s \cos \alpha_e dV_e$.

so daß als Kennzeichen des $I H_C$ -Wertes gerade das Eintreten dieser irreversiblen (sprunghaften) Veränderungen anzusehen ist:

$$\sum_{e=1}^n \frac{1}{2 I_S \cos \alpha_e} \left\{ \frac{dW}{dV_e} \right\}_{\max} / n = I H_C.$$

Ein Feld, das diesen Wert beim Umkehren seines Richtungssinnes nicht erreicht, beläßt das Magnetikum im Zustand einer Rest-Magnetisierung der ursprünglichen Orientierung.

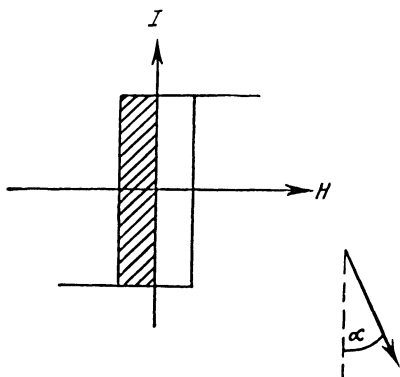


Abb. 1. Orientierungswechsel im Elementarbereich

Typ, Größe und Verteilungsfunktion der erwähnten Inhomogenitäten bestimmen somit den Ablauf all der Vorgänge mit. Die Ermittlung dieser Werte ist daher im vorliegenden Zusammenhang von Interesse.

Beginnen wir mit der inneren Verspannung des Materials. Nach Kröner [39 bis 42] kann die Verteilung solcher (innerer) Eigenspannungen nicht bis in die kleinsten Gittervolumina hinein als stetig unterstellt werden, zumal die Unstetigkeiten der (relativ zahlreichen) Gitterversetzungen hierbei zu berücksichtigen sind. In geeigneten Fällen ist jedoch nach Mittelung die Pauschal-Versetzungsichte stetig variabel im Gitterraum darstellbar, sofern nicht die Eigenspannungen im Mittel gegeneinander gerichtet sind.

Das Vorhandensein von inneren Spannungen ist daran erkennbar, daß die Komponenten des Verzerrungstensors

$$\left. \begin{aligned} \eta_{11} &= \frac{\partial s_1}{\partial x} \\ \eta_{22} &= \frac{\partial s_2}{\partial y} \\ \eta_{33} &= \frac{\partial s_3}{\partial z} \end{aligned} \right\} \text{Dehnungskomponenten}$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_{12} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial s_1}{\partial y} - \frac{\partial s_2}{\partial x} \right] = \eta_{21} \\ \eta_{23} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial s_2}{\partial z} - \frac{\partial s_3}{\partial y} \right] = \eta_{32} \\ \eta_{31} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial s_3}{\partial x} - \frac{\partial s_1}{\partial z} \right] = \eta_{13} \end{aligned} \right\} \text{Scherungskomponenten}$$

$$s_1 \mathbf{i} + s_2 \mathbf{j} + s_3 \mathbf{k} = \mathbf{s} \quad \text{Verschiebung}$$

nicht – wie im Fall äußerer Spannungen – durch ein Vektorfeld beschreibbar sind, oder mit anderen Worten daran, daß sie inkompatibel sind, da die Kompatibilitätsforderungen ⁸⁾

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \eta_{11}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \eta_{22}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \eta_{12}}{\partial x \partial y} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \eta_{22}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \eta_{33}}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \eta_{23}}{\partial y \partial z} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \eta_{33}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta_{11}}{\partial z^2} - 2 \frac{\partial^2 \eta_{31}}{\partial z \partial x} &= 0\end{aligned}$$

sowie

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \eta_{11}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \eta_{23}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \eta_{31}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \eta_{12}}{\partial x \partial y} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \eta_{22}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \eta_{13}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \eta_{12}}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 \eta_{23}}{\partial x \partial y} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \eta_{33}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \eta_{12}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \eta_{23}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \eta_{31}}{\partial y \partial z} &= 0\end{aligned}$$

unerfüllt bleiben.

Nach *Lagally* [43] lassen sich die Kompatibilitätsbedingungen vektoriell in folgender Weise schreiben:

$$\vec{\nabla} \times \eta \times \overleftarrow{\nabla} = 0^9).$$

Als Kriterium der inneren Verspannung kann somit die Bedingung

$$\vec{\nabla} \times \eta \times \overleftarrow{\nabla} \neq 0$$

dienen und als Maß hierfür der von *Kröner* eingeführte Inkompatibilitätstensor

$$\vec{\nabla} \times \eta \times \overleftarrow{\nabla} = \iota.$$

⁸⁾ – die für die Darstellbarkeit als Vektorfeld notwendigen gegenseitigen Abhängigkeiten der Tensor-komponenten –

⁹⁾ woraus gemäß

$$\begin{aligned}i \cdot \vec{\nabla} \times \eta \times \overleftarrow{\nabla} \cdot i &= i \times \vec{\nabla} \cdot \eta \cdot \overleftarrow{\nabla} \times i \\ &= \left[i \frac{\partial}{\partial y} - i \frac{\partial}{\partial z} \right] \cdot \eta \cdot \left[i \frac{\partial}{\partial z} - i \frac{\partial}{\partial y} \right] \\ j \cdot \vec{\nabla} \times \eta \times \overleftarrow{\nabla} \cdot j &= j \times \vec{\nabla} \cdot \eta \cdot \overleftarrow{\nabla} \times j \\ &= \dots \\ f \cdot \vec{\nabla} \times \eta \times \overleftarrow{\nabla} \cdot f &= f \times \vec{\nabla} \cdot \eta \cdot \overleftarrow{\nabla} \times f \\ &= \dots\end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned}i \cdot \vec{\nabla} \times \eta \times \overleftarrow{\nabla} \cdot f &= \left[i \frac{\partial}{\partial z} - i \frac{\partial}{\partial x} \right] \cdot \eta \cdot \left[i \frac{\partial}{\partial y} - j \frac{\partial}{\partial x} \right] \\ f \cdot \vec{\nabla} \times \eta \times \overleftarrow{\nabla} \cdot i &= \left[i \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right] \cdot \eta \cdot \left[i \frac{\partial}{\partial z} - i \frac{\partial}{\partial y} \right] \\ i \cdot \vec{\nabla} \times \eta \times \overleftarrow{\nabla} \cdot j &= \left[i \frac{\partial}{\partial y} - i \frac{\partial}{\partial z} \right] \cdot \eta \cdot \left[i \frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial z} \right]\end{aligned}$$

die obigen Kompatibilitätsbeziehungen folgen.

Auf diesem Wege wird es möglich, wie *Kröner* zeigte, die inneren Spannungen – beispielsweise infolge einer (gegebenen) Versetzungslinie mit dem Verschiebungs-(Burgers-)Vektor \mathfrak{b} – zu bestimmen. Hierauf wird noch einmal zurückzukommen sein.

Der Einfluß solcher innerer Spannungen (σ_i) auf den ${}_I H_C$ -Wert läßt sich an den Abschätzungsbeziehungen von *Kersten* [44] ablesen

$${}_I H_C = C \frac{\lambda_s \sigma_i}{I_s} \cdot \frac{\frac{l}{\delta}}{1 + \left(\frac{l}{\delta}\right)^2},$$

$$c \frac{\lambda_s \sigma_i}{I_s} \cdot \frac{l}{\delta} = H_0 \quad \text{für } l < \delta,$$

$$c \frac{\lambda_s \sigma_i}{I_s} \cdot \frac{\delta}{l} = H_0 \quad \text{für } l > \delta,$$

in denen λ_s die Sättigungs-Magnetostriktion,

δ die Blochwanddicke und

l die „Wellenlänge“ der Spannungsschwankung bzw. ihre Periodizität kennzeichnen.

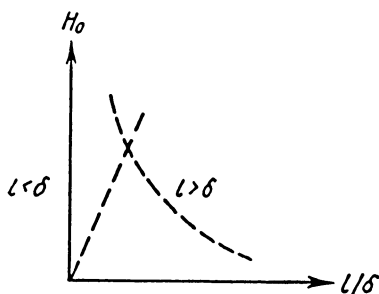


Abb. 2. Kritischer Wert (H_0) und kritische Dispersion ($l = \delta$)

Gitterversetzungen im obigen Sinne können außer als (elementare) Quelle innerer Spannungen auch als Haftstellen der Blochwände (analog den im folgenden Abschnitt zu behandelnden Fällen) wirksam werden. Abschätzungen auf Grund der kritischen Werte von Wandwölbungen, die mit zunehmendem äußeren Feld wegen des Haftens an den Störungslinien zu erwarten sind, und zwar bei einer Versetzungsdichte von $10^6/\text{cm}^2$ (für den rekristallisierten Zustand) und einem mittleren Versetzungsabstand von $S = 10^{-3} \text{ cm}$, führen zu den Beziehungen

$${}_I H_C = C \frac{\gamma}{I_s S} \quad (\text{Kersten [45]})$$

$$= \frac{C}{I_s S} [K_1 k T_c / a]^{1/2} \quad ^{10)}$$

mit γ der Wandenergiedichte,
 K_1 der Kristallanisotropiekonstanten,
 k der Boltzmann-Konstanten,
 T_c der Curie-Temperatur
 und a der Gitterkonstanten.

¹⁰⁾ Der Index \circ kennzeichnet den Maximalwert im absoluten Nullpunkt.

Wie bereits erwähnt, können Behinderungen der Blochwandbewegung nicht allein von inneren Spannungen, sondern auch durch Leerstellen und Fremdeinschlüsse verursacht werden. Einlagerungen unmagnetischer Fremdstoffpartikel sind in ihren Auswirkungen in magnetischer Hinsicht denen der Hohlstellen verwandt, nicht jedoch bezüglich der Gitterverzerrung sowie der Druckabhängigkeit. Beschränken wir uns zunächst auf die ersteren, so läßt sich erwarten, daß solche Inhomogenitätsstellen (sofern ihr Durchmesser (d) kleiner als die Blochwanddicke (δ) ist) Haftstellen bilden, zumal die durchschnittliche Wandenergiedichte bei ihrer Einbeziehung kleiner wird als in Lagen, die frei von ihnen sind. Die Blochwände werden somit die Tendenz zeigen, zur Erreichung dieses Energieminimums die jeweils maximal mögliche Anzahl solcher Fehlstellen in ihr Volumen mit einzubeziehen, wodurch eine irreversible Verschiebung zu der nächstgünstigsten Lage erst dann eintreten kann, wenn die Energiedichtezunahme in den benachbarten (Übergangs-) Situationen durch eine entsprechende Vergrößerung des äußeren Feldes gedeckt wird. Sind die mittleren Abmessungen (d) solcher Einschlüsse dagegen groß gegenüber der Wanddicke (δ), so wird der Vorgang der Lösung durch die Néelschen¹¹⁾ Zusatzbereiche beeinflusst, die sich zur Verminderung der Streufeldenergie in der unmittelbaren Nachbarschaft größerer Einlagerungen ausbilden. Bei Verlagerungen von Blochwänden werden in diesen Fällen die Zusatzbereiche so lange nachgezogen (Schlauchziehvorgänge), bis die dazu notwendige Zunahme der Zusatz-Wandenergie größer als die (hiermit verknüpfte) Abnahme der Streufeldenergie wird. Hier reißt der Schlauch ab und schrumpft auf die optimale Länge (l_{opt}) zusammen, was für die Blochwandbewegung den Übergang zur Irreversibilität bedeutet.¹²⁾

Die hierauf beruhenden Abschätzungen des ${}_1H_C$ -Wertes führten *Dykstra* und *Wert* [47] zu der Beziehung

$${}_1H_C = C \frac{\gamma^{90^\circ}}{I_s} D l_{\text{max}} n,$$

wenn mit D , l Durchmesser und Länge des Zusatzbereiches und mit n die Anzahl der Einschlüsse je Volumeneinheit bezeichnet werden.

Die Mindestgröße (D_{min}), von der ab sich solche Zusatzbereiche ausbilden, folgt aus den Extremalbedingungen für die Summe aller ihrer Energieanteile (W_{Wand} , $W_{\text{Streufeld}}$, W_{magn}) im Zusatzbereich

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Sigma W}{\partial l} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \Sigma W}{\partial l^2} &> 0. \end{aligned}$$

¹¹⁾ Néel [46]. Bei Einschlüssen, bei denen die Streufeldenergie geringer als die benötigte Wandenergie ist, unterbleibt naturgemäß die Zusatzbereichsbildung.

¹²⁾ Die Vorgänge werden dadurch noch modifiziert, daß sich die Gesamtenergie derartiger (Zipfel-)Zusatzbereiche andererseits bei Herannahen einer Blochwand durch Übergang in die Schlauchform verringern kann, so daß die Wand beiderseits mit (Schlauch-)Zusatzbereichen verbunden sein kann, die ihrerseits bestrebt sind, die Wand zu den jeweiligen Ursprungseinschlüssen zu ziehen.

Für Verhältnisse, die durch das Eisen geprägt sind (Brenner [48]), ergibt sich auf diesem Wege

$$D_{\min} = C \frac{\gamma_{90^\circ}}{a I_s^2} e^5$$

und zufolge des mit dem Energieminimum verknüpften stabilen Gleichgewichts

$$l_{\min} = D \left(\frac{c e^5}{3} \right)^{1/2}.$$

Die maximale Länge (l_{\max}) folgt andererseits aus der Forderung

$$W_{\text{Schlauch}} = W_{\text{Zipfel}}$$

für den Augenblick des Abreißens¹³⁾

$$l_{\max} \approx \frac{3 l_{\text{opt}}}{2}$$

mit den Grenzen

$$\frac{l_{\max}}{l_{\text{opt}}} < 1,58$$

$$\frac{l_{\max}}{l_{\text{opt}}} > 1,33.$$

Der Temperatureinfluß hierauf läßt sich aus der T -Abhängigkeit der das Gleichgewicht bestimmenden Größen,

der Sättigungsmagnetisierung $I_s(T)$,
der Gitterkonstanten

$$a(T) \approx \frac{2}{1 + 2\pi I_s(T)/K(T)}$$

und der Wandenergie

$$\gamma_{90^\circ}(T) = C [W_a(T) K(T)]^{1/2}$$

sowie damit

der Anisotropiekonstanten $K(T)$ und der Austauschenergie $W_a(T)$ abschätzen:

$$f'(T) = \{l_{I_s} + l_a a_{I_s}\} I_s'(T) + \{l_\gamma \gamma_{W_a}\} W_a'(T) + \{l_a a_K + l_\gamma \gamma_K\} K'(T).$$

Auf diesem Wege gelingt es, Aufschlüsse über den Temperaturgang jener durch Fremdeinlagerungen und Leerstellen im Gitter bedingten Zusatzbereiche einheitlicher spontaner Magnetisierung zu erhalten und somit zugleich der Schlauchziehvorgänge, die neben den anderen Hemmungsursachen die Blochwandbewegung und hierdurch wiederum die Höhe des $I H_C$ -Wertes beeinflussen. Der T -Einfluß auf die weiteren Störungsfaktoren schließlich läßt sich an Hand der von Néel abgeleiteten $I H_C$ -Beziehungen übersehen:

$$I H_C = \frac{2K}{\pi I_m} \left\{ 0,386 + \log \left(\frac{2\pi I_m^2}{K} \right)^{1/2} \right\} V_{\text{fremd}}$$

(I_m : Mittelwert der Spontanmagnetisierung)

¹³⁾ — wobei die Gesamtenergie des Schlauch-Zusatzbereiches den Streufeld-Anteil nicht enthält, zumal der Parallelverlauf seiner Begrenzung jede Magnetpolbildung verhindert. —

für $\lambda_s \sigma \ll K$

$$IH_C = \frac{4\lambda_s^2 \sigma^2}{KI_s} \left\{ 1,386 + \log \left(\frac{2\pi I_s^2}{K} \right)^{1/2} \right\} V_{\text{verspannt}}$$

für $\lambda_s \sigma \gg K$

$$IH_C = 1,035 \frac{\lambda_s \sigma}{I_s} \left\{ 1,386 + \log \left(\frac{6,8 I_s^2}{1,5 \lambda_s \sigma} \right)^{1/2} \right\} V_{\text{verspannt}}$$

Allen diesen Abschätzungsformeln haftet jedoch als Schwäche an, daß sie jeweils nur für einen der möglichen Einflußfaktoren abgeleitet wurden und die Störungsverteilung¹⁴⁾ als völlig regellos (idealstatistisch) angenommen

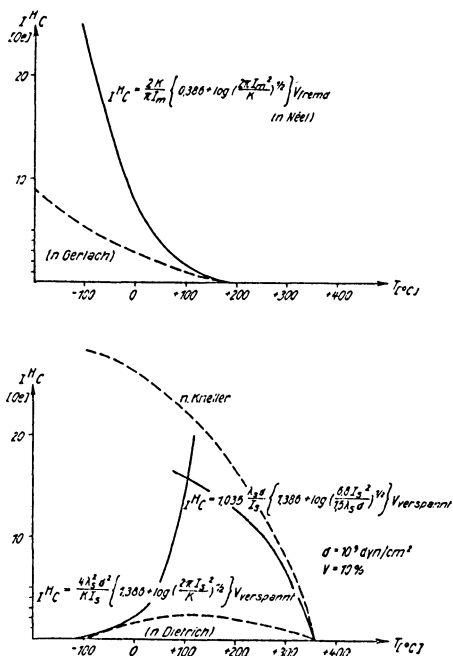


Abb. 3. Einfluß der Temperatur

wird. In der Natur können diese Verhältnisse wohl in keinem Fall unterstellt werden. Es müssen vielmehr Störungsüberlagerungen und partiell geordnete Zustände erwartet werden.¹⁵⁾

Aus diesen Gründen muß im vorliegenden Zusammenhang angestrebt werden, nach Möglichkeit Aufschlüsse über Beteiligung und Verteilung der Ein-

¹⁴⁾ von Néel.

¹⁵⁾ Demgegenüber gelingt es auf der Werkstoffseite durchaus, Materialien spezieller Eigenschaften mit Hilfe besonderer Auswahl- und Behandlungsverfahren zu „züchten“, an denen die obigen IH_C -Beziehungen zu überprüfen sind und auch schon in Einzelfällen bestätigt werden konnten.

flußfaktoren (im vorstehend erläuterten Sinne) zu erhalten, insbesondere also über die innere Verspannung und ihre Wirkungsbereiche, über den Fremdvolumenanteil und seine Dispersität sowie über magnetische Fehlstellen und Streuungs„inseln“ innerhalb der Struktur und schließlich auch über die Korngrößen. Solche Aufschlüsse ermöglichen die folgenden Verfahren:

Die innere Verspannung beispielsweise muß sich in lokalen Abweichungen der Gitterabstände auswirken und somit röntgenographisch mittels des Rückstrahlverfahrens an Verschiebungen der Interferenzlinien erkennbar sein

$$\sigma_i = \frac{E}{k_Q} \cdot \frac{da}{a} \quad (16)$$

E Elastizitätsmodul

k_Q Querkontraktion.

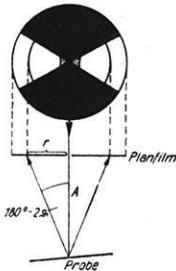


Abb. 4. Rückstrahlverfahren

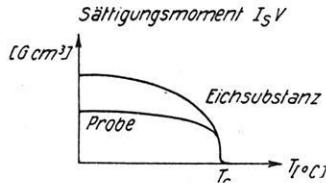


Abb. 5. Magnetische Analyse

Der Umfang der Verspannung bzw. ihre Verteilung im Probeninneren ist durch „Abtasten“ der Testsubstanz überprüfbar.

Die Bestimmung des Fremdvolumenanteils (V_{fremd}) ist mittels magnetischer Analyse aus dem Temperaturgang des Sättigungsmomentes ($I_s V$) möglich.

Unter Verwendung entsprechender Eichsubstanzen (E) folgt

$$V_{\text{fremd}[\%]} = \frac{I_{SE} - I_{S\text{Probe}}}{I_{SE}} \cdot 100.$$

¹⁶⁾ Aus $a = \lambda/2 \sin \theta$ (nach Bragg)

λ Röntgenwellenlänge

θ Glanzwinkel

folgt

$$\frac{da}{d\theta} = \frac{\lambda \cos \theta}{2 \sin^2 \theta}, \quad \frac{da}{a} = \text{ctg } \theta d\theta$$

und mit

$$\frac{r}{A} = \text{tg}(\pi - 2\theta) \quad \text{tg}(x + \delta) \approx \text{tg} x + \frac{\delta}{\cos^2 x}$$

$$\text{tg}(\pi - 2\theta - 2d\theta) = \text{tg}(\pi - 2\theta) - \frac{2d\theta}{\cos^2(\pi - 2\theta)} = \frac{r - \delta_r}{A},$$

$$d\theta = \cos^2(\pi - 2\theta) d\theta / 2A.$$

- [9] —: Summary of studies on rock magnetism. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 172.
- [10] *Doell*: Remanent magnetism in sediments. Tesis, Univ. Calif. Berkeley, Cal. 156. (1955).
- [11] —: *Transact. AGU.*, V. **37** (1956), 156.
- [12] *Roche*: Exposé sommaire des études relatives à l'aimantation des matériaux volcaniques. *J. Géomagn. Géoélect.* **6** (1954), 169.
- [13] *Roquet*: Etude des propriétés magnétiques de roches volcaniques à l'aimantation naturelle inversée. *Ann. de Géophysique* **11** (1955), 461.
- [14] *Creer, Irving, Runcorn*: The direction of the geomagn. field in remote epochs in Great Britain. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 163.
- [15] *Clegg, Almond, Stubbs*: Some recent studies of the prehistory of the earth's magnetic field. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 194.
- [16] *Graham*: Tracing the earth's magnetic field in geologic time. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 215.
- [17] —: Evidence of polar shift since triassic time. *J. Geophys. Res.* **60** (1955), 239.
- [18] *Tellier, E., O.*: Nouveaux résultats sur la direction et l'intensité du champ magnétique terrestre dans le passé historique. *J. Géomagn. Géoélect.* **6** (1954), 216.
- [19] *Kato, Tagaki, Rato*: Reverse remanent magnetism of dyke of basaltic andesite. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 206.
- [20] *Asami*: Reverse and normal magnetism of basaltic lavas at Kawaziri-Misaki. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 145.
- [21] *Matsuzaki, Kobayashi, Momose*: On the anomalous strong natural remanent magnetism of lava of Mt. Utsukishiga-hara. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 53.
- [22] *Balsley, Buddington*: Correlation of reverse remanent magnetism and negative anomalies with certain minerals. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 176.
- [23] *Kawai*: Instability of natural remanent magnetism of rocks. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 208.
- [24] *Lun-iti-Akimoto*: Thermo-magnetic study of ferromagnetic minerals contained in igneous rocks. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 1.
- [25] *Manley*: Rock magnetism as a temperature indicator. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 47.
- [26] *Roquet*: Sur les aimantations thermorémanente et rémanente du sesquioxyde de fer et de la magnétite. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 200.
- [27] *Griffiths*: The remanent magnetism of varved clays from Sweden. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 218.
- [28] *Parry*: The interpretation of reversed magnetization in igneous rocks. *J. Geomagn. Geoelect.* **6** (1954), 210.
- [29] *Angenheister*: Über die Magnetisierung der Basalte des Vogelberges. *Nachr. d. Akad. d. Wiss. Göttingen*, Nr. 9 (1956).
- [30] —: Der gegenwärtige Stand der paläomagnetischen Forschung. *Geol. Rdsch.* (1957), 87.
- [31] *Schmucker*: Gesteinsmagnetische Untersuchungen und Experimente am Basalt des Steinberges bei Barlissen. *Abh. Akad. d. Wiss. Göttingen*, Nr. 26 (1957).
- [32] *Balsley*: Review of rock magnetism. *J. Geophys. Res.* **61** (1956), 369.
- [33] *Campbell, Runcorn*: Magnetization of the Columbia River Basalts in Washington and Northern Oregon. *J. Geophys. Res.* **61** (1956), 449.
- [34] *Runcorn*: Rock magnetism—Geophysical aspects. *Advances in Phys.*, V. 4 (1955), Nr. 14.
- [35] *Clegg*: Rock magnetism. *Nature* V. 178 (1956), 1085.
- [36] *Graham, Buddington, Balsley*: Stress-induced magnetizations of some rocks. *J. Geophys. Res.* **62** (1957), 465.

- [37] *Graham*: Palaeomagnetism and magnetostriction. *J. Geophys. Res.* **61** (1956), 735.
- [38] *Verhoogen*: Ionic ordering and self-reversal of magnetization in impure magnetites. *J. Geophys. Res.* **61** (1956), 201.
- [39] *Kröner*: Die Versetzung als elementare Eigenspannungsquelle. *Z. Naturforsch.*, 11 a (1956), 969.
- [40] —: Die Spannungsfunktionen der dreidimensionalen isotropen Elastizitätstheorie. *Z. Phys.* **139** (1954), 175.
- [41] —: Der fundamentale Zusammenhang zwischen Versetzungsdichte und Spannungsfunktionen. *Z. Phys.* **142** (1955), 463.
- [42] *Kröner, Rieder*: Kontinuumstheorie der Versetzungen. *Z. ang. Phys.* **145** (1956), 424.
- [43] *Lagally*: Vorlesungen über Vektorrechnung. Leipzig 1956.
- [44] *Kersten*: *Phys. Z.* **44** (1943), 63.
- [45] —: Über die Bedeutung der Versetzungsdichte für die Theorie der Koerzitivkraft rekristallisierter Werkstoffe. *Z. ang. Phys.* **8** (1956), 496.
- [46] *Néel*: *Ann. Univ. Grenoble XXII* (1947), 299.
- [47] *Dijkstra, Wert*: *Phys. Rev.* **79** (1950), 979.
- [48] *Brenner*: Zur Theorie der Néelschen „Zipfelmützen“ und der Koerzitivkraft des Schlauchziehens. *Z. ang. Phys.* **7** (1955), 391.
- [49] *Reimer*: Vergleich röntgenographisch und magnetisch ermittelter Eigenspannungen in ferromagnetischen Metallen. *Reine u. angew. Metallkunde* **14** (1956), 141.
- [50] —: Magnetische Eigenschaften dünner ferromagnetischer Schichten. *Z. f. Geophys.* H. 1 (1958), 53.

Über den physikalischen Zustand der Materie im Erdinnern

Von O. Lucke, Potsdam¹⁾

Zusammenfassung: Wenn man die Zustandsdiagramme der wahrscheinlich am häufigsten vorkommenden Bestandteile der Erde — des Forsterits, des Fayalits und des metallischen Eisens — mit Hilfe der Theorie der endlichen elastischen Verschiebungen extrapoliert und mit Hilfe dieser Diagramme ihre chemische Zusammensetzung berechnet, erhält man eine relative Häufigkeit des Eisens, welche die im Kosmos um mehr als 50% übersteigt. Mit Hilfe des von P. Gombás, W. Theis u. a. verbesserten *Thomas-Fermi-Dirac*-Modells des Atoms für hohe Drucke kann man diese Diskrepanz nicht erklären. Eine neue Lösung wird vorgeschlagen und die Frage untersucht, ob jenseits der metallischen Bindung noch eine „Ultraphase“ (*L. Eged*) existieren kann. Die Konsequenzen der Theorie von *L. Eged* werden diskutiert.

Abstract: Extrapolating the state diagrams of the probably most abundant materials composing the earth—the forsterite, the fayalite and the metallic iron—with the aid of the theory of the finite elastic displacements and calculating the earth's chemical composition, the relative abundance of iron is larger than that in the cosmos by more than 50 per cent. With the *Thomas-Fermi-Dirac*-model of the statistical atom corrected for high pressures by P. Gombás, W. Theiss and others, the discrepancy cannot be explained. A new solution is proposed and the question analysed if an “Ultraphase” (*Eged*) may exist besides the metallic bindings. The consequences of the theory of *L. Eged* are discussed.

Auf Grund der Ergebnisse der Seismologie teilt man das Innere der Erde bekanntlich in acht Schichten ein (siehe Tab. 1, die nach den Arbeiten von *K. E. Bullen* [1] und *B. Gutenberg* [2] (S. 80) zusammengestellt ist).

Tabelle 1. Die Schichteneinteilung der Erde

<i>A</i>	Erdkruste 0 bis 33 km Tiefe	Die Tiefe wechselt stark und ist besonders unter Ozeanen und Kontinenten verschieden ausgebildet.
<i>B</i>	Oberer Erdmantel 30 bis 410 km Tiefe	Für Dichteberechnungen kann hydrostatisches Gleichgewicht angenommen werden.
<i>C</i>	Übergangsschicht 410 bis 1000 km Tiefe	Zunahme der elektrischen Leitfähigkeit auf etwa das 1000fache. In der chemischen Zusammensetzung oder der physikalischen Struktur ist <i>C</i> nicht homogen.
<i>D'</i>	Unterer Erdmantel 1000 bis 2700 km Tiefe	<i>D'</i> tritt als sehr homogener Körper in Erscheinung.

¹⁾ Dr. O. Lucke, Geomagnetisches Institut Potsdam.

- D* K. E. Bullens
Übergangsschicht
2700 bis 2900 km Tiefe
- E* Äußerer Erdkern
2900 bis 5060 km Tiefe Der Aggregatzustand ist jedenfalls nicht fest.
- F* Übergangsschicht
5060 bis 5270 km Tiefe
- G* Innerer Erdkern
5270 bis 6370 km Tiefe *G* befindet sich wahrscheinlich im festen Zustand.

Über die Tiefe einzelner Schichtgrenzen soll hier nicht gesprochen werden, obwohl an einzelnen Stellen vielleicht noch Verbesserungen anzubringen wären [3]. Die Schicht *E* muß als flüssig oder gar gasförmig angenommen werden, weil

1. in ihr keine elastischen Transversalwellen beobachtet werden,
2. die lokalen säkularen Änderungen des erdmagnetischen Hauptfeldes

10^5 mal so schnell erfolgen wie die in der Geologie beobachteten Prozesse und in 100 Jahren schon merkliche Beträge aufweisen können.

Im übrigen ist der Erdkörper als fester Körper aufzufassen.

Ehe wir seinen physikalischen Zustand genauer besprechen, muß ein Wort über seine chemische Zusammensetzung gesagt werden. Daß die Erde im wesentlichen aus vier Elementen, nämlich Sauerstoff (O), Magnesium (Mg), Silizium (Si) und Eisen (Fe) aufgebaut ist, kann man aus der relativen Häufigkeit der Elemente in den Meteoriten schließen. Man hat viele Gründe, anzunehmen, daß die Meteoriten Bruchstücke von einem oder mehreren Himmelskörpern sind, die den sonnennahen Planeten vielleicht ähnlich waren ([20], [4], [21] und die dort angegebene Literatur). Wenn man die relative Häufigkeit der chemischen Elemente in denjenigen Meteoriten, die man am häufigsten findet, den Chondriten, feststellt, erhält man nach *H. C. Urey* [4] die Tab. 2.

Tabelle 2

Die relative Häufigkeit der häufigsten Elemente in den schwach und stark eisenhaltigen Gruppen der Chondrite, in der Erdkruste, der Erde (nach [5]) und im Kosmos (nach [6] und [7]) in bezug auf $H(\text{Si}) = 100$

Element	O	Si	Mg	Fe	S	Al	Ca	Na	Ni
Chondrite, schwach Fe-haltig	348	100	93	61	10	8	5	5	3
Chondrite, stark Fe-haltig	339	100	94	85	11	8	6	5	5
Chondrite, Durchschnitt	334	100	93	71	10	8	6	5	4
Erdkruste [5]	295	100	9	9	—	31	9	13	—
Erde [5]	380	100	150	135	18	4	3	1	10
Kosmos [6] (Sterne d. Pop. I)	2140	100	130	32	32	8	6	4	2
Kosmos [7]	2150	100	91	60	38	9	5	4	3

Die Chondrite sind nach *Prior* [4] in zwei Gruppen eingeteilt. In der schwacheisenhaltigen Gruppe ist $N(Fe)/N(Ni) = 6,64$ (nickelreich), in der starkeisenhaltigen Gruppe dagegen $N(Fe)/N(Ni) = 21,07$ (nickelarm). Die relative Häufigkeit der Elemente der Erdkruste ist der Mittelwert aus 5059 Proben von allen Teilen der Welt. Die Werte von *Mason* [5] für die Erde sind unter der Annahme gewonnen, daß der Erdmantel aus einem typischen Peridotit ($MgFeSiO_4 + \text{Hornblende } (Ca(MgFe)_3S_4O_{12}) + \text{Enstatit } (MgSiO_3) + \text{Diallag } (CaMgSi_2O_6)$) besteht. Die Zusammensetzung der Sternatmosphäre der Population I ist in der Hauptsache aus spektroskopischen Beobachtungen gewonnen, während in [7] alle Informationsquellen verarbeitet wurden.

Es fällt auf, wieviel größer der SiO_2 -Gehalt und wieviel geringer der Gehalt an Mg und Fe in der Erdkruste gegenüber denen in den Meteoriten ist. Das scheint zu bedeuten, daß der Quarz aus einem Gemenge ausgesondert, man kann vielleicht auch sagen, ausgeschmolzen ist. Dieser Differenzierungsprozeß dürfte mit der Bildung der Kontinente zusammenhängen.

Wenn man beachtet, daß die Eisen-Nickel-Meteorite nicht zu den Chondriten zählen, liest man aus den beiden ersten Zeilen der Tab. 2 ab, daß $MgFeSiO_4$ das hauptsächlichste Mineral der Meteorite und, wie jetzt angenommen werden soll, auch der Erde ist.

Die relativen Häufigkeiten der Elemente der Meteorite haben eine hohe Korrelation zu der in den Sternatmosphären nach *Minnaert* [6], die der Erdkruste dagegen nicht, wie man aus den Abb. 1 und 2 erkennt. In die Korrelationstabellen der Abb. 2 wurden nur diejenigen Elemente aufgenommen, die in den Meteoriten und der Erde überhaupt in wesentlichen Mengen vorkommen. Es ist bemerkenswert, daß alle leicht flüchtigen Elemente wie H, He, alle anderen Edelgase, N, ein großer Teil von C, S und auch O fehlen. Beim

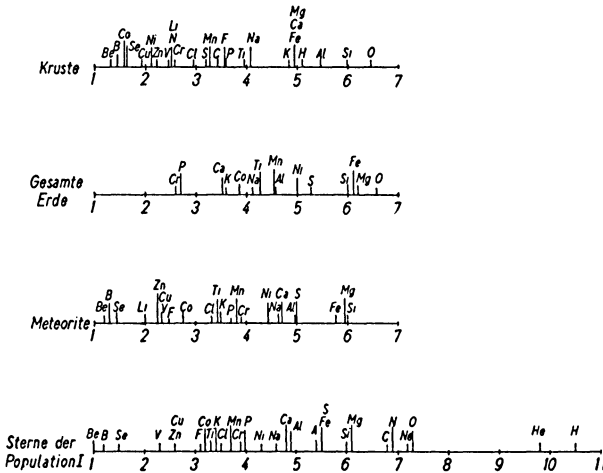


Abb. 1. Die Häufigkeit der Elemente in logarithmischer Darstellung

Planeten Merkur muß man aus seiner hohen Dichte von $\approx 5 \text{ gr/cm}^3$ schließen, daß auch noch ein großer Teil des SiO_2 verschwunden ist. Man gewinnt den Eindruck, daß die sonnennahen Planeten bei ihrer Bildung einen starken Entgasungsprozeß durchgemacht haben. *H. C. Urey* [4] hat diesen Prozeß in einer Reihe von Arbeiten untersucht und gefunden, daß die Flüchtigkeiten der Elemente unter den verschiedenen Bedingungen, die für die Bildung der Elemente bisher angenommen wurden, sehr verschieden sind. Er schließt, daß bei der Bildung der sonnennahen Planeten und der regulären Satelliten der großen Planeten vor allem feste Körper als Staub beteiligt gewesen seien. Zeitweise seien dabei Temperaturen von etwa zweitausend Grad erreicht worden; dann seien die gasförmigen Bestandteile flüchtig geworden. Danach habe sich die Erde endgültig akkumuliert. Die Hypothesen von *H. C. Urey* haben manche Beziehungen zu den Entwicklungen von *O. J. Schmidt*.

Von diesem Entgasungsprozeß zu unterscheiden sind die Prozesse der Bildung der Erdkruste und des Erdkerns.

Einen anderen Gesichtspunkt scheint die Theorie der Tabelle der relativen Häufigkeiten der Elemente und Isotopen etwa nach *H. E. Suess* und *H. C. Urey* [7] zu bieten (siehe Abb. 3). Für gerade und ungerade A erhält man zwei Kurven, die für $A \geq 60$ einigermäßen stetig sind, während für kleinere gerade Massenzahlen die Kurve sehr stark im Zickzack geht, ein Zeichen, daß die Kerne, die nur aus α -Teilchen aufgebaut sein könnten (z. B. O, Ne, Mg, Si, S, Ar, Ca), relativ häufig vorkommen. Es sei hier auf den sogenannten Eisengipfel und einige Doppelgipfel bei $A = 80$ und 90 , bei 130 und 138 und 194 und 208 aufmerksam gemacht. Eine neue Theorie der Synthese von Elementen von *Burbidge* und Mitarbeitern [9] geht von der Annahme aus, daß diese im Innern der Fixsterne stattfindet. Man kann zeigen, daß die chemische Zusammensetzung im Innern der Sterne eine andere als an der Oberfläche ist. Die Sterne schleudern Materie aus dem Innern heraus. Diese Prozesse sind am häufigsten bei Nova- und Supernovaausbrüchen. Das herausgeschleuderte Material bildet den Stoff für die kosmische Strahlung [10]. In der Tat zeigt sich, daß die schweren Elemente im Massenspektrum der kosmischen Strahlen häufiger sind als in der Sternatmosphäre [11]. Ferner gibt es Differenzen in der chemischen Zusammensetzung der Sterne verschiedenen Alters und verschiedener Entwicklung, wie das Vorhandensein von Technetium $_{43}\text{Te}$ in den *S*-Typ-Sternen und das von Cf^{254} in Supernovasternen ausweist.

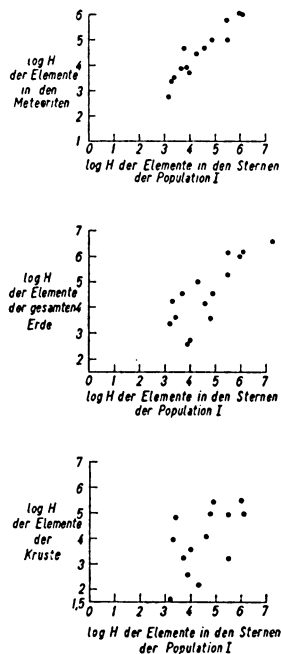


Abb. 2

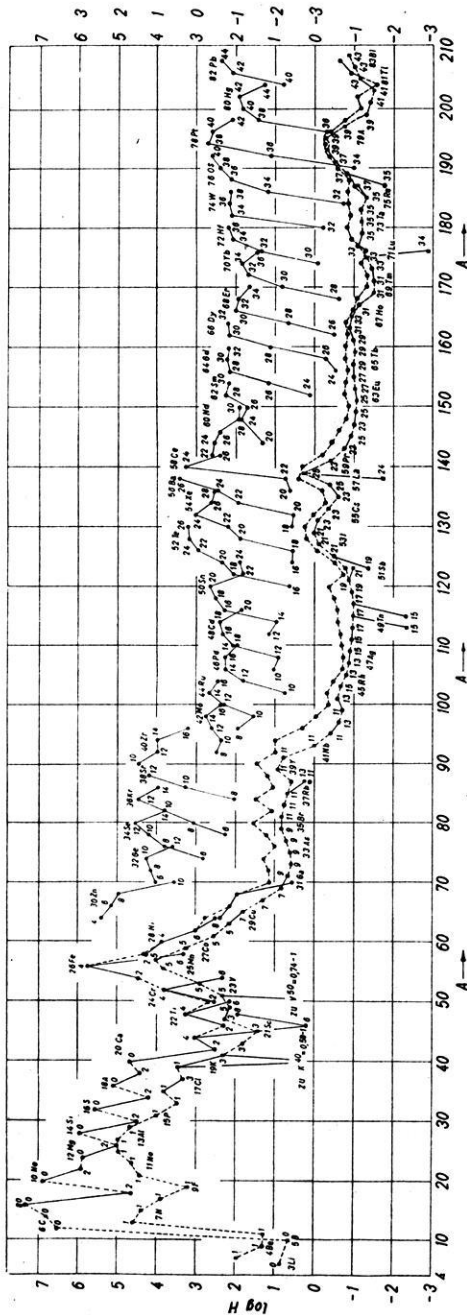


Abb. 3. Die Logarithmen der relativen Häufigkeit der Elemente und Isotopen als Funktion der Massenzahl A nach [7]

Ein Stern ist ein sich selbst unterhaltendes System, dessen Temperatur so eingerichtet ist, daß der Ausfluß der Strahlenergie durch den Verbrennungsprozeß im Sterninnern ausbalanciert wird. Die Temperatur richtet sich nach dem Brennstoff. Wenn Wasserstoff „verbrannt“ wird, ist die Temperatur verhältnismäßig niedrig. Der Wasserstoffvorrat wird schließlich erschöpft, der Stern schrumpft, die Temperatur wächst, und die Heliumverbrennung läuft an. Wenn der Heliumvorrat zu Ende geht, kommen andere Kernbildungsprozesse in Frage, bis das Maximum der Bindungsenergie, etwa beim Eisen, erreicht ist [21]. Die Prozesse, die den „Eisengipfel“ hervorbringen, nennt man daher Gleichgewichtsprozesse (e -Prozesse).

Die Verhältnisse werden unübersichtlicher, weil die Temperaturen im tiefen Innern der Sterne größer sind als in den oberen Schichten. Dort werden sich die schweren Elemente anreichern. Es gibt aber auch Mischprozesse zwischen den verschiedenen Schichten. Ferner wird bei Ausbrüchen, besonders bei den Nova- und Supernovaausbrüchen, Material aus dem Innern der Sterne hinausgeschleudert und von anderen Sternen wieder aufgenommen.

Man kann nach *Burbidge* und Mitarbeitern eine Reihe von Prozessen unterscheiden.

1. Die Wasserstoff-Verbrennung (im Sinne der Kern-

Synthese gemeint) liefert die Energie der meisten bekannten Sterne. Hier wären die Zyklen aufzuführen, die Wasserstoff in Helium verwandeln und durch Anlagerung diejenigen Isotope von C, N, O, F, Ne und Na, die nicht durch die unter 2. und 3. aufgeführten Prozesse gebildet werden.

2. Als Heliumverbrennung werden die Prozesse bezeichnet, die durch α -Teilchen-Anlagerung die Isotope O^{16} , Ne^{20} und vielleicht Mg^{24} erzeugen.

3. Weitere α -Teilchen-Anlagerungen an Ne^{20} liefern die (g, g)-Kerne Mg^{24} , Si^{28} , S^{32} , Ar^{36} , Ca^{40} und vielleicht Ca^{44} und Ti^{48} , die im Weltall relativ häufig sind.

4. Als e -Prozesse (s. oben) werden diejenigen Anlagerungsprozesse bezeichnet, bei denen unter sehr hohen Temperaturen der Eisengipfel ausgebildet wird. Es handelt sich um die Synthese von V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni.

5. Neben diesen Anlagerungsprozessen ist eine Reihe von Neutronen- und Protoneneinfangprozessen zu betrachten. Die s -Prozesse sind (n, γ)-Prozesse; sie sind langsam gegenüber den intervenierenden β -Zerfallsprozessen und erfolgen in Zeiträumen von ungefähr 100 bis 100 000 Jahren für jeden Neutroneneinfang. Durch sie erfolgt eine zusätzliche Synthese der Elemente $23 \leq A \leq 46$ und eines Teils von $63 \leq A \leq 209$. Die Prozesse bringen die „Gipfel“ bei $A = 90, 138$ und 208 hervor.

6. Es gibt auch schnell verlaufende Neutroneneinfangprozesse; es sind (n, γ)-Prozesse, die schnell gegenüber dem nachfolgenden β -Zerfall verlaufen und in Zeiträumen von 0,01 bis 10 s ablaufen. Durch sie erfolgt die Synthese einer großen Anzahl von Kernarten mit den Massenzahlen $70 \leq A \leq 209$ und auch die Synthese von U, Th usw. Vielleicht spielten diese Prozesse auch eine Rolle bei der Entstehung leichterer Elemente wie S^{36} , Ca^{48} , Ca^{48} und möglicherweise bei Ti^{47} , Ti^{49} und Ti^{50} . Die r -Prozesse sind die Ursache der Gipfel bei $A = 80, 130$ und 194 . Man erhält durch s - und r -Prozesse neutronenreiche Kernarten.

7. Es gibt auch Protoneneinfangprozesse, p -Prozesse mit γ -Emission, (p, γ)-Prozesse oder auch (γ, n)-Prozesse. Man erhält Kernarten auf der protonenreichen Seite des Energietales.

8. Schließlich gibt es noch α -Prozesse für die Synthese von Li, Be und B, die im Sterninnern nicht stabil sind.

Eine schematische Übersicht über die Prozesse nach Burbidge und seinen Mitarbeitern bietet Abb. 4. Die genannten Autoren geben für alle

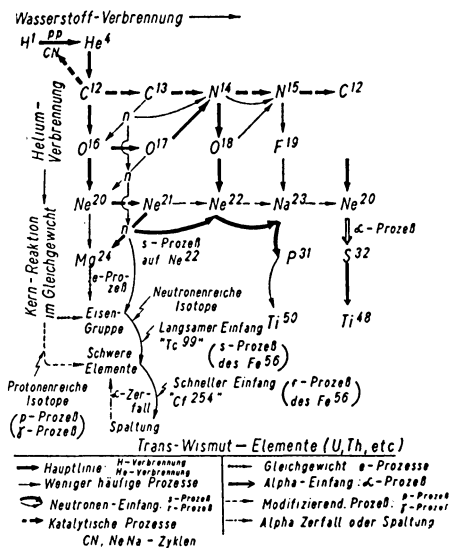


Abb. 4. Schematische Darstellung der Kernbildungsprozesse im Inneren der Sterne

Prozesse die Zeitkonstanten an, die sie charakterisieren. Man sieht in Abb. 5 die Zeitkonstanten im Zusammenhang mit dem Alter der Sterne und den in ihrem Innern herrschenden Temperaturen und erkennt darin das Schema der Entwicklung eines Sternes, worauf aber hier nicht weiter eingegangen werden kann. Die Entwicklung kann zur Supernova-Explosion führen. Dabei treten die r -Prozesse besonders in Erscheinung. Man kann zeigen, daß eine einzige

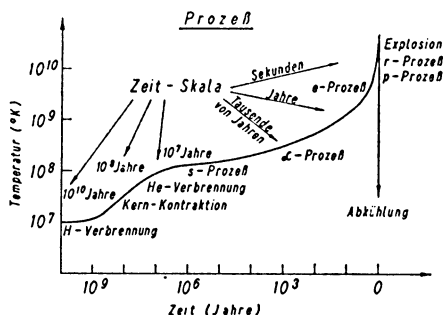


Abb. 5. Die Zeitskalen der 8 Prozesse im Zusammenhang mit den Temperaturen und dem Alter der Sterne

Supernova-Explosion für die Entstehung der durch r -Prozesse aufgebauten Materie im Sonnensystem verantwortlich gewesen sein könnte. Wie und ob diese mit dem Entgasungsprozeß zusammenhängt, bedarf weiterer Untersuchungen.

Die Frage, die hier besonders behandelt werden soll, ist die folgende: Wie ist die chemische Zusammensetzung und der physikalische Zustand der Materie im äußeren Erdkern zu denken? Drei Ansichten stehen zur Diskussion:

I. Auf Grund seiner bedeutenden Forschungen in der Seismologie schließt *K. E. Bullen* [1], daß die Hypothese von *W. H. Ramsey* [8] wenigstens für den äußeren Erdkern richtig sei. Danach ist die Materie nichts anderes als eine metallische Hochdruckform des Materials des unteren Mantels.

II. Von anderen Autoren, z. B. *Francis Birch* [11] und *H. C. Urey* [4], wird die alte *Wiechertsche* Hypothese vertreten, daß der ganze Erdkern zum großen Teil aus metallischem Eisen besteht.

III. In mehreren Arbeiten hat *L. Eged* [13] die Hypothese aufgestellt, daß die Materie sowohl des äußeren als auch des inneren Erdkerns je eine „Ultrapphase“ des Materials darstellt. Diese sei unter Drücken der Größenordnung 100 Megabar vielleicht im Innern eines weißen Zwerges entstanden. Die Ultraphasen seien im metastabilen Zustand und würden langsam in die gewöhnliche Phase des Erdmantels übergehen. Es kommt dadurch eine beständige Ausdehnung des Erdkörpers zustande, die man nach *L. Eged* aus geologischen Beobachtungen erschließen kann.

Der physikalische Zustand der Materie im Erdinnern ist deshalb schwer zu erfassen, weil die experimentellen Unterlagen für die Drücke zwischen 0,1 bis 100 Megabar (ungefähr = 100 Millionen Atm) noch sehr dürftig sind.

In Abb. 6 ist nach *F. Seitz* [14] ein Schema der möglichen Bindungen eines festen Körpers dargestellt; es ist auch für die Flüssigkeiten noch im gewissen Maße gültig.

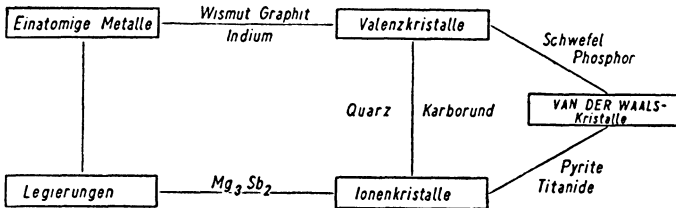


Abb. 6. Schema der möglichen Bindungen in festen Körpern

Am leichtesten sind die Kräfte zu erklären, die einen Ionenkristall zusammenhalten. Es sind bekanntlich elektrostatische Kräfte, die durch Abgabe bzw. Aufnahme von Elektronen entstehen (heteropolare Bindungen). Ein Beispiel ist Mg_2SiO_4 .

Die *van der Waalsschen* Kräfte kommen dadurch zustande, daß die Nullpunktsenergie eines Systems von Oszillatoren kleiner ist als die Summe der Nullpunktsenergien der einzelnen Oszillatoren. Sie sind so schwach, daß sie bei höheren Drücken nicht existieren. Z. B. gehen feste H, He, NH_4 bei hohen Drücken in metallische Phasen über.

Der Typus der Valenzkristalle wird durch den Diamanten repräsentiert. In ihm sind die Valenzen der positiven Ionen paarweise durch Elektronenpaare entgegengesetzten Spins abgesättigt. Die Austauschkräfte zwischen den Elektronen halten die Valenzkristalle kräftig zusammen. Diese Art von Kristallen ist verhältnismäßig selten (homöopolare Bindung).

Die metallische Bindung ist der der Valenzkristalle verwandt, nur sind die Valenzpaare nicht abgesättigt, z. B. kommt bei den Alkalimetallen auf acht Valenzen nur ein Elektron. Die bindenden Elektronen sind im Metall nicht an eine Stelle gebunden, sondern in lebhafter Bewegung begriffen.

Eine Ultraphase ist in diesem Schema nicht vorhanden; man kann im Gegenteil zeigen, daß bei Drücken über 10^2 Megabar die Materie etwa im gasförmigen Zustand ist. Den Schluß führen wir auf folgende Weise:

Die Zustandskurve $\rho(p, T)$, wobei die Abhängigkeit von der Temperatur gering ist, ist für Mg_2SiO_4 bis 0,04 Megabar und für Quarz bis 0,1 Megabar aus den Versuchen von *P. W. Bridgman* bekannt [15]. Seine Apparaturen arbeiten nach dem Prinzip der hydraulischen Presse. Für Drücke $p > 0,1$ Megabar sind in den letzten Jahren dynamische Methoden entwickelt worden. Man nennt bekanntlich die Druckdichtebeziehungen beim Durchgang von Stoß-

wellen durch ein Material die *Hugoniot*-Kurve, die naturgemäß stark überadiabatisch ist. Die zusammengehörigen Werte von p und q können aus den Messungen der Stoßwellengeschwindigkeit u_s und der Geschwindigkeit der nachfolgenden Partikel u_p berechnet werden. *Walsh* und seine Mitarbeiter [16] haben mit dieser Methode 27 Metalle untersucht und Werte gefunden, die sich in den meisten Fällen! gut an die früheren *Bridgman*schen Werte anschließen. Die Abb. 7 und 8 geben die Ergebnisse für Nickel und Eisen wieder. Als Punkte sind die Ergebnisse von *Bridgman* eingetragen; die *Hugoniot*-Kurve ist ausgezogen und die 20°-Adiabate gestrichelt. Diese kann man mit Hilfe der Modellvorstellung eines Festkörpers nach *Debye* und *Grüneisen* berechnen. In der Abb. 8 fehlt beim Eisen die 20°-Adiabate, weil es zwischen 0,13 bis 0,2 Megabar vom kubischraumzentrierten zum kubischflächenzentrierten Gitter übergeht. Wir haben die Temperaturkorrektur nachträglich angebracht.

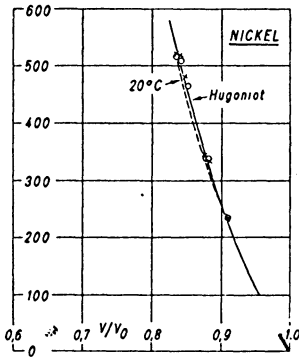


Abb. 7. Die Zustandsdiagramme für Nickel bei sehr hohem Druck

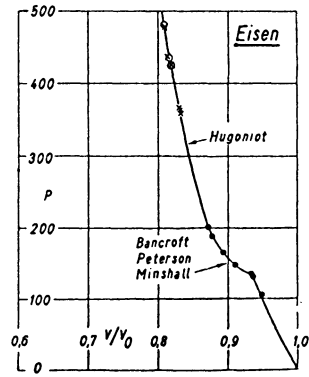


Abb. 8. Die Zustandsdiagramme für Eisen bei sehr hohem Druck

Für die Extrapolation der $\rho(p)$ -Kurven haben wir nach dem Vorgang von *L. Knopoff* und *R. J. Uffen* [15] zwei Methoden angewandt.

I. Francis Birch [12] hat auf Grund der Elastizitätstheorie bei endlichen Verschiebungen von *F. D. Murnaghan* eine Beziehung zwischen p und q abgeleitet, die über zwei Konstante verfügt. Die erste ist die Inkompressibilität K , die zweite das Verhältnis der Elastizitätskoeffizienten höherer Ordnung zu den gewöhnlichen ξ_0 . Diese Koeffizienten haben wir aus den Meßergebnissen nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt und nur diejenigen Werte verwendet, die physikalisch sinnvoll sind. In Abb. 9 sehen wir für Nickel eine Reihe von Extrapolationen dargestellt. Die mit *H* bezeichneten Kurven sind die *Hugoniot*-Kurven nach verschiedenen Auswertungen; *W* bezeichnet eine von *Walsh* und Mitarbeitern angegebene Extrapolation. Wir haben für die weiteren Rechnungen die Extrapolation nach *Birch* der 20°-Adiabate benutzt. Die von *Birch* entwickelte Formel scheint der von *Walsh* überlegen zu sein.

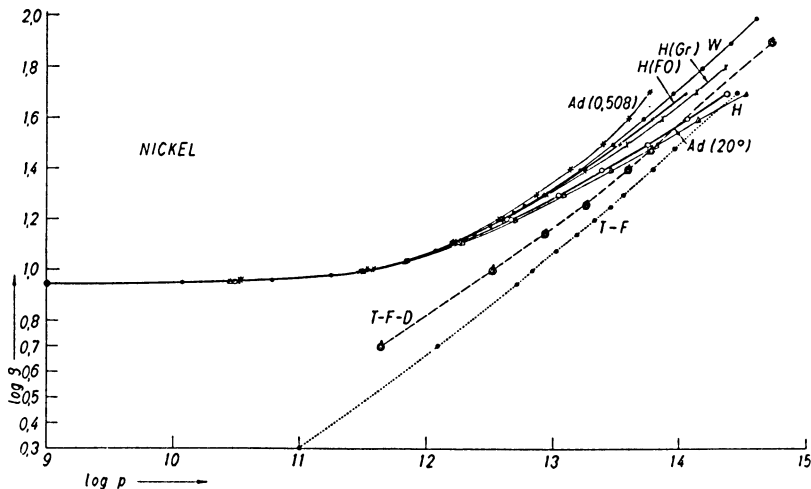


Abb. 9. Extrapolation der Zustandkurven für Nickel

II. Ferner berechneten wir die Druck–Dichte–Beziehungen mit Hilfe der Atommodelle von

- a) *Thomas-Fermi*, b) *Thomas-Fermi-Dirac*,

einschließlich der Temperaturkorrektur nach *Marshak* und *Bethe* [17, 18, 19]. In diesen Modellen wird die Elektronendichteverteilung des Ions durch die eines freien Elektronengases ersetzt. Bei dem Modell b) wurde von uns nur die kinetische Energie des Elektronengases, die Energie seiner Coulomb- und Austauschwechselwirkung und die potentielle Energie des Kernfeldes berücksichtigt. Auf weitere Korrekturen, nämlich die von *Weizsäcker* und die Korrelationswechselwirkung, einzugehen, schien hier nicht notwendig. Beim Modell a) wird auch noch die quantenmechanische Austauschwechselwirkung weggelassen. Da außerdem jedes Atom als elektrisch neutral angesehen wird, fällt jede Festkörperbindung fort. Das *Thomas-Fermi*-Modell stellt den festen Körper als ein Gas dar.

Da die extrapolierten 20°-Adiabaten für Nickel und Eisen (Abb. 10) und auch für Olivin (Abb. 11 und 12, wobei die folgenden Bemerkungen zu beachten sind) zwanglos in die des *Thomas-Fermi-Dirac*- und des *Thomas-Fermi*-Modells übergehen, kann es keine metastabile Ultraphase geben. Man muß ja auch daran denken, daß die kinetische Energie der Elektronen über die potentielle des Kernfeldes und jede Bindungsenergie hinauswächst. Von

$$\geq 10^{15} \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$$

ab ist nur noch die kinetische Energie der Elektronen mit der relativistischen Massenkorrektur zu beachten.

Um zu entscheiden, ob die Hypothese von *Bullen* oder die von *Wiechert* die Verhältnisse im äußeren Erdkern richtig wiedergibt, haben wir weitere Überlegungen angestellt.

Zuerst sind einige Bemerkungen zu den Abb. 10, 11 und 12 zu machen. Zunächst wurden für die Herstellung der Abb. 10 alle experimentellen Werte

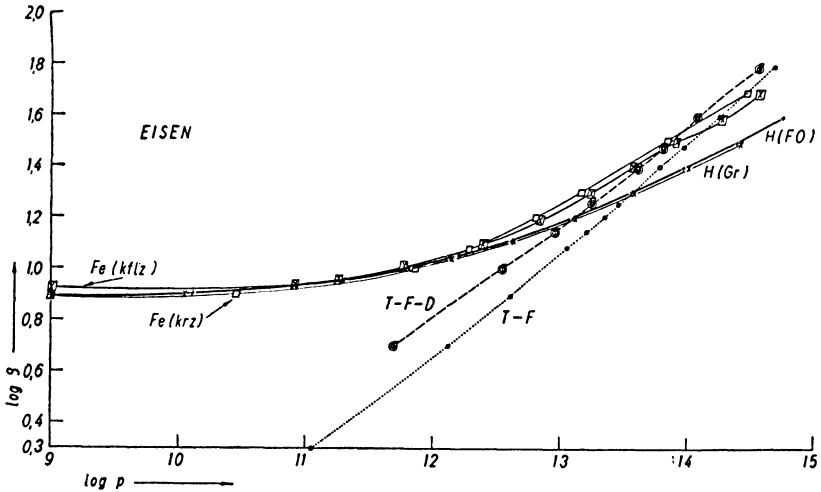


Abb. 10. Extrapolation der Zustandskurven für Eisen

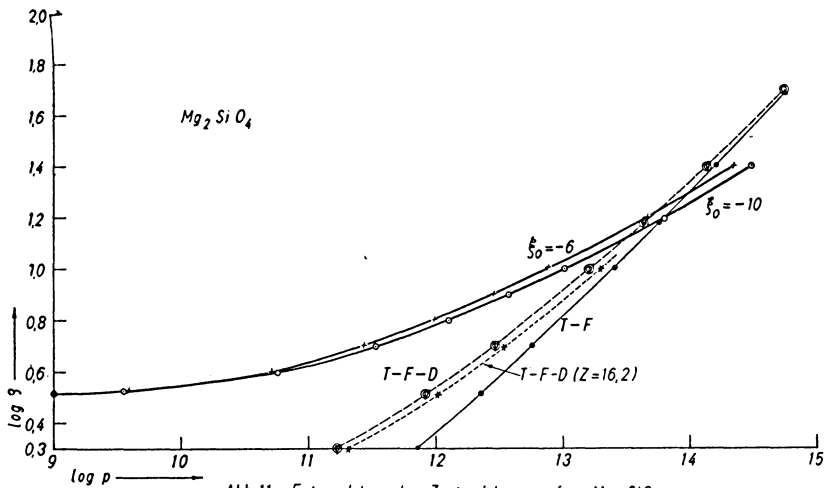


Abb. 11 Extrapolation der Zustandskurven für Mg_2SiO_4

Abb. 11. Extrapolation der Zustandskurven für Mg_2SiO_4

für Eisen ohne Rücksicht auf die Phasenumwandlung $\text{krz} \rightarrow \text{kfz}$ für die *Birchsche* Formel benutzt und für $\xi_0 = -11,9$ bzw. $\xi_0 = -15,1$ erhalten. Das sind unwahrscheinlich hohe Werte. Wenn man die krz -Phase und die kfz -Phase des Eisens unterscheidet, erhält man

$$\text{für krz-Eisen: } \varrho_0 = 7,84 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}, \quad \xi_0 = -0,5,$$

$$K_T = 1,684 \cdot 10^{12} \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^3},$$

$$\text{für kfz-Eisen: } \varrho_0 = 8,43 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}, \quad \xi_0 = -0,610,$$

$$K_T = 2,393 \cdot 10^{12} \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2},$$

die in den Rahmen der entsprechenden Werte für Kobalt und Nickel hineinpassen. Offenbar erhält man immer zu große ξ_0 -Werte, wenn Phasenumwandlungen vorhanden sind.

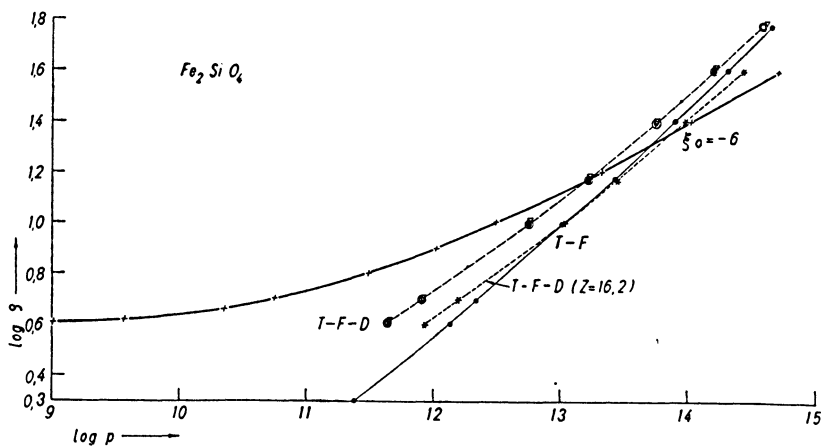


Abb. 12. Extrapolation der Zustandskurven Fe_2SiO_4

Besonders schwierig waren die Extrapolationen für Fe_2SiO_4 und Mg_2SiO_4 , weil die *Bridgman*schen Ergebnisse nur bis 0,04 Megabar reichen und neuere Meßreihen nicht vorliegen. Die direkte Verwendung der *Birchschen* Formel ergibt unmögliche Werte. Wir haben deshalb die *Bridgman*schen Ergebnisse für Quarz bis 0,1 Megabar für die Extrapolation benutzt und erhielten für Quarzkristall $\xi_0 = -6$ und für Quarzglas $\xi_0 = -1,2$ (siehe Abb. 13.). Für die Extrapolation von Mg_2SiO_4 haben wir deshalb $\xi_0 = -6$ und $\xi_0 = -10$ benutzt und für Fe_2SiO_4 $\xi_0 = -6$; beide Werte sind offenbar zu hoch und nehmen nicht Rücksicht auf die Phasenumwandlungen, die beim Olivin zu erwarten sind.

Wir haben deshalb für die Herstellung der Abb. 14 zwei Grenzfälle benutzt:

- $\xi_0 = 0$. Die höheren Elastizitätskoeffizienten sind verschwindend klein gegenüber den gewöhnlichen.
- $\xi_0 = 1$. Beide Arten von Elastizitätskoeffizienten sind von der gleichen Größenordnung.

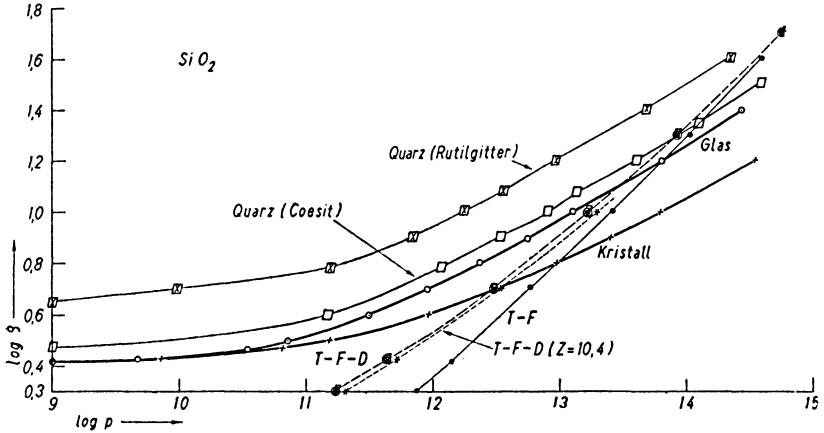


Abb. 13. Extrapolation der Zustandskurven für Quarz

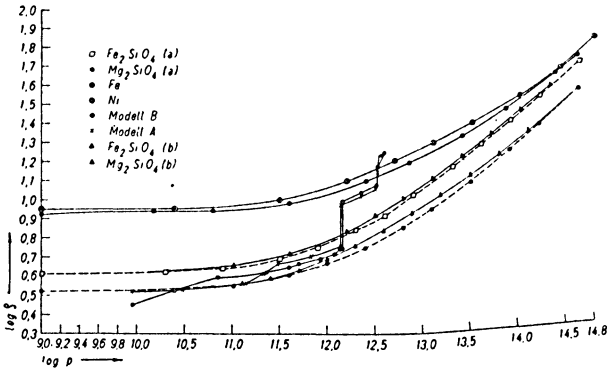


Abb. 14. Die Druck-Dichte-Diagramme nach Bullens Methoden A und B und die berechneten (p)-Diagramme für Fe, Ni, Mg_2SiO_4 und Fe_2SiO_4

Die Phasenumwandlungen des Olivins kommen dadurch zustande, daß Quarz (SiO_2) schon bei mäßigen Drücken ($p \geq 0,01$ Megabar) und nicht zu hohen Temperaturen in eine Hochdruckform, den Coesit, übergeht, was mit einer Dichtezunahme von 13% verbunden ist [22]. Sie ist anscheinend stabil, ist aber in der Natur noch nicht gefunden worden. Durch diesen Phasenüber-

gang zerfällt das Olivin. Bei den Temperaturen, wie sie in der Erde vorkommen, beträgt der dazugehörige kritische Druck

für Mg_2SiO_4 0,45 Megabar oder ≈ 1100 km Tiefe,

für Fe_2SiO_4 0,06 Megabar oder ≈ 200 km Tiefe.

Wenn man Olivin als das hauptsächlichste Mineral des Erdmantels ansieht, kann man demnach die Schicht *C* als Übergang zu einem Gemisch von MgO , FeO und Coesit auffassen¹⁾. Wahrscheinlich erleidet Quarz noch weitere Phasenumwandlungen; z. B. wird für sehr hohe Drücke ein Rutilgitter angenommen. Auch die Metalloxyde werden Modifikationen erfahren, wie aus der enormen Zunahme der elektrischen Leitfähigkeit in etwa 600 km Tiefe zu erkennen ist.

Auf eine Schwierigkeit bei der Berechnung der *Thomas-Fermi*- und *Thomas-Fermi-Dirac*-Kurven für zusammengesetzte Materialien machten *Knopff* und *Uffen* aufmerksam [15].

Für monoatomare Materialien setzen wir den Radius $r = \mu x_0$ mit

$$\mu = 0,88534 \frac{a_0}{Z^{1/3}} \text{ und } a_0 = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e e^2} \text{ (kl. Bohrscher H-Radius)}$$

so fest, daß

$$\varrho = \frac{A \left[\frac{1}{16} 0^{16} \right]}{\frac{3}{4} \pi (\mu x_0)^3}$$

gilt, und für Verbindungen

$$\varrho = \frac{\sum_{i=1}^m (A_i) n_i \left[\frac{1}{16} 0^{16} \right]}{\frac{4}{3} \pi \sum_{i=1}^n n_i (\mu_i x_{0i})^3} = \frac{\sum_{i=1}^m (A_i) n_i \left[\frac{1}{16} 0^{16} \right]}{\frac{4}{3} \pi n (\bar{\mu} \bar{x}_0)^3}$$

Dabei gilt $\bar{\mu} = 0,88534 \frac{a_0}{\bar{Z}^{1/3}}$ und $\bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m Z_i$, wobei n die Anzahl der Atome ist, die das Molekül bilden: $n = \sum_{i=1}^m n_i$.

Nach *Knopff* und *Uffen* müßte man genauer setzen:

$$\frac{\bar{Z}}{\bar{x}_0^3} = \frac{\bar{Z}^2}{\bar{x}_0^3} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i Z_i}{\sum_{i=1}^m \frac{n_i x_{0i}^3}{Z_i}}$$

Um die Kurven $\frac{x_0^3}{Z}$ (p) und $\frac{x_0^3}{Z^2}$ (p) als Funktionen von Z und p zu erhalten, wobei $A_i = 2Z_i$ angenommen wird, was für Fe nicht mehr ganz zu recht-

¹⁾ s. Anmerkung (I) am Schluß der Arbeit.

fertigen ist, wurden zur Konstruktion die Ergebnisse der Rechnungen von [17] benutzt. Wir haben von der Verfeinerung aus zwei Gründen abgesehen.

1. Das *Thomas-Fermi*-Modell gibt nur bei sehr hohen Drücken die Zustandsgleichungen wieder. Man müßte füglich das *Thomas-Fermi-Dirac*-Modell benutzen.

2. Wir haben das *T-F-D*-Modell für Quarz mit $\bar{Z} = 10,4$ statt mit $Z = 10$ berechnet und finden keinen großen Unterschied. Bei genaueren Rechnungen ist aber auf die genaue Definition von Z Rücksicht zu nehmen, besonders beim Fe_2SiO_4 . Sie wird dann abhängig vom Druck. In Abb. 14 sind sechs $\rho(p)$ -Diagramme für Ni, Fe, Mg_2SiO_4 (2 mal) und Fe_2SiO_4 (2 mal) zu erkennen. Für Mg_2SiO_4 und Fe_2SiO_4 wurden je zwei Diagramme entsprechend den Annahmen a) und b) gezeichnet. Die Modelle b) scheinen den Druck-Dichte-Verhältnissen im Erdmantel besser zu entsprechen. Für $p \geq 10^{12} \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$ wurden auch die *Thomas-Fermi-Dirac*-Kurven zur Extrapolation herangezogen. Die benutzten Kurven sind graphische Angleichungen. Bei dieser Methode ist der Fehler der Extrapolation etwa von der Größenordnung einiger Prozente des Dichtewertes. Außerdem sind die Druck-Dichte-Beziehungen für die Modelle *A* und *B* des Erdkörpers nach *K. E. Bullen* eingetragen. (Siehe [1] und die dort angegebene Literatur.) Das Modell *A* wurde bekanntlich aus den aus seismischen Beobachtungen berechneten Transversal- und Longitudinalgeschwindigkeiten gewonnen, das Modell *B* aus der Annahme, daß $K_s(p)$ eine stetig differenzierbare Kurve sei.

Wenn man annimmt, daß der Erdmantel aus Olivin, der äußere Erdkern dagegen

I. entweder aus Fe und Mg_2SiO_4 oder

II. aus Fe und Fe_2SiO_4 besteht,

kann nun die chemische Zusammensetzung des Erdballs ausgerechnet werden.

Es gilt in einem räumlichen Bereich, in dem ρ als konstant angenommen werden kann und eine Mischung vorliegt,

$$\rho \Delta V = \rho_1 \Delta V_1 + \rho_2 \Delta V_2.$$

Der Index 1 bezieht sich auf die eine Komponente und 2 auf die andere. Unter den genannten Voraussetzungen gilt: $\Delta V_1 + \Delta V_2 = \Delta V$. Mit $\frac{\Delta V_1}{\Delta V} = \alpha$ und $\frac{\Delta V_2}{\Delta V} = 1 - \alpha$ erhält man aus der ersten Gleichung

$$(1) \quad \alpha = \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}.$$

Wenn man dann die Integrale $\int \alpha \rho dV$ für die verschiedenen Anteile ausrechnet, gewinnt man daraus die relativen Anzahlen für die verschiedenen Atomarten, die den Erdball bilden. Auf $H(\text{Si}) = 100$ umgerechnet, findet man die Ergebnisse in Tab. 3.

Tabelle 3

Die rel. Häufigkeiten der Elemente im Erdball, wenn er aus Fe und MgFeSiO₄ besteht

Modell	Aa I	Aa II	Ab I	Ab II	Ba I	Ba II	Bb I	Bb II	Mittel	Chondrite (stark Fe-haltig)
Si	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Mg	153	112	137	94	135	87	119	68	113	94
O	400	400	400	400	400	400	400	400	400	339
Fe	79	132	98	156	92	150	110	173	124	85

Der Vergleich mit den Häufigkeiten der stark eisenhaltigen Chondriten in der Tab. 1 zeigt, daß in den genannten Modellen zuviel Metalle, insbesondere zuviel Eisen und zu wenig Silizium, enthalten sind, wenn die chemische Zusammensetzung der Chondrite als repräsentativ angenommen wird. Das scheint zu beweisen, daß der äußere Erdkern eine Hochdruckform des Materials vom unteren Erdmantel enthält, wie es *K. E. Bullen* forderte.²⁾

Zu diesem Ergebnis sind indessen einige Ergänzungen notwendig.

1. Der eingangs geschilderte Entgasungsprozeß steht im Widerspruch zu der Annahme von *E. David* [23], daß dem Nickel-Eisen des äußeren Erdkerns ein kleiner Prozentsatz Wasserstoff beigemischt sei. Im übrigen stimmen wir mit dem Verfasser in der Ablehnung der *Kuhn — Rittmannschen* Hypothese überein, die auch von den meisten ausländischen Fachleuten auf Grund der Arbeit von *J. A. Kronig* u. a. [25] verworfen, aber doch gelegentlich vertreten wird [24].

2. Daß man die *Ramsey-Bullensche* Hypothese mit dem *Thomas-Fermi-Modell* des statistischen Atoms nicht beweisen kann, ist kein Einwand gegen sie, wie es *E. David* zu meinen scheint. Das *Thomas-Fermi-Modell* schließt die Betrachtung der elektronischen Struktur des Festkörpers von vornherein aus. Wir sind dabei, diese Frage mit einer Methode zu untersuchen, die sich an bewährte Vorbilder anlehnt [19, 25, 26]. Außerdem ist die metallische Phase einiger Ionenkristalle experimentell erwiesen [27]. Man muß aber bemerken, daß *K. E. Bullens* Ergebnisse für die Dichte im inneren Erdkern zu hoch erscheinen.

3. Um das vorstehende Ergebnis zu sichern, wäre der Vergleich mit den chemischen Zusammensetzungen der anderen Planeten sehr erwünscht. *K. E. Bullen* postuliert, daß die Planeten Venus, Erde und Mars ursprünglich dieselbe chemische Zusammensetzung gehabt haben, und daß man die Druck-Dichte-Funktion auf Grund der Vorstellungen seines Modells *B* berechnen kann. Er kommt zu guten Resultaten [28, 29], die in Abb. 15 zusammen mit den Ergebnissen der Rechnungen von *W. H. Ramsey* [30] für Jupiter und

²⁾ s. Anm. (2) am Schluß der Arbeit.

Saturn dargestellt sind. *W. H. Ramsey* hat bei seinen Arbeiten das Ergebnis [25] benutzt, daß oberhalb 0,7 Megabar die metallische Phase des festen Wasserstoffs thermodynamisch die stabilere ist.

Neuerdings hat *K. E. Bullen* [31] auf Grund von Einwänden von *H. C. Urey* [4] seine Überlegungen noch einmal überprüft. Er erhält im wesentlichen die gleichen Ergebnisse wie in der ersten Arbeit, schließt aber, daß der Erd-

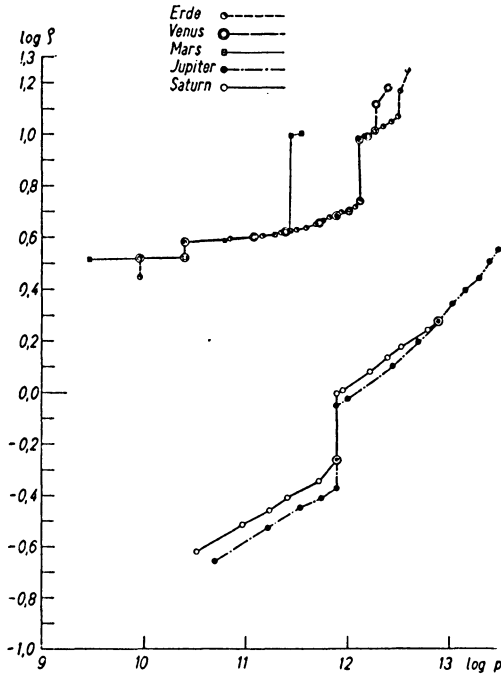


Abb. 15. Die Dichte einiger Planeten in Abhängigkeit vom Druck

mantel und auch der Mantel des Mars kleine Teile nicht gebundenen Eisens enthalten müßte. Das übrige Material müßte aus Hochdruckphasen von MgO , FeO und SiO_2 bestehen, wie es auch von *Fr. Birch* [12] und *McDonald* [22] angenommen wird. Der äußere Erdkern besteht nach *K. E. Bullen* vollständig aus diesem Material in der metallischen Phase ohne metallisches Eisen. Dieses habe sich aus dem flüssigen Gemenge ausgesondert und dann im flüssigen Erdkern angesammelt. Diese Ausführungen sprechen durchaus für eine „kalte“ Entstehung des Erdballs mit keinen oder nur sehr kurz andauernden flüssigen Zwischenzuständen. Es ist aber nicht klar, wie dann eine so bedeutende Ansammlung radioaktiven Materials in der Erdkruste verstanden werden kann. Man muß ferner nach den Arbeiten von *J. A. Jacobs* ([32] und die dort angegebene Literatur) daran denken, daß sogar bei

Verteilungen der radioaktiven Elemente, die der gegenwärtigen ähnlich sein könnten, in den Zeiten seit $3,5$ bis $4 \cdot 10^9$ Jahren eine bedeutende Abkühlung der Schichten bis 1000 km Tiefe stattgefunden haben muß, während die Temperatur des tiefen Erdmantels ständig zunahm. Es ist in diesem Zusammenhang bemerkenswert, daß das Alter der ältesten Gesteine der Erdkruste $3 \cdot 10^9$ Jahre nicht übersteigt, während das Alter des Erdballs auf $4,5 \cdot 10^9$ Jahre geschätzt wird, und daß die Gesteine aus der Zeit vor $2 \cdot 10^9$ Jahren einen mehr vulkanischen Charakter als die aus der Zeit danach aufweisen [33]. Die oben dargestellten Ausführungen von *K. E. Bullen* scheinen also nicht ganz den wirklichen Verhältnissen zu entsprechen.

Man kann auch noch andere chemische Komponenten im Erdmantel zulassen, wie es *J. A. Jacobs* [32] getan hat. In seinem Modell II wird zwischen 1600 und 3000 km Tiefe Pallasit angenommen, also Meteoriten mit großen eingewachsenen Olivin-Kristallen, während *K. E. Bullen* nur einen kleinen Prozentsatz nicht gebundenen Eisens im Erdmantel zuläßt. Dieses Modell II dürfte nicht den wirklichen Verhältnissen entsprechen.

Wenn die Frage untersucht werden soll, ob der äußere Erdkern aus Eisen oder der metallischen Phase eines Gesteins besteht, ist eine Nuancierung der Annahme, der Erdmantel bestehe aus Olivin, wohl nicht notwendig. Unser Ergebnis, daß der äußere Erdkern im wesentlichen eine metallische Hochdruckform des Olivins enthalte, könnte am Planeten Merkur geprüft werden; das soll mit den oben entwickelten Methoden geschehen. Hier wird nur eine vorläufige Übersichtsrechnung mitgeteilt. In [4] wird die mittlere Dichte des Merkur beim Druck Null zu $\bar{\rho} = 4,5$ bzw. $5,4$ angegeben, weil der Radius nicht genau genug bekannt ist. In der Annahme, der Merkur bestehe aus einer Mischung von metallischem Fe und MgFSiO_4 , erhält man daraus mit Hilfe der Formel (1) die folgende chemische Zusammensetzung:

Tabelle 4

Die chemische Zusammensetzung des Planeten Merkur

	$\bar{\rho} = 4,5$	$\bar{\rho} = 5,4$
H (Si)	= 100	H (Si) = 100
H (Mg)	= 100	H (Mg) = 100
H (O)	= 400	H (O) = 400
H (Fe)	= 348	H (Fe) = 704

Dieses Ergebnis, das die genauere Rechnung in den Grundzügen wohl kaum modifizieren wird, besagt, daß unsere axiomatische Annahme, die chemische Zusammensetzung der Chondrite sei repräsentativ für diejenige der Erde, sich vielleicht nicht halten läßt. Die Masse des Merkurs ist nämlich gleich $0,38$ Erdmassen, während bei unseren Rechnungen die Masse des Erdkerns $0,32$ der Gesamtmasse (ohne Kruste) ausmacht. Man kann sich etwa vorstellen, daß der Merkur nichts anderes ist als ein Erdkern ohne Mantel und Kruste. Wenn die Mehrzahl der Meteorite aus dem Raum zwischen

Mars und Jupiter stammt, so ist verständlich, daß sie weniger Eisen als die inneren Planeten enthalten. Die Tab. 3 würde dann die chemische Zusammensetzung der Erde wiedergeben und die *Wiechertsche* Hypothese damit erwiesen sein. Diese Vorstellung müßte durch eine Weiterführung der eingangs angedeuteten Untersuchungen geprüft werden.

Zur Zeit kann man die Frage, wie die chemische Zusammensetzung des äußeren Erdkerns und seine physikalische Struktur zu denken ist, noch nicht endgültig beantworten. Die Entscheidung zwischen den Hypothesen von *Wiechert* und von *Bullen* wäre aber für die Theorie des erdmagnetischen Hauptfeldes von großer Wichtigkeit.

Literatur

- [1] *Bullen, K. E.*: Seismology and the broad structure of the earth's interior in "Physics and chemistry of the earth I", herausgegeben von L. H. Ahrens, K. Rankama und S. K. Runcorn, S. 68. London 1956.
- [2] *Bullard, E. C.*: The interior of the earth, in "The earth as a planet", herausgegeben von G. P. Kuiper. Chicago 1954.
- [3] *Haalck, H.*: Zur Frage der inneren Gliederung des Gesteinsmantels der Erde. Forsch., Fortschritte **31** (1957), 168.
- [4] *Urey, H. C.*: Boundary conditions of theories of the origin of the solar system in "Physics and chemistry of the earth II, herausgegeben von L. H. Ahrens, F. Press, K. Rankama und S. K. Runcorn. London, New York 1957, S. 46.
- [5] *Mason, B.*: The geochemistry of the earth's. [2], S. 258.
- [6] *Minnaert, M. G. J.*: The determination of cosmic abundances. M. N. R. A. S. **117**, No. 3 (1957), 315.
- [7] *Suess, H. E.*, und *Urey, H. C.*: Abundances of elements. Rev. Mod. Physics **28** (1956), 53.
- [8] *Ramsey, W. H.*: On the nature of the earth's core. M. N. R. A. S. Geophys. Suppl. Vol. **5** (1949), 409.
- [9] *Burbidge, E. M., G. R., Burbidge, W. H. Fowler, und Hoyle, F.*: Synthesis of elements in stars. Rev. Mod. Phys. **29** (1957), 547.
- [10] *Morrison, Ph.*: On the origins of cosmic rays. Rev. Mod. Phys. **29** (1957), 244.
- [11] *Messerschmidt, W.*: Kosm. Strahlung. Wiss. Ann. **5** (1956), 987.
- [12] *Birch, Fr.*: Elasticity and constitution of the earth's interior. J. Geophys. Res., Vol. **57** (1952), 237.
- [13] *Egyed, L.*: Investigations on the interior of the earth. Ann. Univ. Scient. Budapest, Tome I (1957), 137.
- [14] *Seitz, F.*: The modern theory of solids. New York and London 1940.
- [15] *Knopoff, L., Uffen, R. J.*: The densities of compounds at high pressures and the state of the earth's interior. J. Geophys. Res. **59** (1954), 471.
- [16] *Walsh, J. W., Rice, M. A., McQueen, M. G., and Yarger, F. L.*: Shock wave compressions of twenty seven metals. Equation of state of metals. Phys. Rev. **103** (1957), 196.
- [17] *Feynman, R. P., Metropolis, N., und Teller, E.*: Equations of state of elements based on the generalised Fermi-Thomas-theory. Phys. Rev. **75** (1949), 1569.
- [18] *Gombás, P.*: Die statist. Theorie des Atoms und ihre Anwendung. Wien 1949.
- [19] *Theis, W. R.*: Einh. statist. Behandlung der Valenzelektronen in Metallen. Z. f. Physik **142** (1955), 511.

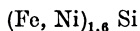
- [20] *Gutenberg, B.*: Herausgeber: Internal constitution of the earth. New York 1951.
- [21] *Lucke, O.*: Über die chemische Zusammensetzung, den physikal. Zustand . . . Jahrb. 1955 d. Ad.-Schmidt-Observ. f. Erdmagnetismus in Niemeck. Berlin 1958.
- [21a] *Blatt, J. M.*, und *Weißkopf, V. F.*: Theor. nucl. physics. New York und London 1952. Deutsche Übersetzung: Leipzig 1959.
- [22] *Gordon McDonald*: Quarz-coesite stability relations at high temp. and pressures. Am. J. of Science, Vol. 254 (1956), 713.
- [23] *David, E.*: Materie im Erdinnern. Z. f. Geophys. 20 (1954), 1
- [24] *Haalck, H.*: Physik des Erdinnern. Leipzig 1954.
- [25] *Kronig, A.*, *Boer, J. d.*, und *Korringa, J.*: On the internal const. of the earth. Physica XII (1946), 246.
- [26] *Bernal, M. J. M.*, and *Massey, H. S. W.*: Metallic ammonium. M. N. R. A. S. 164 (1955), 177.
- [27] *Alder, B. J.*, and *Christian, R. H.*: Metallic transition of ionic and molekular crystals. Phys. Rev. 104 (1956), 550.
- [28] *Bullen, K. E.*: On the constitution of Mars I. M. N. R. A. S. 109 (1949), 688.
- [29] —: Venus and the earth's inner core. M. N. R. A. S. 110 (1950), 256.
- [30] *Ramsey, W. H.*: On the constitution of the mayor planets. M. N. R. A. S. 111 (1951), 427.
- [31] *Bullen, K. E.*: On the constitution of the Mars II. Geophys. Suppl. M. N. R. A. S. 7 (1957), 271.
- [32] *Jacobs, J. A.*: The earth's interior. Handb. d. Physik, herausgegeben von S. Flügge, Bd. XLVII, Geophysik I, herausgegeben von J. Bartels. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1956, S. 397.
- [33] *Wilson, J. T.*, *Russell, R. D.*, and *Farquehar, R. M.*: Radioactivity and age of minerals. Hdb. d. Physik, herausgegeben von S. Flügge, Bd. XLVII, Geophysik I, herausgegeben von J. Bartels. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1956, S. 288.

Anmerkung (1)

In der Arbeit D. S. Hughes and G. Mc Queen: Density of basic rocks at very high pressures, Transact. Am. Geophys. Union 39, S. 959 (1958) wird gezeigt, daß Olivin bei 400 km Tiefe in der Erde keine Phasenumwandlung erleidet, wohl aber Gabbro (im wesentlichen $\text{Ca} \angle \text{Si}_2 \text{Al}_2 \text{O}_8 \swarrow + (\text{Ca}, \text{Na}) (\text{Mg}, \text{Fe}) \angle \text{Si}_2 \text{O}_6 \swarrow$). Seine $\rho(p)$ -Kurve entspricht dem Mittel der Modelle A und B von Bullen. Man muß annehmen, daß die Schicht C im wesentlichen aus Gabbro und nicht aus Olivin besteht.

Anmerkung (2)

In der Arbeit J. F. Mac Donald and Leon Knopoff: On the chemical composition of the outer core, The Geophys., J. R. A. S. Vol. 1, S. 284 (1958) wird gesagt, daß ein Phasenübergang an der Obergrenze des äußeren Erdkerns sich in einer breiten Übergangszone zwischen den Schichten D und E ausdrücken würde. Der Übergang zu einer metallischen Phase ist aber für einen Ionenkristall ein so tiefer Eingriff in die Struktur, daß das Argument nicht stichhaltig erscheint. Die Verfasser kommen zu dem Schluß, daß die chemische Zusammensetzung des äußeren Erdkerns gemäß der Form



verträglich mit der elektrischen Leitfähigkeit und der Annahme ist, daß die Erde die chemische Zusammensetzung der chondritischen Meteorite habe. Siderite mit so hohem Si-Gehalt werden nicht gefunden. Die Argumente, die für eine metallische Phase eines Silikats im äußeren Erdkern sprechen, sind zusammengestellt in: O. Lucke, Über das Innere der Erde. Die Arbeit erscheint noch 1959 in den Phys. Blättern.

Physical background of a dynamical Earth model

By L. Egyed and L. Stegena, Budapest¹⁾

Abstract: Author's earlier investigations led to the conclusion that the Earth is expanding with a radius increase of about 0,4 to 0,8 mm/year. The same conclusion can be drawn from the *Ramsey* theory applying to it the results of *Gilbert*. Using the density values of *Bullen* it is proved that the most probable rate of radius increase is at least 0,3 mm/year and its upper limit depends on the density jump at the boundary of the inner core.

Moreover, it can be shown that the density at the boundary of the inner core is less than 18 gcm^{-3} and its most probable value lies between 14,5 to $16,5 \text{ gcm}^{-3}$.

I. Introduction

As a result of different investigations [1], [2], [3], [4] author has pointed out the reality of the Earth's expansion with a radius increase of 0,4–0,8 mm per year. It was also shown that the phenomena observed on the surface of the Earth seem to originate from forces brought about by expansion. The main features of the Earth model from which the hypothesis of Earth expansion was derived are as follows:

The inner and outer core and the mantle of the Earth represent three different modifications of one and the same silicic ground material. The two internal ones of these three states are unstable, so that the state of the inner core is in continuous transition into that of the outer core and the later into that of the mantle. This process results in a decrease of the average density and consequently in an increase of the volume of the Earth.

To explain the above transition, at first, the existence of an original ultra high-pressure state, with a very long half-life time has been assumed. The possibility of such a state seemed to be supported by some experiments of *Bridgman* and other theoretical considerations.

However, it became clear that the phase-transition takes place firstly at the boundary of the different states i. e. on the boundary of the inner and outer core and on the boundary of the outer core and mantle, respectively. Otherwise the sharp transition in physical properties along these boundaries cannot be understood. This fact is, however not, in accordance with the supposition of a decomposing ultraphase.

There is also a possibility to estimate the transition energy per molecule.

¹⁾ Prof. Dr. L. Egyed, Geophysical Institute, Eötvös University, Budapest; Doz. L. Stegena, Geophysical Institute, Eötvös University, Budapest.

In the process outlined above the transition energy works against gravity by lifting the mantle about half millimeter per year. The work done in this case is $3,5 \cdot 10^{29}$ erg per year. If the mantle consists of a mixture of Mg_2SiO_4 and Fe_2SiO_4 in accordance with *Birch's* [5] investigations, i. e. if the average molecular weight is 170, then the energy released by the transition of a molecule is in average 18 eV, a value very close to the energy estimated by *Ramsey* [6] for the metallic transition derived in his theory.

This result supports the preference of a phase-transition according to *Ramsey*. The phase-transitions of *Ramsey*, however, are pressure dependent only and the existence of a steady transition of the higher pressure state into a lower pressure state requires a steady decrease of pressure.

There is, however, a possibility—an idea of *P. Jordan* [7]—to derive the required pressure decrease.

It is known that some of the earlier investigations of *Dirac* [8] have led to the conclusion that the gravity coefficient is in fact not constant, but a quantity which varies inversely to the epoch. Unfortunately, the method he used is open to criticism and, consequently, his results have not been generally accepted by the physicists.

Later on the idea of *Dirac* was adopted by *P. Jordan* [7] and *E. A. Milne* [9] who have described models for which the physical constants varied with time. Their results were likewise encountered with a general distrust. In fact, it was believed that a theory of gravitation with a variable gravity “constant” was beyond the scope of the general theory of relativity. However, it has been lately shown by *Gilbert* [9] that this opinion does not hold fast inasmuch as an inverse proportionality to the epoch of the gravity coefficient may be deduced by use of the principles of the general theory of relativity.

Moreover, *Gilbert* has computed the “age of the universe” using the present value of gravity “constant” and has obtained $4,1 \cdot 10^9$ years, a value in good agreement with the age of the Earth yielded by radioactive methods.

Summing up the results of *Ramsey* it has been shown that the *Gutenberg-Wiechert* discontinuity is a surface of critical pressure below which the material of the Earth exists in a metallic state only and the phase transition involves an increase in density. According to *Ramsey* the boundary of the inner core is also a consequence of a similar phase transition.

The result of *Dirac-Gilbert* has the obvious consequence that the pressure in the Earth, with the diminution of the gravity-constant, is steadily decreasing, and, therefore, the *Gutenberg-Wiechert* discontinuity and the boundary of the inner core are according to the results of *Ramsey* not constant surfaces, but steadily shifting towards the centre of the Earth.

In the following it will be shown that from the above conclusion the same rate of radius increase can be derived, as was obtained by the author [1, 2, 3, 4] from different geophysical and geological phenomena.

2. Outer core

Supposing that the gravity coefficient varies with time, and the density is a function of pressure, the value of g as well as that of density will undergo a certain decrease in the course of a time interval dt .

Let us denote the density decrease during dt by ε , the decrease of gravity by η . The pressure p_1 on the critical surface will remain the same, but the surface itself will be displaced towards the center by λ_1 . The volume increase of the masses getting above the critical surface will cause a radius increase dR_1 . Thus, the relation

$$p_1 = \int_0^h \sigma g dx = \int_0^h (\sigma - \varepsilon) (g - \eta) dx + \sigma_1 g_1 \beta_1$$

will hold, where

$$\beta_1 = \lambda_1 + dR_1$$

and σ_1 is the density above, σ_2 below the *Gutenberg-Wiechert* discontinuity, g_1 the gravity on this surface. This relation may be rewritten in the form

$$(1) \quad \sigma_1 g_1 \beta_1 = \int_0^h \eta \sigma dx + \int_0^h \varepsilon g dx$$

Using the result of *Dirac-Gilbert*

$$\eta = \frac{g}{t} dt + \frac{2g}{\rho} \cdot \frac{R^2}{\rho^2} (dR_1 + dR^*)$$

where dR^* denotes the value of radius increase caused by effects beneath the critical surface, R the radius of the Earth, ρ the radius of the layer considered.

Applying this relation

$$(2) \quad \int_0^h \eta \sigma dx = \frac{dt}{t} \int_0^h \sigma g dx + 2(dR_1 + dR^*) \int_0^h \frac{g\sigma}{\rho} \cdot \frac{R^2}{\rho^2} dx$$

$$= \frac{p_1}{t} dt + \kappa_1 (dR_1 + dR^*)$$

If, on the other hand, density is determined by pressure, and the original density function denoted by $\sigma(x)$, and the new one by $\bar{\sigma}(x)$, then, as seen in Fig. 1

$$\sigma(\mu x) = \sigma(x)$$

and

$$h + \beta_1 = \mu h$$

i. e.

$$\mu = 1 + \frac{\beta_1}{h}$$

Hence

$$\varepsilon = \bar{\sigma}(x) - \sigma(x) = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \cdot \frac{\beta_1}{h} x$$

We obtain by substitution

$$\begin{aligned}
 \int_0^h \varepsilon g dx &= \frac{\beta_1}{h} \int_0^h \frac{\partial \sigma}{\partial x} x g dx \\
 (3) \qquad \qquad &= \sigma_1 g_1 \beta_1 - \frac{p_1}{h} \beta_1
 \end{aligned}$$

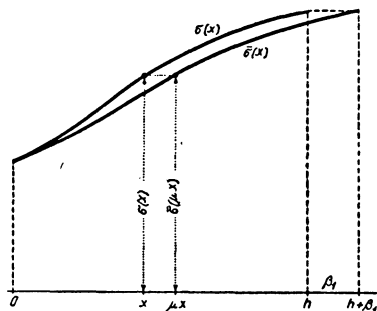


Fig. 1

Introducing the values of the integrals in [2] and [3] into [1], the condition obtained for the boundary of the core and for $dt = 1$ year will be

$$(4) \qquad \frac{p_1}{h} \beta_1 - \varkappa_1 (dR_1 + dR^*) = \frac{p_1}{t}$$

3. Inner core

The above line of thought may be also applied to the boundary of the inner core, regarding the latter as a second phase-transition surface.

In this case

$$(5) \qquad p_2 - p_1 = \int_{h+\lambda_1}^{H+\lambda_1} \sigma g dx - \int_{h+\lambda_1}^{H+\lambda_1} \varepsilon g dx - \int_{h+\lambda_1}^{H+\lambda_1} \eta \sigma dx + g_2 \sigma_1^i \beta_2$$

where

$$\beta_2 = \lambda_2 + dR_{\lambda_2}^c + dK_{\lambda_1}^c.$$

λ_2 denotes the shifting of the second critical pressure level (surface of the inner core) towards the centre of the Earth in consequence of pressure decrease in the core and $dR_{\lambda_2}^c$ is the radius increase of the outer core caused thereby; $dR_{\lambda_1}^c$ designates the radius increase of the outer core caused by the sinking of the first phase boundary by λ_1 , involving also the sinking of the second phase boundary by λ_1 ; σ_1^i the density above, σ_2^i below the discontinuity surface, g_2 the gravity on this surface.

Taking into account that

$$p_2 - p_1 = \int_h^H \sigma g dx = \int_h^{H+\lambda_1} \sigma g dx - (\sigma_1^i g_2 - \sigma_2 g_1) \lambda_1$$

[5] may be rewritten into the form

$$(6) \quad \int_h^H \varepsilon g dx + \int_h^H \eta \sigma dx = (\sigma_1^i g_2 - \sigma_2 g_1) \lambda_1 + \sigma_1^i g_2 \beta_2$$

Similarly as above it may be shown that, for a year,

$$(7) \quad \int_h^H \eta \sigma dx = \frac{p_2 - p_1}{t} + 2(dR_{\lambda_1} + dR_{\lambda_2}) \int_h^H \frac{g \sigma}{\rho} \cdot \frac{R^2}{\rho^2} dx \\ = \frac{p_2 - p_1}{t} + \varkappa_2 (dR_{\lambda_1} + dR_{\lambda_2})$$

where

$$dR_{\lambda_1} = \frac{R^2}{\rho_1^2} dR_{\lambda_1}^c \\ dR_{\lambda_2} = \frac{R^2}{\rho_1^2} dR_{\lambda_2}^c$$

denote the parts of the radius increase of the Earth as a whole, resulting from the radius increase of the outer core.

Applying once more the principle of pressure-dependent density, we obtain for the outer core

$$\varepsilon = \sigma(x + \lambda_1) - \sigma\left(x - \frac{\beta_2}{H-h}x\right) \\ = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \lambda_1 + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \frac{\beta_2}{H-h} x$$

hence

$$(8) \quad \int_h^H \varepsilon g dx = (\sigma_1^i g_2 - \sigma_2 g_1) \lambda_1 + \sigma_1^i g_2 \beta_2 - \frac{p_2 - p_1}{H-h} \beta_2 - \lambda_1 \theta_1 - \beta_2 \theta_2$$

where

$$\theta_1 = \int_h^H \sigma dg \quad \text{and} \quad \theta_2 = \int_h^H \sigma x dg$$

Substituting the relations [7] and [8] into [6] we obtain the condition equation

$$(9) \quad \left(\frac{p_2 - p_1}{H-h} + \theta_2\right) \beta_2 - \varkappa_2 (dR_{\lambda_1} + dR_{\lambda_2}) = \frac{p_2 - p_1}{t} - \lambda_1 \theta_1$$

4. Elastic rebound

The part of the volume increase due, according to the *Dirac-Gilbert* relation, solely to the elastic rebound will in a first approximation be

$$dV = 4\pi \int_0^R \frac{dp}{k} \varrho^2 d\varrho = \frac{4\pi}{t} \int_0^R \frac{p}{k} \varrho^2 d\varrho$$

where k is the bulk modulus, p the pressure in a distance ϱ from the centre of the Earth.

According to the data of *Bullen* the volume change caused by the outer core and the mantle is

$$dV = 3,347 \cdot 10^{16} \text{ cm}^3/\text{year}$$

i. e. the radius increase due to the elastic rebound will be

$$dR_k = 0,0066 \text{ cm/year}$$

On the core boundary the radius increase due to the elastic rebound is 0,0054 mm/year, corresponding to a radius increase on the surface $dR_k^* = 0,0016 \text{ cm/year}$.

5. Rate of the radius increase

Considering equations [4] and [9] we may compute the values of dR_1 , dR_{λ_1} and dR_{λ_2} . The total radius increase then becomes

$$dR = dR_1 + dR_{\lambda_1} + dR_{\lambda_2} + dR_k$$

Using the data of *Bullen* recomputed by *Bullard* [11] we have

$$p_1 = 1,36 \cdot 10^{12} \text{ dyn cm}^{-2} \quad p_2 = 3,09 \cdot 10^{12} \text{ dyn cm}^{-2}$$

$$\kappa_1 = 12 \cdot 10^3 \quad \kappa_2 = 144 \cdot 10^3$$

$$h = 2,9 \cdot 10^8 \text{ cm} \quad H = 5 \cdot 10^8 \text{ cm}$$

$$dR_k^* = 0,0016 \text{ cm/year}$$

$$\sigma_1 = 5,66 \text{ gcm}^{-3}$$

$$\sigma_2 = 9,71 \text{ gcm}^{-3}$$

$$\theta_1 = -6,44 \cdot 10^3$$

$$\theta_2 = -4 \cdot 10^3$$

and $t = 4,1 \cdot 10^9 \text{ year}$ (according to *Gilbert*)

Inaccuracies in the computation arise by the inexact knowledge of the density jump at the surface of the inner core. If there is no density jump, $\sigma_2^i = \sigma_1^i$ and $dR_{\lambda_1} = dR_{\lambda_2} = 0$, and from the equation [4]

$$dR_1 = 0,024 \text{ cm/year}$$

i. e. $dR = 0,030 \text{ cm/year}$

Consequently, the amount of radius increase obtained in this way is almost identical with the lower limit of radius increase, as determined from observations.

Using the data of *Bullen* recomputed by *Bullard* [11], we can assume for σ_1^i the value 11,76. The amount of yearly radius increase may be determined as a function of σ_2^i , as seen in the table below:

$\sigma_2^i \text{ gcm}^{-3}$	$dR \text{ mm/year}$
11,76	0,30
14,1	0,41
14,7	0,46
15,6	0,60
16,5	0,83
17,1	1,29
17,6	3,93

With σ_2^i surpassing 18 gcm^{-3} , the annual radius increase would tend towards the infinite.

6. Conclusions

The results of *Gilbert* and *Ramsey* led to the conclusion that the Earth is expanding with an annual radius increase of at least 0,3 mm, the upper limit of the radius increase depending on the density jump at the boundary of the inner core. Moreover, the density at the boundary of the inner core must be less than 18 gcm^{-3} and its most probable value, considering the rate of radius increase determined by observations, lies between 14,5 and $16,5 \text{ gcm}^{-3}$.

Several other geological and geophysical aspects of an expanding Earth, all corroborating the rate of radius increase above obtained, are treated in the papers mentioned in the references [3], [4], [12].

References

- [1] *Egyed, L.*: A new theory on the internal constitution of the Earth and its geological-geophysical consequences. *Földtani Közlöny* **85** (1955), 277—318 (in Hungarian); *Acta Geol. Acad. Sci. Hung.* IV (1956), 43—83 (in English).
- [2] —: The change of the Earth's dimensions determined from palaeogeographic data. *Geofisica pura e applicata* **33** (1956), 42—48.
- [3] —: A new dynamic conception of the internal constitution of the Earth. *Geologische Rundschau* **46** (1957), 101—121.
- [4] —: Investigations on the Interior of the Earth. *Annales Univ. Sci. Budapestinensis. Ser. Geol.* **I** (1957), 37—77.
- [5] *Birch, F.*: Elasticity and constitution of the Earth's interior. *J. Geophys. Res.* **57** (1952), 227—289.

- [6] *Ramsey, W. H.*: On the nature of the Earth's core. Monthly Notices R. A. S. Geoph. Suppl. **5** (1949), 409—426.
- [7] *Jordan, P.*: *Schwerkraft und Weltall*. Braunschweig 1952.
- [8] *Dirac, P. A. M.*: Proc. Roy. Soc. **A 165** (1938), 199.
- [9] *Milne, E. A.*: *Kinematic Relativity*. Oxford 1948.
- [10] *Gilbert, C.*: Dirac's cosmology and the general theory of relativity. Monthly Notices R. A. S. **116** (1956), 684—690.
- [11] *Bullard, E. C.*: The density within the Earth. Verh. Kon. Ned. Geol. Mijnb. Ser. **XVIII** (Gedenkboek F. A. Vening Meinesz) (1957), 23—41.
- [12] *Egyed, L.*: On the mechanism of deep-focus earthquakes. *Studia geoph. et geod.* **2** (1958), 291—292.

Die Problematik luftelektrisch-synoptischer Betrachtung¹⁾

Von H. Dolezalek, Aachen²⁾

Zusammenfassung. Da die luftelektrischen Erscheinungen teils global, teils regional und teils lokal gesteuert werden, verspricht die synoptische Erfassung von mehreren gleichzeitig arbeitenden Stationen eine bessere Erkenntnis der wirkenden Prozesse. Die praktische Durchführung eines solchen synoptischen Programms ist aber so schwierig, daß man sich bis heute auf die synoptische Bearbeitung zufälliger günstiger Situationen aus anderen luftelektrischen Forschungsprogrammen beschränken muß. Die Problematik wird kurz angedeutet; einige Beispiele zeigen aber, daß bereits auf diesem Wege erfolgversprechende Schritte möglich sind. Die enge Verflechtung mit der Meteorologie wie auch das gelegentliche Überschreiten des meteorologischen Bereichs werden dabei deutlich.

Abstract. Since atmospheric electric processes are controlled simultaneously by global, regional, and local factors the synoptic method promises a better knowledge of the effective causes. But the practical execution of a programme of this kind is rather difficult, so that up to now a synoptic comprehension of this type is limited to favourable situations created by chance in the course of other atmospheric electric investigations. The complex problems arising in synoptic research in this field are outlined; nevertheless some examples prove that even by this means results may be obtained. It is revealed hereby the close relationship to meteorology as well as the fact that the field of meteorology is frequently surpassed.

Einleitung

Bereits vor 100 Jahren (1859) hat *W. Thomson (Lord Kelvin; veröffentlicht 1884)* gefordert, daß "incessant recording and simultaneous observations in different localities to investigate atmospheric electricity . . . by a species of electrical trigonometry" durchgeführt werden sollten.

Dieser Vorschlag ist oft wiederholt worden, ohne daß bis heute ein systematisch-synoptisches Programm luftelektrischer Untersuchungen durchgeführt werden konnte.

An dieser Stelle ist zu betonen, daß die Aufgabe luftelektrisch-synoptischer Arbeit nicht darin bestehen kann, z. B. die Bewegung von Niederschlagszonen oder Fronten zu bestimmen. Synoptische Arbeit auf luftelektrischem Gebiet geht vielmehr in genau der umgekehrten Richtung vor:

Da die Auswirkung leicht faßlicher meteorologischer Phänomene im Bild der luftelektrischen Registrierungen seit Jahrzehnten bekannt ist, kann heute diese Kenntnis benutzt werden, um solche Phänomene aus den luft-

¹⁾ Weitere Beispiele und Betrachtungen zu diesem Thema siehe bei H. Dolezalek, 1958.

²⁾ Deutscher Wetterdienst, Meteorologisches Observatorium Aachen.

elektrischen Registrierungen zu eliminieren. Erst nach dieser Elimination kann die eigentliche synoptische Betrachtung beginnen, die auf der einen Seite darauf abzielt, die verschiedenen Einflußsphären luftelektrischer Generatoren und veränderlicher Widerstände voneinander zu trennen und die auf der anderen Seite versuchen soll, solche meteorologischen Prozesse aufzufinden, die mit rein meteorologischen Mitteln nur schwer zu fassen sind.

Von synoptischer Arbeit kann man außerdem nur sprechen, wenn das Netz der herangezogenen luftelektrischen Stationen räumlich so weit ausgedehnt ist, daß völlig verschiedene Wettersituationen gleichzeitig über den einzelnen Stationen vorkommen können.

H. Israël (1957) hat kürzlich eine Übersicht über die Möglichkeiten einer luftelektrischen Synopsis zusammengestellt (Tab. 1).

Tabelle 1

Übersicht über die Arbeiten und Aufgaben der „Luftelektrischen Synopsis“ (mit Beispielen) nach H. Israël (1957)

zeitlich	Betrachtungsweise räumlich		
	global	regional	lokal
langzeitig („Säkular“)	Beispiel: Luftelektrische Variationen unter dem Einfluß von Änderungen des Aerosolzustandes und der radioaktiven „Verseuchung“		
periodisch	Beispiel: Sonnenfleckenperiode und Weltgewittertätigkeit	Beispiel: Luftmasseneinflüsse	Beispiel: Austausch-Untersuchungen
kurzzeitig	Beispiel: Kosmische Wirkungen; Aktivitätsschwankung der Gewitter	Beispiel: Luftelektrizität und Großwetter	Beispiel: Untersuchung örtlicher „Generatoren“

Die in dieser Tabelle durchgeführte Trennung des globalen, regionalen und lokalen Anteils zielt einerseits auf die erhofften Ergebnisse der synoptischen Arbeit ab: Es gilt nämlich, mehr Informationen über die weltweit wirkenden Elemente zu bekommen (Weltgewittertätigkeit), weiter die regionalen Generatoren und regional-wirksamen Veränderungen des Säulenwiderstandes und der Leitfähigkeit festzustellen (allgemeine Wettersituation, insbesondere Luftmassen und ihr Aerosolgehalt – siehe dazu aber auch *J. H. Kraakevik*, 1958), und schließlich mehr Kenntnisse über die lokalen luftelektrischen Probleme zu erreichen (vertikaler Massenaustausch u. a.). Jene Trennung ist aber gleichzeitig auf der anderen Seite zu einem Teil auch eine Voraussetzung synoptischen Arbeitens, weil die leicht faßbaren Effekte lokalen Charakters von vornherein ausgeschieden werden müssen. –

Einige Voraussetzungen synoptischer Arbeit

Die bisherigen Erfahrungen zeigen, daß für ein erfolgreiches luftelektrisch-synoptisches Programm eine Anzahl von Bedingungen erfüllt werden muß, die leider bisher z. T. nicht beachtet wurden; sie sollen hier stichwortartig aufgezählt werden:

1. mehrere luftelektrische Elemente an mehreren Orten genügender Entfernung voneinander müssen fortlaufend registriert werden;
2. sehr große Zahl meteorologischer Daten in ziemlich kleinen Zeitabständen, u. U. schwerpunktmäßig auf synoptisch interessante Beobachtungszeiträume verteilt;
3. zusätzliche meteorologische Daten, die als „Indikatoren“ elektrisch wirksame Situationen und Prozesse auf andere Weise erfassen, wie etwa der Trübungsfaktor den Aerosolgehalt;
4. gründliche klimatologisch-luftelektrische Kenntnisse über jede beteiligte Station.;
5. mathematisch-statistische Bearbeitung des Ergebnismaterials (Signifikanz, Auswahl des richtigen Kollektivs usw.);
6. Auswahl des dem jeweiligen synoptischen Problem angepaßten Mittelwertes (punktuelle Werte sind wegen der luftelektrischen Unruhe nicht verwendbar), z. B.: Stundenmittel und aus ihnen zusammengesetzte Tagesgänge; Mittelwerte derjenigen Zeiten, zu denen über den einzelnen Kontinenten maximal tropische Gewittertätigkeit herrscht; Tagesmittel.

Beispiele synoptischer Auswertung

Ein synoptisches Programm, das obige Bedingungen ausreichend erfüllt, liegt bisher nicht vor. Aus einigen anderen Programmen lassen sich aber Einzelfälle herausziehen, bei denen zufällig gewisse synoptische Schlüsse dennoch erlaubt sind. Einige davon mögen hier als Beispiele für die Möglichkeiten dieser Arbeitsrichtung aufgeführt werden. Herangezogen wurden vorläufig Sequenzen von sog. Schönwettertagen.

Zunächst sei an einem Beispiel der ganze Tagesgang als solcher bei verschiedenen, gleichzeitig arbeitenden luftelektrischen Stationen betrachtet. Abb. 1³⁾ zeigt den Tagesgang des Potentialgradienten an drei Flachlandstationen in Südwestdeutschland an zwei Tagen der ersten Juliwoche 1951. Während dieser Woche herrschte durchweg schönes Wetter. Alle Tage dieser Woche zeigen die von Landstationen bekannte doppelperiodische Schwingung des Tagesganges mit einem Maximum um die Mittagszeit und einem zweiten Maximum am späten Nachmittag; nur am 5. Juli trat an allen drei Stationen gleichermaßen die einfachperiodische Schwingung auf.

³⁾ Da aus technischen Gründen farbige Abbildungen hier nicht gebracht werden können, mußten die Figuren z. T. unvollständig gelassen werden: Allzu viele Kurven würden im Schwarz-Weiß-Druck die Übersichtlichkeit zerstören.

Dieses schon von *H. Israël* (1955) gebrachte Beispiel konnte jetzt durch eine Betrachtung der regionalen meteorologischen Situationen an den einzelnen Tagen erklärt werden: In der Nacht vom 4. zum 5. Juli überquerte mit großer Geschwindigkeit eine Kaltfront Südwestdeutschland, jedoch stiegen Luftdruck und Temperatur im Bereich der nachfolgenden Kaltluft sehr schnell

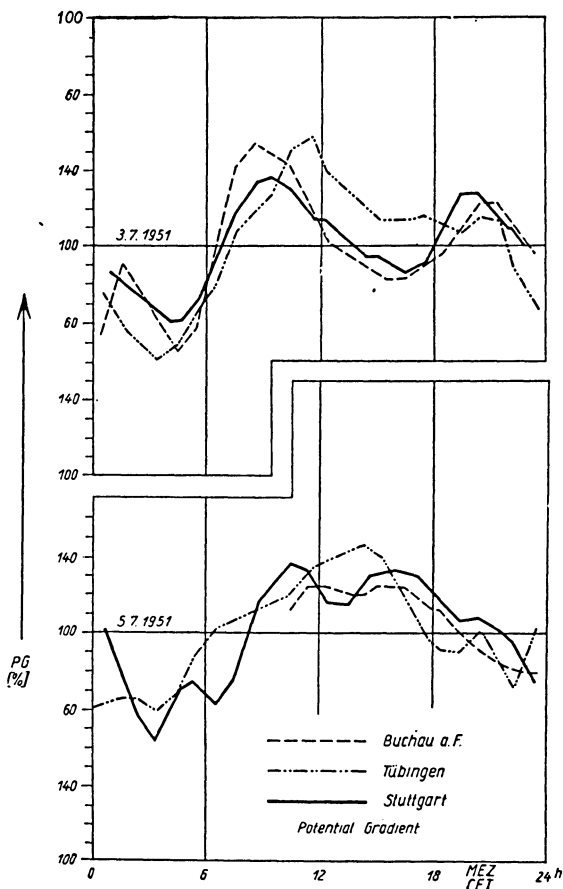


Abb. 1. Tagesgänge des Potentialgradienten an drei Stationen in Südwestdeutschland am 3. und 5. Juli 1951

wieder an. Diese Situation findet u. a. ihren Niederschlag in den Temperatur- und Feuchte-Registrierungen, wie sie in Abb. 2 wiedergegeben werden.

Wir erkennen, daß am 5. Juli, und nur an diesem Tag, die Amplitude des Tagesganges schwächer war als an den anderen Tagen, und zwar an allen drei Stationen – sowohl bei der Temperatur wie bei der relativen Feuchte.

Wir können daraus schließen, daß am 5. Juli die Wirksamkeit des vertikalen Massenaustausches geringer war. Nach *J. G. Brown (1935)* und *H. Israël (1950)* ist die Ursache für das Auftreten des doppelperiodischen Tagesganges

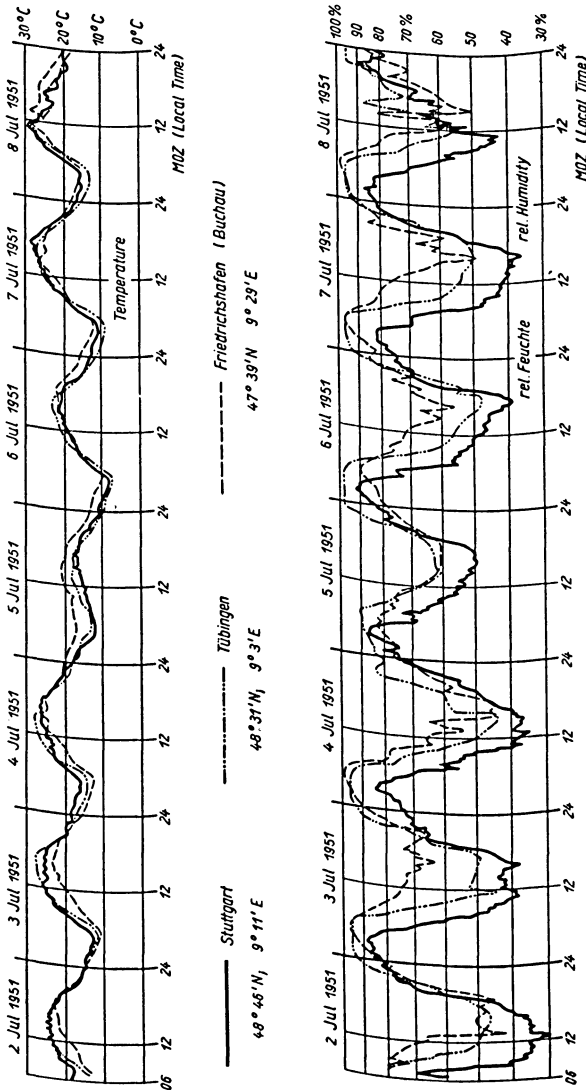


Abb. 2. Temperatur und relative Feuchte an drei Stationen in Südwestdeutschland Anfang Juli 1951

an den Landstationen in diesem Austausch zu sehen. Unser Beispiel unterstützt diese Theorie also auf dem Wege einer synoptischen Auswertung.

Das nächste Beispiel wird in Abb. 3 dargestellt; es umfaßt die Registrierung des Potentialgradienten in Aachen und in der Nähe Brüssels am 12. April 1954.⁴⁾

In Aachen wurde außer dem Potentialgradienten am gleichen Tag auch die Vertikalstromdichte registriert; sie ist in Abb. 3 nicht mit eingetragen, um die Darstellung nicht zu komplizieren. Die Einzelbetrachtung dieses Tagesganges ergibt das Folgende: An den Punkten *A* bzw. *B* steigt der Potentialgradient sehr schnell an, er bleibt im Mittel auch hinterher höher als zuvor. Eine Analyse der Wetterkarten und die Benutzung der meteorologischen Be-

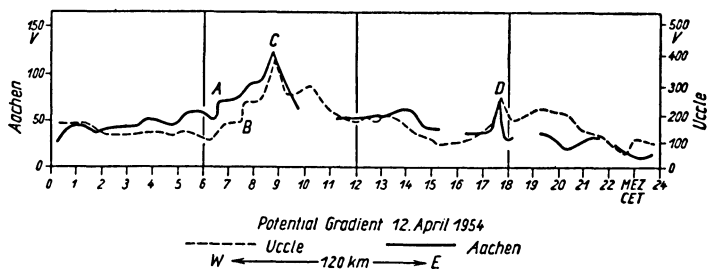


Abb. 3. Potentialgradient in Aachen und Uccle bei Brüssel am 12. April 1954

obachtungen der Wetterwarte Aachen ergibt eine hohe Wahrscheinlichkeit dafür, daß zu diesem Zeitpunkt eine neue Luftmasse in einiger Höhe über Aachen eintraf, wodurch der Säulenwiderstand herabgesetzt worden sein kann. Die Vertikalstromdichte in Aachen zeigt denselben Anstieg wie der Potentialgradient.

Zum Zeitpunkt *C* steigt an beiden Stationen der Potentialgradient erneut an, während die Vertikalstromdichte in Aachen eher sinkt. In Aachen geht gleichzeitig vorübergehend die Sichtweite sehr stark zurück, so daß mindestens für diesen Ort die Abschwächung der atmosphärischen Leitfähigkeit, wie sie sich in der luftelektrischen Registrierung niederschlägt, durch meteorologische Einflüsse erklärbar erscheint; nach der Auskunft des Meteorologen erreichte in diesem Augenblick die Kaltluft den Erdboden an der Station in Aachen.

Zum Zeitpunkt *D* ergibt sich noch einmal ein deutliches Maximum des Potentialgradienten an beiden Stationen (und der Vertikalstromdichte in Aachen). Für diesen Zeitpunkt ist das vorliegende meteorologische Material nicht ausreichend, um den erneuten Durchgang einer Front exakt festzulegen; es kann auch eine Änderung in einem globalen oder auch regionalen Generator die Ursache des Maximums gewesen sein.

Ein weiteres Beispiel benutzt Meßergebnisse von zwei Hochgebirgsstationen (Jungfraujoch, 3454 m, und Gornergrat, 3086 m) und einer Flachlandstation (Payerne, 500 m) in der Schweiz. Es wurden ursprünglich für einige

⁴⁾ Die Brüsseler Ergebnisse wurden uns durch Prof. Dr. L. Koenigsfeld freundlicherweise zur Verfügung gestellt.

Tage der Schönwettersequenz vom 18. bis 26. April 1955 Zwanzig-Minuten-Mittel des Potentialgradienten und der Vertikalstromdichte dieser drei Stationen in mehreren Farben übereinander gezeichnet. Es ergab sich hierbei, daß sich am Morgen des 22. April ein sekundäres Maximum in der Vertikalstromdichte andeutet, das an allen anderen Tagen nicht vorhanden ist. Um die Verhältnisse sinnfälliger darzustellen, ist in Abb. 4 in zwei Kurven einmal der Mittelwert aller drei Stationen vom 22. April und zum anderen der Mittelwert der drei Stationen vom 20. und 25. April gemeinsam gezeichnet worden.

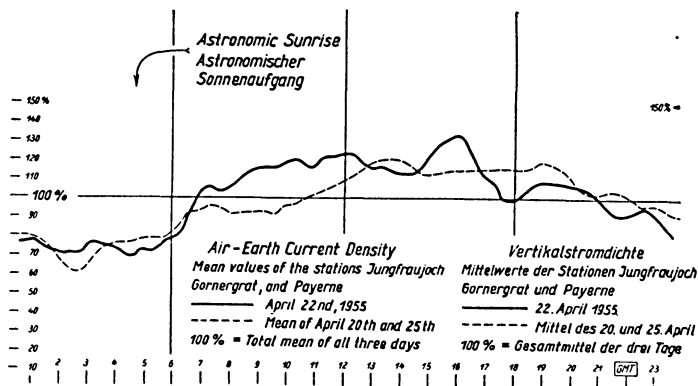
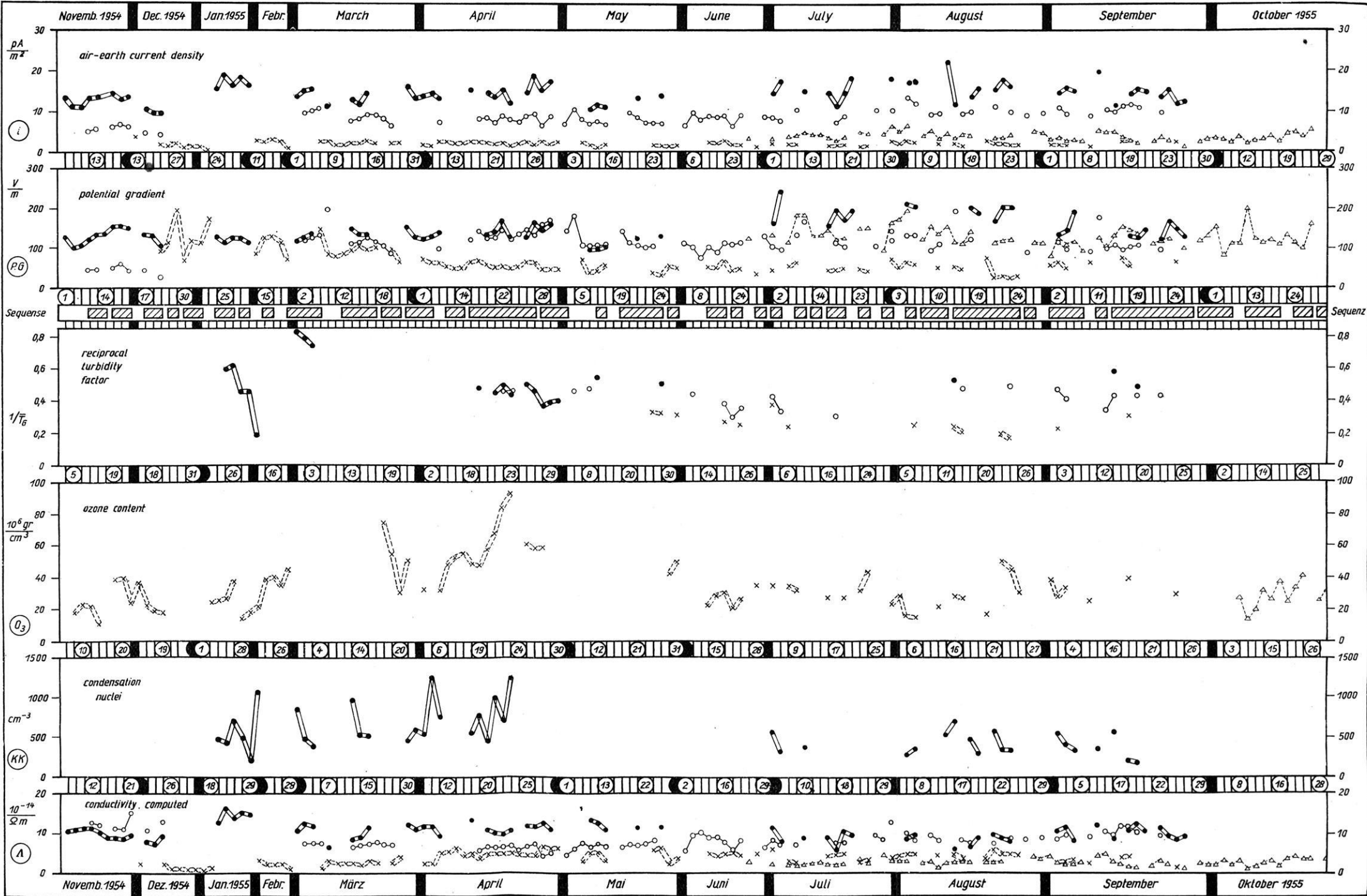


Abb. 4. Mittelwerte der Vertikalstromdichten der Stationen Jungfrauoch, Gornergrat und Payerne vom 20., 22. und 25. April 1955

Von diesen Tagen liegen vollständigere meteorologische Daten vor. Danach könnte höchstens für die nördlichste der drei Stationen, Payerne, am Morgen des 22. April der Säulenwiderstand ein wenig kleiner geworden sein; es sind jedoch keinerlei meteorologische Gründe dafür zu finden, daß eine derartige Verkleinerung des Säulenwiderstandes auch über den beiden Hochgebirgsstationen stattgefunden hat. Es ist naheliegend, in diesem Fall einen Einfluß des globalen Generators (Weltgewittertätigkeit) zu vermuten. Leider liegen von der fraglichen Zeit keine spherics-Messungen des südafrikanischen Gewitterherdes vor. Einer freundlichen persönlichen Mitteilung von Herrn Dr. D. J. Malan entnehmen wir jedoch, daß mindestens gewisse Hinweise dafür bestehen, daß zu der fraglichen Zeit die afrikanische Gewittertätigkeit höher war als an den anderen Tagen.⁵⁾

Während die ersten beiden Beispiele einen Vergleich des Gesamtcharakters von Tagesgängen bringen bzw. die synoptische Verwendung von kurzzeitigen Mittelwerten demonstrieren, zielt das letztgebrachte Beispiel also auf eine Verwendung der Perioden der Gewittertätigkeit über den Kon-

⁵⁾ Herrn D. J. Malan und Herrn King danken wir für die Übermittlung entsprechender Daten; Herrn Dr. G. Ludwig für die meteorologische Diskussion dieses Falles.



Tagesmittel der Schönwetterzeiten, reduziert

— Jungfrau-Joch - Sphinx, ○ Gornegrat oder -or Jungfrau-Joch - Institut,

Diurnal Means of Fair Weather Periods, reduced

xxx Payerne, ▲-▲ Isola di Brissago (Lago Maggiore)

Abb. 5. Tagesmittel aller Schönwetterzeiten des Alpenprogramms 1954/55 (nach Dolezalek 1957)



NIEDERSACHS.
STAATS- U. UNIV.-
BIBLIOTHEK
GÖTTINGEN

tinenten. — In dem nun folgenden Fall soll die synoptische Verwendung von Tagesmitteln gezeigt werden.

Abb. 5 zeigt die Tagesmittel der wichtigsten Elemente, die während eines Untersuchungsprogramms in den Schweizer Alpen 1954/55 an vier Stationen registriert wurden (*H. Israël, 1957*). Die Monate sind in der untersten Linie angegeben, die Tagesdaten in kleinen Kreisen eingetragen. Sechs Felder zeigen die Tagesmittel von sechs verschiedenen Elementen; in jedem Feld sind die vier verschiedenen Stationen durch vier verschiedene Darstellungsweisen gekennzeichnet.

Eine statistische Untersuchung des Materials, das die Werte der Vertikalstromdichte wiedergibt, zeigt, daß die Tendenz der Änderung von einem Tagesmittel zum nächsten signifikant gleich nur für die Hochstationen Jungfraujoch und Gornergrat ist. Sobald eine Flachlandstation beteiligt ist, bleiben die Ergebnisse im Bereiche des Zufalles. Es ist daraus zu schließen, daß Hochgebirgsstationen sich für synoptische Untersuchungen besonders gut eignen.

Die Beziehung zwischen der Vertikalstromdichte einerseits und dem ebenfalls eingetragenen Trübungsfaktor andererseits ergeben sich hinsichtlich der Änderungstendenz von einem Tagesmittel zum anderen als zu 100% parallel, aber nur innerhalb ein und derselben Luftmasse. Sobald eine andere Luftmasse über einer Station eintrifft, ändert sich das Verhältnis zwischen Vertikalstromdichte und Trübungsfaktor — entweder weil sich die chemische Natur oder Größenverteilung des Aerosols geändert hat (und damit die Beziehung zwischen seiner optischen und elektrischen Wirksamkeit) oder weil sich mit dem Eintreffen der neuen Luftmasse der Gehalt der Atmosphäre an alphastrahlendem Material geändert hat.

Ein Beispiel für die zuletzt erwähnte Möglichkeit ist vielleicht darin zu sehen, daß wir häufig einen antiparallelen Verlauf der Änderung von einem Tagesmittel zum anderen finden, wenn wir die Vertikalstromdichten der beiden Flachlandstationen Payerne (nördlich der Alpen) und Isole di Brissago (südlich der Alpen) miteinander vergleichen. — *J. Jaufmann (1907)* hat gezeigt, daß der Gehalt der Atmosphäre an radioaktivem Material auf der Zugspitze stark ansteigt, wenn Südwind herrscht. Da wir ohne weiteres annehmen können, daß der gleiche Effekt südlich der Alpen auftritt, wenn Nordwind herrscht, erhalten wir einen Deutungsversuch des eben erwähnten antiparallelen Verlaufes, wenn wir annehmen, daß bei Südwind bzw. Nordwind der Säulenwiderstand an der nördlichen bzw. südlichen Station infolge Vermehrung des radioaktiven Materials stark herabgesetzt ist.

Ein weiteres Beispiel für die synoptische Verwendung der zeitlichen Perioden maximaler Gewittertätigkeit über den einzelnen Kontinenten sei abschließend noch erwähnt: *E. Theunissen (1957)* hat "Spherics", die von dem südamerikanischen Gewitterherd ausgehen, mit gleichzeitigen luftelektrischen Registrierungen verschiedener Stationen verglichen. Er erhielt Korrelationskoeffizienten zwischen 0,2 und 0,97 und konnte Hinweise dafür geben, warum die Korrelation in einigen Fällen so gering ausgefallen ist.

Literatur

- Brown, J. G.*: The local variation of the earth's electric field. *Terr. Magn.* **40** (1935), 413—424.
- Dolezalek, H.*: Problems in atmospheric electric synoptical investigations. *Recent Advances in Atmospheric Electricity*; ed. by L. G. Smith, Pergamon Press London 1958 p. 195—212.
- Israël, H.*: Zur Entwicklung der luftelektrischen Grundanschauungen. *Archiv Meteor. Geophys. u. Bioklim. (A)* **3** (1950), 1—16;
Synoptical researches on atmospheric electricity. *Proc. Conf. Atm. Electr.* May 1954. AFCRC, Geophys. Res. Pap. No. 42 (1955), p. 11—20;
Atmospheric electrical and meteorological investigations in high mountain rangers („Alpen-Programm 1954—1957“). Air Research and Development Command, USAF, Contract AF **61** (514)—640, Final Report. 175 p. Aachen 1957.
- Jaufmann, J.*: Untersuchungen über den radioaktiven und elektrischen Zustand der Atmosphäre. *Beob. Meteorolog. Stat. Königr. Bayern* **29** (1907), 38 S.
- Koenigsfeld, L.*: Freundliche persönliche Mitteilung.
- Kraakevik, J. H.*: Electrical conduction and convection currents in the troposphere. *Recent Advances in Atmospheric Electricity*; ed. by L. G. Smith, Pergamon Press London 1958 p. 75—88.
- Theunissen, E.*: Potential gradient and spherics (atmospheric electric results and global thunderstorm activity; a contribution to large area synoptical investigations). Air Research and Development Command, USAF, Contract AF **61** (514)—640, Technical Note No. 10, 59 p., Aachen 1957.
- Thomson, W.*: Reprint of papers on electrostatics and magnetism. London, Macmillan & Co., 2nd ed. (1884).
- Dolezalek, H.*: Examples for a synoptical evaluation of the measuring results of four atmospheric electric stations in Switzerland. Air Research and Development Command, USAF, Contract AF **61** (514)—640, Technical Note No. 16, 42 p., Aachen 1957.

Die luftelektrische Unruhe

Von H. Israëli, Aachen¹⁾

Zusammenfassung. Im Bereich der meteorologisch-luftelektrischen Beziehungen kommt der als „Unruhe“ bezeichneten kurzperiodischen Variabilität der luftelektrischen Elemente besondere Bedeutung zu. Die Arbeit berichtet über Untersuchungen dieser Unruhe im Verhalten von Potentialgefälle und Vertikalstrom.

Abstract. The short-periodic variability, called “agitation”, has a special significance in the field of meteorologico—atmospheric electrical relations. The author reports on investigations concerning this agitation related with potential gradient and air-earth current.

I. Übersicht

Es ist eine charakteristische Eigenschaft aller geophysikalischen und meteorologischen Größen, daß sie ständige regelmäßige und unregelmäßige Schwankungen durchlaufen. Man hat sich angesichts dessen daran gewöhnen müssen, die interessierenden Größen in der Regel nur als zeitliche Mittelwerte zu kennen. Dies gilt ebenso für die „beabsichtigte“ Mittelung der betrachteten Elemente über bestimmte Zeiträume wie für die meist „unbeabsichtigte“, automatische Mittelung über die Zeitdauer des betreffenden Meßvorganges selbst; denn auch der Einzelmeßwert löst sich bei Verfeinerung der Messung in eine Streuwolke bzw. in unregelmäßige Variationen um einen Mittelwert — eben den gesuchten Mittelwert — auf.

Es liegt nahe, diese „störende“ Begleiterscheinung geophysikalischer Elemente als Charakteristikum zu werten und — wie es vielfach geschieht — gerade die Variabilität in ihren Eigenschaften und ihren Bindungen zu anderen Phänomenen zu untersuchen.

Wir bezeichnen diese Eigenschaft geophysikalischer Größen als „Variabilität“ oder „Unruhe“ des betreffenden Elementes, wobei wir unter „Variabilität“ seine langsamen, unter „Unruhe“ seine schnellen zeitlichen Variationen verstehen wollen, und versuchen, sie korrelativ und kausal zu verstehen. Wir kennen z. B. die Temperatur-Unruhe, die Luftdruck-Oszillationen, die Böigkeit von Windstärke und Windrichtung u. a. als typische Beispiele der Unruhe und leiten aus ihrem Verhalten z. B. Aussagen über den atmosphärischen Massenaustausch ab.

Im luftelektrischen Bereich zeigt sich das gleiche Verhalten. Es liegt deshalb nahe, auch hier zu untersuchen, ob die Betrachtung der luftelektrischen Unruhe zu neuen Aussagen führen kann.

Dies ist in der Tat der Fall, wie im folgenden gezeigt werden soll.

¹⁾ Prof. H. Israëli, Meteorologisches Observatorium Aachen des Deutschen Wetterdienstes, Pipinstr. 12.

2. Phänomenologie der luftelektrischen Unruhe

Die Abb. 1 bis 3 geben einige beliebig herausgegriffene Beispiele von luftelektrischen Registrierungen wieder, die verschiedene Unruheigenschaften erkennen lassen. Wir haben dabei zu unterscheiden zwischen einer Unruhe-Amplitude und einer Unruhe-Frequenz. Die Unruhe-Amplitude gibt ein Maß für die Schwankungsbreite des betreffenden Elementes innerhalb einer Stunde, die Unruhe-Frequenz gibt die Anzahl der Umkehrpunkte an, die die Registrierkurve innerhalb einer Stunde durchläuft.²⁾

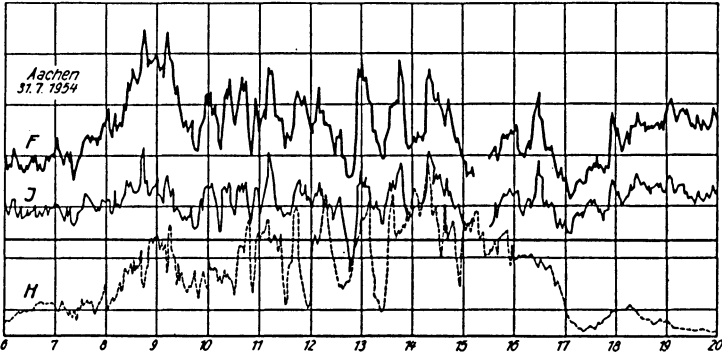


Abb. 1. Registrierungen des luftelektrischen Potentialgefälles (F), des luftelektrischen Vertikalstromes (J) und der Helligkeit (H) am 31. 7. 1954 in Aachen

Aus den Abbildungen ist folgendes zu entnehmen:

1. Die Unruhe-Amplituden liegen in der Größenordnung des betreffenden Stundenmittels des betrachteten Elementes selbst.
2. Bei rasch wechselnder Bewölkung (vgl. die Helligkeitskurven in Abb. 1 und Abb. 2 links) ist die Unruhe merklich größer als bei wolkenlosem Himmel (vgl. Abb. 2 rechts).
3. Mit zunehmender Leitfähigkeit der Luft nimmt die Unruhe von Potentialgefälle und Vertikalstrom deutlich ab (vgl. Abb. 3).
4. Die Frequenz der Unruhe schwankt im Mittel zwischen etwa 2,5 und 9 pro Stunde; das besagt also, daß die Registrierung etwa alle 6 bis 24 Minuten vom Steigen in Fallen oder vom Fallen in Steigen übergeht.

²⁾ Die gezeigten Beispiele entstammen ausnahmslos Zeiten ohne Niederschlag, Nebel und sonstige luftelektrisch besonders wirksame Einflüsse, wie Gewitter, Rauchstörungen u. ä. Der Grund für diese Beschränkung, die auch für alle weiteren Betrachtungen gelten soll, ist der, daß sich Zeiten mit Hydrometeoren aller Art erfahrungsgemäß durch *sehr* große Schwankungen der luftelektrischen Elemente auszeichnen. Diese durch die Hydrometeore hervorgerufenen Effekte sind indes unter anderen Gesichtspunkten zu behandeln als die Unruhe in Zeiten ohne Hydrometeore. Ebenso sind natürlich Schwankungen in den Aufzeichnungen, die durch unzureichende Meßanordnungen entstehen, aus der Betrachtung ausgeschlossen.

Eine in den letzten Jahren von uns durchgeführte eingehendere Untersuchung der Unruhe-Phänomene ergibt zusätzlich noch folgende Feststellungen (s. *H. Israël*, 1958.1):

- Vergleicht man die aus dem Gesamt-Material ermittelten Unruhe-Werte mit denen, die nur aus sog. „ungestörten Tagen“ gewonnen werden, so

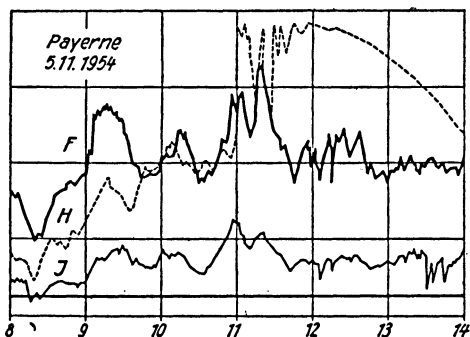


Abb. 2. Das gleiche am 5. 11. 1954 in Payerne

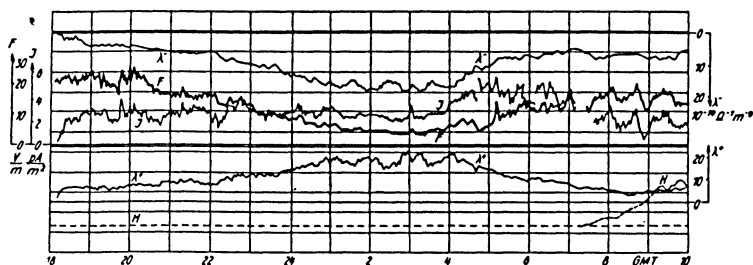


Abb. 3. Registrierungen des luftelektrischen Potentialgefälles (F), des Vertikalstromes (J), der Helligkeit (II) und der beiden polaren Leitfähigkeiten (λ^+ und λ^-) am 10./11. 12. 1957 in Aachen

zeigt sich, daß sowohl Amplitude wie Frequenz an ungestörten Tagen in der Regel merklich geringer sind als sonst. Abb. 4 zeigt dies für die Mittelwerte der Unruhe-Amplituden von Potentialgefälle und Vertikalstrom an einigen Alpenstationen.

- Amplitude und Frequenz der Unruhe zeigen ausgeprägte Tages- und Jahresgänge. Der Tagesgang von Amplitude und Frequenz besteht in einer einfachen sinusförmigen Schwingung mit kleinstem Wert in den späten Nachtstunden und größtem Wert in den Nachmittagsstunden. Der Jahresgang zeigt ebenfalls eine einfache sinusförmige Schwingung mit geringstem Wert im Mittwinter und größtem Wert im Mittsommer.

7. Betrachtet man die Unruhe der luftelektrischen Elemente im einzelnen, so findet man, daß sich praktisch ausnahmslos jeder meteorologische Vorgang im Verhalten der Unruhe widerspiegelt. Es ist seit langem bekannt, daß z. B. Frontalzonen und Inversionen durch besonders erhöhte Unruhe der luftelektrischen Elemente ausgezeichnet sind (vgl. z. B. *H. Israël*, 1943; *F. Rossmann*, 1950; *L. Koenigsfeld*, 1955 u. a.), daß Änderungen der Windrichtung und -stärke und Luftmassenwechsel die Unruhe erhöhen (vgl. z. B. *H. P. Berlage*, 1937; *H. Israël*, 1943) daß Bewölkungsänderungen sich im Unruhe-Verhalten am Boden auswirken (vgl. z. B. *R. Lecolazet*, 1946; *H. Dolezalek* und *G. Fries* †, 1956) u. a. m.

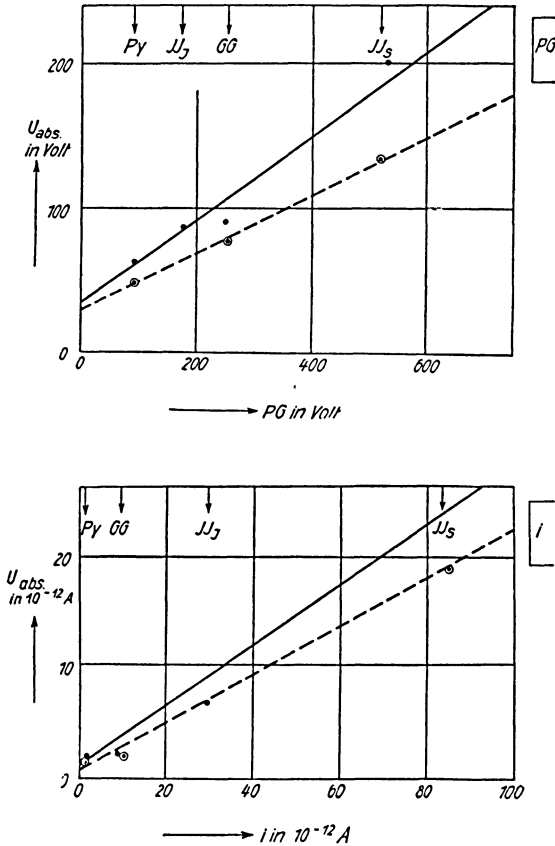


Abb. 4. Mittelwerte der Unruheamplituden vom Potentialgefälle (oben) und Vertikalstrom (unten) in Abhängigkeit von den Mittelwerten der betreffenden Elemente selbst, für die Station Jungfrauoch-Sphinx (JJ_S), Jungfrauoch-Institut (JJ_J), Gornergrat (GG) und Payerne (Py) für alle Zeiten ohne Niederschlag (Punkte und ausgezogene Kurven) und für ungestörte Tage allein (Kreise und gestrichelte Kurven)

3. Deutung und Folgerungen

Eine Deutung der geschilderten Erfahrungen über die luftelektrische Unruhe ist auf folgendem Wege möglich:

Änderungen des atmosphärisch-elektrischen Feldes entstehen entweder durch Änderungen der Kondensator-Spannung des globalen atmosphärischen Kondensators oder durch Änderungen im atmosphärischen Ladungsaufbau im Inneren dieses Kondensators. Da die erstgenannte Möglichkeit nur dann zur Auswirkung kommen kann, wenn der globale luftelektrische Gesamtstromkreis entsprechende Änderungen zeigt, die wegen der bekannten Relaxationszeiten nur in den stationären Bereich des luftelektrischen Geschehens fallen können, lassen sich solche Globaleffekte für die Entstehung der Unruhe nicht verantwortlich machen. Diese kann vielmehr als charakteristische Begleiterscheinung des nichtstationären luftelektrischen Bereiches nur von Ladungsbewegungen im Luftraum der näheren Umgebung herühren.

Denkt man sich in gewisser Höhe über dem Beobachtungspunkt ein Raumladungspaket vorbeigeführt, so hat dies je nach dem Ladungsvorzeichen eine Erhöhung oder Einsenkung des Registrierverlaufes zur Folge.³⁾ Ist die vorbeiziehende Wolke ein Dipol mit zwei übereinander liegenden Raumladungsgebilden verschiedenen Vorzeichens, so markiert sie sich bekanntlich im Feldverlauf am Boden je nach der Vorzeichenlage entweder als eine von zwei Erhöhungen flankierte Senke oder als eine von zwei Einsenkungen eingeschlossene Erhöhung.⁴⁾

Die im vorigen Abschnitt beschriebene Unruhe im Zusammenhang mit der Helligkeit unter einer Wolkendecke, die in gleicher Weise auch von *J. A. Chalmers* (1956) gefunden wird, kann als eine Aneinanderreihung von Einzeleffekten der von *R. Lecolazet* (1946) gefundenen Art aufgefaßt werden, wenn man die naheliegende Annahme macht, daß das Wirken der ladungsbildenden Prozesse *cet. par.* ihrer Mächtigkeit proportional ist.

Damit sind bei Vorhandensein von Bewölkung ausreichende Möglichkeiten geboten, um die Mechanismen zu verstehen, die zur Bildung der Unruhe von Feld und Strom am Boden Anlaß geben. Da diese Erscheinung aber auch bei wolkenlosem Himmel nicht verschwindet, müssen noch andere, nicht an Bewölkung geknüpfte Ladungsbewegungen als Unruhe-Auslösung existieren.

Es liegt auf der Hand, diese Mechanismen mit der atmosphärischen Turbulenz in Verbindung zu bringen. Luftkörper verschiedenen Ursprungs lassen sich bekanntlich in verschiedener Hinsicht luftelektrisch charakterisieren und unterscheiden (s. z. B. *H. Israël*, 1948 und 1950.2). Die entscheidende Rolle

³⁾ Beispiele dieser Art bieten u. a. die Einwirkungen von Rauchwolken, die über die Station hinwegziehen, wie sie für Lokomotivendampf zunächst von Lord Kelvin (1860) beobachtet worden sind (s. dazu auch *H. Israël*, 1950.1; *R. Mühleisen*, 1953; *J. A. Chalmers*, 1956). Eine ähnliche Erscheinung ist auch als Wirkung einer von einem Vulkanausbruch ausgehenden Wolke beobachtet worden (*H. Hatakeyama* and *K. Uchikawa*, 1951).

⁴⁾ Beispiele hierfür bieten vor allem die Feldvariationen beim Vorbeizug von Gewitterwolken (s. z. B. *G. C. Simpson* and *F. J. Scrase*, 1937; *M. Krestan*, 1941 u. a.). Schönwetterbeispiele siehe bei *R. Lecolazet*, 1946.

spielt dabei der Aerosolgehalt, der unter den jeweils gegebenen Ionisationsverhältnissen zu verschiedener Leitfähigkeit und damit zu verschiedenem Ladungsaufbau mit seinem typischen Verhalten führt (s. dazu *H. Israël*, 1957.1-3). Überträgt man dies auf die Klein- und Kleinst-Luftkörper der turbulenten atmosphärischen Bewegungsvorgänge, so sind damit die Möglichkeiten für die ständige Aufeinanderfolge der kleinen Variationen in Feld und Strom am Boden gegeben.

Der Mechanismus der Unruhebildung dürfte danach bei Vorhandensein von Wolken und bei klarem Himmel grundsätzlich der gleiche sein. Da jedoch bei wolkenlosem Himmel der die Raumladung „stabilisierende“ Einfluß der Wolkentröpfchen fehlt (vgl. *H. Israël*, 1957.1-3), so ist zu erwarten, daß der Effekt in diesem Fall geringer ist als beim Vorhandensein von Wolken – wie es die Erfahrung auch zeigt.

Eigenschaften der beschriebenen Art sind typische Charakteristika des allgemeinen Turbulenzcharakters atmosphärischer Vorgänge und speziell des atmosphärischen Massenaustausches. Es kann somit als sicher gelten, daß die Unruhe der luftelektrischen Elemente ganz allgemein als Auswirkung der atmosphärischen Austausch-Vorgänge anzusehen ist. Diese Austauschvorgänge erzeugen Turbulenzkörper verschiedener Größe, die bei verschiedenem Aerosolgehalt Bereiche unterschiedlicher Leitfähigkeit erzeugen und schon deshalb zu Trägern verschiedener Raumladungen werden, die dann bei ihrem Vorbeizug an der Station die Variationen von Feld und Strom hervorrufen.⁵⁾

Damit ist grundsätzlich der Schlüssel gegeben zum Verständnis der verschiedenartigen Unruhe-Erscheinungen bei den luftelektrischen Elementen, wie sie oben in einer ersten umfassenden Übersicht dargestellt sind. Insbesondere findet damit auch die systematische Änderung der Unruhe-Frequenz im Laufe eines Tages und Jahres eine einleuchtende Erklärung: Je wirksamer ein Austauschvorgang in horizontaler oder vertikaler Richtung verläuft, um so rascher werden die Turbulenzkörper aufeinander folgen; die Frequenz muß also mit zunehmender Unruhe kürzer werden – wie es auch der Fall ist.

Die geschilderten Erfahrungen über die luftelektrische Unruhe erbringen einerseits neue Beweise für die enge Kopplung zu dem meteorologischen und dem atmosphärisch-elektrischen Geschehen und legen andererseits den Gedanken nahe, diese durch die Unruhe gegebene Korrelationsmöglichkeit sowohl in der Meteorologie wie in der Luftelektrizität auszunutzen:

1. Die systematische Untersuchung der Unruhe verspricht neue Ergebnisse für die meteorologische Austauschforschung.
2. Im Bereich der atmosphärischen Elektrizität kann die Unruhe zu einem wertvollen Hilfsmittel bei der Separierung von globalen und lokalen Einflüssen werden.

⁵⁾ Eine direkte Kontrolle dieser Vorstellung wäre etwa dadurch möglich, daß die Unruhe der Leitfähigkeit bzw. des Ionengehaltes bestimmt wird. Indes ist diese aus technischen Gründen bis heute meist nicht möglich, da die entsprechenden Meßgeräte entweder integrieren oder mit hohen Zeitkonstanten arbeiten und eine entsprechende Feinauflösung in der Regel nicht erlauben. Andeutungen hierfür, daß die Leitfähigkeit gleichzeitige und gleichartige Schwankungen ausführt wie Potentialgefälle und Vertikalstrom, liegen vor.

Literatur

- Berlage, H. P.* (1936): Über einen Fall, worin die Front zwischen Land- und Seebrise durch einen Sprung im luftelektrischen Potentialgefälle ausgezeichnet ist. *Natuurk. Tijdschr. v. Nederl.-Indie* **96**, 166—172.
- Chalmers, J. A.* (1956): Short-period variations in the atmospheric electric potential gradient. *Quart. Journ. Royal Meteorol. Soc.* **82**, 325—336;
- Fries, G. †*, und *Dolezalek, H.* (1956): On parallelism occurring in the registration of potential gradient and general local brightness. *Techn. Note No. 7, Contract No. AF 61 (514) — 640. Air Res. Devel. Command, USAF.*
- Hatakeyama, H.*, and *Uchikawa* (1951): On the Disturbance of the Atmospheric Potential Gradient caused by the Eruption-Smoke of the Volcano Aso. *Gen. Ass. Int. Un. Geod. (Brüssel), Ass. Terr. Magn. and Electr.*
- Israël, H.* (1943): Die Unruhe des luftelektrischen Feldes (Beispiele für den Witterungseinfluß auf das Feldverhalten am Boden). *Met. Zeitschr.* **60**, 174—177.
- (1948): Zum Tagesgang des luftelektrischen Potentialgefälles. *Meteorolog. Rundschau* **1**, 200—204.
- (1950. 1): Das luftelektrische Potentialgefälle in Buchau a. F. *Ann. d. Meteorol.* **329—332.**
- (1950. 2): Luftelektrische Tagesgänge und Luftkörper (Studien über das atmosphärische Potentialgefälle III). *Journ. Atm. Terr. Phys.* **1**, 26—31.
- (1950. 3): Zur Entwicklung der luftelektrischen Grundanschauungen. *Archiv f. Meteorol., Geophys. und Bioklimat. (A)* **3**, 1—16.
- (1957. 1): Kondensationskerne im Rahmen der Luftelektrizität. *Geofisica pura e applicata* **36**, 182—200.
- (1957. 2): Condensation nuclei as connecting link for meteorological-electrical relations. Part II. *Techn. Note 11 to Contract No. AF 61 (514)—640, November 1956.*
- (1957. 3): Atmospheric Electric and Meteorological Investigations in High Mountain Rangers. („Alps-Project“ 1954—1957). *Final Report Contract AF 61 (514)—640.*
- (1958. 1): The atmospheric electrical agitation. *Quart. Journ. Roy. Met. Soc.* **85**, 91—103
- (1958. 2): Recherches récentes en électricité atmosphérique. — Mesures pendant l'Année Géophysique Internationale. *La Météorologie* **51**, Juillet-Septembre 1958.
- Kelvin, Lord* (1884): Reprint of Papers on Electrostatics and Magnetism. London, Macmillan & Co., 2nd ed. 597 p.; §§ 397—399.
- Koenigsfeld, L.* (1955): Study of the variation of potential gradient with altitude and correlated meteorological conditions. *Proc. Conf. Atm. Electr. Geophys. Res. Pap.* **42 (AFCRC)**, 21—26.
- Krestan, M.* (1941): Das Potentialgefälle bei Gewittern. *Gerl. Beitr. z. Geophys.* **57**, 334—356.
- Lecolazet, R.* (1946): Résultats d'une étude préliminaire de l'effet des cumulus sur le champ électrique terrestre. *La Météorologie* Oct.-Déc. **429—433.**
- Mühleisen, R.* (1953): Die luftelektrischen Elemente im Großstadtbereich. *Zeitschr. Geophys.* **19 (Sonderband)**, 142—160.
- Rossmann, F.* (1950): Luftelektrische Messungen mittels Segelflugzeugen. *Ber. Deutsch. Wetterd. US-Zone* **3**, Nr. 15.
- Simpson, G. C.*, and *Scrase, F. J.* (1937): The Distribution of Electricity in Thunderclouds. *Proc. Roy. Soc. A* **161**, 309—352.

Die Gerätekonstante des elektrodynamischen Theodoliten des VEB WTBG, Berlin¹⁾ und die Vermessung der Primärspule mit dem Meßgerät des VEB Carl Zeiß, Jena

Von O. Lucke und H. Sparrer, Potsdam²⁾

Zusammenfassung. Im geomagnetischen Observatoriumsbetrieb haben sich die elektrodynamischen Meßmethoden weniger als die magnetostatischen eingebürgert, obwohl die Ergebnisse der ersteren kaum von der Struktur des Materials abhängig sind. Um die absoluten Werte des magnetischen Feldvektors an einem Observatorium zu sichern, müssen aber gleichzeitig Meßmethoden benutzt werden, die auf verschiedenen Prinzipien beruhen. Das von uns beschriebene Gerät stellt eine Weiterentwicklung des Theodoliten von *E. A. Johnson* dar. Der *Johnsonsche* Vorschlag beruht auf theoretischen Entwicklungen von *Ch. Snow*, die die gegenseitige Induktivität der beiden Spulen des Gerätes in einer vereinfachten Weise zu berechnen gestatten. Es wird gezeigt, daß diese Methode nicht zulässig ist. Der neuen Analysis liegt deshalb ein anderes Prinzip zugrunde. Zur Bestimmung der vektoriiellen Gerätekonstanten ist eine genaue Vermessung der Primärspule notwendig. Es wird der zu diesem Zwecke von der Firma *Zeiß*, Jena, entwickelte Spezialkomparator beschrieben und die Bestimmung der Gerätekonstanten dargetan.

Abstract. At geomagnetic observatories the electrodynamic methods are less adopted than the magnetostatic ones, although the results of the first ones are scarcely dependent on the structure of the material. In order to guarantee the absolute values of the vector of the magnetic field at any observatory, methods based on different principles should be used at the same time. The new constructed instrument represents an improvement of the *E. A. Johnson's* primary standard. The proposal of *Johnson* based on theoretical considerations by *Ch. Snow* which allowed to calculate the mutual inductivity of the two coils of the instrument in a simplified manner. It is shown that this method is inadmissible. Another principle is therefore taken as basis. For the determination of the instrumental constants an exact measurement of the prime coil is necessary. A special comparator constructed for this purpose by *C. Zeiß*, Jena, is sketched and the determination of the instrumental constants is specified.

Über die Weiterentwicklung des elektrodynamischen Theodoliten zur Messung des erdmagnetischen Feldes nach *E. A. Johnson* liegen zwei Veröffentlichungen des einen von uns vor, die den Stand der Entwicklung im Sommer 1955 wiedergeben [1, 2]. Der Bericht des Herrn *Reusche* auf dieser Tagung informiert über die bedeutenden Fortschritte, die seitdem erzielt wurden. Wir werden jetzt ergänzend

1. die Theorie der Gerätekonstanten skizzieren, wie sie in einer noch nicht veröffentlichten Arbeit des anderen von uns beiden dargelegt wird [3], die auch die meisten Fortschritte bei der Bearbeitung des Themas enthält;

¹⁾ VEB Wissenschaftlich-Technisches Büro f. Gerätebau, Berlin O 112, Neue Bahnhofstr. 9-17.

²⁾ Dr. O. Lucke und Dr. H. Sparrer, Geomagnetisches Institut Potsdam.

2. das von der Fa. *Carl Zeiß*, Jena, entwickelte Meßgerät kurz beschreiben, das die Primärspule so genau zu vermessen gestattet, daß man seine Gerätekonstante mit einer relativen Genauigkeit von 10^{-6} berechnen kann.

Zunächst wird der Begriff der Gerätekonstanten erklärt. Wir denken uns in Abb. 1 ein kartesisches Koordinatensystem so gelegt, daß seine x -Achse mit der magnetischen Achse der Primärspule des Theodoliten, seine y -Achse mit der Rotationsachse der Sekundärspule und seine z -Achse mit der Kippachse des Spulentopfes identisch wird. Man erkennt in Abb. 1 den Schnitt

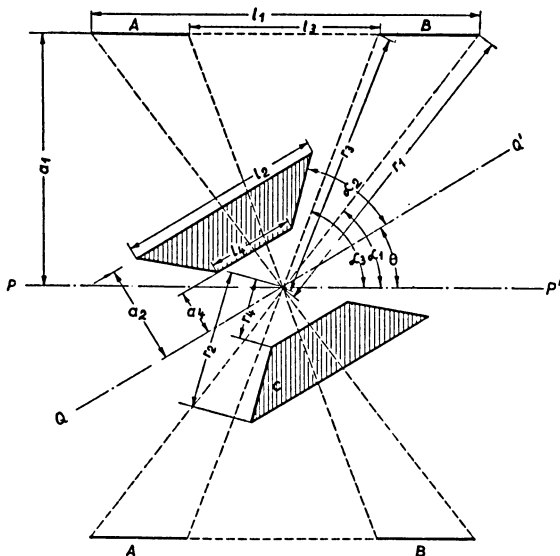


Abb. 1

durch die Windungen der Primärspule, als starke Striche gezeichnet, und den Schnitt durch die garnrollenförmige Sekundärspule. Die Windungen und die y -Achse stehen senkrecht zur Zeichenebene. Das Gerät wird dann unempfindlich gegenüber \mathfrak{H}_{0y} , der y -Komponente des zu messenden Erdfeldes. Wie in dem Bericht von Herrn *Reusche* auseinandergesetzt, wird die in der Sekundärspule induzierte Spannung verstärkt und durch einen phaseneempfindlichen Gleichrichter in eine \sin - und eine \cos -Komponente aufgespalten. In dem Fall, daß beide Spannungen trotz sehr hoher Verstärkung den Wert Null ergeben, gilt das Formelpaar

$$(1) \quad \mathfrak{H}_{0x} = -i \mathfrak{G}_x, \quad \mathfrak{H}_{0z} = -i \mathfrak{G}_z.$$

ist dabei die gemessene Stromstärke, \mathfrak{H}_0 das zu messende Erdfeld und $\mathfrak{G} = \{\mathfrak{G}_x, \mathfrak{G}_z\}$ die vektorielle Gerätekonstante des Theodoliten. Sie läßt

sich in die vektorielle Spulenkonstante $\mathfrak{G} = \{\mathfrak{G}_{0x}, \mathfrak{G}_{0z}\}$ und in ein Zusatzglied $\Delta\mathfrak{G}$ aufspalten

$$(2) \quad \mathfrak{G} = \mathfrak{G}_0 + \Delta\mathfrak{G}.$$

\mathfrak{G}_0 ist die Gerätekonstante bei verschwindender Dimension der Rotationspule ($r_2 \rightarrow 0$) und heißt Spulenkonstante.

Die Gerätekonstante wird aus der Gegeninduktivität der Primär- und Sekundärspule berechnet. In der Arbeit [3] wird gezeigt, daß die Theorie der Gegeninduktivität, die *Chester Snow* [5] in einer Reihe von Arbeiten entwickelt hat, für die Theorie der Gerätekonstanten nicht genügt. Sowohl die Wicklungen der Primärspule als auch die der rotierenden Sekundärspule (Abb. 1) des Theodoliten kann man als geschlossene Kurven C_1 bzw. C_2 auffassen, da die Zu- und Ableitungen verdrillt und koaxial in der y -, z -Ebene verlegt werden, so daß ihre magnetischen Wirkungen zu vernachlässigen sind. Für die Berechnung des *Neumannschen* Doppelintegrals der Gegeninduktivität

$$(3) \quad L_{12} = \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\vec{s}_1 \cdot d\vec{s}_2}{r_{12}},$$

aus der man die Spannung

$$(3a) \quad U_{12} = -i \cdot 10^{-9} \frac{\partial L_{12}}{\partial t}$$

gewinnt, wenn man sie in Volt, die Stromstärke in Ampere und die Längen in cm mißt, hat man nach *Chester Snow* ein Ersatzbild für die Stromführungen zugrunde zu legen, das in Abb. 2 zu ersehen ist. Die Anwendung seiner eleganten Methode ist auf Kreisströme beschränkt. Dadurch wird ein Schraubungseffekt außer acht gelassen, der die Vernachlässigung einer Magnetfeldkomponente von der Größe bis zu 10^0 des zu messenden Feldes zur Folge hat. Da der Theodolit so entwickelt wurde, daß nur relative Fehler von der Größenordnung $1 \cdot 10^{-6}$ zugelassen waren, war die Vernachlässigung des Schraubungseffektes fatal. In [3] wurden die Doppelintegrale direkt durch die Entwicklung nach Kugelfunktionen, die sehr schnell konvergieren, ausgewertet. Diese Methode dürfte auch für die genaue Berechnung der magnetischen Felder stromdurchflossener Spulen von Nutzen sein. Es ist in [3] außerdem gelungen, die *Snowsche* Operatorenmethode für schraubenlinienförmige Drahtwicklungen zu entwickeln.

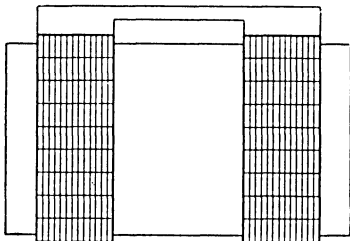


Abb. 2. Ersatzbild nach *Snow*

gewinnt, wenn man sie in Volt, die Stromstärke in Ampere und die Längen in cm mißt, hat man nach *Chester Snow* ein Ersatzbild für die Stromführungen zugrunde zu legen, das in Abb. 2 zu ersehen ist. Die Anwendung seiner eleganten Methode ist auf Kreisströme beschränkt. Dadurch wird ein Schraubungseffekt außer acht gelassen, der die Vernachlässigung einer Magnetfeldkomponente von der Größe bis zu 10^0 des zu messenden Feldes zur Folge hat. Da der Theodolit so entwickelt wurde, daß nur relative Fehler von der Größenordnung $1 \cdot 10^{-6}$ zugelassen waren, war die Vernachlässigung des Schraubungseffektes fatal. In [3] wurden die Doppelintegrale direkt durch die Entwicklung nach Kugelfunktionen, die sehr schnell konvergieren, ausgewertet. Diese Methode dürfte auch für die genaue Berechnung der magnetischen

Felder stromdurchflossener Spulen von Nutzen sein. Es ist in [3] außerdem gelungen, die *Snowsche* Operatorenmethode für schraubenlinienförmige Drahtwicklungen zu entwickeln.

Bei den Kugelfunktionsentwicklungen braucht nicht vorausgesetzt zu werden, daß die Schraubenlinien exakte Schraubenlinien sind. x_1, y_1, z_1 seien die kartesischen Koordinaten der Windungen der Primärspule in dem vorstehend beschriebenen Koordinatensystem. x_2, y_2, z_2 sollen die kartesischen Koordinaten der Windungen der Sekundärspule angeben, wobei das System fest mit der rotierenden Spule verbunden ist und die y_2 -Achse die Richtung

der Rotationsachse hat. $\bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2$ ist ein mit dem Spulentopf fest verbundenes Koordinatensystem, und es gelten

$$\begin{aligned}x_2 &= \bar{x}_2 \cos \vartheta - \bar{z}_2 \sin \vartheta, \\z_2 &= \bar{x}_2 \sin \vartheta + \bar{z}_2 \cos \vartheta, \\y_2 &= \bar{y}_2, \qquad \qquad \qquad \vartheta = 2\pi ft.\end{aligned}$$

f ist die Frequenz (10 Hz), mit der sich die Rotationsspule dreht. Für beide Spulen führt man Kugelkoordinaten ein:

$$\begin{aligned}x_1 &= \eta_1 \sin \Phi_1 \cos \vartheta_1, & \bar{x}_2 &= \eta_2 \sin \Phi_2 \cos \vartheta_2, \\y_1 &= \eta_1 \cos \Phi_1, & \bar{y}_2 &= \eta_2 \cos \Phi_2, \\z_1 &= \eta_1 \sin \Phi_1 \sin \vartheta_1, & \bar{z}_2 &= \eta_2 \sin \Phi_2 \sin \vartheta_2, \\ \eta_2^2 &= x_2^2 + y_2^2 + z_2^2, \\ \eta_1^2 &= x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = \bar{x}_2^2 + \bar{y}_2^2 + \bar{z}_2^2.\end{aligned}$$

Führt man einen Winkel β ein durch die Gleichung

$$\cos \beta = \cos \Phi_1 \cos \Phi_2 + \sin \Phi_1 \sin \Phi_2 \cos (\vartheta - \vartheta_1 + \vartheta_2),$$

so gilt

$$r_{12} = \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 - 2\eta_1\eta_2 \cos \beta}.$$

Ferner gelten

$$d\bar{s}_1 = \{x'_1, y'_1, z'_1\} d\varphi_1, \quad d\bar{s}_2 = \{x'_2, y'_2, z'_2\} d\varphi_2,$$

wobei die Striche die Ableitungen nach den $\varphi_{1,2}$ bedeuten sollen.

$$\begin{aligned}d\bar{s}_1 \cdot d\bar{s}_2 &= [\cos \vartheta (x'_1 \bar{x}_2' + z'_1 \bar{z}_2') + z'_1 \bar{y}_2' + s n \vartheta (z'_1 \bar{x}_2' - x'_1 \bar{z}_2')] d\varphi_1 d\varphi_2, \\L_{12} &= \oint_{\bar{c}_1} \oint_{\bar{c}_2} [y'_1 \bar{y}_2' + \cos \vartheta (x'_1 \bar{x}_2' + z'_1 \bar{z}_2') \\ &\quad + \sin \vartheta (z'_1 \bar{x}_2' - x'_1 \bar{z}_2')] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\eta_2^n}{\eta_1^{n+1}} P_n(\cos \beta) d\varphi_1 d\varphi_2.\end{aligned}$$

Wenn man die zugeordneten Kugelfunktionen nach *Ad. Schmidt* normiert, gilt bekanntlich ferner

$$P_n(\cos \beta) = \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \Phi_1) P_n^m(\cos \Phi_2) (\cos m(\vartheta_1 - \vartheta_2) \cos m\vartheta + \sin m(\vartheta_1 - \vartheta_2) \sin m\vartheta).$$

Diese Normierung hat einige Vorzüge. Insbesondere befreit sie uns von lästigen Fakultätenbrüchen.

Dabei sind Φ_1, ϑ_1 Funktionen von φ_1 , dagegen Φ_2, ϑ_2 Funktionen von φ_2 . Die Produkte der trigonometrischen Funktionen formt man um:

$$\begin{aligned}\cos \vartheta \cos m\vartheta &= \frac{1}{2} [\cos (m+1)\vartheta + \cos (m-1)\vartheta], \\ \cos \vartheta \sin m\vartheta &= \frac{1}{2} [\sin (m+1)\vartheta + \sin (m-1)\vartheta], \\ \sin \vartheta \cos m\vartheta &= \frac{1}{2} [\sin (m+1)\vartheta - \sin (m-1)\vartheta], \\ \sin \vartheta \sin m\vartheta &= \frac{1}{2} [\cos (m-1)\vartheta - \cos (m+1)\vartheta].\end{aligned}$$

Dann lautet (4)

$$(6) \quad L_{12} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \{ A_{n,m}^{o,c} \cos m \vartheta + A_{n,m}^{o,s} \sin m \vartheta + A_{n,m}^{c,c} \frac{1}{2} [\cos(m+1)\vartheta + \cos(m-1)\vartheta] + A_{n,m}^{c,s} \frac{1}{2} [\sin(m+1)\vartheta + \sin(m-1)\vartheta] + A_{n,m}^{s,c} \frac{1}{2} [\sin(m+1)\vartheta - \sin(m-1)\vartheta] + A_{n,m}^{s,s} \frac{1}{2} [\cos(m-1)\vartheta - \cos(m+1)\vartheta] \}.$$

Die Abkürzungen $A_{n,m}^{o,c}$ usw. haben die folgende Bedeutung:

$$A_{n,m}^{o,c} = \oint_{c_1} \oint_{c_2} y_1' \bar{y}_2' P_n^m(\cos \Phi_1) P_n^m(\cos \Phi_2) \cos m(\vartheta_1 - \vartheta_2) \frac{\eta_2^n}{\eta_1^{n+1}} d\varphi_1 d\varphi_2,$$

$$A_{n,m}^{c,c} = \oint_{c_1} \oint_{c_2} (x_1' \bar{x}_2^1 - z_1' z_2') P_n^m(\cos \Phi_1) P_n^m(\cos \Phi_2) \cos m(\vartheta_1 - \vartheta_2) \frac{\eta_2^n}{\eta_1^{n+1}} d\varphi_1 d\varphi_2,$$

$$(7) \quad A_{n,m}^{s,c} = \oint_{c_1} \oint_{c_2} (z_1' x_2' - \bar{x}_1' z_2') P_n^m(\cos \Phi_1) P_n^m(\cos \Phi_2) \cos m(\vartheta_1 - \vartheta_2) \frac{\eta_2^n}{\eta_1^{n+1}} d\varphi_1 d\varphi_2.$$

$A_{n,m}^{o,s}$, $A_{n,m}^{c,s}$, $A_{n,m}^{s,s}$ gehen aus diesen Ausdrücken hervor, indem man in ihnen $\cos m(\vartheta_1 - \vartheta_2)$ durch $\sin m(\vartheta_1 - \vartheta_2)$ ersetzt.

Es ist zu bemerken, daß alle A für $n = 0$ verschwinden; außerdem gilt

$$A_{n,m} = 0, \text{ wenn } n < m, \text{ weil } P_n^m = 0, \text{ wenn } n < m.$$

Ferner ist

$$A_{n,0}^{o,s} = A_{n,0}^{c,s} = A_{n,0}^{s,s} = 0.$$

Wenn man die Summationsindizes ändert, kann man (6) auf die Form bringen

$$L_{12} = L_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (L_{c,m} \cos m \vartheta + L_{s,m} \sin m \vartheta),$$

$$L_0 = \sum_{n=1}^{\infty} [A_{n,1}^{o,c} + \frac{1}{2} A_{n,1}^{c,c} + \frac{1}{2} A_{n,1}^{s,s}], \quad L_{c,1} = \sum_{n=1}^{\infty} [A_{n,1}^{o,c} + A_{n,0}^{c,c} + \frac{1}{2} (A_{n,2}^{c,c} + A_{n,2}^{s,s})],$$

$$(8) \quad L_{s,1} = \sum_{n=1}^{\infty} [A_{n,1}^{o,s} + A_{n,0}^{s,c} + \frac{1}{2} (A_{n,2}^{c,s} + A_{n,2}^{s,c})],$$

$$L_{c,m} = \sum_{n=1}^{\infty} [A_{n,m}^{o,c} + \frac{1}{2} (A_{n,m+1}^{c,c} + A_{n,m-1}^{c,c} + A_{n,m+1}^{s,s} - A_{n,m-1}^{s,s})], \quad m \pm 1,$$

$$L_{s,m} = \sum_{n=1}^{\infty} [A_{n,m}^{o,c} + \frac{1}{2} (A_{n,m-1}^{c,s} + A_{n,m+1}^{c,s} + A_{n,m-1}^{s,c} - A_{n,m+1}^{s,c})], \quad m \pm 1.$$

In der Rotationsspule wird die Spannung

$$U_{12} = - \frac{i 10^{-9} \partial L}{\partial t} = - i 10^{-9} 2\pi f \frac{\partial L}{\partial \vartheta} = \\ - i 2\pi f 10^{-9} \sum_{m=1}^{\infty} m (L_{s,m} \cos m \vartheta - L_{c,m} \sin m \vartheta)$$

induziert, die vom Verstärker und Gleichrichter verarbeitet wird.

Am Verstärkerausgang gewinnt man dabei die beiden Spannungen

$$(9) \quad \bar{E}_I = 2\pi f i 10^{-9} \sum_{m=0}^{\infty} [L_{c,2m+1} \cos(2m+1)\beta_{1,r} + L_{s,2m+1} \sin(2m+1)\beta_{1,r}], \\ \bar{E}_{II} = 2\pi f i 10^{-9} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m [L_{c,2m+1} \sin(2m+1)\beta_{2,r} \\ + L_{s,2m+1} \cos(2m+1)\beta_{2,r}]$$

als Wirkung des Feldes der *Helmholtzspule*. Die Phasenlage ist dabei durch die Zeitkonstante des Verstärkers verändert, was durch die Winkel $\beta_{1,r}$ und $\beta_{2,r}$ ausgedrückt werden soll. In derselben Weise werden die vom erdmagnetischen Feld in der Sekundärspule induzierten Spannungen verstärkt und gleichgerichtet. Man erhält

$$(10) \quad E_I = -10F [\mathfrak{S}_{ox} \cos \beta_{1,r} + \mathfrak{S}_{oz} \sin \beta_{1,r}], \\ E_{II} = 10F [\mathfrak{S}_{ox} \sin \beta_{1,r} - \mathfrak{S}_{oz} \cos \beta_{1,r}].$$

F ist der Empfindlichkeitsfaktor des Gerätes, auf den hier nicht weiter eingegangen werden soll. Gefordert wird

$$E_I^* = \bar{E}_I - E_I = 0, \quad E_{II}^* = \bar{E}_{II} - E_{II} = 0.$$

Wenn einige zulässige Vereinfachungen eingeführt und die aus der Analyse sich ergebenden Justierungen durchgeführt sind, und zwar

1. die horizontale z -Achse mechanisch-optisch,
2. die y -Achse elektrisch orthogonal zur z -Achse und
3. die magnetische Achse der Primärspule magnetisch in die Richtung der zur y - und z -Achse orthogonalen x -Achse,

erhält man

$$(11) \quad \mathfrak{G}_x = \frac{-2\pi f 10^{-9}}{10F \cos \beta_{1,r}} \sum_{m=0}^{\infty} L_{c,2m+1} \cos(2m+1)\beta_{1,r}, \\ \mathfrak{G}_z = \frac{2\pi f 10^{-9}}{10F} \sum_{m=0}^{\infty} L_{s,2m+1} (-1)^m = 0.$$

Man ersetzt nun in den Formeln (7), (8), (11) $\bar{x}_2 \rightarrow \mu \bar{x}_2$, $\bar{y}_2 \rightarrow \mu \bar{y}_2$, $\bar{z}_2 \rightarrow \mu \bar{z}_2$ und führt den Grenzübergang $\mu \rightarrow 0$ durch.

Dann gelten

$$(12) \quad \lim_{\mu \rightarrow 0} \mathfrak{G}_x \rightarrow \mathfrak{G}_{ox} = -\frac{1}{10} \oint \frac{y_1' z_1 - z_1' y_1}{\eta_1^3} d\varphi_1,$$

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} \mathfrak{G}_z \rightarrow \mathfrak{G}_{oz} = +\frac{1}{10} \oint \frac{z_1' y_1 - y_1' z_1}{\eta_1^3} d\varphi_2.$$

Man kann zeigen, daß \mathfrak{G}_{ox} und \mathfrak{G}_{oz} die x - bzw. z -Komponente des Vektors der magnetischen Feldstärke ist, die von dem Strom $i = 1$ durch die Primärspule im Koordinatensprung erzeugt wird. Die Komponenten des durch die Gleichung (2) definierten $\Delta \mathfrak{G}$ haben dann folgende Werte:

$$(13) \quad \Delta \mathfrak{G}_x = -\frac{2\pi f 10^{-9}}{10F \cos \beta_{1,r}} \left[\sum_{n=2}^{\infty} L_{c,1}^{(n)} \cos \beta_{1,r} + \sum_{m=1}^{\infty} L_{c,2m+1} \cos (2m+1) \beta_{1,r} \right],$$

$$\Delta \mathfrak{G}_z = \frac{2\pi f 10^{-9}}{10F} \left[\sum_{n=2}^{\infty} L_{c,1}^{(n)} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m L_{c,2m+1} \right].$$

Die in den Gleichungen (13) vorkommenden Größen $L_{s,2m+1}$ und $L_{c,2m+1}$ hängen (siehe (11)) mit den Oberschwingungen der von der Primärspule in der Rotationsspule induzierten Spannung zusammen. Es wird gelten

$$(14) \quad \frac{|\Delta \mathfrak{G}|}{|\mathfrak{G}|} < 10^{-4},$$

so daß $\Delta \mathfrak{G}$ mit geringerer Genauigkeit, z. B. nach der von *E. A. Johnson* [4] benutzten *Snow*schen Theorie [5] der Gegeninduktivität berechnet werden könnte. Tatsächlich wird $\Delta \mathfrak{G}$ nicht aus der zu besprechenden Vermessung der *Helmholtz*spule gewonnen, sondern aus der Vermessung der Amplitude der Oberschwingungen durch harmonische Analyse eines Schleifenoszillogramms der Ausgangsspannung der Rotationsspule bei verschwindender Spannungsanzeige oder durch zusätzliche frequenzaussiebende Gleichrichter und Integratoren. Sie muß noch auf die Stärke $i = 1$ umgerechnet werden.

Die Spulenkongstante dagegen wird aus den Formeln (12), die allerdings für ein Koordinatensystem x_0, y_0, z_0 zu formulieren sind, das nicht genau mit dem eingangs beschriebenen Koordinatensystem x_1, y_1, z_1 übereinzustimmen braucht, berechnet. Es treten dann drei Komponenten von \mathfrak{G}_0 auf:

$$(15) \quad \mathfrak{G}_{ox_0} = -\frac{1}{10} \oint \frac{y_0' z_0 - z_0' y_0}{\eta_0^3} d\varphi, \quad \mathfrak{G}_{oy_0} = -\frac{1}{10} \oint \frac{z_0' x_0 - x_0' z_0}{\eta_0^3} d\varphi,$$

$$\mathfrak{G}_{oz_0} = +\frac{1}{10} \oint \frac{x_0' y_0 - y_0' x_0}{\eta_0^3} d\varphi.$$

Die x_0 -Achse ist durch Vielfachstrichkreuze an den Enden der Meßzapfen des Spulenkörpers und den Ringstrich auf einem von ihnen dargestellt. Der Ringstrich gibt den Nullpunkt längs der Achse an. y_0, z_0 werden durch einen Teilkreis an der Stirn des Spulenkörpers festgelegt.

Man hat \mathfrak{G}_x und \mathfrak{G}_z aus $\Delta \mathfrak{G}$, \mathfrak{G}_{ox_0} , \mathfrak{G}_{oy_0} und \mathfrak{G}_{oz_0} zu berechnen. Es gilt mit einigen erlaubten Vernachlässigungen die Formel

$$\mathfrak{G}_x = G = \Delta \mathfrak{G}_x + \sqrt{\mathfrak{G}_{ox_0}^2 + \mathfrak{G}_{oz_0}^2}.$$

\mathcal{G}_z wird durch die Justierung der Primärspule zum Verschwinden gebracht. $\mathcal{G}_y = 0$ (siehe (1)).

Der Genauigkeit der Berechnung der Integrale (15) sind dadurch gewisse Grenzen gesetzt, daß die Vermessung der Lage der Kupferwindungen der Primärspule mit Hilfe des sogleich zu beschreibenden Meßgerätes nur diskrete Werte

$$x_{0v} = x_{0v}(\varphi_v), \quad y_{0v} = y_{0v}(\varphi_v), \quad z_{0v} = z_{0v}(\varphi_v)$$

liefert, die außerdem mit einem bestimmten Meßfehler behaftet sind. Die Winkel φ_v sind die am genannten Teilkreis abzulesenden Winkel, die den Parameter φ der Kurven der Drahtachsen darstellen. φ beschreibt diese Kurven, wenn er zwischen 0 und $2\pi N$ variiert. N ist die Anzahl der Windungen, $N = 56$. Wenn auf jeder von ihr sechs vermessene Punkte liegen und die Koordinaten jedes Punktes mit einem Maximalfehler von $1 \mu\text{m}$ (10^{-6}m) vermessen werden, kann man die Gerätekonstante mit genügender Genauigkeit berechnen [6]. Das schließt man mit der hier zureichenden *Snow*-schen Theorie mit Hilfe des sogenannten Fehlerfortpflanzungsgesetzes.

Die Entwicklung der Firma *Carl Zeiß* wurde diesen hohen Forderungen gerecht durch Anwendung sehr genau arbeitender Prinzipien, Methoden und Meßinstrumente. Dem entwickelten Meßgerät wurde das Komparatorprinzip von *Ernst Abbe* zugrunde gelegt und das Achsenschnittverfahren mit Hilfe von Meßschneiden benutzt. Optische Verfahren konnten nicht angewendet werden, weil die dafür notwendigen spiegelnden Flächen nicht vorhanden sind. Für die notwendigen Durchmessermessungen wurde von einem schweren Meßbügel mit zwei optisch-mechanischen Fühlhebeln in Verbindung mit Parallelendmaßstäben Gebrauch gemacht. Zwar nicht bei den Durchmesser-messungen, aber im allgemeinen werden bei dem Meßverfahren die Meßmittel in Ruhe gelassen und der Prüfling (die Spule) bewegt. Da die mechanischen Führungen nicht genau genug bearbeitet werden konnten, wurden sie durch einen geraden Strich kontrolliert, der als Lineal dient. Beim Aufbau und der Herstellung des Gerätes wurden die Erfahrungen beim *Zeiß*'schen Universalmeßmikroskop benutzt.

In der Praxis werden nicht die Koordinaten x_0, y_0, z_0 gemessen, sondern für die vorgeschriebenen Werte des Winkels φ_v , die mit genügender Genauigkeit eingestellt werden können, die Abszissen x_{0v} und die Radien

$$r_{0v} = \sqrt{y_{0v}^2 + z_{0v}^2}.$$

Die Radien r_{0v} , von den durch die Vielfachstrichkreuze festgelegten Achsen aus gerechnet, werden aus Durchmesser-messungen des Spulenkörpers und aus Radiendifferenzmessungen der Drahtwindungen gewonnen. Für die Durchmesser-messungen muß der Spulenkörper mit seinen Tragzapfen waagrecht auf zwei Auflager gelegt oder senkrecht auf einem Meßtisch montiert werden, um durch Messungen in beiden Lagen seine elastischen Verformungen zu kontrollieren. In Abb. 3 (Schema 8) sieht man den Prüfling in vertikaler Lage auf dem Meßtisch (38). Der Meßtisch ist an dem Wagen (5) des Gerätes festgeschraubt, der in den Führungen des Grundbettes (1) läuft. Die Durch-

messermessung ist eine Vergleichsmessung mit einem Parallelendmaßstab. Die Durchmesser werden grob mit der Abstandslehre mit Feintaster und fein mit zwei gegenüberliegenden Projektionsoptimetern (63) gemessen. Diese werden mittels Schlitten durch Führungen in den Säulen (65) der Brücke (61) auf-

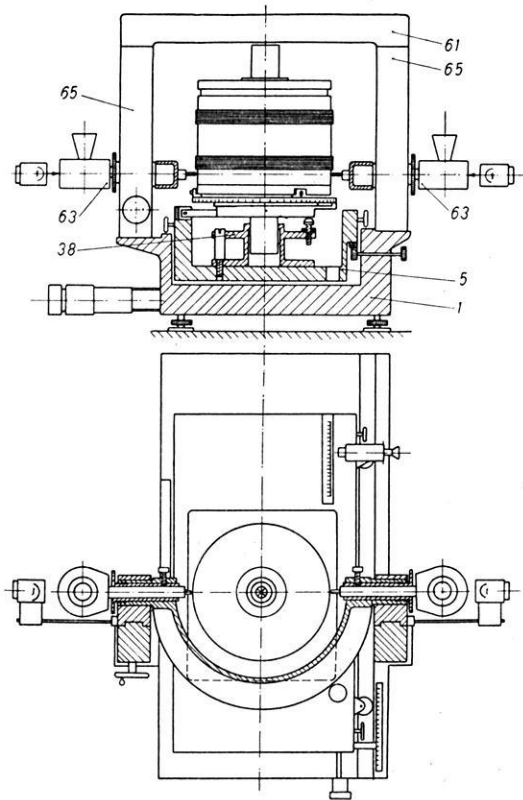


Abb. 3

und niederbewegt. Dadurch und durch Verschieben des Wagens werden die Meßhütchen der Fühlhebel an die Enden des Parallelendmaßstabes gebracht. Nach den Abmessungen an den Optimetern werden die Meßhütchen an den Spulenkörper angelegt und durch Verschieben des Wagens das Maximum ihrer Entfernung festgestellt. Die absoluten Durchmesser werden aus der Länge des Parallelendmaßstabes und die Differenzen der gemessenen Werte zwischen dem Endmaß und den Spulennmessungen berechnet. Diese Messungen werden an den Stellen unterhalb und oberhalb der Drahtwindungen je für sechs verschiedene Lagen wiederholt. In Abb. 7 ist eine Phase des Meßvorganges auf einer photographischen Aufnahme festgehalten. Man erkennt das schwere,

gußeiserne Grundbett, den in Führungen laufenden Wagen und die Brücke, die auf den Säulen mit den Führungen für die Projektionsoptimeter ruht, von denen das rechts liegende zu erkennen, das linke durch ein Spiralmikroskop verdeckt ist. Das Spiralmikroskop am Arm dient zur Ablesung eines Präzisionsglasmaßstabes. Der schwere gußeiserne Ring ist hinter der Spule zu erkennen. Die von ihm getragenen Fühlhebel mit Meßhütchen sind an den Spulenkörper angelegt. Die verdeckten Teile des Gerätes sind gut auf Abb. 7 zu erkennen. Der schwere Meßbügel ist auch hier nach hinten geklappt. Bei waagerechter Lage der Spule steht er senkrecht.

Es sei noch bemerkt, daß die gezeigte Spule einen etwas anderen Abstand der Wicklungen zeigt, als er sich nach der *Helmholtz*bedingung ergeben würde. Man erreicht dadurch, daß die 5. Oberschwingung in der Spannung sehr klein wird. Wenn man eine Spule mit vier Lagen nach Art der *Fanselau*spulen verwenden würde, könnte man auch noch die 7. Oberschwingung klein machen. Die dritte wird nach dem Vorschlag von *E. A. Johnson* durch eine geeignete Form der Sekundärspule klein gehalten.

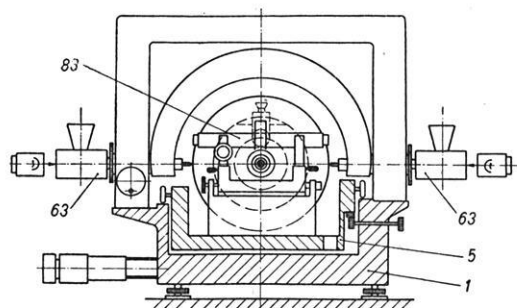


Abb. 4

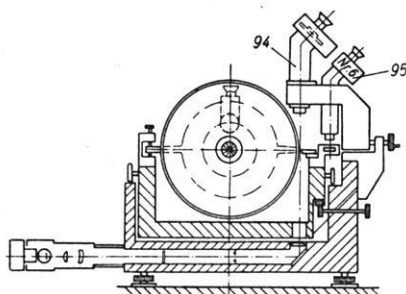
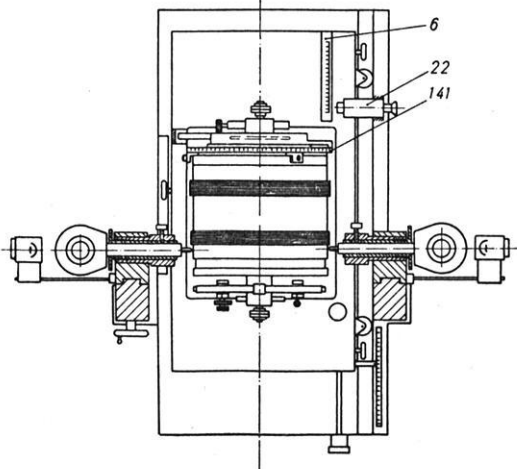
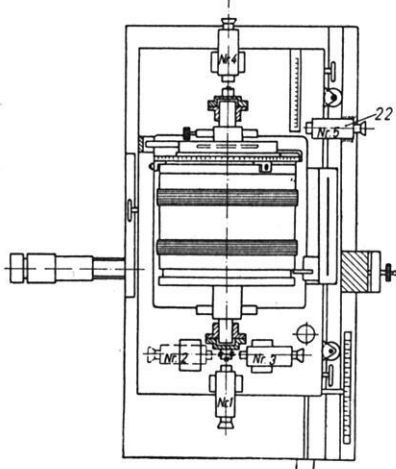


Abb. 5



Die harmonische Analyse der sogleich zu beschreibenden Radiendifferenzmessungen muß ergeben, ob der Querschnitt des Sekundärkörpers (senkrecht zur Achse) eine mittelpunktssymmetrische Fläche ergibt oder nicht. Im ersten Falle sind die Radienvektoren gleich den halben Durchmessern. Durch die innere Verspannung wird aber die Spule zu einem „Gleichdick“ verbogen werden. Dann ist eine zusätzliche Auswertung notwendig [6].

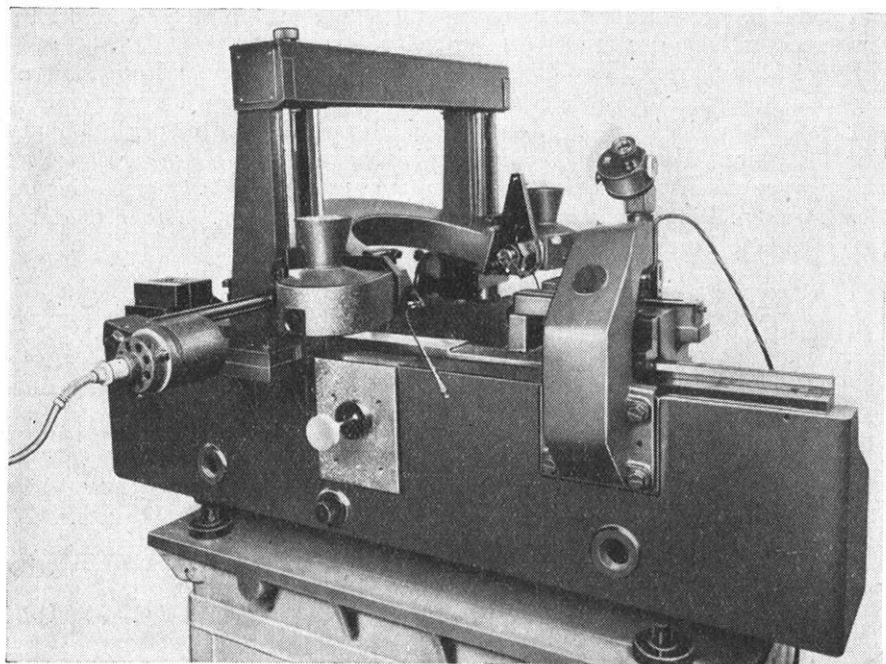


Abb. 6

Die Durchmessermessungen müssen, wie gesagt, bei waagerechter Lage des Prüflings wiederholt werden. Das Prinzip dieser Messungen ist in Abb. 4 zu erkennen. Jetzt steht der schwere Meßbügel senkrecht. (141) bezeichnet den Teilkreis an der Stirn des Spulenkörpers, (6) den Präzisionsglasmaßstab, an dessen Skala mit Hilfe des Spiralmikroskopes (22) die Verschiebung des Wagens in den Führungen abgelesen wird. Der Parallelendmaßstab ist eingezeichnet (83).

Das Wesen der Radiendifferenzmessungen und der axialen Vermessungen ist auf der Abb. 5 zu erkennen. Man benutzt das Achsenschnittverfahren. Das Profil des Prüflings wird von unten her beleuchtet und durch ein Meßmikroskop (94) mit einem Strich betrachtet. In der horizontalen Meßebe, dem Achsenschnitt, werden entweder an der Stirn oder der Flanke

des Kupferdrahtes Meßschneiden mit geringem, aber bestimmtem Meßdruck zur Anlage gebracht. Diese Meßschneiden tragen an ihrer Oberfläche parallel zur Schneidkante einen Haarstrich. Der Mikroskopstrich wird mit dem Haarstrich zur Deckung gebracht und die Verschiebung an einem Spiralmikroskop abgelesen. Das Spiralmikroskop (95) kontrolliert die Querbewegungen des Striches und damit des Wagens in den Führungen. Die Spiral-

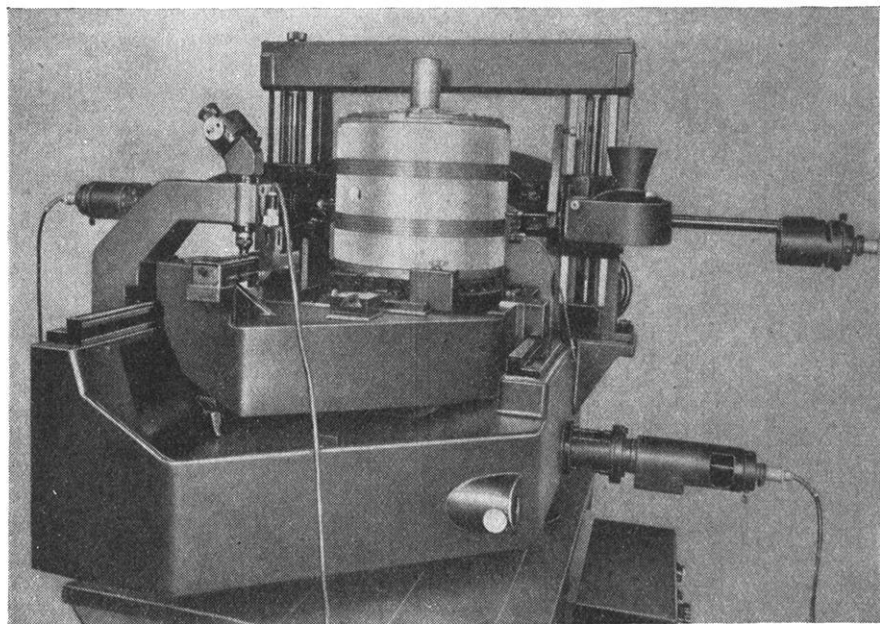


Abb. 7

mikroskope 1 und 2 an den Enden der Spulnachs sind zur Festlegung der Vielfachstrichkreuze an den Enden des Meßzapfens, die Spiralmikroskope 3 und 4 zur Feststellung des Ringstriches und damit zur Festlegung des Nullpunktes auf der Achse in jeder Lage des Spulenkörpers abzulesen. Die Ablesung der Längendifferenz geschieht mit dem Spiralmikroskop 5 (22) auf dem Glasmaßstab. Die Radiendifferenzen des Spulenkörpers gewinnt man erst, wenn man nach jeder Anlage der Meßschneide am Spulenkörper ihn um 180° dreht und die Schneide an der gegenüberliegenden Stelle anlegt. Die Differenzen der waagerechten Verschiebungen im Meßmikroskop und an den Strichkreuzen ergeben die Radiendifferenzen. Danach sind noch die Radiendifferenzen zwischen dem Spulenkörper und den Kupferwindungen auszumessen. Man erhält daher auch eine Vermessung der Drahtdurchmesser nach der Wicklung, die mit den vorher gemessenen Durchmessern zu vergleichen ist.

Der Meßvorgang soll noch durch die Abb. 8 veranschaulicht werden. Vorn am Wagen erkennt man die beiden Spiralmikroskope für den Ringstrich und eins für das Vielfachstrichkreuz. An dem Träger erkennt man das Meßmikroskop und das Spiralmikroskop zur Feststellung der Lage des Lineals. Beide sitzen fest am Grundbett.

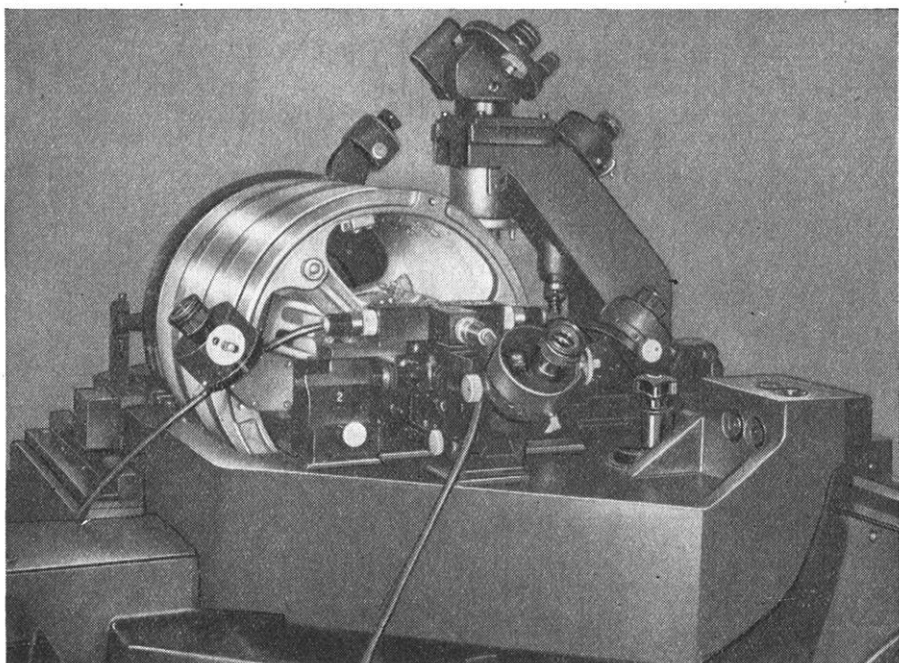


Abb. 8

Das Meßgerät für *Helmholtzspulen* erfüllte die gestellten Forderungen auf Antrieb.

Wenn man aus den gemessenen Daten die Spulenkonstante nach den Formeln (15) berechnen will, zieht man zuerst die Werte einer idealen Schraubenlinse von ihnen ab, die durch die Abszissen der äußersten Punkte und einen mittleren Radius bestimmt ist. Bei der Integration der übriggebliebenen „Störwerte“ können Quadrate und Produkte weggelassen werden, wenn

$$\Delta a_v \leq 50 \mu\text{m} \quad \text{und} \quad \Delta x_v \leq 50 \mu\text{m} \text{ ist.}$$

Man kann dann entweder geeignete Interpolationsfunktionen suchen, wie in [3] ausgeführt wird, oder eine numerische Integration versuchen. Eingehende Genauigkeitsbetrachtungen müssen die Untersuchungen abschließen.

Man kann schließlich die Frage aufwerfen: Wie ist die Entwicklung eines so komplizierten Meßgerätes wie des elektrodynamischen Theodoliten gerechtfertigt? Man kann anführen, daß die in den erdmagnetischen Observatorien üblichen Meßmethoden fast überall permanente Magnete benutzen. Als Intensitätsmessung wird im allgemeinen die von H ausgeführt. In unseren Breiten ist H ungefähr $= \frac{1}{2}Z$, so daß Z nur mit dem doppelten Fehler bestimmt werden kann. Außerdem werden J und D mit dem elektrodynamischen Theodoliten genauer als mit dem Erdinduktor gemessen.

Darüber hinaus ist es notwendig, für absolute Messungen verschiedene Prinzipien gleichzeitig zu benutzen. Allerdings erwächst hier dem elektrodynamischen Theodoliten in der Protonenresonanzmethode, die auch im *Adolf-Schmidt*-Observatorium in Niemeck ausgeführt wird, ein starker Konkurrent. Durch diese Methode wird die Messung der Totalintensität des Feldes auf eine Frequenzmessung zurückgeführt. Sie liefert aber nicht die Komponenten des \mathfrak{H} -Feldes, welche eben gerade mit dem Theodoliten gewonnen werden.

Die Entwicklungsarbeiten am elektrodynamischen Theodoliten können dazu dienen,

1. die Messung der Winkel D und J zu modernisieren,
2. das elektrische Stromstärkennormal über das Erdfeld mit einem Frequenznormal in Verbindung zu bringen.

Herrn Prof. Dr. *G. Fanselau* und dem VEB WTBG in Berlin danken wir für das ständige Interesse an den Entwicklungsarbeiten. Besonderen Dank sagen wir dem VEB *Carl Zeiß*, Jena, für die Benutzung der Entwicklungsdokumentation und die freundliche Überlassung einiger Abbildungen für diesen Vortrag.

Literatur

- [1] *Lucke, O.*: Über eine Abänderung der Primärspule im elektrodynamischen Theodoliten nach *E. A. Johnson*. Z. f. Meteorologie 3 (1954).
- [2] *Lucke, O.*: Betrachtungen zum absoluten elektrodynamischen Theodoliten nach *E. A. Johnson*... Abh. d. Geomagn. Instituts und Observatoriums Potsdam-Niemeck Nr. 16. Berlin 1956.
- [3] *Sparrer, H.*: Eine Erweiterung der *Snowschen* Theorie der Gegeninduktivität zweier konzentrischer Spulen und des Meßprinzips des magnetischen Theodoliten nach *E. A. Johnson*. Diss. Berlin 1958.
- [4] *Johnson, E. A.*: A primary standard for measuring the earth's magnetic vector I. Theory. Terr. Magn. and Atm. Electricity, Vol. 44 (1931).

- [5] *Snow, Chester*: Mutual inductance of any two circles. *Journal of Research of the Nat. Bur. of Stand.* Vol. **1** (1928).
—: Mutual inductance and torque between concentric solenoides. *Journal of Research of the Nat. Bur. of Stand.* Vol. **1** (1928).
—: Mutual inductance and force between coaxial helical wires. *Journal of Research of the Nat. Bur. of Stand.* Vol. **22** (1939).
—: Torque between concentric single-layer coils. *Journal of Research of the Nat. Bur. of Stand.* Vol. **22** (1939).
—: Mutual inductance of two helices, whose axes are parallel. *Bur. Stand. Journ. Res.* (1940).
—: Magnetic field of cylindrical coils and annular coils. *Nat. Bur. of Stand. Applied Mathematical Series*, Nr. 38, Gez. 1953.
- [6] *Lucke, O.*: Über die Vermessung der *Helmholtzspule* des elektrodynamischen Theodoliten nach *E. A. Johnson*. *Jahrb. d. Adolf-Schmidt-Obs. f. Erdmagnetismus in Niemeck*, Berlin 1958.

Ein absoluter magnetischer Theodolit

Von H.-G. Reusche, Berlin¹⁾

Zusammenfassung. Es wurde über ein neues Absolutgerät zur Messung des geomagnetischen Feldes berichtet, das vom Wissenschaftlich-Technischen Büro für Gerätebau Berlin in Zusammenarbeit mit dem geomagnetischen Institut Potsdam aus dem von E. A. Johnson im Carnegie-Institut gebauten Magnetometer weiterentwickelt wurde. Durch ein neuartiges Meßprinzip und verschiedene technische Neuerungen gelingt es, die Schwächen des Johnsonschen Gerätes zu vermeiden und die Messung des Erdfeldes mit größerer Genauigkeit, weitaus besserer Richtungsempfindlichkeit und auch in Gegenwart magnetischer Störfelder von 50 Hertz durchzuführen.

Abstract. The author reports on a new instrument for absolute measurement of the geomagnetic field, which represents an improved continuation of the Johnson primary standard and is constructed by the „Wissenschaftlich-Technisches Büro, Gerätebau, Berlin, in connection with the Geomagnetic Institute at Potsdam. According to a new principle of measuring and some technical variations the weak points of the Johnson's instrument could be avoided. The measurement of the field could be therefore made with greater accuracy, also in presence of disturbing fields of 50 Hz.

Vom Wissenschaftlich-Technischen Büro für Gerätebau, Berlin, wurde ein absoluter magnetischer Theodolit entwickelt (Abb. 1), welcher die Absolutmessung des Magnetfeldes der Erde nach Richtung und Stärke auf weniger als 1γ

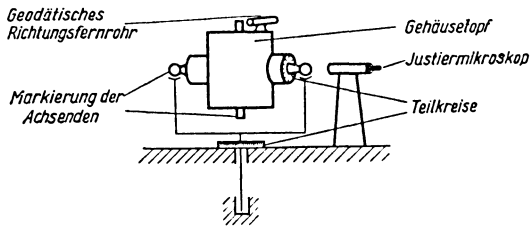


Abb. 1

genau gestatten wird. Die Entwicklung dieser Anlage erfolgte in Zusammenarbeit mit Herrn Prof. Fanslau und dem Observatorium Niemeck, mit dem Deutschen Amt für Maß und Gewicht sowie mit der Firma Carl Zeiß, Jena.

Das von uns entwickelte Gerät hat die Bezeichnung Theodolit erhalten, weil es in wesentlichen Teilen dem Aufbau eines geodätischen Theodoliten gleicht.

¹⁾ Ing. Hans-Georg Reusche, Wiss.-Techn. Büro f. Gerätebau, Berlin O 112, Neue Bahnhofstr. 9-17.

Es besitzt z. B. das in dem Zeißschen Sekundentheodoliten übliche Richtungsfernrohr mit etwa 60facher Vergrößerung. Außerdem wurden 2 Glasteilkreise mit einem Durchmesser von 175 mm und einer 20-Minutenteilung verwendet, welche auf 1 Sekunde genau geteilt sind. Zur Ablesung dieser beiden Teilkreise dienen 2 jeweils um 180° gegenüberliegende Spiralmikroskope mit etwa 63facher Vergrößerung. Sie gestatten die Einstellung und Ablesung der Stellungen der vertikalen und horizontalen Hauptachse des Gerätes mit einer Genauigkeit von 0,6 Bogensekunden. Die Horizontierung des Gerätes erfolgt mittels zweier Koinzidenzlibellen, die von der Firma Zeiß als 20-Sekundenlibellen mit 8facher Lupenvergrößerung hergestellt werden und eine Einstellgenauigkeit von 1 Bogensekunde besitzen. Die Justierung der horizontalen Hauptachse des Gerätes erfolgt mittels eines Justiermikroskopes, welches etwa 30fache Vergrößerung besitzt, auf der Grundplatte des Gerätes angebracht ist und die optische Betrachtung von Strichmarkierungen ermöglicht,

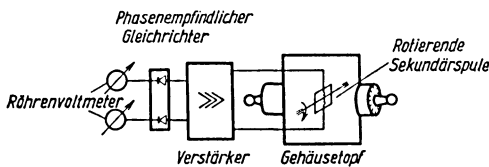


Abb. 2

welche die Achsenden definieren. Zur Feststellung der Richtung des erdmagnetischen Totalfeldvektors wird eine rotierende Spule benutzt, die mit 600 Umdrehungen pro Minute umläuft, so daß vom Erdfeld in ihr eine Wechselspannung von 10 Hz induziert wird (Abb. 2). Diese Wechselspannung wird einem Verstärker zugeführt, der sie im Verhältnis 1:10⁶ verstärkt.

Die verstärkte Spannung wird phasenempfindlich gleichgerichtet und kommt an zwei Gleichspannungsröhrenvoltmetern zur Anzeige. Die Richtungsbestimmung des Erdfeldvektors erfolgt nach dem Prinzip des Erdinduktors von *Johnson* dadurch, daß die rotierende Achse in vier verschiedenen Stellungen parallel zur Totalfeldrichtung so einreguliert wird, daß jedesmal beide Röhrenvoltmeter am Ausgang des Verstärkers ein Minimum anzeigen.

Das Gerät ermöglicht außerdem die Messung der Intensität jeder in der Meridianebene gelegenen Komponente des Erdfeldvektors, z. B. von *Z* und *H*. Die Genauigkeit für die Messung von *Z* wird 0,5 γ und für die Messung von *H* 0,7 γ betragen. Bei Intensitätsmessungen arbeitet man mit einer Normalspule, die nach Art einer *Helmholtzspule* im Gehäusetopf des Gerätes angeordnet ist. Sie besitzt einen Durchmesser von rund 300 mm und zwei Wicklungsringe von je 28 Windungen. Die Wicklung besteht aus Kupferblankdraht von 0,85 mm Durchmesser, dessen Rundheit auf 1 μ garantiert ist, und hat eine Steigung von 1 mm auf eine Umdrehung. Die Normalspule ist in 4 Ausführungsformen vorhanden. Zwei Spulenkörper bestehen aus Duranglas und zwei aus Porzellan. Einer der beiden Keramikspulenkörper besitzt einen

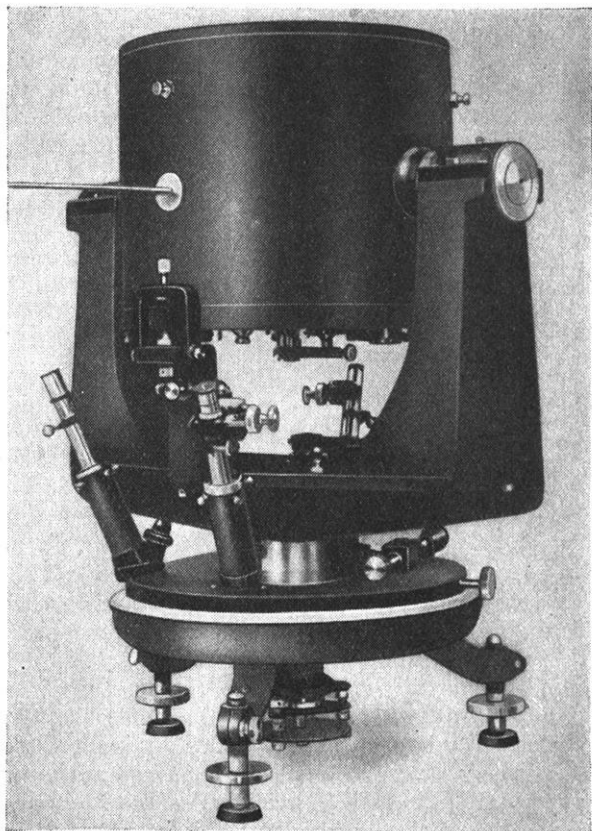


Abb. 3

Rillenschliff für die Aufnahme der Wicklung, die anderen drei Spulenkörper haben eine glatte Oberfläche. Wir haben bei den glatten Spulenkörpern eine Wickelgenauigkeit von 25μ erreicht, während der Rillenschliff diese Genauigkeit nicht besitzt. Während der Drucklegung dieses Manuskripts hat uns die Nachricht erreicht, daß es dem Auftraggeber für dieses Gerät gelungen ist, eine fünfte Normalspule mit einem Rillenschliff herzustellen, dessen Genauigkeit $\pm 1 \mu$ beträgt.

Um mit Hilfe des Gerätes Absolutmessungen durchführen zu können, mußte die Lage der Windungen auf der Normalspule mit einer Genauigkeit von $0,5 \mu$ zu vermessen und jederzeit zu kontrollieren sein. Deshalb wurde von der Firma Carl Zeiß, Jena, speziell für die Spulen dieses Gerätes ein Komparator zur Vermessung von Normalspulen entwickelt.

Das Meßprinzip des absoluten magnetischen Theodoliten ist an sich einfach (Abb. 4). Es geht auf *Johnson* zurück, der von 1938 bis 1947 ein Magnetometer nach diesem Prinzip im Carnegie-Institut in Washington entwickelte.

Die zu messende Erdfeldkomponente soll durch das homogene Feld der Helmholtzspule kompensiert werden. Die erfolgte Kompensation wird durch die verschwindende Spannung in der rotierenden Sekundärspule im Inneren der Helmholtzspule angezeigt. Der die Helmholtzspule durchfließende Kompensationsstrom ist dann ein Maß für die zu messende Erdfeldkomponente, wenn die sog. Spulenkonstante bekannt ist.

Dieses an sich einfache Prinzip erfährt nun einige Modifikationen durch den Umstand, daß die Rotationsspule eine endliche Größe hat und dadurch in einem Bereich des Magnetfeldes der Helmholtzspule umläuft, in welchem

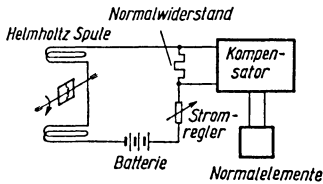


Abb. 4

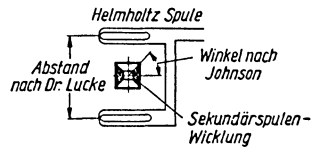


Abb. 5

nach der Kompensation fast nur noch die inhomogenen Feldanteile vorhanden sind. Es entstehen dann in der Rotationsspule zusätzliche Spannungen, die teils die Frequenz der Rotation, teils die Frequenz der ungeradzahligigen Harmonischen der Rotationsfrequenz haben.

Johnson hat eine besondere Garnrollenform für die Rotationsspule vorgeschlagen, wodurch das Auftreten der dritten Harmonischen vermieden wird (Abb. 5). Durch eine Abänderung des Abstandes der beiden Wicklungen der Helmholtzspule gelang es *Dr. Lucke*, auch die 5. Harmonische praktisch zum Verschwinden zu bringen. Das dabei erreichte Resultat kann noch verbessert werden. Die höheren Harmonischen werden bei *Johnson* durch einen Selektivverstärker unterdrückt.

Es gab für uns verschiedene Gründe von dem *Johnson*schen Meßprinzip abzuweichen. Durch das Verstärkerrauschen war keine exakte Nullspannung zu erreichen. Deshalb wurde ein sog. Lock-in-Verstärker gewählt, der rauscharm ist. Das Lock-in-Prinzip sieht bekanntlich eine phasenempfindliche Gleichrichtung und nachfolgende Integration der Ausgangsspannung des Verstärkers vor. Die Gleichrichtung erfolgte ursprünglich durch Elektronenröhren, die von einer rechteckförmigen Schaltspannung mit der Rotationsfrequenz gesteuert wurden. Später wurde die elektronische Gleichrichtung durch eine doppelte mechanische Gleichrichtung ersetzt und statt des Selektivverstärkers ein Breitbandverstärker verwendet. Die doppelte Gleichrichtung erlaubt es, die Ausgangsspannung der Rotationsspule in eine Sinus- und eine Kosinusphase zu zerlegen und diese beiden Phasen an zwei Röhrenvoltmetern anzuzeigen. Dadurch wird die Rotationsspule zu einem richtungsempfindlichen Indikator für Magnetfelder (Abb. 6 und 7).

Eine Anzeige im Sinusvoltmeter wird durch Änderung des Kompensationsstromes, eine Anzeige im Kosinusinstrument durch eine Drehung des

Gerätes zum Verschwinden gebracht. Statt wie bei *Johnson* durch Probieren eine Minimalspannung zu erhalten, kann man nun systematisch die integrierte Spannung zu Null machen, da diese jetzt nicht mehr ein Minimum, sondern einen Nulldurchgang hat. Dieses neue Meßprinzip entstand aus Überlegungen über die Bedeutung der Phasenlage der Spannung. Um unkontrollierbare Änderungen dieser Phasenlage bei einem Schmalbandverstärker infolge Frequenzschwankungen des Rotationsantriebes zu vermeiden, war der Breitbandverstärker gewählt worden.

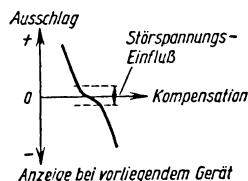
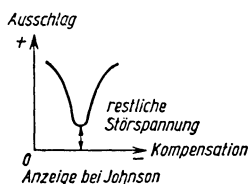


Abb. 6

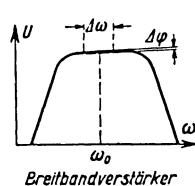
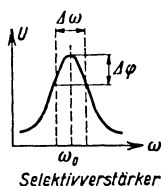


Abb. 7

Eventuelle geradzahlige Harmonische läßt der Gleichrichter nicht durch. Ungeradzahlige Harmonische werden nicht wie bei *Johnson* herausgefiltert, sondern einfach mit kompensiert. Das ist nach dem neuen Meßprinzip erlaubt, wenn die Amplitude der Spannung dieser Harmonischen durch Messungen ermittelt worden ist und wenn statt der Spulenkonstanten eine Gerätekonstante verwendet wird, die den Einfluß der ungeradzahligen Harmonischen rechnerisch berücksichtigt. Noch einen weiteren Vorteil hat das neue Meßprinzip. Durch richtige Wahl der Rotationsfrequenz und durch Justierung der Rotationsspule kann man den störenden Einfluß der überall vorhandenen magnetischen Wechselfelder von 50 Hz eliminieren.

Die gesamte Anlage umfaßt drei Baugruppen:

Die vertikale Hauptachse des Theodoliten besitzt zwei Konuslager und läuft auf einer Achatplatte. Ihr Taumelfehler beträgt maximal eine Bogensekunde. Die horizontale Hauptachse gestattet es, den Gehäusetopf des Gerätes in jede gewünschte räumliche Richtung einzustellen.

Sie ruht auf zwei in Pfannen laufenden Kugelzapfen und besitzt eine Laufgenauigkeit von 3 Bogensekunden.

Der Gehäusetopf enthält die Normalspule, deren Achsrichtung ebenso wie die horizontale Hauptachse durch zwei Strichkreuze markiert wird. Rechtwinklig zur Normalspulenachse liegt die Rotationsachse der Indikatorspule. Das Gewicht des Gehäusetopfes beträgt insgesamt 80 kg. Ein beim Labormuster aufgetretener Taumelfehler konnte durch symmetrische Ausbildung der Konstruktion des Gehäusetopfes behoben werden. Sein symmetrischer Durchhang in horizontaler Lage beträgt 12μ . Der Antrieb der rotierenden Spule erfolgt über einen Synchronmotor, der sich in 8 m Entfernung befindet. Ein Getriebe setzt seine Drehzahl herunter, und eine Federkupplung mit Schwungrad sorgt für konstante Umfangsgeschwindigkeit der Drehbewegung. Vom Motor zum Theodoliten überträgt ein Gestänge mit Kegelradübersetzung die Drehbewegung (Abb. 8). Am Theodoliten selbst wird ein Riemen-

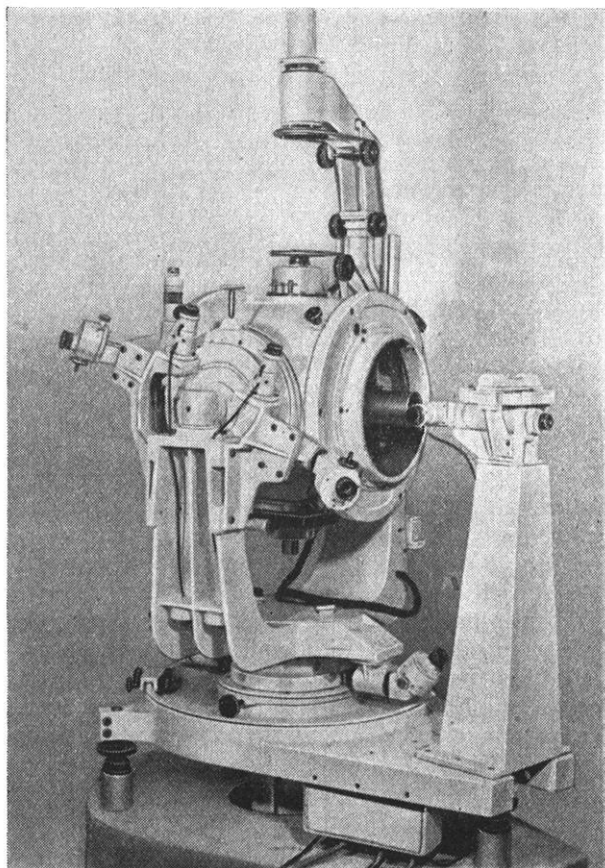


Abb. 8. Eigntlicher Theodolit mit Antrieb

antrieb verwendet. Die Genauigkeit der Auswuchtung beträgt ± 50 g, so daß die übertragenen Erschütterungen kleiner als 1μ bleiben. Aus Gründen der Justierbarkeit der rotierenden Spule innerhalb der Rotationsachse mußten spielfreie Kreuzschieberkupplungen zum Ausgleich der Drehfehler verwendet werden. Alle drehbaren Teile des Antriebes laufen auf unmagnetischen Achatkugellagern mit Laufflächen aus gehärteter Berylliumbronze.

Die rotierende Spule besitzt 80 000 Windungen und erzeugt bei einem Gamma Gleichfeld eine Wechselfspannung von 10 Hz und 0,5 Mikrovolt. Die über Schleifringe abgenommene Wechselfspannung wird zur Unterdrückung kapazitiver Störeinflüsse einem symmetrischen Verstärker zugeführt. Die Phasendrehung dieses Verstärkers mußte möglichst frequenzproportional sein, weshalb kein Selektivverstärker, sondern ein Breitbandverstärker (Abb. 9) An-

wendung finden mußte. Die an seinem Ausgang auftretende Spannung wird zwei mechanischen Kollektoren zugeführt, die auf der gleichen Achse wie die rotierende Spule angebracht sind. Die phasempfindlich gleichgerichtete Wechselspannung wird durch Siebglieder integriert, wobei alle geradzahigen Oberwellen, auch die im Verstärker entstandenen, eliminiert werden. Bei guter Justierung der Achsrichtung der rotierenden Spule werden durch auftretende magnetische Wechselfelder von 50 Hz ebenfalls nur geradzahige Oberwellen von 40 und 60 Hz erzeugt. Deshalb gestattet diese Anordnung es, auch dann Messungen vorzunehmen, wenn störende magnetische Wechselfelder vorhanden sind, deren Intensität ein Mehrfaches der Meßgröße beträgt. Das wird dadurch ermöglicht, daß die Drehzahl des Antriebes immer synchron zum Störfeld und die Drehbewegung des Gleichrichters immer synchron zum Signal läuft. Durch ein Gleichspannungsröhrenvoltmeter wird vom Gleichrichter eine Anzeige derjenigen Feldgrößen abgenommen, die in Richtung der Kompensationsspule liegen. Ein zweites Röhrenvoltmeter zeigt diejenigen Feldgrößen an, welche in Richtung der horizontalen Achse auf das Gerät einwirken. Durch diese Anordnung lassen sich sowohl Veränderungen der Richtung des Meridians als auch der Intensität des jeweils gemessenen Feldvektors augenblicklich erkennen und korrigieren.

Die Strommeßeinrichtung (Abb. 10) enthält einen Stromregler, welcher für die Kompensation von Z und H getrennt einstellbar ist. Um ausreichende Konstanz der Meßströme zu gewährleisten, sind Batteriekapazitäten von etwa 1000 Amperestunden erforderlich. Die Einstellung des Kompensators erfolgt mit Hilfe eines niederohmigen Multiflexgalvanometers von 3 m Lichtzeigerlänge. Zur Vermeidung von Thermospannungen wurden alle Meßkreisanschlüsse Kupfer auf Kupfer geschweißt. Die Isolation des Meßkreises einschließlich der Bat-

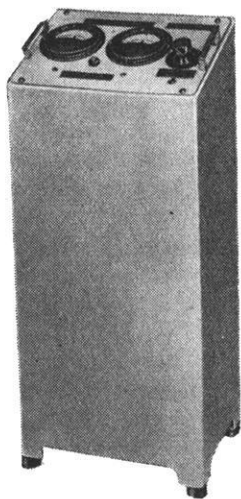


Abb. 9. Verstärker

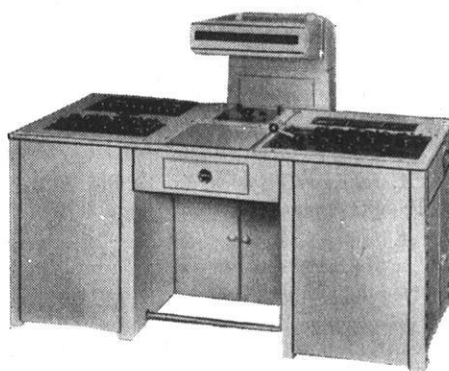


Abb. 10. Strommeßeinrichtung mit Galvanometer

terien und des Galvanometers mußte 10^{12} Ohm betragen. Stromregler, Kompensator und Normalelemente werden durch ein geeignetes Öl hoher Isolationsfähigkeit mit Hilfe dreier Thermostaten auf $20 \pm 0,1^\circ\text{C}$ temperiert. Die stärkste Begrenzung der absoluten Meßgenauigkeit der gesamten Anlage liegt bei der Genauigkeit der Normalelemente, deshalb mußten Maßnahmen ergriffen werden, diese Normalelemente auch während der Zeit auf 20°C halten können, in der keine Messungen stattfinden. Sie wurden deshalb auswechselbar angeordnet, und eine wärmeisolierte Transportkiste mußte für sie vorgesehen werden: Nach einem Vorschlag von Dr. *Bender* werden 6 Normalelemente verwendet, deren mittlere Genauigkeit etwa 5 Mikrovolt auch über längere Zeiträume beträgt. Die Bestimmung des im Kompensationsfall in der *Helmholtz-Lucke*-Spule fließenden Stromes erfolgt über einen Normalwiderstand mit Hilfe eines thermokraftarmen Spannungskompensators nach dem Prinzip von *Diesselhorst*. Bei der Projektierung der gesamten Strommeßeinrichtung unterstützte uns Herr Dr. *Bender* vom Deutschen Amt für Maß und Gewicht konsultativ.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß nach einwandfreier Justierung der gesamten Anlage und guter Temperaturkonstanz des Meßraumes eine vollständige Absolutmessung mit 3 Personen in etwa 60 Minuten durchführbar ist. Eine ständige Kontrolle der Genauigkeit des Gerätes in sich ist möglich. Zur Durchführung genauer Absolutmessungen ist lediglich ein linearer Gang der Erdfeldvariation erforderlich. Jeder Meßsatz wird in zweimal 4 Stellungen durchgeführt und auf einem gemeinsamen mittleren Zeitpunkt interpoliert.

Literatur

- [1] *E. A. Johnson*: Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity, Volume 41, No. 3, Page 251
„Application of alternating-current methods of detection to earth-inductors for marine and land observations.“
- [2] *E. A. Johnson*: Annual Report 1939/40 of the Carnegie Institution of Washington. Department of Terrestrial Magnetism, P. 325.
- [3] *E. A. Johnson*: Terr. Magn. and Elektr. Carnegie Inst. of Washington, Vol. 44, P. 29
„A primary standard for measuring the earth's magnetic vektor.“
- [4] *E. A. Johnson* and *C. Neitzert*: Review of Scientific Instruments, Vol. 5, P. 196
„The measurement of small alternating voltages at audiofrequencies.“
- [5] *E. A. Johnson*: Physics, Vol. 7, P. 130
„Design of tuned resistance-capacity coupled amplifiers.“
- [6] *E. A. Johnson*: Research Science Instruments, Vol. 9, P. 263
„The limiting sensivity of an alternatingcurrent method of measuring small magnetic moments.“
- [7] *H. Lippmann*: Experimentelle Technik der Physik, Aug. 53, Heft 1, Seite 1
„Ein NF-Selektionsverstärker extrem geringer Bandbreite.“
- [8] *H. Kähne*: Nachrichtentechnik, März 55, S. 113
„Ein Meßverstärker geringer Bandbreite.“

Über einige Ergebnisse des Erdstrom-Observatoriums bei Nagyecnk in Ungarn

Von J. Verö, Sopron¹⁾

Zusammenfassung. Der Artikel behandelt nach der Besprechung der technischen Anlagen des Observatoriums bei Nagyecnk und der bei der Bearbeitung befolgten Grundsätze die tägliche Verteilung der beobachteten verschieden-periodischen Variationen. Es wurde festgestellt, daß einige Frequenzbänder (0—15", 1—2' und 24—60') ein nächtliches Aktivitätsmaximum, die anderen Vor- und Nachmittagsmaxima haben. Es wird auch das Tagesmaximum der tellurischen Aktivität besprochen. Auf Vektordiagrammen wurde die Verteilung der Aktivität zwischen den zwei Komponenten gezeigt. Einige Daten über die täglichen Änderungen des Frequenzspektrums der schnellen Variationen sowie über den Mondeinfluß beschließen den Artikel.

Abstract. The technical equipment of the Observatory near Nagyecnk having been described and the principles followed in the working out the data having been discussed, the article deals with the daily contribution of variations of different periods that have been recorded so far. It has been stated that several frequency bands (0—15", 1—2' and 24—60') have their activity maxima at night, while the others have forenoon and afternoon maxima resp. The day maxima of telluric activity also have been discussed. The distribution of activity between the two components has been shown by vector diagrams. The article ends with some data on the daily change of frequency spectra of quick variations and on the lunar influence as well.

Das Soproner geophysikalische Forschungslaboratorium unter der Leitung von Herrn Prof. Dr.-Ing. h. c. *Tárczy-Hornoch* hat im Auftrag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften im nordwestlichen Teil Ungarns, in der Nähe des Neusiedler-Sees, ein Erdstromobservatorium errichtet, um an den Arbeiten des Internationalen Geophysikalischen Jahres 1957/58 wirksamer teilnehmen zu können. Das Observatorium befindet sich seit August 1957 im ständigen Betrieb. In den nachfolgenden Ausführungen soll über einige Anfangsergebnisse des Observatoriums berichtet werden.

A. Technische Einrichtungen

Vor allem seien kurz die technischen Einrichtungen des Observatoriums beschrieben. Die Registrierinstrumente wurden durch einen zweckentsprechen-

¹⁾ J. Verö, Geophysikalisches Forschungslaboratorium der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Sopron, Szt. György u. 16.

den Umbau der ungarischen Feldinstrumente hergestellt. Es wurden zwei Geräte zur Registrierung entwickelt:

1. für langsame Registrierung mit einem Filmvorschub von 2,5 cm/h,
2. für schnelle Registrierungen mit einem Filmvorschub von 1,8 cm/min zur Verwendung an Welttagen.

Die Basislängen betragen 500 bzw. 150 m. Die Elektroden bestehen bei der langsamen Registrierapparatur aus Blei, für die schnelle Registrierapparatur werden Gel-Elektroden verwendet. Die Änderung des Innenwiderstandes wird mit einer Wheatstone-Brücke gemessen und korrigiert. Da die Tagesvariation des Innenwiderstandes gering ist (max. 20 Ω), braucht man die Änderung des Widerstandes nach ein- bis zweimal wöchentlich erfolgter Korrektur nicht mehr in Betracht zu ziehen. Die mit eingewebten Baumwollfäden versehenen Gummikabel befinden sich einen halben Meter unter der Erde.

B. Prinzipien der Auswertung

Aus den Registrierungen soll außer den normalen Werten (wie z. B. das Stundenmittel) ein Bild der Verteilung der Variationen als Funktion der Frequenz gewonnen werden. Zu diesem Zweck haben wir das Frequenzspektrum in Klassen mit annähernd oktavgroßen Abschnitten eingeteilt. Diese Frequenzklassen sind hinsichtlich unterschiedlichen Eigentümlichkeiten der Variationen festgelegt worden. So haben wir die Grenzen der einzelnen Frequenzklassen bei langsamer Registrierung von 0 — 2', 2 — 6', 6 — 12', 12 — 24', 24 — 60', bei schneller Registrierung von 0 — 8", 8 — 15", 15 — 30", 30" — 1' und 1 — 2' festgelegt. Bei der langsamen Registrierung zeigt sich in jeder Frequenzklasse ein spezieller Variationstyp. So zeigen sich zum Beispiel in den beiden ersten Frequenzklassen eine nadelartige Variation, ferner scharfe Einzelimpulse, Baistörungen und Baistörungen mit Pulsation bzw. ihre magnetischen Äquivalente, bei den zwei ersten *si*, dann *b* und *bps*. Das Verhalten der einzelnen Frequenzklassen ist ziemlich unterschiedlich, es verschieben sich die Grenzen auch im Verlauf des Tages und des Jahres. So können die angegebenen Werte als Mittelwerte betrachtet werden. Die Bestimmung der Durchschnittsamplitude haben wir auf Grund dieser Abgrenzung durchgeführt. Bei der Ablesung der Amplitude können individuelle Fehler auftreten, doch übersteigen sie bei dem gleichen Auswerter nicht 10%.

Neben der Amplitude wurde die totale Variation aus den vier letzten Frequenzklassen, ferner das Maximum und das Minimum des Potentials und die herrschende Frequenz stündlich für beide Komponenten bestimmt. Neben einigen anderen Variationsarten (Stürme, Pulsationen, die gleichen, wie die magnetischen Erscheinungen) wurden die obenerwähnten speziellen Variationen herausgesucht und Zeit, Größe, Richtung und Phasenlage bestimmt.

Bei den schnellen Registrierungen wurde eine Frequenzzählung vorgenommen. Außerdem wurden für die obenerwähnten Frequenzklassen in vier Stufen von 0 bis 3 Charakterzahlen bestimmt.

Eine eingehende Darstellung der Auswertung wird in der *Geofisica Pura e Applicata* [4] erscheinen.

C. Tages- und Nachttypen der Variationen

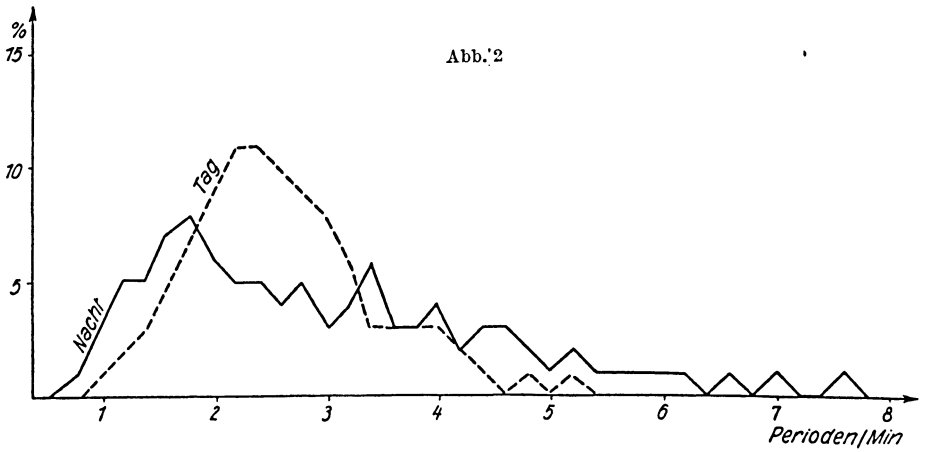
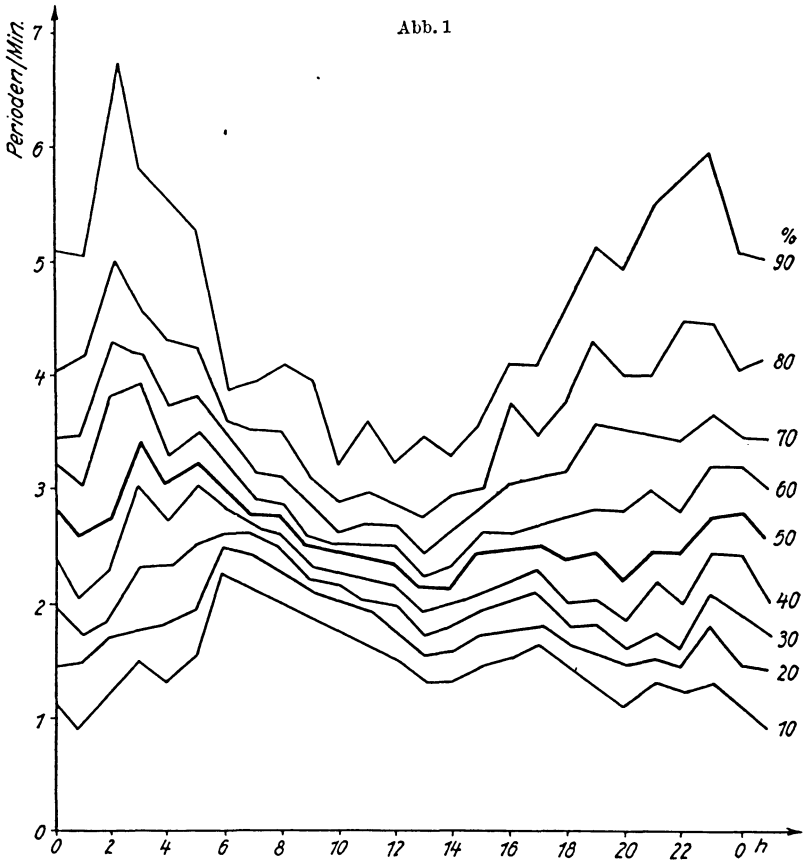
Troizkaja [1] hat auf Grund von Beobachtungen in der Sowjetunion die tellurischen schnellen Variationen in zwei Gruppen geteilt: Die eine Art ist zwischen 16 und 20 Uhr Weltzeit am häufigsten, die zweite Art zwischen 2 und 5 Uhr. Die erste Art können wir nach *Troizkaja* „Variationenzug“, die zweite „Pulsation beständigen Typs“ nennen. *Troizkaja* stellte ferner fest, daß mit den zur ersten Gruppe gehörigen Variationen Perioden von etwa 1 min auch schnellere Variationen von 2 – 5" auftreten, zu denen sich in vielen Fällen auch Baistörungen gesellen. Die Perioden der Variationen der zweiten Gruppe betragen etwa 20 – 30".

Nach unseren eingehenderen und einen größeren Frequenzbereich umfassenden Untersuchungen zeigte obiges Bild eine noch größere Differenzierung. Bevor auf diese Frage eingegangen wird, sei bemerkt, daß eine Registrierzeit von 8 bis 9 Monaten verhältnismäßig kurz ist, so daß die bisherigen Ergebnisse möglicherweise für die Zukunft noch korrigiert werden müssen.

Betrachten wir erstens, zu welcher Zeit die einzelnen Frequenzklassen ihr Maximum erreichen. Zur Gewinnung von repräsentativen Werten genügen die aus mittleren Amplituden oder die aus den Charakterzahlen der Schnellregistrierung pro Frequenzklassen gewonnenen dreistündigen Mittelwerte. Wir fanden, daß in den 0 – 15"-, 1 – 2'- und 24 – 60'-Frequenzklassen das Maximum in die Stunden 18 – 24, in den 15' – 1'- und 2 – 12'-Frequenzklassen in die Stunden 6 – 12, in die 12 – 24 -Frequenzklasse in die Stunden 12 bis 15 fällt. Auf Grund der sekundären Maxima kann dann festgestellt werden, daß sich die Grenzen im letzteren Falle etwas erweitern; es zeigt sich nämlich in der 6 – 12'-, als auch in der 24 – 60'-Frequenzklasse zwischen 12 – 15 Uhr ein sekundäres Maximum. Die angegebenen Zeiten beziehen sich auf mitteleuropäische Zeit, auf Weltzeit bezogen sind obige Zeitangaben um eine Stunde zu vermindern. Der Unterschied zwischen Ortszeit und mitteleuropäischer Zonenzeit beträgt nur 7 Minuten.

Die Frequenzanalyse der Schnellregistrierungen zeigt die wesentlichen Unterschiede in den nächtlichen und täglichen Intervallen. Man kann die den verschiedenen Häufigkeitsprozenten entsprechenden minutlichen Schwingungszahlen aus der Abb. 1 herauslesen. Die Wahrscheinlichkeit, daß die Periode zwischen zwei Linien liegt, beträgt 10%.

Früh um 6 Uhr erfolgt eine große Änderung in der Frequenzverteilung: Die äußeren Grenzen ziehen sich wesentlich zusammen; einerseits hören die kurzperiodischen, unter 15 Sekunden liegenden Variationen auf, andererseits treten gesetzmäßig 20 – 30-sec-Variationen auf, es tritt keine ruhige Registrierung auf. Bis etwa 12 Uhr wird die mittlere Periode immer größer. Ab Mittag beginnt sich der Frequenzbereich wieder zu erweitern, aber die mittlere Periode erfährt keine große Änderung. Zwischen 18 und 20 Uhr treten schon ruhige und ganz kurzperiodische Registrierungen gleicherweise auf. Die letzteren erreichen ihr Maximum um 23 bzw. um 2 Uhr, ab dieser Zeit werden sie gradweise gedämpft, bis sie gegen 6 Uhr verschwunden sind.



Wenn wir die Häufigkeitskurven der einzelnen Perioden in der Tages- und Nachtzeit aufzeichnen (Abb. 2), finden wir wesentliche Abweichungen. Das Maximum der Tagesverteilung liegt bei 2,2 – 2,4 Perioden/min (25 – 27"), das der Nachtverteilung bei 1,8 Perioden/min (33") und sekundär bei 3,4 Perioden/min (18"). Die Häufigkeit der Frequenzen von 2,0 – 3,2 Perioden/min (19 – 30") ist am Tage größer als in der Nacht. In weiteren Untersuchungen wollen wir diese Abgrenzungen teils benutzen, teils prüfen und begründen.

Nach obigen Ausführungen verlaufen nun die Variationen an einem beliebigen Tag nach folgendem Schema: Die Variationen des Tagestyps beginnen etwa um 6 Uhr früh in Erscheinung zu treten und erreichen rasch (meistens noch vor 9 Uhr) ihr Maximum. Hierher gehören hauptsächlich die Perioden zwischen 15 – 60" und 2 – 12'. Zur gleichen Zeit hören die Pulsationen und Baien fast gänzlich auf. Nach 9 Uhr werden die größeren Perioden stärker, und die etwa 10 – 30'igen Perioden erreichen ihr Maximum um die Mittagsstunde. Ab 16 bis 17 Uhr ändert sich die Situation, und es treten die nächtlichen Variationstypen auf: die 0 – 15", 1 – 2' und die 30' übersteigenden Perioden. Gleichzeitig treten auch die Baien und Pulsationen auf.

In diesem Zusammenhang zeigt sich folgende interessante Tatsache: Das Maximum der magnetischen Störungen tritt in der Nacht, in den Stunden um Mitternacht, auf (Abb. 3). Demgegenüber kulminieren die tellurischen Störungen in den Mittagsstunden. Bei genauerer Betrachtung dieser Erscheinung stellt sich heraus, daß bei gesonderter Untersuchung der tellurischen Erscheinungen in Ost- und Nordkomponenten das unregelmäßige Maximum hauptsächlich in der Nordkomponente auftritt, während die Ostkomponente viel ausgeprägter dem Tageslauf der magnetischen Tätigkeit folgt. Berechnen wir dann noch die Korrelationsfaktoren zwischen den magnetischen und tellurischen Charakterzahlen gesondert auf die einzelnen, dreistündigen Zeitabschnitte des Tages, dann finden wir, daß der Korrelationsfaktor in den Mittagsstunden von 0,8 auf 0,65 herabsinkt. Demnach ist das Ansteigen der tellurischen Tätigkeit am Tag bis zu einem gewissen Grad von den magnetischen Erscheinungen unabhängig.

Diese Erscheinung kann damit erklärt werden, daß Störungen höherer Frequenz in den Tagesstunden nach dem Induktionsgesetz (bei analoger magnetischer Veränderung) eine größere elektrische Veränderung hervorrufen. Dabei taucht die Frage auf, warum sich diese erhöhte Aktivität nicht auch in der Ostkomponente zeigt. Die Erklärung finden wir, wenn wir in einem Koordinatensystem die obenerwähnten dreistündigen Mittel als Vektoren darstellen (Abb. 4a und 4j). Die so gewonnenen Vektordarstellungen geben uns Auskunft über die Tagesverteilung der Amplituden und stehen wahrscheinlich mit der von

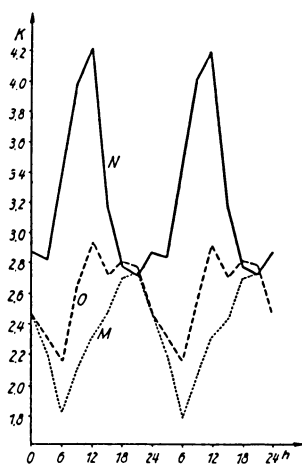


Abb. 3

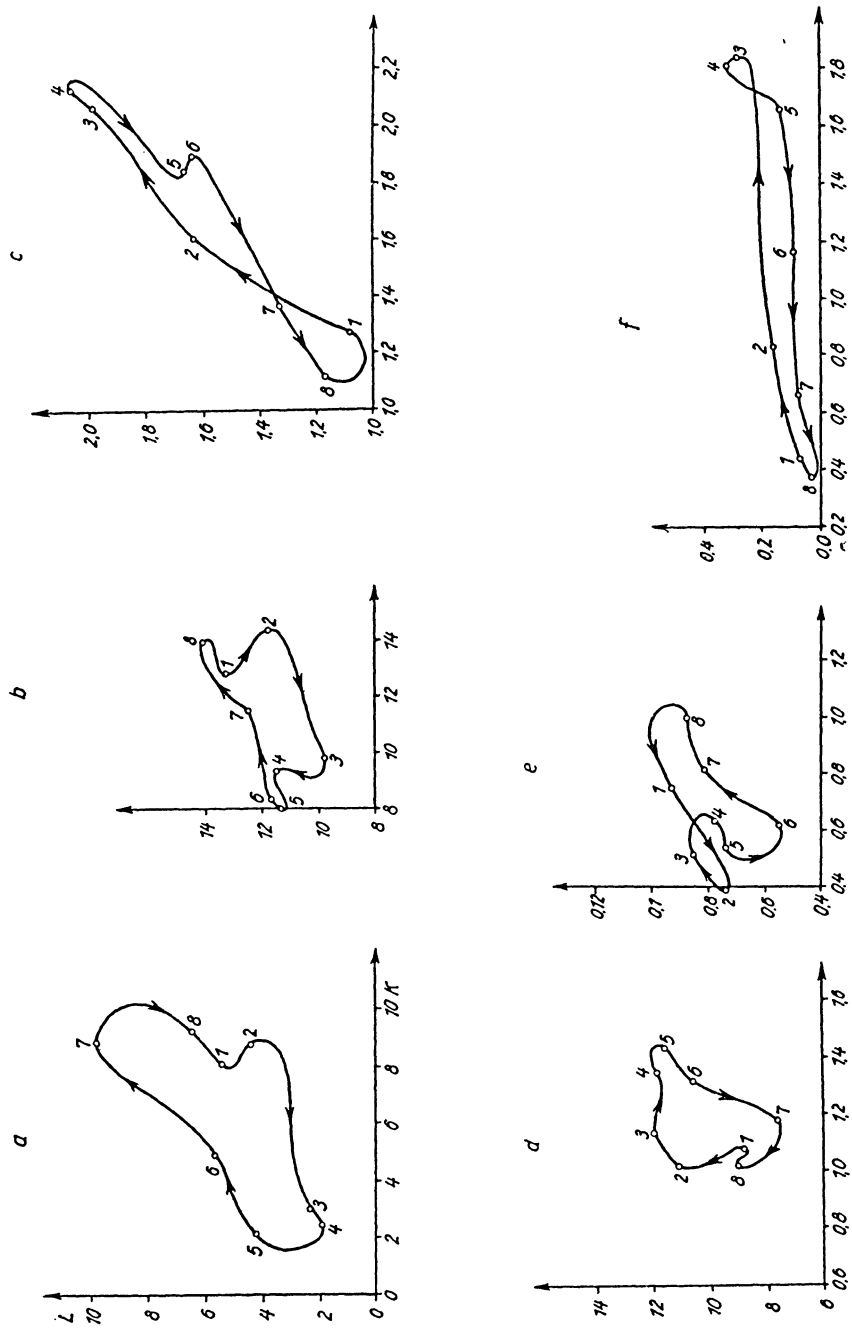


Abb. 4a

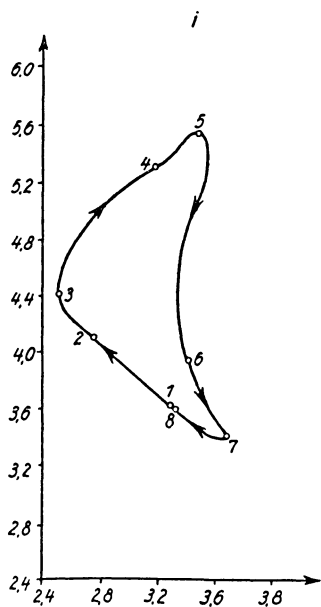
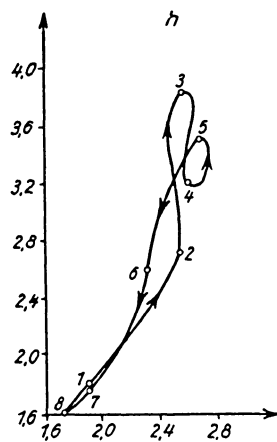
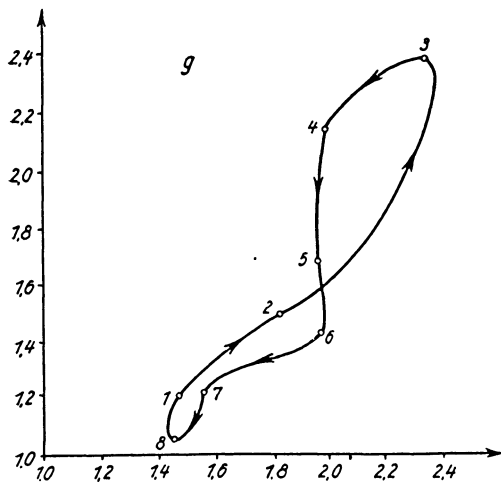


Abb. 4 b

Kunetz [2] eingeführten Ellipse (bzw. mit der durch uns modifizierten Abart dieser Ellipse [3]) in einem bestimmten Zusammenhang. Zur Feststellung der genaueren Zusammenhänge bedarf es jedoch noch weiterer Untersuchungen.

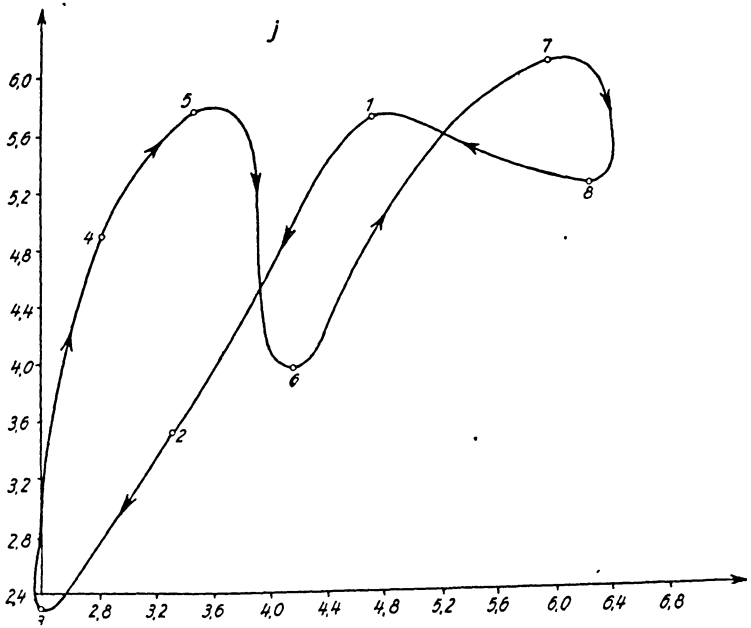


Abb. 4c

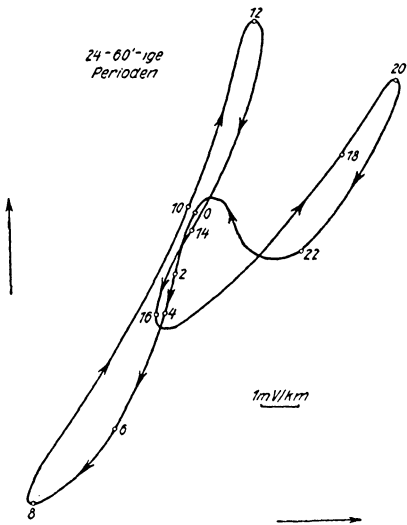


Abb. 5

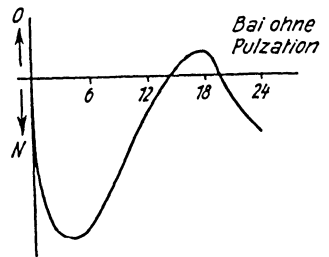
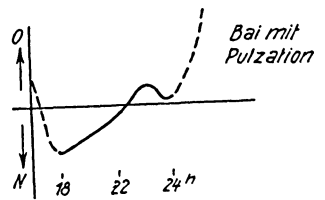


Abb. 6

Auf die Vektordiagramme zurückkommend, bemerken wir, daß bei den Frequenzen mit dem Maximum der Aktivität in den Tagesstunden das Anwachsen in der ersten Reihe der Nordkomponente bedeutsam ist. So ist zum Beispiel dieses bei den 6 — 12'-Perioden 2,4mal größer. Das Vektordiagramm ist besonders im Hinblick auf die 24 — 60'igen Perioden interessant. So fallen z. B. am Diagramm von *Feber* 1958 zwei Äste auf (Abb. 5), der eine Ast zwischen 18 — 24 Uhr, der zweite in den übrigen Stunden. Das Minimum gegen 8 Uhr und das Maximum gegen 12 bzw. 20 Uhr ist in guter Übereinstimmung mit dem summierten Diagramm des Vorjahres klar zu sehen. Die Charakteristik des Diagramms könnte durch ein Wechselstromsystem erklärt werden, das die nördliche Erdhalbkugel einmal umfaßt und sich gegen 8 Uhr teilt; sein ostwärts gerichteter Ast geht zwischen 18 und 24 Uhr durch den Breitengrad des Observatoriums. Man könnte erwarten, daß diese Effekte sich auch in den Baistörungen bemerkbar machen; denn die Perioden der Baien, (hier sind nur Baien mit Pulsationen gemeint) fallen in 96% der Fälle in obiges Intervall, und ihre Verteilung folgt überraschend gut der gemittelten Amplitude solcher Variationen. In Wirklichkeit beobachten wir jedoch während der ganzen Nacht eine ständige Wendung in östlicher Richtung (Abb. 6) und fanden nur wenige Spuren der nach 24 Uhr einsetzenden Rückwendung. Demgegenüber zeigen die pulsationslosen Baien dieselbe Erscheinung, obwohl ihre Perioden etwas kleiner sind. Es sei bemerkt, daß sich bei den Baien gleichzeitig wesentliche Phasenänderungen zeigten.

Ferner müssen wir bei Betrachtung der Charakteristik der Komponenten am Tage feststellen, daß die mittlere Amplitude der in der Ostkomponente auftretenden Variationen mit Perioden von etwa 20" dennoch viel zu klein ist, um die Charakterzahlen steigern zu können. Andererseits sind wir aber gezwungen, diese aus den langsamen Registrierungen bei der Ablesung der Totalvariation wegzulassen.

Es zeigt sich beim Vergleich der gestörten und der ruhigen Tage mit den Gesamttagen, daß das Ansteigen der Aktivität in erster Linie auf die Variationen mit 2 — 10'igen Perioden zurückzuführen ist. Ferner ist auch jetzt in der Ostkomponente eher eine Verschiebung in Richtung der größeren Frequenzen, in der Nordkomponente hingegen eine solche in Richtung der kleineren Frequenzen festzustellen. Bei den ganz großen Perioden zeigt sich im allgemeinen ein schwächeres, sekundäres Maximum. Die mittlere Amplitude vergrößert sich hauptsächlich in den Nachmittagsstunden.

Ein ganz sonderbares Verhalten zeigen an gestörten Tagen die Variationen mit 30 — 60'igen Perioden (Abb. 7). In den Stunden, in denen sie an Durchschnittstagen (etwa 4 — 8 Uhr sowie in den Nachmittagsstunden von 11 bis 15 Uhr) abklingen, zeigt ihre Amplitude auch an gestörten Tagen keinen nennenswerten Anstieg. Auch wächst ihre Aktivität zwischen 8 und 11 Uhr kaum, hingegen erreicht sie in den Nachtstunden das Dreifache der normalen Aktivität, wobei ihr oben geschildertes Verhalten noch ausgeprägter wird. Auf dem Vektordiagramm zeigt sich in den Mittagsstunden statt einer Wendung von 15° eine von 40°.

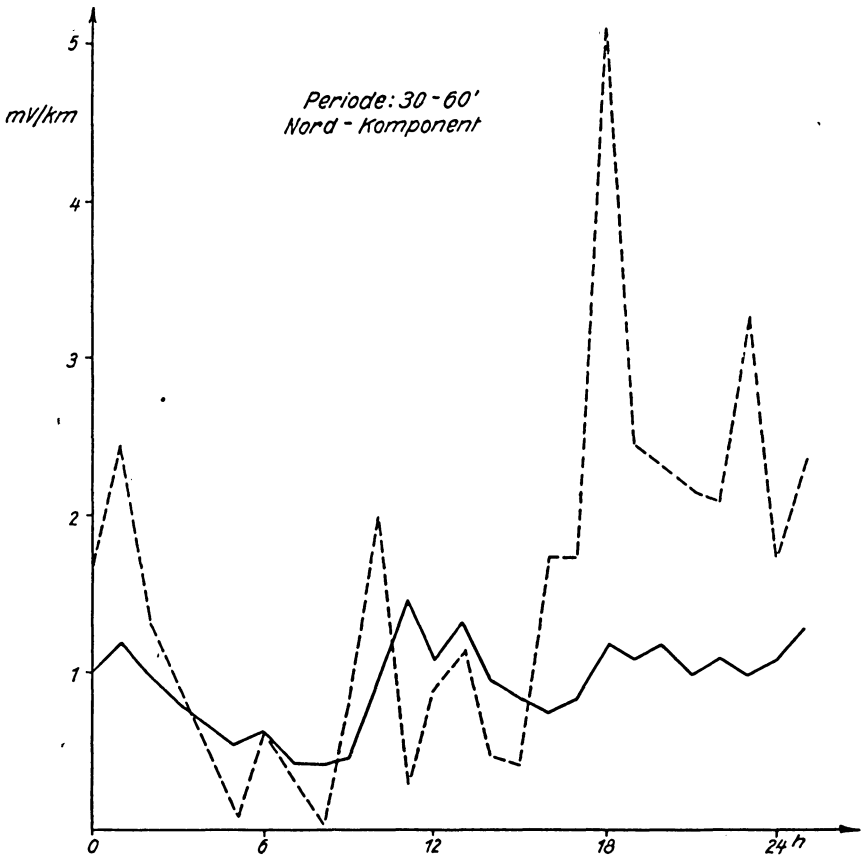


Abb. 7

D. Montagvariationen

Die Montagvariationen sind von uns bisher nur in den 0 bis 2'- und 30 bis 60'igen Frequenzklassen untersucht worden. In der ersten Gruppe zeigt sich eine tägliche Welle, doch ist die Modulation nicht übermäßig groß. Die Änderung beträgt höchstens 20%. Die mittlere Amplitude vermindert sich von 0,17 mV/km auf 0,14 mV/km, es verschiebt sich auch wesentlich die Phase der Variation in den einzelnen Zeitabschnitten.

Viel markanter tritt die Montagvariation bei den Wellen mit großen Perioden in Erscheinung. Hier zeigen sich täglich zwei Wellen, deren aus verschiedenen Monaten berechneten Phasen gut übereinstimmen. Bei einem Maximum der mittleren Amplitude von 1,13 bzw. 1,24 mV/km und einem Minimum von 0,67 bzw. 0,61 mV/km beträgt die Änderung etwa 50%.

Wie schon erwähnt, sind die aufgezählten Feststellungen nur die ersten Ergebnisse. Obwohl uns nur ein verhältnismäßig kleines Gebiet zur Verfügung steht, möchten wir im weiteren Verlauf unserer Arbeiten durch das ganze Land umfassende Messungen das Verhalten der Variationen mit verschiedenen Perioden im Raum klären.

Ferner soll die Wirkung des geologischen Aufbaus auf die einzelnen mittleren Amplituden oder auf sonstige Kennwerte untersucht werden. Unser Observatorium beabsichtigt, halbjährige Berichte zu veröffentlichen, in welchen man detaillierte Daten über das Obige vorfinden wird.

Literatur

- [1] *Troizkaja*: Korotkoperioditscheskie vosmystschenija elektromagnitnogo polja zemli. Akademija Nauk SSSR, Trudü Geofisitschskogo Instituta, No. 32.
- [2] *Kunetz*: Anwendung statistischer Eigenschaften der Erdströme in der praktischen Geophysik. Freiburger Forschungshefte C 32.
- [3] *Verö*: Die Konstruierung der Stationsellipse. Noch nicht erschienen.
- [4] *Adam* und *Verö*: Im 39. Band der Geofisica Pura e Applicata.

Die modernen Askania-Gravimeter

Erfahrungen, Verbesserungen und ihre Leistungsfähigkeit

Von R. Schulze¹⁾

Die Askania-Gravimeter sind in den letzten Jahren wesentlich verbessert worden. Da die einzelnen Verbesserungen meist nur sehr unscheinbar waren, sind sie nicht immer direkt erkennbar. In der Summation der Verbesserungen zeichnet sich jedoch gegenüber der Situation vor etwa 5 Jahren ein doch wesentlich verändertes Bild ab. Es ist daher an der Zeit, den augenblicklichen Stand der modernen Gravimeter zu skizzieren.

Einige der wesentlichsten Merkmale der Gravimeter Gs 11 und Gs 12 seien kurz aufgezählt: eingebaute Eicheinrichtung zur schnellen Überprüfung des Skalenwertes, großer direkter Meßbereich, optische Ablesung mittels Präzisionsglasmaßstab zur Ausschaltung von Spindel Fehlern, Druckdichtigkeit.

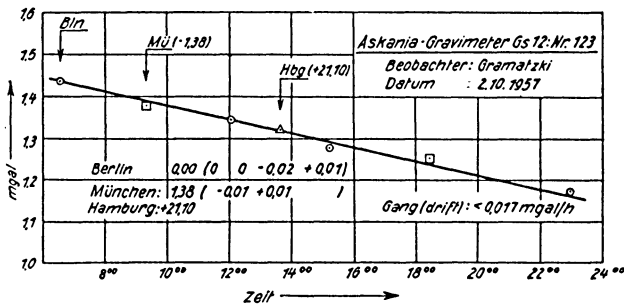


Abb. 1. Gangkurve einer Gravimetermessung zwischen Berlin, München und Hamburg

Als besonders entscheidende Verbesserung muß das Gangverhalten erwähnt werden. Die Gänge der modernen Gravimeter sind bei guter Behandlung der Instrumente so klein und stetig, daß Wiederholungsmessungen in bedeutend kleinerem Umfange als bisher erforderlich sind. Bei den in den letzten Jahren durchgeführten Eichfahrten in Berlin-Grünwald lagen

46%	der Gänge zwischen	0	und	0,02	mgal/Stunde
42%	„ „ „	0,03	„	0,10	„
und 12%	„ „ „	0,11	„	0,22	„

¹⁾ Dr.-Ing. Reinhard Schulze, Askania-Werke, Berlin-Friedenau

Mit einem speziell für Schweremessungen über große Entfernungen konstruierten Gravimeter vom Typ Gs 12 sind heute auf Grund dieses Gangverhaltens sowie infolge der allgemein gestiegenen Präzision der Instrumente einwandfreie Messungen zwischen Meßpunkten möglich, die mehrere Flugstunden voneinander entfernt liegen. Abb. 1 zeigt die Gangkurve einer Gravimetermessung zwischen Berlin, München und Hamburg. Wie man erkennt, ist eine Genauigkeit von $\pm 0,02$ mgal tatsächlich erreichbar, was in der Geschichte der geophysikalisch-geodätischen Schwerevermessungen einen sprunghaften Fortschritt darstellt. Damit öffnen sich bisher nicht gewagte Anwendungsgebiete für die Gravimeter.

Das folgende Zahlenbeispiel demonstriert sehr eindringlich die extremen Anforderungen, die an ein gutes Gravimeter gestellt werden. Zur Registrierung der Erdzeitenkräfte – wofür sich bekanntlich ein Gs 11 vorzüglich eignet – wird eine Ablesemöglichkeit von 0,001 mgal gefordert und erreicht. Bei einer Änderung der Schwerebeschleunigung um 0,001 mgal verschiebt sich am Meßsystem der Punkt der Federeinspannung gegenüber dem Drehpunkt um etwa $6 \cdot 10^{-9}$ cm. Das bedeutet, daß die Länge der tragenden (die Schwerkraft etwa kompensierenden) Hauptfeder um $6 \cdot 10^{-9}$ cm konstant sein soll. Dieser Wert entspricht dem Radius eines Wasserstoffatoms!

Dieser fast unwahrscheinlich anmutende Vergleich zeigt, daß moderne Gravimeter zu den feinsten und empfindlichsten Instrumenten der gesamten heutigen Meßtechnik gehören.

Literatur

Die Askania-Gravimeter, Sonderdruck Nr. 1442f der Askania-Werke, Berlin-Friedenau, 1958.

Schulze, R.: Gravimetermessungen über große Entfernungen. Veröff. d. Deutsch. Geodät. Kom., Reihe B, Heft 35, München 1957.

—: Die Leistungsfähigkeit der modernen Askania-Gravimeter, Askania-Warte 35/1958.

Über quadratische Mittelwerte des geomagnetischen Potentials

Von G. Fanselau, Potsdam¹⁾

Zur Darstellung des geomagnetischen Potentials werden Kugelfunktionsreihen benutzt. Durch Kombination der Vielzahl der in diesen Reihen auftretenden Parameter kann man zu Aussagen über die Struktur des Erdfeldes gelangen. Dazu werden die Ergebnisse einer neuen Potentialberechnung bis zur 15. Ordnung, die am Geomagnetischen Institut Potsdam durchgeführt worden ist, verwendet.

Aus dem Gesetz für das numerische Abklingen der Mittelwerte der Laplaceschen Kugelfunktionen in der Potentialreihe mit wachsender Ordnung ergeben sich gewisse Aussagen über die zu erwartende Größenordnung der Mittelwerte für die höheren Ordnungen. Das Verhalten dieser Mittelwerte über verschiedene Kugelflächen im Erdinneren macht wahrscheinlich, daß in der Umgebung der Kerngrenze die Obergrenze für die Quellen zu suchen ist, die den Hauptteil am Erdfeld verursachen.

Normierte Parameter können zu Aussagen über die Verteilung des Feldes herangezogen werden. Eine Betrachtung dieser Größen in bezug auf verschiedene Durchmesser der Erde zeigt, daß das Erdfeld bezüglich der Rotationsachse die größte Tendenz zu einer zonalen Verteilung in den Bestandteilen aller Größen zeigt.

Aus einem Vergleich der Mittelwerte mit entsprechend gebildeten Größen der Darstellung der Höhen- und Tiefenverhältnisse der Erdoberfläche von *Prey* folgt, daß diese mit den von der Potsdamer Analyse erfaßten Zügen in der Verteilung des Potentials keine erkennbare Beziehung besitzen.

Literatur

- Fanselau, G.*, und *Kautzleben, H.*: Jahrbuch 1956 Observ. Niemeck, S. 103—120 (1958).
Fanselau, G., und *Kautzleben, H.*: Geofisica pura e applicata. Bd. 41 (1958/III), S. 33—72.

1) Prof. Dr. G. Fanselau, Geomagnetisches Institut der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Potsdam, Telegrafenberg

Ergebnisse gravimetrischer Regionalvermessungen im Westerzgebirge¹⁾

Von S. Grosse, Leipzig²⁾

Zusammenfassung. Es werden die Ergebnisse von Gravimetermessungen im Westerzgebirge vorgelegt und interpretiert. Das *Bouguer*-Schwerebild weist einen Schwereabfall von etwa 55 mgal bis zum Erzgebirgskamm auf, wobei der Linienverlauf die bekannten Granitvorkommen des Erzgebirges gut wiedergibt. Zur Erklärung der großen Amplitude des Schwereminimums wird ein ausgedehnter granitischer Tiefenkörper angenommen.

Abstract. Results of gravimeter measurements obtained in the western Erzgebirge are presented and interpreted. The Bouguer gravity diagram indicates a gravity decline of approximately 55 mgal up to the ridge of the Erzgebirge, where by the course of the lines represents the known granitic bodies. As an explanation of the great amplitude regarding the minimum of gravity, the existence of an expanded plutonic body of granite is assumed.

Sowohl die Notwendigkeit lagerstättenkundlicher Prospektion als auch die noch bestehende Lücke im Schwerebild der DDR gaben Anlaß, den west-erzgebirgischen Raum südlich der Linie Zwickau–Karl-Marx-Stadt gravimetrisch zu erkunden. Die mit etwa 80 Punkten pro Meßtischblatt sehr dicht angesetzte Regionalvermessung betraf damit folgende geologische Einheiten:

das Erzgebirgische Rotliegendbecken,
die Phyllit- und Glimmerschieferzone sowie
die Gneis- und Granitgebiete des oberen westlichen Erzgebirges.

Um den durch die komplizierten geologischen Verhältnisse und durch das bewegte topografische Relief bedingten Reduktionsschwierigkeiten zu begegnen, wurden die Dichten von etwa 60 verschiedenen Gesteinsarten an rund 4300 Proben bestimmt und zu einer Karte der Dichtebezirke zusammengefaßt. Ferner konnten die Schachtgravimetermessungen von *Rische* [3] und *Bremer* [1] ausgewertet werden.

Mit den Werten der Dichtebezirkkarte wurden die Schwerewerte auf ein oberflächennahgelegenes, geneigtes Zwischenniveau reduziert, welches dem mittleren Anstieg des Erzgebirges mit etwa 10 m/km folgt. Unterhalb dieser Ebene wurde einheitlich mit $2,7 \text{ gcm}^{-3}$ auf NN reduziert.

Das so entstehende *Bouguer*-Schwerebild (Abb. 1) wird durch einen steilen Schwereabfall von etwa 55 mgal nach Süden beherrscht, dessen größte Gradienten an der Grenze des Glimmerschiefers zum Gneis bzw. des Phyllits zum Granit angetroffen werden. Im Rotliegendbecken zeigen sich positive Stör-

¹⁾ Mitteilung aus dem VEB Geophysik Leipzig.

²⁾ Dipl.-Geophys. Siegfried Große, VEB Geophysik Leipzig, Leipzig C 1, Martin-Luther-Ring 13.

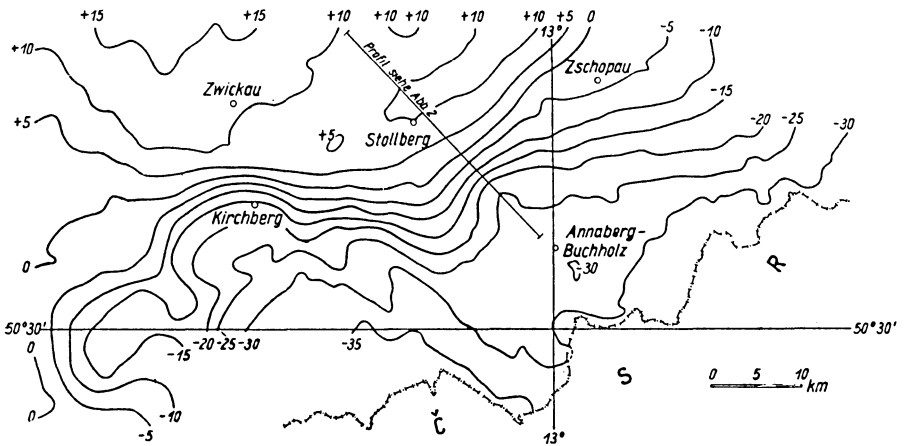


Abb. 1. Karte der Bouguer-Schwerestörung des Westerzgebirges, mit Zwischenniveau reduziert. Isogammenabstand 5 mgal, Oberflächendichte $2,30 \leq \sigma \leq 3,16$, Einheitsdichte $\sigma = 2,70$

werte von + 10 bis + 17 mgal, die im Verlaufe des Schwereabfalls nach Süden auf - 30 bis - 40 mgal an der Landesgrenze absinken.

Die in der Abb. 1 angegebenen mgal-Werte sind Differenzen der *Bouguer-Schwere* gegenüber der *Helmertschen Normalschwere* (1901). Nach der internationalen Schwereformel müßten diese Werte um etwa 12,5 mgal herabgesetzt werden. Die tiefsten Störwerte würden demnach etwa - 52 mgal betragen.

Das sind Störwerte, die in Deutschland - vom Schwereminimum der Alpen abgesehen - nicht wieder vorkommen.

Da es sich im Erzgebirge, wie schon die deutliche Abbildung der bekannten Granitkörper erkennen läßt, um die Minimumwirkung granitischen Materials handelt, müssen besondere Lagerungsformen dieses Gesteins angenommen werden, um das aus dem allgemeinen Rahmen herausfallende gravimetrische Bild erklären zu können.

Es ist naheliegend, das tiefe „Erzgebirgsminimum“ auf einen ausgedehnten granitischen Tiefenkörper zurückzuführen, der schon von *Watznauer* [4] auf Grund von geologischen Überlegungen - allerdings bis in den Thüringer Wald hineinreichend - angenommen wird.

Das vorliegende Schwerebild läßt aber erkennen, daß der tiefreichende Granitkörper mit seinen aufgesetzten Spezialaufwölbungen an den Erzgebirgsraum gebunden bleibt und offenbar am Westrand des Kirchberg-Eibenstocker Granitmassivs, eventuell noch unter Einbeziehung des Bergener Granits, sein Ende findet.

Der auch über dem Kirchberg-Eibenstocker Granit weiter anhaltende Schwereabfall nach Süden macht wahrscheinlich, daß die Unterkante des granitischen Tiefenkörpers nach Süden absinkt und so einen das Erzgebirge unter-

lagernden Keil granitischen Materials bildet, der, wie die W-E-Ausdehnung des Erzgebirgsminimums beweist, streng an den Bereich des Erzgebirgsabbruches gebunden bleibt.

Es fällt nicht schwer, die Verbindung zwischen dem durch seine gravimetrische Wirkung ausgewiesenen keilförmigen granitischen Tiefenkörper und dem ihm räumlich unmittelbar benachbarten tektonischen Element des Randabbruches herzustellen.

Offenbar ist der mit dem Granitkörper im Zusammenhang stehende isostatische Effekt die Ursache für die Heraushebung des Erzgebirges.

Die sich so darbietenden Verhältnisse zeigt ein hypothetisches Profil (Abb. 2) dessen Lage aus Abb. 1 ersichtlich ist.

Das Rotliegendbecken bildet sich als schwaches Minimum mit anschließendem Schwereanstieg zur Phyllitzone ab. Hier setzt jetzt aber, trotz des weiteren Dichteanstiegs zur Glimmerschieferzone, ein Schwereabfall von 37 mgal ein. Diese Schweredifferenz könnte prinzipiell durch den Anstieg des Granits um rund 6 km bei einer Dichtedifferenz von $0,16 \text{ gm}^{-3}$ erklärt werden.

Es müßte aber, um den Schwereabfall auf so engem Raum zusammenzudrängen, senkrecht Einfallen des Granits angenommen werden. Das würde wiederum bedeuten, daß der größte Gradient an der Grenze Granit/Glimmerschieferzone zu erwarten wäre. Das ist eindeutig nicht der Fall. Es muß also zur Erklärung der Anomalie die Unterkante des Granits herangezogen werden. Unter den hier im Profil angenommenen geologischen Verhältnissen rekonstruiert sich die gravimetrische Anomalie annähernd. Eine eindeutige Trennung verschiedener Feldanteile, etwa den Verhältnissen an der Ober- und Unterkante des Granits entsprechend, ist nicht möglich. Die Tiefe des Überganges vom Granit zu basischem Material ist willkürlich angesetzt. Es wurden aber Werte aus Ergebnissen tiefenseismischer Messungen im hessischen Raum [2] für die Festlegung dieser Grenze angenommen. Im vorliegenden Falle ist es durchaus möglich, daß die Granitunterkante z. B. höher liegt und nach Norden, nicht wie im Profil angegeben, in eine allgemeine „Granitschicht“ übergeht. Eine Klärung dieser Frage kann nur durch tiefenseismische Beobachtungen herbeigeführt werden. Der weitere Schwereabfall zum Erzgebirgskamm bei etwa gleichbleibendem oberem Intrusionsniveau des Granits macht ein weiteres Absinken der Unterkante wahrscheinlich.

Es muß nochmals betont werden, daß die in diesem Profil angegebenen Grenzen und Tiefen hypothetisch sind und keine verbindliche Aussage zu diesem Thema darstellen sollen.

Zusammengefaßt lassen die gravimetrischen Ergebnisse folgendes Bild der Tektonik des Westerzgebirges entstehen:

Der regionale Schwereverlauf läßt einen großen granitischen Tiefenkörper vermuten, der das gesamte Erzgebirge unterlagert. Dieser ist wahrscheinlich mit einer tiefreichenden granitischen Wurzel verknüpft, die in engem Zusammenhang mit dem Erzgebirgsabbruch zu stehen scheint. Der von *Watznauer* [4] in dieser Form bereits vermutete Granitkörper kann also gravimetrisch bestätigt und in seiner speziellen Ausbildung analysiert werden.

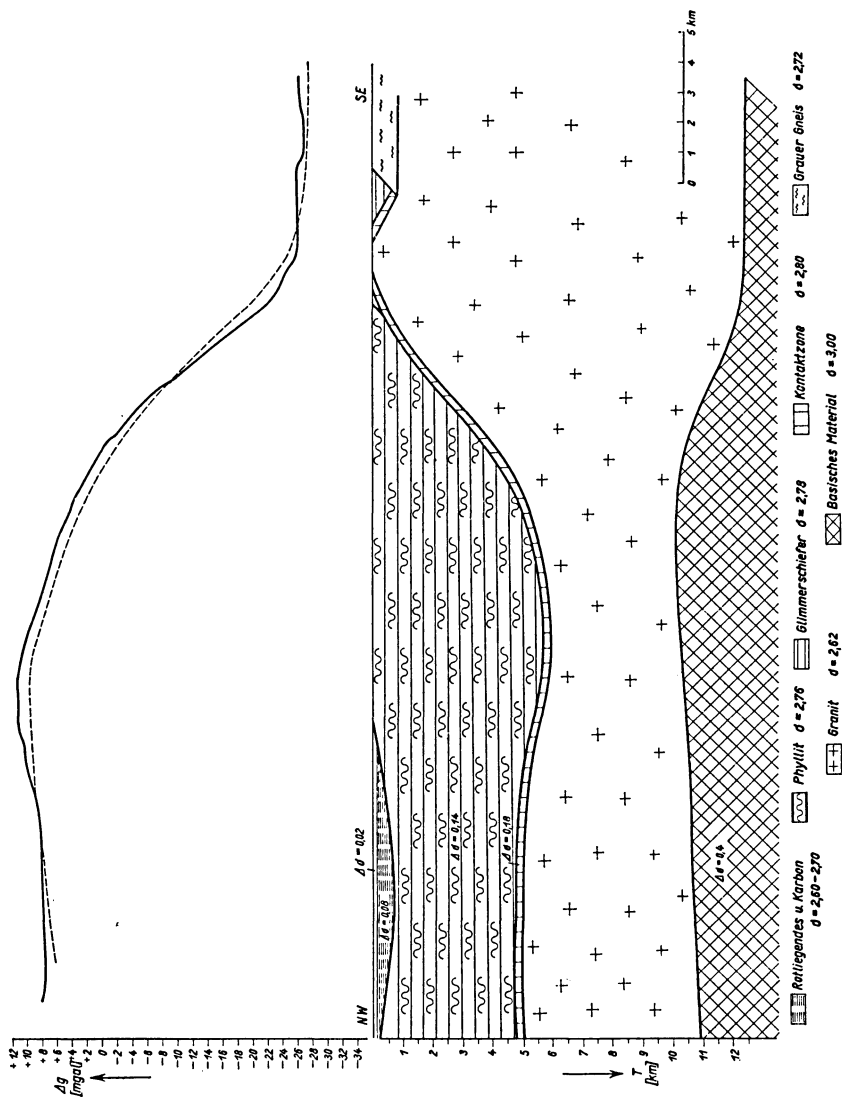


Abb. 2. Aus den Schweremessungen errechnetes geologisches Profil. (—) gemessene Schwerestörung, (---) entsprechend dem geologischen Profil berechnete Schwerestörung. $\Delta\sigma =$ Dichtedifferenz gegen Granit ($\sigma = 2,62$)

Allerdings ist die von *Watznauer* angenommene Fortsetzung nach Thüringen im Schwerebild nicht bestätigt. Vielmehr scheint der granitische Tiefenkörper am Westrand des Eibenstock-Kirchberger Granits, also gleichzeitig mit dem Auslaufen des Erzgebirgsabbruches, zu enden.

Die ausführliche Veröffentlichung der Ergebnisse einschließlich der Dichtebestimmungen erfolgt wegen des großen Umfanges der Arbeit demnächst in den Freiburger Forschungsheften.

An dieser Stelle ist es dem Autor eine angenehme Pflicht, dem VEB Geophysik Leipzig für die bereitwillige Freigabe des Materials zur Veröffentlichung zu danken. Gleichfalls danke ich meinen Mitarbeitern, den Herren Dipl.-Geol. *M. Kopf* und Dipl.-Geophys. *K. Sonntag* für ihre ständige wissenschaftliche Beratung und für das Einverständnis, Teile unserer gemeinsamen Arbeit vorgehend zu veröffentlichen. Herrn Prof. Dr. *A. Watznauer* und Herrn Dipl.-Geophys. *Jeremejef* danke ich für die in mehreren Gesprächen gegebenen Anregungen und Informationen.

Literatur

- [1] *Bremer, H.*: Dichtebestimmungen durch Schachtgravimetermessungen (Diplomarbeit, unveröffentlicht). Freiberg 1957.
- [2] *v. z. Mühlen*: Ergebnisse der „Steinbruchseismik“ im Siegerland, Kraichgau und in Hessen/Unterfranken. Geol. Jb. 71 (1956), 569—594.
- [3] *Rische, H.*: Dichtebestimmungen im Gesteinsverband durch Gravimeter- und Drehwaagemessungen unter Tage. Freiburger Forschungshefte, Reihe C, 35, (1957).
- [4] *Watznauer, A.*: Die erzgebirgischen Granitintrusionen. Geologie 3, 6/7 (1954), 688 bis 706.

Die Berechnung von geoelektrischen Modellkurven bei beliebiger Elektroden-Anordnung auf horizontal geschichteten Medien¹⁾

Von S. Geier, Leipzig²⁾

Zusammenfassung. Diese Arbeit enthält die Anwendung des allgemeinen Ergebnisses von *H. Flathe* zur Potentialberechnung für horizontal geschichtete Medien auf beliebige Elektroden-Anordnungen.

Abstract. This paper contains the application of the general result of *H. Flathe* for the calculation of the potential belonging to horizontal stratified media in the case of any configuration of the electrodes.

1.

Das von einer Punktelektrode herrührende Potential für horizontal geschichteten Erduntergrund gestattet nach *Stefanescu* an der Erdoberfläche $z = 0$ die Darstellung

$$(1) \quad V(r) = \frac{J\varrho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + 2 \int_0^{\infty} \Theta_1(\lambda, k_i, h_i) J_0(\lambda r) d\lambda \right).$$

Dabei ist J die Stromstärke und r die Entfernung \overline{OP} des in der Ebene $z = 0$ gelegenen Aufpunktes P von der Quelle Q in O (Abb. 1).

h_i bezeichnet die Tiefe der $(i + 1)$ -ten Schicht. k_i ist der Refraktionskoeffizient zwischen i -ter und $(i + 1)$ -ter Schicht:

$$(2) \quad k_i = \frac{\varrho_{i+1} - \varrho_i}{\varrho_{i+1} + \varrho_i}.$$

Nach *H. Flathe* ist die Berechnung des Potentials $V(r)$ (1) im Falle eines beliebig horizontal geschichteten isotropen Untergrundes zurückführbar auf die Auswertung des Grundintegrals

$$(3) \quad F(\varkappa, r) = \int_0^{\infty} \frac{\varkappa u - u^2}{1 - 2\varkappa u + u^2} J_0(\lambda r) d\lambda,$$

wo $u = e^{-2\lambda}$ ist. \varkappa hat die Bedeutung eines Refraktionskoeffizienten und ist daher eine reelle Größe, für die $|\varkappa| \leq 1$ gilt.

¹⁾ Mitteilung aus dem VEB Geophysik, Leipzig.

²⁾ Dipl.-Math. S. Geier, VEB Geophysik, Leipzig C 1, Martin-Luther-Ring 13.

oder

$$(10) \quad F_a(\kappa, r) = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Im \sin 2\lambda}{\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{I} 2\lambda - \kappa} H_0^{(1)}(\lambda r) d\lambda.$$

Die Funktion

$$(11) \quad f(\lambda) = \frac{\Im \sin 2\lambda}{\mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{I} 2\lambda - \kappa} H_0^{(1)}(\lambda r) \quad (r > 0, |\kappa| < 1, \kappa \text{ reell})$$

ist in der längs der negativen Achse aufgeschnittenen λ -Ebene außer in den Punkten $\lambda = 0$, $\lambda = \infty$,

$$\lambda_1^{(n)} = -\frac{1}{2}(i\varphi + 2\pi n i), \quad \lambda_2^{(n)} = -\frac{1}{2}(-i\varphi + 2\pi n i)$$

$$(n = \dots, -1, 0, +1, \dots),$$

$$\cos \varphi = \kappa, \quad 0 < \varphi < \pi,$$

eine eindeutige analytische Funktion von λ . An den Stellen $\lambda_1^{(n)}$ und $\lambda_2^{(n)}$ besitzt sie Pole erster Ordnung. Wir betrachten das Integral (10) längs des



Abb. 2

Weges w (Abb. 2), der die logarithmische Singularität an der Stelle $\lambda = 0$ meidet. Sei $\varepsilon > 0$ beliebig vorgegeben, dann gilt für hinreichend kleine Werte $\rho > 0$

$$(12) \quad \left| \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) d\lambda - \int_w f(\lambda) d\lambda \right| < \varepsilon.$$

Zieht man den Weg w in die positiv-imaginäre Halbebene, so bleibt er an den Polstellen

$$\lambda_1^{(0)} = \frac{i\varphi}{2},$$

$$\lambda_1^{(n)} = -\frac{i\varphi}{2} + n\pi i, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$\lambda_2^{(n)} = \frac{i\varphi}{2} + n\pi i,$$

hängen. Für eine beliebige Polstelle λ_0 gilt die Entwicklung

$$(13) \quad \mathfrak{C} \mathfrak{O} \mathfrak{I} 2\lambda - \kappa = (\lambda - \lambda_0) 2 \Im \sin 2\lambda_0 + \dots$$

mit

$$(14) \quad \Im \sin 2\lambda_0 \neq 0.$$

Mithin folgt

$$(15) \quad F_a(\varkappa, r) = \frac{1}{4} \cdot 2\pi i \cdot \sum_{Jm\lambda > 0} \text{Res } f(\lambda)$$

oder

$$(16) \quad F_a(\varkappa, r) = \frac{\pi i}{4} H_0^{(1)}\left(\frac{i\varphi r}{2}\right) + \frac{\pi i}{4} \sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(1)}\left(i[2n\pi - \varphi] \frac{r}{2}\right) \\ + \frac{\pi i}{4} \sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(1)}\left(i[2n\pi + \varphi] \frac{r}{2}\right) \quad (r > 0).$$

Die Funktion $F_a(\varkappa, r)$ ist die Summe der Residuen der Funktion $\frac{\pi i}{2} \cdot f(\lambda)$, die in der positiv-imaginären Halbebene vorhanden sind.

3.

Beim $(2\nu + 1)$ -Schichtfall mit $k_{2\nu} = -1$ hat man

$$(17) \quad \Theta_1(\lambda, k_i, h_i) = \Theta(\lambda) = \frac{P_{2\nu+1}(u)}{Q_{2\nu+1}(u)} = \sum_{j=1}^{\nu} \alpha_j \frac{\varkappa_j u - u^2}{1 - 2\varkappa_j u + u^2}$$

als Belegungsfunktion, wobei gilt

$$(18) \quad \sum_{j=1}^{\nu} \alpha_j = 1, \quad \varkappa_j \text{ reell, } |\varkappa_j| \leq 1 \quad (j = 1, \dots, \nu).$$

Auf Grund der Gleichungen (5), (6), (7), (16) und (17) erhalten wir für das λ -Integral aus (1)

$$(19) \quad 2 \int_0^{\infty} \Theta(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda = 2 \sum_{j=1}^{\nu} \alpha_j \cdot F(\varkappa_j, r).$$

Dabei ist $F(\varkappa_j, r)$ durch die Formel

$$(20) \quad F(\varkappa_j, r) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r} + \frac{\pi i}{4} H_0^{(1)}\left(i\varphi_j \frac{r}{2}\right) \\ + \frac{\pi i}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ H_0^{(1)}\left(i[2n\pi - \varphi_j] \frac{r}{2}\right) + H_0^{(1)}\left(i[2n\pi + \varphi_j] \frac{r}{2}\right) \right\}$$

gegeben. Die Beziehungen

$$(21) \quad \cos \varphi_j = \varkappa_j, \quad 0 \leq \varphi_j \leq \pi$$

legen φ_j fest. Der Wert $\varphi_j = 0$ ($\varkappa_j = 1$) ist jedoch in (20) und den folgenden Relationen (22) und (23) auszuschließen. In den Formeln (26), (27), (28), (29) und (30) ist $\varphi_j = 0$ zulässig.

Demzufolge kann für das Potential im Punkte $P(r)$ auf der Erdoberfläche $z = 0$ (Abb. 1) geschrieben werden

$$(22) \quad V(r) = \frac{J_0}{2\pi} \sum_{j=1}^{\nu} \alpha_j \cdot V(\varkappa_j, r) \quad (r = \overline{OP})$$

mit den „Teilpotentialen“

$$(23) \quad V(\kappa_j, r) = \frac{\pi i}{2} H_0^{(1)}\left(i\varphi_j \frac{r}{2}\right) + \frac{\pi i}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ H_0^{(1)}\left(i[2n\pi - \varphi_j] \frac{r}{2}\right) + H_0^{(1)}\left(i[2n\pi + \varphi_j] \frac{r}{2}\right) \right\}$$

($j = 1, \dots, \nu$).

Die Potentialdifferenz bei der *Wenner*-Anordnung beträgt

$$(24) \quad V_W(a) = 2[V(a) - V(2a)].$$

Die Normierung vermöge der Formel

$$(25) \quad V_W(a) = \frac{J \varrho_{SW}}{2\pi a}$$

liefert für den scheinbaren spezifischen Widerstand ϱ_{SW} den Ausdruck

$$(26) \quad \varrho_{SW} = \varrho_1 \cdot \sum_{j=1}^{\nu} \alpha_j \cdot W(\kappa_j, a)$$

mit dem „Teilwiderstand“

$$(27) \quad W(\kappa_j, a) = 2a[V(\kappa_j, a) - V(\kappa_j, 2a)] \quad (j = 1, \dots, \nu).$$

Die Relation (27) stellt – mit allgemeinem κ notiert – die Formel zum Auswertungsdiagramm für die *Wenner*-Anordnung dar:

$$(28) \quad \boxed{W(\kappa, a) = 2a[V(\kappa, a) - V(\kappa, 2a)]} \quad (I)$$

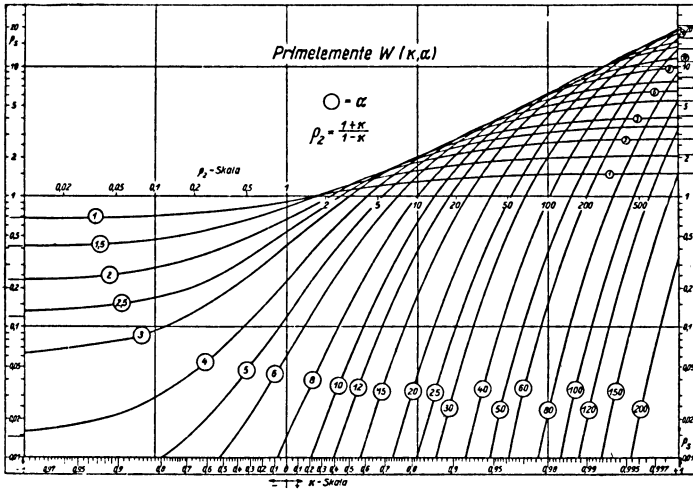


Abb. 3

$W(\kappa, a)$ nennen wir das Fundamentaldiagramm für die Wenner-Anordnung oder die zugehörigen Primelemente (vgl. Abb. 3).

Für eine allgemeine Vier-Punkt-Anordnung

$$(r_1, r_2, r_3, r_4),$$

wie sie Abb. 4 zeigt, wird der scheinbare spezifische Widerstand

$$(29) \quad \varrho_S(r_1, r_2, r_3, r_4) = \varrho_1 \cdot \sum_{j=1}^p \alpha_j \cdot W(\kappa_j; r_1, r_2, r_3, r_4),$$

wobei gilt

$$(30) \quad \boxed{W(\kappa_j; r_1, r_2, r_3, r_4) = c_4 \cdot [V(\kappa_j, r_1) - V(\kappa_j, r_3) - (V(\kappa_j, r_2) - V(\kappa_j, r_4))]} \quad (II)$$

mit

$$(31) \quad c_4 = \frac{1}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_3} - \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_4}\right)}.$$

Die Formel (22) für das Potential $V(r)$ gestattet offenbar die Berechnung des scheinbaren spezifischen Widerstandes ϱ_S für beliebige Elektroden-Anordnungen auf horizontal geschichteten Medien.

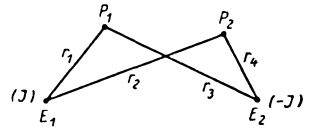


Abb. 4

Literatur

Flathe, H.: A practical method of calculating geoelectrical model graphs for horizontally stratified media. Geophysical Prospecting, Vol. III. (1955), No. 3.

Neue Untersuchung der irregulären geomagnetischen Anomalien bei Berggießhübel in Sachsen¹⁾

Von W. Neumann, Leipzig²⁾

Zusammenfassung. Von den geomagnetischen Anomalien des Elbtalschiefergebirges sind diejenigen bei Berggießhübel zweifellos am interessantesten. Seit den ersten geomagnetischen Messungen von *C. A. Heiland* (1925) stellen diese ein klassisches Beispiel für eine irreguläre Anomalie dar. Ein positiver Störungszug wird von einem kräftigen Südminimum flankiert, das sich durch Erdfeldinduktion allein nicht erklären läßt. Auf Grund der Ergebnisse von neuen geomagnetischen Vermessungen und geologischen Bohrungen wird versucht, das anomale magnetische Verhalten der in diesem Gebiet auftretenden Eisenerze zu erklären.

Abstract. Among the magnetic anomalies of the „Elbtalschiefergebirge“ those near Berggießhübel are without any doubt the most interesting. Since the first geomagnetic measurements by *C. A. Heiland* (1925), they represent a classical example of an abnormal anomaly. A positive anomaly is accompanied by a strongly negative one which is not to be explained alone by induction of the present geomagnetic field. After new geomagnetic measurements and geological bores, an attempt is made to explain the abnormal polarization of the iron ores found in this region.

Berggießhübel liegt im Bereich des Elbtalschiefergebirges. Dieses umfaßt silurische Tonschiefer, devonische Diabastuffe und Phyllite und darin eingelagerte Eruptivgesteine sowie Grauwacken und Tonschiefer des Kulms. Die tektonisch stark beanspruchten geologischen Schichten streichen NW–SO. Abb. 1 gibt eine Übersicht über die geomagnetischen ΔZ -Anomalien des Elbtalschiefergebirges nach Aufnahmen von *G. Neumann* und des VEB Geophysik. Die Anomalien stimmen mit der allgemeinen Streichrichtung überein. Sie werden verursacht durch magnetitreiche Diabase, Diabastuffe und in Hornblendegesteine umgewandelte Diabastuffe sowie durch Diorite und Syenite im Raum von Wittgensdorf. Als Störursache für die Rosenthaler Anomalie werden Hornblendeschiefer in größerer Tiefe vermutet. In dieser Übersichtsdarstellung fallen die Anomalien bei Berggießhübel wegen der Besonderheit auf, daß der positive Störungszug von einem kräftigen Südminimum flankiert wird. Die Gesamtamplitude dieser Störung erreicht mehr als 2000 γ .

Die geomagnetischen Anomalien bei Berggießhübel gelten als ein Schulbeispiel für eine irreguläre Anomalie. *C. A. Heiland* führte im Jahre 1925 östlich von Berggießhübel geomagnetische Messungen aus und beobachtete dabei, daß über den bekannten Magneteisenerzlagerern hohe negative Störwerte

¹⁾ Mitteilung aus dem VEB Geophysik Leipzig.

²⁾ Dr. W. Neumann, VEB Geophysik, Leipzig C 1, Martin-Luther-Ring 13.

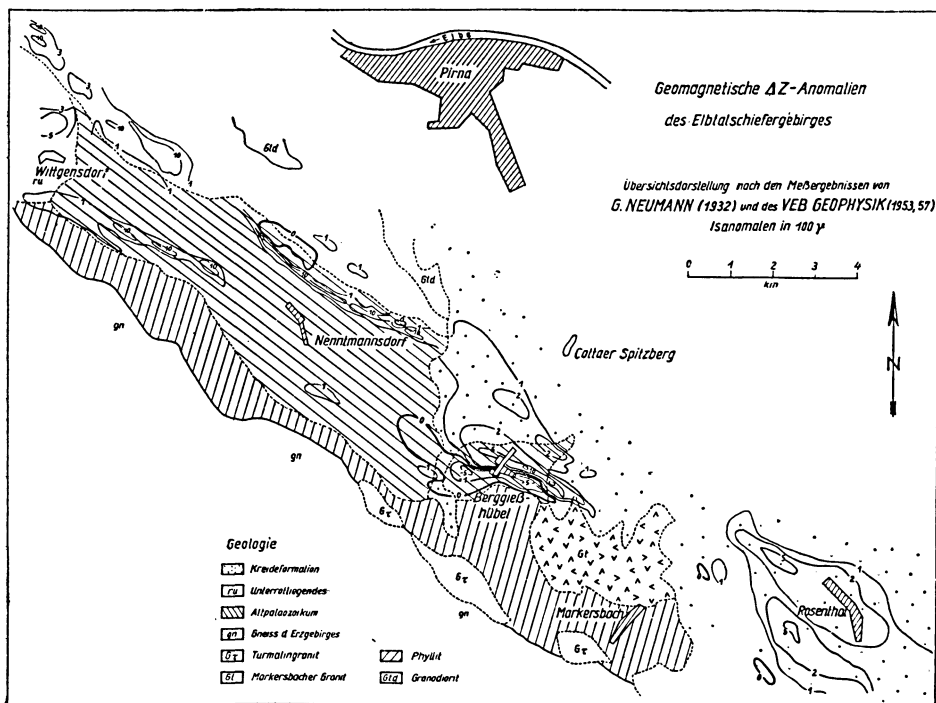


Abb. 1

in der Vertikalintensität auftreten. Im Jahre 1930 setzten *H. Seblatnigg* und *G. Neumann* die Messungen fort. Während *Seblatnigg* das Gebiet westlich des Martin-Schachtes über dem Mutter-Gottes-Lager eingehend untersuchte, verfolgte *Neumann* die Ausdehnung der Anomalien im weiteren Umkreis von Berggießhübel. Als ein sehr wichtiges Ergebnis der geomagnetischen Vermessung bezeichnet *Neumann* die Tatsache, daß ein ausgedehnter positiver Störungszug im nördlichen Bereich der Erzlager von Berggießhübel vorhanden ist. Die früheren Untersuchungen von *Heiland* und *Seblatnigg* hatten diese Anomalie nur teilweise berührt.

Da die Anomalien bei Berggießhübel in jüngster Zeit wieder in den Gesichtskreis des geologischen und geophysikalischen Interesses gerückt waren, führte in den Jahren 1955 und 1957 ein Meßtrupp des VEB Geophysik der Staatlichen Geologischen Kommission, Leipzig, unter Leitung des Verfassers eingehende ΔZ -Vermessungen östlich des Martin-Schachtes und westlich von Berggießhübel am Hochstein durch. Außerdem wurden einige geologische Bohrungen niedergebracht.

Die Abb. 2 und 3 zeigen das Ergebnis der Vermessungen. Mit einem Meßverband von 10×25 m ergab sich ein stark gegliedertes Isanomalienbild.

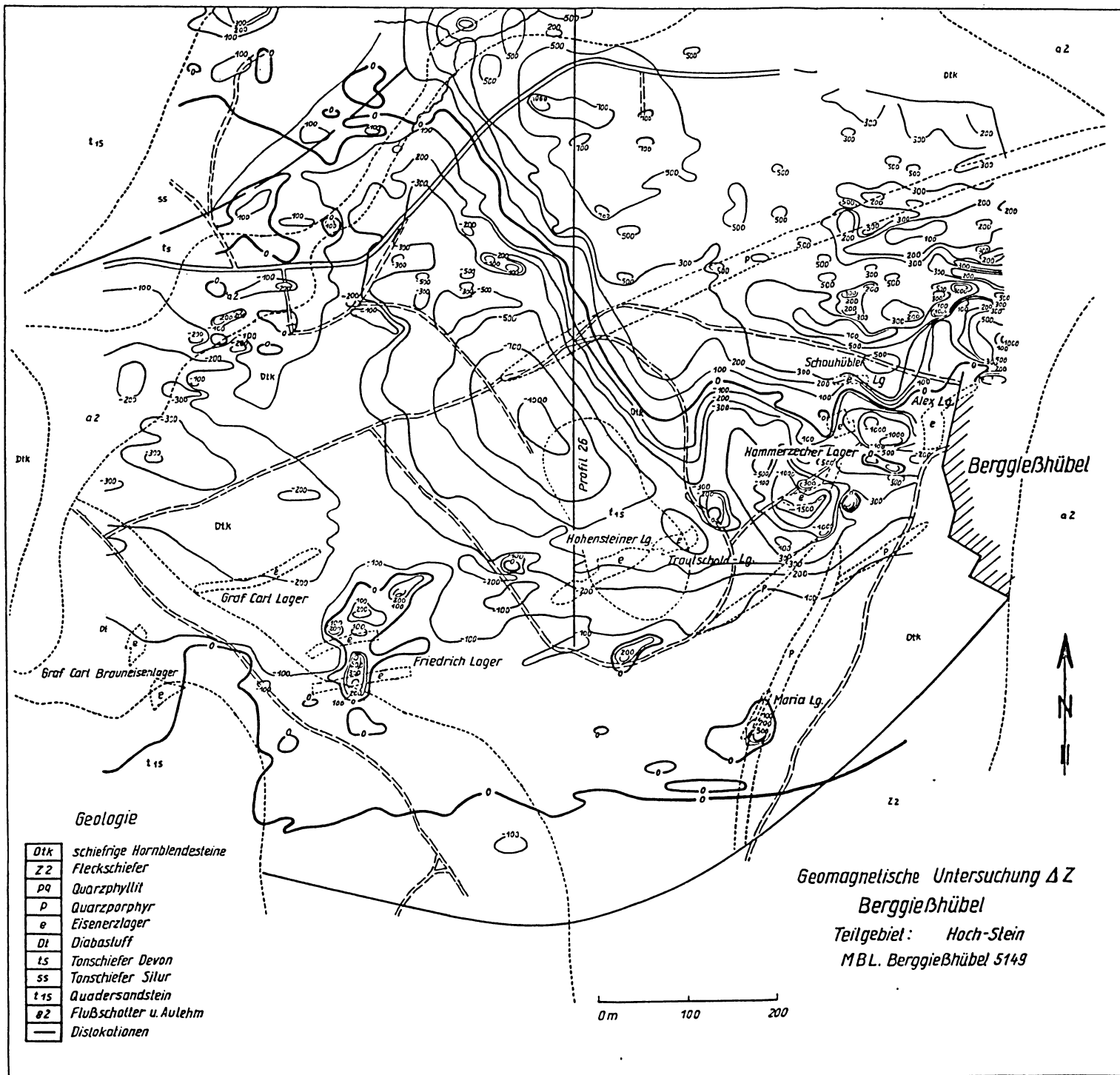


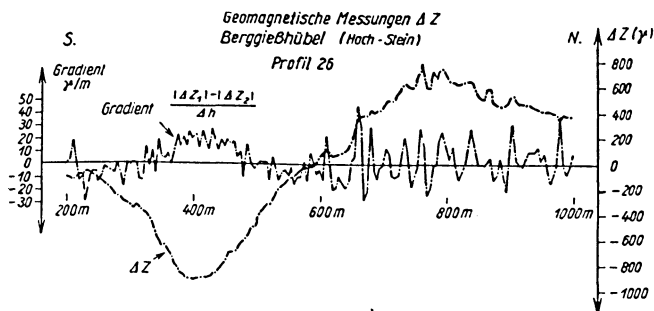
Abb. 3



Die positive Hauptanomalie setzt nach Südosten weit in das Gebiet der Kreideüberdeckung hinein fort und erreicht 250 m östlich des Martin-Schachtes einen Maximalwert von 1700 γ . Sie wird im Süden von einer negativen Störzone begleitet, in der Einzelanomalien mit Störwerten bis -1000γ auftreten. Diese Einzelanomalien liegen im Bereich z. T. bekannter Magnetisierzlager. In Abb. 2 sind die im Jahre 1957 niedergebrachten Bohrungen eingetragen.

Westlich der Ortslage wird der irreguläre Charakter der Anomalien noch deutlicher, indem die negativen Anomalien über den Eisenerzlager im Betrag fast doppelt so hoch sind wie die positive Hauptanomalie. Die Eisenerzlager fallen hier mit durchschnittlich 20 bis 30° nach Norden ein und bilden einen Zug, der flach erzgebirgisch streicht. Besonders bemerkenswert ist die Feststellung, daß die südlichsten Eisenerzlager (Maria-, Friedrich-Lager) als positive magnetische Anomalien erscheinen. Die viel stärkere Gliederung des Isanomalienbildes hängt z. T. mit der oberflächennäheren Lage der Störkörper zusammen.

Die positive Hauptanomalie wird durch magnetitreiche Hornblendeschiefer verursacht, die aus Diabastuffen infolge einer intensiven Dynamometamorphose während der varistischen Orogenese entstanden sind. Kennzeichnend



für die Magnetite der Hornblendeschiefer ist ihr Vorkommen in Form von Bändern stark schwankender Mächtigkeit. Diese Form der Magnetitverteilung ist in den gestreckten Kleinanomalien einer mikromagnetisch untersuchten Testfläche gut zu erkennen.

Die große Breite der positiven Hauptanomalie resultiert aus der Summenwirkung der zahlreichen Magnetitkonzentrationen. Das wird durch die Aufnahme des Vertikalgradienten deutlich (Abb. 4 und 5). Die Vertikalgradienten wurden durch Zwei-Niveau-Messungen mit einer Höhendifferenz von einem Meter bestimmt. Der häufige Vorzeichenwechsel des Gradienten ist ein Kennzeichen dafür, daß diskrete Einzelstörungen vorliegen. Über dem ΔZ -Minimum (Abb. 4) ist der Gradientenverlauf wesentlich ruhiger. Die Stör-

ursache dieser Anomalie konnte noch nicht geklärt werden. Vermutlich handelt es sich um ein Eisenerzlager in größerer Tiefe.

Ähnlich liegen die Verhältnisse östlich von Berggießhübel. Der Störkurvenverlauf ist hier aber wegen der Kreidebedeckung wesentlich ruhiger (Abb. 5).

Nach den Untersuchungen von Gesteinskernen aus Bohrungen im Bereich der positiven Anomalie östlich des Martin-Schachtes sind die Magnetisierungsunterschiede auch in der vertikalen Ebene recht beträchtlich. Neben nahezu unmagnetischen gebänderten Hornblendeschiefern gibt es Lagen von dichten Hornblendeschiefern, die reichlich Magnetit führen und an der Feldwaage Ablenkungen von mehreren tausend γ zeigen. Die magnetitreichen Hornblende-

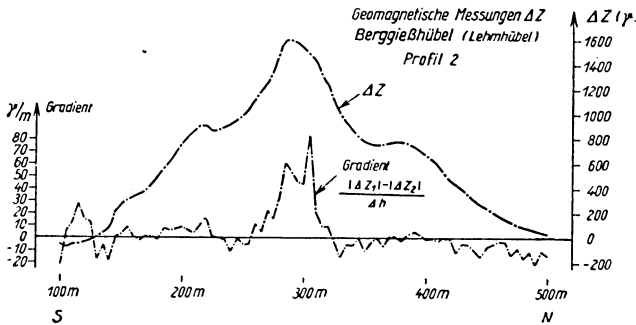


Abb. 5

schiefer besitzen eine geringe Remanenz. Geringmächtige Lager von Skarnen treten in einer Wechselfolge von Granatfels, Hornblendeschiefer und kristallinem Kalk auf. Die Skarnerze zeichnen sich durch einen höheren Eigenmagnetismus aus.

Die positive Hauptanomalie und die ausgedehnte negative Begleit-anomalie im Bereich des südlichen Randes der Schieferscholle sind demnach im wesentlichen durch Induktion zu erklären. Die z. T. sehr kräftigen negativen ΔZ -Anomalien (um -1000γ) unmittelbar über dem Ausbiß von Magneteisenerzlagern weisen dagegen auf eine Magnetisierung der Erze hin, die dem Erdfeld entgegengesetzt gerichtet ist. Bestätigt wird das durch die Untersuchung von Eisenerzproben an der Feldwaage aus dem Martin-Schacht und aus Bohrungen. Diese zeigen einen kräftigen Eigenmagnetismus, der im Mittel doppelt so stark wie der induzierte Magnetismus ist. Die Richtung der Eigenmagnetisierung der Bohrkerne konnte leider nicht bestimmt werden. Es ist jedoch anzunehmen, daß auch sie dem Erdfeld entgegengesetzt gerichtet ist.

In Abb. 6 ist eine Störkörperberechnung für ein ΔZ -Profil dargestellt. Unter der Voraussetzung normaler Magnetisierung wurde die Form des großen Störkörpers so lange variiert, bis sich die berechnete Störkurve mit dem gemessenen Profil deckte. Aus der Korrelation beider Kurven folgt eine Magnetisierung des Störkörpers von $J_R + kZ_0 = 1600 \gamma$. Es ist zu beachten, daß die Form des Störkörpers nur den magnetischen Wirkungsquerschnitt der Schiefer-

scholle darstellt. Die berechnete Magnetisierung deckt sich in der Größenordnung mit den Werten, die für einzelne Gesteinsproben von magnetitreichen Hornblendeschiefen bestimmt wurden.

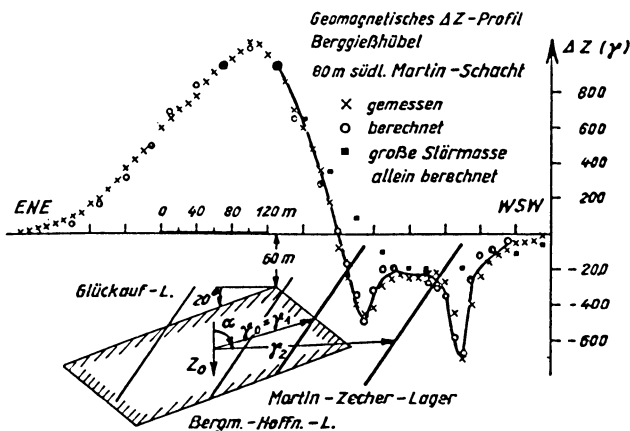


Abb. 6

Bei der Berechnung der magnetischen Störmwirkung des Martin-Zecher- und seines südwestlichen Parallellagers wurde für das Einfallen wie in der Natur 55° festgelegt. Mit der inversen Magnetisierungsrichtung $Z = -Z_0$ lassen sich die berechneten Störmwerte gut in Übereinstimmung bringen mit den gemessenen Werten. Aus der Korrelation beider Kurven folgt eine scheinbare Suszeptibilität von 0,07 bis 0,12, die in der Größenordnung tatsächlich dem Magnetisierungsindex entspricht.

Diese Deutung der Anomalien wurde in ihren wesentlichsten Zügen durch die im Jahre 1957 niedergebrachten Bohrungen bestätigt. Zu klären ist jedoch die Frage, wie die Eisenerzlager zu ihrer inversen Eigenmagnetisierung gekommen sind. Sie erscheinen gewöhnlich als kompakte und vom Nebengestein deutlich gesonderte Körper mit einer Durchschnittsmächtigkeit von 2 bis 4 m. Eine mechanische Umwendung der Erzlager kann nicht die Ursache der inversen Magnetisierungsrichtung sein, da das Erz sich heute noch im gleichen Schichtenverband mit seiner Umgebung befindet wie zur Zeit seiner Entstehung.

Die durch den posttektonischen Granit von Markersbach entstandenen kontaktmetasomatischen Eisenerzlager sind jünger als das z. T. kontaktmetamorphe und magnetitreiche tektonisch dislozierte Schiefergebirge. Da eine Altersfolge in der Magnetisierung der Hornblendeschiefer und der Skarnerze besteht, drängt sich der Verdacht auf, daß die Skarnerze ihre inverse Magnetisierung unter dem Einfluß des Störungsfeldes der Hornblendeschiefer erhalten haben.

Eine Berechnung der Störmwirkung hat gezeigt, daß die Magnetisierung der Schieferscholle nicht ausreicht, die Magnetitlager invers zu magnetisieren.

Nimmt man aber an, daß der Eigenmagnetismus der Hornblendeschiefer zur Zeit der Magnetisierung der Erzlager größer war als heute, während die Suszeptibilität sich nicht wesentlich geändert hat, dann kann das Störungsfeld der Schiefermasse das induzierende Erdfeld im Betrag übertreffen. Für ein genügend großes Q (Verhältniswert von remanenter zu induktiver Magnetisierung) resultiert stets ein dem Erdfeld entgegengesetztes Störungsfeld.

Für die inverse Magnetisierung der Magnetitlager im unmittelbaren Bereich der Schiefermasse, einschließlich des Martin-Zecher-Lagers, genügt bereits ein $Q = 5$. Eine remanente Magnetisierung, die die induzierte um etwa das 5fache übertrifft, wäre unter Umständen möglich.

Da die Zeitdifferenz in der Bildungsfolge als relativ klein anzusehen ist, wird die Schiefermasse während dieser Zeit keinen großen Verlust an ihrer Eigenmagnetisierung erlitten haben. Die Eisenerze nahmen das Störungsfeld der benachbarten Schiefermasse auf und verstärkten es bei ihrer Abkühlung durch Thermomagnetisierung. Ein Anteil der Eigenmagnetisierung von $Q = 2$ genügt zur Erklärung der irregulären Anomalien über den Lagern.

Größere Schwierigkeiten in der Deutung der irregulären Magnetisierung bereiten die vom Rand der Schiefermasse weiter entfernt liegenden Lager. Das Störungsfeld würde z. B. im Bereich des südlichen Parallellagers erst dann stark genug sein, wenn die große Störmasse einen Eigenmagnetismus besitzt, der mindestens 15mal stärker als der induktive Anteil ist. Man kann wohl annehmen, daß der Eigenmagnetismus der Hornblendeschiefer zur Zeit der Magnetisierung der Magnetitlager größer war als heute, daß sein Anteil aber das 15fache der induktiven Magnetisierung betragen haben soll, ist doch sehr unwahrscheinlich. Solche Werte werden nach der Erfahrung nur in Einzelfällen von Thermoremanenz erreicht. Vielleicht ist auch die Annäherung dieses Magneteisenerzlagern an die Schiefermasse in der Tiefe größer, als in dem Profil dargestellt ist.

Auf jeden Fall wird aber das magnetische Feld am Südrand der Schiefermasse stark geschwächt sein. Gerade dieses schwache Feld ermöglicht nach Ansicht des Verfassers erst das Ablaufen der Umkehrmechanismen der remanenten Magnetisierung. In einem schwachen Feld können auch andere magnetisierende Kräfte, wie elastische Spannungen, wirksam werden, die zum äußeren Magnetfeld in keiner ursächlichen Beziehung stehen. Auch der Néel'sche Umkehrmechanismus der Thermoremanenz läuft in einem kleinen äußeren Feld sehr viel leichter ab, da das Verhältnis von Thermoremanenz zu Induktion sehr groß werden kann.

Zahlreiche Verwerfungen und Rutschflächen in der Nähe des Martin-Schachtes zeigen, daß sich tektonische Vorgänge abgespielt haben. Während die Bohrung 2 den Granit in 70 m Tiefe antraf, wurde er in der Bohrung 3 erst bei 200 m erreicht. Bohrung 1 fuhr bei 90 m in einer Verwerfungsspalte fest. Im Isanomalenbild sind ebenfalls tektonische Strukturlinien zu erkennen. Die Gesteine und Erze sind z. T. sehr stark zerklüftet. Spuren einer intensiven tektonischen Beanspruchung zeigen sich selbst noch im Kristallbereich.

Bei der Bohrkernuntersuchung fällt auf, daß nur die oberflächennahen Skarn-erze einen kräftigen Eigenmagnetismus besitzen. Möglicherweise hat in der

Oxydationszone eine Mineralumwandlung stattgefunden, die mit einer Erhöhung der Magnetisierung verbunden ist. Tatsächlich läßt sich in Anschliffen aus dieser Zone eine weit fortgeschrittene Martitisation der Magnetite nachweisen. In den Skarnerzen aus größerer Tiefe ist die Umwandlung in Rot-eisen viel geringer. Die einzelnen Magnetitkörner werden häufig selbst wieder von winzigen Skarnmineralgängen durchtrümmert. Diese Erscheinung könnte ähnliche Bedingungen erfüllen, wie sie für eine Selbstumkehr der Magnetisierung nach der Hypothese von *Graham* notwendig sind. Die Magnetite zeigen keine Ilmenitentmischungen. Von den Skarnerzen ist noch Zinkblende erwähnenswert, die reichlich Entmischungströpfchen und -leistchen von vorwiegend Magnetkies enthält. Ein Beitrag zur inversen Magnetisierung kann also auch noch von dieser Komponente herrühren.

Offensichtlich beteiligen sich mehrere Ursachen an der irregulären Magnetisierung der Magneteisenerzlager. Gegen eine Erdfeldumkehr spricht die Feststellung, daß nicht alle Lager invers zum heutigen Erdfeld magnetisiert sind. Das trifft besonders für das Maria- und das Friedrich-Lager zu. Beide Lager sind vom Südrand der Schieferscholle so weit entfernt, daß das Störungsfeld nicht mehr kräftig genug ist.

Literatur

- Graham, J. W.*: Changes of ferromagnetic minerals and their bearing on magnetic properties of rocks. Department of Terrestrial Magnetism, Carnegie Institution of Washington 1953.
- Heiland, C. A.*: Instrumente und Methoden zur Ermittlung nutzbarer Lagerstätten. Z. Instr. 45 (1925).
- Kopf, M.*: Studien zur Methodik der geologischen Auswertung geomagnetischer Untersuchungsergebnisse, dargelegt am Beispiel des Elbtalschiefergebirges. Diplomarbeit an der Karl-Marx-Univ. Leipzig, 1956.
- Müller, H.*: Über die Erzlagerstätten in der Umgegend von Berggießhübel. Leipzig 1890.
- Neumann, G.*: Magnetische Untersuchungen bei Berggießhübel/Sa. Erg.-Hefte f. angew. Geophysik 2 (1932).
- Neumann, W.*: Geomagnetische Untersuchungen im Gebiet Berggießhübel-Rosenthal (1956) und im Gebiet Berggießhübel-Hochstein (1957). Abschl.-Ber. VEB Geophysik Leipzig, unveröffentlicht.
- : Irreguläre geomagnetische Anomalien und ihre Bedeutung für die Geologie. Dissertation an der Karl-Marx-Univ. Leipzig, 1959.
- Sebatnigg, H.*: Magnetische Messungen in Berggießhübel. Gerl. Beitr. z. Geophys. 1 (1931).

Einige Erfahrungen bei der geoelektrischen Kartierung von Mineralgängen, Spalten und Verschiebungen im Mittelgebirge¹⁾

Von G. Noßke und R. Franke, Leipzig²⁾

Zusammenfassung: In den Mittelgebirgen der DDR sind in den vergangenen Jahren zahlreiche geoelektrische Untersuchungen zum Nachweis von tektonischen Störungen und Gängen mit relativ gut und schlecht leitenden Mineralfüllungen nach verschiedenen Methoden ausgeführt worden. Diese Arbeiten unterstützten die geologische Erkundung auf Erze, Fluß- und Schwerspat.

Die Erfahrung lehrte, daß mit Widerstandsmessungen, vor allem über schlecht leitenden Mineralgängen, optimale Ergebnisse zu erzielen sind, wenn die Elektrodenabstände größenordnungsmäßig der Ausstrichbreite entsprechen. Bei Anwendung verschiedener Elektrodenabstände können im Zusammenhang mit Modellversuchen auch über die Form und Lage komplizierter Störkörper wichtige Aussagen gemacht werden.

Hingegen bringt das elektromagnetische Verfahren (Turam) über relativ gut leitenden Störungszonen markantere Indikationen als die Widerstandsmessung. Bei einer kartennmäßigen Darstellung der Ergebnisse können sich interessante Einblicke auch in die Tektonik und den petrographischen Aufbau des Meßgebietes ergeben.

Abstract: In the intermediate chains of mountains of the GDR last years numerous geoelectrical explorations by various methods for tectonic disturbances and veins, filled with relative well and poor conducting minerals, have been carried out. This works assisted geological prospecting for ores, fluor-spar and barite.

Experience shows best results by resistivity-measurements over poor conducting veins, if the distance between the electrodes nearly corresponds with the breadth of outcrop. On application various distances between the electrodes in connection with model-experiments important declarations may also be given about the figure and attitude of difficult disturbing-bodies.

On the contrary over well conducting disturbances the electromagnetic method (Turam) yields clearer indications than the resistivity-measurement. Interesting insights into the tectonics and petrographic construction of the exploration field may follow from representing the results by means of maps.

Unter einer geoelektrischen Kartierung wollen wir im folgenden die Ermittlung der oberflächennahen Lage und horizontalen Erstreckung steilstehender Diskontinuitätsflächen der elektrischen Leitfähigkeit des Bodens mit Hilfe geoelektrischer Untersuchungsmethoden verstehen. Da derartige Unstetigkeiten an Gesteinsgrenzen, Mineralgänge und Spalten geknüpft sein können, besitzt die Anwendung dieser Arbeitsweise für das Aufsuchen neuer Mineralvorräte und zur Unterstützung geologischer Kartierungsarbeiten eine gewisse Bedeutung. Auch in den Mittelgebirgen der DDR sind in den vergangenen

¹⁾ Mitteilung aus dem VEB Geophysik Leipzig.

²⁾ Dr. G. Noßke und Dipl.-Geophys. R. Franke, VEB Geophysik, Leipzig C 1, Martin-Luther-Ring 13.

7 Jahren zahlreiche geoelektrische Kartierungsarbeiten ausgeführt worden, wobei wir manche Erfahrungen sammeln konnten, von denen sowohl im Hinblick auf die angewandte Meßmethodik als auch bezüglich der Art der Interpretation einige wichtig erscheinende Gesichtspunkte dargelegt werden sollen. Das hier Gesagte erhebt aber keinesfalls in allen Punkten Anspruch auf Allgemeingültigkeit, da die Ergebnisse ausschließlich unter den besonderen klimatischen und regionalgeologischen Bedingungen des Harzes und Erzgebirges erzielt wurden.

Sämtliche nun folgenden Meßbeispiele entstammen dem Ergebnismaterial der elektrischen Meßtrupps des VEB Geophysik Leipzig, die u. a. unter der wissenschaftlichen Leitung von *Th. Richter*, *H. Knobloch* und *R. Franke* standen.

Kommen wir jetzt zur geoelektrischen Kartierung von Gängen mit vorwiegend schlechtleitenden Mineralfüllungen. Zu ihnen gehören neben Quarz vor allem die wirtschaftlich besonders interessierenden Rohstoffe Fluß- und Schwespat. Flußspat steht heute wieder im Mittelpunkt der bergbaulichen Tätigkeit auf den flachherzynisch streichenden Hauptgangspalten des Mittelharzes, nämlich dem Neudorf–Straßberger und dem Bivender Gangzug, die unmittelbar südlich des Ramberggranites vorbeiziehen. Beide wurden in den vergangenen Jahren über mehrere Kilometer streichende Länge hinweg in bezug auf ihren genauen Verlauf geoelektrisch kartiert, um Anhaltspunkte für neue bergmännische Aufschlüsse im unverritzten Feld gewinnen zu können.

Da es sich um den Nachweis plattenförmiger schlechter Leiter in einem Medium mit geringerem spezifischen Widerstand handelt, versuchte man das Problem mit 4-Punkt-Messungen nach *Wenner* auf senkrecht zum Gangstreichen verlaufenden Profilen zu lösen. In gleicher Richtung waren auch die 4 Erdspieße orientiert.

Wie Abb. 1, ein ausgewähltes Profil, zeigt, hängt dabei der Erfolg auch von der richtigen Wahl des Elektrodenabstandes a ($= \frac{1}{3}$ der Gesamtausdehnung der

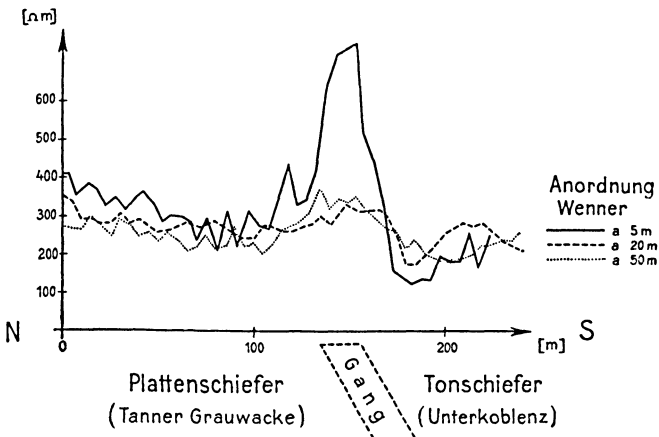


Abb. 1

Meßanordnung) ab. Während bei $a = 50$ m und 20 m noch keine markante Erhöhung des scheinbaren spezifischen Widerstandes über dem später erschürften Gangausstrich erkennbar ist, ergibt $a = 5$ m ein ausgesprochenes und

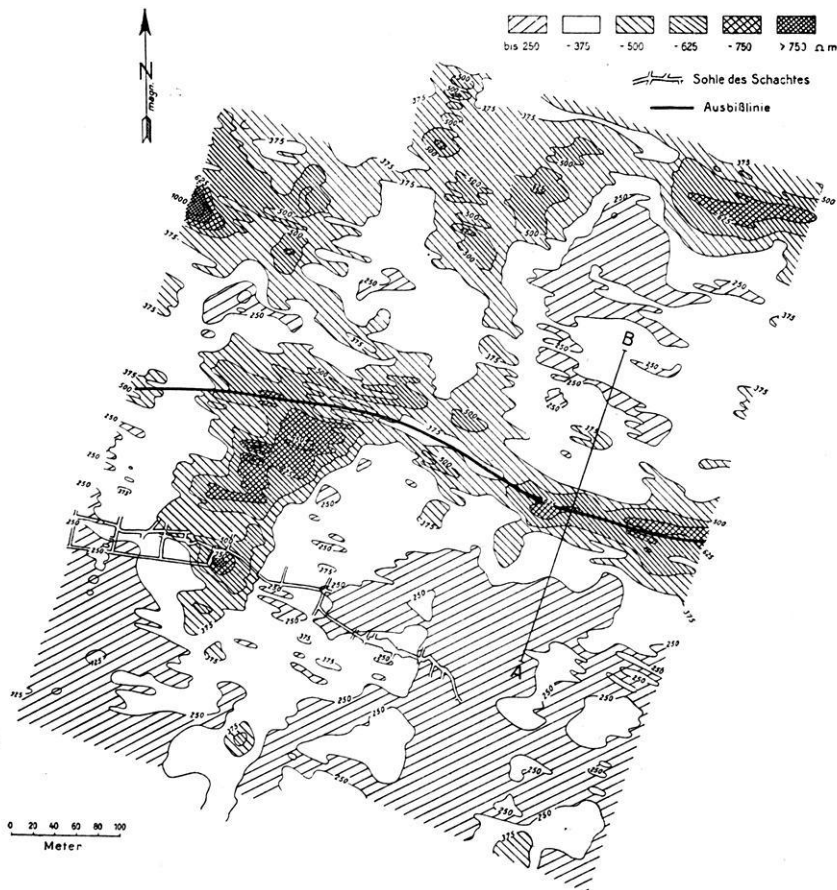


Abb. 2

durch mehrere Punkte belegtes Maximum. Es kommt also keineswegs allein auf eine mit a wachsende große Tiefenwirkung der Meßanordnung an. Die in einer wenig entfernt gelegenen Grube untertägig nachgewiesene Gangmächtigkeit von durchschnittlich 20 m legt nahe anzunehmen, daß der optimale Meßeffect dann erzielt wird, wenn die Gesamtausdehnung der 4-Punktanordnung der Größenordnung der Mächtigkeit bzw. Ausstrichbreite entspricht. Falls die Dicke des plattenartigen Störkörpers im Verhältnis zu den Elektrodenabstän-

den zu gering ist, erfaßt die Stromausbreitung hauptsächlich die ohnehin schon recht schlechtleitenden Platten- und Tonschiefer, während der Gang selbst nur noch geringfügig zu einer weiteren Erhöhung des zu messenden scheinbaren spezifischen Widerstandes beiträgt.

Da andererseits auch die Tiefenwirkung von a abhängt, bedeutet ebenso eine gegenüber der Gangmächtigkeit zu große Überdeckung eine erhebliche Verringerung des Meßeffectes. Unter diesen Umständen wird es also eine optimale Ausdehnung a geben, die von Fall zu Fall durch Versuche zu bestimmen ist und die selbst innerhalb eines Meßgebietes wechseln kann, so daß ein gleichzeitiges Übermessen mit verschiedenen Abständen a zweckmäßig erscheint.

Abb. 2 zeigt nun eine Karte der scheinbaren spezifischen Widerstände für $a = 5$ m. Die dunkelschraffierten Gebiete stellen Zonen hoher scheinbarer spezifischer Widerstände dar, die z. T. flächenhaft verbreitet sind. Auffällig ist aber ein das Bild in der Mitte von links nach rechts querendes Band hoher Widerstände mit einem leicht geschwungenen Verlauf. Hier haben 6 auf der besonders hervorgehobenen Ausbißlinie angesetzte Schürfe eindeutig den Gangausstrich nachweisen können (*Knobloch* 1956). Die am westlichen Ende dieser schmalen Indikation nach Süden sich ausweitende Zone höherer Widerstände ist mit einer der hier häufig auftretenden Grauwackenbänke identisch, die als besonders widerstandsfähiger Gesteinskörper das Ausbiegen des Ganges in nördliche Richtung verursacht haben mag. Auch die übrigen größeren Flächen hoher und geringerer scheinbarer spez. Widerstände drücken im wesentlichen unterschiedliche Eigenschaften des Nebengesteins aus, wobei die Grauwacken in der Regel schlechter leitende und die Tonschiefer besser leitende Bodenpartien darstellen.

Bemerkenswert ist noch die Parallelität der schmalen elektrischen Indikation zu den im Gang aufgefahrenen Strecken der schon vorhin genannten Grube in rund 300 m Tiefe. Dieser Vergleich läßt auf ein mittleres Einfallen des Ganges von rund 50° nach SSW schließen. Es dürfte im Westen etwas steiler als im Osten sein, wenn man die Abstandsvergrößerung zwischen der Ausbißlinie und dem Streckenvortrieb nach Osten berücksichtigt.

Wir werfen nun noch einen Blick auf das in Abb. 2 eingetragene Querprofil $A - B$ (Abb. 3). Die unten aufgetragenen Meßkurven zeigen in der Mitte die Gangindikation, die für $a = 5$ und 10 m eine relativ breite Zone hoher Widerstände darstellt, während bei $a = 20$ m plötzlich zwei einzelne, sehr markante Maxima auftreten. Die oberste Kurvenschar gehört zu einem Modellversuch über einer 4 cm dicken und um 50° geneigten Schieferplatte in Wasser. Hier stellt sich heraus, daß die beiden Maxima im Kurvenverlauf dann vorhanden sind, wenn die Ausstrichbreite $2 - 3a$ beträgt. Ist sie kleiner a (in der Darstellung $a = 6$ cm), erkennt man nur ein einfaches ziemlich scharfes Maximum, und ist sie größer $3a$ (in Abb. 3 $a = 1$ cm), weist die Kurve eine breitere Zone hoher Widerstände mit kleineren Unregelmäßigkeiten auf. Nach diesem Modell könnte man die Ausstrichbreite des Bivender Ganges zunächst auf 40 bis 60 m abschätzen. Ein genaueres Resultat von etwa 45 m ergibt sich aber, wenn man von den Kurvenwendepunkten an den Flanken der Indikation

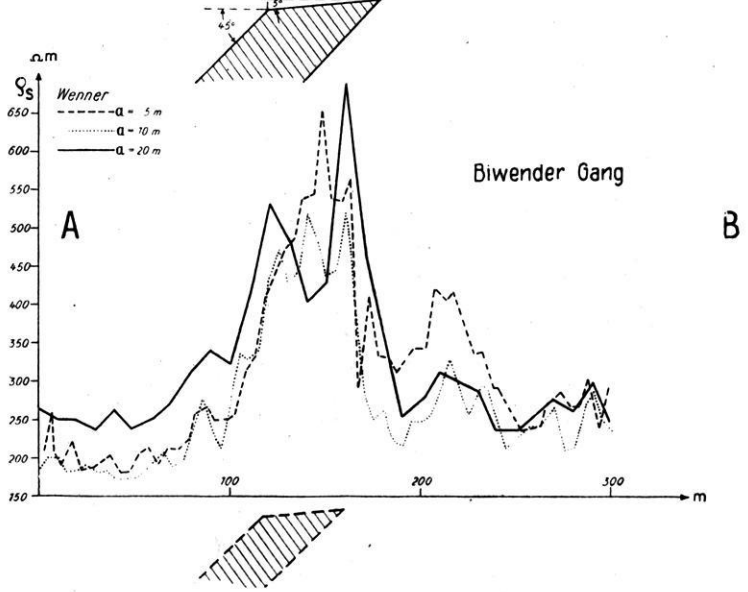
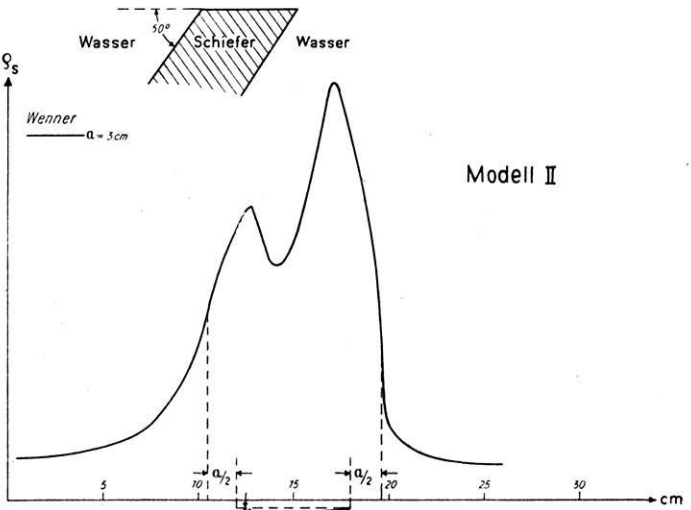
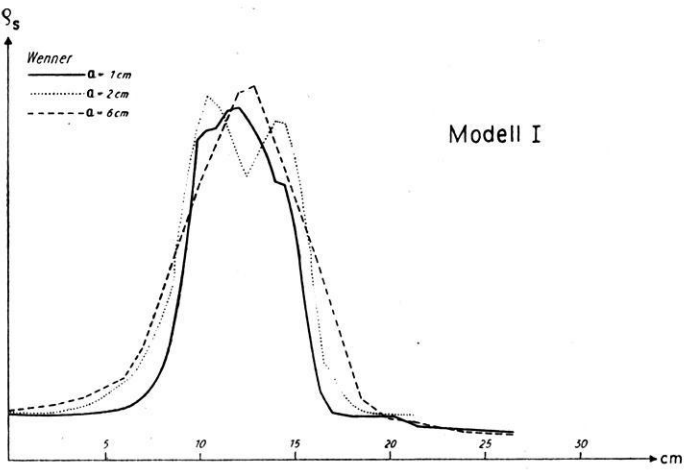


Abb. 3

ausgeht, die sich, wie bei der mittleren Modellkurve deutlicher dargestellt, regelmäßig im Abstand $a/2$ von der linken und rechten Kante des Schiefermodells befinden.

Das Gangeinfallen erzeugt naturgemäß eine gewisse Unsymmetrie im Kurvenverlauf, indem die linke Flanke der Indikation flacher und die rechte Flanke steiler verläuft. Dies kommt in Übereinstimmung mit der unteren Kurvenschar auch bei der mittleren Modellkurve (Modell II) besonders deutlich zum Ausdruck.

Bemerkenswert ist, daß selbst eine geringe Neigung der oberen Begrenzung der Platte zu einer weiteren Verformung der Meßkurve beiträgt. Gegenüber dem oberen Modell I beträgt sie bei der mittleren Modellkurve 5° . Die Folge ist eine Erniedrigung des linken Maximums, womit eine noch bessere Anpassung an die über dem Bivender Gang gewonnene Meßkurve erzielt wäre.

Diese kurzen Hinweise mögen genügen, um zu zeigen, welche Bedeutung Modellversuche für die genauere Interpretation von Kartierungsergebnissen besitzen. Der VEB Geophysik führt deshalb schon seit geraumer Zeit auch mit unsymmetrischen Meßanordnungen intensive Modellstudien aus, über die *A. Kößling* zu einem späteren Termin berichten wird.

Wir wenden uns nun der Kartierung von Gängen und Spalten mit elektrisch gut leitenden Ausfüllungen zu. Hier muß es sich nicht unbedingt um den direkten Nachweis massiver hoch leitfähiger Vererzungen handeln. Die geologische Erkundungsarbeit bezieht sich häufig auch auf Minerale, wie z. B. Roteisen, das sich in seiner Leitfähigkeit nur wenig vom Nebengestein unterscheidet. Aber die Tatsache, daß ein Teil der Gangfüllung auch aus besser leitfähigem, stark durchfeuchtetem lehmigem oder lettigem Material bestehen kann, ermutigt schließlich doch zum Ansatz einer geoelektrischen Untersuchung, natürlich mit der eingeschränkten Zielsetzung, lediglich eine Aussage über den Gangverlauf und nicht über örtliche Anreicherungen bestimmter Minerale zu machen. Für die geologische Erkundung in einem unbekanntem Gebiet, wo vielleicht die Gänge durch tektonische Störungen mehrfach versetzt sein können, ist es aber meist besser, wenn sich die Bohrungen und Schürfe, selbst auf die Gefahr hin, eine taube Gangzone zu durchhörern, lediglich auf schmale geophysikalische Indikationen beschränken brauchen, statt eine viel kostspieligere flächenhafte Sucharbeit leisten zu müssen.

Das gilt auch für das nächste Beispiel, das eine Untersuchung auf Rot-eisenerzgänge im Gebiet der obererzgebirgischen Granitregionen betrifft. Hier war der Versuch unternommen worden, sowohl mit 4-Punkt-Messungen nach *Wenner* als auch mit Hilfe elektromagnetischer Turam-Messungen den genauen Verlauf des sog. Henneberg-Rehhübler Gangzuges südwestlich Johannegeorgensstadt festzustellen. Bei der Turam-Anordnung wurde ein Rahmenabstand von 20 m benutzt, während die Frequenz des Wechselstromes zur Speisung des an beiden Enden geerdeten linearen Sendekabels 440 Hz betrug. Ein geübter Beobachter konnte mit dem von der Elektrisk Malmletning, Stockholm, hergestellten Turamkompensator eine Meßgenauigkeit von durchschnittlich $\pm 2/10^\circ$ in der Phasendifferenz einhalten.

Abb. 4 bringt die Karte der scheinbaren spezifischen Widerstände für die Messungen nach Wenner mit $a = 30$ m (Knobloch 1957). Andere Elektrodenabstände erbrachten übrigens kaum abweichende Resultate. Man erkennt zunächst zwei eng schraffierte Flächen hoher scheinbarer spezifischer Widerstände, die durch eine von links nach rechts ziehende Minimalzone voneinander getrennt sind. Die schlechtleitenden Komplexe entsprechen im Norden einer

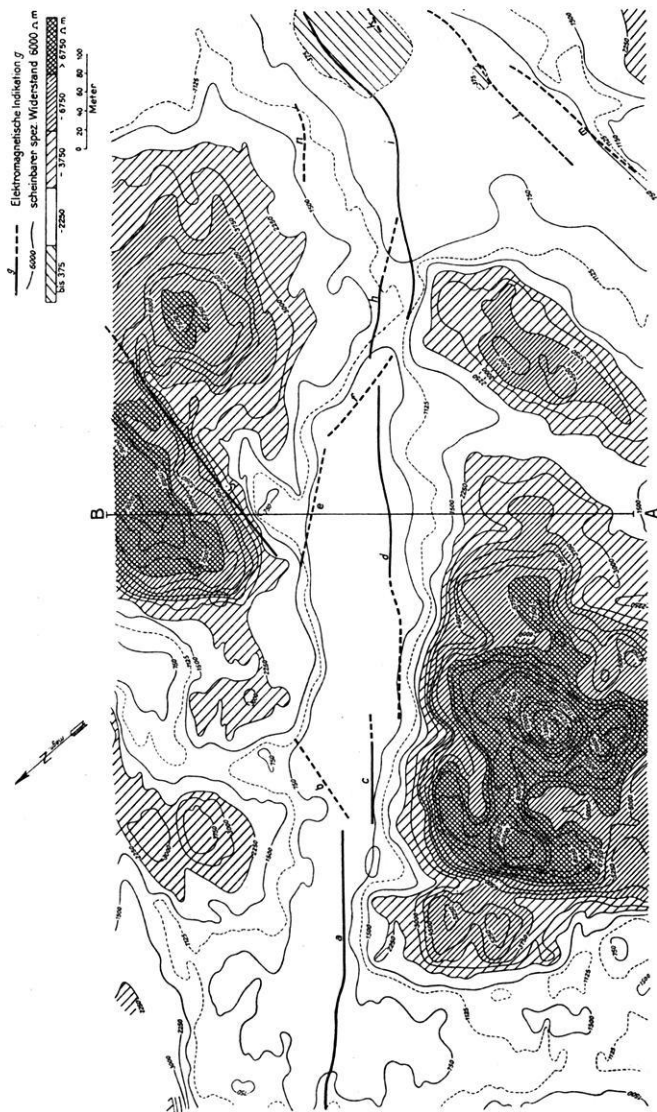


Abb. 4

Scholle von schiefriem Andalusitglimmerfels und im Süden dem Turmalin-Granit, während wahrscheinlich die durch eine tektonische Störung gebildete Grenze zwischen beiden Gesteinen innerhalb oder randlich der Minimalzone verläuft. Letztere ist höchstwahrscheinlich durch eine kürzlich in Bohrungen nachgewiesene tiefgründige Zersetzung des Granits in der Nähe der Grenze zum Schiefer bedingt, wobei allerdings auch die Bedeckung mit Moor und Aulehm einen Einfluß ausüben kann. Es ist jedoch nicht möglich, im Widerstandsverlauf einen deutlichen Hinweis auf die gerade im Grenzbereich beider Gesteine gesuchten Gangzonen zu bekommen.

Demgegenüber ergibt die Turam-Messung mehrere recht deutliche Phasenindikationen (Punkte hoher negativer Phasendifferenzen), die als starke mit Buchstaben versehene Linien dargestellt sind und mehrfach abgesetzt die Minimalzone in ihrer Längsrichtung durchlaufen. Die stufenweise Verschiebung nach Süden kann durch Querstörungen hervorgerufen worden sein, die zum Teil als Mikrogranitgänge erkannt wurden und sich sowohl elektromagnetisch (Indikationen *b* und *g*) wie auch im Verlauf der Linien gleichen spezifischen Widerstandes ausdrücken.

Wir betrachten noch das in der Karte eingetragene Profil *A — B*, das die Minimalzone und die elektromagnetischen Indikationen *d*, *e* und *g* quert (Abb. 5).

Hier zeigt sich noch einmal besonders deutlich, wie die Elektromagnetik aus dem breiten und ausdruckslosen relativ gutleitenden Komplex immer noch schmale Zonen besserer Leitfähigkeit herauschält. Die gestrichelte Kurve stellt die Kartierung nach Wenner mit $a = 30$ m dar. Im Vergleich dazu beachte man den Verlauf der Phasendifferenz $\Delta\varphi$ mit den negativen Extremwerten bei *d*, *e* und *g* sowie die Quote oder das Amplitudenverhältnis, das bei der Phasenindikation eine geringfügige Erhöhung aufweist.

Wegen der eben dargelegten Bedeutung der Turam-Messung für geoelektrische Kartierungen möge nun noch ein letztes Beispiel aus dem Harz vom Westrand des Ramberg-Plutons angeführt werden.

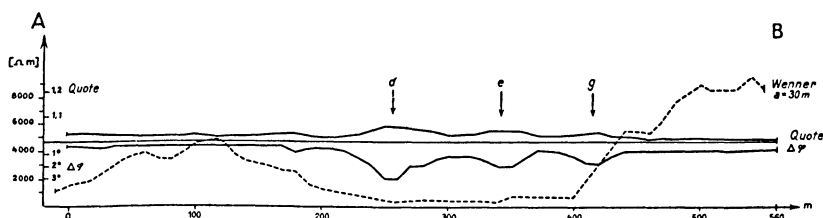


Abb. 5

Hier wurden kürzlich geoelektrische Untersuchungen mit dem Ziel durchgeführt, zunächst einen geologisch kartierten Gang elektromagnetisch nachzuweisen und im Streichen weiter zu verfolgen. Bei positivem Ausgang der Untersuchungsarbeiten an diesem „Eichobjekt“ sollten dann ferner die an-

grenzenden unverritzten Feldteile hinsichtlich einer durchaus möglichen Erz-höflichkeit untersucht werden.

Stratigraphisch gehört der Untergrund des Gebietes fast ausschließlich dem Mitteldevon an und wird von Wissenbacher Schiefen eingenommen, die den Ramberg-Pluton in einer breiten Zone umgeben. Wie Lesesteinfunde und Schurfmaterial zeigen, nimmt wahrscheinlich ein normaler grauer, etwas kieselig Schiefer größere Flächen in Granitnähe ein, während eine dunklere – fast schwarze – Abart in größerer Entfernung vom Granitpluton vorherrscht. In Klippen anstehende stark verkieselte Schiefer durchziehen das Gebiet der dunkleren Gesteine.

Die gewonnenen Meßergebnisse sind in Form einer Phasendifferenzkarte in Abb. 6 dargestellt worden (Frank 1957). Die schraffierten Gebiete negativer Phasendifferenzen entsprechen gut leitfähigen und die gepunkteten Gebiete positiver Phasendifferenzen vorwiegend schlechter leitenden Bodenpartien.

Aus dem Meßbild ergibt sich folgende Situation:

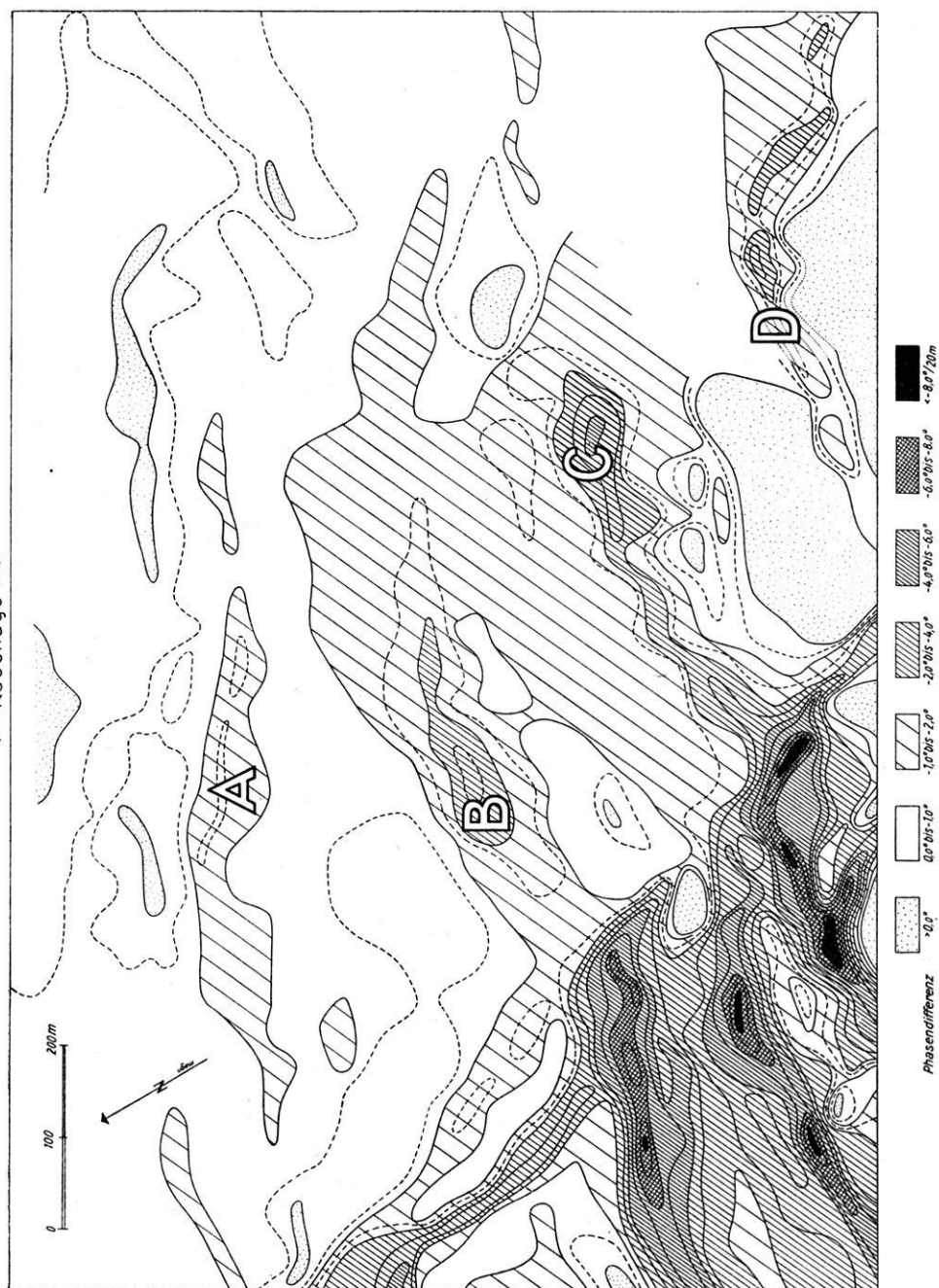
Der bekannte, als „Eichobjekt“ benutzte Gang konnte elektromagnetisch durch die schwache Indikation *A* nachgewiesen werden. Die in die Ost–West-Richtung einschwenkende Indikation *B* hingegen hat 2 Ursachen: Hier überlagert sich die Wirkung eines flachherzynisch verlaufenden Ganges mit der Ost–West streichender graphitischer Schiefer. Bei *C* und *D* wird die gute Leitfähigkeit wahrscheinlich durch tektonische Störungen hervorgerufen.

Besonders starke Leitfähigkeitsunterschiede weist aber der Süd–West-Teil des Untersuchungsgebietes auf. Hier konnten drei annähernd Ost–West streichende Indikationen auskartiert werden, die in ihrem östlichen Teil plötzlich in die frankonische Richtung umliegen und Phasendifferenzen bis maximal – 10° pro 20 m aufweisen. Die zur ergänzenden Untersuchung der Phasendifferenzen angewandten Eigenpotentialmessungen ergaben gleichfalls anormal hohe negative Potentiale.

Da die Eigenpotentialmethode nur auf sulfidische Erzminerale und kohlenstoffreiche Gesteine anspricht, konnte die Mehrdeutigkeit dieser Indikationen zunächst dahingehend eingeschränkt werden, daß unvererzte tektonische Störungszonen als Indikationsursache ausscheiden. Aber auch eine sulfidische Vererzung war nicht anzunehmen, da hierfür erfahrungsgemäß die relativen Potentialunterschiede bis zu maximal – 800 mV zu hoch erschienen. Nach den Schurfsergebnissen bedingen sicherlich Kohlenstoffanreicherungen innerhalb der Wissenbacher Schiefer die hohe Leitfähigkeit.

Durch die Wechsellagerung mit kohlenstoffärmeren teilweise verkieselten grauen Schiefen dürfte der stark bewegte Phasenverlauf zustande gekommen sein.

Neben der relativ großen Intensität der Indikationen ist ihr scharfes flexurartiges Umbiegen von der Ost–West-Richtung in die frankonische bemerkenswert. Vermutlich deutet dieser plötzliche Wechsel der Streichrichtung auf eine Horizontalverschiebung hin, die sich auch im übrigen Linienverlauf bis zum Kartenrand weiterverfolgen läßt.



Das nach der Turam-Methode gewonnene Ergebnis liefert also im vorliegenden Falle auch einen sehr instruktiven Einblick in die Tektonik und die petrographischen Verhältnisse des oberflächennahen Untergrundes als wertvolle Bereicherung unserer allgemeinen geologischen Kenntnisse vom Mittelharz.

Daraus nun zu schlußfolgern, daß die Elektromagnetik in jedem Falle der Widerstandsmessung vorzuziehen ist, wäre übereilt. Unsere bisherige Erfahrung lehrt aber, daß sie bei der Kartierung tektonischer Störungen und Gangzonen im Mittelgebirge eine gewisse Bedeutung besitzt, während sich die Widerstandsmessung vorwiegend für die Kartierung hochohmiger Gänge eignet, falls sie eine gegenüber der Meßanordnung ausreichend große Mächtigkeit besitzen und wenn außerdem ein genügend großer Leitfähigkeitsgegensatz zum Nebengestein vorliegt. Bei gut leitenden Spaltenausfüllungen genießt die Elektromagnetik in jedem Falle den Vorzug, präzisere Indikationen zu bringen. Genauere Regeln lassen sich nicht aufstellen, vielmehr wird vor Beginn einer jeden Untersuchung die Versuchsmessung die richtige Entscheidung für die endgültig zu benutzende Meßmethode fällen müssen. Dabei kann es oft vorkommen, daß innerhalb eines Gebietes mehrere Methoden gleichzeitig anzuwenden sind.

Wir wollen schließlich noch darauf hinweisen, daß wir auch mit 5-Punkt-Messungen und anderen unsymmetrischen Verfahren der Elektrizität zur Zeit zahlreiche Versuchsreihen über Modellen und im Gelände ausführen, die der Lokalisation steilstehender Diskontinuitätsflächen gelten. Es mag sein, daß sich hier neue Gesichtspunkte ergeben, über die zu einem späteren Termin berichtet werden soll, wenn das Material in geschlossener Form vorliegt.

Literatur

Unveröffentlichte Archivunterlagen des VEB Geophysik Leipzig.

Geschwindigkeitsbestimmung aus reflexionsseismischen Messungen bei Anwendung von Luftschüssen¹⁾

Von H. Rische, Leipzig²⁾

Zusammenfassung. Bei Luftschüssen müssen oft Aufstellungsformen gewählt werden, die eine Geschwindigkeitsbestimmung aus der Laufzeitkurve bei verschiedenen bekannten Verfahren nicht mehr gestatten. Bei anderen Verfahren muß der als unverbogen angenommene Reflektor eine verhältnismäßig große horizontale Ausdehnung besitzen, um die entsprechenden geometrischen Voraussetzungen zu erfüllen. Es wird ein Verfahren zur Geschwindigkeitsbestimmung aus reflexionsseismischen Messungen entwickelt, das die Meßergebnisse von Routineaufstellungsformen bei Luftschüssen (Laufzeit des Luftschalles größer als Laufzeit der Reflexionswellen für kleine bis mittlere Teufen) benutzt. Dabei wird unter Vernachlässigung der Brechung ein kurzer unverbogener Reflektor mit Neigung vorausgesetzt, der von verschiedenen Schußpunkten aus ange-
troffen wird. Die Berechnungsformel wird graphisch dargestellt, das Ergebnis an einem Reflexionsprofil gezeigt.

Abstract: When applying the Poulter method, it is often essential to use operating bases which no longer permit the determination of velocity by the time-distance-graph with various known procedures. With other procedures, the reflector, which presumably is unbent, must have a relatively high horizontal expansion, in order to comply with the corresponding geometric conditions. A procedure is being developed to determine the velocity by reflection-seismic measurements which employs measuring results from routine operating bases with the Poulter method. (Time required of air sound greater than time required of reflected waves for small to medium depths.) Thereby, with negligence of refraction, a short, unbent, inclined reflector is accepted which will respond to various shot points used with the Poulter method. The formula of calculation is represented graphically, while the result is shown at a profile of reflection.

Problemstellung

Die Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit aus der Laufzeitkurve von Reflexionswellen ist in zahlreichen Arbeiten behandelt worden. Bei dem Versuch, diese Berechnungsmethoden an Aufstellungsformen anzupassen, die bei Luftschüssen erforderlich sind, treten Schwierigkeiten auf, die zum Versagen der Geschwindigkeitsbestimmung führen können.

Am offensichtlichsten ist es bei Verfahren, die entweder die Schußpunktzeit der Reflexionshyperbel, das heißt die Laufzeit des in sich reflektierten Strahles oder aber das Zeitminimum der Reflexionshyperbel benutzen. Als Beispiel sei auf die Verfahren von *Pflueger* [5] und *Gurwitsch* [3] hingewiesen.

¹⁾ Mitteilung aus dem VEB Geophysik Leipzig.

²⁾ Dr. H. Rische, VEB Geophysik, Leipzig C 1, Martin-Luther-Ring 13.

Da bei der Erkundung von Horizonten mit nicht zu großer Laufzeit (bis etwa eine Sekunde) die Geophonaufstellung so weit vom Schußpunkt entfernt sein muß, daß der Luftschall später als die erwarteten Reflexionswellen eintrifft, wird jeweils nur ein Teil der Reflexionshyperbel erfaßt. Weder die Schußpunktzeit noch das Zeitminimum, geringe Neigung vorausgesetzt, werden registriert.

Es sind jedoch noch verschiedene Verfahren zur Geschwindigkeitsbestimmung bekannt, die prinzipiell auf die oben angeführten Zeitwerte verzichten können. Es seien die Methode der konstanten Differenzen nach *Bugaljo* [6] und das τ - ξ -Verfahren nach *Opitz* [4] genannt. Bei diesen Methoden bedeutet das Luftschießen eine Verlängerung der Laufzeithyperbeläste nach beiden Seiten, wobei der mittlere Teil fehlt. Diese hier zwangsläufig vorgenommene Verlängerung wird von verschiedenen Autoren gefordert [6] und in der Praxis bei speziellen Geschwindigkeitsmessungen auch angewandt, um die Genauigkeit der Bestimmung zu erhöhen. Diese Forderung resultiert jedoch nur aus dem Gesichtspunkt der Fehlererwartung nach der angenommenen Strahlengeometrie. Selbst bei Vernachlässigung der Brechung wird dabei jedoch oft übersehen, daß mit einer Verlängerung der Geophonaufstellung die Annahme eines unverbogenen Reflektors in manchen Gebieten nicht mehr den tatsächlichen Untergrundverhältnissen entsprechen kann.

Bei reflexionsseismischen Untersuchungen in der erzgebirgischen Mulde bei Zwickau trat das Problem auf, eine Methode zur Geschwindigkeitsbestimmung zu finden, bei der möglichst die routinemäßigen Profilaufstellungen benutzt werden, die bei Luftschüssen erforderlich sind. Zusätzlich bedingte die starke Bruchtektonik mit zum Teil sehr geringen Sprunghöhen die Voraussetzung eines kurzen Reflektors. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, eine einfache, mit geringem Arbeitsaufwand verbundene Lösung für die Geschwindigkeitsbestimmung unter folgenden Bedingungen zu finden:

1. Es fehlt der mittlere Hyperbelteil.
2. Es seien keine speziellen Aufstellungsformen für die Geschwindigkeitsbestimmung erforderlich.
3. Der als unverbogen angenommene Reflektor sei möglichst kurz.

Strahlengeometrische Lösung

Es wird bei dieser Problemstellung auf die Brechung verzichtet, um bei der Auswertung den Berechnungsaufwand gering zu halten und die Lösung in einfacher Form zu geben. Außerdem war in dem betreffenden Untersuchungsgebiet die Zunahme der Geschwindigkeit mit der Tiefe gering. Diese für eine Vernachlässigung der Brechung günstigen Geschwindigkeitsverhältnisse können auch in vielen anderen Gebieten erwartet werden, in denen mit Luftschüssen gearbeitet werden muß. Es seien reflexionsseismische Erkundungen bei anstehendem Kristallin oder Paläozoikum, auf Ergußdecken oder schallharten mesozoischen Gesteinen erwähnt.

In Abb. 1 sind die Aufstellungsformen der gemessenen Reflexionsprofile und der für die hier vorgelegte Geschwindigkeitsbestimmung benutzte Strahlenverlauf vereinfacht dargestellt. Im oberen Teil wird an einem Korrelationschema [2] das zugrunde gelegte Aufstellungssystem beschrieben. Die stärker

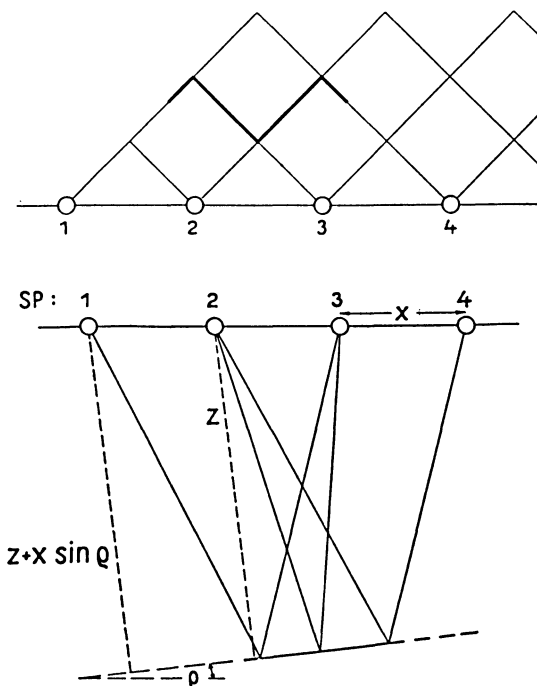


Abb. 1

ausgezogenen Linien des Gittersystems symbolisieren jeweils ein Seismogramm, das bei einseitiger Aufstellung zum Schußpunkt erhalten wird. Die Verlängerung einer solchen Linie schräg nach unten ergibt den Schußpunkt, die Parallelverschiebung dieser Linie senkrecht zu sich schräg nach unten ergibt die Geophonaufstellung. Für das gesamte Meßprofil würde das Korrelationschema sich in dieser Zickzack-Linie fortsetzen. Hier sollen nur die Aufstellungen betrachtet werden, die die Ausgangswerte für die Geschwindigkeitsbestimmung liefern.

Es werden jeweils drei Zeitwerte benutzt, die in dem Korrelationsschema an Eckpunkten liegen. Es sind demnach Anfangs- oder Endzeiten von Aufstellungen, die in den strahlengeometrisch benachbarten Aufstellungen ebenfalls ermittelt wurden. Diese drei Einzelzeitwerte können mit gewisser Sicherheit bestimmt werden, da sie aus jeweils zwei Seismogrammen entnommen werden.

Die für eine Geschwindigkeitsbestimmung erforderlichen Seismogramme sind im oberen Teil der Abb. 1 stärker ausgezogen. Im unteren Teil der Abbildung ist der entsprechende Strahlenverlauf dargestellt, der eben sein soll. Es werden demnach die Strahlen vom Schußpunkt 1 nach Schußpunkt 3, von 2 nach 3 und von 2 nach 4 benutzt. Diese Auswahl bietet bei geneigtem Reflektor die beste Möglichkeit, seine Länge auf etwa eine Aufstellungsweite zu beschränken und die Differenz zwischen den zu messenden Zeitwerten groß zu halten. Ein Vergleich mit Geschwindigkeitsbestimmungen aus Zentralaufstellungen zeigt, daß bei dem hier vorgelegten Verfahren etwa der Effekt einer doppelten Aufstellungsweite benutzt wird. Es wird mit dem Teil der Reflexionshyperbel gearbeitet, der bereits eine stärkere Neigung aufweist.

Die drei zu messenden Zeitwerte werden mit t_{13} (Laufzeit von Schußpunkt 1 nach Schußpunkt 3), mit t_{23} und t_{24} bezeichnet. z sei der Abstand des Reflektors vom Schußpunkt 2, ϱ der Einfallswinkel des Reflektors und x die horizontale Entfernung zweier benachbarter Schußpunkte. Es wird vorausgesetzt, daß die Laufzeitwerte auf ein Niveau reduziert wurden.

Mit diesen Bezeichnungen gelten folgende drei Gleichungen für den Strahlenverlauf:

$$(1) \quad (vt_{13})^2 = 4x^2 + 4(z + x \sin \varrho)^2 - 8x(z + x \sin \varrho) \sin \varrho,$$

$$(2) \quad (vt_{23})^2 = x^2 + \quad \quad \quad 4z^2 - \quad \quad \quad 4xz \sin \varrho,$$

$$(3) \quad (vt_{24})^2 = 4x^2 + \quad \quad \quad 4z^2 - \quad \quad \quad 8xz \sin \varrho.$$

Auflösung dieser drei Gleichungen nach v ergibt

$$(4) \quad v^4 \{3t_{23}^4 - 2t_{13}^2 t_{23}^2 + t_{13}^2 t_{24}^2 - 2t_{23}^2 t_{24}^2\} + \\ + v^2 x^2 \{10t_{23}^2 - 2t_{13}^2 - 2t_{24}^2\} + 3x^4 = 0.$$

Die Laufzeiten werden durch folgende Summen ersetzt:

$$(5a) \quad t_{13} = t + \Delta t_1,$$

$$(5b) \quad t_{23} = t,$$

$$(5c) \quad t_{24} = t + \Delta t_2.$$

Da t_{23} bei den Reflexionshyperbeln, die für eine Geschwindigkeitsbestimmung benutzt werden, stets kleiner als t_{13} oder t_{24} ist, kann Gleichung (4) umgeformt werden in

$$(6) \quad v^4 A - v^2 x^2 B - 3x^4 = 0$$

mit

$$(7) \quad A = 2t^3(\Delta t_1 + \Delta t_2) + t^2(\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 - 4\Delta t_1 \Delta t_2) \\ - 2t(\Delta t_1 \Delta t_2 + \Delta t_2^2) \Delta t_1$$

und

$$(8) \quad B = 6t^2 - 4t(\Delta t_1 + \Delta t_2) - 2(\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2).$$

Die Terme

$$- 2t(\Delta t_1 \Delta t_2 + \Delta t_2^2) \Delta t_1 \quad \text{der Gleichung (7)}$$

und

$$- 2(\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2) \quad \text{der Gleichung (8)}$$

ergeben wegen Δt_i^3 bzw. Δt_i^2 bei der numerischen Berechnung Werte, die auf Grund der begrenzten Meßgenauigkeit (10^{-3} Sekunden) keinen Einfluß auf das Endergebnis haben. Sie können vernachlässigt werden.

Der Term

$$t^2(\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 - 4\Delta t_1 \Delta t_2)$$

in Gleichung (7) stellt ein Korrekturglied dar, das wegen $\Delta t_1 \sim \Delta t_2$ angenähert durch

$$- \frac{t^2}{2} (\Delta t_1 + \Delta t_2)^2$$

ersetzt werden kann.

Die Gleichungen (7) und (8) gehen damit über in

$$(9) \quad A = 2t^3(\Delta t_1 + \Delta t_2) - \frac{t^2}{2} (\Delta t_1 + \Delta t_2)^2,$$

$$(10) \quad B = 6t^2 - 4t(\Delta t_1 + \Delta t_2).$$

Graphische Bestimmung der Geschwindigkeit

Um bei der Geschwindigkeitsbestimmung die Berechnung der biquadratischen Gleichung (6) zu vermeiden, ist in Abb. 2 v als Funktion von A für

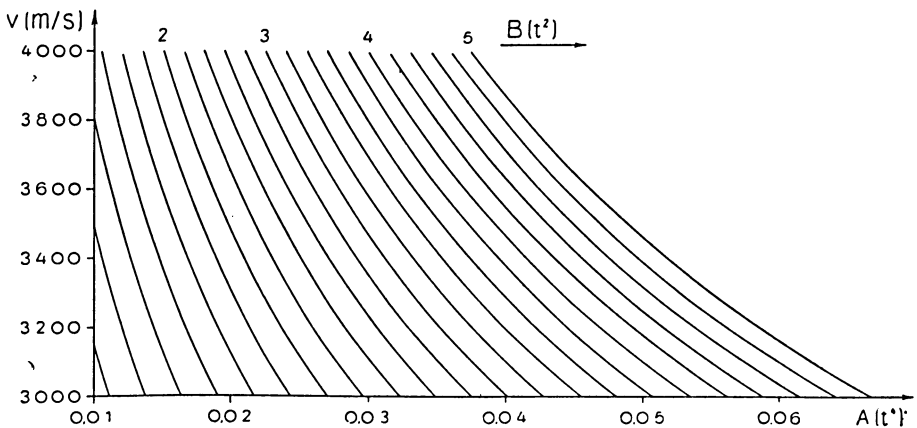


Abb. 2

eine Kurvenschar mit dem Parameter B graphisch dargestellt. Dabei wurde x numerisch fixiert und mit $x = 345$ m eingesetzt. Das entspricht bei 24 Spuren und überlappender Aufstellung einem Geophongruppenabstand von 15 m.

Es wurde der Geschwindigkeitsbereich zwischen 3000 m/s und 4000 m/s ausgewählt, in dem die im bearbeiteten Gebiet auftretenden Geschwindigkeitswerte liegen. Da die Entfernung Schußpunkt – erste Geophongruppe 345 m

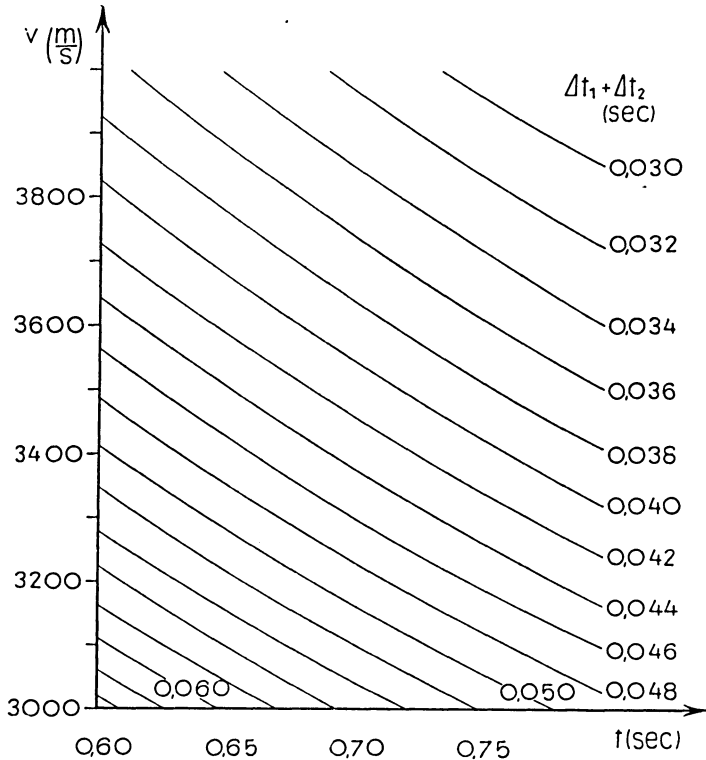


Abb. 3

betrag, genügen wegen der Laufzeit des Luftschalles numerische Werte für A und B , die einer Laufzeit der Reflexionswellen bis zu einer Sekunde entsprechen. Aus Gleichung (10) ist ersichtlich, daß in den Faktor B die Laufzeit t (bzw. t_{23}) sechsfach quadratisch eingeht. Somit ist B ein Maß für die Laufzeit der ausgewerteten Reflexionen. Je größer der Wert für B ist, um so tiefer liegt der erfaßte Reflexionshorizont.

Die in Abb. 2 dargestellten Kurven setzen bei ihrer Anwendung zur Geschwindigkeitsbestimmung voraus, daß A und B numerisch berechnet werden. Diese Berechnung kann umgangen werden, wenn nach Gleichung (6) unter Verwendung von (9) und (10) die Geschwindigkeit als Funktion der

Laufzeit t für den Parameter $(\Delta t_1 + \Delta t_2)$ dargestellt wird. Diese Kurven sind in Abb. 3 wiedergegeben. Sie umfassen den Geschwindigkeitsbereich von 3000 m/s bis 4000 m/s und Laufzeiten zwischen 0,6 Sekunden und 0,7 Sekunden. Jede Kurve entspricht einem konstanten Wert $(\Delta t_1 + \Delta t_2)$. Mit dieser Darstellungsart ist es möglich, aus den gemessenen Laufzeiten ohne Berechnung die entsprechenden Geschwindigkeitswerte zu erhalten.

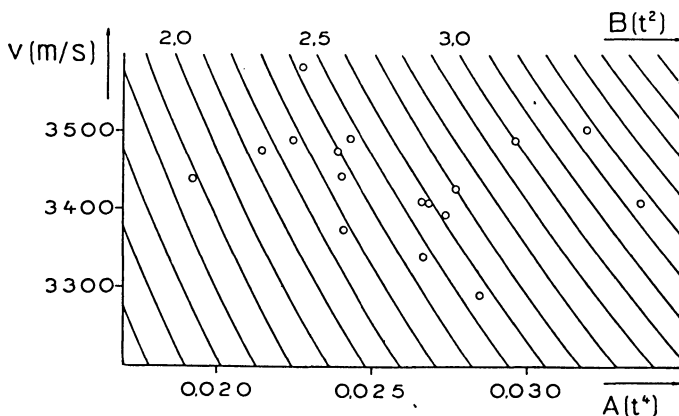


Abb. 4

Bestimmungsbeispiel

Als Beispiel für diese Art der Geschwindigkeitsbestimmung ist in Abb. 4 das Ergebnis einer Profilauswertung für einen Reflexionshorizont mit etwa 0,65 Sekunden Laufzeit dargestellt. Wie in Abb. 2 sind hier die Geschwindigkeit sowie die Faktoren A und B dargestellt. Die Kreise geben jeweils das Ergebnis einer Geschwindigkeitsbestimmung wieder. Der Gesamtstreuungsbereich der Einzelwerte liegt zwischen 3300 und 3600 m/s, das entspricht 9%. Jedoch ist zu sehen, daß es sich um wenige extrem abweichende Werte handelt. Läßt man die zwei am meisten abweichenden Werte unberücksichtigt, so reduziert sich der Streubereich auf 5%. Der Fehler der Einzelbestimmung beträgt, bedingt durch die hohe Zahl der Meßwerte, bei einem Mittelwert von 3430 m/s ± 70 m/s oder 2%.

Fehlerabschätzung

Aus Abb. 3 ist zu ersehen, daß in dem betrachteten Laufzeit- und Geschwindigkeitsbereich folgende Fehler zu erwarten sind:

$v = 3000$ m/s	$v = 4000$ m/s
$t = 0,6$ Sekunde	$t = 0,8$ Sekunde
$\delta t = \pm 0,002$ Sekunden	$\delta t = \pm 0,002$ Sekunden
$\delta v = \pm 45$ m/s $\cong 1,5\%$	$\delta v = \pm 120$ m/s $\cong 3\%$

Die Abhängigkeit von t ist dagegen unbedeutend. Diese Angaben gelten wiederum nur für das betrachtete Beispiel mit $x = 345$ m. Da bei Luftschüssen kaum kleinere Werte für x benutzt werden können und die hier vorliegenden Geschwindigkeiten schon recht hoch sind, stellen die Fehlerangaben für 0,002 Sekunden Zeitgenauigkeit theoretische Maximalwerte dar. Dabei darf natürlich nicht übersehen werden, daß diese Zeitgenauigkeit in der Summe ($\Delta t_1 + \Delta t_2$) eine sehr hohe Forderung ist, die kaum erreicht werden kann. Jedoch dürfen andererseits die Fehlermöglichkeiten nicht überschätzt werden, da nur die Differenzen der Laufzeiten in die Bestimmung eingehen. Manche Fehler verkleinern sich dadurch erheblich (Verwitterungsschicht, Brechung). Außerdem werden die benötigten Zeitwerte von jeweils zwei Seismogrammen erhalten.

Schlußfolgerung

Es wurde das Beispiel einer Geschwindigkeitsbestimmung vorgelegt, die aus den meßtechnischen Gegebenheiten reflexionsseismischer Profilvermessungen hervorgegangen ist. Sie kann und soll nur mit den Meßergebnissen von Profilaufstellungen benutzt werden. Der Fehler einer Einzelbestimmung wird selten unter 5 % liegen. Da jedoch die Bestimmung eines einzelnen Geschwindigkeitswertes mit Hilfe der graphischen Darstellung in Abb. 3 sehr rasch aus t und ($\Delta t_1 + \Delta t_2$) erfolgt, können ohne erheblichen Arbeitsaufwand sehr viele Werte bestimmt werden. Damit wird die Fehlererwartung wesentlich herabgesetzt. Die vorgelegte Profilauswertung (Abb. 4) gibt dafür ein Beispiel.

Verfasser dankt dem VEB Geophysik Leipzig für die freundliche Genehmigung zur Veröffentlichung des Meßmaterials.

Literatur

- [1] *Dix, H.*: Seismic Velocities from Surface Measurements *Geophysics* 20 (1955), 1, 68—86.
- [2] *Gamburzew, G. A.*: Korrelationsmethode gebrochener Wellen. Handbuch für den praktischen Geophysiker. Moskau 1952 (russisch).
- [3] *Gurwitsch, J. J.*: Die seismische Erkundung. Moskau 1954 (russisch).
- [4] *Opitz, D.*: Eine Methode zur Ermittlung der mittleren Geschwindigkeit elastischer Wellen in der Reflexionsseismik. *Gerl. Beitr. Geophys.* 66 (1957), 3, 205—213.
- [5] *Pfueger, J. C.*: Delta-T Formula for Obtaining Average Seismic Velocity to a Dipping Reflecting Bed. *Geophysics* 19 (1954), 2, 339—341.
- [6] *Tárcy-Hornoch, A.*: Über die Bestimmung der durchschnittlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei der seismischen Reflexionsmethode. *Acta Technica Acad. Sc. Hung.* 9 (1954), 1/2, 223—241.