

ZEITSCHRIFT
FÜR
GEOPHYSIK

Herausgegeben im Auftrage der

Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft

von

B. Brockamp, Münster i. W.

unter Mitwirkung von **A. Defant**, Innsbruck — **W. Dieminger**, Lindau b. Northeim
W. Hiller, Stuttgart — **K. Jung**, Kiel — **O. Meyer**, Hamburg
F. Möller, Mainz — **H. Reich**, Göttingen.

Jahrgang 24

1958

Heft 6



PHYSICA - VERLAG · WURZBURG

INHALTSVERZEICHNIS

<i>Caputo, M.</i> Ein graphisches Verfahren für die Berechnung der vertikalen Komponente der Anziehungskraft zylindrischer Körper und dessen Anwendung für die Bestimmung der Gestalt von Gletscherbetten	359
<i>Strobach, K.</i> Morphologische Untersuchung mikroseismischer Bodenbewegungen nach stereoskopischen Vektorregistrierungen.	369
<i>Bellugi, A.</i> Das skalare durch einen rechteckigen Impuls in einem homogenen Medium erzeugte Potential	380

Die ZEITSCHRIFT FÜR GEOPHYSIK

erscheint in Jahrgängen zu je 6 Heften. Der Bezugspreis beträgt je Jahrgang 34,— DM, Einzelhefte je nach Umfang. Abonnements verlängern sich jeweils um einen Jahrgang, falls keine ausdrückliche Abbestellung zum Ende eines Jahrganges vorliegt.

In der Zeitschrift werden Originalarbeiten, die weder im In- noch im Ausland veröffentlicht wurden und die der Autor auch anderweitig nicht zu veröffentlichen sich verpflichtet, aus dem Gebiet der reinen und angewandten Geophysik sowie aus den Grenzgebieten aufgenommen. Mit der Annahme des Manuskriptes geht das ausschließliche Verlagsrecht an den Verlag über.

Die Autoren werden gebeten, die Manuskripte in Maschinenschrift mit handschriftlich eingetragenen Formeln druckfertig einzureichen und gesondert eine „Anweisung für den Setzer“ beizufügen, aus der zu ersehen ist, wie kursiver, gesperrter oder fetter Satz und griechische, gotische oder einander ähnliche Typen und Zeichen kenntlich gemacht sind (z. B. durch farbige Unterstreichung). Die Vorlagen für die Abbildungen sollen reproduktionsfertig (Tuschzeichnung) möglichst im Maßstab 2:1 eingesandt werden. Die Beschriftung der Abbildungen soll auf einem lose vorgeklebten, durchsichtigen Papier erfolgen. Fußnoten sind fortlaufend zu numerieren und am Ende des Manuskriptes zusammenzustellen, bei Zitaten sind neben Autorennamen, Titel und Zeitschriftentitel, auch Bandnummer, Erscheinungsjahr und Seitenzahl anzugeben.

Jeder Arbeit ist eine „Zusammenfassung“ in deutscher und englischer oder französischer Sprache beizufügen.

Der Verfasser liest von der Arbeit in der Regel nur eine Korrektur: etwaige Autorenkorrekturen können nur als Fußnoten bzw. am Schluß des Artikels gebracht werden. Umfangreiche Änderungen bedürfen der Zustimmung des Herausgebers und können nur gebracht werden, wenn sich der Autor bereit erklärt, die Korrekturkosten zumindest teilweise zu tragen.

Von seiner Arbeit erhält der Verfasser 50 Sonderdrucke ohne Umschlag kostenlos. Weitere Sonderdrucke liefert der Verlag gegen Erstattung der Selbstkosten. Eine Honorierung der Beiträge erfolgt nicht.

Für die **Zeitschrift für Geophysik** bestimmte Manuskripte und redaktionelle Anfragen bitten wir an den Herausgeber zu richten:

Prof. Dr. Bernhard Broekamp, Institut für reine und angewandte Geophysik,
Münster (Westfalen), Steinfurter Straße 107

Anschrift der **Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft**:

Hamburg 13, Rothenbaumchaussee 80, Postscheck: Hamburg Nr. 55983

Es ist ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, fotografische Vervielfältigungen, Mikrofilme, Mikrofotos u. ä. von den Zeitschriftenheften, von einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen.

Bekanntmachung lt. Bayer. Pressegesetz: Verlag: PHYSICA-VERLAG Rudolf Liebing K.-G., Würzburg, Münzstrasse 12. Pers. haft. Ges.: Rudolf Liebing, Arnulf Liebing und Hildgund Holler, sämtl. Buchhändler in Würzburg. Kommanditisten: Friedr. Gäbler, Buchhändler, u. Charl. Kuhnert, beide Würzburg.

Typoskript: Physica-Verlag, Würzburg; Offsetdruck: fotokop, Darmstadt.

Printed in Germany



PHYSICA-VERLAG, Würzburg 1958

Ein graphisches Verfahren für die Berechnung der vertikalen Komponente der Anziehungskraft zylindrischer Körper und dessen Anwendung für die Bestimmung der Gestalt von Gletscherbetten

Von M. Caputo, Triest ¹⁾

Zusammenfassung: Es wird eine graphische Methode für die Berechnung der vertikalen Komponente der Gravitation unendlicher zylindrischer horizontaler Körper entwickelt. Dieses Verfahren wird zur Bestimmung der Gestalt des Gletscherbettes des Godwin Austen - Gletschers im Karakorumgebiet angewandt auf Grund gravimetrischer Messungen, die von der "Italienischen Karakorum-Expedition K2 der Jahre 1954-1955" durchgeführt worden sind.

Abstract: A graphical method for the computation of the vertical component of the attraction of an horizontal infinite cylinder mass is given. The application of this method follows for the determination of the shape of the bottom of the glacier Godwin Austen in the Karakorum by means of gravimetric measurements done during the Italian Karakorum Expedition K2 1954-55.

Riassunto: Si dà un metodo grafico per il calcolo della componente verticale dell'attrazione gravitazionale di corpi cilindrici indefiniti orizzontali. Segue poi l'applicazione di tale metodo alla determinazione della forma del fondo del ghiacciaio Godwin Austen del Karakorum in base alle misure gravimetriche ivi effettuate nel corso della Spedizione Italiana al Karakorum K2 1954-55.

Ziel dieser Arbeit ist es, ein schnelles zeichnerisches Verfahren zu ermitteln, um die vertikale Komponente der Gravitation zylindrischer Körper mit horizontaler Generatrix zu bestimmen.

Die Arbeit geht auf eine Anregung von Prof. *Antonio Marussi* zurück, die Form des Bettes einiger Karakorum-Gletscher, die mit zylindrischen Körpern verglichen werden können, zu bestimmen, nachdem er für diesen Zweck gravimetrische Messungen im Verlauf der "Italienischen Karakorum-Expedition der Jahre 1954-1955" durchgeführt hatte.

¹⁾ Dr. Michele Caputo, Istituto di Topografia e Geodesia, Università degli Studi, Triest, Italien.

Der technische Teil dieser Arbeit ist in dem *Mapping And Charting Research Laboratory* der Ohio State University in Columbus durchgeführt worden.

1) Wir betrachten einen unendlichen zylindrischen Körper Q mit der Dichte η und normalem Querschnitt Γ , der durch eine Kurve C begrenzt wird, und legen ein cartesisches orthogonales Koordinatensystem x, y, z zugrunde, bei dem die z -Achse parallel der Generatrix und die y -Achse parallel der Vertikalen verläuft. Die Bestimmung der Anziehungskraft, die Q auf die in $P_0(x_0 y_0 z_0)$ liegende Einheitsmasse ausübt, ist bekanntlich ein zweidimensionales Problem, und die Komponente (parallel zu y) der Anziehungskraft von Q auf die Einheitsmasse in P_0 ist:

$$(1) \quad \Delta g = 2\gamma\eta \iint_{\Gamma} \frac{y - y_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} d\Gamma$$

wo $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2} \text{ gr}^{-1}$ die Gravitationskonstante ist und x, y, z , die Koordinaten eines beliebigen Punktes von Q sind.

Führen wir nun ein Polar-Koordinaten ein mit dem Ausgangspunkt in P_0 und der Polarachse parallel zu x , so gibt es keine Einschränkung, wenn angenommen wird, daß C eine geschlossene Kurve ist, die man in die zwei Bögen C_1 und C_2 auflösen kann, bestimmt durch die eindeutigen Funktionen:

$$(2) \quad \rho_1 = \rho_1(\theta_1) \quad \rho_2 = \rho_2(\theta_2)$$

wo θ_1 und θ_2 die Anomalien der äußeren Tangenten sind, die von P_0 nach C verlaufen. Das Integral (1) nimmt alsdann die einfachere Form an:

$$(3) \quad \Delta g = 2\gamma\eta \iint_{\Gamma} \sin \theta d\rho d\theta = \\ = 2\gamma\eta \int_{\theta_1}^{\theta_2} [\rho_2(\theta) - \rho_1(\theta)] \sin \theta d\theta = 2\gamma\eta \int_{\theta_1}^{\theta_2} (y_2(\theta) - y_1(\theta)) d\theta$$

denn es ist offensichtlich:

$$y_1(\theta) = \rho_1(\theta) \sin \theta \quad y_2(\theta) = \rho_2(\theta) \sin \theta .$$

2) Das Integral (3) kann auf sehr einfache Weise ausgerechnet werden. Ein Vollwinkel wird auf ein durchscheinendes Papier in m Sektoren ein-

geteilt (siehe Abb. 1), dann wird das Blatt auf die Zeichnung von Γ so aufgelegt, daß der Scheitel des Winkels in P_0 ruht. In jedem Sektor, in dem sich ein Γ -Element befindet, kann man auf einfache Weise $y_2(\theta_m) - y_1(\theta_m)$ messen, da θ_m die θ -Mitte des Sektors ist. Bei der Durchführung der Summe bezüglich der n Sektoren, die für Γ interessieren, hat man:

$$(4) \quad \Delta g = \frac{4 \pi \gamma \eta}{m} \sum_{i=1}^n [y_2(\theta_i) - y_1(\theta_i)]$$

Ein besonders interessanter Fall liegt vor, wenn der Bogen der Kurve C_1 mit einem Segment der x -Achse übereinstimmt, und Punkt P_0 ebenfalls derselben Achse angehört; dann lautet (4):

$$(5) \quad \Delta g = \frac{4 \pi \gamma \eta}{m} \sum_{i=1}^n y_2(\theta_i)$$

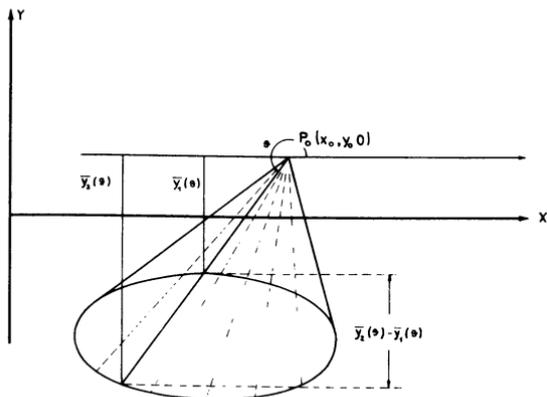


Abb. 1: Graphisches Verfahren für die Berechnung der vertikalen Komponente der Anziehungskraft des zylindrischen Körpers, dessen normaler Querschnitt der gezeichneten Kurve in der Figur entspricht.

Abb. 2 stellt das zeichnerische Verfahren dar für die Berechnung von (5), wenn $n = 12$, $m = 24$ ist.

Wichtig ist es zu beachten, daß wir die Formeln (4) und (5) schreiben können:

$$(4') \quad \Delta g = \frac{4 \pi \gamma \eta l}{m} \sum_{i=1}^n \frac{y_2(\theta_i) - y_1(\theta_i)}{l}$$

$$(5') \quad \Delta g = \frac{4 \pi \gamma \eta l}{m} \sum_{i=1}^n \frac{y_2(\theta_i)}{l}$$

da l ein Segment von C ist, dessen natürliche Größe bekannt ist. Nun ergibt sich, daß die Summanden dimensionslose Größen sind und deswegen die Rechnung in willkürlicher Skala durchgeführt werden kann.

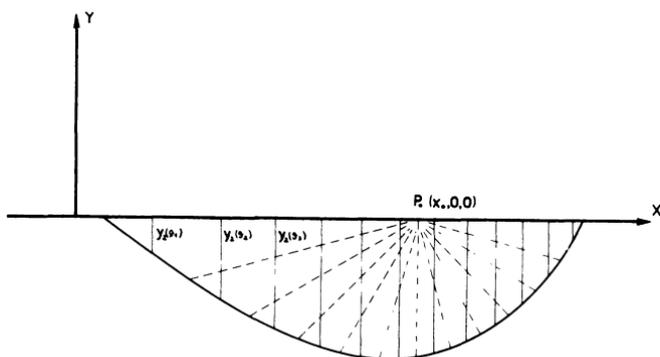


Abb. 2: Graphisches Verfahren für die Berechnung der vertikalen Komponente der Anziehungskraft des zylindrischen Körpers, dessen normaler Querschnitt der gezeichneten Kurve in der Figur entspricht.

3) Wenn die Kurve C_1 mit einem Segment der x -Achse übereinstimmt und C_2 eine Halbellipse ist, deren Gleichung

$$(6) \quad y = -b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \quad a > b$$

lautet, wird Formel (3) gleich:

$$(7) \quad \Delta g = a \gamma \eta \left\{ \frac{2x_0 b^2}{a c^2} \lg \left| \frac{1 - \frac{x_0}{a}}{1 + \frac{x_0}{a}} \right| - 4 \frac{b}{c} \sqrt{1 - \frac{x_0^2}{c^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{c^2 - x_0^2}}{b} \right\}, |x_0| < c$$

$$(8) \quad \Delta g = a \gamma \eta \left\{ \frac{2x_0 b^2}{a c^2} \lg \left| \frac{1 - \frac{x_0}{a}}{1 + \frac{x_0}{a}} \right| + \right.$$

$$+ 2 \frac{b x_0}{c^2} \sqrt{1 - \frac{c^2}{x_0^2}} \lg \left\{ \frac{x_0 \sqrt{1 - \frac{c^2}{x_0^2}} + b}{x_0 \sqrt{1 - \frac{c^2}{x_0^2}} - b} \right\} \quad |x_0| > c$$

da $c^2 = a^2 - b^2$ ist. Es ist klar, daß die in Klammern geschriebenen Ausdrücke der Gleichung (7) und (8) dimensionslos sind. Wenn wir x_0 und b messen, indem wir a als Meßeinheit nehmen, so können wir die erhaltenen Resultate in anderen praktischen Fällen anwenden, nachdem wir sie mit $\gamma \eta a$ multiplizieren.

Wichtig ist es zu beachten, daß man überdies

$$(8) \quad \lim_{x_0 \rightarrow 0} \Delta y = -\frac{4 a \gamma \eta b}{c} \operatorname{arctg} \frac{c}{b} \quad \lim_{x_0 \rightarrow a} \Delta g = \frac{4 a \gamma \eta b^2}{c^2} \lg \frac{b}{a} \quad \text{hat.}$$

Die in eckigen Klammern angegebenen Werte der Formeln (7) und (8) für verschiedene Werte der Verhältnisse $\frac{x}{a}$, $\frac{b}{a}$, werden in der folgenden Tabelle angegeben.

(9)

$\frac{b}{a} x_0 \rightarrow$	0	$\frac{3a}{10}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{7a}{10}$	a
0,20 a	1,1178	1,0720	0,9850	0,8365	0,2682
0,25 a	1,3616	1,3068	1,2035	1,0275	0,3697
0,30 a	1,5927	1,5305	1,4125	1,2121	0,4763
0,35 a	1,8133	1,7440	1,6128	1,3903	0,5863
0,40 a	2,0239	1,9484	1,8049	1,5628	0,6981

4) Die obigen Formeln haben ihre Anwendung gefunden für die Bestimmung der Gestalt des Gletscherbettes einiger Karakorumgletscher, mittels gravimetrischer Vermessungen, die auf deren Oberfläche durchgeführt worden sind, und zwar auf Profilen, die senkrecht zu ihrer Richtung verlaufen. Vorerst werden wir das angewandte Verfahren erklären, nachher aber nur die Resultate angeben, die sich auf den Godwin Austen-Gletscher beziehen.

Aus den topographisch reduzierten gravimetrischen Messungen erhält man für jeden Gletscher eine Anomalienkurve S , die durch die größere Dichte D des anstehenden Gesteins im Vergleich zur Dichte d des Gletschers bedingt ist.

Eine erste Annäherung des Gletscherquerschnittes erhält man, wenn man den Querschnitt als halbelliptisch annimmt, und nun mit Hilfe der Tabelle (9) verschiedene Anomalienkurven S_i ($i = \frac{a}{b}$) zeichnet mit der Annahme daß:

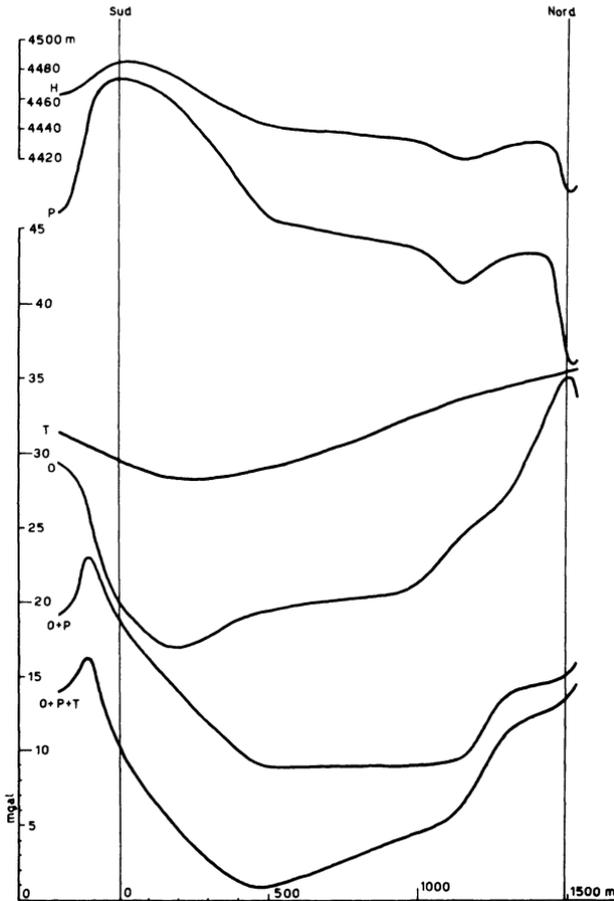


Abb. 3: Kurven für die Berechnung der beobachteten Anomalien in dem überquerten Abschnitt des Godwin Austen Gletschers.

a = Halbbreite des Gletschers im Querprofil und

$$\eta = D - d = 2,67 - 0,91 = 1,76$$

Wenn man nun diese S_i -Kurven mit S vergleicht, erhält man eine erste Annäherung des Gletscherbettes, durch die Ellipse E_i , deren Anomalienkurve S_i am besten S annähert. Um eine weitere Annäherung zu erzielen, kann man nun E_i derart umändern, daß die entsprechende Anomalienkurve, welche mittels Formel (5) berechnet wird, besser S annähert. Dieses Verfahren kann soweit wiederholt werden, bis man ein genügend angenähertes Ergebnis zwischen der theoretischen und der beobachteten Kurve erzielt.

5) Es folgen die Ergebnisse, die sich auf einen Querschnitt des Godwin Austen - Gletschers beziehen. Die auf Abb. (3) gezeichneten Kurven sind:

H = Oberflächenquerschnitt des Gletschers

P = Topographische Reduktion (Eis)

T = Topographische Reduktion (Gelände)

O = Beobachtete Anomalien

$$O' = O + P$$

$$S = O + P + T$$

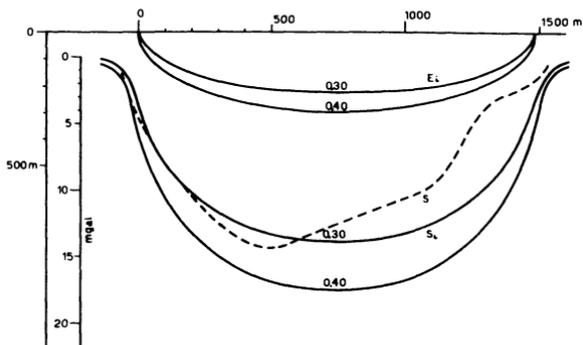


Abb. 4: Die S_i -Kurven stellen die theoretischen Anomalien der zylindrischen Körper dar, welche halb elliptische Querschnitte E_i haben.

S ist die Kurve der beobachteten Anomalien auf den überquerten Abschnitt des Godwin Austen Gletschers.

Abb. (4) zeigt die Anomalienkurven S_i in Beziehung zu den Ellipsen E_i , die zur ersten Annäherung des Querschnittes dienten. Das Kurvensystem S_i ist auf Grund der in Tabelle (9) angegebenen Werte gezeichnet.

net worden (mit der Halbachse $a = 741.5 \text{ m}$, die der Halbbreite des Gletschers im vermessenen Abschnitt entspricht). Auf der Figur ist ebenfalls S eingetragen. Es folgt nun, daß die beste Annäherung von S durch die Ellipse E mit der kleineren Halbachse $b = 0,30 a = 222.5 \text{ m}$ ermittelt werden kann.

Wenn man, von E ausgehend, das Verfahren anwendet, das am Ende des vorangehenden Abschnittes erklärt worden ist, hat man nach drei Versuchen Kurve E^* (Abb. 5) erhalten, die sich dem Gletscherschnitt in dem überquerten Abschnitt annähert. Die entsprechende Kurve S^* der Anomalien zeigt zwar eine genügende Annäherung an S , die in derselben Figur punktiert dargestellt ist.

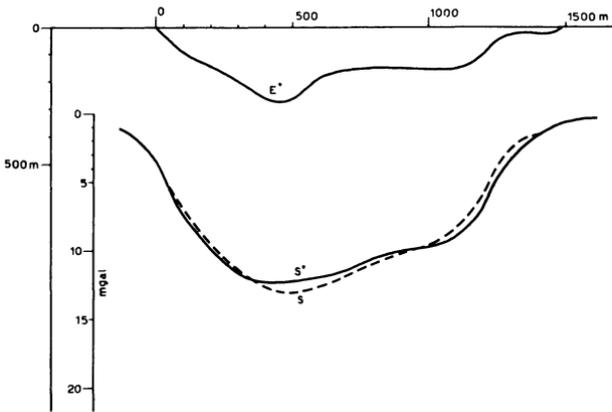


Abb. 5: Die S^* Kurve stellt die Anomalien des Zylinders dar dessen normaler Querschnitt die E^* Kurve ist. S ist die Kurve der beobachteten Anomalien auf dem überquerten Abschnitt des Godwin Austen Gletschers.

6) Nun wollen wir abschätzen mit welcher Genauigkeit die im Abschnitt (4) erklärte Methode uns gestattet, das Profil des Godwin Austen-Gletschers zu bestimmen.

Zunächst vermerken wir, daß die Ursache der Fehler der genannten Methode, 1. in der Bestimmung der Kurven der reduzierten Anomalien, 2. in der Berechnung der theoretischen Anomalien mittels Formel (4) besteht, und zwar im ersten Falle infolge der (a) durch Instrumente bedingten Fehler und (b) durch Fehler der Reduktion; im zweiten Falle (c) durch die Annahme, daß der Gletscher ein horizontaler unendlicher Zylinder sei, und (d) die ungenaue Kenntnis von $D - d$.

Die durch gravimetrische Beobachtung bedingte Fehler (a) sind dank der Präzision der modernen Gravimeter, unbedeutend im Vergleich zu den anderen, und wir werden sie weiter nicht in Betracht ziehen. Die von der Hypothese herrührenden Fehler, der Gletscher sei ein horizontaler Zylinder (c), sind schwer schätzbar und werden nicht berücksichtigt.

Um die Fehler unter b) und d) zu schätzen, beziehen wir uns auf dem Fall elliptischer Querschnitte und leiten zunächst b ab nach η und Δg .

Durch Formel (7) hat man im Mittelpunkt

($x_0 = 0$):

$$(10) \quad \frac{\partial b}{\partial \eta} = \frac{b c^2 \operatorname{arctg} c/b}{\eta [b c - a^2 \operatorname{arctg} c/b]}$$

$$(11) \quad \frac{\partial b}{\partial \Delta g} = \frac{c^3}{4 \gamma \eta a [a^2 \operatorname{arctg} c/b - b c]}$$

Es folgt daraus für den Godwin Austen - Gletscher ($b = 0,3 a$, $a = 741,5 m$):

$$(10') \quad \delta b = 148 \delta \eta \quad \begin{array}{l} \delta b \text{ in meter,} \\ \delta \eta \text{ in gr cm}^{-3} \end{array}$$

$$(11') \quad \delta b = - 33,3 \delta \Delta g \quad \delta \Delta g \text{ in mgal}$$

Wenn zum Beispiel:

$$\delta \eta = \pm 0,05 \quad \delta \Delta g = \pm 1$$

hat man nach Formel (10'), bzw. (11'):

$$(10'') \quad \delta b = \pm 7,4 m$$

$$(11'') \quad \delta b = \mp 33,3 m .$$

Literatur

- [1] *Bull, C. und Hardy, J.R.*: The determination of the thickness of a glacier from measurements of the values of gravity. *Journal of glaciology*. No. 2, 1956.
- [2] *Caputo, M.*: Computing formulas for the attraction of an infinite cylinder mass (with an application). The Ohio State University Research Foundation. Mapping and Charting Research Laboratory. Technical Memorandum No. 10, 1957.
- [3] *Cunietti, M.*: Natura ed entità degli errori nelle riduzioni topografiche ed isostatiche dei valori della gravità. *Annali di Geofisica*. Vol. I, No. 5, 1948.
- [4] *Dobrin, N.B.*: Introduction to geophysical prospecting. Mc Graw Hill Book Company. Inc. New York 1952.
- [5] *Hubbert, K.A.*: A line integral method of computing effect of two dimensional masses. *Geophysics*. XIII, No. 2, 1948.
- [6] *Hubbert, K.A.*: Gravitational terrain effect of two dimensional topographic features. *Geophysics*. XIII, No. 2, 1948.
- [7] *Klebesberg, R.*: Handbuch der Gletscherkunde und Glazialgeologie. Springer Verlag. Wien, 1952.
- [8] *Somigliana, C.*: Sulla profondità dei ghiacciai. *Rend. Acc. Naz. dei Lincei*. Cl. Sc. Fis. Nat. Mat. Vol. XXX, 1921.
- [9] *Somigliana, C.*: Sul coefficiente di attrito interno del ghiaccio e la determinazione della profondità dei ghiacciai. *Boll. del Comitato Glaciologico Italiano*. Vol. VI, 1925.
- [10] *Weinberg, V.B.*: Über den Koeffizienten der inneren Reibung des Gletschereises und seine Bedeutung für die Theorie der Gletscherbewegung. *Zeitschrift für Gletscherkunde*. I Bd., 1906.
- [11] *Werenskiold, W.*: Die Tiefe eines Gletschers. *Zeitschrift für Gletscherkunde*. Bd. IX, 1915.
- [12] *Udeschini, P.*: Moto plastico-viscoso dei ghiacciai. *Bollettino del Comitato Glaciologico Italiano*. No. 25, 1948

Morphologische Untersuchung mikroseismischer Bodenbewegungen nach stereoskopischen Vektorregistrierungen

Von K. Strobach, Hamburg - Harburg¹⁾

Zusammenfassung: Nach Hamburger stereoskopischen Vektorregistrierungen von vier mikroseismischen Stürmen ergibt sich folgendes: Es ist möglich, die beobachteten Partikelbewegungen in neun verschiedene Typen einzuteilen, die in Abb. 1 angegeben sind. Die Typenhäufigkeiten wurden für den Sturm vom 17.1.58 ermittelt und in Abb. 2 dargestellt. Ein bemerkenswertes Ergebnis ist, daß ein sehr großer Teil der Bodenschwingungen (65%) linear polarisiert ist und eine Vertikal-komponente besitzt (wie bei SV- und P-Wellen). Die beobachteten elliptisch polarisierten Partikelbewegungen zeigen sowohl retrograden als auch rektograden Umlaufsinn. In den Abbildungen 3, 5-8 sind die gefundenen Häufigkeitsverteilungen der *Neigungswinkel* der linear polarisierten Schwingungen dargestellt. Für Wellen, die aus verschiedenen Azimutsektoren einfallen, ergeben sich deutliche Unterschiede dieser Verteilungen, wie besonders die Abb. 7 erkennen läßt. Die Ursache hierfür wird zu einem Teil in geologischen Einflüssen auf die Wellenausbreitung zu suchen sein. Die Ergebnisse sprechen weder für einen nennenswerten Anteil von first mode Rayleigh-Wellen noch von Love-Wellen. Es ist möglich, daß in Hamburg ein bemerkenswerter Teil der beobachteten Partikelbewegungen von SV-Wellen herührt.

Abstract: The Hamburg stereoscopic vectorial records of four microseismic storms were analysed. It was possible to divide the observed motions into nine different types, which are shown in fig. 1. The frequencies of these types are represented for the storm of Jan. 17 in fig. 2. A striking result is that most of particle motions (65 per cent) are linear polarized and have a vertical component (as in the case of SV- and P-waves). Elliptical polarized oscillations show both retrograde and rektograde sense of motion. Figures 3, 5-8 represent frequency distributions of *inclinations* of the linear polarized motions. Especially figure 7 shows that there is a significant difference between the distributions belonging to microseismic waves travelling from different azimuth sectors. This may be due to geological effects upon wave transmission. The results neither support the first mode Rayleigh wave character of propagation nor there are indications for a notable part of Love waves. It may be that in Hamburg a good deal of observed oscillations is due to SV-waves.

¹⁾ Dr. Klaus Strobach, Observatorium des Geophysikalischen Instituts der Universität Hamburg, Hamburg - Harburg, An der Schießbahn 30 f.

Um die Herkunftsrichtungen der mikroseismischen Wellen (Periodenbereich 4-8 sec) in der Hamburger Erdbebenstation bestimmen zu können, hat der Verfasser in [1] ein Verfahren angegeben, wobei Vektorregistrierungen benutzt werden. Bei der Bearbeitung zahlreicher Registrierungen hat sich gezeigt, daß die horizontale Komponente der Bodenbewegungen zum überwiegenden Teil in der Fortpflanzungsrichtung der Wellen liegen muß, denn die unter dieser Voraussetzung erhaltenen Herkunftsrichtungen zeigen dorthin, wo die Erregergebiete aufgrund der Wetterlagen zu erwarten sind.

Der Ausbau der Vektorregistrierung zur stereoskopischen Registrierung der Partikelbewegungen [2] hat nun die Möglichkeit eröffnet, die Bewegungen eines Oberflächenpartikels *im Raum* unmittelbar anschaulich zu studieren, und zwar an einem sehr großen Material, was bei einer Konstruktion der räumlichen Partikelbewegung aus gewöhnlichen seismischen Registrierungen nie erreichbar gewesen wäre. Dabei hat sich nun gezeigt, daß die Partikelbewegungen einen ganz anderen Charakter haben als erwartet wurde. Nur ein geringer Teil zeigt die für Rayleighwellen typischen retrograd durchlaufenen Ellipsen. Dagegen ist der größte Teil der aufgezeichneten Schwingungen linear oder nahezu linear polarisiert. Ähnliche Beobachtungen sind auch anderenorts [3], [4] gemacht worden.

Daß in Hamburg die Registrierungen der Mikroseismik schon bei oberflächlicher Betrachtung der Wiechert-Seismogramme ein anderes Bild zeigen als bei den meisten anderen Stationen, wurde schon früh bemerkt [5], [6]. Die horizontalen Amplituden sind in der Regel, vor allem im Periodenbereich um 6 sec, *wesentlich größer* als die vertikalen. Nach den Arbeiten von Lee [7] über Rayleighwellen in einem Medium, dem eine relativ zur Wellenlänge geringmächtige Deckschicht aufliegt, schien für diese Tatsache eine plausible Deutung möglich. Allerdings wurde das Verhältnis der Amplituden $A_H | A_Z$ als Funktion der Periode T noch viel größer gefunden, als dies nach den numerischen Ergebnissen von Lee zu erwarten war. Aber auch nach der Theorie von Lee und anderen müßten die Partikelbewegungen an der Oberfläche retrograd durchlaufene Ellipsen sein.

Die in dieser Arbeit mitzuteilenden Ergebnisse der stereoskopischen Vektorregistrierungen haben nun gezeigt, daß die für Rayleighwellen geforderten Partikelbewegungen nur relativ selten auftreten. Ein Teil der Bewegungen hat vielmehr den Charakter von SV-Wellen, ein anderer Teil entspricht keiner bisher bekannten Wellenart.

Deshalb war es erforderlich, zunächst festzustellen, welche Bewegungstypen überhaupt vorkommen und mit welcher Häufigkeit sie auftreten. Diese Untersuchung bot wegen der unmittelbar stereoskopisch zu betrachtenden Schwingungsbilder keine Schwierigkeit. In der Abb. 1 ist gezeigt, in welche Bewegungstypen sich die registrierten Partikelbewegungen einteilen lassen. Hier sind die Bewegungen so dargestellt, daß die Papierebene als Vertikal-

ebene zu denken ist, welche die Fortpflanzungsrichtung (von links nach rechts) enthält.

Die Typen 1, 2 und 3 bezeichnen linear polarisierte Bewegungen, die entweder positiv gegen den Horizont geneigt sind, horizontal verlaufen oder eine negative Neigung besitzen. Die elliptisch polarisierten Bewegungen mit retrogradem Umlaufsinn (wie bei Rayleighwellen) sind durch die Typen 4, 5 und 6 charakterisiert, wobei die großen Achsen der Ellipsen entweder wieder positiv geneigt sind, horizontal liegen oder negativ geneigt sind. Dasselbe gilt für die Typen 7, 8 und 9; nur ist hier der Umlaufsinn andersherum gerichtet (rektograd). Natürlich gibt es nun auch Übergänge zwischen den einzelnen Typen.

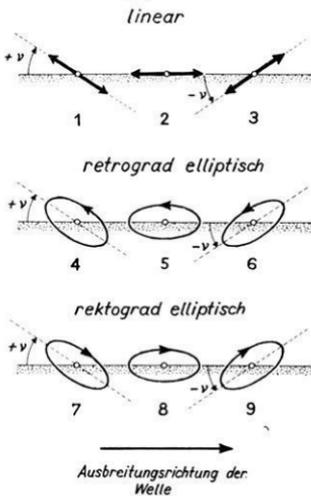


Abb. 1: Bewegungstypen eines Oberflächenpartikels bei mikroseismischer Bodenunruhe in Hamburg

Fig. 1: Types of motion of an surface particle due to microseisms at Hamburg

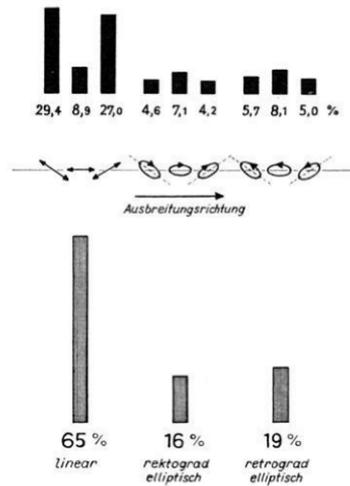


Abb. 2: Typenhäufigkeiten der Partikelbewegungen für den mikroseismischen Sturm vom 17. 1. 58

Fig. 2: Frequencies of types of particle motion during the microseismic storm of 1958 Jan. 17

Eine Auszählung der Typenhäufigkeiten erfolgte für den starken mikroseismischen Sturm vom 17. 1. 1958 und ist in Abb. 2 graphisch dargestellt. Es ist als bemerkenswertes Ergebnis hervorzuheben, daß 65% der 1352 ausgezählten Schwingungsfiguren lineare Polarisation zeigen. Die restlichen elliptisch polarisierten Bewegungen der Bodenpartikel verteilen sich zu 16% auf rektograd umlaufene Ellipsen und zu 19% auf retrograd umlaufene, wie bei Rayleighwellen. Positive und negative Neigungswinkel sind in den einzelnen Typengruppen ungefähr gleich häufig – allerdings nur, insofern keine Aufteilung nach dem Azimut der Schwingungsrichtung vorgenommen wird (hierüber siehe weiter unten).

Ähnliche Ergebnisse würden sich auch für andere mikroseismische Stürme ableiten lassen. Das Studium zahlreicher Registrierungen läßt immer wieder die Tendenz zur linearen Polarisation des Bewegungsablaufs erkennen, so daß es notwendig wurde, zu untersuchen, welche Neigungswinkel die linearen Partikelbewegungen gegen den Horizont besitzen und wie sich diese Winkel statistisch verteilen. Dabei war der Gedanke leitend, daß u. U. geführte Wellen vorliegen könnten, wobei sich dann Häufungen bei bestimmten Neigungswinkeln zeigen müßten. Ferner können solche Verteilungen später mit entsprechenden Verteilungen für I_g- und R_g-Wellen von Erdbeben verglichen werden, da ja neuerdings vermutet wird (Gutenberg [8], Bath [9]), daß es sich bei den Wellen der Mikroseismik um die gleichen Wellenarten

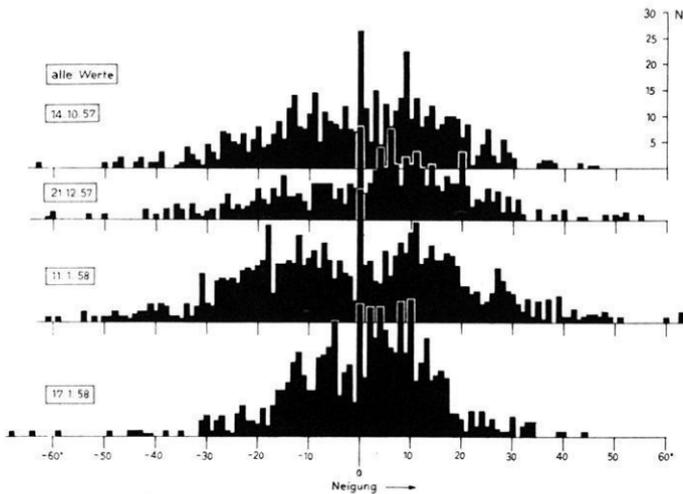


Abb. 3: Häufigkeitsverteilungen der Neigungen der linear polarisierten Partikelschwingungen für 4 mikroseismische Stürme ohne Berücksichtigung der Herkunftsrichtungen

Fig. 3: Frequency distributions of inclinations of the linear polarized particle oscillations from 4 microseismic storms without regard to directions of approach

handelt. In der Häufigkeitsverteilung der Neigungen wird sich neben der Periode und dem Bewegungstypus etwas für die gesamte Wellenbewegung Charakteristisches offenbaren.

Verteilungen dieser Art wurden für die linearen Partikelschwingungen der mikroseismischen Stürme vom 14. 10. 57, 21. 12. 57, 11. 1. 58 und 17. 1. 58 abgeleitet. Die Ergebnisse (ohne Berücksichtigung des Azimuts der Bewegungen) sind in Abb. 3 gezeigt. Die Neigungen wurden an den stereoskopischen Registrierungen mit Hilfe eines Komparators mit räumlicher Marke bestimmt.

Zunächst fällt auf, daß der überwiegende Teil der Schwingungen in den Neigungsbereich von -30° bis $+30^\circ$ fällt. Dabei zeigt sich bei den Stürmen vom 11. 1. 58 und vom 17. 1. 58 ein bemerkenswerter Unterschied insofern, als die absolut größeren Neigungswinkel am 11. 1. viel häufiger waren als am 17. 1. Der Grund dafür liegt im Unterschied in den Perioden. Am 17. 1. zeigten sich sehr große Amplituden und Perioden von im Mittel 6,5 sec, während der Sturm vom 11. 1. durch kürzere Perioden (im Mittel 5,0 sec) gekennzeichnet war und – was in Hamburg beim Auftreten kürzerer Perioden stets der Fall ist – relativ große Vertikalamplituden aufwies.

Häufungsstellen bei einigen Neigungswinkeln sind nach den Darstellungen nicht auszuschließen; doch spricht das Ergebnis weder für noch gegen geführte Wellen, da eine deutliche Bevorzugung bestimmter Neigungswinkel nicht erkennbar ist.

Anders wird das Bild, wenn man eine Trennung nach Azimutbereichen vornimmt, d. h. Schwingungen betrachtet, die zu Wellen gehören, welche aus verschiedenen Richtungen einfallen. Es erschien als sinnvoll, eine Trennung des Materials in zwei Azimutbereiche vorzunehmen. Es haben nämlich Ortungen von zahlreichen mikroseismischen Stürmen aus über 100 Registrierungen des Vektor-Horizontalseismographen als ein wesentliches Ergebnis erkennen lassen, daß hauptsächlich zwei Unruhegebiete wirksam sind, nämlich die norwegische Küste und die Küstengebiete der Britischen Inseln. Die Summierung aller bisher vorliegenden statistischen Ortungsergebnisse ist in Abb. 4 dargestellt, wobei ca. 30.000 Werte verarbeitet worden sind. Hier sind vom Zentrum Hamburg aus die Häufigkeiten der beobachteten Horizontalkomponenten der Schwingungsvektoren als Funktion ihres Azimuts aufgetragen. Es ist sehr deutlich, daß sich zwischen Nordschottland und Südwest-Norwegen eine Lücke zeigt, wo die Häufigkeiten und damit die Intensität der Unruhegebiete stark absinken, was die Bedeutung der Küsteneffekte für die Entstehung der Mikroseismik unterstreicht.

Wegen dieses Tatbestands wurde für die Neigungsverteilungen eine Trennung in zwei Azimutsektoren vorgenommen, und zwar in einen nördlichen (NW-N 30° E), der sich gegen die norwegische Küste öffnet, und einen westlichen Sektor (W 25° S-NW), der im wesentlichen die britischen Küsten bestreicht.

Die Abb. 5 zeigt die Verteilungen der vier mikroseismischen Stürme für den nördlichen Sektor. Jetzt zeigen sich offenbar einige Häufungsstellen, wenn auch teilweise verwaschen und nicht immer bei allen Stürmen an den gleichen Stellen. Häufungsstellen, die bei allen Stürmen auftreten, sind: -13° , -7° , $\pm 0^\circ$ und $+0^\circ$; letztere ist sehr markant ausgeprägt. Keinesfalls läßt sich aus dieser und den noch folgenden Darstellungen auf das Vorhandensein einer bemerkenswerten Love-Wellenkomponente schließen, da dann ein sehr breites Häufigkeitsmaximum um $\pm 0^\circ$ auftreten müßte. Das hier vor-

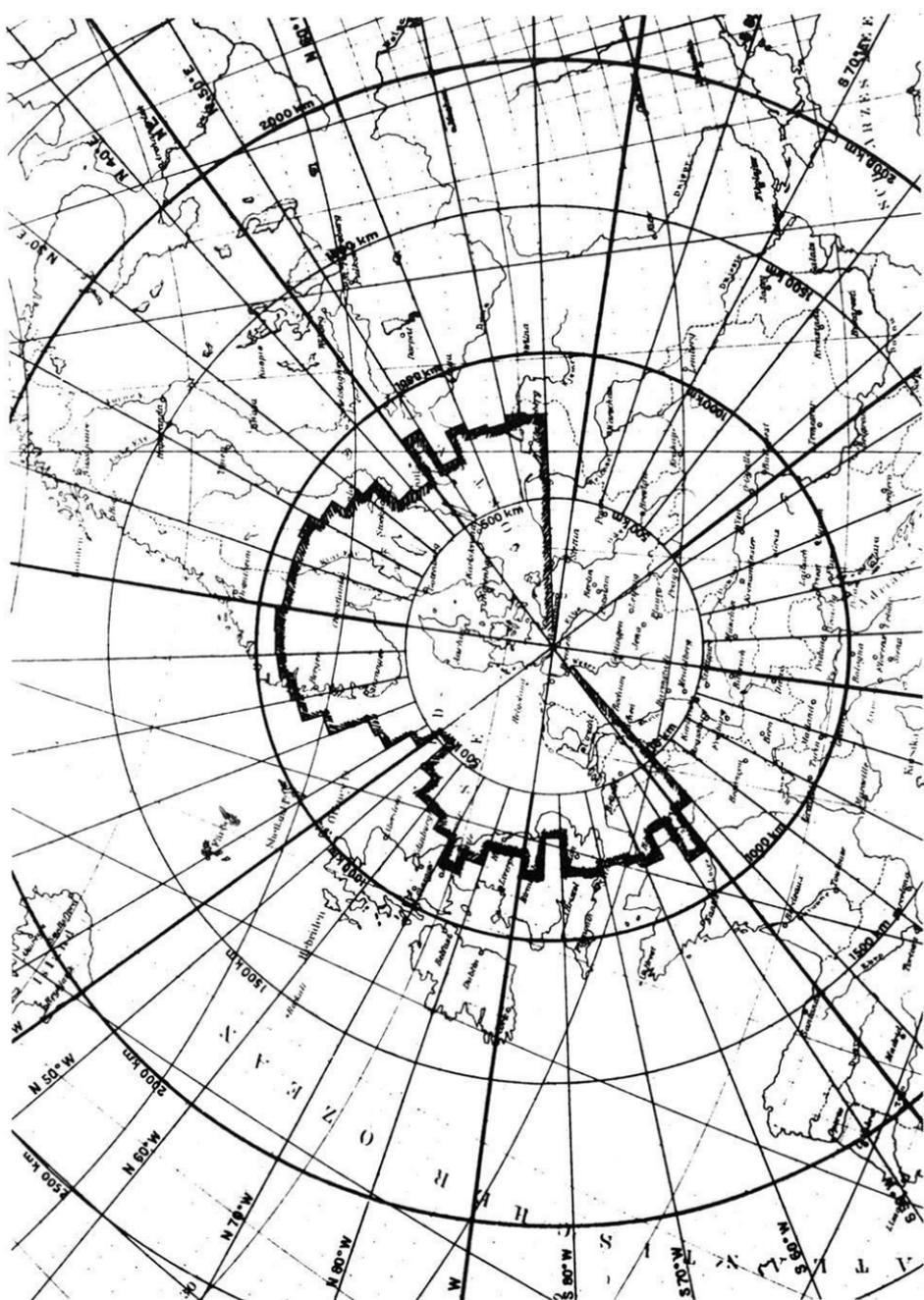


Abb. 4: Mittlere Wellenintensität der Mikroseismik als Funktion der Herkunftsrichtung für den Zeitraum Oktober 1955 bis Januar 1956 (abgeleitet aus ca. 30000 Werten)

Fig. 4: Mean wave intensity of microseisms as a function of direction of approach during the period of October 1955 till January 1956 (calculated from about 30000 values)

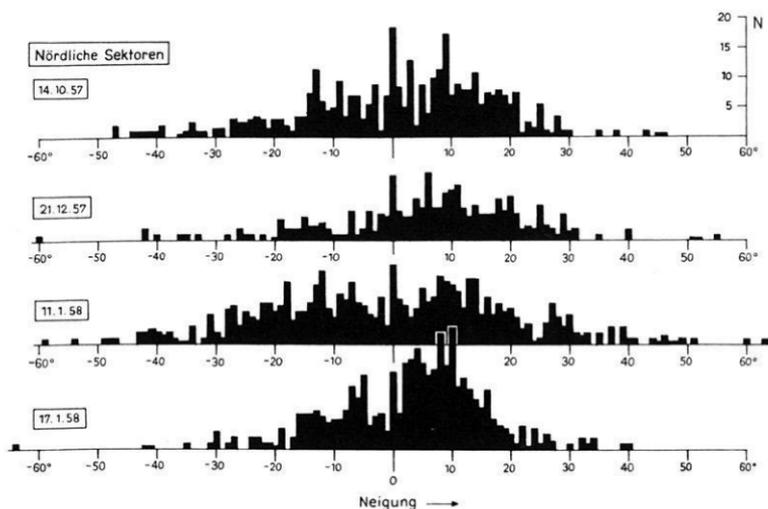


Abb. 5: Häufigkeitsverteilungen der Neigungen der linear polarisierten Partikelschwingungen für Wellen aus dem nördlichen Sektor

Fig. 5: Frequency distributions of inclinations of the linear polarized particle oscillations due to waves from the north azimuth sector

handene Maximum ist sehr schlank und ließe sich zwanglos durch die Annahme von SV-Wellen deuten. Auffällig ist das starke Überwiegen der positiven Neigungen im nördlichen Sektor mit Ausnahme des kurzperiodischen Sturms am 11.1.58. Bei letzterem sind die positiven und negativen Neigungswinkel ungefähr gleich häufig.

Noch eindrucksvoller ist die Summendarstellung für alle vier Stürme im oberen Teil der Abb. 7. Hier treten nicht nur die oben genannten Häufungsstellen klar hervor, sondern es sind offenbar noch weitere Häufungen bei $+18^\circ$ und $+27,5^\circ$ vorhanden, wenn auch sehr verbreitert.

Die Verteilungen für den westlichen Sektor (Abb. 6) geben ein sehr diffuses Bild, was nicht zuletzt an der geringen Wertezahl liegen wird. Die Summendarstellung (Abb. 7, unten) zeigt außer bei $\pm 0^\circ$ und vielleicht bei $+17^\circ$ und $+27,5^\circ$ (wie im nördlichen Sektor) keine bemerkenswerten Häufungsstellen.

Daher kann kaum angenommen werden, daß Wellen vorliegen, die in wenigen Schichtgrenzen geführt werden, wenn man überhaupt eine solche Annahme machen will, denn dann müßten sich auch bei den aus dem Westsektor einfallenden Wellen Häufungsstellen der Neigungen zeigen.

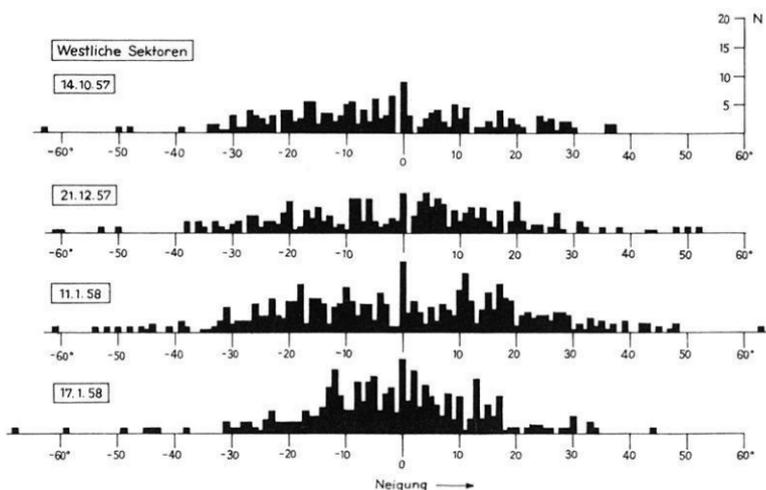


Abb. 6: Häufigkeitsverteilungen der Neigungen der linear polarisierten Partikelschwingungen für Wellen aus dem westlichen Sektor

Fig. 6: Frequency distributions of inclinations of the linear polarized particle oscillations due to waves from the west azimuth sector

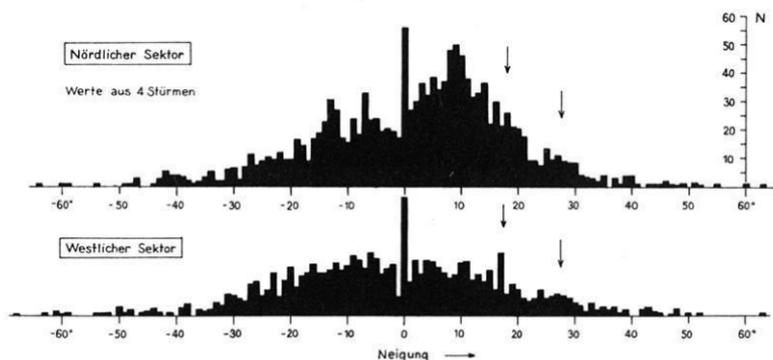


Abb. 7: Häufigkeitsverteilungen der Neigungen der linear polarisierten Partikelschwingungen für Wellen aus dem nördlichen Sektor (oben) und dem westlichen Sektor (unten). Werte aus 4 Stürmen

Fig. 7: Frequency distributions of inclinations of the linear polarized particle oscillations due to waves from the north sector (above) and from the west azimuth sector (below). Values from 4 microseismic storms

Um einen anschaulichen Eindruck von der Neigungsverteilung im Nordsektor zu vermitteln, ist in Abb. 8 die Eintragung der Häufigkeiten in einem Vertikalschnitt durch die Erdoberfläche unter Berücksichtigung der natürlichen Neigungswinkel vorgenommen worden.

Während bis hierher nur Beobachtungsergebnisse mitgeteilt wurden, sollen nun noch einige Überlegungen über ihre Deutungsmöglichkeiten angeschlossen werden.

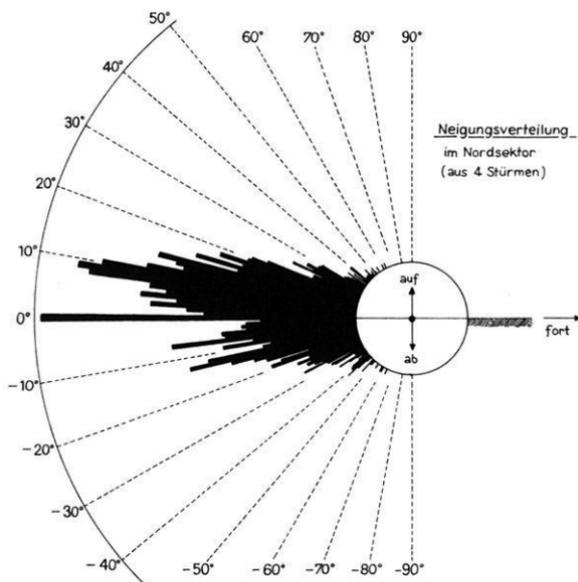


Abb. 8: Neigungsverteilung der linear polarisierten Partikelschwingungen für Wellen aus dem nördlichen Sektor. Werte aus 4 Stürmen.

Fig. 8: Frequency distributions of inclinations of the linear polarized particle oscillations due to waves from the north azimuth sector. Values from 4 microseismic storms

Am auffälligsten ist die Tatsache, daß die für Rayleighwellen (first mode) typischen Bewegungen nur 19% der Gesamtbewegungen erreichen und daß immer wieder die Tendenz zu linear polarisierten Bodenbewegungen besteht. Die positiv geneigten und die horizontal verlaufenden Bewegungen könnten zwanglos durch SV-Wellen gedeutet werden, wie sie auch bei channelwaves vom I_g -Typ angenommen werden (Bäth:[9]). Bei SV-Wellen würde sich noch etwas besonderes ergeben, wie man einer Arbeit von Gutenberg [10] entnehmen kann: Einfallende SV-Wellen mit Einfallswinkeln zwischen 20° und 34° bewirken Schwingungsvektoren der Oberflächenpartikel,

die nicht sehr verschieden gegen den Horizont geneigt sind, nämlich zwischen $+27^\circ$ und $+30^\circ$. Das bedeutet, daß in einem relativ weiten Winkelbereich einfallende SV-Wellen an der Oberfläche Schwingungsvektoren mit fast konstanter Neigung bewirken. Tatsächlich zeigt sich sowohl beim Nordsektor als auch beim Westsektor ein relatives Häufungsmaximum bei $+27,5^\circ$. Ferner ist die Oberflächenbewegung beim Einfall unter dem Grenzwinkel der Totalreflexion ($i = 35^\circ 16'$ für $\lambda = \mu$) horizontal und hat eine wesentlich größere Amplitude als die einfallende Welle (über das 4fache!).

Während die positiv geneigten linear polarisierten Schwingungen und ferner die retrograd-elliptischen Bewegungen durch SV-Wellen gedeutet werden könnten, lassen sich die negativ geneigten linearen Bewegungen – wenigstens im Neigungsbereich $-20^\circ < \nu < 0^\circ$ – durch eine bekannte Wellenart bisher nicht deuten. Für P-Wellen müßten sich absolut größere Neigungen als 20° ergeben, weil auch eine streifend einfallende P-Welle Partikelbewegungen mit einer Neigung von ca. -20° hervorruft.

Higher modes von Rayleighwellen können wohl wegen der dann anzunehmenden relativ kleinen Perioden und der stärkeren Amplitudenabnahme kaum vorliegen. Solche Wellen sind zwar in Pasadena [11] beobachtet worden, sind aber praktisch nach 10 Wellenlängen nicht mehr nachweisbar gewesen und hatten Perioden um 2 sec.

Theoretische Untersuchungen über Rayleighwellen im geschichteten Medium unter besonderer Berücksichtigung des Falles, daß eine relativ zur Wellenlänge dünne Deckschicht vorhanden ist, sind nur für stationäre Wellen und für solche Modelle durchgeführt worden, bei denen sich die Schichtung nicht längs des Wellenweges ändert. Was mit Rayleighwellen geschieht, die in ein Gebiet laufen, wo sich z. B. die Mächtigkeit der Deckschicht fortwährend ändert – und das ist im norddeutschen Raum der Fall –, ist bisher noch nicht theoretisch untersucht worden. Die Schwierigkeiten, die sich der theoretischen Behandlung eines solchen Falls entgegenstellen, sind außerordentlich groß. Es darf nicht von vornherein angenommen werden, daß in diesem Falle die typischen Rayleigh-Bewegungen eines Oberflächenpartikels erhalten bleiben. Da bei Rayleighwellen Scherungs- und Kompressionsanteile in einer ganz bestimmten Weise gekoppelt sind, wird die Welle bei einer beinahe un stetigen Änderung der Schichtung (in Fortpflanzungsrichtung) "außer Takt" kommen. Es ist möglich, daß die beobachteten Partikelbewegungen auf einem solchen Effekt beruhen. Ein Studium dieses Problems müßte mit den Mitteln der Modellseismik möglich sein.

Für die zuletzt diskutierte Möglichkeit spricht, daß der Charakter der Partikelbewegung offenbar sehr davon abhängt, welchen Weg die Wellen durchlaufen haben. Die Unterschiede zwischen dem Nordsektor und dem Westsektor (Abb. 7) sind ja sehr deutlich. Ebenso deutlich unterscheidet sich auch die geologische Struktur des Untergrundes in den beiden Sekto-

ren. Am Ort der Hamburger Erdbebenstation beträgt die Mächtigkeit der Tertiärbedeckung 1900 m, verringert sich aber nach Norden hin innerhalb einer halben Wellenlänge (ca. 10 km) auf die Hälfte. Dagegen dürften die aus Westen einfallenden Wellen annähernd parallel zur Streichrichtung des Oberkreidehorizonts verlaufen. Auf die bedeutsame Einflußnahme der Sedimentbedeckung bei der Ausbreitung von Oberflächenwellen, insbesondere jenen der Mikroseismik, haben neuerdings *Oliver* und *Ewing* [12] hingewiesen.

Literatur

- [1] *Strobach, K.*: Zum Studium der mikroseismischen Bodenunruhe in Hamburg. Z. f. Geophysik, **21**, 190-214, 1955
- [2] *Strobach, K.*: Stereoskopische Vektorregistrierung. Z. f. Geophysik, **23**, 306-315, 1957
- [3] *Iyer, H.M.*: A Study on the Direction of Arrival of Microseisms at Kew Observatory. The Geoph. J. of the R.A.S., Vol. 1, No. 1, 32-43, 1958
- [4] *Leet, L. Don.*: Analysis of New England Microseisms. Gerl. Beitr. z. Geophysik, Vol. 42, 232-245, 1934
- [5] *Mendel, H.*: Die seismische Bodenunruhe in Hamburg und ihr Zusammenhang mit der Brandung. Z. f. Geophysik, **6**, 32-41, 1930
- [6] *Tams, E.*: Einige Korrelationen zwischen seismischer Bodenunruhe in Hamburg und der Brandung in West- und Nordeuropa. Z. f. Geophysik, **9**, 23-30, 295-300, 1933
- [7] *Lee, A.W.*: The Effect of Geological Structure upon Microseismic Disturbance. Monthl. Not. of R.A.S., Geoph. Suppl. Vol. 3, No. 2, 1932. Further Investigation of the Effect of Geological Structure upon Microseismic Disturbance. Monthl. Not. of R.A.S., Geoph. Suppl. Vol. 3, No. 6, 1934
- [8] *Gutenberg, B.*: Channel Waves in the Earth's Crust. Geophysics, Vol. XX, No. 2, 1955, 283-294
- [9] *Båth, M.*: Some Consequences of the Existence of Low Velocity Layers. Ann. Geofis. **9**, 411-450, 1956
- [10] *Gutenberg, B.*: SV and SH. Transact. Am. Geoph. Union, Vol. 33, No. 4, 573-584, 1952
- [11] *Gutenberg, B.*: Untersuchungen zur Bodenunruhe in Süd-Kalifornien. Z. f. Geophysik, **21**, 177-189, 1955
- [12] *Oliver, J. and M. Ewing*: The Effect of Surficial Sedimentary Layers on Continental Surface Waves. Bull. Seism. Soc. of Am., Vol. 48, No. 4, 339-354, 1958

**Das skalare durch einen rechteckigen Impuls in einem
homogenen Medium erzeugte Potential**
(Erste Näherungsrechnung)

Von A. Belluigi, Perugia ¹⁾

Zusammenfassung: Es wird eine Näherungsrechnung zur Bestimmung des skalaren Potentials angegeben, das in einem homogenen Medium geringer Leitfähigkeit durch einen rechteckigen Stromimpuls erzeugt wird. Die Lösung des Problems kann für die Berechnung des "gap potentials" im Elfex-Verfahren sowie für die Bestimmung der P. P. oder P. I. verwandt werden.

Sunto: Con la presente Nota si dà una prima valutazione approssimativa del potenziale scalare in un mezzo omogeneo di bassa conduttività, generato da un elettrodo che fornisce una corrente impulsiva.

Questa soluzione potrà essere utilizzata nella teoria dell'Elfex (m. diretto per la ricerca del petrolio), o anche dei P. P. (potenziali provocati) a bassissima frequenza, tantopiù i tentativi teorici finora fatti [1] per esprimere i "gap-potentials" sono risultati inadeguati.

Abstract: In the present paper the A. gives a first, approximate evaluation of scalar potential produced by a pulse current electrode in a homogeneous, low-conductivity medium.

This solution may be useful for the theory of Elfex (direct mean for petroleum researches), and even for very low frequency induced potentials (I. P.), especially as the attempts for evaluating "gap-potentials" have been hitherto inadequate.

Wir wollen vorerst das Problem der Erregung des Erdbodens mit Impuls-Strömen gründlich untersuchen, um die Messung der "Lücken-Potentiale" (*praktische Anwendung des Elfex*) durchführen zu können. Die Autoren, die sich bisher mit dieser Methode beschäftigt haben, weisen zwar auf die Anwendung der Impuls-Ströme hin, ohne sie jedoch in ihren Theorien überhaupt zu berücksichtigen. Dies bedeutet von Anfang an eine schwerwiegende Unzulänglichkeit, da hierdurch die "Periodizität der Lücken" ausfällt.

¹⁾ Prof. Dr. A. Belluigi, Istituto di Fisica Terrestre, Facoltà di Scienze, Università, Perugia, Italia

Es seien: Γ die Ladungsdichte, ϕ das skalare Potential, μ die magnetische Permeabilität, κ die Dielektrizitätskonstante, σ die Leitfähigkeit.

Dies vorausgestellt, erfüllt die Ladungsdichte (Γ), wie wir bereits gesehen haben, in einem homogenen Boden, folgende Gleichung:

$$(1) \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + 4\pi \alpha \Gamma = 0, \quad \text{wobei} \quad \alpha = \sigma | \kappa$$

und somit:

$$(2) \quad \Gamma = \gamma e^{-4\pi \alpha t} = \gamma e^{-4\pi t} | \tau,$$

mit der Ladungsdichte γ , für $t = 0$; für $t = \tau$ ist $\Gamma = \gamma | 2,718$

Andererseits genügt das "skalare Potential" folgender Gleichung:

$$(3) \quad \Delta \phi - \frac{\mu \kappa}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{4\pi \sigma \mu}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{4\pi}{\kappa} \gamma e^{-4\pi \alpha t},$$

die infolge Gl. (2) und wenn man die Beziehung $v = c | \sqrt{\mu \kappa}$, (Signal-Geschwindigkeit) berücksichtigt will, folgende Form (für $t > 0$) annimmt:

$$(3') \quad \Delta \phi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{4\pi \alpha}{v^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{4\pi}{\kappa} \gamma e^{-4\pi \alpha t}.$$

Setzt man:

$$(4) \quad \phi = \psi e^{-2\pi \alpha t},$$

so ändert sich Gl. (3') in:

$$(5) \quad \Delta \psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \frac{4\pi^2 \alpha^2}{v^2} \psi = -\frac{4\pi}{\kappa} \gamma e^{-2\pi \alpha t}$$

Wenn man annimmt, daß ($\alpha^2 = \sigma^2 | \kappa^2$) genügend klein ist, sodaß die Größen (α^2)-ter Ordnung vernachlässigt werden können, so reduziert sich Gl. (5) auf nachstehende Beziehung:

$$(5') \quad \Delta \psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{\kappa} \gamma e^{-2\pi \alpha t}$$

die dieselbe Form der "Wellengleichung":

$$(6) \quad \Delta \psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -4\pi f$$

besitzt und aus der man die Lösung mit Hilfe der "verzögerten Potentiale" erhält.

Wir heben hervor, daß es nicht immer gestattet ist, die Größen (α^2)-ter Ordnung zu vernachlässigen. In einer zweiten Näherungsrechnung wird dem Rechnung getragen werden.

Im Falle eines unendlich ausgedehnten homogenen Mediums nimmt die Lösung folgende Form (Formel von Kirchhoff) an:

$$(7) \quad \psi = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \rho^{-1} [f]_{(t-\rho|v)} \cdot d\xi d\mu d\zeta$$

Der weggelassene Flächenintegral-Summand ist in identischer Weise gleich Null, was man erkennt, wenn die Fläche S vom Sender des einzelnen z. B. rechteckigen Impulses so weit entfernt ist, daß zur Zeit (t) noch kein Punkt derselben erreicht worden ist; das Symbol $[]$ bezeichnet "verzögerte Werte".

Die Entfernung ist $\rho = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2]^{1/2}$; außerdem muß (t) in (f) durch $(t = \rho|v)$ ersetzt werden.

Nehmen wir nun eine punktförmige Elektrode im Nullpunkt an, die im Zeitpunkt ($t = 0$) eine momentane Ladung (q) liefert, so bedeutet dies, daß die Ladungsdichte gleich

$$(8) \quad \gamma = q \delta(\xi) \delta(\eta) \delta(\zeta)$$

gesetzt wird, wobei $\delta(\xi)$ die Funktion von Dirac bezeichnet, welche bekanntlich überall gleich Null und für $\xi = 0$ gleich unendlich ist, sodaß:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi) \delta(\xi) d\xi = f(0)$$

$$\iiint G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) \delta(\xi) \delta(\eta) \delta(\zeta) d\xi d\eta d\zeta = G(x, y, 0; 0, 0, 0)$$

für (ψ).

Da ferner, für $f < 0$, das Feld gleich Null ist, muß man für (f) in Gl. (6) folgenden Ausdruck setzen:

$$(9) \quad \begin{cases} f = 0, & \text{für } t < 0 \\ f = \frac{q}{\kappa} \delta(\xi) \delta(\eta) \delta(\zeta) e^{-2\pi\alpha t} \end{cases}$$

Mit diesem Wert von (f), liefert Gl. (7) infolge der vorherigen Definition der Funktion von Dirac:

$$(10) \quad \begin{aligned} \psi &= 0, & \text{für } t < r|v, & \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \psi &= \frac{q}{r\kappa} \exp \left[-2\pi\alpha \left(t - \frac{r}{v} \right) \right] & \text{für } t > r|v \end{aligned}$$

Aus den Gl. (10) und (4) erhält man unmittelbar für die Φ :

$$(11) \quad \Phi = 0, \quad \text{für } t < r|v \\ \Phi = \frac{q}{r\kappa} \exp[-2\pi\alpha(2t - r|v)], \quad \text{für } t > r|v$$

Wenn der Impuls hingegen im Zeitpunkt (τ) anstatt im Zeitpunkt ($t = 0$) erzeugt wird, dann genügt es in die Gl. (11), ($t - r$) an Stelle von (t) zu setzen und man erhält:

$$(11') \quad \phi = 0, \quad \text{für } t - r < r|v \\ \phi = \frac{q}{r\kappa} \exp[-2\pi\alpha(2t - 2r - r|v)], \quad \text{für } t - r > \frac{r}{v}$$

Nehmen wir an, daß der rechteckige Impuls die Dauer (T) habe und daß somit im Zeitintervall ($0 < r < T$) vom Strom $I = \frac{Q}{T}$ die Ladung (Q) geliefert wird; um die diesem Zustande entsprechenden Formeln zu erhalten, genügt es offensichtlich, die Wirkungen der einzelnen Impulse zu integrieren. Man gelangt auf diese Weise zum folgenden Ausdruck für das Potential (ϕ):

$$(12) \quad \phi = \int_0^T \Phi(\tau) d\tau$$

wobei (Φ) durch Gl. (11') gegeben ist und an Stelle von Gl. (9) die Beziehung $I = \frac{Q}{T}$ eingesetzt wurde.

Auf Grund der doppelten Definition von (Φ) – siehe Gl. (11') – muß man drei Fälle unterscheiden:

- a) $t < r|v$, d.h. die Zeit vor Ankunft des Impulses in der Entfernung (r)
- b) $\frac{r}{v} < t < \frac{r}{v} + T$, d.h. die Zeit zwischen Beginn und Ende des Impulses
- c) $t > \frac{r}{v} + T$, d.h. die Zeit, die der Ankunft des gesamten Impulses folgt.

Im Falle a) ist die $\Phi(\tau) = 0$ im gesamten Intervalle ($0 < r < T$) und somit ist ($\phi = 0$).

Im Falle b) ist $\Phi(\tau) = 0$ für $r > t - \frac{r}{v}$ und verschieden von Null für ($0 < r < t - \frac{r}{v} < T$) sodaß (ϕ) – siehe Gl. (11') und (12) – aus folgender Beziehung berechnet wird:

$$\phi = \frac{I}{r\kappa} \int_0^{t-r|v} \exp\left[-2\pi\alpha\left(2r - 2\tau - \frac{r}{v}\right) d\tau\right]$$

Im Falle c) ist $\Phi(r) \neq 0$ im gesamten Intervalle $(0, T)$, infolgedessen wird die Integration auf das gesamte Intervall ausgedehnt. (ϕ) wird somit durch folgende Beziehung

$$\phi = \frac{r}{r\kappa} \int_0^T \exp \left[-2\pi\alpha \left(2t - 2r - \frac{r}{v} \right) d\tau \right]$$

berechnet. Nach Durchführung der angegebenen Integrationen gelangt man für (ϕ) zu folgenden Ausdrücken:

$$(13) \phi = 0, \quad \text{für } t < \frac{r}{v}$$

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{I}{4\pi\sigma r} [e^{-2\pi\alpha r|v} - e^{-2\pi\alpha(2t-r|v)}] = \\ &= \frac{I}{2\pi\sigma r} \sinh 2\pi\alpha \left(t - \frac{r}{v} \right) e^{-2\pi\alpha t}, \quad \text{für } \frac{r}{v} < t < \frac{r}{v} + r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{I}{2\pi\sigma r} \sinh 2\pi\alpha T e^{-2\pi\alpha(2t-T-r|v)}, \quad \text{für } t > \frac{r}{v} + T \\ &\text{("Gap-Potential").} \end{aligned}$$

Man beachte, daß für einen festen Wert von (r) die Größe (Φ) den Wert (0) bis zum Zeitpunkt $r|v$ (Ankunft des Impuls-Beginnes) annimmt, bis zum Zeitpunkt $\left(\frac{r}{v} + T\right)$ (Ankunft des Impuls-Endes) bis zum Höchstwert:

$$(14) \phi_m = \frac{I}{2\pi\sigma} \sinh 2\pi\alpha T \cdot e^{-2\pi\alpha t} \cdot \frac{e^{-2\pi\alpha r|v}}{r}$$

anwächst und nachher sehr schnell bis Null abnimmt.

Für $t = T + \frac{r}{v}$ nimmt das "Gap-Potential" folgende Form an:

$$(13') \phi = \frac{I}{2\pi\sigma r} \sinh 2\pi\alpha T e^{-2\pi\alpha \left(T + \frac{r}{v} \right)}$$

$$\phi = \frac{I}{2\pi\sigma r} \sinh 2\pi\alpha T e^{-2\pi\alpha \left(T - \frac{r}{v} \right)}, \quad \text{oder für } t = T + \frac{r}{v} + r$$

$$\phi = \frac{I}{2\pi\sigma r} \sinh 2\pi\alpha T e^{-2\pi\alpha \left(T + 2r - \frac{r}{v} \right)}$$

Literatur

- [1] *Bradley, Lewis W.*: Electric Field of a oscillating Dipole. Geophysics, 1946
- [2] *Horton, C.W.*: On the use of e.m. Waves in Geoph. Prospecting. Geophysics 1946.
- [3] *Evjen, H.M.*: Theory and Practice of Low-Frequency e.m. Exploration. Geophysics, 1948
- [4] *Evjen, H.M.*: Surface Electrical Method for detect Oil directly. World Oil Febr. 1953
- [5] *Belluigi, A.*: Sull'effetto e.m. diretto di emittori alternativi in un terreno omogeneo (Fondamenti teorici Elflex). Annali di Geofisica no. 3, Roma 1954.
- [6] *Belluigi, A.*: Sul m. geoelettrico Elflex, per la ricerca diretta del Petrolio. Boll. Servizio Geol. d'Italia, 1955, vol. LXXVII.
- [7] *Belluigi, A.*: Idem. Geofisica e Meteorologia 1955, Milano, Vol. III.
- [8] *Belluigi, A.*: Per la ricerca diretta del Petrolio. Rivoluzione Industriale, Roma 1955.