

# Zeitschrift für Geophysik

Band 34

1968

Heft 1

## Inhaltsverzeichnis

Zum neuen Jahrgang . . . . .	1
Zur Denkschrift „Physik des Erdkörpers . . . . .	3
JUNG, K.: Neuere Gedanken und Ergebnisse über die Gestalt des Erdkörpers und die Verteilung der Massen im Erdinnern . . . . .	7
MÜLLER, G.: Theoretical Seismograms for some Types of Point-sources in Layered Media Part I: Theory . . . . .	15
DIZIOĞLU, M. Y.: A Method for Determining True Chargeabilities of Vertical Discontinuities and its Application to Some Types of Lead-Zinc Ores in Turkey . . . . .	37
ZECH, G.: Veränderungen der magnetischen Eigenschaften von Basaltsäulen seit dem Tertiär . . . . .	53
EICHMEIER, J.: Die theoretischen Grundlagen und das Auflösungsvermögen von Aspirations-Beweglichkeitsspektrographen für atmosphärische Ionen . . . . .	69
EBEL, A.: Zeitliche Variation und Genauigkeit bei der Bestimmung der Höhenveränderlichkeit geomagnetischer Elemente, abgeleitet aus Normalfeldern für Mitteleuropa . . . . .	87
Briefe an den Herausgeber: MEISSNER, R.: Zur Deutung der hypsometrischen Kurven von Erde und Mond . . . . .	99
Buchbesprechungen . . . . .	103



PHYSICA - VERLAG · WÜRZBURG

# ZEITSCHRIFT FÜR GEOPHYSIK

als zweimonatliche Publikation herausgegeben im Auftrag der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft von

W. Dieminger, Lindau/Harz (Herausgeber) und

J. Untied, Braunschweig (stellvertr. Herausgeber)

unter Mitwirkung von

B. Brockamp, Münster i. W. — A. Defant, Innsbruck — W. Hiller, Stuttgart — K. Jung, Kiel — E. A. Lauter, Kühlungsborn — O. Lucke, Berlin — O. Meyer, Hamburg — F. Möller, München — H. Reich, Göttingen

Veröffentlicht werden Originalarbeiten aus dem gesamten Gebiet der Geophysik und aus den Grenzgebieten in deutscher, englischer oder französischer Sprache. Außerdem erscheinen mehrmals im Jahr auf Einladung hin verfaßte Übersichtsartikel.

Jede Originalarbeit beginnt mit einer deutschen und einer englischen oder französischen Zusammenfassung.

Für kurze Mitteilungen, bei denen Interesse an raschem Erscheinen besteht, gibt es neben den normalen Veröffentlichungen die „Briefe an den Herausgeber“ (ohne Zusammenfassung). Sie werden nach Möglichkeit im nächsten Heft gebracht.

Die Autoren erhalten 50 Sonderdrucke ihrer Arbeit kostenlos. Weitere Exemplare können vom Verlag gegen Berechnung geliefert werden. Eine Honorierung der Beiträge erfolgt nicht.

Es wird gebeten, die Manuskripte in Maschinenschrift mit handschriftlich eingetragenen Formeln druckfertig einzureichen und gesondert eine „Anweisung für den Setzer“ beizufügen, aus der zu ersehen ist, wie kursiver, gesperrter oder fetter Satz und griechische, gotische oder einander ähnliche Typen und Zeichen kenntlich gemacht sind (z. B. durch farbige Unterstreichung). Die Vorlagen für die Abbildungen sollen reproduktionsfertig (Tuschzeichnung) möglichst im Maßstab 2:1 eingesandt werden.

Die Zitate sollen entsprechend folgendem Beispiel angefertigt werden:

Im Text: Bei der ersten Zitierung (JUNG, MENZEL und ROSENBACH 1965), bei jeder folgenden Zitierung (JUNG et al. 1965).  
Im Literaturverzeichnis: JUNG, K., H. MENZEL und O. ROSENBACH: Gravimetermessungen im Nördlinger Ries. Z. f. Geophys. 31, 7—26, 1965.

Manuskripte sind zu senden an Prof. Dr. WALTER DIEMINGER, Max-Planck-Institut für Aeronomie, 3411 Lindau/Harz

Anschrift der *Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft*:

2 Hamburg 13, Binderstr. 22. Postscheckkonto: Hamburg 55983

Aufgenommen werden nur Arbeiten, die weder im In- noch im Ausland veröffentlicht wurden und die der Autor auch anderweitig nicht zu veröffentlichen sich verpflichtet. Mit der Annahme des Manuskriptes geht das ausschließliche Nutzungsrecht an den Verlag über.

Es ist ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, fotografische Vervielfältigungen, Mikrofilme, Mikrofotos u. ä. von den Zeitschriftenheften, von einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen.

Bezugspreis je Band (6 Hefte) 68,— DM, Einzelhefte je nach Umfang. Abonnements verlängern sich jeweils um einen Band, falls keine ausdrückliche Abbestellung zum Jahresende vorliegt.

Dem Heft liegt ein Prosekt von der Deutschen Verlagsanstalt, Stuttgart, bei.

---

Bekanntmachung lt. Bayer. Pressegesetz: Verlag: PHYSICA-VERLAG Rudolf Liebig K.-G., D 87 Würzburg, Werner-von-Siemens-Straße 5.  
Pers. haft. Ges.: Arnulf Liebig und Hildgund Holler, sämtlich Buchhändler in Würzburg. Kommanditistin: Gertrud Liebig, Würzburg.

Druckerel: R. Oldenbourg, Graph. Betriebe GmbH, München

Printed in Germany



PHYSICA-VERLAG, Würzburg 1968

## Zum neuen Jahrgang

Mit dem Band 34, Jahrgang 1968, präsentiert sich die Zeitschrift für Geophysik in neuem Gewande: Die Titelseite wurde neu gestaltet; an Stelle der vielen Zeilen mit relativ kleiner Schrift tritt nun der Titel der Zeitschrift klar hervor. Daneben wurden einige Verbesserungen vorgenommen, um dem Leser die Benützung zu erleichtern: Gleich auf dem Titelblatt erscheint mit dem Signum der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft als Hintergrund die Inhaltsangabe des Heftes. Die übrigen, für den Leser weniger wichtigen Informationen finden sich gesammelt auf der zweiten Umschlagseite. Um auch das Finden von Heften zu erleichtern, die in die Regale einer Bibliothek eingereiht sind, erscheint auf dem Rücken der in Zukunft doppelt so starken Hefte der Name der Zeitschrift, Bandnummer und Seitenzahl.

Auch die Sonderdrucke sollen attraktiver werden. Deshalb werden Artikel in Zukunft nach Möglichkeit auf einer rechten (ungeraden) Seite im Heft beginnen, so daß der Titel der Arbeit auf der 1. Seite des Sonderdrucks steht. Ferner werden am oberen Rand der 1. Seite jedes Artikels der Name der Zeitschrift, Bandnummer und Seitenzahl in der Form abgedruckt, wie sie von der UNESCO für Zitierungen empfohlen wird, sowie der Name des Verlages.

Aber nicht nur das Äußere hat sich gewandelt. Den fortlaufenden Bemühungen des derzeitigen Vorsitzenden der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft, Prof. KARL BROCKS, ist es gelungen, die nötigen Mittel für eine Verdopplung der Seitenzahl des Jahrgangs 1968 bereitzustellen. Bereits beim 1. Heft des Jahrgangs wird sich ein wesentlicher Vorteil des vergrößerten Umfangs bemerkbar machen: Die Erscheinungsfrist der Beiträge konnte z. T. auf die technisch bedingte Mindestfrist von 3 Monaten herabgedrückt werden.

Die Umfangserweiterung war auch nötig, um einer Ausweitung der Thematik der Zeitschrift für Geophysik gerecht zu werden. Gemäß einer Absprache mit der Deutschen Physikalischen Gesellschaft wird die Zeitschrift als deutsches Publikationsorgan für Ergebnisse der Extraterrestrischen Physik empfohlen. Man ist im übrigen übereingekommen, für diesen modernen Zweig der Geo- und Astrowissenschaften nicht eine neue Gesellschaft zu gründen, sondern die Zusammenarbeit innerhalb der inzwischen ins Leben gerufenen Arbeitsgemeinschaft „Extraterrestrische Physik“ der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, der Astronomischen Gesellschaft und der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft zu pflegen.

An den Autoren liegt es nun, den neuen Rahmen optimal mit wertvollen Beiträgen zu füllen. Mit den besten Wünschen für das Jahr 1968

Der Herausgeber



# Zur Denkschrift „Physik des Erdkörpers“<sup>1)</sup>

Von J. SPEER

Herr Vorsitzender!

Magnifizenz!

Es gereicht der Deutschen Forschungsgemeinschaft zur Freude und Genugtuung, daß sie heute ihre jüngste Denkschrift über die Physik des Erdkörpers vor einem so sachverständigen Kreis und dazu in der Aula der Technischen Hochschule Clausthal der Öffentlichkeit übergeben kann. Seit ihrer Begründung und vor allem seit ihrer Wiederbegründung war es die vornehmste Aufgabe der Deutschen Forschungsgemeinschaft, nicht nur Vermittlungsstelle für die finanzielle Förderung der Forschung zu sein. Sie betrachtete es vielmehr als besonders wichtig, Anregungen aus dem Kreis aller Wissenschaftler eines Wissensgebiets zur Diskussion zu stellen und in der Form von Schwerpunkten der Forschung mitzuhelfen, konzentriert Mittel einzusetzen, um Lücken zu schließen und um neuen Forschungsrichtungen den Weg zu bahnen. Diesem Ziel diente ihr Streben, die Zusammenarbeit von Forschern verschiedenster Fachrichtungen zu ermöglichen, die Zusammenarbeit mit dem Ausland zu pflegen und den wissenschaftlichen Nachwuchs durch gezielte Forschungschancen zu stimulieren.

Die Geophysik ist ein weites Feld. An ihr kann die Vielfalt der Aufgaben der Deutschen Forschungsgemeinschaft besonders eindrücklich erprobt werden. Erstreckt sie sich doch von der Erforschung des Weltraums über die Aeronomie und Meteorologie bis zur Ozeanographie, Hydrologie und Glaziologie und schließlich bis zur Physik des Erdkörpers. Theoretische Probleme und praktische Fragestellungen berühren sich dabei auf engste und sind ein Schulbeispiel für Wechselbeziehungen der beiden Betrachtungsweisen. Den drei schon früher veröffentlichten Denkschriften der Deutschen Forschungsgemeinschaft über die Weltraumforschung, die Ozeanographie und die Meteorologie folgt nun die vierte über die Physik des Erdkörpers.

---

<sup>1)</sup> Ansprache des Präsidenten der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Prof. Dr. JULIUS SPEER, anlässlich der Übergabe der Denkschrift „Physik des Erdkörpers“ an die Öffentlichkeit bei der 28. Jahrestagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft in Clausthal am 17. Mai 1967.

Der Ausschuß für angewandte Forschung der Deutschen Forschungsgemeinschaft ließ sich erstmals 1955 von dem ehemals dem Lehrkörper der Technischen Hochschule Clausthal angehörenden Professor MENZEL über die Situation der Physik des Erdkörpers unterrichten. Dabei konnte an die Namen bedeutender deutscher Forscher in diesem Spezialgebiet erinnert werden. Genannt seien beispielsweise GUTTENBERG, HERGLOTZ, MINTROP, WIECHERT. Die Forschungsgemeinschaft mußte anerkennen, daß in der geophysikalischen Forschung seit längerer Zeit ein Stillstand eingetreten war und daß deshalb die Forschung in diesem Bereich einer nachdrücklichen Anregung und Hilfe bedurfte. Sie hat in Anerkennung dieser Feststellungen 1957 das Schwerpunktprogramm „Geophysikalische Erforschung des tieferen Untergrundes Mitteleuropas“ eingerichtet. Es wurde von 1958 bis 1964 gefördert.

Die Physik des Erdkörpers kann nur durch Zusammenarbeit vieler Forscher und Institute angegangen werden. Es handelt sich dabei fast regelmäßig um großflächige Probleme. Geologie, Petrologie, Mineralogie, Geochemie, Geodäsie müssen mit der Geophysik zusammengebracht werden. Die Institute bedürfen einer entsprechend modernen apparativen Ausstattung. Es war infolgedessen notwendig, von vornherein eine Arbeitsteilung ins Auge zu fassen. Da nur wenige und kleine Institute existierten, entschloß man sich, gewissermaßen zwangsläufig, zur Methode der Gemeinschaftsarbeit und zum Zusammenschluß der einzelnen Institute in Arbeitsgruppen. Es war dabei klar, daß die Untersuchungen von langer Dauer sein würden und daß die Zusammenarbeit deshalb eine langfristige sein müsse. Schließlich sollte auch solchen Hochschulen Gelegenheit zur Teilnahme gegeben werden, in denen es keine Institute, sondern nur Lehrstühle für Geophysik gibt. Auch sollte die Zusammenarbeit mit der Bundesanstalt für Bodenforschung, mit dem Institut für Geophysik, Schwingungs- und Schalltechnik der Berggewerkschaftskasse in Bochum und nicht zuletzt mit den geophysikalisch arbeitenden Firmen, z. B. der Seismos GmbH in Hannover und der Preussag, sichergestellt werden. Ausländische Institute (England, Frankreich, Italien, Schweiz) haben sich zur Mitarbeit bereit erklärt. Dem Plan kam es besonders zustatten, daß sich die Geophysiker zu dem Forschungskollegium Physik des Erdkörpers zusammenschlossen und ihm eine eigene Rechtsform gegeben haben, um auf diese Weise die Fortdauer der Zusammenarbeit sicherzustellen.

Über das mit einem Gesamtaufwand von 3 Mill. DM von 1958 bis 1964 geförderte Schwerpunktprogramm wurde erstmals außerhalb der Bundesrepublik auf der Tagung der Internationalen Union für Geodäsie und Geophysik in Berkeley 1963 vorgetragen. Dabei konnte eine Karte der MOHORoviČIĆ-Diskontinuität in Mitteleuropa vorgelegt werden. Die Existenz einer Alpenwurzel war nachgewiesen. Der deutsche Vortrag in Berkeley hat Beachtung gefunden, sogar in der sowjetrussischen Presse.

Noch ein zweites Schwerpunktprogramm „Erdmagnetische Tiefensondierung“ wurde 1962 bis 1964 gefördert. Es ging dann 1965 in das Unternehmen „Erdmantel“ über. Es scheint für die Geophysik charakteristisch, daß sich ihre Methoden und Fragestellungen grundlegend gewandelt haben; es genügt ihr heute nicht mehr, die

Phänomene zu beschreiben und über die Dynamik Theorien aufzustellen. Sie sucht vielmehr den Ursachen auch in der Form des Experiments auf den Grund zu gehen. Für diese moderne Arbeit ist die Bildung von Spezialabteilungen an den einzelnen Hochschulinstituten wichtig. Die Methoden der Physik des Erdkörpers wurden nicht nur im Bereich der Grundlagenforschung sehr verfeinert und z. T. in ganz neuer Richtung fortentwickelt (z. B. durch Verwendung elastischer Wellen), sondern sie werden auch in der angewandten Geophysik für technische Aufgaben nutzbar gemacht. Gedacht ist dabei etwa an die Erkundung von Lagerstätten der verschiedensten Rohstoffe, so besonders des Erdöls und des Erdgases. Die Methoden der Physik des Erdkörpers erlangen auf diese Weise mittelbar wirtschaftliche Bedeutung. Sie helfen mit, bei der Entwicklung erdbebensicherer Bauweisen, bei der Kontrolle der Erschütterung von Bauwerken aller Art, bei der Überwachung des erdmagnetischen Feldes im Dienste des Nachrichtenwesens, beim Aufschluß von Wasservorkommen und ähnlichem.

Die hiermit der Öffentlichkeit übergebene Denkschrift sagt am Schluß etwas darüber aus, was geschehen muß, um der Physik des Erdkörpers die Intensität der Arbeit zu ermöglichen, die von der Bedeutung der Sache her gesehen gefordert werden muß. Die Institute müssen so ausgestattet werden, daß sie bei dem großflächigen Charakter der Arbeiten auch im internationalen Rahmen mitarbeiten können. Das Forschungskollegium „Physik des Erdkörpers“ braucht einen Etat, um über die Grenzen der Bundesländer hinweg die Mittel entsprechend der Arbeitsteilung den einzelnen Instituten nach Maßgabe der Bedürfnisse der Gemeinschaftsarbeit zuweisen zu können. Es muß daran gedacht werden, in Einzelfällen Zentralinstitute als Hilfseinrichtung der Forschung zu errichten bzw. zu etatisieren. Das Seismische Zentralobservatorium, das schon jetzt von der Deutschen Forschungsgemeinschaft finanziert wird, muß auf die Dauer gesichert werden, und es müssen geeignete Formen gefunden werden, um noch weitere Observatorien einzurichten.

Die Deutsche Forschungsgemeinschaft gibt der Denkschrift den Wunsch mit auf den Weg, sie möge dazu beitragen, der Wissenschaft im allgemeinen, aber besonders auch den Parlamenten und der Verwaltung die Einsicht zu vermitteln, daß die Physik des Erdkörpers ein Forschungsgebiet ist, das in der deutschen Wissenschaft eine große Tradition zu verteidigen hat, das aber darüber hinaus im Blick auf die Zukunft und auf die Zusammenarbeit der internationalen Wissenschaft in seiner Bedeutung kaum überschätzt werden kann und für das es gilt, auf lange Sicht planmäßig die nötigen Forschungsmittel bereitzustellen.





# Neuere Gedanken und Ergebnisse über die Gestalt des Erdkörpers und die Verteilung der Massen im Erdinnern<sup>1)</sup>

Modern ideas and results about size and shape of the earth and the distribution of masses  
in the earth's interior.

Von KARL JUNG, Kiel<sup>2)</sup>

Nicht nur, wenn sich die Mentalität der Menschheit ausweitet, sondern auch dann, wenn sich die technischen Hilfsmittel schnell zu größerer Feinheit und Wirksamkeit entwickeln, beginnt ein Zeitalter der Entdeckungen. Im Beginn eines solchen Zeitalters stehen wir jetzt.

Im Bereich der Geophysik wird die schnelle Entfaltung der Meteorologie und der Ozeanographie schon allgemein beachtet. Doch auch auf einem weniger bekannten und für den Laien recht „trockenen“ Gebiet wie der Frage nach Größe und Gestalt des Erdkörpers und der Verteilung der Massen in seinem Innern haben sich manche Fragestellungen gewandelt, es sind beachtliche Kenntnisse hinzugekommen, und die Genauigkeit älterer Ergebnisse konnte beträchtlich gesteigert werden.

Eingeleitet wird dieser Vorgang vor allem

von der Entwicklung empfindlicher Apparate zur Schweremessung auf Land, See und — weniger genau — in der Luft,

von der Entsendung erdnaheer Satelliten und der Beobachtung ihrer Bahnen mit neuzeitlichen Instrumenten,

von den modernen Möglichkeiten der Präzisions-Zeitmessung und der Bezugnahme auf frequenzkonstante atomare Vorgänge

und von der Konstruktion der elektronischen Rechenanlagen.

Wächst die Zahl der Beobachtungen und ihre Genauigkeit, so muß man die Theorie entsprechend erweitern und verfeinern. Die Anwendung moderner Statistik wird gerechtfertigt, oft sogar notwendig.

An ein paar Beispielen soll diese Entwicklung erläutert werden.

---

<sup>1)</sup> Festvortrag anlässlich der Jahrestagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft, Clausthal-Zellerfeld 17. bis 19. Mai 1967.

<sup>2)</sup> Prof. Dr. Dr. E. h. KARL JUNG, Institut für Geophysik, 23 Kiel, Neue Universität.

## Größe und Gestalt der Erde

Die klassische Theorie der Schwere mit ihren Anwendungen bezieht sich auf das *Geoid*, eine Niveaufläche des Schwerfeldes, die mit dem mittleren Meeresniveau zusammenfällt, wenn man von den Unterschieden der Wassertemperatur und des Salzgehaltes absieht. Dichteunterschiede der Luftmassen machen sehr wenig aus und können vernachlässigt werden. Man rechnet so, als lägen auf den Ozeanen keine Massen über dem Geoid. Auf den Kontinenten wird das Geoid von den Massen des Erdreliefs überragt.

Das Geoid entfernt sich nur wenig von einem Rotationsellipsoid, dessen kleine Achse mit der Rotationsachse zusammenfällt, und dessen Mittelpunkt im Schwerpunkt der Erdmassen liegt. Dasjenige Rotationsellipsoid, das sich dem Geoid am besten anpaßt, wird *Erdellipsoid* genannt. Der Abstand beider Flächen, die *Geoidundulation*, hält sich im allgemeinen unter 60 bis 70 Metern; es ist nicht bekannt, ob irgendwo 100 Meter erreicht werden. Die Längen der Ellipsoidachsen können aus Kombinationen von geodätischen Vermessungen, Schweremessungen und Beobachtungen der Bahnbewegung erdnaheer Satelliten ermittelt werden. Hierbei hat sich in den letzten Jahren gezeigt, daß die Daten der bisher verwendeten Ellipsoide nicht mehr genau genug dem heutigen Stand der Erkenntnisse entsprechen (Tab. 1).

Auch andere Zahlen müssen geändert werden. Von ihnen zeigt Tab. 2 diejenigen, die für die Geophysik am wichtigsten sind.

Die neue Festsetzung von  $f \cdot m_{\odot}$  entspricht der neuen Festsetzung von  $R$  und berücksichtigt, daß die absolute Schwere im Potsdamer System um etwa 13 mgal kleiner angesetzt werden muß.

Die Bestimmung der Geoidgestalt und der Massenverteilung im Erdinnern geht von den *Schwereanomalien* aus. Hierunter versteht man die Unterschiede zwischen den gemessenen Schwerewerten und entsprechenden Werten des Schwerfeldes der Normalerde. Die *Normalerde* ist vom Erdellipsoid begrenzt und rotiert um ihre kleine Achse mit derselben Rotationsgeschwindigkeit wie die wirkliche Erde. Die Normal-

Tabelle 1: Dimensionen des Erdellipsoids.

	internationales Ellipsoid 1924	Ellipsoid von KRASSOWSKI 1938	Beschluß der inter- nationalen astron- omischen Union 1964
große Halbachse $a$	6378,388 km	6378,245 km	6378,160 km
kleine Halbachse $c$	6356,912 km	6356,863 km	6356,775 km
Abplattung $\frac{a-c}{a}$	1:297	1:298,3	1:298,25
mittlerer Radius $R = \sqrt[3]{a^2 c}$	6371,221 km	6371,110 km	6371,024 km

erde enthält alle ihre Massen in ihrem Innern, ihre Gesamtmasse ist gleich der gesamten Erdmasse, ihr Schwerpunkt fällt mit ihrem geometrischen Mittelpunkt zusammen. Ihre Oberfläche, das Erdellipsoid, ist eine Niveaufläche ihres Schwerefeldes.

Mit diesen Festsetzungen ist das Schwerefeld der Normalerde in ihrem Außenraum eindeutig bestimmt. Man bezeichnet es als das Feld der *Normalschwere*.

Nach der klassischen Methode, die auf GAUSS und STOKES zurückgeht, bestimmt man die Geoidundulationen  $N$  (Abb. 1a) aus den Schwereanomalien. Hierzu braucht man die Schwereverteilung auf der ganzen Erde, auch dann, wenn man  $N$  nur in einem Punkt bestimmen will. Aus potentialtheoretischen Gründen dürfen keine Massen das Geoid überragen. Man muß also vorher die auf der Erdoberfläche gemessenen Schwerewerte so umrechnen (reduzieren), daß man Randwerte auf dem Geoid erhält. Hierbei muß man die Reliefmassen rechnerisch in das Innere des Geoids verlegen und besondere Korrekturen anbringen, weil bei der Massenverschiebung das Potentialfeld verändert wird. Da die Gesteinsdichte oft recht mangelhaft bekannt ist, kommen beträchtliche Unsicherheiten vor, besonders auf Hochländern und im Hochgebirge.

Addiert man zu  $N$  die mit geodätischen Methoden gemessene *Meereshöhe*  $H$ , so erhält man die gesuchte *geometrische Höhe* der Erdoberfläche über dem Erdellipsoid.

In umfangreichen theoretischen Untersuchungen, die im wesentlichen auf den Russen MOLODENSKI zurückgehen [1], von dem Engländer DE GRAAFF-HUNTER und dem Finnen HIRVONEN weitgehend gefördert wurden, hat man erkannt, daß man die Figur der Erde auch anders definieren kann (Abb. 1b, c) und dabei auf Methoden kommt, die nicht so anfällig gegen ungenau ermittelte Gesteinsdichten sind wie die klassischen Methoden.

Aus geodätischen Nivellements und Schweremessungen wird das Schwerepotential  $W(P)$ ,  $W(P_1)$  der Oberflächenpunkte  $P$ ,  $P_1$  berechnet, wobei man an den Küsten

Tabelle 2: Erde, Mond und Sonne.

	bisher	Beschluß der internationalen astronomischen Union, 1964
halbe große Achse der Erdbahn (astr. Einheit, A.E.)	149 504 000 km	149 600 000 km
Masse der Erde mal Gravitationskonstante, $f \cdot m_{\delta}$	$3,986329 \cdot 10^{20} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2}$	$3,98603 \cdot 10^{20} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2}$
$(C - A)/m_{\delta} a^2$ $C, A$ Hauptträgheitsmomente der Erde	0,0011	0,0010827
$m_{\delta}/m_{\oplus}$	81,53	81,30
$m_{\odot}/m_{\delta}$	332 290	332 958

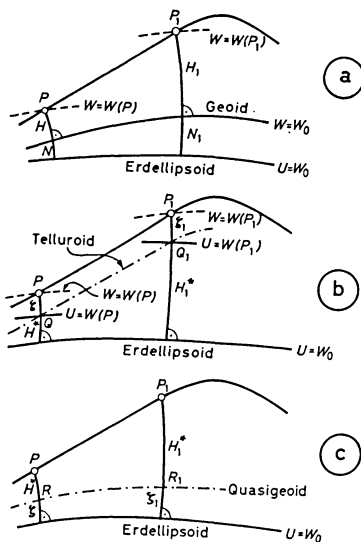


Abb. 1: Figur der Erde, Definitionen und Beziehungen.

Figure of the earth, definitions and relationships.

$W$	Schwerepotential der Erde
$U$	Schwerepotential der Normalerde
$P, P_1$	physische Erdoberfläche (untere Begrenzung der Atmosphäre)
$H, H_1$	(orthometrische) Höhen über dem Geoid
$N, N_1$	Geoidundulationen
$H^*, H_1^*$	Normalhöhen
$\zeta, \zeta_1$	Höhenanomalien
$H + N = H^* + \zeta$	geometrische Höhen
$H_1 + N_1 = H_1^* + \zeta_1$	
$W(P_1) - W(P) = - \int_P^{P_1} g \, dn$	
$g$	Schwere an der Erdoberfläche
$dn$	Element der Nivellementshöhe

beginnt. Hiermit sind auch die Niveauflächen  $U = W(P)$  und  $U = W(P_1)$  der Normalerde gegeben und mit ihnen die *Normalhöhen*  $H^*$  und  $H_1^*$ . In ähnlicher Weise, wie man klassisch die Geoidundulationen aus der Geoid-Schwere bestimmt, kann man die *Höhenanomalien*  $\zeta, \zeta_1$  aus der Oberflächen-Schwere ermitteln. Hierbei sind nur kleine Korrekturen nötig, und man braucht nur die Dichte der oberflächennahen Gesteine, die man genauer kennt als die Dichte aller das Geoid überragenden Massen.

Addiert man  $H^*$  und  $\zeta$ , so erhält man die geometrische Höhe der Erdoberfläche über dem Erdellipsoid.

Die Beträge der Höhenanomalie  $\zeta$  und der Geoidundulation unterscheiden sich nur wenig: im Flachland um einige Zentimeter, im Hochgebirge bis zu wenigen Metern. Daher liegen die Punkte  $Q, Q_1$  nicht weit von den Punkten  $P, P_1$ . Durch die  $Q$ -Punkte kann man eine Fläche legen. Nach HIRVONEN nennt man sie *Telluroid*. Sie ist keine Niveaufläche und hat keine unmittelbare physikalische Bedeutung. Sie ist so vielgestaltig wie die Oberfläche der Erde, hat aber den Vorteil, daß sie der mathematischen Behandlung besser zugänglich ist. Für die Theorie ist das wichtig.

Bei diesen Betrachtungen kommt das Geoid nicht vor; doch gibt sich die Praxis hiermit nicht zufrieden. Sie braucht als Basis der Höhenmessungen eine Fläche, die auf den Ozeanen mit der Meeresoberfläche zusammenfällt und sich auf den Kontinenten sehr wenig vom Meeresniveau entfernt. Man erhält eine solche Fläche, wenn man auf den Lotlinien die Normalhöhe  $H^*$  und die Höhenanomalie  $\zeta$  vertauscht. Die Punkte  $R$  (Abb. 1c), die man auf diese Weise findet, kann man mit einer Fläche verbinden. Man nennt diese Fläche *Quasigeoid*. Es entfernt sich vom Geoid in Flachländern nur um einige Zentimeter, im Hochgebirge bis zu wenigen Metern; es ist gut geeignet, das Geoid als Basis der Höhenmessungen zu ersetzen.

Es bleibt abzuwarten, ob und wie weit die praktische Geodäsie sich diesen Überlegungen anpaßt. Für den Theoretiker haben die neuen Gedanken zu einer notwendigen Klärung der Grundbegriffe geführt.

### Ausfüllung von Messungslücken mit statistischen Verfahren und Satellitendaten

Bei den beschriebenen Entwicklungen wird vorausgesetzt, daß man die Schwere auf der ganzen Erde genau genug kennt. Das ist aber nicht der Fall. Es gibt noch weite Lücken in Wüsten-, Urwald-, Eis- und Meeresgebieten. Zwar besteht die technische Möglichkeit, diese Lücken auszufüllen, doch mangelt es an dem notwendigen Personal, an Instrumenten und finanziellen Mitteln. Es ist nicht zu erwarten, daß schon in einigen Jahren eine ausreichend dichte, die ganze Erde umfassende Schwere-Vermessung vorliegt.

Man muß sich anders helfen. Schon die einfache Annahme, daß die Schwereanomalien in den nicht vermessenen Gebieten klein sind und gleich Null gesetzt werden dürfen, hat sich bewährt, wenn man Gebiete untersucht, die nicht zu nah an größeren Lücken liegen, und die Lückengebiete nicht gar zu offenkundig tektonisch gestört sind. Besser ist es, man zieht die moderne Statistik heran und interpoliert in die

Lücken hinein, wobei man von Korrelationen der Schwereanomalien mit Höhen und Tiefen des Erdreliefs ausgeht. Hierbei setzt man voraus, daß das statistische Verhalten des Schwerefeldes in den nicht vermessenen Gebieten nicht anders ist als in den vermessenen Gebieten. Diese Annahme mag im allgemeinen, wenn wohl auch nicht immer, erfüllt sein.

Schließlich kann man bei der Ausgleichung auch Satellitendaten heranziehen. Wenn es gelingt, die beobachteten Satellitenpositionen von dem Einfluß der Luftdichte, der Luftbewegung und des Strahlungsdrucks zu befreien, bleiben nur noch die Einflüsse der Schwereanomalien übrig. Entwickelt man diese nach Kugelfunktionen, so zeigt sich, daß sich die zonalen Glieder von gerader Ordnung in säkularen Einflüssen auf die Satellitenbahnen bemerkbar machen und verhältnismäßig schnell erfaßt werden können. Hierauf beruht es, daß man die Abplattung der Erde schon bald verbessern konnte. Die anderen Glieder drücken sich in kleinen periodischen Bahnstörungen aus und lassen sich erst nach sehr viel längerer Beobachtung erfassen. Immerhin nimmt man allgemein an, daß sich die Entwicklung des Schwerefeldes bis etwa zur Ordnung  $n = 6$  mit den Beobachtungen von Satelliten wesentlich verbessern läßt; einige reden sogar von  $n = 9$ .

### Isostatischer Ausgleich der Erdkruste, oberer Mantel

Es besteht kein Zweifel, daß die Erdkruste im wesentlichen isostatisch ausgeglichen ist, und zwar entsprechend der Vorstellung von AIRY, die man selbstverständlich in vielen Einzelheiten modifizieren und ergänzen muß.

Aus der Schwereverteilung allein kann man nur Maximalwerte für die Tiefe der Kompensationsmassen abschätzen, auch kann man nur unsichere Angaben über die Vollständigkeit des Ausgleichs erhalten, wenn man auf Schätzungen der Gesteinsdichten angewiesen ist. Kombiniert man aber die Ergebnisse der Schweremessungen mit denen der Sprengseismik, die jetzt in weltweitem Umfang auf Kontinenten, Ozeanen und eisbedeckten Gebieten eingesetzt wird, so liegen die Verhältnisse wesentlich günstiger.

Die Seismik liefert die Lage von Schichtgrenzen und die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten elastischer Wellen in den einzelnen Schichten, dazu eine empirische Beziehung zwischen den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten und den Gesteinsdichten. Jetzt kennt man den Aufbau der seismisch erreichbaren Schichten und ihre Dichten so gut, daß man abschätzen kann, welchen Einfluß sie auf die Schwereverteilung ausüben. Diese berechnete Schwereverteilung wird mit der gemessenen verglichen. Treten Unstimmigkeiten auf, die man nicht mit zulässigen Abänderungen der seismischen Daten beseitigen kann, so sind sie ein Hinweis auf Ungleichmäßigkeiten der Dichte in größeren Tiefen, vermutlich im oberen Erdmantel.

Es ist zu erwarten, daß das internationale *Upper Mantle Project* viele Fragen klären, aber auch neue Probleme aufzeigen wird. Vielleicht führen die Ergebnisse zu begründeten Vorstellungen über die Ursachen der Gebirgsbildung und die Herausbildung des Reliefs der Erdkruste.

Mit dem isostatischen Ausgleich hängt zusammen, daß die Häufigkeit der Höhen- und Tiefenstufen des Erdreliefs nicht den Zufallsgesetzen folgt. Die hypsographische Kurve ist zweigipflig und läßt deutlich erkennen, daß das Flachlandniveau und ein Tiefseeebene bevorzugt sind. Es ist überraschend, daß ein Versuch, die Häufigkeit der Höhenstufen der Vorderseite des Mondes zu ermitteln, zu einer eingipfligen Kurve geführt hat [2]. Hiernach dürfte die Kruste des Mondes einheitlicher aufgebaut sein als die Erdkruste. Doch scheint dieses Ergebnis sich schwer mit dem optischen Bild des Mondes zu vertragen, dessen helle und dunkle Flächen auf zweierlei Strukturen hinweisen.

### Dichte im tiefen Erdinnern

Aus dem Volumen der Erde, ihrer Gesamtmasse und ihrer Abplattung kann man mit Berücksichtigung der seismisch ermittelten Hauptschichtgrenzen die Zunahme der Dichte mit der Tiefe im großen und ganzen zutreffend ableiten. Die Ergebnisse verschiedener Abschätzungen weichen etwas voneinander ab, doch ergaben sich

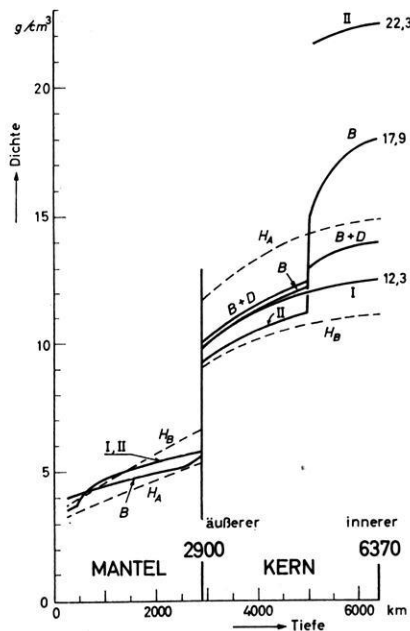


Abb. 2: Dichte im Erdinnern.

Density in the earth's interior.

- I, II, B Dichte nach BULLEN  
 B + D BULLEN B, verbessert von DAVID  
 H<sub>A</sub>, H<sub>B</sub> Grenzwerte nach HAALCK (1941)

größere Unterschiede nur für den inneren Erdkern (Abb. 2). Hier hilft die experimentelle Physik der hohen Drucke. Mit Stoßwellenversuchen hat sich ergeben [3], daß man recht gut auskommt, wenn man annimmt, der innere Erdkern bestehe im wesentlichen aus Eisen mit einer Temperatur von der Größenordnung  $4000^{\circ}\text{K}$  und einer Dichte von ungefähr  $13\text{ g/cm}^3$ . Eine solche Festsetzung schränkt dann die Variationsmöglichkeiten der Dichteabschätzung für Mantel und äußeren Kern erheblich ein. Die richtigen Dichten dürften mit den Kurven  $B$  und  $B + D$  recht gut dargestellt werden.

### Literatur

- [1] MOLODENSKI, M. S.: Grundbegriffe der geodätischen Gravimetrie. VEB Verlag Technik, Berlin, 1958.
- [2] JOKSCH, H.: Bestimmung der hypsographischen Kurve des Mondes aus Beobachtungen von J. FRANZ. Zeitschrift für Geophysik 26, 9—23, 1960.
- [3] DAVID, E.: Materie im Erdinnern. Zeitschrift für Geophysik 20, 1—7, 1954.



# Theoretical Seismograms for some Types of Point-sources in Layered Media

## Part I: Theory

By G. MÜLLER, Clausthal-Zellerfeld<sup>1)</sup>

Eingegangen am 8. Mai 1967

*Summary:* The propagation of elastic waves in a medium consisting of homogeneous, isotropic layers separated by plane interfaces is investigated. The point-source is either of the explosive or vertical single force type. Its time dependence is arbitrary. According to exact elastic ray theory, the displacement in a point of observation is the sum of the contributions of all possible seismic rays (head wave rays excluded). The displacements due to an arbitrary ray are derived in a form suitable for numerical calculations. Two ALGOL-programs were written for solid layers and liquid layers, respectively. Some essential details of these programs are discussed.

In Part II, theoretical seismograms for wave propagation in a half-space and in some models of the earth's crust will be presented.

*Zusammenfassung:* Es wird die Ausbreitung elastischer Wellen in einem Medium aus planparallelen, homogenen und isotropen Schichten untersucht. Die Anregung erfolgt entweder durch eine Explosions-Punktquelle oder durch eine vertikale Einzelkraft. In beiden Fällen ist die Zeitabhängigkeit beliebig. Der exakten Strahlentheorie zufolge besteht die Verschiebung in einem Beobachtungspunkt aus Beiträgen, die jeweils einem bestimmten seismischen Strahl zugeordnet werden können (Kopfwellenstrahlen sind dabei ausgeschlossen). Die Verschiebungen für einen beliebigen Strahl werden in einer Form abgeleitet, die für numerische Berechnungen geeignet ist. Zur numerischen Behandlung von Modellen aus festen Schichten bzw. aus flüssigen Schichten wurden zwei ALGOL-Programme aufgestellt. Einige wesentliche Einzelheiten dieser Programme werden beschrieben.

Teil II dieser Arbeit wird theoretische Seismogramme für die Wellenausbreitung in einem Halbraum und in einigen Modellen der Erdkruste wiedergeben.

## Introduction

The theoretical investigation of elastic wave propagation for point-sources in a horizontally layered medium consisting of homogeneous, isotropic layers has attached special attention in recent years because of the possibility to solve the arising problems by the aid of digital computers. In this connection special reference should be made to papers by PEKERIS and his co-workers [e.g. PEKERIS, ALTERMAN, ABRAMOVICI and JAROSCH 1965] in which the equivalence of normal mode theory and exact elastic ray theory is demonstrated by computations of theoretical seismograms by means of the

---

<sup>1)</sup> Dr. rer. nat. GERHARD MÜLLER, Institut für Geophysik der Technischen Hochschule Clausthal, 3392 Clausthal-Zellerfeld, Adolf-Römer-Str. 2A.

latter. The models are fluid and solid half-spaces with one layer containing an explosive point-source for  $P$  waves or a torque point-source for  $SH$  waves. BORTFELD [1962] has given a somewhat simpler derivation, compared to the original one due to CAGNIARD [1939, 1962], of the elastic potentials for wave propagation in two half-spaces excited by an explosive point-source. He has published theoretical seismograms for a model of two liquid half-spaces [BORTFELD 1964]. BYCROFT [1966] investigated the problem of an explosive point-source at some depth in a half-space and computed theoretical seismograms for the motion of the surface. In the papers just mentioned, the excitation by the point-source is assumed to behave according to a special law. The results can then be generalized for arbitrary laws by convolution. This method has also been adopted in the present paper for the computation of theoretical seismograms for some types of point-sources and for arbitrary rays in a layered medium. An alternate approach was made by ČERVENÝ [e.g. 1965, 1966]. He assumes harmonic time dependence of an explosive point-source and calculated frequency-dependent amplitude-distance-laws for an arbitrary ray in a layered medium. From these results, theoretical seismograms can be computed by FOURIER-synthesis.

### The elastic potentials for an arbitrary ray and excitation by an explosive point-source

The model of the layered medium is shown in Fig. 1. Each layer is assumed to be solid. Then it is characterized by four data: its thickness  $h_i$ , its compressional ( $P$ ) velocity  $V_i$ , its shear ( $S$ ) velocity  $v_i$  and its density  $\rho_i$ . For fluid layers the derivation is completely analogous. The absence of  $S$  waves yields only simpler expressions.

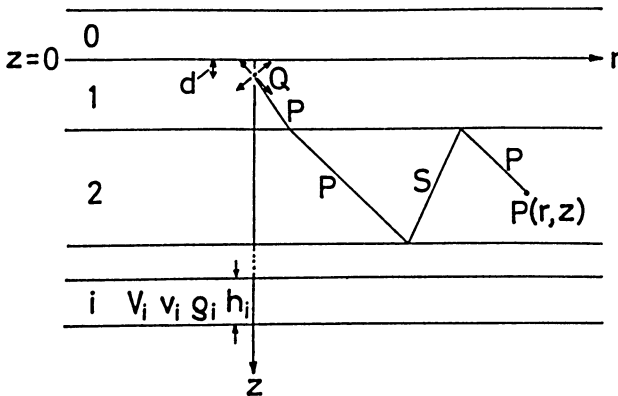


Fig. 1: The layered model with the explosive point-source and a seismic ray terminating in the point of observation  $P(r, z)$ .

Das Schichtenmodell mit der Explosions-Punktquelle und einem seismischen Strahl zum Aufpunkt  $P(r, z)$ .

Cylindrical coordinates  $(r, \varphi, z)$  are used. The explosive point-source with the coordinates  $r = 0$  and  $z = d$  lies in the first layer. The problem has cylindrical symmetry, and the  $\varphi$ -component of the displacement vector in the point of observation  $P(r, z)$  vanishes. Therefore, the horizontal displacement  $q$  in  $r$ -direction and the vertical displacement  $w$  in  $z$ -direction can be derived from two elastic potentials, the compressional ( $P$ ) potential  $\Phi$  and the shear ( $S$ ) potential  $U$  (see, e.g., EWING, JARDETZKY and PRESS [1957], Chap. 1):

$$q = \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\partial U}{\partial z} \qquad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} \quad (1)$$

The boundary conditions require the continuity of the displacements (1) and of the normal and tangential stresses

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zz} &= \rho(V^2 - 2v^2)\nabla^2\Phi + 2\rho v^2 \frac{\partial w}{\partial z} \\ \sigma_{zr} &= \rho v^2 \left( \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial q}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

across interfaces. The differential equations for  $\Phi$  and  $U$  which can be derived by inserting (1) in the well-known equation of motion are

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} \quad \text{and} \quad \nabla^2 U - \frac{U}{r^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}. \quad (3)$$

The explosive point-source  $Q$  radiates a spherical symmetric  $P$  wave with the  $P$  potential

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{R} F\left(t - \frac{R}{V_1}\right). \quad (4)$$

Here  $R$  is the radial distance of a point in layer 1 from  $Q$ , and  $F(\tau)$  is the excitation function. The problem is to find  $\bar{\Phi}$  and  $U$  and from these  $q$  and  $w$  for arbitrary position of  $P(r, z)$  and for arbitrary excitation function  $F(\tau)$ .

The potentials  $\bar{\Phi}$  and  $U$  in a point of observation  $P(r, z)$  inside a layer can be shown to consist of a sum of terms each of which can be described by a special seismic ray, as indicated in Fig. 1 [SPENCER 1960]. This is possible because of the complete decoupling of  $P$  and  $S$  waves, produced at the interfaces, when traveling in the layers. Those rays familiarly attributed to head waves, however, have to be omitted when summing up the rays, for each head wave is included in the contribution of a special "normal" ray. Each ray has its first arrival time  $t_0$ , being identical either with the arrival time  $t_1$  of a head wave or with the arrival time  $t_2$  of the wave which has traveled along the ray and which will be termed main arrival in this paper. Given a

special time of observation  $t$ , all rays with  $t_0 < t$  contribute to the displacements  $q$  and  $w$ . For this procedure, the name "exact elastic ray theory" has come into use.

It is clear that the problem of wave propagation in a layered medium is solved if it is possible to find a method suitable for the numerical calculation of the contribution to (1) of an arbitrary ray.

The computation of the potentials  $\bar{\Phi}_H$  or  $U_H$  for an arbitrary ray belonging to the potential  $\bar{\Phi}_H$  of the exciting  $P$  wave,

$$\bar{\Phi}_H = \frac{1}{R} H(\tau) \quad (5)$$

where  $H(\tau)$  is the HEAVISIDE unit step function, is performed by the method of BORTFELD [1962] which can easily be generalized for any ray in a layered medium.

Starting with harmonic time dependence of the source, i.e.

$$\bar{\Phi}_\omega = \text{Im} \left[ \frac{1}{R\omega} e^{i\omega\tau} \right], \quad (6)$$

which is transformed by the SOMMERFELD integral [EWING et al. 1957, p. 13] into

$$\bar{\Phi}_\omega = \text{Im} \int_0^\infty \frac{u}{(u^2 - V_1^{-2})^{\frac{1}{2}}} J_0(u\omega r) \exp[(-|z-d|(u^2 - V_1^{-2})^{\frac{1}{2}} + it)\omega] du, \quad (7)$$

the corresponding potentials of an arbitrary ray are

$$\Phi_\omega = \text{Im} \int_0^\infty \frac{u}{(u^2 - V_1^{-2})^{\frac{1}{2}}} P(u) J_0(u\omega r) \exp[g(u, t)\omega] du \quad (8)$$

(the last portion of the ray is passed with  $P$  velocity) or

$$U_\omega = \text{Im} \int_0^\infty \frac{u}{(u^2 - V_1^{-2})^{\frac{1}{2}}} P(u) J_1(u\omega r) \exp[g(u, t)\omega] du \quad (9)$$

(the last portion of the ray is passed with  $S$  velocity). In (7), (8) and (9),  $J_0(u\omega r)$  and  $J_1(u\omega r)$  are BESSEL functions of zero and first order, respectively. The functions  $g(u, t)$  and  $P(u)$  in (8) and (9) have the following meaning:

$$g(u, t) = - \sum_{k=1}^n H_k \beta_k(u) + it$$

where

$n$  = number of portions of the ray,

$H_k$  = projection of the  $k$ -th portion of the ray on the  $z$ -axis ( $H_k > 0$ ),

$\beta_k = (u^2 - \alpha_k^2)^{\frac{1}{2}}$ ,

$\alpha_k$  = reciprocal value of the velocity along the  $k$ -th portion of the ray.

$$P(u) = \prod_{i=1}^{n-1} \{R(u), B(u)\}$$

is the product of  $n - 1$  reflection coefficients  $R_{pp}(u)$ ,  $R_{ps}(u)$ ,  $R_{ss}(u)$ ,  $R_{sp}(u)$  and transmission coefficients  $B_{pp}(u)$ ,  $B_{ps}(u)$ ,  $B_{ss}(u)$ ,  $B_{sp}(u)$ , respectively, expressing the influence of the interfaces which are touched (with reflection) or crossed (with transmission) by the ray. For an incident  $P$  wave propagating in the direction of increasing  $z$ , the corresponding coefficients are:

$$R_{pp}(u) = \frac{C_1(u)}{D(u)} \quad R_{ps}(u) = \frac{C_2(u)}{D(u)} \quad B_{pp}(u) = \frac{C_3(u)}{D(u)} \quad B_{ps}(u) = \frac{C_4(u)}{D(u)} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} D(u) &= D_2(u) + D_1(u) & C_1(u) &= D_2(u) - D_1(u) \\ D_1(u) &= u^2 (cu^2 - \bar{q}_1 + \bar{q}_2)^2 - a_2 b_2 (cu^2 - \bar{q}_1)^2 - \bar{q}_1 \bar{q}_2 a_2 b_1 \\ D_2(u) &= a_1 [c^2 u^2 a_2 b_1 b_2 - b_1 (cu^2 + \bar{q}_2)^2 - \bar{q}_1 \bar{q}_2 b_2] \\ C_2(u) &= 2ua_1 [(cu^2 - \bar{q}_1 + \bar{q}_2)(cu^2 + \bar{q}_2) - ca_2 b_2 (cu^2 - \bar{q}_1)] \\ C_3(u) &= 2\bar{q}_1 a_1 [(cu^2 - \bar{q}_1) b_2 - (cu^2 + \bar{q}_2) b_1] \\ C_4(u) &= 2\bar{q}_1 u a_1 [cu^2 - \bar{q}_1 + \bar{q}_2 - ca_2 b_1] \\ a_{1,2} &= (u^2 - \bar{V}_{1,2}^{-2})^{\pm} & b_{1,2} &= (u^2 - \bar{v}_{1,2}^{-2})^{\pm} & c &= 2(\bar{q}_1 \bar{v}_1^2 - \bar{q}_2 \bar{v}_2^2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$\bar{V}_1, \bar{v}_1, \bar{q}_1$  are the elastic parameters of the layer in which the incident wave is traveling,  $\bar{V}_2, \bar{v}_2, \bar{q}_2$  are the parameters of the layer on the opposite side of the interface.

For a free surface, (10) is valid, too, but now the expressions (11) are simplified:

$$\left. \begin{aligned} D(u) &= D_2(u) + D_1(u) & C_1(u) &= D_2(u) - D_1(u) \\ D_1(u) &= -(2\bar{v}_1^2 u^2 - 1)^2 & D_2(u) &= 4\bar{v}_1^4 u^2 a_1 b_1 \\ C_2(u) &= -4\bar{v}_1^2 (2\bar{v}_1^2 u^2 - 1) u a_1 & C_3(u) &= C_4(u) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

For an incident  $S$  wave propagating in the direction of increasing  $z$ , the following result is valid: If in (11) and (12), respectively,  $a_i$  is replaced by  $b_i$  and  $b_i$  by  $a_i$ , then  $R_{pp}$  is transformed into  $R_{ss}$ ,  $R_{ps}$  into  $R_{sp}$ ,  $B_{pp}$  into  $B_{ss}$  and  $B_{ps}$  into  $B_{sp}$ .

If, finally, the incident wave travels in the direction of decreasing  $z$ , then the signs of  $R_{ps}$ ,  $R_{sp}$ ,  $B_{ps}$  and  $B_{sp}$  are opposite compared to above, and the other coefficients remain unchanged.

The integration path in (8) and (9) runs along the upper border of the branch cuts of all radicals  $a_{1,2}$  and  $b_{1,2}$  going from  $-\bar{V}_{1,2}^{-1}$  to  $+\bar{V}_{1,2}^{-1}$  and from  $-\bar{v}_{1,2}^{-1}$  to  $+\bar{v}_{1,2}^{-1}$  along the real axis in the complex  $u$ -plane. For these radicals, that sheet of their RIEMANN surface has to be chosen in which they are almost equal  $u$  for  $u$  with sufficiently great modulus. Poles of the integrands in (8) and (9) are introduced by the zeros

of the denominator  $D(u)$  of the various reflection and transmission coefficients. For an interface between two (solid) layers, the corresponding coefficients have a pole  $u_S$  only under restricted conditions, as CAGNIARD [1962] has shown. When there is such a pole, then the STONELEY wave, traveling along the interface, exists and propagates with the velocity  $1/u_S < \min(\bar{v}_1, \bar{v}_2)$ . For a free surface, the corresponding reflection coefficients have always a pole  $u_R$  connected to the RAYLEIGH wave traveling along the free surface with the velocity  $1/u_R < \bar{v}_1$ . The poles of the integrands in (8) and (9) (which can be of higher than first order) are circumvented by the integration path in the first quadrant.

From the potentials  $\Phi_\omega$  and  $U_\omega$  for sinusoidal time variation of the source according to (6), the potentials  $\bar{\Phi}_H$  and  $U_H$  for excitation according to (5) can be derived:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Phi}_H &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \bar{\Phi}_\omega d\omega + \frac{1}{2R} \\ \Phi_H &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \Phi_\omega d\omega + \Phi_0 \\ U_H &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty U_\omega d\omega + U_0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$\Phi_0$  and  $U_0$  are the contributions to  $\bar{\Phi}_H$  and  $U_H$  due to the time independent term  $1/2 R$  in  $\bar{\Phi}_H$ . These contributions are calculated, following BORTFELD [1962], by the plausible assumption that  $\Phi_H$  and  $U_H$  vanish for times  $t < t_0$  where  $t_0$  is the first arrival time of the ray under consideration. BORTFELD has discussed this point and the  $\omega$ -integration in (13) in detail. The results are:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_H &= \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \int_C \frac{uP(u)}{\beta_1(u)} \cdot \frac{1}{G(u,t)} du \\ U_H &= \frac{1}{\pi r} \operatorname{Im} \int_C \frac{P(u)}{\beta_1(u)} \cdot \frac{g(u,t)}{G(u,t)} du \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

where  $G(u, t) = [u^2 r^2 + g^2(u, t)]^{1/2}$ .

The integration path  $C$  is shown in Fig. 2. Its portion  $C_1$  forms a loop around the branch cuts of the function  $P(u)/\beta_1(u)$ .  $A(B)$  is the minimum (maximum) of all reciprocal velocities occurring in  $\Phi_H$  and  $U_H$ , respectively. The poles of  $P(u)$  must be circumvented by path  $C_1$  and/or path  $C_2$ , as indicated schematically in Fig. 2.

The radical  $G(u, t)$  introduces a new branch cut lying on the curve on which a special zero  $u_1(t)$  of  $G(u, t)$  is moving with increasing  $t$ , see Fig. 3. The equation defining this zero is

$$f(u, t) = t - ur + i \sum_{k=1}^n H_k \beta_k(u) = t + f_1(u) = 0 \quad (15)$$

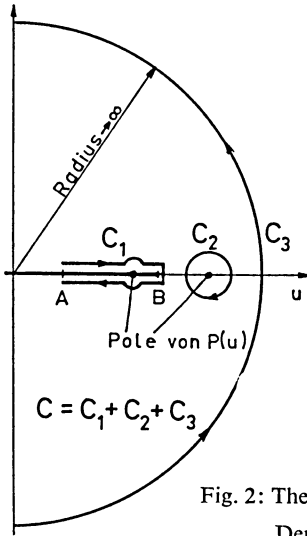


Fig. 2: The integration path C.  
Der Integrationsweg C.

This equation has, for certain values of  $t < t_2$  (arrival time of the main arrival), two real zeros. Then  $u_1(t)$  is understood to be identical with the smaller one. The second zero has no importance.  $u_0$  is the zero of  $G(u, t_2)$  and at the same time it is the saddle point of  $f(u)$  and  $f_1(u)$  defined by

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \frac{\partial f_1}{\partial u} = 0. \tag{16}$$

$u_0$  is independent of time and situated on the real axis with

$$0 \leq u_0 < \alpha = \min_{k=1, \dots, n} (\alpha_k). \tag{17}$$

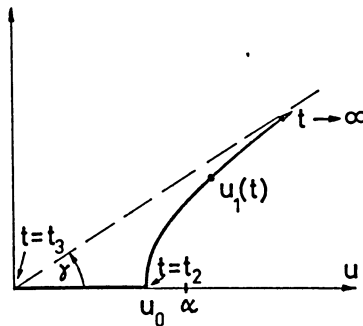


Fig. 3: The position of the zero  $u_1(t)$  of  $G(u, t)$  for  $t \geq t_3$ .  
Die Lage der Nullstelle  $u_1(t)$  von  $G(u, t)$  für  $t \geq t_3$ .

For a profile with constant  $z$ ,  $u_0$  varies monotonically from  $u = 0$  to  $u = \alpha$  if  $r$  varies from 0 to  $\infty$ . The times  $t_2$  and  $t_3$  are:

$$t_2 = -\operatorname{Re} f_1(u_0) = u_0 r - i \sum_{k=1}^n H_k \beta_k(u_0)$$

$$t_3 = -\operatorname{Re} f_1(0) = \sum_{k=1}^n H_k \alpha_k \leq t_2 \quad (\text{arrival time of the main arrival for } r = 0)$$
(18)

The time  $t_3$  is, except for points of observation with  $r = 0$ , always less than the first arrival time  $t_0$  of the ray under consideration. Thus, the discussion can be restricted to times  $t \geq t_3$ . For  $t \rightarrow \infty$ ,  $u_1(t)$  approaches asymptotically the dashed line in Fig. 3 with the slope

$$\tan \gamma = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^n H_k.$$

In Fig. 4 the branch cut of  $G(u, t)$  is drawn for  $t_3 < t < t_2$  and  $t > t_2$ . The cut has been shifted from the real axis for the sake of clarity. The sign conventions for  $G(u, t)$  have been chosen in such a manner that the sheet of the RIEMANN SURFACE defined by them comprises the values of  $G(u, t)$  prescribed in (14). Thus, CAUCHY'S theorem can be applied.

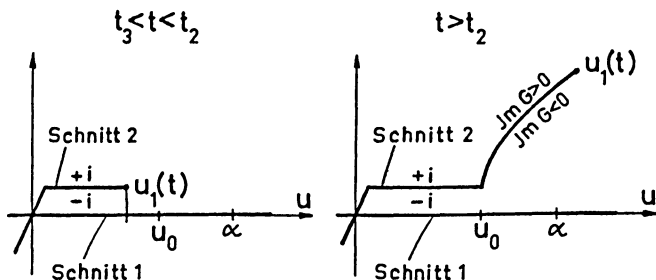


Fig. 4: The branch cut of  $G(u, t)$  (Schnitt 2) and the sign conventions for  $G(u, t)$  on its borders. Schnitt 1 is part of the branch cut of  $P(u)/\beta_1(u)$ .

Der Verzweigungsschnitt von  $G(u, t)$  (Schnitt 2) und die Vorzeichenvereinbarungen für  $G(u, t)$  auf seinen Ufern. Schnitt 1 ist ein Teil des Verzweigungsschnittes von  $P(u)/\beta_1(u)$ .

Now it is possible to show that  $\Phi_{II}$  and  $U_{II}$ , respectively, vanish for  $t < t_0$ . The discussion is performed for a profile with constant  $z$  and  $0 < r < \infty$ . Two cases have to be discussed separately:



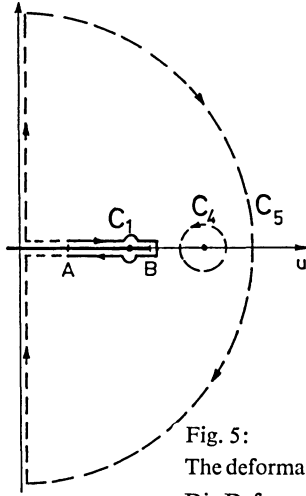


Fig. 5:  
The deformation of the integration path  $C_1$ .  
Die Deformation des Integrationsweges  $C_1$ .

$A = \alpha$ :

In this case,  $u_0$  is always less than  $A$ , for all values of  $r$ . For  $t_3 < t < t_2$ ,  $u_1(t)$  is real and less than  $u_0$ . The integration path  $C_1$  in (14) can be deformed, as shown in Fig. 5. The deformed path is allowed to cross  $u_1(t)$ , for  $u_1(t)$  is only a simple zero of the radicand of  $G(u, t)$ . By detailed investigation of the functions  $P(u)$ ,  $g(u, t)$  and  $G(u, t)$  along the imaginary axis and along the real axis between  $u = 0$  and  $u = A$ , the imaginary part of the integrals can be shown to vanish there. Furthermore, the portions  $C_4$  and  $C_5$  of the deformed path are passed in the opposite direction as the portions  $C_2$  and  $C_3$  of the original path  $C$ . Thus, the contributions cancel each other. Consequently,  $\Phi_H$  and  $U_H$  vanish for  $t < t_2$ . This is no longer true for  $t > t_2$ , for now the portion of the branch cut of  $G(u, t)$  from  $u_0$  to  $u_1(t)$  which must be circumvented yields a finite contribution, see the integration path  $B$  in Fig. 6a. Consequently, in this case, the main arrival is the first arrival:  $t_0 = t_2$ .

$A < \alpha$ :

In this case, a head wave is associated with the ray under consideration.

As long as the distance  $r$  is less than the critical distance

$$r^* = iA \sum_{k=1}^n \frac{H_k}{\beta_k(A)}$$

of this head wave,  $u_0$  is less than  $A$ , and the argumentation is the same as with  $A = \alpha$ , see Fig. 6b: the main arrival is the first arrival,  $t_0 = t_2$ .

For  $r > r^*$ ,  $u_0$  is greater than  $A$ . In this case,  $u_1(t)$  is identical with  $A$  for

$$t = t_1 = -\text{Re } f_1(A) = Ar - i \sum_{k=1}^n H_k \beta_k(A)$$

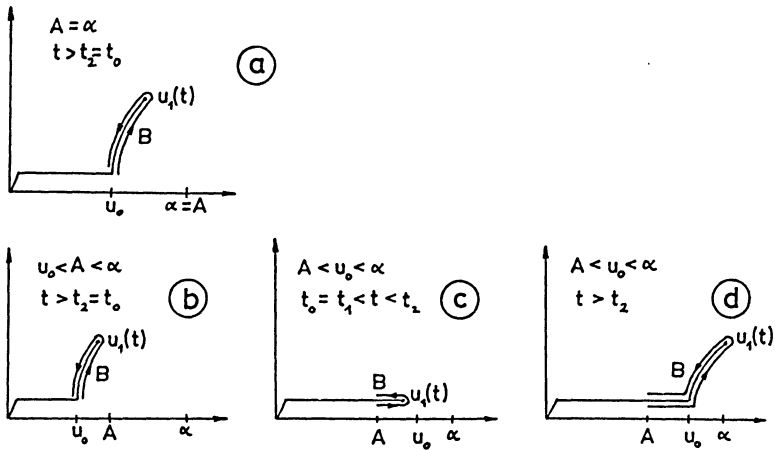


Fig. 6: The integration path  $B$ . — Der Integrationsweg  $B$ .

where  $t_1$  is the familiar arrival time of the above mentioned head wave which has been produced by a  $P$  wave traveling with the velocity  $1/A$  along a special interface in the layered medium. For  $t < t_1$ , the deformation of the integration path  $C_1$  is the same as for  $t < t_2$  in the case of  $u_0 < A$  (see Fig. 5). Therefore,  $\Phi_H$  and  $U_H$  vanish for these times. For  $t > t_1$ , the additional detour around the branch cut of  $G(u, t)$ , as shown in Fig. 6c and 6d, yields nonvanishing contributions to the imaginary part of the integrals. Consequently, in this case, the head wave is the first arrival:  $t_0 = t_1$ .

In conclusion, it is clear that the integration path  $B$ , shown in Fig. 6, is, for  $t > t_0$ , equivalent to the integration path  $C$  used in (14). However, because of its independence of  $r, z$  and  $t$ , path  $C$  will be used for the derivation of the displacements. Given this derivation, it is favorable for numerical calculations to use again path  $B$ , now with a slight modification, see integration path  $D$  in Fig. 7.

The potentials for arbitrary excitation according to (4) with  $F(\tau) \equiv 0$  for  $\tau < 0$  are derived from (14) by DUHAMEL's theorem. Assuming  $F(+0) = 0$ , the results are:

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \begin{cases} 0 & \text{for } t \leq t_0 \\ \int_{t_0}^t F'(t-\tau) \Phi_H(\tau) d\tau & \text{for } t \geq t_0 \end{cases} \\ U &= \begin{cases} 0 & \text{for } t \leq t_0 \\ \int_{t_0}^t F'_-(t-\tau) U_H(\tau) d\tau & \text{for } t \geq t_0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

### The displacements for an arbitrary ray and excitation by an explosive or a vertical single force point-source

The derivation of the displacement components is demonstrated for the horizontal displacement  $q = \partial\Phi/\partial r$  for a  $P$  wave, i.e. the last portion of the ray is passed with  $P$  velocity. It is assumed that the excitation function  $F(\tau)$  is twice continuously differentiable. This will ease the computation. Arbitrary initial conditions are then allowed for by replacing  $F(\tau)$  in the final solution by the following generalized function which is defined by an appropriate sequence of twice continuously differentiable functions  $F(\tau)$  [LIGHTHILL 1966]:

$$f(\tau) = F(\tau), f^{(l)}(\tau) = F^{(l)}(\tau) + \sum_{k=0}^{l-1} F^{(k)}(+0) \delta^{(l-k-1)}(\tau). \quad (20)$$

Here  $F^{(0)}(+0) = F(+0)$ , and  $\delta^{(0)}(\tau) = \delta(\tau)$  is the delta function. The sum in (20) with the delta function and its derivatives accounts for the discontinuities of  $F(\tau)$  and its derivatives at  $\tau = 0$ .

Before differentiating the  $P$  potential  $\Phi$  in (19), it is favorable to interchange the integrations with respect to  $u$  and  $\tau$  and to integrate by parts with respect to  $\tau$ , assuming  $F'(+0) = 0$ :

$$\Phi = \frac{1}{\pi} \text{Im} \int_c \frac{uP(u)}{\beta_1(u)} \left[ iF'(t-t_0)H(u, t_0) - i \int_{t_0}^t F''(t-\tau)H(u, \tau) d\tau \right] du$$

where  $H(u, \tau) = \ln [(g(u, \tau) + G(u, \tau))/ur]$ . (21)

The special choice of the constant of integration in (21) is extremely useful for the following. Differentiation of  $\Phi$  with respect to  $r$  yields:

$$q = \frac{1}{\pi} \text{Im} \int_c \frac{uP(u)}{\beta_1(u)} \left[ iF'(t-t_0) \frac{\partial H(u, t_0)}{\partial r} - i \int_{t_0}^t F''(t-\tau) \frac{\partial H(u, \tau)}{\partial r} d\tau \right] du. \quad (22)$$

By careful examination, it can be shown that the first of the two terms in (22) vanishes. This is essentially done by deforming the integration path  $C_1$  in the integral

$$\text{Im} i \int_c \frac{uP(u)}{\beta_1(u)} \cdot \frac{\partial H(u, t_0)}{\partial r} du \quad (23)$$

according to Fig. 5 and by studying the properties of the integrand along the imaginary axis and along the real axis from  $u = 0$  to  $u = A$ . By the aid of

$$\frac{\partial H(u, \tau)}{\partial r} = -\frac{g(u, \tau)}{rG(u, \tau)},$$

a further integration by parts under the assumption  $F''(+0) = 0$  and subsequent interchange of the integrations with respect to  $\tau$  and  $u$  yield

$$q = \begin{cases} 0 & \text{for } t \leq t_0 \\ \int_{t_0}^t F'''(t-\tau) X(\tau) d\tau - F''(t-t_0) X(t_0) & \text{for } t \geq t_0 \end{cases} \quad (24)$$

where

$$X(\tau) = \frac{1}{\pi r} \operatorname{Im} \int_C \frac{uP(u)}{\beta_1(u)} G(u, \tau) du = \frac{2}{\pi r} \operatorname{Im} \int_D \frac{uP(u)}{\beta_1(u)} G(u, \tau) du.$$

The integration path  $D$  is the first half of path  $B$  and is shown in Fig. 7. By the methods used for the computation of (23), it can be shown that  $X(t_0) = 0$ .

The generalization of (24) for an arbitrary excitation function  $F(\tau)$  is performed by replacing  $F'''(t-\tau)$  by  $f'''(t-\tau)$  as defined in (20). In the same way,  $X(\tau)$  must be

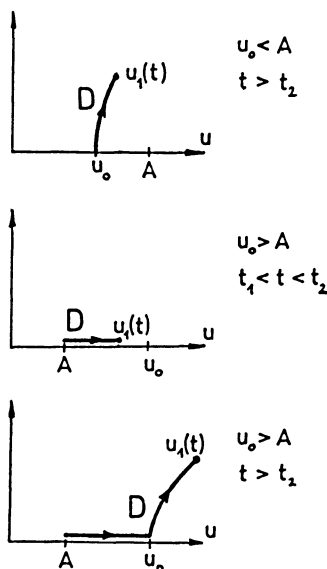


Fig. 7: The integration path  $D$ . — Der Integrationsweg  $D$ .

replaced by a generalized function  $x(\tau)$  which is constructed from  $X(\tau)$  according to (20). Then the well-known rules for the integration of the delta function and its derivatives are applied [LIGHTHILL 1966].

The vertical displacement for a  $P$  wave and the displacements for an  $S$  wave can be determined by completely the same methods. The results, valid for  $P$  waves as well as for  $S$  waves, are:

$$\left. \begin{aligned}
 q = w = 0 & \quad \text{for } t < t_0 \\
 \left. \begin{aligned}
 \left. \begin{aligned}
 \frac{q}{w} \right\} &= F(+0) \left[ \left\{ \begin{aligned} X''(t) \\ Y''(t) \end{aligned} \right\} + \left\{ \begin{aligned} X'(t_0) \\ Y'(t_0) \end{aligned} \right\} \delta(t-t_0) \right] + F'(+0) \left\{ \begin{aligned} X'(t) \\ Y'(t) \end{aligned} \right\} \\
 &+ F''(+0) \left\{ \begin{aligned} X(t) \\ Y(t) \end{aligned} \right\} + \int_{t_0}^t F'''(t-\tau) \left\{ \begin{aligned} X(\tau) \\ Y(\tau) \end{aligned} \right\} d\tau & \quad \text{for } t \geq t_0
 \end{aligned} \right\} & (25)
 \end{aligned}
 \right\}$$

Before discussing these results, it should be mentioned that for points of observation in an interface formally the same results are valid. They are derived by assuming the point of observation at a certain distance  $\zeta$  from the interface, by taking additionally into account the  $P$  wave and the  $S$  wave reflected at this interface, and by going to the limit  $\zeta = 0$ .

Furthermore, if the point-source is a vertical single force  $K(t)$  vanishing for  $t < 0$ , the displacements for an arbitrary ray are:

$$\left. \begin{aligned}
 q = w = 0 & \quad \text{for } t < t_0 \\
 \left. \begin{aligned}
 \left. \begin{aligned}
 \frac{q}{w} \right\} &= K(+0) \left\{ \begin{aligned} X'(t) \\ Y'(t) \end{aligned} \right\} + K'(+0) \left\{ \begin{aligned} X(t) \\ Y(t) \end{aligned} \right\} + \int_{t_0}^t K''(t-\tau) \left\{ \begin{aligned} X(\tau) \\ Y(\tau) \end{aligned} \right\} d\tau & \quad \text{for } t \geq t_0
 \end{aligned} \right\} & (26)
 \end{aligned}
 \right\}$$

In (25) and (26), the functions  $X(\tau)$  and  $Y(\tau)$  are:

$$\left. \begin{aligned}
 X(\tau) &= \frac{1}{r} \operatorname{Im} \int_{\mathcal{C}} S(u) P(u) G(u, \tau) E_1(u) du \\
 &= \frac{2}{r} \operatorname{Im} \int_D S(u) P(u) G(u, \tau) E_1(u) du \\
 Y(\tau) &= \operatorname{Im} \int_{\mathcal{C}} S(u) P(u) H(u, \tau) E_2(u) du \\
 &= \operatorname{Im} \int_D S(u) P(u) I(u, \tau) E_2(u) du \\
 X(t_0) &= Y(t_0) = 0
 \end{aligned} \right\} & (27)$$

The terms in the integrands of  $X(\tau)$  and  $Y(\tau)$  have been arranged in such a manner that they describe separately

- a) the influence of the excitation:  $S(u)$  (see Tab. 1),
- b) the influence of the reflections and transmissions of the seismic ray and its geometry:  $P(u)G(u, \tau)$ ,  $P(u)H(u, \tau)$ ,  $P(u)I(u, \tau)$  where

$$I(u, \tau) = \ln \left[ \frac{g(u, \tau) + G(u, \tau)}{g(u, \tau) - G(u, \tau)} \right],$$

- c) the influence of the last portion of the ray:  $E_1(u)$ ,  $E_2(u)$  (see Tab. 2).

For the integration paths  $C$  and  $D$  Figs. 2 and 7 are valid. The numbers  $A$  and  $B$  are now identical with the minimum and the maximum, respectively, of all reciprocal velocities occurring in the integrands of either  $X(\tau)$  or  $Y(\tau)$ . Along path  $D$ ,  $G(u, \tau)$  is either negative imaginary or has a negative imaginary part.

To determine a certain seismic ray, a direction parameter  $p_k$  and a velocity parameter  $g_k$  of the  $k$ -th portion of the ray are defined as follows:

$$\left. \begin{aligned} p_k &= \begin{cases} +1: & \text{portion } k \text{ is passed in } +z\text{-direction} \\ -1: & \text{portion } k \text{ is passed in } -z\text{-direction} \end{cases} \\ g_k &= \begin{cases} 1: & \text{portion } k \text{ is passed with } P \text{ velocity} \\ 0: & \text{portion } k \text{ is passed with } S \text{ velocity} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

The delta function terms in (25) are existing only for  $u_0 < A$ . For  $u_0 > A$ , i.e. a head wave is associated with the seismic ray and is the first arrival, these terms do not exist because of  $X'(t_0) = Y'(t_0) = 0$ .

Tab. 1: The source function  $S(u)$  for different types of point-sources.

Die Quellenfunktion  $S(u)$  für verschiedene Typen von Punktquellen.

Type of source	$g_1$	$S(u)$
Explosive source in layer 1	1	$\frac{u}{\pi(u^2 - V_1^{-2})^{\frac{1}{2}}}$
Vertical single force in layer 1	1	$\frac{ip_1 u}{4\pi^2 \varrho_1}$
	0	$\frac{iu^2}{4\pi^2 \varrho_1 (u^2 - v_1^{-2})^{\frac{1}{2}}}$
Vertical single force in the free surface $z = 0$	1	$\frac{iu(2v_1^2 u^2 - 1)}{2\pi^2 \varrho_1 [4v_1^4 u^2 (u^2 - V_1^{-2})^{\frac{1}{2}} (u^2 - v_1^{-2})^{\frac{1}{2}} - (2v_1^2 u^2 - 1)^2]}$
	0	$\frac{iu^2 v_1^2 (u^2 - V_1^{-2})^{\frac{1}{2}}}{\pi^2 \varrho_1 [4v_1^4 u^2 (u^2 - V_1^{-2})^{\frac{1}{2}} (u^2 - v_1^{-2})^{\frac{1}{2}} - (2v_1^2 u^2 - 1)^2]}$

Tab. 2: The functions  $E_1(u)$  and  $E_2(u)$  describing the influence of the last portion of the ray ( $a = (u^2 - V^{-2})^{1/2}$ ,  $b = (u^2 - v^{-2})^{1/2}$ ,  $V$  and  $v$  denoting the  $P$  and  $S$  velocity of the layer with the last portion of the ray).

Die Funktionen  $E_1(u)$  und  $E_2(u)$ , die den Einfluß des letzten Strahlstücks beschreiben ( $a = (u^2 - V^{-2})^{1/2}$ ,  $b = (u^2 - v^{-2})^{1/2}$ ,  $V$  bzw.  $v$  ist die  $P$ - bzw.  $S$ -Geschwindigkeit der Schicht mit dem letzten Strahlstück).

Position of the point of observation	$g_n$	$E_1(u)$	$E_2(u)$
In a layer	1	1	$p_n \beta_n(u)$
	0	$-\frac{p_n \beta_n(u)}{u}$	$-u$
In an interface	1	$1 + R_{pp}^{(n)} + \frac{p_n b}{u} R_{ps}^{(n)}$	$p_n \beta_n \left[ 1 - R_{pp}^{(n)} - \frac{p_n u}{\beta_n} R_{ps}^{(n)} \right]$
	0	$-\frac{p_n \beta_n}{u} \left[ 1 - R_{ss}^{(n)} - \frac{p_n u}{\beta_n} R_{sp}^{(n)} \right]$	$-u \left[ 1 + R_{ss}^{(n)} + \frac{p_n a}{u} R_{sp}^{(n)} \right]$

The solutions (25) and (26) can be shown to satisfy the differential equations (3) as well as the boundary conditions for the continuity of the displacements (1) and the stress components (2) across interfaces. In addition, the displacements of the waves radiated by an explosive or vertical single force point-source inside the first layer can directly be computed by putting  $P(u) \equiv 1$  in (27) and by elementary integration of  $X(\tau)$  and  $Y'(\tau)$  according to the second form in (27). Insertion of  $X(\tau)$  and  $Y(\tau)$  for the explosive point-source in (25) yields exactly the same results as differentiation of (4) with respect to  $r$  and  $z$ , respectively. Insertion of  $X(\tau)$  and  $Y(\tau)$  for the vertical single force point-source in (26) reproduces the wellknown results of LOVE [1944].

For numerical calculations according to (25) and (26), it is useful to assume that the displacements and the particle velocities are continuous functions of time. This assumption is reasonable also from a physical point of view for its consequence is that particle accelerations and forces are bounded for all times. Then

$$F(+0) = F'(+0) = F''(+0) = K(+0) = K'(+0) = 0, \quad (29)$$

and only the integrals in (25) and (26) are retained. For the computation of  $X(\tau)$  and  $Y(\tau)$  for an arbitrary ray in an arbitrarily layered medium, the second form in (27),

based on the integration path  $D$ , is more favorable than the first one, based on path  $C$ , for it avoids the computation of the contributions of path  $C_3$  and of that portion of path  $C_1$  on which poles of  $P(u)$  may lie, see Fig. 2.

The following general properties of  $X(\tau)$  and  $Y(\tau)$  may be stated (some of them were already mentioned):

$$\begin{aligned} X(t_0) &= Y(t_0) = 0, \\ X'(t_0) &\neq 0, Y'(t_0) \neq 0 \text{ for } u_0 < A \text{ (i.e. } t_0 = t_2), \\ X'(t_0) &= Y'(t_0) = 0 \text{ for } u_0 > A \text{ (i.e. } t_0 = t_1), \\ X''(t_0) &\neq 0, Y''(t_0) \neq 0 \text{ for } u_0 > A, \\ X'(t_2) &= \pm \infty, Y'(t_2) = \pm \infty \text{ for } u_0 > A. \end{aligned}$$

Approximate formulas for the displacements of the first arrivals may be derived by partial integration of the integrals in (25) and (26):

Main arrival ( $u_0 < A$ , either no head wave exists or  $r < r^*$ ):

$$\left. \begin{matrix} q \\ w \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X'(t_0) \\ Y'(t_0) \end{matrix} \right\} F'(t-t_0) \text{ or } \left\{ \begin{matrix} q \\ w \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X'(t_0) \\ Y'(t_0) \end{matrix} \right\} K(t-t_0) \quad (30)$$

Head wave ( $u_0 > A$ , a head wave exists and  $r > r^*$ ):

$$\left. \begin{matrix} q \\ w \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X''(t_0) \\ Y''(t_0) \end{matrix} \right\} F(t-t_0) \text{ or } \left\{ \begin{matrix} q \\ w \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} X''(t_0) \\ Y''(t_0) \end{matrix} \right\} \int_0^{t-t_0} K(\tau) d\tau \quad (31)$$

These formulas are valid for sufficiently short pulses. If a head wave exists, they are not applicable in the region of the critical point  $r = r^*$ .

The computation of  $X'(t_0)$  and  $Y'(t_0)$  in (30) is performed by differentiation of the first versions of  $X(\tau)$  and  $Y(\tau)$  in (27) and by deforming the integration path  $C_1$  according to Fig. 5. The only nonvanishing contribution is due to the first order pole  $u_0$  of the integrands:

$$X'(t_0) = \frac{\pi}{L} \operatorname{Im} [S(u_0) P(u_0) E_1(u_0)],$$

$$Y'(t_0) = -\frac{\pi}{Lu_0} \operatorname{Re} [S(u_0) P(u_0) E_2(u_0)]$$

where

$$L = \left[ -\left( \sum_{k=1}^n \frac{H_k}{\beta_k(u_0)} \right)^2 - iu_0 r \sum_{k=1}^n \frac{H_k}{\beta_k^3(u_0)} \right]^{\frac{1}{2}} > 0.$$



Formulas for the relative amplitude of the main arrival as a function of  $r$  may be derived for harmonic time dependence of the source. The exact calculation resulting in frequency-dependent amplitude-distance-laws was outlined by ČERVENÝ [e.g. 1965]. High frequency approximations  $A_r(r)$  and  $A_z(r)$  for the relative amplitude of the horizontal and vertical displacements may be computed by the method of steepest descent:

$$A_r(r) = \frac{\pi}{L} |S(u_0) P(u_0) E_1(u_0)|, \quad (32)$$

$$A_z(r) = \frac{\pi}{Lu_0} |S(u_0) P(u_0) E_2(u_0)|$$

(32) is applicable for all distances  $r$ . If there is no head wave, a close connection exists between (30) and (32) for all  $r$ . If there is a head wave, then the same is true for  $r < r^*$ . In this case, the departure of the approximations (32) from the true amplitude-distance-laws for impulsive excitation, as derivable from calculations according to (25) and (26), is greatest around and behind the critical point, see Part II.

The computation of  $X''(t_0)$  and  $Y''(t_0)$  in (31) can be performed at least for the case where the ray under consideration interacts only once with the interface generating the head wave. Without going into the details, the resulting amplitude-distance-law  $r^{-1/2}(r - r^*)^{-3/2}$  should be mentioned.

Formulas of the type (30), (31) and (32), respectively, have been derived by different authors, e.g. by HEELAN [1953], MALINOVSKAYA [1957], ZVOLINSKI [1957, 1958a, b], KNOPOFF and GILBERT [1959], SPENCER [1965b] and PODYAPOLSKII [1966]. A rather detailed derivation is given by BERRY and WEST [1966].

### Some details of the numerical methods

For numerical calculations two ALGOL-programs for the use on the IBM 7094 computer of the Deutsches Rechenzentrum Darmstadt have been written. Program WSOL is for solid layers, program WLIQ for liquid layers. Some remarks concerning the numerical methods included in these programs are listed in the following.

1. The functions  $X(\tau)$  and  $Y(\tau)$  are computed by the aid of the second version in (27).

2. A source parameter allows to choose the excitation by an explosive point-source at the depth  $d \geq 0$  in the first layer (for  $d = 0$  the influence of the interface  $z = 0$  is not taken into account) or by a vertical single force point-source in the free surface  $z = 0$  ( $d = 0$ ).

3. The seismic ray (and, possibly, all equivalent rays which pass the same layers, but in a different sequence, and have the same first arrival time  $t_0$  for all  $r$ ) is determined by the aid of the parameters  $p_k$  and  $g_k$  (for WSOL) and the parameters  $p_k$  (for WLIQ),

respectively, as defined in (28). From these data, the reflection and transmission coefficients included in  $P(u)$  are calculated. Furthermore, the functions  $G(u, \tau)$ ,  $I(u, \tau)$ ,  $E_1(u)$  and  $E_2(u)$  are computed from  $p_k$ ,  $g_k$  and from the coordinates  $r$  and  $z$  of the point of observation.

4. The integration with respect to  $u$  in (27) is performed by SIMPSON's rule for that portion of the integration path  $D$  running along the real axis, and by elementary summation according to the definition of the RIEMANN integral for that portion of  $D$  lying in the first quadrant. The main difficulty which arises in this connection is the determination of the zero  $u_1(\tau)$  of  $G(u, \tau)$  which is identical with the end point of path  $D$ . As already mentioned,  $u_1(\tau)$  is a special zero of the function  $f(u, \tau)$  defined in (15). As long as  $u_1(\tau)$  is real, it can be determined by NEWTON's method, see Fig. 8.  $u_0$  is, according to (16), the zero of  $\partial f/\partial u$  and may be computed by a bisection procedure. For  $\tau > t_2$ , a completely different method must be used. (15) has to be split up ( $u = x + iy$ ):

$$\tau + \operatorname{Re} f_1(u) = \tau + f_{11}(x, y) = 0 \quad (33)$$

$$\operatorname{Im} f_1(u) = f_{12}(x, y) = 0 \quad (34)$$

By (34), the curve  $y(x)$  is defined on which  $u_1(\tau)$  is moving for increasing  $\tau$ . Given a certain point of this curve, the corresponding value of  $\tau$  follows from (33). Because of the validity of the CAUCHY-RIEMANN differential equations for  $f_1(u)$ ,  $y(x)$  is a path of

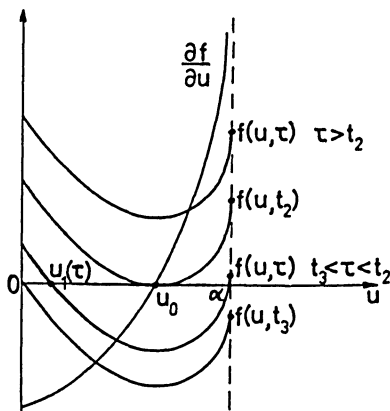


Fig. 8: The functions  $f(u, \tau)$  and  $\partial f/\partial u$  in the interval  $0 \leq u \leq \alpha$  ( $\alpha$ ,  $t_2$  and  $t_3$  are defined in (17) and (18), respectively).

Die Funktionen  $f(u, \tau)$  und  $\partial f/\partial u$  im Intervall  $0 \leq u \leq \alpha$  ( $\alpha$ ,  $t_2$  und  $t_3$  sind in (17) bzw. (18) definiert).

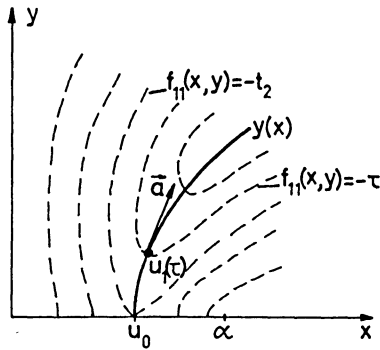


Fig. 9: The surface  $f_{11}(x, y)$ , indicated by its (dashed) contour lines, with the saddle point  $u_0$  and the path of steepest descent  $y(x)$ .

Die Fläche  $f_{11}(x, y)$ , angedeutet durch ihre Höhenlinien (gestrichelt), mit dem Sattelpunkt  $u_0$  und der Paßstraße  $y(x)$ .

steepest descent on the surface  $f_{11}(x, y)$ , starting from the saddle point  $u_0$ , and therefore it can be fixed by the aid of the tangential vector  $\vec{a} = -\text{grad } f_{11}(x, y)$ , see Fig. 9.

5. The excitation is determined by a certain function  $J(\vartheta)$  defined as follows:

$$J(\vartheta) = \frac{1}{\delta} \left[ 1 - \cos \delta \vartheta + \frac{1}{m^2} (\cos m \delta \vartheta - 1) \right] \text{ for } 0 \leq \vartheta \leq T$$

$$J(\vartheta) = 0 \text{ for } \vartheta < 0, \quad J(\vartheta) = J(T) \text{ for } \vartheta > T$$

$$N = 1, 2, 3, \dots \quad m = \frac{N+2}{N} \quad \delta = \frac{N\pi}{T}$$

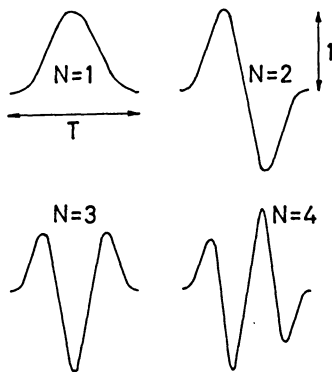


Fig. 10: The function  $J'(\vartheta)$ , suitably normalized, for different values of  $N$ .

Die auf eins normierte Funktion  $J'(\vartheta)$  für verschiedene Werte von  $N$ .

If the source is of the explosive type, then it is assumed that the excitation function  $F(\tau)$  is proportional to  $J(\tau)$ . If the source is a vertical single force, then the force  $K(t)$  is assumed to be proportional to  $J'(t)$ . In both cases, the far field terms, according to (30), of the displacements of the exciting  $P$  waves are proportional to  $J'(\vartheta)$  for all points inside first layer of the model. For the  $S$  wave radiated by the vertical single force, this is true inside the critical cone of the additionally existing head wave (see Part II). The function  $J'(\vartheta)$  is shown for  $N = 1, 2, 3, 4$  in Fig. 10. By varying  $N$  and  $T$ , many different pulses can be generated.

6. The functions  $F(\tau)$  and  $K(t)$  defined by  $J(\vartheta)$  satisfy (29), so in (25) and (26) only the integrals must be calculated. This is done by SIMPSON's rule.

### References

- BERRY, M. J., and G. F. WEST: Reflected and head wave amplitudes in a medium of several layers. In: The earth beneath the continents (Eds. J. S. Steinhart and T. J. Smith), p. 464 to 481, American Geophysical Union Monograph 10, Washington D.C., 1966.
- BORTFELD, R.: Reflection and refraction of spherical compressional waves at arbitrary plane interfaces. Geoph. Prospecting 10, p. 517—538, 1962.
- BORTFELD, R.: Examples of synthetic refraction arrivals and wide-angle reflections. Geoph. Prospecting 12, p. 100—114, 1964.
- BYCROFT, G. N.: Surface displacements due to an underground explosion. Bull. Seis. Soc. Am. 56, p. 877—888, 1966.
- CAGNIARD, L.: Reflection and refraction of progressive seismic waves. Translated and revised by E. A. Flinn and C. H. Dix, McGraw-Hill Book Comp., New York, 1962.
- ČERVENÝ, V.: The dynamic properties of reflected and head waves around the critical point. Travaux de l'Inst. Géophys. de l'Acad. Tchécosl. Sci. No. 221, Geofysikalni Sbornik, p. 135—246, 1965.
- ČERVENÝ, V.: Computation of wave fields in seismic models and real media. Studia geoph. et geod. 10, p. 259—269, 1966.
- EWING, M., W. JARDETZKY, and F. PRESS: Elastic waves in layered media. McGraw-Hill Book Comp., New York, 1957.
- GARVIN, W. W.: Exact transient solution of the buried line source problem. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, 234, p. 528—541, 1956.
- GILBERT, F., and S. J. LASTER: Excitation and propagation of pulses on a interface. Bull. Seis. Soc. Am. 52, p. 299—319, 1962.
- HELAN, P. A.: On the theory of head waves. Geophysics 18, p. 871—893, 1953.
- KNOPOFF, L., and F. GILBERT: First motion methods in theoretical seismology. Journ. Acoust. Soc. Am. 31, p. 1161—1168, 1959.

- LIGHTHILL, M. J.: Einführung in die Theorie der Fourier-Analyse und der verallgemeinerten Funktionen. Übersetzt von H. Holdgrün, Bibliogr. Inst., Mannheim, 1966.
- LOVE, A. E. H.: A treatise on the mathematical theory of elasticity. 4th ed., Dover Publications, New York, 1944.
- MALINOVSKAYA, I. N.: On the methodology of calculating the dynamic characteristics of seismic waves. Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR, Geoph. Ser., p. 426—439, 1957.
- PEKERIS, C. L., Z. ALTERMAN, F. ABRAMOVICI and H. JAROSCH: Propagation of a compressional pulse in a layered solid. Reviews of Geoph. 3, p. 25—47, 1965.
- PETRASHEN, G. I.: The work of the Leningrad school on seismic wave propagation. Reviews of Geoph. 3, p. 199—209, 1965.
- PODYAPOLSKII, G. S.: The propagation of elastic waves in a layered medium I, II. Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR, Geoph. Ser., p. 788—793, 913—919, 1959.
- PODYAPOLSKII, G. S.: A ray series expansion for reflected and transmitted waves. Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR, Earth Physics, p. 347—363, 1966.
- ROEVER, W. L., T. F. VINING, and E. STRICK: Propagation of elastic wave motion from an impulsive source along a fluid-solid interface I, II, III. Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A, 251, p. 455—523, 1959.
- SHERWOOD, J. W. C.: Transient sound propagation in a layered liquid medium. Journ. Acoust. Soc. Am. 32, p. 1673—1684, 1960.
- SPENCER, T. W.: The method of generalized reflection and transmission coefficients. Geophysics 25, p. 625—641, 1960.
- SPENCER, T. W.: Long-time response predicted by exact elastic ray theory. Geophysics 30, p. 363—368, 1965a.
- SPENCER, T. W.: Refraction along a layer. Geophysics 30, p. 369—388, 1965b.
- VICTOR, A. S., F. R. SPITZNOGLE, and E. G. McLEROY: Propagation at short ranges of elastic waves from an impulsive source in a shallow fluid overlying a layered elastic solid. Journ. Acoust. Soc. Am. 37, p. 894—898, 1965.
- ZVOLINSKI, N. V.: Reflected and head waves emerging at a plane interface of two elastic media I, II, III. Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR, Geoph. Ser., p. 1—21, 1957, p. 1—7, 1958a, p. 97—101, 1958b.



# A Method for Determining True Chargeabilities of Vertical Discontinuities and its Application to Some Types of Lead-Zinc Ores in Turkey

Von M. Y. DIZIOĞLU, Ankara<sup>1)</sup>

Eingegangen am 19. Mai 1967

*Summary:* A method was developed to calculate the true chargeabilities of conductive and chargeable vertical discontinuities of semi-infinite extent situated in an otherwise homogeneous medium, from apparent chargeability and resistivity curves using WENNER array. Formulae connecting apparent and true chargeabilities with resistivity ratios and electrode distances were developed and master curves were constructed.

Model surveys were carried out in a large tank, using lead-zinc ores from different mines in Turkey. For each type of ore, apparent chargeability and resistivity profiles were measured. Then applying the method developed, the true chargeabilities of the ores were calculated. These results were compared with those measured directly from the same samples.

The chargeabilities so obtained are discussed. It was found that galena ores from different locations, containing negligible amounts of pyrite, chalcopyrite or arsenopyrite produce chargeability values between the same limits of  $150 \times 10^{-3}$  and  $300 \times 10^{-3}$ . Sphalerite and cerussite ores do not give much larger chargeabilities than those of the common type of country rocks such as limestone and granite.

*Zusammenfassung:* Es wurde eine Methode entwickelt, um die tatsächliche Polarisations-suszeptibilität (Chargeabilität) von leitenden und polarisierbaren vertikalen Unstetigkeiten, mit einseitig unendlicher Ausdehnung in einem sonst homogenen Medium, durch die scheinbare Chargeabilität und die spezifischen Widerstandskurven mittels WENNER-Anordnung zu berechnen.

In einem großen Tank wurden an Blei-Zink-Erzen verschiedenér türkischer Gruben Modellmessungen durchgeführt. Für jede Erzart wurden scheinbare Chargeabilität und spezifische Widerstandsprofile gemessen. Dann wurden die tatsächlichen Chargeabilitäten der Erze mittels der entwickelten Methode berechnet. Diese Ergebnisse wurden mit denen, die an den gleichen Proben direkt gemessen wurden, verglichen.

Die so erhaltenen Chargeabilitäten werden erörtert. Es wurde festgestellt, daß Bleiglanzerze von verschiedenen Orten mit unbedeutenden Gehalten von Pyrit, Kupferkies und Arsenkies Chargeabilitätswerte innerhalb gleicher Grenzen von  $150 \times 10$  und  $300 \times 10$  ergeben. Zinkblende und Weißbleierz ergeben nur um wenig größere Chargeabilitäten als die der allgemein vorkommenden Nebengesteine Kalk und Granit.

---

<sup>1)</sup> Prof. Dr. M. Y. DIZIOĞLU, Chief Geophysicist, Mineral Research and Exploration Institute of Turkey.

## Introduction

The purpose of this paper is to develop a method for determining the true chargeability of vertical discontinuities of semi-infinite extent embedded in an otherwise homogeneous and more resistive medium having negligible chargeability.

In this text, the term "chargeability" is used in the sense given by SEIGEL (1959) as follows: If  $\vec{M}$  is the volume current moment strength due to the creation of current dipoles by the primary current density  $\vec{J}$ , then the factor ( $m$ ) in the equation  $\vec{M} = -m\vec{J}$  is called the "chargeability". It is a property of the medium and includes all polarization effects.

The vertical discontinuity is assumed to have a large conductivity and chargeability in order to simulate chargeable mineralisations occurring in steeply dipping faults or other dislocation zones. It was also assumed that WENNER array of electrodes would be used in order to measure the apparent chargeabilities and resistivities.

The formulae needed for such a geological set up and electrode configuration could not be encountered in the existing published papers on this subject. The most useful publication (SEIGEL 1959, Geophysics) on this subject deals with a two-layer problem.

In this paper, the vertical discontinuity problem is attempted and solved and a method of determining true chargeability of the discontinuity, is outlined. This method is then tested by small scale model experiments on models of different types of lead-zinc ores with known chargeabilities.

## Mathematical Formulation of Apparent Chargeability for a vertical Discontinuity in a Homogeneous Medium

SEIGEL (1959) formulated the dynamic dipolar representation and developed formulae connecting apparent and true resistivities with apparent and true chargeabilities, for heterogeneous media. The relationship is as follows

$$m_a = \sum_i m_i \partial \log \rho_a / \partial \log \rho_i, \quad (1)$$

where  $m_a$  and  $m_i$  are the apparent and true chargeabilities  $\rho_a$  and  $\rho_i$  are the apparent and true resistivities respectively.  $i$  indicates the medium concerned.

The apparent resistivity for a vertical discontinuity using WENNER electrode arrangement can be developed from the potential function  $V_1$  of a point current source situated on the first medium (O. LOGN 1954). See Fig. 1.

$$V_1 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[ \frac{1}{a} - \frac{1}{\rho_{12}(2x-a)} + \frac{1-\rho_{12}^2}{\rho_{12}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\rho_{12}^{2n}}{2x-a+2nb} \right], \quad (2)$$

where

$$\rho_{12} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$$





As a WENNER array is used

$$\rho_{\alpha} = 2\pi a \frac{\Delta V}{I}, \quad (3)$$

where  $\Delta V$  is the potential difference between the potential electrodes  $P_1$  and  $P_2$ , which can be determined by taking the difference of the potentials at  $P_1$  and  $P_2$  due to the source  $I$  and sink  $-I$  at  $c_1$  and  $c_2$  respectively.

If we develop formula (1) for 3 media ( $\rho, m, \rho_2 m_2, \rho_1 m_1$ )

$$m_a = m_1 \frac{\partial \log \rho_{\alpha}}{\partial \log \rho_1} + m_2 \frac{\partial \log \rho_{\alpha}}{\partial \log \rho_2} + m_1 \frac{\partial \log \rho_{\alpha}}{\partial \log \rho_1}$$

and using this relationship

$$\frac{\partial \log \rho_{\alpha}}{\partial \log \rho_1} + \frac{\partial \log \rho_{\alpha}}{\partial \log \rho_2} + \frac{\partial \log \rho_{\alpha}}{\partial \log \rho_1} = 1.$$

The following relation can be determined

$$\frac{m_a - m_1}{m_2 - m_1} = \frac{\partial \log \rho_{\alpha}}{\partial \log \rho_2}. \quad (4)$$

If  $\rho_{\alpha}$  is replaced, then

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log \rho_{\alpha}}{\partial \log \rho_2} \cdot \frac{\rho_{\alpha}}{\rho_1} = & 4 \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2} \left[ \frac{1}{\rho_{12}^2} \left( \frac{1}{2\frac{x}{a}-2} - \frac{1}{2\frac{x}{a}-1} + \frac{1}{2\frac{x}{a}-4} - \frac{1}{2\frac{x}{a}-5} \right) \right. \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \rho_{12}^{2n} \left( \frac{2n-1}{\rho_{12}^2} - (2n+1) \right) \left( \frac{1}{2\frac{x}{a}-2+2n\frac{b}{a}} - \frac{1}{2\frac{x}{a}-1+2n\frac{b}{a}} \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2\frac{x}{a}-4+2n\frac{b}{a}} - \frac{1}{2\frac{x}{a}-5+2n\frac{b}{a}} \right) \right]. \quad (5) \end{aligned}$$

It will be seen from (5) that

$$\frac{m_a - m_1}{m_2 - m_1} \cdot \frac{\rho_{\alpha}}{\rho_1}$$

is a function of

$$\frac{\rho_1}{\rho_2}, \frac{x}{a} \quad \text{and} \quad \frac{b}{a}.$$

It would not be feasible to construct master curves for the 3 variables, as it would be impossible, to show their variations on the same graph. Using fixed electrode separation array, the ratio  $b/a$  would remain constant for a particular geological configuration. This ratio can be adjusted at each survey locality, knowing the approximate thicknesses of the ore body occurrences.

In constructing the master curves this ratio was assumed to be  $1/3$ .

The variation of

$$\frac{m_a - m_1}{m_2 - m_1} \cdot \frac{\rho_a}{\rho_1} \quad \text{with} \quad \frac{x}{a}$$

for different ratios of  $\rho_1/\rho_2$  are shown in Fig. 1. These master curves were used in determining the true chargeabilities from apparent chargeability curves.

### Model experimental surveys for different types of lead-zinc ores and the calculation of their true chargeabilities

In order to illustrate the use of the master curves constructed and the determination of true chargeability of the vertical discontinuity from apparent chargeability and resistivity measurements using WENNER array, model experiments were carried out in a large tank filled with water. The vertical discontinuity was simulated by putting lead-zinc ores of different occurrences in Turkey, in the tank medium. The ores were cut in dyke-like shape of 2—4 cm in thickness and put in vertical position in the homogeneous medium as shown in Fig. 1. Their lateral length and depth were kept large compared with the electrode separation, in order not to have their end effects. The ratio  $b/a$  was also kept at  $1/3$ .

For each model, a profile was run perpendicular to the plane of the model, shifting the center of the electrode array after measuring the potential differences between the potential electrodes and the current passing through  $c_1$  and  $c_2$  at D.C and 10 C.P.S. frequency.

### Apparatus used

The apparatus used consisted of a variable low frequency oscillator (SIE, Model MB-1) giving current at  $f = 10$  C.P.S. and of an A.C. voltage measuring device. For voltage measurements, the receiver of the I.P. apparatus manufactured by MCPHAR Geophysical Ltd. Toronto was used. An oscilloscope (Solatron type CD 523 S2) was incorporated in the circuit to check whether oscillator functions properly (Fig. 2).

### Results of model experiments

The results obtained for each type of mineralisation are shown in Fig. 3, 4, 5, 6 and 7. For each model, an apparent chargeability and an apparent resistivity (D.C) curves are drawn. The apparent chargeabilities ( $m_a$ ) are calculated using the formula:

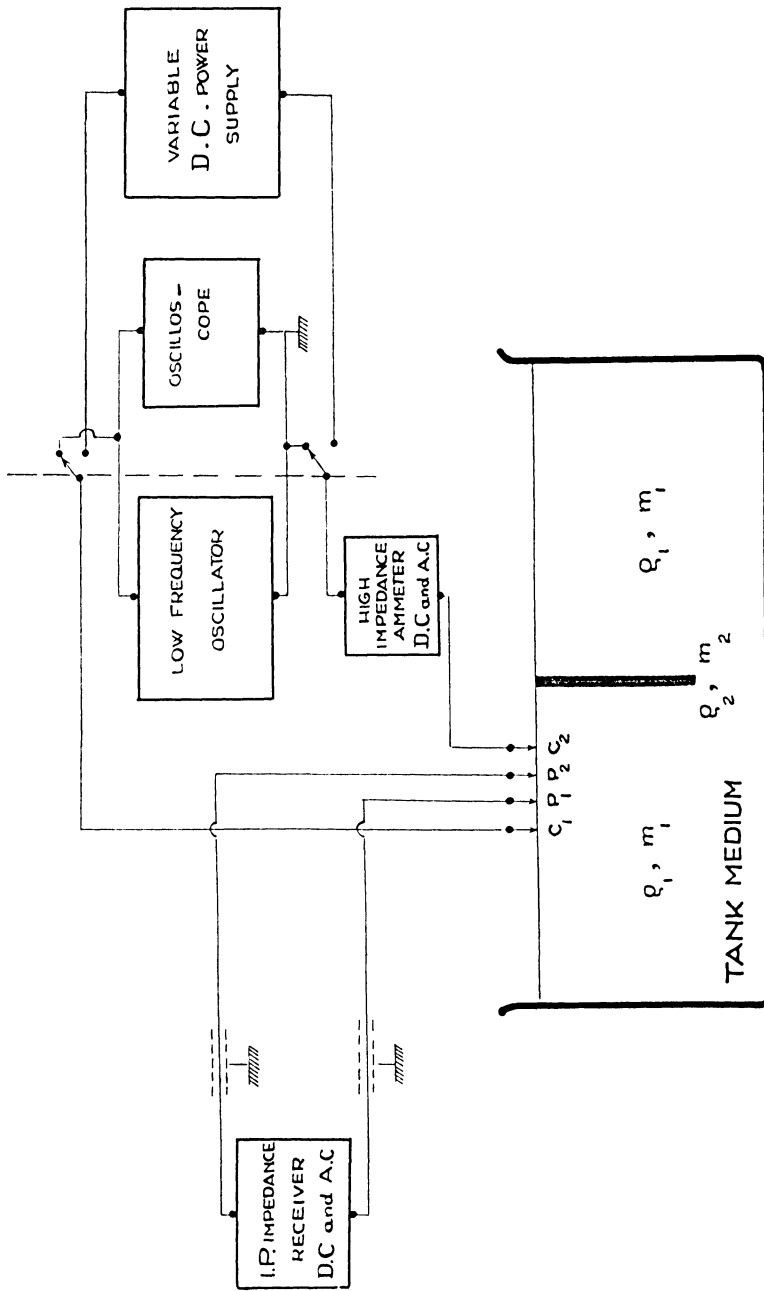


FIG. - 2 BLOCK DIAGRAM OF THE CIRCUIT USED FOR MODEL EXPERIMENTS.

$$m_a = \frac{\rho_{ac}}{\rho_{ac}} - 1,$$

where  $\rho_{ac}$  is the apparent resistivity at 10 C.P.S.

### Calculation of true chargeabilities and other parameters

From the apparent chargeability curve,  $m$ , can be determined as it is equal to the apparent chargeability at  $x = \infty$ . In practice, this corresponds to  $m_a$  where the apparent chargeability curve becomes parallel to the  $x$  axis. In the same way  $\rho$ , is the apparent resistivity at  $x = \infty$ , and can be read off from the  $(\rho_x, x)$  curve when  $x$  is large. Also for each  $x$ ,  $\rho_x$  can be read off from the apparent resistivity curve. The remaining, parameters  $\rho_2$  and  $m_2$  are found by curve fitting methods.  $\rho_2$  and  $m_2$  are given guessed values and using the master curves in Fig. 1.  $m_a$  is calculated for each value of  $x$ . These values are plotted and the curve obtained is compared with the field  $(m_a, x)$  curve. If they coincide, the assumed values would be the right ones.

The parameters determined in this way are shown for each experimental survey in Figs. 3, 4, 5, 6, 7 and 8. The chargeabilities calculated from model surveys and those measured from samples are also listed in List 1, for comparison purposes.

### Discussion of chargeabilities of different ores

1. It will be seen from the List 1, that the chargeabilities of massif lead-zinc ores are of the same order, if they do not contain pyrite, chalcopyrite and arsenopyrite. It varies approximately between the limits of  $150 \times 10^{-3}$  and  $300 \times 10^{-3}$ .

2. The highest value was obtained from the ore of Işıkdag (Kızılcahamam). This is probable due to the existence of arsenopyrite and jamestonite in the ore.

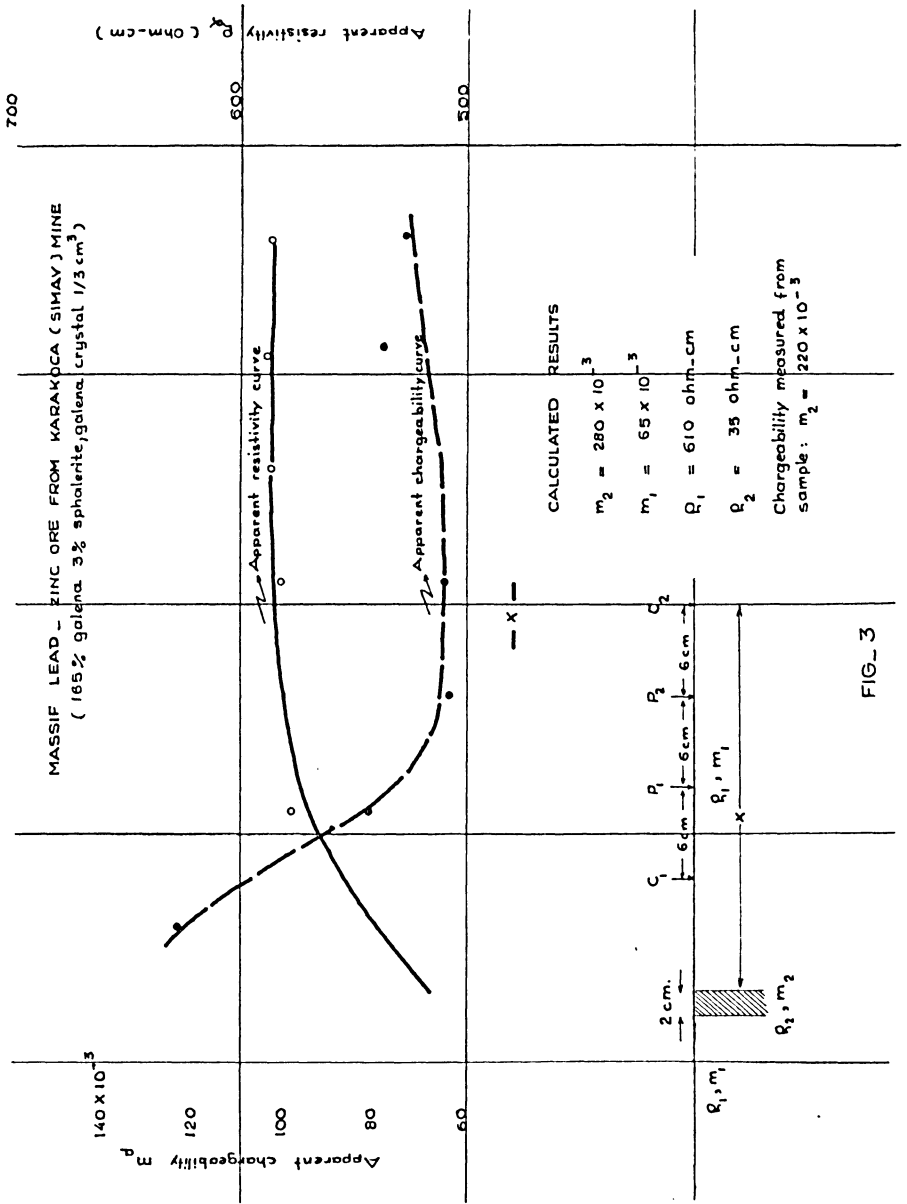
3. The mineralisation from Kalkım (Edremit) containing large amounts of sphalerite and small amount of galena, does not produce high chargeability. It is probably that sphalerite ores would not give chargeabilities larger than half for the corresponding ore containing the same percentage of galena instead of sphalerite and negligible amount of sphalerite.

4. Cerussite does not have chargeabilities above the background of most of the country rocks such as limestone and granite.



Table 1: Comparison of chargeabilities of some types of lead-zinc mineralisations in Turkey.

Locality	Type of mineralisation	Chargeabilities calculated from model surveys ( $m_2$ )	Chargeabilities measured from samples
Karakoca (Simav)	Massif lead-zinc ore. 65% galena, 3% sphalerite, galena crystals $\frac{1}{2}$ cm <sup>3</sup> .	$280 \times 10^{-3}$ ( $\rho_2 = 35 \Omega\text{-cm}$ )	$220 \times 10^{-3}$
Karakoca (Simav)	Complex lead-zinc-Pyrite chalcopyrite ore. 62% galena, 4% sphalerite 12% pyrite, $2\frac{1}{2}$ % chalcopyrite.	$187 \times 10^{-3}$ ( $\rho_2 = 25 \Omega\text{-cm}$ )	$169 \times 10^{-3}$
Kaleköy (Develi-Kayseri)	Massif lead-zinc ore. 61% galena, 13% sphalerite, some pyrite.	$230 \times 10^{-3}$ ( $\rho_2 = 32 \Omega\text{-cm}$ )	$212 \times 10^{-3}$
Havadan (Develi-Kayseri)	Cerussite ore containing specks of disseminated galena.	$82 \times 10^{-3}$ ( $\rho_2 = 160000 \Omega\text{-cm}$ )	$50 \times 10^{-3}$
Işıkdag (Kızılcahamam)	Complex lead-zinc-jamesonite-arsenopyrite ore. 9% galena, 6% sphalerite, 10% jamesonite, 18% arsenopyrite.	$420 \times 10^{-3}$ ( $\rho_2 = 90 \Omega\text{-cm}$ )	$341 \times 10^{-3}$
Kalkım (Edremit)	Lead-zinc ore. 15% sphalerite, 2% galena in marble.	$100 \times 10^{-3}$ ( $\rho_2 = 215700 \Omega\text{-cm}$ )	$80 \times 10^{-3}$



FIG\_3

COMPLEX LEAD-ZINC-PYRITE-CHALCOPYRITE ORE FROM  
KARAKOCA (SINAV) MINE  
(62% Galena, 4% Sphalerite, 12% Pyrite, 2.1/2% Chalcopyrite)

$120 \times 10^{-3}$

Apparent chargeability  $m_a$

100

80

60

40

700

600

500

Apparent resistivity

500 cm.

49

45

41

37

33

29

25

21

17

Apparent resistivity curve

Apparent chargeability curve

CALCULATED RESULT :

$$m_2 = 187 \times 10^{-3}$$

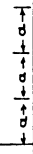
$$m_1 = 45 \times 10^{-3}$$

$$\rho_1 = 610 \text{ ohm-cm.}$$

$$\rho_2 = 25 \text{ ohm-cm}$$

Chargeability measured from  
sample :  $m_2 = 168 \times 10^{-3}$

$a = 6 \text{ cm}$

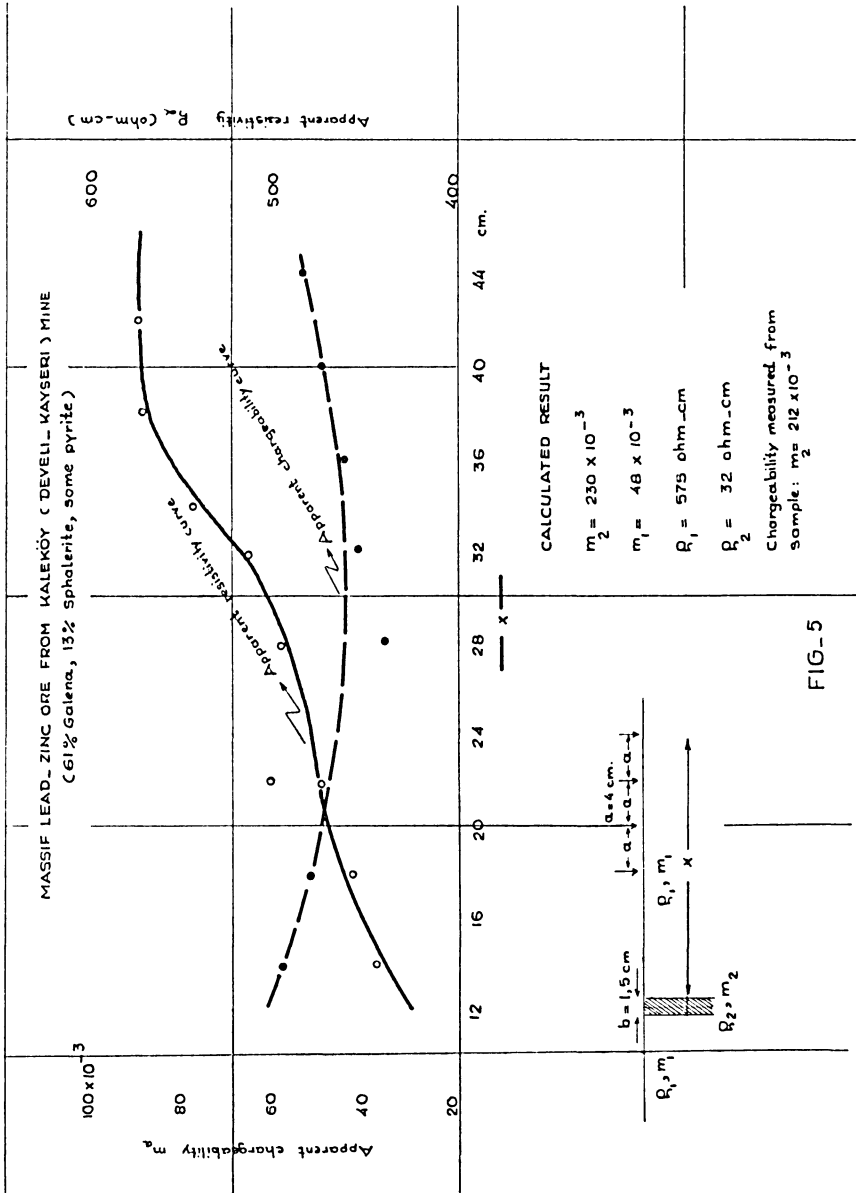


$b = 2 \text{ cm}$



FIG-4





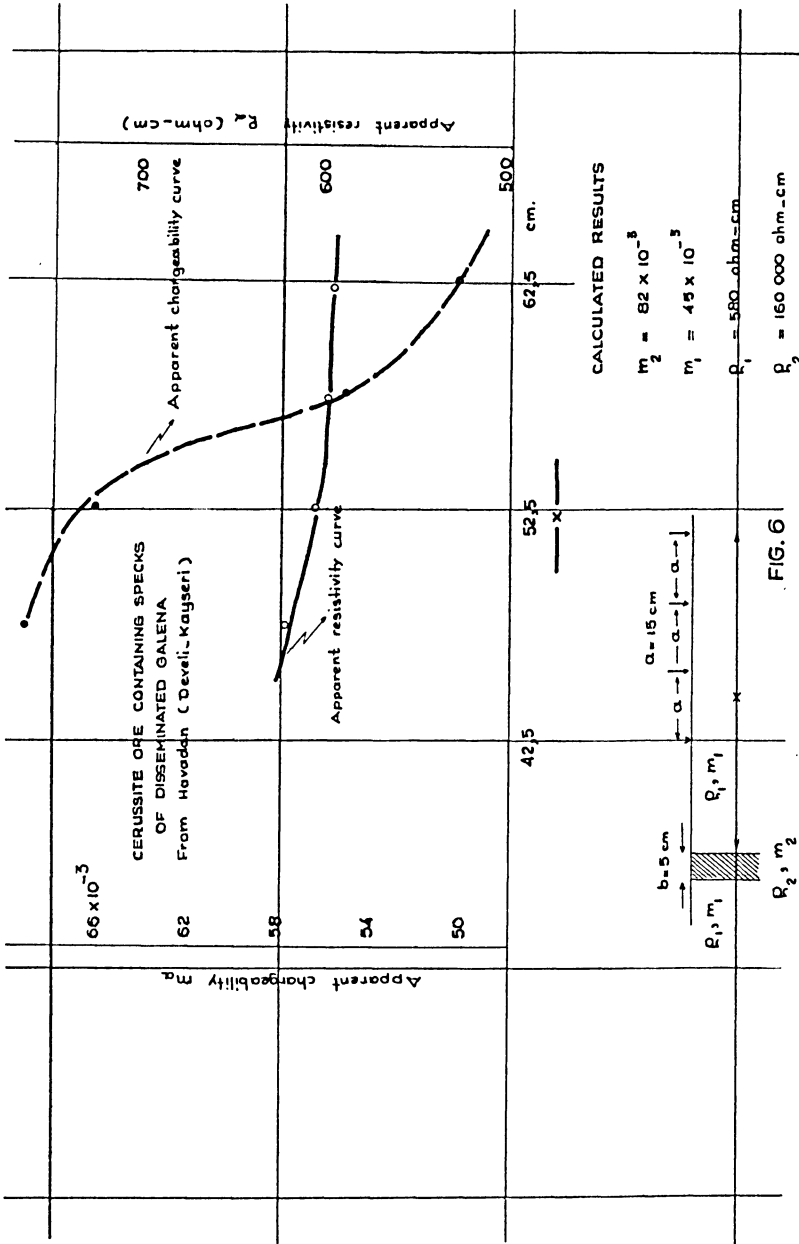


FIG. 6

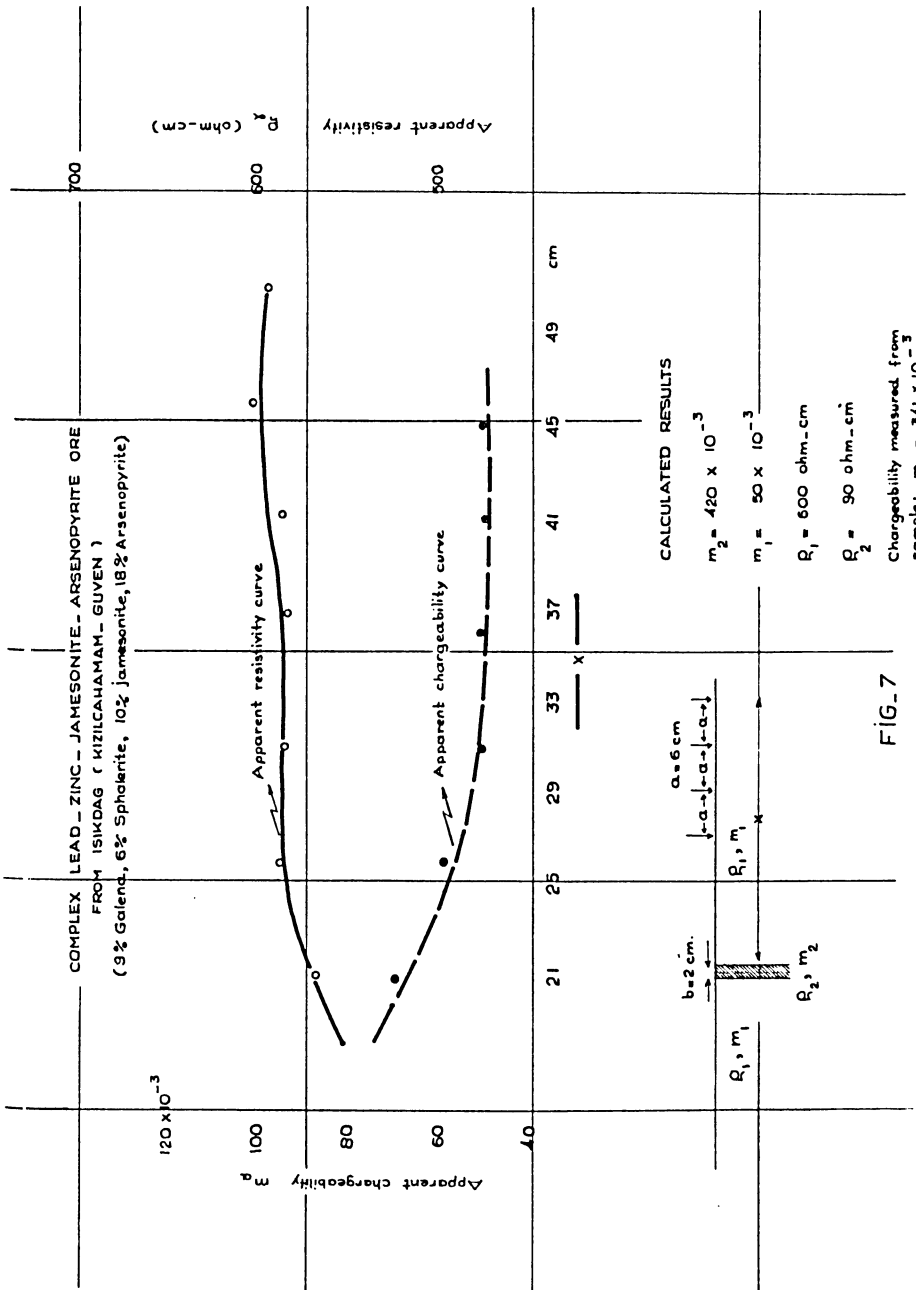


FIG. 7

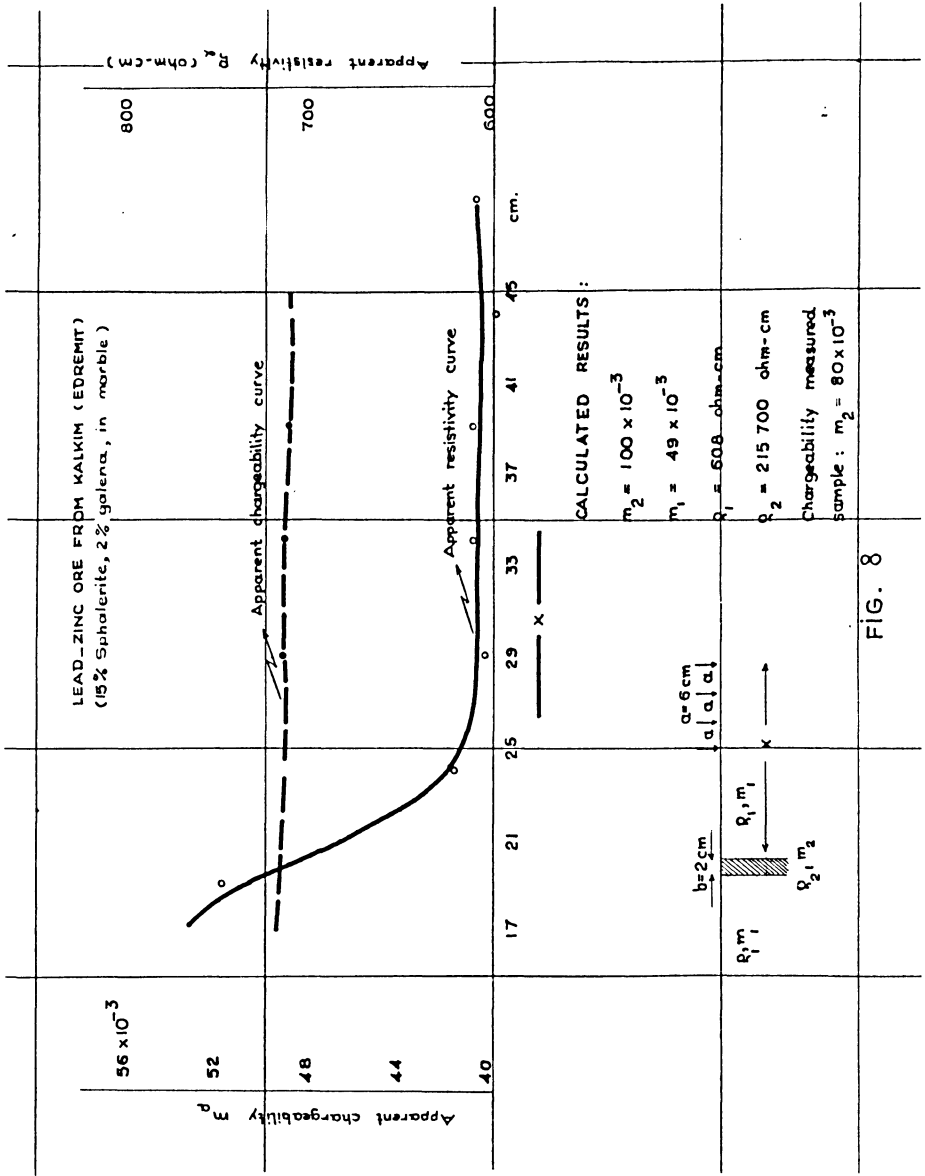


FIG. 8

## Acknowledgement

The model experiments and all the measurements were carried out in the Geophysical Laboratories of the Mineral Research and Exploration Institute of Turkey (M.T.A.).

The writer would like to thank the administration of MTA for giving permission to publish this paper.

The writer is also indebted to the geophysicists Mr. S. KAVLAKOĞLU for developing some derivatives, Mr. A. GÖKİŞİK for carrying out the measurements, Mr. R. ÖZAKÇAY and Miss G. ÖZDEMİR for helping to calculate master curves.

## References

- LOGN, O.: Mapping nearly vertical discontinuities by earth resistivities. *Geophysics* 29, 739—760, 1954.
- SEIGEL, H. O.: Mathematical formulation and type curves for induced polarisation. *Geophysics* 24, 547—565, 1959.

## Bibliography

- FRISCHE, R. H., and H. VON BUTTLAR: A theoretical study of induced electric polarisation. *Geophysics* 22, 688—706, 1957.
- HALLOF, P. G.: A comparison of the various parameters employed in the variable frequency induced polarisation method. *Geophysics* 29, 425—433, 1964.
- HENKEL, J. H.: Some theoretical considerations on induced polarisation. *Geophysics* 23, 739—760, 1958.
- MARSHALL, D. J., and T. R. MADDEN: Induced polarisation. A study of its causes. *Geophysics* 24, 790—816, 1959.



# Veränderungen der magnetischen Eigenschaften von Basaltsäulen seit dem Tertiär

Von G. ZECH, München<sup>1)</sup>

Eingegangen am 12. Dezember 1967

*Zusammenfassung:* Es ist versucht worden, für die magnetischen Eigenschaften aus der jetzigen Verteilung in Basaltsäulen ihre zeitliche Entwicklung und deren Ursachen zu finden. Dazu wurden *tertiäre* Basaltsäulen aus der Göttinger Umgebung und *rezente* Basaltsäulen aus Island benutzt. Übereinstimmend für alle Säulen wurde eine von außen nach innen fortschreitende Veränderung der magnetischen Eigenschaften festgestellt. Zwischen Rand und Mitte treten bei den tertiären Säulen wesentlich größere Unterschiede auf als bei den rezenten.

Aus den Untersuchungen wird darauf geschlossen, daß durch einen Oxydationsprozeß von außen her im Verlaufe geologischer Zeiten die magnetischen Eigenschaften verändert werden. Dabei nimmt die CURIEtemperatur zu und die Sättigungsmagnetisierung ab; zugleich wird eine größere Inhomogenität in der chemischen Zusammensetzung und in der Kristallstruktur herbeigeführt, was mit einem Anwachsen der Koerzitivkraft verbunden ist. Durch diesen chemischen Prozeß wird auch eine Verringerung des Betrages der Remanenz verursacht, deren Richtung erhalten bleibt.

*Summary:* It has been tried to get some idea about the development of magnetic properties and its causes by the aid of their to-day's distribution in basalt columns. To investigate this tertiary basalt columns from Göttingen surroundings and recent basalt columns from Iceland have been chosen. As a result for all columns a change of magnetic properties was found which began at the margin. The differences between margin and centre are much greater in tertiary columns than in recent ones.

The following interpretation finally results: The magnetic properties have been changed by an oxidation process during geological time. Thereby the CURIE temperature increases and the saturation magnetization decreases; the process results in a greater inhomogeneity of chemical composition and crystal structure, and is connected with an increase of the coercive force. The oxidation also causes a decrease of the natural remanence, the direction of which remains unaltered.

## 1. Zur Problemstellung

Träger der magnetischen Eigenschaften von Basalt sind hauptsächlich (hier ausschließlich) Titanomagnetite. Sie sind im Basalt in Form von Erzkörnern mit einer Größe von ca. 5—100  $\mu$  enthalten. Die Titanomagnetite gehören der Mischreihe  $\text{Fe}_2\text{TiO}_4$ — $\text{Fe}_3\text{O}_4$  an oder sind aus ihr durch Oxydation entstanden.

---

<sup>1)</sup> Dr. GERHARD ZECH, 8 München 90, Langbürgererstr. 17.

Eine Veränderung der magnetischen Eigenschaften wird möglicherweise durch sehr langsame, Jahrmillionen dauernde chemisch/kristallographische oder physikalische Prozesse verursacht. Will man derartige Prozesse im Labor nachahmen, so muß ihre Geschwindigkeit durch Steigerung der Temperatur erhöht werden. Jedoch die CURIE-Temperatur hat bei vielen Basalten den niedrigen Wert von ca. 150°C; bei Überschreiten dieser Temperatur verschwinden die ferrimagnetischen Eigenschaften. Es ist plausibel, daß deshalb in Laborversuchen die natürlichen Prozesse mit zu geringer Ähnlichkeit nachgeahmt werden können, als daß direkte Schlüsse aus Experimenten auf den Ablauf in der Natur möglich wären.

Durch Abkühlungsspannungen verursacht liegt Basalt häufig in der Form von Säulen mit fünf- bis sechseckigem Querschnitt vor. Es wurde vermutet, daß Veränderungen in der Basaltsäule je nach ihrer Ursache die magnetischen Eigenschaften in verschiedenen Teilen der Basaltsäule in verschiedenem Maße betreffen können. Aus der Verteilung von Veränderungen kann eventuell auf deren Ursache zurückgeschlossen werden. Die Untersuchung tertiärer Basaltsäulen ließ auf Oxydation im Laufe geologischer Zeiten schließen; deshalb wurde ein Vergleich mit möglichst jungen Basaltsäulen (aus Island) durchgeführt.

Die erste Vermutung, daß Oxydation eine Veränderung der magnetischen Eigenschaften herbeiführen könnte, ergab sich aus der Beobachtung, daß die tertiären Basaltsäulen am Rande bis einige cm ins Innere dunkel verfärbt sind. Dieser bräunliche Saum ist zwar auf die Verwitterung der Olivine zurückzuführen, während die Titanomagnetite unter dem Ezmikroskop noch „einen frischen Eindruck machen“. Magnetische Messungen und chemische Analysen ergaben jedoch, daß auch bei den Titanomagnetiten Veränderungen vorliegen, allerdings unter Beibehalt des Kristallgitters.

## 2. Ergebnisse magnetischer Messungen

### Überblick

Zur Herstellung von Proben wurde zunächst eine Platte von ca. 3 cm Dicke senkrecht zur Achse aus einer Basaltsäule herausgesägt; die Platte wurde weiter in würfelförmige Proben von etwa 3 cm Kantenlänge zerteilt.

In der Tabelle 1 sind die wesentlichen Eigenschaften für die zwei tertiären Basaltsäulen aus der Göttinger Umgebung und für die neun rezenten Basaltsäulen aus Island zusammengestellt; bei Eigenschaften, die innerhalb der Basaltsäule variieren, handelt es sich um Mittelwerte. In der Tabelle 2 werden die Werte von Remanenz, Koerzitivkraft und Sättigungsmagnetisierung am Rande der Basaltsäulen mit den entsprechenden Werten in der Mitte verglichen; dabei sind diese Werte jeweils Mittelwerte von Proben aus dem Rande und dem Innern der Basaltsäulen. Zu ihrer Gewinnung wird ein Säulenquerschnitt in mehrere Zonen eingeteilt, deren äußere dem Verlauf des Randes angepaßt ist (s. Abb. 1). Die Zweckmäßigkeit dieser Einteilung konnte aus den Einzelergebnissen erkannt werden.



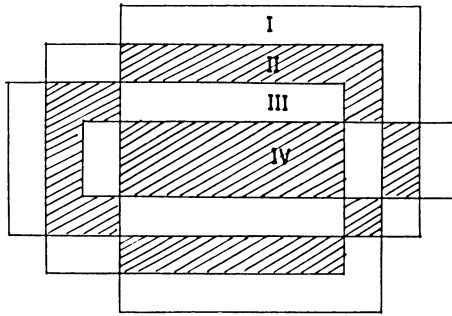


Abb. 1: Zoneneinteilung zur Berechnung von Mittelwerten der Meßergebnisse für den Rand und die Mitte der Basaltsäule.

Division into zones for computing mean values of the measurement results from the margin and the centre of the basalt column.

### Natürliche Remanenz (NRM)

Die NRM der tertiären Basaltsäulen ist am Rande wesentlich kleiner als in der Mitte; die Remanenz der rezenten Basalte ist dagegen am Säulenrande etwas größer. Die Richtung der Magnetisierung unterscheidet sich bei allen Säulen innerhalb eines Querschnitts nur wenig; der Winkel zwischen den mittleren Richtungen der Magnetisierung am Rande und in der Mitte der Basaltsäule beträgt höchstens  $2^\circ$ . Abb. 2 und 3 zeigen Einzelergebnisse.

### Sättigungsmagnetisierung ( $I_s$ )

Die Abweichungen vom Mittelwert des Säulenquerschnitts haben bei einer Probe für NRM und  $I_s$  im allgemeinen gleiches Vorzeichen; allerdings sind bei den tertiären Säulen die relativen Abweichungen für die NRM ca. dreimal so groß wie für die  $I_s$ . Nur bei der Säule vom Godafoss (Island) weichen NRM und  $I_s$  in verschiedener Weise vom Mittelwert ab. Eine stärkere Remanenz entspricht hier ausnahmsweise einer schwächeren Sättigung am Säulenrande. Abb. 4–7 zeigen Einzelergebnisse.

### Koerzitivkraft

Die Koerzitivkraft ist in den tertiären und rezenten Basaltsäulen am Rande höher als in der Mitte, mit Ausnahme der Säule von Ellidaar (Island). Bei den tertiären Basalten ergeben sich hier ebenfalls größere Unterschiede als bei den rezenten. Abb. 8 zeigt ein Beispiel.

Tabelle 1: Übersicht über die magnetischen Eigenschaften der Basaltsäulen.

Alter	Erzgehalt in %	Remanenz <sup>1)</sup>	Koerzitivkraft bzw. Suszeptibilität	Sättigung <sup>1)</sup>	Sättigung <sup>2)</sup>	$I_r/I_s^{(3)}$
Grefenburg	2,8	$300 \cdot 10^{-5}$ G	$10^{-3}$ Susz.	2,5 G	$15 \text{ Gcm}^3/\text{g}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$
Steinberg/M.	6,6	200		2	5	1
Skeljafell	3	—	60 Oe	2	10	—
Dettifoss	4,4	1500	$0,2 \cdot 10^{-3}$ Susz.	2	7	7,5
Ellidaar	2,5	750	70 Oe	1	7	7,5
Godafoss	2,1	1300	90 Oe	6	50	2
Rauda	2,4	1000		1	7	10
Skeljafell	3,3	500	80 Oe	2	10	2,5
Djorsar	4,4	1700	$10^{-2}$ Susz.	2	7	8,5
Holmur A	1,5	1100		2	20	5,5
Holmur B		800		2		4

<sup>1)</sup> auf das Gestein bezogen; <sup>2)</sup> auf das Erz bezogen; <sup>3)</sup> Remanenz/Sättigung.

Tabelle 2: Übersicht über die Unterschiede der magnetischen Eigenschaften zwischen Rand und Mitte der Basaltsäulen.

Alter	Remanenz-Rand Remanenz-Mitte	Koerzitivkraft-Rand		Sättigung-Rand		NRM-Richtungsdifferenz Rand-Mitte
		$\bar{F}_r$	$\bar{F}_m$	Sättigung-Rand	Sättigung-Mitte	
Grefenburg	49%			85%		1° <sup>2)</sup>
Steinberg	60		135%	86		1°
Skeljafell	—		160 <sup>1)</sup>	108		—
Dettifoss	119		110 <sup>1)</sup>	101,5		1°
Ellidaar	106		94 <sup>3)</sup>	106 <sup>1)</sup>		1,5°
Godafoss	108		106	86		0°
Rauda	106		102	100		1°
Skeljafell rez.	116		—	101		0° <sup>2)</sup>
Djorsar	103		112	104		1°
Holmur A	106		102 <sup>3)</sup>	100		1°
Holmur B	106		—	102		2°

<sup>1)</sup> Einzelmessung; <sup>2)</sup> nach Abmagnetisierung von viskoser Magnetisierung; <sup>3)</sup> aus der Suszeptibilität nach der Faustformel  $H_c = k \frac{I_s}{N}$  berechnet,  $k$  ist eine Konstante.



	78	84	87	84	83	80	80	81	60			
63	93	93	97	93	92	85	79	91	91	76		
87	88	92	95	93	85	87	90	90	87	93	72	
93	91	95	100	91	84	99	94	93	91	88	89	
90	95	97	94	89	93	95	96	84	91	97		
82	94	98	93	94	90	94	96	80	92	92	90	55
	98	97	96	96	96	93	94	88	79	91	93	
	87	98	96	93	96	95	88	91	87	85	63	
		73	75	73	72	78	78	81	69			

Abb. 4: Steinberg, Sättigungsmagnetisierung bei 20 °C in % des Maximalwertes.  
Steinberg, saturation magnetization at 20 °C in % of the maximal value.

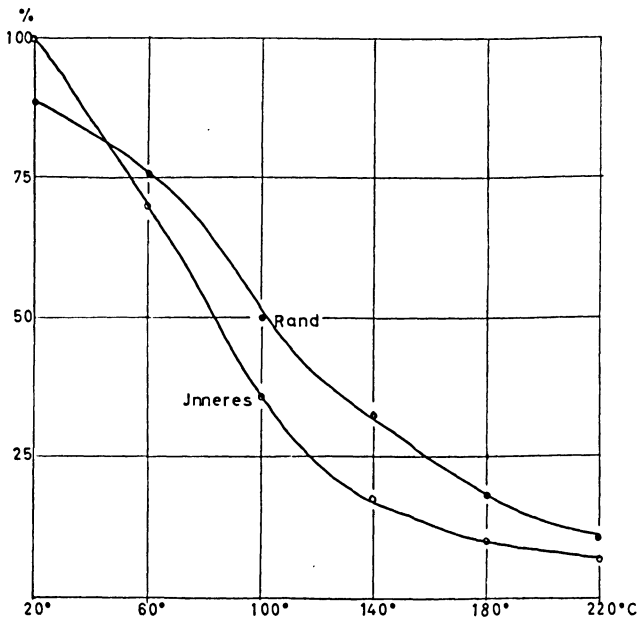


Abb. 5: Steinberg, Sättigungsmagnetisierung in Abhängigkeit von der Temperatur.  
Steinberg, saturation magnetization as function of temperature.

		66	67	67	64	65	68		
		61	60	61	60	60	60	62	
66	64	64	63	64	62	64			
66	65	64	64 <sup>*)</sup>	62	64	66			
	66	69	66	64	64	65			
	66	66	66	65	67				
		70	66	67					
			74 <sup>*)</sup>	79					

Abb. 6: Djorsar, Sättigungsmagnetisierung, Einheit  $\approx 0,03$  G.

\*) Diese Proben wurden für Abb. 7 benutzt.

Djorsar, saturation magnetization, standard  $\approx 0,03$  G.

\*) These samples were taken for Fig. 7.

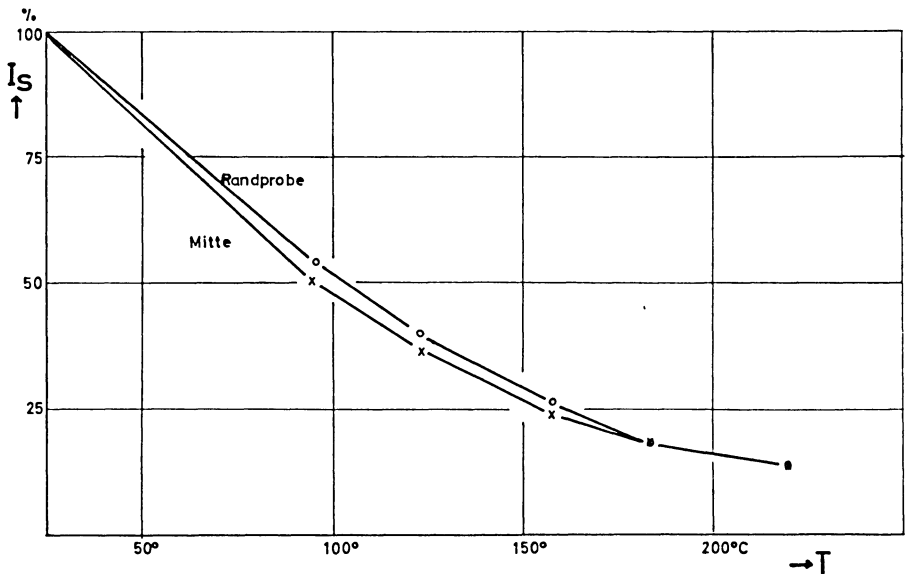


Abb. 7: Djorsar, Sättigungsmagnetisierung in Abhängigkeit von der Temperatur (Normierung auf denselben Anfangswert).

Djorsar, saturation magnetization as function of temperature (normalized to the same initial value).

		86	84	88	85	88	84
		79	82	81	77	80	88
89	81	79	77	77	81	86	
88	80	73	78	80	82	94	
	100	73	80	75	79	89	
	94	88	83	86	91		
		89	87	87			
			92	96			

Abb. 8: Djorsar, Koerzitivkraft (Einheit  $\approx 1$  Oe).

Djorsar, coercivity (standard  $\approx 1$  Oe).

### CURIEtemperatur

Die CURIEtemperatur beträgt für alle Basalte ca. 150 bis 200°C, mit Ausnahme der Säule vom Godafoss (Island), die auch sonst abweichende Eigenschaften aufweist. In den tertiären Basaltsäulen sind die CURIEtemperaturen am Rande deutlich höher (s. Abb. 5). In den rezenten Basaltsäulen sind zum Teil die CURIEtemperaturen am Rande zwar ebenfalls etwas höher (s. Abb. 7), in anderen Fällen sind jedoch keine Unterschiede gegenüber der Säulenmitte feststellbar.

### 3. Zusammenstellung von Ergebnissen im Hinblick auf chemische Untersuchungen

Da die Unterschiede der magnetischen Eigenschaften einen Zusammenhang mit dem Abstand der Probe vom Säulenrand zeigen, können sie frühestens bei der Bildung der Säulen entstanden sein. In vielen Fällen weist lediglich der Säulenrand Veränderungen auf (s. Abb. 4 und 8). In einigen Fällen unterscheidet sich lediglich ein Stück des Säulenrandes vom übrigen Säulenquerschnitt in seinen magnetischen Eigenschaften (s. Abb. 3 und 6). Auch wenn die Veränderungen der magnetischen Eigenschaften auf alle Teile des Randes verteilt sind, ergeben sich doch größere Schwankungen bei

69	61	63	65				
68	53	61	59	60	59		
70	56	58	59	58	60	63	66
68	56	62	60	60	57	60	60
69	60	59	59	58	59	65	66
67	59	63	60	60	68	64	66
74	60	61	64	64	73	62	64
71	58	60	60	63	70	62	
	69	64	61	61	70	58	
		67	56	62	62	65	
			67	61			

Abb. 9: Koerzitivkraft für Basaltsäule vom Skeljafell/Island, Einheit 1 Oe. Die markierten Proben weisen Risse auf.

Coercivity for basalt column from Skeljafell/Iceland, standard 1 Oe. The labeled samples have crevices.

den Proben vom Rande als bei denen aus der Mitte. Säulenquerschnitte, in denen Risse enthalten sind, die in situ mit dem Außenraum verbunden waren, haben an diesen Stellen ähnliche Eigenschaften wie am Rande (s. Abb. 2 und 9).

Nach den zusammengestellten Ergebnissen gehen die Veränderungen der magnetischen Eigenschaften von der Säulenoberfläche aus. Als Ursache käme also ein vom Säulenrand nach innen fortschreitender chemischer Prozeß in Frage; die Messungen von CURIEtemperatur und Sättigungsmagnetisierung zeigen (deutlich bei den tertiären Basalten) chemische Unterschiede zwischen den Titanomagnetiten vom Rande und von der Mitte der Basaltsäule an.

## 4. Chemische und kristallographische Untersuchungen

### 4.1 Magnetisches Trennverfahren und chemische Analyse

Für chemische Analysen und DEBYE-SCHERRER-Aufnahmen wurde Gestein der Basaltsäule vom Steinberg/Meensen (bei Göttingen) verwendet, und zwar insgesamt ca. 2000 g Basalt. Es wurden jeweils Proben aus der Säulenmitte und Schnittreste vom Säulenrande zu Pulver (Korngröße ca. 50  $\mu$ ) zermahlen. Aus einer Aufschlemmung in Wasser wurden die Titanomagnetite mit Hilfe eines Elektromagneten abgetrennt. Von der so gewonnenen Substanz wurden mit einem Goniometer DEBYE-SCHERRER-Aufnahmen angefertigt. Danach wurde das Trennverfahren wiederholt, um die Reinheit der Titanomagnetite zu verbessern. Eine anschließende Goniometer-Registrierung ergab keine Veränderung der Reflexionswinkel. Nach dieser zweiten Anwendung des Trennverfahrens zeigte der stärker verunreinigte Rest auch unter dem Mikroskop eine große Ähnlichkeit mit der gereinigten Substanz; deshalb wurde diese dann ohne weitere Vorbehandlung zur chemischen Analyse benutzt.

Für den Vergleich der Titanomagnetite vom Säulenrand und von der Säulenmitte war es wichtig, das Zermahlen und das Trennverfahren jeweils in möglichst gleicher Weise durchzuführen. Damit wurde unter anderem erreicht, daß die unvermeidbare Verunreinigung durch Silikate in beiden Fällen gleich hoch war, was sich daran zeigt, daß bei der chemischen Analyse die in Salzsäure aufgelösten Fe-Ionen jeweils einen Gewichtsanteil von 45,5 beziehungsweise 46,3% der Analysesubstanz darstellten (s. Tabelle 3). Auf Grund der Färbung der Restsubstanz konnte der Anteil des nicht aufgelösten Eisens (an der Gesamtsubstanz) auf maximal 1 bis 2% geschätzt werden; dieser Anteil war in der Mitte der Basaltsäule größer als am Rande.

Tabelle 3: Chemische Zusammensetzung des Erzes vom Steinberg/Meensen (bei Göttingen) (in Gew.%)

	Säulenmitte	Säulenrand
a) aus chemischer Analyse des salzsäurelöslichen Eisens:	28,7% Fe <sup>2+</sup> 16,8% Fe <sup>3+</sup>	23,8% Fe <sup>2+</sup> 22,5% Fe <sup>3+</sup>
b) Abschätzung des unlöslichen Eisens aus der Färbung des Restes	ca. 1—2% Fe	
c) Abschätzung des Titangehaltes aus Gitterabstand, CURIEpunkt und Sättigung	16% Ti	16% Ti
d) Sauerstoff zu a) bis c)	26,2% O	26,9% O

Silikate als Verwachsungen bringen mit ca. 10% die Ergänzung auf 100%.



AKIMOTO (1957) hat in Diagrammen Sättigungsmagnetisierung, CURIEtemperatur und Gitterabstand für Titanomagnetite und oxydierte Titanomagnetite in Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung dargestellt. Mit der CURIEtemperatur aus Abb. 5, dem Gitterabstand aus Abschnitt 4.2, der Sättigungsmagnetisierung aus Tabelle 1 und den Diagrammen von AKIMOTO konnte das Gewichtsverhältnis Eisen/Titan auf 74/26 geschätzt werden (ungefähr zwischen 72/28 und 77/23).

#### **4.2 DEBYE-SCHERRER-Aufnahmen, erzmikroskopische Beobachtungen und Untersuchungen mit dem Elektronenmikroskop**

Nach den DEBYE-SCHERRER-Aufnahmen ist der Gitterabstand der Titanomagnetite am Säulenrand (8,444 AE) kleiner als in der Säulenmitte (8,487 AE). Alle Goniometer-Registrierungen sowie eine zur Kontrolle angefertigte photographische Aufnahme weisen nur Titanomagnetit-Reflexe auf. Für die Titanomagnetite vom Säulenrand ergibt sich eine größere Linienbreite. Daraus ist auf eine größere Inhomogenität des Kristallaufbaus zu schließen; Inhomogenität in der chemischen Zusammensetzung, Fehler im Kristallgitter und mechanische Verspannungen können dafür die Ursache sein.

Durch Beobachtungen mit dem Erzmikroskop wurde gefunden, daß die ferri-magnetischen Körner mit einem mittleren Durchmesser von ca. 50  $\mu$  lediglich aus Titanomagnetit bestanden, soweit es jedenfalls mit dieser Methode festgestellt werden kann. Untersuchungen mit dem Elektronenmikroskop nach verschieden starker Ätzung von Anschliffen zeigten keine Titanohämatite für die verwendeten tertiären Basalte an. Auf Grund dieser Untersuchungen mit drei verschiedenen Methoden kann als sicher angenommen werden, daß keine Titanohämatite im Erz vorhanden sind (vgl. auch 6.1).

#### **5. Vergleich mit Ergebnissen anderer Autoren**

Wie es nach den Diagrammen von AKIMOTO (1957) zu erwarten war, ist für die stärker oxydierten Proben vom Säulenrande die CURIEtemperatur höher und der Gitterabstand geringer als in der Säulenmitte. Nach AKIMOTO sollte am stärker oxydierten Säulenrand die Sättigungsmagnetisierung größer sein. Das trifft jedoch nur für rezente Säulen zu, nicht aber für die tertiären. Den eigenen Ergebnissen entsprechen Untersuchungen von SCHULT (1965) insofern, als sich dabei in einem Basaltvorkommen jeweils mit steigender Koerzitivkraft  $H_c$  (als qualitatives Maß für die Oxidation) im allgemeinen eine Verringerung der Sättigungsmagnetisierung (bei 20°C) und eine Erhöhung der CURIEtemperatur ergab.

Erhitzung von Titanomagnetiten in Luft bei Temperaturen zwischen 200 und 700°C führt in relativ kurzer Zeit (Stunden oder Minuten) zu einer durch chemische Analyse nachweisbaren Oxidation (AKIMOTO/KATSURA, 1959). BEWERSDORFF (1961) und MEITZNER (1963) haben ausführliche Untersuchungen mit Erhitzung in Luft an

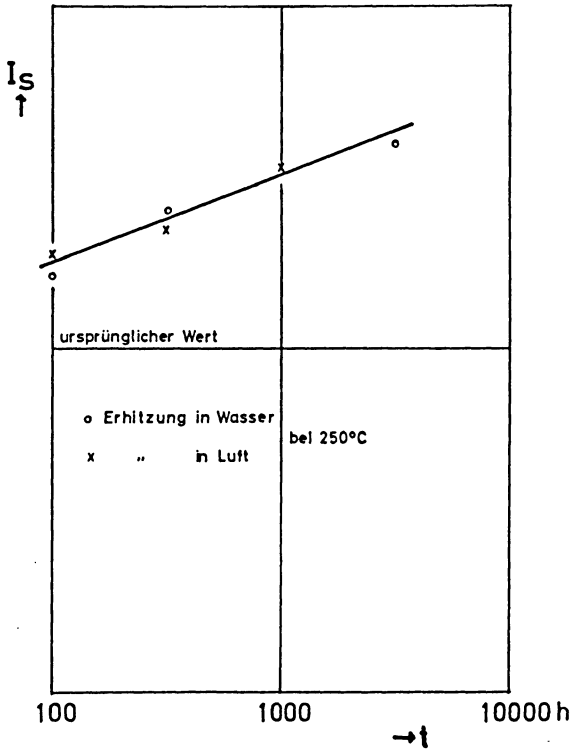


Abb. 10: Veränderung der Sättigungsmagnetisierung durch Erhitzung in Luft und in Wasser bei 250 °C.

Change of saturation magnetization by heating in air and in water at 250 °C.

Basalten aus der Umgebung von Göttingen (einschließlich Steinberg/Meensen und Grefenburg) durchgeführt. Dabei wurden CURIEtemperatur und Sättigungsmagnetisierung stark erhöht. Eigene Versuche zeigten bei Erhitzung von Proben des Steinberg/Meensen in Luft von 250°C und in Wasserdampf von 250°C und 40 at ebenfalls dieses Ergebnis (s. Abb. 10); der Wasserdampf war mit Luft gemischt, deren Partialdruck ca. 1 at betrug.

## 6. Deutung

### 6.1 Verschiedenartige Auswirkung der Oxydation auf die Sättigungsmagnetisierung

Bei der Oxydation lagert sich an der Oberfläche des Spinells Sauerstoff an; für eine Diffusion des Sauerstoffs durch das Kristallgitter ist sein Ionenradius zu groß (HAUFFE, S. 582). Oxydation kann also nur dadurch stattfinden, daß Elektronen durch das Kristallgitter zum Sauerstoff diffundieren. Dann können Kationen auf Gitterplätze bei den neu angelagerten Sauerstoffionen diffundieren und das Gitter stabilisieren.

Das Sauerstoffgitter ist verglichen mit dem Kationengitter sehr stabil (HAUFFE, S. 582). Eine Verschiebung der Sauerstoffionen ist sehr erschwert, da diese in dichtester Kugelpackung gelagert sind. Das bedeutet auch, daß oxydierte Titanomagnetite sehr stabil gegen eine Umwandlung in die rhomboedrische Phase sind. Besonders bei niedriger Temperatur kann kaum die zur Gitterumwandlung notwendige Energie aufgebracht werden. Sogar bei einer Oxydationstemperatur von 500°C, die AKIMOTO zur Herstellung von künstlichen Proben benutzte, blieb das Spinellgitter auch bei stark oxydierten Proben erhalten (AKIMOTO et al., 1957, S. 169; vgl. auch AKIMOTO/KUSHIRO, 1960). Unterschiede im Ablauf der Oxydation betreffen also nicht das Sauerstoffionen-Gitter, sondern lediglich die Kationen-Verteilung und die Elektronenspin-Konfiguration (darüber s. GORTER, 1957).

Zur Erklärung der verschiedenartigen Auswirkung der Oxydation auf die Sättigungsmagnetisierung müssen also die möglichen Ursachen für eine verschiedenartige Kationenverteilung und Elektronenspin-Konfiguration diskutiert werden. Das sind in erster Linie die Oxydationstemperatur und die Änderungen im Kristall-Aufbau, die bis zum betrachteten Zeitpunkt bereits geschehen sind.

Sauerstoff-Partialdruck und Wassergehalt der umgebenden Atmosphäre kommen als Ursachen für eine verschiedenartige Auswirkung der Oxydation auf die Sättigungsmagnetisierung kaum in Frage. Von der umgebenden Atmosphäre hängt ab, ob überhaupt Oxydation stattfindet. Von der umgebenden Atmosphäre hängen jedoch nicht die Bindungskräfte der Kationen an die verschiedenen Gitterplätze und die Diffusionsgeschwindigkeit der Kationen im Innern des Kristalls ab (vgl. Abb. 10).

Ein Anstieg der Sättigungsmagnetisierung durch „Labor-Oxydation“ ergibt sich ebenso für wenig oxydierte Proben aus der Säulenmitte wie für Proben vom Säulenrand, bei denen die Oxydation in der Natur bereits zu einer starken Verringerung der Sättigungsmagnetisierung geführt hatte. Daher ist nicht anzunehmen, daß die Art der Oxydation hier von den vorher geschehenen Änderungen im Kristallaufbau abhängt. Als mögliche Ursache für eine verschiedenartige Auswirkung der Oxydation auf die Sättigungsmagnetisierung bleibt die Temperatur, bei der die Oxydation (und damit auch die Diffusion der Kationen) stattfindet. Dabei gibt es dann insbesondere folgende zwei Möglichkeiten:

1. Eine verschiedene Kationenverteilung auf A- und B-Plätze kann sich je nach Entstehungsweise des Titanomagnetits ergeben. Für andere Ferrite ist bekannt, daß durch Abschreckung eine vom Normalzustand abweichende Verteilung der Kationen auf die Gitterplätze bewirkt wird; dabei ergibt sich eine andere Sättigungsmagnetisierung als normalerweise (KNELLER, S. 72 ff.).
2. Eine verschiedene Temperatur-Abhängigkeit der Diffusionsgeschwindigkeit der beteiligten Kationen kann zu jeweils verschiedenen Änderungen des Fe/Ti-Verhältnisses innerhalb des Randes und des übrigen Gebiets des Erzkorns führen. Nach GORTER (1957) ist die Bindung der  $Ti^{4+}$ -Ionen an die Oktaederplätze wesentlich stärker als die Bindung von  $Fe^{2+}$ - oder  $Fe^{3+}$ -Ionen an ihre jeweiligen Gitterplätze.

Daraus folgt auch eine verschiedene Temperatur-Abhängigkeit für die Diffusionsgeschwindigkeit dieser Kationen.

Die Deutung mit verschiedenen Oxydationstemperaturen führt zu folgendem Ergebnis: Die sehr geringe Oxydation der rezenten Basalte ebenso wie die „Laboroxydation“ der tertiären Basalte fand bei einer Temperatur von über 200°C statt. Die Verringerung der Sättigungsmagnetisierung am Rande der tertiären Säulen hingegen ist auf Oxydation nach der Abkühlung in kaltem Zustand zurückzuführen.

## 6.2 Verringerung der NRM durch Oxydation nach der Abkühlung

In Übereinstimmung mit dem Ergebnis von Abschnitt 3, nach dem als Ursache für die beobachtete Verteilung der magnetischen Eigenschaften in den Basaltsäulen vermutlich ein chemischer Prozeß in Frage kommt, kann die Verteilung der NRM in den tertiären Basaltsäulen ebenfalls mit der nach der Abkühlung des Basalts stattfindenden Oxydation erklärt werden. Nach PARRY (1965) steigt die Thermoremanenz/Volumen mit abnehmender Korngröße an. Die stärkere Abnahme der Remanenz im Vergleich zu der Sättigungsmagnetisierung könnte demnach darauf zurückzuführen sein, daß die Remanenz vorwiegend in kleinen Erzkörnern lokalisiert ist, die wegen ihrer größeren spezifischen Oberfläche stärker als das Erz im Mittel oxydiert sind. Zu einer Verringerung der NRM können außerdem folgende Prozesse beitragen:

1. Bei Oxydation, die nicht gleichmäßig im ganzen Korn verläuft, kann sich das magnetische Moment eines Korns ändern, da sich die spontane Magnetisierung der Weiss'schen Bezirke verschieden stark ändert. Wenn auf diese Weise ein Moment beliebiger Richtung entsteht, kann das zugehörige entmagnetisierende Feld eine Wandverschiebung verursachen, die auch die ursprüngliche Ausrichtung verringert.
2. Die Aufnahme von Sauerstoff bei der Oxydation führt zu einer Zunahme des Volumens oder, falls keine Ausdehnung des Erzkorns möglich ist, zu einem entsprechenden Anstieg des Drucks. Der Zunahme des Sauerstoffs nach Tabelle 3 und der Verringerung des Gitterabstands nach Abschnitt 4.2 entspricht insgesamt eine Volumenzunahme von mehr als 1% beziehungsweise einem Druckanstieg von etlichen tausend at. Wenn auch ein Anstieg lediglich des Drucks unwahrscheinlich ist, so läßt sich doch nicht ausschließen, daß sich bei dem Ausgleich von Spannungen Form und Größe der Bezirke ändern.

Bei der Suche nach einer Ursache für die in den tertiären Basaltsäulen gefundene Verteilung der NRM könnte man zunächst auch an 1. Einwirkung der Abkühlungsspannungen und 2. die Wärmebewegung denken. Zu 1: Die Abkühlung von Basaltkuppen geht so langsam vor sich, daß kaum Spannungen mit einer Ausdehnung über größere Teile einer Basaltsäule zurückbleiben können. Spannungen, die lediglich auf kleine Gebiete, wie die Umgebung eines Erzkorns, beschränkt sind, unterliegen jedoch in der gesamten Säule gleichen Bedingungen, da die langsame Abkühlung nur mit

einem geringen Temperatur-Gradienten innerhalb der Säule verbunden ist. Zu 2: Durch die Wärmebewegung verursachte Drehungen der Magnetisierung, auch in Körnern mit vielen Bezirken, können mit einer von NEEL angegebenen Formel für die Unmagnetisierung von Einbezirkkörnern abgeschätzt werden (KNELLER, S. 423). Danach sind bei ca. 20°C Drehungen der Magnetisierung auch in geologischen Zeitabständen von  $10^7$  Jahren praktisch ausgeschlossen. Dagegen kann die Wärmebewegung sicher Wandverschiebungen bewirken. Entsprechend der höheren Koerzitivkraft am Rande der Basaltsäule sind hier jedoch Verschiebungen der Wände im Vergleich zur Säulenmitte erschwert, so daß durch die Wärmebewegung die vorliegende Verteilung der NRM nicht erklärt werden kann.

Diese Untersuchung wurde am Geophysikalischen Institut der Universität Göttingen durchgeführt. Meinem verstorbenen Lehrer, Herrn Professor BARTELS, und allen anderen, die mich dabei mit Rat und Tat unterstützt haben, möchte ich meinen Dank aussprechen.

### Literatur

- AKIMOTO, S., T. KATSURA and M. YOSHIDA: Magnetic Properties of  $TiFe_2O_4-Fe_3O_4$  System and their Change with Oxidation. *J. Geom. and Geol.* V. 9, No. 4, S. 165—178, 1957.
- AKIMOTO, S., and J. KUSHIRO: Natural Occurrence of Titanomaghemite and its Relevance to the Unstable Magnetization of Rocks. *J. Geom. Geol.*, V. 11, S. 106, 1960.
- BEWERSDORFF, A.: Der Einfluß der Entmischung auf die remanente Magnetisierung von Titanomagnetiten. *Z. Geophys.* 27, S. 215—256, 1961.
- GORTER, E. W.: Chemistry and magnetic properties of some ferrimagnetic oxides like those occurring in nature. *Adv. in Phys.*, V. 6, S. 336, 1957.
- HAUFFE, K.: Reaktionen in und an festen Stoffen. Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1955.
- KNELLER, E.: Ferromagnetismus. Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1962.
- MEITZNER, W.: Der Einfluß von Entmischung und Oxydation auf die magnetischen Eigenschaften der Titanomagnetite in Basalten bei 250 °C und 350 °C. *Beitr. Min. u. Petr.*, 9, S. 320, 1963.
- PARRY, L. G.: Magnetic Properties of dispersed magnetic powders. *Phil. Mag.*, V. 11, S. 303 bis 312, 1965.
- SCHULT, A.: Über die Umkehr der remanenten Magnetisierung von Titanomagnetiten in Basalten. *Beitr. Min. u. Petr.* 11, S. 196—216, 1965.



# Die theoretischen Grundlagen und das Auflösungsvermögen von Aspirations-Beweglichkeitsspektrographen für atmosphärische Ionen<sup>1)</sup>

Von J. EICHMEIER, München<sup>2)</sup>

Eingegangen am 3. Juni 1967

*Zusammenfassung:* Ausgehend von der bekannten Theorie des zylinderförmigen Aspirationskondensators mit ungeteilter Innenelektrode wird gezeigt, daß die theoretische Strom-Spannungs-Charakteristik eines Kondensators mit einfach unterteilter Innenelektrode bei wachsender Kondensatorspannung ein Maximum durchläuft. Das Beweglichkeitsspektrum der eingesaugten Ionen erhält man daraus durch einmaliges Differenzieren des abfallenden Kennlinienastes (bei ungeteilter Innenelektrode dagegen durch zweimaliges Differenzieren der Kennlinie). Beim Aspirationskondensator mit einfach unterteilter Innenelektrode und Ioneneintrittsspalt gibt die Strom-Spannungs-Charakteristik direkt das Ionenbeweglichkeitsspektrum wieder („Beweglichkeitsspektrograph“).

In Analogie zum Auflösungsvermögen von Massenspektrographen ( $A_M = M/\Delta M$ ) wird das Auflösungsvermögen von Aspirations-Beweglichkeitsspektrographen durch das Verhältnis von Grenzbeweglichkeit des ganzen Kondensators zu auflösbarem Beweglichkeitsintervall ( $A = k_g/\Delta k$ ) definiert. Wie die Theorie zeigt, wird das Auflösungsvermögen um so größer, je kürzer die Meßelektrode und je kleiner die Breite des Ioneneintrittsspalts gewählt werden.

*Summary:* Beginning with the known theory of the cylindrical aspiration condenser with undivided inner electrode it is shown, that the theoretical current-voltage-characteristic of a condenser with single divided inner electrode goes through a maximum with increasing condenser voltage. The mobility spectrum of the ions sucked into the condenser, is obtained by one differentiation of the decreasing part of the characteristic (in the case of the undivided inner electrode two differentiations of the characteristic are necessary). If an aspiration condenser with single divided inner electrode and ion gap is used, the current-voltage-characteristic is identical with the ion mobility spectrum (“ion mobility spectrograph”).

In analogy to the resolving power of mass spectrographs ( $A_M = M/\Delta M$ ) the resolving power of an aspiration type ion mobility spectrograph is defined by the ratio of the limit mobility of the whole condenser to the resolvable mobility interval ( $A = k_g/\Delta k$ ). According to theory, the resolving power becomes the greater, the shorter the measuring electrode and the smaller the width of the ion gap is chosen.

---

<sup>1)</sup> Teilauszug aus der von der Fakultät für Maschinenwesen und Elektrotechnik der Technischen Hochschule München angenommenen Habilitationsschrift: Über Beweglichkeits- und Konzentrationsmessungen atmosphärischer Ionen. München 1967.

<sup>2)</sup> Priv.-Doz. Dr. J. EICHMEIER, Inst. für Technische Elektronik, Technische Hochschule München, 8 München 2, Arcisstr. 21.

## 1. Einleitung

Durch natürliche Ionisatoren (wie radioaktive Spurenstoffe und kosmische Strahlung) werden in der atmosphärischen Luft dauernd Ladungsträger (atmosphärische Ionen) gebildet, die auf Grund von sekundären Umladungs- und Anlagerungsprozessen ein breites Größen- bzw. Beweglichkeitsspektrum aufweisen (vgl. [ISRAËL 1957]). Zur Messung dieses Beweglichkeitsspektrums bedient man sich der Aspirationsmethode [EBERT 1901, GERDIEN 1902]. Diese besteht darin, daß man die ionenhaltige Luft möglichst wirbelfrei und mit konstanter Geschwindigkeit durch einen an Spannung liegenden Platten- oder Zylinderkondensator („Aspirationskondensator“) saugt. Im elektrischen Kondensatorfeld werden die positiven und negativen atmosphärischen Ionen senkrecht zum Luftstrom abgelenkt, dabei voneinander getrennt und an den Elektroden entladen. Aus der Ionenstrom-Saugspannungs-Kennlinie des Aspirationskondensators kann auf die Beweglichkeit oder Beweglichkeitsverteilung der von den Kondensatorelektroden abgesaugten positiven bzw. negativen Ionen geschlossen werden [ISRAËL 1931, 1957].

Im folgenden werden — ausgehend von der Theorie des zylinderförmigen Aspirationskondensators mit ungeteilter Innenelektrode — die theoretischen Beziehungen abgeleitet, die bezüglich der Beweglichkeitsmessung für den Zylinderkondensator mit einfach unterteilter Innenelektrode bzw. mit einfach unterteilter Innenelektrode und (kreisringförmigem) Ioneneintrittsspalt gelten.

## 2. Ermittlung des Ionenbeweglichkeitsspektrums aus der Strom-Spannungs-Charakteristik eines (zylinderförmigen) Aspirationskondensators mit ungeteilter Innenelektrode

Bei dieser Methode (vgl. Abb. 1 a sowie [ISRAËL 1931, 1957]) ist der von den atmosphärischen Ionen herrührende, über je eine Elektrode abfließende Kondensatorgleichstrom ein Maß für die Zahl der Ionen je einer Polarität, die pro Sekunde mit der angesaugten atmosphärischen Luft in den Kondensator eintreten und deren Beweglichkeit  $k$  größer ist als die „Grenzbeweglichkeit“  $k_g$ , für die der Aspirationskondensator dimensioniert ist.

Unter der Grenzbeweglichkeit versteht man die erforderliche Mindestbeweglichkeit derjenigen Ionen, die an der einen Elektrode ins Kondensatorfeld eintreten und von der anderen Elektrode (der sogenannten Meßelektrode) gerade noch abgesaugt werden, bevor sie mit dem Luftstrom den Kondensator wieder verlassen können. Für die Grenzbeweglichkeit eines platten- oder zylinderförmigen Aspirationskondensators gilt allgemein die Beziehung:

$$k_g = \frac{Q}{4\pi C U} \quad (1)$$

( $Q$  [cm<sup>3</sup>/sec] = durchgesaugte Luftmenge,  $C$  [cm] = Kapazität<sup>1)</sup> des Aspirations-

<sup>1)</sup> Die Kapazität  $C$  ist in dieser und in allen folgenden Gleichungen in cm einzusetzen. 1 cm = 1,11 pF.



kondensators,  $U$  [V] = Saugspannung). Bei konstantem Luftstrom ist also die Grenzbeweglichkeit  $k_g$  der Saugspannung  $U$  umgekehrt proportional. Die Grenzbeweglichkeit ist dagegen unabhängig vom Strömungsprofil im Aspirationskondensator (vgl. [ISRAËL 1957]).

Je nach dem Beweglichkeitsspektrum der in den Aspirationskondensator eintretenden Ionen erhält man drei verschiedene Strom-Spannungs-Charakteristiken  $I_0 = f(U)$  (vgl. Abb. 1 b):

a) Ist in der durchgesaugten Luft *nur eine Ionensorte* mit der Konzentration  $n$  und einer bestimmten Beweglichkeit  $k$  enthalten, so ergibt sich für den zur Meßelektrode fließenden Ionenstrom (vgl. [ISRAËL 1931, 1957]):

$$I_0 = Q e n \frac{k}{k_g} = 4 \pi e n k C U \quad (k > k_g) \tag{2}$$

( $e$  [As] = Elementarladung = Ladung eines Ions, falls nur einfach geladene Ionen vorkommen;  $n$  [1/cm<sup>3</sup>] = Konzentration der positiven bzw. negativen Ionen). Der Ionenstrom  $I_0$  steigt also linear mit der Kondensatorsaugspannung  $U$  an, bis bei einer bestimmten Saugspannung  $k = k_g$  wird und der Ionenstrom nach Gl. (2) seinen Sättigungswert

$$I_s = Q e n \quad (k = k_g) \tag{3}$$

erreicht (vgl. die Kennline 1 in Abb. 1 b).

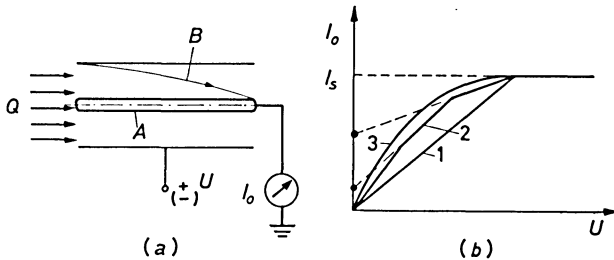


Abb. 1:

- a) Zylinderförmiger Aspirationskondensator mit ungeteilter Innenelektrode.  $A$  = Meßelektrode,  $B$  = Bahn eines Ions mit der Grenzbeweglichkeit  $k_g$ .
  - b) Strom-Spannungs-Charakteristik  $I_0 = f(U)$  eines Aspirationskondensators für Ionen, die nur eine Beweglichkeit (1), mehrere diskrete Beweglichkeiten (2) bzw. ein kontinuierliches Beweglichkeitsspektrum (3) aufweisen.
- a) Cylindrical aspiration condenser with undivided inner electrode.  $A$  = measuring electrode,  $B$  = path of an ion with limit mobility  $k_g$ .
  - b) Current-voltage-characteristic  $I_0 = f(U)$  of an aspiration condenser for ions with one discrete mobility (1), several discrete mobilities (2) or with a continuous mobility spectrum (3).

Gl. (2) ist die Gleichung einer Geraden, aus deren Neigung

$$\tan \alpha = \frac{I_0}{U} = 4 \pi C e n k \quad (4)$$

die polare Leitfähigkeit

$$\lambda = e n k = \frac{1}{4 \pi C U} \frac{I_0}{4 \pi C} \tan \alpha \quad (5)$$

der durchgesaugten Luft ermittelt werden kann. Aus Gl. (3) ergibt sich die Ionenkonzentration

$$n = \frac{I_s}{Q e}. \quad (6)$$

b) Sind in der durchgesaugten Luft  $i$  Ionensorten mit den Konzentrationen  $n_i$  und den Beweglichkeiten  $k_i$  enthalten, so liefert ein Aspirationskondensator mit der Grenzbeweglichkeit  $k_g$  einen Ionenstrom

$$I_0 = Q e \left( \sum_{k=k_g}^{\infty} n_i + \frac{1}{k_g} \sum_{k=0}^{k_g} k_i n_i \right), \quad (7)$$

wobei für  $k_g$  wieder Gl. (1) gilt. Die Gl. (7) entspricht der Kennlinie 2 in Abb. 1 b. Aus der Steigung

$$\tan \alpha = 4 \pi C e \sum_{k=0}^{k_g} n_i k_i \quad (8)$$

der geradlinigen Kennlinienstücke erhält man entsprechend Gl. (5) die Summe der polaren Leitfähigkeiten für alle Ionen mit Beweglichkeiten zwischen 0 und  $k_i = k_g$ . Die Kennlinienknicke treten jeweils bei den Werten der Saugspannung  $U$  auf, bei denen  $k_g = k_i$  wird. Bei diesen Spannungswerten erreicht der von der Ionensorte  $i$  herrührende Ionenstrom jeweils seinen Sättigungswert. Der Gesamtstrom, der von allen  $i$  Ionensorten erzeugt wird, ist:

$$I_s = Q e \sum_{k=0}^{\infty} n_i. \quad (9)$$

Die Teilkonzentrationen  $n_i$  der einzelnen Ionensorten ergeben sich direkt aus den Schnittpunkten, welche die rückwärtigen Verlängerungen der geradlinigen Kennlinienstücke mit der Ordinate bilden (vgl. Abb. 1 b).

c) Sind in der durchgesaugten Luft Ionen mit einer kontinuierlichen Beweglichkeitsverteilung entsprechend einer Verteilungsfunktion  $f(k)$  enthalten, so ist die Konzentration  $dn$  der Ionen innerhalb des Beweglichkeitsintervalls zwischen  $k$  und  $k + dk$ :

$$dn = f(k) dk. \quad (10)$$

Ein Aspirationskondensator mit der Grenzbeweglichkeit  $k_g$  liefert dann in Analogie zu Gl. (7) einen Ionenstrom

$$I_0 = Q e \left( \int_{k_g}^{\infty} f(k) dk + \frac{1}{k_g} \int_0^{k_g} k f(k) dk \right). \quad (11)$$

Dieser Gleichung entspricht die Kennlinie 3 in Abb. 1 b. Die Steigung

$$\tan \alpha = \frac{\partial I_0}{\partial U} = 4 \pi C e \int_0^{k_g} k f(k) dk \quad (12)$$

dieser Kennlinie ist entsprechend Gl. (5) ein Maß für die Teileitfähigkeit  $\Delta\lambda$  mit der die  $\Delta n$  Ionen im Beweglichkeitsintervall zwischen  $k = 0$  und  $k = k_g$  zur Gesamtleitfähigkeit der durchgesaugten Luft beitragen. Der Gesamtstrom, der von allen Ionen erzeugt wird, ist:

$$I_s = Q e \int_{k=0}^{\infty} f(k) dk. \quad (13)$$

Durch Differenzieren von Gl. (12) ergibt sich für  $k = k_g$ :

$$\frac{\partial^2 I_0}{\partial U^2} = 4 \pi C e k_g f(k_g) \frac{dk_g}{dU} \quad (14)$$

und daraus mit Gl. (1):

$$dn = f(k_g) dk_g = \frac{U}{e Q} \frac{\partial^2 I_0}{\partial U^2} dU. \quad (15)$$

Die Teilkonzentrationen  $dn$  der Ionen in den einzelnen Beweglichkeitsintervallen  $dk$  sind also  $\partial^2 I_0 / \partial U^2$ , d. h. der Krümmung der  $I_0$ - $U$ -Charakteristik des Aspirationskondensators direkt proportional. Die Werte von  $dn$  erhält man aus den Schnittpunkten der Kurventangenten mit der Ordinate [ISRAËL 1931].

Aspirationskondensatoren mit ungeteilter Innenelektrode sind zuerst von EBERT [1901] und GERDIEN [1903] und später von zahlreichen anderen Autoren zur Messung der atmosphärischen Ionenkonzentration verwendet worden. Für Beweglichkeitsmessungen wurden sie dagegen selten benutzt, weil beim Auswerten der Meßkurven zu große Fehler auftreten können. Eine Abhandlung und ein großes Literaturverzeichnis über die Technik und Anwendung solcher Kondensatoren enthält die zusammenfassende Darstellung von ISRAËL [1957].

### 3. Ermittlung des Ionenbeweglichkeitsspektrums aus der Strom-Spannungs-Charakteristik eines (zylinderförmigen) Aspirationskondensators mit einfach unterteilter Innenelektrode

Beim Aspirationskondensator mit einfach (oder mehrfach) unterteilter Innenelektrode gelangen zu den einzelnen Meßelektrodenabschnitten nur solche Ionen, deren Beweglichkeiten jeweils innerhalb bestimmter Beweglichkeitsintervalle liegen. Hat der Aspirationskondensator Zylinderform und besteht seine Innenelektrode aus zwei Teilen, von denen der an der Luftaustrittsseite liegende Teil  $A$  als Meßelektrode verwendet wird (vgl. Abb. 2), so ergeben sich folgende Beziehungen:

Der Ionenstrom, der zu den beiden Elektrodenabschnitten  $A$  und  $A'$  fließt, beträgt nach Gl. (11):

$$I = Q e \left( \int_{k_g}^{\infty} f(k) dk + \frac{1}{k_g} \int_0^{k_g} k f(k) dk \right). \quad (16)$$

Der Ionenstrom, der allein zum Elektrodenabschnitt  $A'$  fließt, beträgt:

$$I' = Q e \left( \int_{k'_g}^{\infty} f(k) dk + \frac{1}{k'_g} \int_0^{k'_g} k f(k) dk \right). \quad (17)$$

Dabei ist  $k_g$  die Grenzbeweglichkeit des ganzen Kondensators und  $k'_g > k_g$  die Grenzbeweglichkeit des Teilkondensators mit der Innenelektrode  $A'$ .

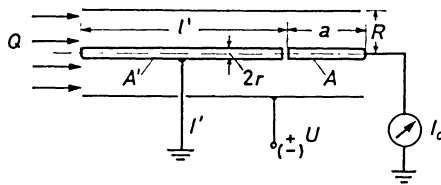


Abb. 2: Aspirationskondensator mit einfach unterteilter Innenelektrode.

Aspiration condenser with single divided inner electrode.

Zur Meßelektrode  $A$  fließt demnach der Ionenstrom:

$$I_0 = I - I' = Q e \left( \int_{k_g}^{k'_g} f(k) dk + \frac{1}{k_g} \int_0^{k_g} k f(k) dk - \frac{1}{k'_g} \int_0^{k'_g} k f(k) dk \right). \quad (18)$$

Hat die Meßelektrode  $A$  die Länge  $a$  und die Elektrode  $A'$  die Länge  $l'$ , so daß die Gesamtlänge des Kondensators  $l = l' + a$  wird, so sind die zugehörigen Kondensatorkapazitäten:

$$\text{a) } C = \frac{l}{2 \ln \frac{R}{r}} \quad \text{und} \quad \text{b) } C' = \frac{l'}{2 \ln \frac{R}{r}} \quad (19)$$

( $R$  = Radius der Außenelektrode,  $r$  = Radius der Innenelektrode). Mit den Gln. (1) und (19) erhält man aus Gl. (18):

$$I_0 = Q e \int_{k_g}^{k'_g} f(k) dk + \frac{2 \pi e U a}{\ln \frac{R}{r}} \int_0^{k'_g} k f(k) dk - \frac{2 \pi e U l}{\ln \frac{R}{r}} \int_{k_g}^{k'_g} k f(k) dk. \quad (20)$$

Dimensioniert man den Aspirationskondensator so, daß die Länge  $a$  der Meßelektrode klein wird gegenüber der Gesamtlänge  $l$  des Kondensators, so kann man in Gl. (20) den Ausdruck, der die Länge  $a$  enthält, vernachlässigen. Der Strom zur Meßelektrode wird dann praktisch nur noch von Ionen gebildet, deren Beweglichkeit innerhalb des Intervalls  $k_g < k < k'_g$  liegt. Mit kleiner werdendem  $a$  geht  $k_g \rightarrow k'_g$ , d. h.: Von der Meßelektrode wird ein immer schmaler werdender Teil des Ionenspektrums erfaßt oder mit anderen Worten: Das Auflösungsvermögen des Aspirationskondensators nimmt zu. Da aber mit  $k_g \rightarrow k'_g$  nach Gl. (20) auch der Ionenstrom  $I_0$  immer kleiner wird, kann das Auflösungsvermögen nicht beliebig groß gemacht werden.

Für eine genügend kurze Meßelektrode ( $a/l \ll 1$ ) kann man

$$k'_g = k_g + dk \quad (a/l \ll 1) \quad (21)$$

setzen und erhält dann aus Gl. (20):

$$I_0 \approx Q e f(k) dk - 4 \pi C e U k f(k) dk. \quad (22)$$

Durch Differenzieren von Gl. (22) ergibt sich:

$$\frac{\partial I_0}{\partial U} = -4 \pi C e k f(k) dk \quad (23)$$

und daraus für  $k = k_g$ :

$$dn = -\frac{U}{e Q} \frac{\partial I_0}{\partial U}. \quad (24)$$

Die Teilkonzentrationen  $dn$  der Ionen in den einzelnen Beweglichkeitsintervallen  $dk$  sind also jetzt ( $-\partial I_0 / \partial U$ ), d. h. der (negativen) Steigung der  $I_0$ - $U$ -Charakteristik proportional. Abb. 3 zeigt den theoretischen Verlauf der  $I_0$ - $U$ -Charakteristik, die sich ergibt, wenn Ionen einer Beweglichkeit (Kurve 1), Ionen mit zwei verschiedenen

Beweglichkeiten (Kurve 2) bzw. Ionen mit einer kontinuierlichen Beweglichkeitsverteilung (Kurve 3) in den Aspirationskondensator mit einfach unterteilter Innenelektrode eintreten.

Der Verlauf der Kurve 1 in Abb. 3 läßt sich folgendermaßen erklären (vgl. hierzu auch Abb. 2): Ist die Kondensatorsaugspannung  $U$  gleich Null, so werden keine Ionen abgesaugt; der Ionenstrom  $I_0$  zur Meßelektrode ist daher Null. Mit wachsender Kondensatorsaugspannung steigt auch der Ionenstrom an, weil ein immer größer werden-

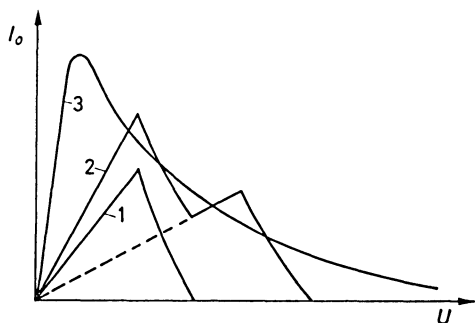


Abb. 3: Theoretischer Verlauf der Strom-Spannungs-Charakteristik eines Aspirationskondensators mit einfach unterteilter Innenelektrode für den Fall, daß Ionen mit einer einzigen Beweglichkeit (1), mit zwei verschiedenen Beweglichkeiten (2) bzw. mit einer kontinuierlichen Beweglichkeitsverteilung (3) in den Kondensator eintreten. Die Verteilung der Ionen über den Eintrittsquerschnitt des Kondensators wird dabei als homogen angenommen.

Theoretical current-voltage-characteristic of an aspiration condenser with single divided inner electrode for ions having the same mobility (1), two different mobilities (2) or a continuous mobility spectrum (3). The distribution of ions over the cross section of the condenser is assumed to be homogeneous.

der Teil der Meßelektrode von Ionen getroffen wird. Der Ionenstrom erreicht seinen Maximalwert, wenn auch diejenigen Ionen, die an der Außenelektrode in den Kondensator eintreten, gerade noch von der Meßelektrode abgesaugt werden.

Der Verlauf dieses ansteigenden Kennlinienteils ergibt sich aus Gl. (2) in Analogie zu Gl. (18):

$$I_0 = I - I' = Q e n \frac{k}{k_g} - Q e n \frac{k}{k'_g} \quad (25)$$

( $I, I'$  = Ionenstrom zur Innenelektrode der Länge  $l$  bzw.  $l'$ ;  $k_g, k'_g$  = Grenzbeweglichkeit des Kondensators der Länge  $l$  bzw. des Teilkondensators der Länge  $l'$ ; vgl. Abb. 2). Mit den Beziehungen:

$$(a) k_g = \frac{Q}{4\pi C U}, \quad (b) k'_g = \frac{Q}{4\pi C' U} \quad (26)$$

und

$$(a) C = \frac{l}{2 \ln \frac{R}{r}}, \quad (b) C' = \frac{l-a}{2 \ln \frac{R}{r}} \quad (27)$$

wird:

$$I_0 = 4 \pi e n k U (C - C') = 2 \pi e n k U \frac{a}{\ln \frac{R}{r}}. \quad (28)$$

Nach dieser Gleichung steigt  $I_0$  — wie in Abb. 3 gezeichnet — linear mit der Saugspannung  $U$  an und erreicht seinen Maximalwert bei derjenigen Spannung  $U$ , bei der  $k = k_g$  wird:

$$I_0 = Q e n \frac{a}{l} \quad (k = k_g). \quad (29)$$

Bei weiterer Erhöhung der Kondensatorspannung  $U$  nimmt der Ionenstrom  $I_0$  wieder ab, weil immer mehr Ionen infolge der höheren Kondensatorspannung bereits von der Vorelektrode (Länge  $l'$ ) abgesaugt werden, ehe sie mit dem Luftstrom zur Meßelektrode (Länge  $a = l - l'$ ) transportiert werden. Der zugehörige abfallende Kennlinienast der Kurve 1 in Abb. 3 ergibt sich aus der Bedingung:

$$k = k_g = \frac{Q}{4 \pi C U} = \frac{2 Q \ln \frac{R}{r}}{4 \pi (l' + a) U}. \quad (30)$$

Daraus erhält man mit Gl. (26a):

$$a = \frac{k_g l - l'}{k} = \frac{Q}{4 \pi C k U} l - l'. \quad (31)$$

Setzt man Gl. (31) in Gl. (29) ein, so bekommt man:

$$I_0 = Q e n \left( \frac{Q}{4 \pi C k U} - \frac{l'}{l} \right). \quad (32)$$

Der zur Meßelektrode fließende Ionenstrom  $I_0$  nimmt entsprechend dieser Gleichung — wie in Abb. 3 gezeichnet — mit wachsender Saugspannung  $U$  ab. Durch Differentiation von Gl. (32) ergibt sich erwartungsgemäß der gleiche Ausdruck wie in Gl. (24), wenn  $k = k_g$  gesetzt wird:

$$\frac{\partial I_0}{\partial U} = - \frac{Q^2 e n}{4 \pi C k U^2} \quad \text{oder} \quad n = - \frac{U}{e Q} \frac{\partial I_0}{\partial U}. \quad (24)$$

In analoger Weise lassen sich auch die in Abb. 3 eingezeichneten Kennlinien 2 und 3 erklären. Enthält die durch den Aspirationskondensator hindurchgesaugte Luft mehrere diskrete Ionengruppen, so weist die  $I_0$ - $U$ -Charakteristik des Kondensators entsprechend Kurve 2 diskrete Maxima und Minima auf. Die Maxima der Charakteristik entsprechen den Beweglichkeiten der einzelnen Ionengruppen. Aus den zugehörigen Spannungswerten  $U$  können diese Beweglichkeiten mit Hilfe von Gl. (1) berechnet

werden. Für den Fall, daß die Ionen in der durchgesaugten Luft ein kontinuierliches Beweglichkeitsspektrum aufweisen, läßt sich dieses Spektrum aus dem Verlauf des abfallenden Kennlinienastes der Kurve 3 (Abb. 3) ermitteln: Der Abszissenwert eines Kennlinienpunktes liefert nach Gl. (1) die Beweglichkeit, das Produkt aus der Steigung der Kennlinie in diesem Punkt und der Saugspannung  $U$  nach Gl. (24) die Ionenkonzentration jeder einzelnen Ionensorte des ganzen Gemisches.

Aspirationskondensatoren mit einfach bzw. mehrfach unterteilter Innenelektrode wurden u. a. von McCLELLAND [1898], RUTHERFORD [1899], ZELENY [1900], FRANCK [1906], BLACKWOOD [1920], BUSSE [1925], YOUNG [1926], NOLAN und DE SACHY [1927], BOYLAN [1931], ORTNER und EL NADI [1955], MISAKI [1950, 1961, 1964] und WHIPPLE [1960] angewandt. Ähnlich wie der Aspirationskondensator mit unterteilter Innenelektrode wirkt auch die Hintereinanderschaltung zweier (oder mehrerer) Kondensatoren mit gleichen oder verschiedenen Grenzbeweglichkeiten. Die Anwendungsmöglichkeiten solcher Anordnungen sind u. a. bei MACHE [1903], DESSAUER [1931] und ISRAËL [1931] sowie BARANOW und STSCHEPOTJEWJA [1928] beschrieben.

#### 4. Ermittlung des Ionenbeweglichkeitsspektrums aus der Strom-Spannungs-Charakteristik eines Aspirationskondensators mit einfach unterteilter Innenelektrode und Ioneneintrittsspalt

Einen Aspirationskondensator mit einfach unterteilter Innenelektrode und Ioneneintrittsspalt (vgl. Abb. 4) kann man sich aus vier Teilkondensatoren mit den Dimensionen bzw. Grenzbeweglichkeiten  $(R, r, l, k_g)$ ,  $(R, r, l - a, k'_g)$ ,  $(R_0, r, l, k_{g_0})$  und  $(R_0, r, l - a, k'_{g_0})$  zusammengesetzt denken. Für die Grenzbeweglichkeiten gilt dabei:

$$k_{g_0} < k_g < k'_g < k'_{g_0}. \quad (33)$$

Der Ionenstrom  $I_0$ , der in einem solchen Kondensator zur Meßelektrode  $A$  fließt, beträgt in Analogie zu den Gln. (16) bis (20):

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= Q e \left[ \int_{k_g}^{\infty} f(k) dk - \int_{k'_g}^{\infty} f(k) dk + \frac{1}{k_g} \int_0^{k_g} k f(k) dk - \frac{1}{k'_g} \int_0^{k'_g} k f(k) dk \right] \\ &\quad - Q e \left[ \int_{k_{g_0}}^{\infty} f(k) dk - \int_{k'_{g_0}}^{\infty} f(k) dk + \frac{1}{k_{g_0}} \int_0^{k_{g_0}} k f(k) dk - \frac{1}{k'_{g_0}} \int_0^{k'_{g_0}} k f(k) dk \right] \\ &= Q e \int_{k_g}^{k'_g} f(k) dk - Q e \int_{k_{g_0}}^{k'_{g_0}} f(k) dk + \frac{2\pi e U a}{\ln \frac{R}{r}} \int_0^{k'_g} k f(k) dk \\ &\quad - \frac{2\pi e U a}{\ln \frac{R_0}{r}} \int_0^{k'_{g_0}} k f(k) dk - \frac{2\pi e U l}{\ln \frac{R}{r}} \int_{k_g}^{k'_g} k f(k) dk + \frac{2\pi e U l}{\ln \frac{R_0}{r}} \int_{k_{g_0}}^{k'_{g_0}} k f(k) dk. \end{aligned} \right\} (34)$$



In dieser Gleichung bedeuten:  $Q$  [cm<sup>3</sup>/sec] = vom Aspirationskondensator pro Sekunde angesaugte Luftmenge,  $Q_0$  [cm<sup>3</sup>/sec] = durch den Ionenabsorber pro Sekunde hindurchgehende Luftmenge,  $Q - Q_0$  = ionenhaltige Luftmenge, die pro Sekunde durch den Ringspalt in den Kondensator eintritt,  $U$  [V] = Saugspannung,  $e$  [As] = Elementarladung;  $R, R_0, r, l, a$  = Abmessungen des Kondensators (vgl. Abb. 4).

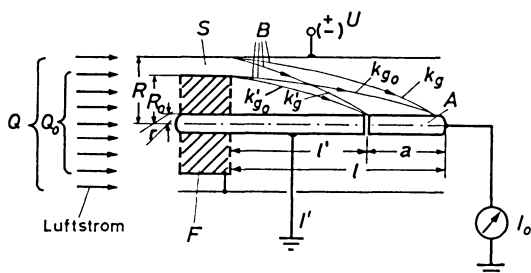


Abb. 4: Aspirationskondensator mit einfach unterteilter Innenelektrode und Ioneneintrittsspalt („Ionenbeweglichkeitsspektrograph“).

$F$  = Ionenabsorber,  $B$  = Bahnen der Ionen mit den entsprechend bezeichneten Grenzbeweglichkeiten. Die Ionen können nur durch den Ringspalt  $S$  in den Aspirationskondensator gelangen.

Aspiration condenser with single divided inner electrode and ion gap (“ion mobility spectrograph”).

$A$  = ion absorber,  $B$  = paths of ions with the limit mobilities indicated. The ions can enter the aspiration condenser only through the circular gap  $S$ .

Die durch die Gln. (33) und (34) definierten Grenzbeweglichkeiten betragen entsprechend Gl. (1) bzw. (19):

$$\left. \begin{aligned}
 \text{(a) } k_{g_0} &= \frac{Q_0}{4\pi C_0 U} = \frac{Q_0 \ln \frac{R_0}{r}}{2\pi l U}, \\
 \text{(b) } k_g &= \frac{Q}{4\pi C U} = \frac{Q \ln \frac{R}{r}}{2\pi l U}, \\
 \text{(c) } k'_{g_0} &= \frac{Q_0}{4\pi C'_0 U} = \frac{Q_0 \ln \frac{R_0}{r}}{2\pi l' U}, \\
 \text{(d) } k'_g &= \frac{Q}{4\pi C' U} = \frac{Q \ln \frac{R}{r}}{2\pi l' U}.
 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Macht man den *Ioneneintrittsspalt genügend schmal* im Vergleich zum Durchmesser der Kondensatoröffnung [so daß  $(R - R_0)/R < 0,1$  wird], so kann man

$$R \approx R_0, \quad k_g \approx k_{g_0} \quad \text{und} \quad k'_g \approx k'_{g_0} \quad (36)$$

setzen. In Gl. (34) werden dann die Ausdrücke, die die Längen  $a$  bzw.  $l$  enthalten jeweils praktisch einander gleich und der Ionenstrom  $I_0$  beträgt:

$$I_0 \approx e(Q - Q_0) \int_{k_{g_0}}^{k'_g} f(k) dk \quad (1 - R_0/R < 0,1). \quad (37)$$

Da man ferner für  $k'_g$

$$k'_g = k_{g_0} + dk \quad (38)$$

schreiben kann, wird aus Gl. (37):

$$I_0 \approx e(Q - Q_0) f(k) dk \quad (39)$$

und damit:

$$dn = f(k) dk \approx \frac{I_0}{e(Q - Q_0)}. \quad (40)$$

Die Teilkonzentrationen  $dn$  der Ionen in den einzelnen Beweglichkeitsintervallen  $dk$  sind also hier dem gemessenen Ionenstrom direkt proportional. Läßt man die Saugspannung  $U$  des Kondensators linear ansteigen, so ändert sich die Grenzbeweglichkeit  $k_g$  entsprechend Gl. (35 b). Mißt man nun den Ionenstrom  $I_0$  als Funktion der Saugspannung  $U$ , so erhält man nach Gl. (40) unmittelbar das Beweglichkeitsspektrum  $I_0 = f(U)$  bzw.  $I_0 = f(1/k_g)$  der Ionen in der durchgesaugten Luft („Beweglichkeitsspektrograph“).

Das *Auflösungsvermögen* eines Beweglichkeitsspektrographen ist um so größer, je kleiner das auflösbare Beweglichkeitsintervall  $\Delta k$  ( $= dk$  für  $R \approx R_0$  und  $a/l \ll 1$ ) gemacht werden kann. Mit den Gln. (35) und (38) erhält man für  $\Delta k$ :

$$\Delta k = k'_g - k_{g_0} = \frac{Q \ln \frac{R}{r}}{2\pi l' U} - \frac{Q_0 \ln \frac{R_0}{r}}{2\pi l U}. \quad (41)$$

Setzt man  $l' = l - a$ ,  $Q \ln(R/r) = P$  und  $Q_0 \ln(R_0/r) = P_0$ , so lautet die Gl. (41):

$$\Delta k = \frac{1}{2\pi U} \left( \frac{P}{l-a} - \frac{P_0}{l} \right) \quad (42)$$

oder

$$\frac{2\pi U l}{P} \Delta k = \frac{\Delta k}{k_g} = \frac{1}{1 - \frac{a}{l}} - \frac{1}{P/P_0}. \quad (42a)$$

In Abb. 5 ist der Verlauf der Funktion  $\Delta k/k_g = f(a/l)$  mit  $P/P_0$  als Parameter graphisch dargestellt. Daraus geht hervor, daß bei gegebener wirksamer Länge  $l$  des Aspirationskondensators das auflösbare Beweglichkeitsintervall  $dk$  am kleinsten ist, wenn die Länge  $a$  der Meßelektrode möglichst klein gemacht wird (d. h.: wenn  $a \rightarrow 0$  geht).

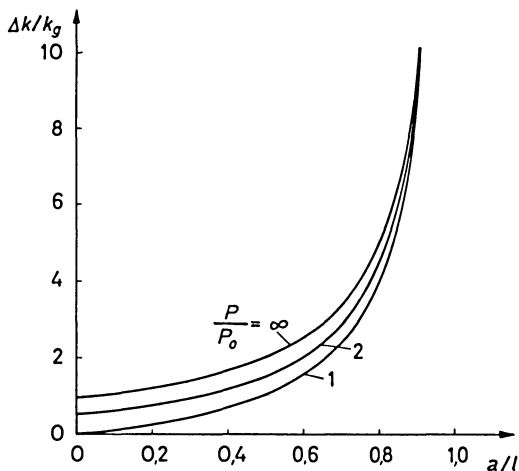


Abb. 5: Verlauf der Funktion  $\Delta k/k_g = f(a/l)$  mit  $P/P_0$  als Parameter (s. Gl. (42a)).

$a$  = Länge der Meßelektrode,  $l$  = wirksame Länge des Aspirationskondensators. Das Verhältnis  $P/P_0$  ist ein Maß für die Breite des Ioneneintrittsspalts.

Variation of  $\Delta k/k_g$  as a function of  $a/l$  with  $P/P_0$  as parameter (see equ. (42a)).

$a$  = length of measuring electrode,  $l$  = effective length of aspiration condenser. The ratio  $P/P_0$  is a measure for the width of the ion gap.

Definiert man als Auflösungsvermögen eines Beweglichkeitsspektrographen das Verhältnis  $A = k_g/\Delta k$ , so ergibt sich mit Gl. (42a):

$$A = \frac{k_g}{\Delta k} = \frac{1}{\frac{1}{1 - \frac{a}{l}} - \frac{P_0}{P}} \quad (43)$$

Der Verlauf der Funktion  $A = f(a/l)$  mit  $P/P_0$  als Parameter ist in Abb. 6 aufgezeichnet. Für  $a = l$  ist das Auflösungsvermögen  $A = 0$ , weil in diesem Fall alle Ionen im Beweglichkeitsintervall  $k_g < k < \infty$  zur Meßelektrode gelangen und daher nicht

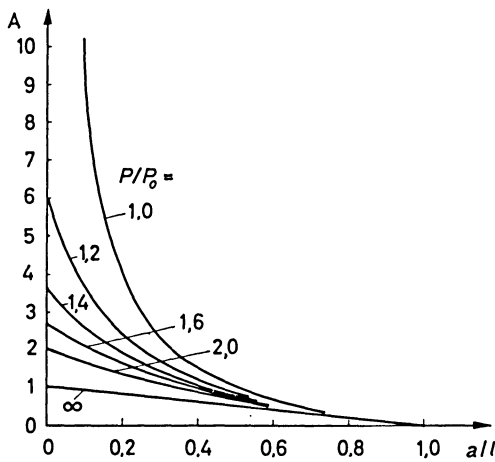


Abb. 6: Abhängigkeit des Auflösungsvermögens  $A$  eines Beweglichkeitsspektrographen vom Verhältnis  $a/l$  mit  $P/P_0$  als Parameter (s. Gl. (43)).

Dependence of the resolving power  $A$  of a mobility spectrograph on the ratio  $a/l$  with  $P/P_0$  as parameter (see equ. (43)).

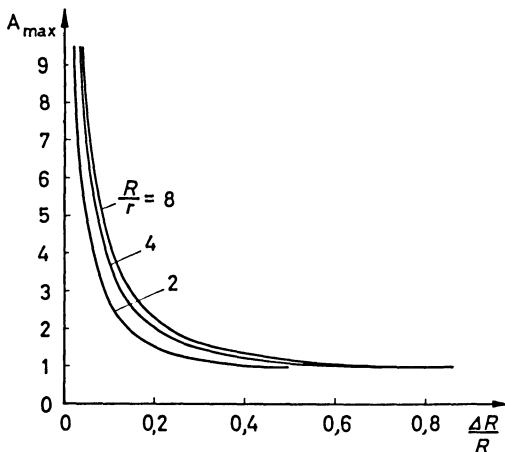


Abb. 7: Abhängigkeit des maximalen Auflösungsvermögens  $A_{max}$  eines Beweglichkeitsspektrographen von der relativen Breite  $\Delta R/R$  des Ioneneintrittspalts mit  $m = R/r$  als Parameter (s. Gl. (46)).

Dependence of the maximum resolving power  $A_{max}$  of a mobility spectrograph on the relative width  $\Delta R/R$  of the ion gap with  $m = R/r$  as parameter (see equ. (46)).

nach ihren Beweglichkeiten getrennt werden. Mit abnehmender Länge  $a$  der Meßelektrode nimmt das Auflösungsvermögen zu, u. z. um so stärker, je schmaler der Ioneneintrittsspalt gemacht wird, je mehr also das Verhältnis  $P/P_0$  gegen eins geht. Für  $a \rightarrow 0$  (d. h. praktisch  $a/l < 0,1$ ) erreicht das Auflösungsvermögen seinen Maximalwert. Nach Gl. (43) beträgt das maximal erreichbare Auflösungsvermögen:

$$A_{\max} \approx \frac{1}{1 - \frac{P_0}{P}} = \frac{1}{1 - \frac{Q_0 \ln(R_0/r)}{Q \ln(R/r)}} \quad (a/l < 0,1), \quad (44)$$

wobei

$$\frac{Q_0}{Q} = \frac{R_0^2 - r^2}{R^2 - r^2}. \quad (45)$$

Setzt man  $R = R_0 + \Delta R$  und  $R/r = m$ , so ergibt sich aus den Gln. (44) und (45):

$$A_{\max} = \frac{1}{1 - \frac{m^2 \left(1 - \frac{\Delta R}{R}\right)^2 - 1 \ln \left[ m \left(1 - \frac{\Delta R}{R}\right) \right]}{m^2 - 1} \cdot \frac{1}{\ln m}. \quad (46)$$

In Abb. 7 ist der Verlauf der Funktion  $A_{\max} = f(\Delta R/R)$  mit  $m = R/r$  als Parameter aufgezeichnet. Daraus geht hervor, daß das maximal erreichbare Auflösungsvermögen  $A_{\max}$  um so größer wird, je kleiner die Breite  $\Delta R$  des Ioneneintrittsspalts gewählt wird. Für  $\Delta R \rightarrow 0$  wird das maximale Auflösungsvermögen theoretisch unendlich groß. Mit  $\Delta R \rightarrow 0$  geht aber nach Gl. (45) auch  $Q_0 \rightarrow Q$  und damit nach Gl. (39)  $I_0 \rightarrow 0$ . Das höchste erreichbare Auflösungsvermögen wird also durch die untere Meßbarkeitsgrenze des Ionenstroms bestimmt.

Aus Gl. (46) bzw. den Abb. 6 und 7 ergibt sich auch das maximal erreichbare Auflösungsvermögen für den oben behandelten Aspirationskondensator ohne Ioneneintrittsspalt und mit einfach unterteilter Innenelektrode: Für diesen Fall wird wegen  $R_0 = r$  das Verhältnis  $P/P_0 = \infty$  bzw. die Spaltbreite  $\Delta R = R - r$  und damit das Auflösungsvermögen  $A_{\max} = 1$  ( $a/l < 0,1$ ).

Beweglichkeitsspektrometer mit unterteilter Innenelektrode und Ioneneintrittsspalt wurden u. a. von ERIKSON<sup>1)</sup> [1921—1929], ZELNY [1929, 1931], YUNKER [1940] und HOEGL [1963] sowie von BRICARD<sup>1)</sup> und Mitarbeitern [1965] zur Aufnahme von Beweglichkeitsspektrogrammen verwendet (vgl. auch [KNOLL, EICHMEIER, SCHÖN 1964]).

<sup>1)</sup> Diese Autoren benutzten eine ebene, die anderen eine zylinderförmige Elektrodenanordnung.

## 5. Beispiel für die Berechnung des Auflösungsvermögens

Für einen von HOEGL [1963] gebauten Aspirationskondensator mit einfach unterteilter Innenelektrode und Ioneneintrittsspalt wurde das Auflösungsvermögen berechnet. Der Aspirationskondensator hat folgende Abmessungen: Radius der Außenelektrode  $R = 40$  mm, Radius der Innenelektrode  $r = 5$  mm, Innenradius des (ringförmigen) Ioneneintrittsspalts  $R_0 = 35$  mm, Breite des Ioneneintrittsspalts  $\Delta R = R - R_0 = 5$  mm, wirksame Kondensatorlänge  $l = 315$  mm, Länge der Meßelektrode  $a = 90,5$  mm und Länge der Vorelektrode  $l' = l - a = 224,5$  mm. Mit diesen Zahlenwerten ergibt sich aus Gl. (43) ein Auflösungsvermögen  $A = k_g/\Delta k = 1,45$ .

Der Wert  $A = 1,45$  besagt, daß das auflösbare Beweglichkeitsintervall  $\Delta k$  das  $(1/1,45) \approx 0,7$ fache der jeweils gerade gemessenen Ionenbeweglichkeit  $k (= k_g)$  ist. Wird zum Beispiel der Beweglichkeitsspektrograph auf die Beweglichkeit  $k = 1 \text{ cm}^2/\text{Vsec}$  eingestellt, so gelangen neben den Ionen mit dieser Beweglichkeit auch diejenigen Ladungsträger zur Meßelektrode, deren Beweglichkeit im Intervall  $\Delta k = 0,7 k$ , d. h. zwischen  $0,65 < k < 1,35 \text{ cm}^2/\text{Vsec}$  liegt. Bei einer eingestellten Beweglichkeit  $k = 0,5 \text{ cm}^2/\text{Vsec}$  erfaßt der Spektrograph auch die Ionen, deren Beweglichkeit zwischen  $0,3 < k < 0,65 \text{ cm}^2/\text{Vsec}$  liegt. Diese Ionen werden aber bei der ersten Einstellung nicht erfaßt. Allgemein kann man sagen, daß Ionengruppen, deren Beweglichkeiten sich etwa um den Faktor  $f = 2$  unterscheiden, vom Beweglichkeitsspektrographen als deutlich getrennte Strommaxima registriert werden. Da die Strommaxima aber auch dann noch getrennt wahrnehmbar sind, wenn sie sich teilweise überschneiden, darf der Faktor  $f$  auch kleiner als 2, nämlich etwa 1,6 sein. Dieses aus den Kondensatordimensionen berechnete Ergebnis stimmt praktisch mit dem von HOEGL [1963] empirisch gefundenen Wert überein. HOEGL fand, daß das Auflösungsvermögen des Spektrographen ausreicht, um Ionen, deren Beweglichkeiten sich um etwa den Faktor 1,5 unterscheiden, als getrennte Strommaxima sichtbar werden zu lassen.

## 6. Bedingungen für eine weitgehend fehlerfreie Aufnahme von Beweglichkeitsspektrogrammen

Für die fehlerfreie Aufnahme eines Beweglichkeitsspektrogramms müssen zwei Bedingungen erfüllt sein. Erstens müssen die Randfeldverzerrungen am Kondensatoreingang möglichst klein gehalten werden. Liegt die Außenelektrode an Spannung und ist die Innenelektrode (Meßelektrode) geerdet, so wirkt dieses Randfeld infolge der Ausbuchtung der Feldlinien am Kondensatoreingang auf die abzusaugenden Ionen bremsend und hindert so einen Teil der leichter beweglichen Ionen am Eintritt in den Kondensator. Das Beweglichkeitsspektrogramm weist in diesem Fall im Bereich der höchsten vorkommenden Ionenbeweglichkeiten zu niedrige Konzentrationswerte auf.

Die zweite Bedingung bezieht sich auf die Luftströmung im Kondensator. Diese Strömung soll laminar sein, d. h. es sollen keine radialen Luftgeschwindigkeitskomponenten auftreten. Bei Beweglichkeitsspektrogrammen mit Ioneneintrittsspalt wird die

Laminarität der Luftströmung durch kurze konzentrische Rohrelektroden (die als Ionenabsorber bzw. Randfeldentzerrer dienen) gefördert (vgl. [HOEGL 1963]). Ist die Strömung vollkommen laminar, so gelten die Gln. (1) bis (46) unabhängig vom Strömungsprofil im Kondensator und das gemessene Beweglichkeitsspektrogramm stimmt mit dem tatsächlich vorhandenen Spektrum überein. Eine turbulente Strömung hat dagegen wegen der Verzerrung der Ionenbahnen entsprechende Verzerrungen des gemessenen Beweglichkeitsspektrogramms zur Folge.

Die Einflüsse der Randfeldverzerrungen am Kondensatoreingang und der Turbulenz der Luftströmung im Kondensator sowie die konstruktiven und rechnerischen Methoden zur Verminderung bzw. quantitativen Erfassung dieser Einflüsse sind u. a. von ISRAËL (vgl. [ISRAËL 1957] und die dort angegebenen Literaturhinweise) sowie neuerdings von HOEGL [1963] und SCHMEER [1965] ausführlich diskutiert worden.

Herrn Prof. Dr. MAX KNOLL danke ich für die freundliche Förderung und sein Interesse an dieser Arbeit. Für die kritische Durchsicht des Manuskripts bin ich Herrn Dr.-Ing. U. BÜKTAS zu Dank verpflichtet.

### Literatur

- BARANOW, W. J., und E. S. STSCHEPOTJEWA: Phys. Zeitschr. 29, 741—750, 1928.
- BLACKWOOD, O.: Phys. Rev. 16, 85—101, 1920.
- BOYLAN, R. K.: Proc. Roy. Irish Acad. 40, 76—84, 1931.
- BRICARD, J., P. GIROD und J. PRADEL: Compt. Rend. 260, 6587—6590, 1965.
- BUSSE, W.: Ann. Phys. 76, 493—533, 1925.
- DESSAUER, F.: Zehn Jahre Forschung auf dem physikalisch-medizinischen Grenzgebiet. Leipzig: Thieme-Verlag 1931.
- EBERT, H.: Phys. Zeitschr. 2, 662—664, 1901.
- ERIKSON, H. A.: Phys. Rev. 18, 100—101, 1921; 24, 502—509, 1924; 28, 372—377, 1926; 30, 339—348, 1927; 32, 791—794, 1928; 33, 403—411, 1929; 34, 635—643, 1929.
- FRANCK, J.: Ann. Phys. 21, 972—1000, 1906.
- GERDIEN, H.: Phys. Zeitschr. 4, 632—635, 1903.
- HOEGL, A.: Z. angew. Physik 16, 252—258, 1963.
- : Zur integralen und differentiellen Konzentrationsbestimmung atmosphärischer Ionen. Dissertation, TH München 1963.
- ISRAËL, H.: Gerl. Beiträge Geophys. 31, 173—216, 1931.
- : Atmosphärische Elektrizität. Teil I: Grundlagen, Leitfähigkeit, Ionen. Leipzig: Akadem. Verlagsges. 1957, S. 106ff.

- KNOLL, M., J. EICHMEIER und R. W. SCHÖN: *Advances in Electronics and Electron Physics*, 19, 177—254, 1964.
- MACHE, H.: *Phys. Zeitschr.* 4, 717—721, 1903.
- MCCLELLAND, J. A.: *Phil. Mag.* 46, 29—42, 1898.
- MISAKI, M.: *Papers Meteorol. Geophys.*, Tokyo, 1, 313—318, 1950; 12, 247—260, 1961.  
—: *J. Geophys. Res.* 69, 3309—3318, 1964.
- NOLAN, J. J., und G. P. DE SACHY: *Proc. Roy. Irish Acad.* 37, 71—94, 1927.
- ORTNER, G., und A. F. EL NADI: *J. Atmosph. Terr. Phys.* 7, 31—39, 1955.
- RUTHERFORD, E.: *Phil. Mag.* 47, 109—163, 1899.
- SCHMEER, H. R.: *Untersuchung über die Meßbarkeit der elektrischen Leitfähigkeit und der Dichte der Kleinionen in der Atmosphäre.* Dissertation, TH München 1965.
- SIKSNA, R.: *Arkiv f. Fysik* 5, 545—564, 1952.
- WHIPPLE, E. C.: *J. Geophys. Res.* 65, 3679—3684, 1960.
- YOUNG, W. M.: *Phys. Rev.* 28, 129—141, 1926.
- YUNKER, E. A.: *Terr. Magn.* 45, 127—132, 1940.
- ZELENY, J.: *Phil. Trans. Roy. Soc. A* 195, 193—234, 1900.  
—: *Phys. Rev.* 34, 310—334, 1929; 36, 35—43, 1930; 38, 969—976, 1931.



# Zeitliche Variation und Genauigkeit bei der Bestimmung der Höhenveränderlichkeit geomagnetischer Elemente, abgeleitet aus Normalfeldern für Mitteleuropa

Von A. EBEL, Köln<sup>1)</sup>

Eingegangen am 14. Dezember 1967

*Zusammenfassung:* Aus Normalfeldern geomagnetischer Elemente in Form einer beim quadratischen Glied abgebrochenen TAYLORreihe werden Koeffizienten für die Höhenabhängigkeit des mitteleuropäischen Magnetfeldes hergeleitet. Es wird das Normalfeld nach RÖSSIGER verwendet, das die dazu erforderliche Voraussetzung eines Potentials allerdings nur unvollkommen erfüllt. Die Höhenkoeffizienten fallen je nach der zur Berechnung verwendeten Kombination von drei Elementen verschieden aus. Dieser Umstand wird zu einer Prüfung der Genauigkeit benutzt. Ferner wird die Veränderlichkeit der Höhenkoeffizienten für das Normalfeld der Epochen 1931.5 bis 1962.5 untersucht, die sich aus der Säkularvariation ergibt.

*Summary:* Coefficients for the height dependency of the Central European magnetic field have been derived from a polynomial representation of geomagnetic elements in the form of a TAYLOR series up to the second power. A special representation as defined by RÖSSIGER is applied. However, the latter only fulfills the conditions of a potential imperfectly. The height coefficients differ depending on which combination of the elements has been chosen for computing them. This fact has been used to check accuracy. Furthermore, the variability of the height coefficients resulting from secular change has been investigated for the periods 1931.5 to 1962.5.

## 1. Vorbemerkung

Die Darstellung der geographischen Abhängigkeit der Elemente des aus dem Erdinnern stammenden Magnetfeldes durch Normalfelder erfolgt vor allem aus praktischen Gründen. Die unkomplizierte mathematische Form, üblich ist eine beim quadratischen Glied abgebrochene TAYLOR-Reihe

$$E(\varphi, \lambda) = A_0 + A_1 \Delta\varphi + A_2 \Delta\lambda + A_3 (\Delta\varphi)^2 + A_4 \Delta\varphi \Delta\lambda + A_5 (\Delta\lambda)^2 \quad (1)$$

( $E(\varphi, \lambda)$ : Element;  $\Delta\varphi, \Delta\lambda$ : Breiten- und Längendifferenz zu einer Bezugsstation  $\varphi_0, \lambda_0$ , positiv nach Norden und Osten), empfiehlt die Normalfelddarstellung besonders zur

---

<sup>1)</sup> Dr. ADOLF EBEL, Institut für Geophysik und Meteorologie der Universität zu Köln, 5 Köln-Lindenthal, Albertus-Magnus-Platz.

Verwendung in elektronischen Rechenprogrammen, in denen die Werte des geomagnetischen Feldes benötigt werden. Ein Nachteil der Darstellung (1) ist, daß sie die Höhenabhängigkeit der Elemente nicht wiedergibt. Es besteht aber die Möglichkeit, aus der Annahme, daß das Magnetfeld ein Potential besitzt, seine Höhenveränderlichkeit herzuleiten. Leider trifft diese Voraussetzung bei den meisten Berechnungen nicht zu. Man muß also fragen, wie genau die Darstellung der Variation mit der Höhe ist, wenn man an eine solche Anwendung denkt.

Ferner wird für die Verarbeitung aktueller Meßdaten meist angestrebt, die benötigten geomagnetischen Werte zum Zeitpunkt der Messung zu verwenden. Sofern diese nicht direkt mitbestimmt werden können, arbeitet man häufig mit zeitlichen Extrapolationen, die die Säkularvariation des Feldes berücksichtigen. Für das Normalfeld (1) existieren verschiedene Untersuchungen [THIELE 1952, FANSELAU und KAUTZLEBEN 1960, KAUTZLEBEN 1963], die die Zeitabhängigkeit der Koeffizienten  $A_n$  für die Breiten- und Längenveränderlichkeit behandeln. Ähnliche Arbeiten über die aus dem Normalfeld hergeleitete Höhenveränderlichkeit liegen nicht vor. Damit ergab sich, auf Grund praktischer Erfordernisse, die Problemstellung dieser Arbeit: Welcher zeitlichen Variation unterliegen die Koeffizienten der Höhenabhängigkeit, die aus (1) hergeleitet werden, und mit welcher Genauigkeit sind sie zu gewinnen?

## 2. Die Untersuchungsmethode

Die Antwort auf die gestellten Fragen ist wegen der benötigten Beobachtungsunterlagen und des großen Rechenumfangs nur mit einem Normalfeld auf einfachster Grundlage mit vertretbarem Aufwand zu erhalten. Es wurde das RÖSSIGERSche Normalfeld [RÖSSIGER 1942] herangezogen, das auf den sechs Stationen Niemegek (52,07 °N; 12,68 °E), Lovö (59,34; 17,83), Saimischtsche (55,83; 48,84), Eskdalemuir (55,30; — 3,20), San Fernando (36,46; — 6,20) und Helwan (29,86; 31,34) basiert. Es hat den Vorteil, daß in den oben zitierten Arbeiten in verschiedener Hinsicht seine Verwendbarkeit untersucht und bestätigt wurde. Sein Gültigkeitsbereich umfaßt Mittel-, West- und Südeuropa. Bezugspunkt  $\varphi_0, \lambda_0$  ist Niemegek. Die Koeffizienten der Gleichung (1) sind bei gegebenen Werten für die genannten Stationen eindeutig bestimmt. Die Voraussetzung, daß das Normalfeld ein Potential besitzt und daß es auf einer Kugeloberfläche gilt, gibt die Möglichkeit, die Bedingungs-gleichung

$$\text{rot } \vec{F} = 0$$

in gut zu handhabender Form anzuwenden. Es seien  $X$  die Nordkomponente,  $Y$  die Ostkomponente und  $Z$  die Vertikalkomponente, positiv nach unten. Die Bedingungs-gleichung stellt dann die Beziehungen zwischen horizontaler und vertikaler Veränderlichkeit von  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  dar. Es gilt ( $r$ : Abstand des betrachteten Punktes vom Erdmittelpunkt;  $\varphi$ : Breite;  $\lambda$ : Länge)

$$\frac{1}{r \cos \varphi} \left[ \frac{\partial}{\partial \varphi} (Y \cdot \cos \varphi) - \frac{\partial X}{\partial \lambda} \right] = 0 \quad (2a)$$

$$\frac{1}{r \cos \varphi} \left[ \cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot Y) + \frac{\partial Z}{\partial \lambda} \right] = 0 \quad (2b)$$

$$\frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot X) + \frac{\partial Z}{\partial \varphi} \right] = 0. \quad (2c)$$

Für die Z-Komponente läßt sich aus der LAPLACESchen Differentialgleichung  $\Delta V = 0$  herleiten:

$$\frac{\partial Z}{\partial r} = -\frac{2Z}{r} + \frac{1}{r \cos \varphi} \left[ \frac{\partial}{\partial \varphi} (\cos \varphi \cdot X) + \frac{\partial Y}{\partial \lambda} \right]. \quad (2d)$$

Die Gleichungen (2b) und (2c) lassen sich nach

$$\frac{\partial X}{\partial r} \quad \text{und} \quad \frac{\partial Y}{\partial r}$$

auflösen. Weitere Differentiationen dieser Ableitungen und von (2d) nach  $r$ ,  $\varphi$  und  $\lambda$  ergeben die ebenfalls benötigten Ableitungen

$$\frac{\partial^2 X}{\partial r^2}, \frac{\partial^2 X}{\partial r \partial \varphi}, \frac{\partial^2 X}{\partial r \partial \lambda} \text{ usw.}$$

Man findet leicht, daß sich alle Ableitungen nach der Höhe durch Ableitungen nach Breite und Länge darstellen lassen, die wiederum aus (1) berechnet werden können. Das Ziel ist, ein erweitertes Normalfeld

$$E(\varphi, \lambda, h) = E(\varphi, \lambda) + A_6 h + A_7 h \Delta \varphi + A_8 h \Delta \lambda + A_9 h^2 \quad (3)$$

mit der Höhe  $h$  über dem Erdboden als neuer Variabler zu gewinnen. Die Koeffizienten  $A_6$  bis  $A_9$  lassen sich dadurch bestimmen, daß man die aus (2 b—d) unter Verwendung des Normalfeldes (1) für  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  erhaltenen Ableitungen mit den entsprechenden Ableitungen des Normalfeldes (3) am Bezugspunkt  $\varphi_0$ ,  $\lambda_0$  vergleicht. Die dazu benötigten Formeln findet man in den Arbeiten von MAUERSBERGER [1957 und 1959].

In der erstgenannten Arbeit wird auch eine Möglichkeit erwähnt, die Güte derartiger Darstellungen zu prüfen. Denn das Normalfeld (1) läßt sich natürlich auch für die übrigen geomagnetischen Elemente — die Horizontalintensität  $H$ , die Deklination  $D$ , die Totalintensität  $F$  und die Inklination  $J$  — berechnen. Sofern nicht eines der

Elemente an der Bezugsstation den Wert Null hat, lassen sich 27 Kombinationen finden, die eine vollständige Beschreibung des Magnetfeldes bilden. Es sind die Kombinationen

<i>XYZ</i> (1)	<i>XYF</i> (2)	<i>XYJ</i> (3)	<i>YHJ</i> (4)
<i>HDJ</i> (5)	<i>HDF</i> (6)	<i>ZDF</i> (7)	<i>XDF</i> (8)
<i>XDJ</i> (9)	<i>XZD</i> (10)	<i>YZH</i> (11)	<i>YFH</i> (12)
<i>ZHD</i> (13)	<i>YZF</i> (14)	<i>YZJ</i> (15)	<i>YFJ</i> (16)
<i>DFJ</i> (17)	<i>ZDJ</i> (18)	<i>YDF</i> (19)	<i>YDJ</i> (20)
<i>YZD</i> (21)	<i>XZH</i> (22)	<i>XZF</i> (23)	<i>XZJ</i> (24)
<i>XHF</i> (25)	<i>XHJ</i> (26)	<i>XFJ</i> (27)	

Die Zahlen geben die in Abbildungen und Text verwendete Numerierung an. Alle diese Kombinationen ermöglichen durch Umwandlung der Gleichungen (2 b—d) mit Hilfe der Beziehungen der Elemente untereinander die Herleitung der Koeffizienten  $A_6$  bis  $A_9$  für die den Normalfeldern zugrunde liegenden Elemente. Doch auch die Höhenkoeffizienten der restlichen Elemente lassen sich aus den so gefundenen Feldern der Form (3) mit einer einzigen Kombination herleiten. Ein Beispiel: Man hat die Kombination *XYZ* berechnet und fragt, welcher Wert von

$$\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{\partial H}{\partial h}$$

am Bezugspunkt daraus resultiert. Dieser Wert  $\left(\frac{\partial H}{\partial h}\right)_0$  ist, wie sich durch Anwendung von (3) leicht zeigen läßt, der sozusagen indirekt berechnete Koeffizient  $A_6$  für das Normalfeld von  $H$ . Aus  $H = (X^2 + Y^2)^{1/2}$  folgt

$$\frac{\partial H}{\partial r} = \left( X \frac{\partial X}{\partial r} + Y \frac{\partial Y}{\partial r} \right) (X^2 + Y^2)^{-1/2}.$$

Wendet man diese Beziehung an, indem man (3) benutzt, findet man für  $\left(\frac{\partial H}{\partial r}\right)_0$

$$A_6^H = \frac{A_0^X A_6^X + A_0^Y A_6^Y}{\sqrt{(A_0^X)^2 + (A_0^Y)^2}}$$

Die Koeffizienten sind hier entsprechend ihrer Zugehörigkeit zu den Elementen gekennzeichnet. Der weitere Formalismus ist nicht schwierig, aber umfangreich und möge hier unter Hinweis auf die Arbeit von MAUERSBERGER [1957], wo man einige

weitere Ableitungen findet, übergangen werden. Jede Kombination führt zu mehr oder weniger verschiedenen Ergebnissen für die  $A_n$ , eine Folge der starren Vorschrift für die Bildung des RÖSSIGERSchen Normalfeldes. Die Differenzen lassen sich nun zur Prüfung der Zuverlässigkeit der Höhenkoeffizienten ausnützen, indem man die aus allen 27 Kombinationen gefundenen Werte miteinander vergleicht.

Die Methode des Vergleichs wurde hier verwendet. Für die Herleitung der Zeitabhängigkeit wurden jedoch Mittel aus nur 18 Kombinationen verwendet (Nummer 1 bis 18). Die Streichung der übrigen erfolgte nicht willkürlich, sondern mit Hilfe der Gleichung (2a), die bisher noch nicht verwendet wurde. Am Bezugspunkt wurden die Werte der eckigen Klammer, ihrer Ableitung nach  $\varphi$  und nach  $\lambda$  berechnet. Diese Werte kann man als Maß für die Abweichung einer Normalfeld-Kombination von der Potentialbedingung auffassen. Es wurde bei Verwendung der Einheit  $\gamma$  die Forderung gestellt, daß im Untersuchungszeitraum kein Wert dem Betrag nach größer als  $10^4$  werden sollte.

Die Berechnung der Normalfelder (3) erfolgte mit den bei der NASA [IAGA 1965] erschienenen Magnetfelddaten (Komponenten  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ). Es wurden die Epochen 1931.5 bis 1962.5 untersucht, wozu für Helwan die Werte für 1952.5—1955.5 und 1960.5—1962.5, für Lovö und Saimischtsche ein Teil der Elemente von 1962.5 durch Interpolation bestimmt werden mußten. Bis auf einen Wert für Niemegek ( $Z$ , 1950.5) wurde vorausgesetzt, daß die verwendeten Daten fehlerfrei veröffentlicht wurden.

Die Benutzung der Großrechenanlage (IBM 7090) des Instituts für Instrumentelle Mathematik, Universität Bonn, dem an dieser Stelle gedankt sei, ermöglichte die sonst kaum durchführbare Berechnung der Koeffizienten  $A_0$  bis  $A_9$  der sieben Elemente aus 27 Kombinationen für 32 Jahre und damit die Untersuchung des zeitlichen Ganges an den Koeffizienten selbst. Die so ermittelten Beziehungen für die höhenunabhängigen Koeffizienten stimmen mit den von KAUTZLEBEN [1963] gefundenen gut überein. Sie werden außer einer auszugsweisen Wiedergabe unten nicht weiter diskutiert. Autor des für den Zeitausgleich im eigenen Programm benutzten Unterprogramms ist P. HEYDERHOFF vom Institut für Instrumentelle Mathematik in Bonn.

### 3. Die Genauigkeit der Höhenkoeffizienten

Am Beispiel der Epoche 1951.5 soll gezeigt werden, in welchen Bereichen die Koeffizienten  $A_6$  bis  $A_9$  beim Durchlaufen aller Kombinationen schwanken können. Dazu wurde die Bestimmung von „Streuung“ und „mittlerem Fehler des Mittels“ vorgenommen, obwohl diese Größen hier nur formal den Definitionen der Statistik entsprechen. Denn die damit untersuchten Werte sind nicht unabhängig voneinander. Als Beispiel sind die Koeffizienten der  $Z$ -Komponente in Abbildung 1 dargestellt. Tabelle 1 enthält für alle Elemente das Mittel sowie den (formalen) Fehler des Mittels und die (formale) Streuung, berechnet aus allen 27 Kombinationen und aus den ausgewählten 18 Kombinationen.

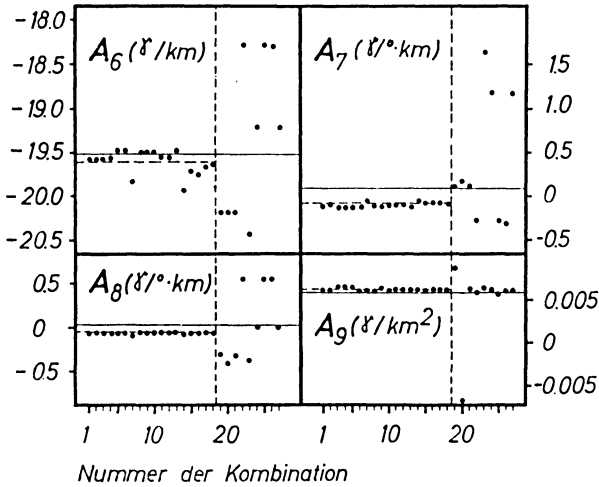


Abb. 1: Die Höhenkoeffizienten für das Element Z, berechnet für 27 Kombinationen. Die Einheiten der Ordinaten sind neben den Symbolen der Koeffizienten angegeben. Die Nummern der Kombinationen siehe Abschnitt 2! Epoche 1951.5.

Height coefficients for the Z element computed for 27 combinations. The ordinate units are given beside the coefficient symbols. For the numbers of the combinations see part 2!

— — — — Mittel aus 27 Kombinationen — Mean of 27 combinations;

- - - - Mittel aus 18 Kombinationen — Mean of 18 combinations.

In der Abbildung ist deutlich zu erkennen, wie bei der Z-Komponente die Kombinationen mit großer Abweichung von der Potentialbedingung zu einer erhöhten Streuung um die Mittelwerte führen. Ein Vergleich der Fehlerangaben für die beiden Kollektive in Tabelle 1 zeigt, daß es sich bei den übrigen geomagnetischen Elementen ebenso verhält. Die Fehler ändern sich im Gegensatz zu den Mitteln während des 32jährigen Untersuchungszeitraums nur geringfügig. Bis auf einige erhebliche Abweichungen zu größeren Werten werden durch die 18 ausgewählten Kombinationen die Schätzungen bestätigt, die von MAUERSBERGER [1962] für das gleiche Gebiet an Hand anderer Daten für 1935.0 durchgeführt wurden. Bemerkenswert ist, daß viele Koeffizienten  $A_7$  und  $A_8$  auch bei reduzierter Anzahl der Kombinationen eine im Verhältnis zum Absolutwert große Streuung aufweisen. Ihr Aussagewert wird dadurch sehr herabgesetzt.

Tabelle 1: Die Höhenkoeffizienten  $A_6, A_7, A_8$  und  $A_9$  als Mittel aus 27 und 18 Kombinationen der geomagnetischen Elemente und ihre Fehler. Einheiten:  $\gamma$ ;  $D$  und  $J$  in Minuten. Epoche 1951.5.

Es bedeuten  $m$ : Mittel,  $f$ : mittlerer Fehler des Mittels,  $s$ : Streuung.

Element		27 Kombinationen				18 Kombinationen			
		$A_6$	$10 \cdot A_7$	$10^2 \cdot A_8$	$10^3 \cdot A_9$	$A_6$	$10 \cdot A_7$	$10^2 \cdot A_8$	$10^3 \cdot A_9$
$X$	$m$	-7,41	2,56	-0,07	0,8	-7,46	2,66	-1,1	1,56
	$f$	0,05	0,14	1,68	0,4	0,04	0,06	0,2	0,03
	$s$	0,26	0,71	8,72	2,1	0,17	0,27	0,9	0,13
$Y$	$m$	-0,52	-0,17	-12,4	0,3	-0,384	-0,27	-7,6	0,48
	$f$	0,17	0,25	5,8	0,3	0,009	0,03	0,1	0,01
	$s$	0,89	1,30	30,2	1,8	0,039	0,15	0,6	0,05
$Z$	$m$	-19,52	0,72	-2,9	5,6	-19,61	-0,89	-5,7	5,99
	$f$	0,10	0,91	4,6	0,5	0,03	0,06	0,2	0,04
	$s$	0,52	4,74	23,8	2,5	0,13	0,26	0,7	0,17
$H$	$m$	-7,38	2,54	-0,2	0,8	-7,43	2,67	-1,3	1,56
	$f$	0,06	0,15	1,8	0,4	0,04	0,06	0,2	0,04
	$s$	0,30	0,77	9,5	2,2	0,17	0,28	0,9	0,13
$F$	$m$	-20,86	1,54	-2,8	5,5	-20,95	0,12	-5,8	6,14
	$f$	0,09	0,83	4,1	0,5	0,03	0,06	0,2	0,04
	$s$	0,47	4,33	21,4	2,4	0,12	0,24	0,7	0,18
$D$	$m$	-0,163	-0,02	-1,1	0,10	-0,139	-0,061	-0,33	0,241
	$f$	0,032	0,04	1,1	0,08	0,002	0,006	0,03	0,006
	$s$	0,164	0,20	5,5	0,40	0,007	0,025	0,12	0,024
$J$	$m$	-0,055	0,06	-0,1	0,07	-0,054	0,004	-0,08	0,040
	$f$	0,005	0,03	0,2	0,03	0,003	0,005	0,02	0,002
	$s$	0,027	0,15	1,2	0,16	0,012	0,021	0,07	0,009

#### 4. Die zeitliche Veränderlichkeit der Höhenkoeffizienten

Es ist zu erwarten, daß sich die Säkularvariation der Ausgangsdaten in irgendeiner Weise in den Koeffizienten des Normalfeldes (3) äußert. Für die  $A_0$  bis  $A_5$  läßt sich das in anschaulicher Weise zeigen [KAUTZLEBEN 1963]. Eine ähnliche Darstellung der Zeitabhängigkeit der Höhenkoeffizienten als Funktion der Säkularvariation der Stationswerte stößt auf erhebliche Schwierigkeiten, so daß eine Berechnung der Koeffizienten für jede Epoche und der anschließende Zeitausgleich bei Einsatz elektronischer Rechenmaschinen der einfachere Weg ist. Die höhenunabhängigen Koeffizienten wurden ebenso behandelt. Ihre Zeitkoeffizienten sind in Tabelle 2 für die Komponenten  $X, Y$  und  $Z$  zusammengestellt, um einen Vergleich der Größenordnungen aller

Tabelle 2: Koeffizienten  $A_0$  bis  $A_5$  der Elemente  $X$ ,  $Y$  und  $Z$ ; linearer und quadratischer Ausgleich nach der Zeit.

Es bedeuten  $K_n$ : Koeffizienten der Ausgleichsfunktion (siehe Text!),  
 $f$ : mittlerer Fehler der Ausgleichsfunktion.

Element		Linearer Ausgleich			Quadratischer Ausgleich			
		$K_0$	$K_1$	$f$	$K_0$	$K_1$	$10^3 \cdot K_2$	$f$
$X$	$A_0$	18 373	2,37	39,0	18 463	-13,46	480	10,5
	$A_1$	-449,3	-0,876	2,2	-444,3	-1,764	26,9	0,8
	$A_2$	45,1	-0,845	0,2	45,4	-0,882	1,1	0,2
	$A_3$	2,29	0,0297	0,04	2,26	0,0363	-0,20	0,04
	$A_4$	-0,63	-0,0046	0,03	-0,53	-0,0211	0,50	0,02
	$A_5$	-1,264	0,01253	0,012	-1,243	0,87310	0,115	0,003
$Y$	$A_0$	-1759	39,72	43,7	-1862	57,86	550	6,3
	$A_1$	41,4	-0,721	0,5	40,9	-0,629	-2,8	0,5
	$A_2$	145,4	-0,283	0,5	146,1	-0,404	3,7	0,4
	$A_3$	0,16	-0,0261	0,09	0,35	-0,6004	1,03	0,03
	$A_4$	-0,26	0,0161	0,09	-0,06	-0,0196	1,08	0,03
	$A_5$	-0,754	-0,01264	0,021	-0,705	-0,2133	0,263	0,004
$Z$	$A_0$	43 030	35,84	45,2	42 932	53,13	524	19,3
	$A_1$	511,0	-0,225	2,5	516,2	-1,143	27,8	1,2
	$A_2$	10,9	1,110	1,5	7,8	1,645	-16,2	0,8
	$A_3$	-9,75	-0,0448	0,13	-9,57	-0,0762	0,95	0,10
	$A_4$	2,21	-0,0690	0,08	2,14	-0,0577	-0,34	0,07
	$A_5$	2,11	-0,0107	0,03	2,17	-0,0203	0,29	0,02

$A_n$  und dem Leser bei Bedarf die Berechnung des vollständigen Magnetfeldes zu ermöglichen. Es wurden die lineare ( $A = K_0 + K_1 t$ ) und die quadratische ( $A = K_0 + K_1 t + K_2 t^2$ ) Zeitabhängigkeit gewählt. Der zweite Grad des Ausgleichs bringt gegenüber dem ersten zum Teil größere Verbesserungen, während ein Ausgleich dritten Grades nur geringfügig besser als der zweiten Grades ist. Das gilt auch für die Höhenkoeffizienten (Tab. 3), die aus den 18 besten Kombinationen gemittelt wurden. Der Nullpunkt der Zeitählung ( $t = 0$ ) ist 1930,5; die Zeiteinheit ist das Jahr. Die Einheiten für die  $A_n$  sind wieder  $\gamma$ , bei  $D$  und  $J$  in Tabelle 3 Minuten. Um in einigen Fällen den Verlauf der Einzelwerte und Ausgleichskurven zweiten Grades vergleichen zu können, wurden in Abbildung 2 (siehe Seite 96) die Höhenkoeffizienten  $A_6$  der Elemente  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  und  $A_7$ ,  $A_8$ ,  $A_9$  des Elements  $Z$  für den Untersuchungszeitraum dargestellt. Im allgemeinen lassen sich die Höhenkoeffizienten von 1931,5 bis 1962,5 graphisch durch einen glatten Kurvenzug recht gut annähern. Der dargestellte Koeffizient  $A_6$  für  $X$  macht eine Ausnahme, ebenso die hier nicht abgebildeten Koeffizienten  $A_6$  für  $H$ ,  $A_7$  für  $D$  und  $A_7$  für  $J$ . Vergleicht man die zeitliche Änderung der Mittelwerte der  $A_n$  mit den „Streuungen“ der 18 Kombinationen in



Tabelle 3: Koeffizienten  $A_6$  bis  $A_9$  aller Elemente; linearer und quadratischer Ausgleich nach der Zeit. Bedeutung der Symbole wie in Tabelle 2. Einheiten:  $\gamma$ ;  $D$  und  $J$  Minuten.

Element	Koeffizient	Linearer Ausgleich			Quadratischer Ausgleich			
		$K_0$	$10^2 \cdot K_1$	$f$	$K_0$	$10^2 \cdot K_1$	$10^3 \cdot K_2$	$f$
<i>X</i>	$A_6$	-7,49	0,13	0,03	-7,55	1,18	-0,32	0,01
	$10^2 \cdot A_7$	24,68	8,68	0,26	24,27	15,95	-2,20	0,20
	$10^2 \cdot A_8$	-2,89	8,24	0,07	-2,84	7,36	0,27	0,07
	$10^3 \cdot A_9$	1,654	-0,412	0,009	1,670	-0,690	0,084	0,003
<i>Y</i>	$A_6$	0,12	-2,31	0,03	0,19	-3,39	0,33	0,01
	$10^2 \cdot A_7$	-4,53	8,48	0,13	-4,34	5,07	1,03	0,11
	$10^2 \cdot A_8$	-8,33	3,56	0,10	-8,50	6,49	-0,89	0,07
	$10^3 \cdot A_9$	0,308	0,770	0,014	0,275	1,341	-0,173	0,004
<i>Z</i>	$A_6$	-19,08	-2,46	0,03	-19,01	-3,70	0,38	0,02
	$10^2 \cdot A_7$	-10,70	8,71	0,12	-10,84	11,25	-0,77	0,10
	$10^2 \cdot A_8$	-4,48	-5,58	0,14	-4,17	-11,09	1,67	0,04
	$10^3 \cdot A_9$	5,74	1,21	0,02	5,70	1,94	-0,22	0,02
<i>H</i>	$A_6$	-7,46	0,13	0,03	-7,53	1,27	-0,35	0,01
	$10^2 \cdot A_7$	24,99	7,75	0,25	24,61	14,48	-2,04	0,20
	$10^2 \cdot A_8$	-2,59	5,91	0,09	-2,45	3,52	0,72	0,07
	$10^3 \cdot A_9$	1,625	-0,321	0,009	1,642	-0,619	0,090	0,006
<i>F</i>	$A_6$	-20,48	-2,24	0,02	-20,44	-2,95	0,22	0,02
	$10^2 \cdot A_7$	-0,86	9,58	0,11	-1,02	12,48	-0,88	0,08
	$10^2 \cdot A_8$	-5,10	-2,98	0,15	-4,76	-8,92	1,80	0,04
	$10^3 \cdot A_9$	5,92	1,03	0,02	5,89	1,62	-0,18	0,02
<i>D</i>	$A_6$	-0,110	-0,129	0,003	-0,106	-0,199	0,021	0,002
	$10^2 \cdot A_7$	-0,691	0,395	0,031	-0,641	-0,498	0,271	0,023
	$10^2 \cdot A_8$	-0,424	0,448	0,015	-0,449	0,883	-0,132	0,011
	$10^3 \cdot A_9$	0,268	-0,132	0,001	0,270	-0,166	0,010	0,001
<i>J</i>	$A_6$	-0,049	-0,030	0,001	-0,046	-0,067	0,011	0,001
	$10^2 \cdot A_7$	0,030	0,024	0,014	0,043	-0,201	0,068	0,013
	$10^2 \cdot A_8$	-0,031	-0,218	0,005	-0,034	-0,168	-0,015	0,005
	$10^3 \cdot A_9$	0,0352	0,025	0,0002	0,0351	0,027	-0,001	0,0002

Tabelle 1, ließe sich in einigen Fällen (z. B. *X*, *H* und *J*) argumentieren, daß der zeitliche Gang bei einem Teil der Koeffizienten in der Streuung untergeht und daher gar nicht diskutiert werden dürfte. Für den praktischen Gebrauch sind solche Koeffizienten als konstant mit der Zeit zu behandeln. Es zeigte sich aber bei der Gegenüberstellung der einzelnen Kombinationen über die Untersuchungsperiode hinweg, daß die aus ihnen resultierenden Werte in nahezu unveränderlichem Abstand

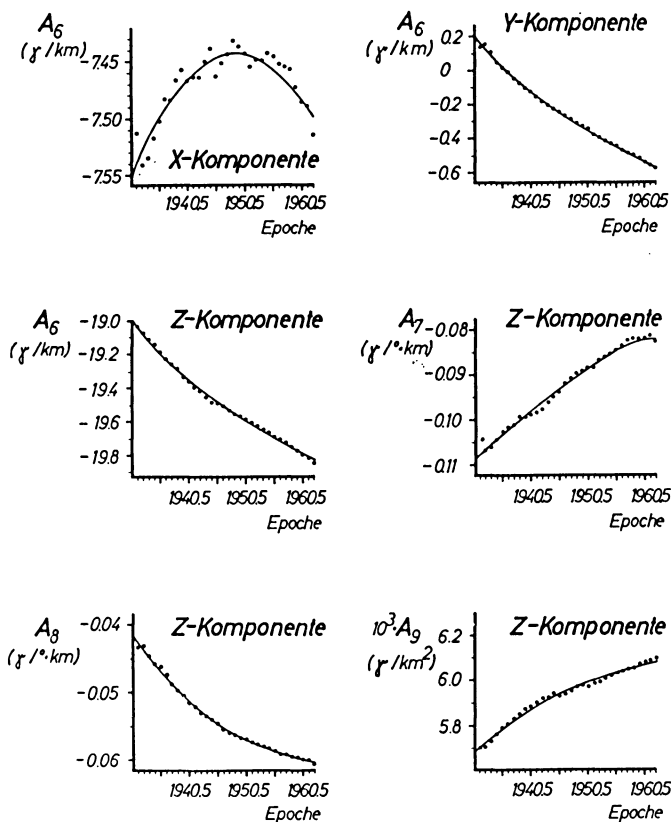


Abb. 2: Mittlere Höhenkoeffizienten der X-, Y- und Z-Komponente von 1931.5—1962.5 und ihre Ausgleichskurven zweiten Grades.

Mean height coefficients of the X, Y and Z elements from 1931.5—1962.5 and their best fitting second power curves.

verlaufen. Damit geben die Zeitkoeffizienten  $K_1$  und  $K_2$  der Tabelle 3 auf jeden Fall den Trend der  $A_n$  wieder. Dem Koeffizienten  $K_0$  kann man die für 18 Kombinationen ermittelte Streuung aus Tabelle 1 zuordnen. Im Sinne dieser Überlegungen läßt sich der zeitliche Verlauf für das Höhenfeld am sichersten mit den Elementen Y, Z und F darstellen.

Die Größenordnung der Höhenkoeffizienten entspricht der, die man von einem zur Rotationsachse der Erde leicht verschobenen magnetischen Dipol erwartet. Sie ist dementsprechend bis auf wenige Ausnahmen viel kleiner als die der Ableitungen der Elemente nach Länge und Breite bzw.  $A_1$  bis  $A_5$ . Das zeitlich-räumliche Verhalten des

Höhenfeldes als säkularen Vorgang im Sinne der Potentialtheorie weiter auszudeuten, verbietet sich der nicht völlig erfüllten Voraussetzungen wegen (siehe Abschnitt 2!). Andererseits sind die Änderungen der  $A_n$  mit der Epoche über die Ausgangswerte durch die Säkularvariation verursacht, so daß mit ihnen trotz aller Einschränkungen eine dichte Beschreibung dieser Variation des oberflächennahen Höhenfeldes in begrenzten Gebieten zu erhalten ist, die sich auf andere Weise nicht so einfach gewinnen läßt.

### Literatur

- FANSELAU, G., und H. KAUTZLEBEN: Zur Auswertung von Potentialberechnungen in begrenzten Gebieten. Deutsche Akad. d. Wiss. zu Berlin, Geomagn. Inst. Potsdam, Abhandlung, 24, 7—49, 1960.
- IAGA Commission III, Working Group on the Analysis of the Geomagnetic Field: Annual mean values of geomagnetic elements since 1900. Goddard Space Flight Center, NASA, Greenbelt, Maryland, 1965.
- KAUTZLEBEN, H.: Eine zweckmäßige Darstellung des geomagnetischen Normalfeldes nach RÖSSIGER. Gerl. Beitr. Geoph. 72, 287—293, 1963.
- MAUERSBERGER, P.: Berechnung der Höhenabhängigkeit geomagnetischer Normalfelder. Gerl. Beitr. Geoph. 66, 46—57, 1957.
- : Über das aus dem Erdinnern stammende Magnetfeld. Aus Geomagnetismus und Aeronomie, Bd. III, Kap. 10, 93—213; Herausg. G. FANSELAU, Berlin 1959.
- : Die Höhenabhängigkeit des magnetischen Normalfeldes 1935.0 für Mitteleuropa. Gerl. Beitr. Geoph. 71, 206—208, 1962.
- RÖSSIGER, M.: Das erdmagnetische Normalfeld der Vertikalintensität für Mitteleuropa 1941.5. Beitr. zur angew. Geoph. 9, 121—128, 1942.
- THIELE, E.: Das RÖSSIGERSche Normalfeld der Vertikalintensität und seine zeitliche Änderung. Geophys. Inst. Potsdam, Abhandlungen, 5, 77—88, 1952.



Briefe an den Herausgeber

## Zur Deutung der hypsometrischen Kurven von Erde und Mond

Von R. MEISSNER, Frankfurt<sup>1)</sup>

Eingegangen am 5. Oktober 1967

Eine hypsometrische Kurve gibt an, wieviel Anteile der festen Oberfläche eines Planeten ein bestimmtes Höhenniveau innehaben. Die hypsometrische Kurve der Erde hat zum Beispiel zwei Maxima, von denen eines mit der mittleren Basis der Tiefseeböden, das andere mit der Höhe des Meeresspiegels zusammenfällt. Diese beiden Maxima werden häufig als Beweis für die großräumige vorhandene Isostasie angesehen, für die Tatsache also, daß die leichten Sial-Kontinente im schwereren Material des zähflüssigen Materials „schwimmen“. Umgekehrt wird aus einer hypsometrischen Kurve mit nur *einem* Maximum, wie man es z. B. beim Mond findet, auf ein einheitliches oder doch gleich dichtes Material der äußeren Schichten geschlossen (BROCKAMP 1960).

Es läßt sich jedoch mit einfachen Überlegungen zeigen, daß eine gravitative Differentiation in zwei (oder mehr) Schichten durchaus mit Isostasie und einer *eingipfligen* Kurve verträglich ist. Sind z. B. Größe und Form von Eisbergen in Wasser völlig willkürlich, so wird man eine mehr oder weniger verwaschene eingipflige Kurve erhalten. Hat man viele kleine und weniger große Berge, so erhält man eine *scharfe* eingipflige Kurve, wie in Abb. 1a gezeigt; bei wenigen großen Eisbergen bestimmen ihre Neigungen, d. h. die Steilheit ihrer Flanken das Bild der hypsometrischen Kurve. (Siehe Abb. 1b.) Nur wenn die Eisberge eine ganz bestimmte Entstehungsgeschichte vorweisen können, werden sie außer dem unteren Maximum noch ein weiteres prägnantes Maximum aufweisen. Je stärker die Dichteunterschiede zwischen den beiden beteiligten Medien und je größer ihre Starrheit, desto breiter und unschärfer wird im allgemeinen ein Maximum ausfallen.

Daß auf der Erde zwei scharfe Maxima der hypsometrischen Kurve vorliegen, folgt also nicht ohne weiteres aus der Tatsache, daß die Kontinentalschollen leichter sind und sich isostatisch eingestellt haben. Es hängt vielmehr mit einer Besonderheit der

---

<sup>1)</sup> Priv. Doz. Dr. R. MEISSNER, Institut für Meteorologie und Geophysik der Universität Frankfurt/Main.

Erde zusammen: Während der steile Kontinentalabfall das Minimum der hypsometrischen Kurve erzeugt und die Tiefseeböden das untere Maximum bilden, bestimmen die großen Shelfgebiete und die weiten, mit mächtigen Sedimentlagen bedeckten Tiefländer das zweite Maximum. Es liegt in Meeresspiegelhöhe, in jenem Niveau also, in dem sich die großen Schutthalden der Kontinente befinden, auf denen sich das Material aus höheren Gebieten flach ablagert. Der Beginn des Ozeans verhindert eine weitere Angriffsmöglichkeit von Wind und Niederschlag.

So ist letztlich das Vorhandensein von Atmosphäre, Ozean und Sedimenten für das zweite Maximum der hypsometrischen Kurve der Erde verantwortlich. Orogenese und Epirogenese sind im Vergleich zur Erosion örtlich und zeitlich begrenzte Prozesse und tragen zur hypsometrischen Kurve weniger bei.

Da auf dem Mond seit seiner Entstehungszeit weder Atmosphäre noch Ozeane vorhanden sind, wird man hier keine zweigipflige Kurve erwarten dürfen. Erosion findet nur in geringem Maße statt durch Aufsturz vieler kleiner und weniger großer Meteoriten, durch andere Arten von Kraterbildung sowie durch Strahlung. Diese Erosion ist zum Unterschied gegenüber der Erde in allen Höhen etwa gleichmäßig. Sie führt nicht zu einem großräumigen Massentransport, sondern wirkt sich lediglich in der Herstellung einer porösen, körnigen Verwitterungsschicht geringer Dichte und

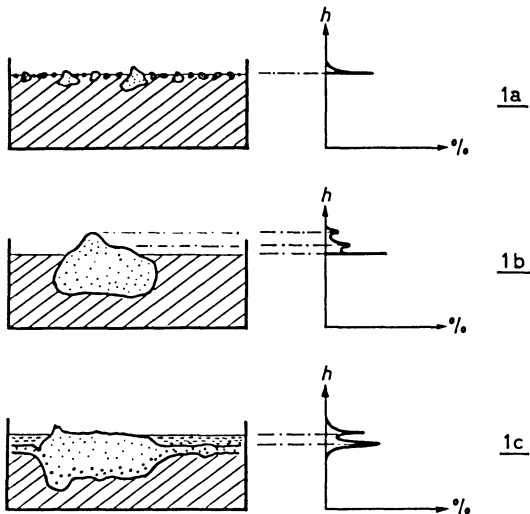


Abb. 1: Beispiele hypsometrischer Kurven.

- Zerstückelte oder schmelzende Eisstückchen in Wasser.
- Eisberg in Wasser.
- Kontinent in Mantelmaterie.

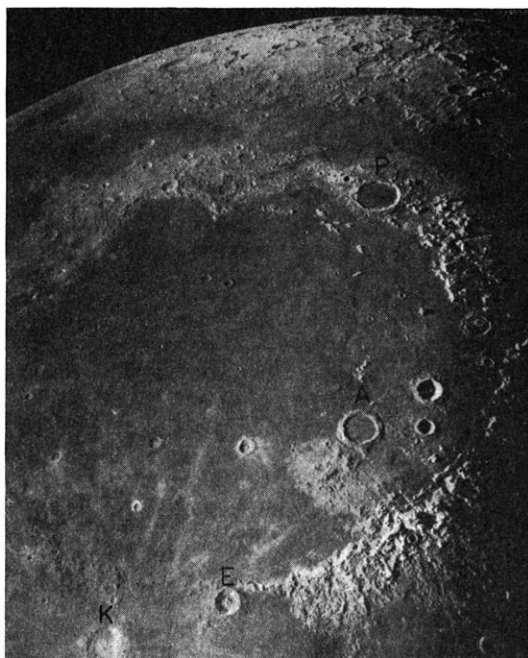


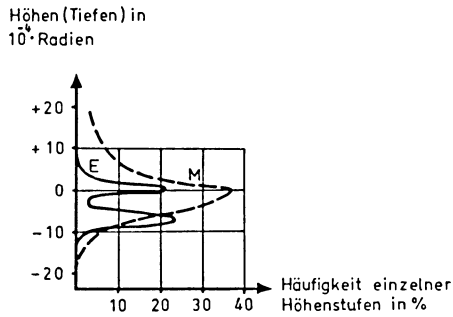
Abb. 2: Mare Imbrium mit Ringgebirgen Alpen im NE, Kaukasus im E, Apeninnen im SE und Karpaten im SW.

Prae Mare Krater Plato (P) und Archimedes (A);  
Post Mare Krater Kopernikus (K) und Erathostenes (E).

Mächtigkeit aus. Die Mondberge sind infolgedessen trotz völliger Abwesenheit jüngerer orogener Prozesse relativ höher als auf der Erde. Ob sie entsprechend ihrem größeren Albedo saurer und leichter sind als die dunklen Tiefebene der Maria, kann aus der hypsometrischen Kurve nicht geschlossen werden.

Man darf jedoch aus der Makro- und Mikro-Struktur der recht ebenen Maria auf Fließvorgänge sehr viskoser Laven schließen. (Vgl. Abb. 2) In jener Frühzeit des Mondes war sicher großräumig der Schmelzpunkt der meisten Gesteine erheblich überschritten. Da nun alle Silikate gleicher Zusammensetzung in fester Phase schwerer sind als in flüssiger Phase, so müßten Mondberge *gleichen* Materials im flüssigen oder plastischen Untergrund versunken sein. Nur Berge *leichterer* Zusammensetzung konnten die Periode großer Wärme überstehen. Auch zeigt sich nach KUIPER (1966), daß viele an den Rändern der Maria gelegene ältere Krater überflutet wurden und sich isostatisch eingestellt haben: Ihr Inneres ist konvex gekrümmt.

So erscheint eine Differentiation der Mondkruste in leichtere Terrae und dunklere, schwerere Maria recht wahrscheinlich. Dieser Befund ist mit dem breiten Maximum der hypsometrischen Kurve von BROCKHAUS und JOKSCH gut verträglich (vgl. Abb. 3).



Hypsometrische Kurven von Erde und Mond bezogen auf ihre Radien

Abb. 3: Hypsometrische Kurven von Erde und Mond, bezogen auf ihre Radien nach JOKSCH 1955 und BROCKHAUS und JOKSCH 1960.

### Literatur

- BROCKAMP, B.: Zur hypsographischen Kurve des Mondes. Ztschr. f. Geophysik 26, 271—272, 1960.
- BROCKHAUS, K., HC. JOKSCH: Bestimmung der hypsometrischen Kurve des Mondes aus Beobachtungen von J. FRANZ. Ztschr. f. Geophys. 26, 9—23, 1960.
- KOPAL, Z. (Herausgeber): Physics and Astronomy of the Moon. Acad. Press, New York and London 1962.
- KUIPER, G. P.: The Moon and the Planet Mars in: Advances in Earth Science THE M. I. T. Press Cambridge, Mass and London, England 1966.
- Weltall im Bild, Verlag Styria Graz, Wien, Köln 1967.



## Buchbesprechungen

M. A. COOK: *Prehistory and Earth Models (Vorgeschichte und Erdmodelle)*. Oldbourne Press, London 1966, 353 Seiten, 36 Abbildungen, Preis: 45 s.

Auf der Suche nach einer Quelle für horizontale Kräfte in der Erdkruste, wie sie sich in Gebirgsbildungen und Kontinentalverschiebungen auswirken, hat der Autor die zur Zeit vorhandenen Theorien<sup>1)</sup> quantitativ untersucht und bei keiner von ihnen Kräfte bzw. Verschiebungsbeträge in der Größenordnung gefunden, wie sie zur Deutung der beobachteten Phänomene erforderlich sind. Er bietet daher einen neuen Mechanismus an, der die notwendigen Kräfte freisetzen könnte.

Ausgangspunkt seiner Überlegungen ist die Annahme eines einzigen Kontinents, den man durch eine geeignete Zusammenschiebung der gegenwärtigen Kontinentalmassen erhält. In der Nähe der Erdpole werden auf diesem Kontinent zwei Eiskappen angenommen, die in ihrem Zentrum eine Mächtigkeit von etwa 5 km haben und deren Eismassen nach allen Seiten gletscherartig abfließen. Die Reibung dieses Flusses zusammen mit der isostatisch bedingten muldenförmigen Verbiegung der Kruste üben Kräfte aus, die als groß genug abgeschätzt werden, in einer 30 km mächtigen Granitschicht eine Spalte aufzureißen. Sobald diese Spalte offen ist, erhöht sich der horizontale Schub um einen Faktor 10, da dann der hydrostatische Druck des Eises eine sehr große vertikale Angriffsfläche bekommt.

Um diesen Kern einer Theorie gruppiert der Autor eine Umdeutung einer großen Zahl von geologischen und geophysikalischen Beobachtungen. Die am tiefsten einschneidende Umdeutung gilt der bisher gebräuchlichen Zeitskala der Erdgeschichte, von der gezeigt wird, daß sie möglicherweise um Größenordnungen verkürzt werden muß.

Im übrigen lassen sich die Gegenstände dieser Umdeutungen an den Überschriften der 16 Kapitel ablesen: Die ersten vier Kapitel behandeln die radiologischen und die nicht-radiologischen Methoden der Geochronologie. Es folgen „Mantelkonvektionsströme“ und „Terrestrische Expansion, Kontraktion und Erdmodelle“. In den Kapiteln 7—9 wird die eigentliche Eiskappentheorie entwickelt. In vier weiteren Kapiteln werden Gesichtspunkte aus der allgemeinen Geologie, der Tektonik und der Lagerstättenkunde, soweit sie Kohle, Öl und Gas betrifft, abgehandelt. Ein Kapitel über die Bedeutung der Ergebnisse der Paläomagnetik und zwei weitere über Leben und Entwicklungslehre (die hier kritisiert wird) bilden den Schluß.

Man kann dieses Buch selbstverständlich sofort wieder aus der Hand legen, sobald man den Waschlappen gelesen hat in der Überzeugung, daß „nicht sein kann, was nicht sein darf“. Wenn man es jedoch ernsthaft studiert, wird man in der Auseinandersetzung mit den kritischen Betrachtungen und den neuartigen Deutungen eine gute Gelegenheit haben, in die Grundlagen unserer Vorstellungen vom Ablauf der Erdgeschichte tiefer einzudringen.

Man möchte dem Buch wünschen, daß möglichst viele Fachleute aller in den verschiedenen Kapiteln angesprochenen Disziplinen der Geowissenschaften die Zeit finden, es zu lesen und sich dazu zu äußern.

Dr. A. HAHN

---

<sup>1)</sup> Nicht behandelt wurde die JORDANSche Hypothese von der zeitlichen Variation der Gravitationskonstante.

E. I. HAMILTON: *Applied Geochronology* (mit einem Beitrag von L. H. AHRENS: Comparative Geochemistry). Academic Press, London 1965, 267 S., 53 Abb., 10 £.

Mit der Herausgabe eines in englischer Sprache abgefaßten Buches über angewandte Geochronologie wurde erstmalig der dankenswerte Versuch unternommen, dem Interessenten eine zusammenfassende Darstellung dieses noch jungen geophysikalischen Forschungszweiges zu geben. Trotz der nur kurzen Zeit, die bis zum Erscheinen des Werkes verging, konnte das von dem Autor gesetzte Ziel nicht erreicht werden, den Stoff auf dem neuesten Stand zu halten. Das Fachgebiet der Geochronologie entwickelt sich noch zu schnell, als daß auf die Beschäftigung mit der sich laufend ergänzenden Spezialliteratur verzichtet werden könnte.

In der Einleitung wird ein straffer und vollständiger Abriss über das Vorkommen und geochemische Verhalten der wichtigsten natürlichen radioaktiven Elemente — Kalium, Kalzium, Rubidium, Strontium, Argon, Thorium, Uran und Blei — gegeben. Der Stoff über die angewandte Geochronologie ist in zwölf Kapitel unterteilt, wovon in jedem die speziellen theoretischen und meßtechnischen Grundlagen und einige praktische Anwendungsgebiete besprochen werden. Im ersten Abschnitt wird die geschichtliche Entwicklung der Geochronologie dargestellt. Es folgt ein Kapitel über die Grundlagen der Radioaktivität, dessen Umfang auf den Inhalt des Buches abgestimmt ist. Meßtechnische Probleme werden mit der Beschreibung des grundsätzlichen Aufbaus und der Arbeitsweise der Massenspektrometer gestreift. Die folgenden Kapitel sind der Besprechung der wichtigsten Datierungsmethoden vorbehalten. (Radiokohlenstoff-Methode, Kalium-Argon-Methode, Rubidium-Strontium-Methode, Rhenium-Osmium-Methode, Uranium-Thorium-Blei-Methode, „Fission-Track“-Methode und Blei-Methode.) Ein gesonderter Abschnitt ist der Altersbestimmung von Tiefseesedimenten mit Hilfe der Ionium-Methode und ihren Variationen gewidmet. Die beiden letzten Kapitel beschäftigen sich mit Meteoritenaltern, ihrer Aussagekraft und Zuverlässigkeit, und der neuesten geologischen Zeitskala.

Die theoretischen Grundlagen der einzelnen Abschnitte sind klar und unkompliziert abgehandelt. Vom Leser werden nur wenig mathematische Kenntnisse verlangt. Verständlich, wenn auch nicht immer fehlerfrei, sind die meßtechnischen Probleme beschrieben. Bedauerlicherweise wird dem Uneingeweihten die Unterscheidung von alten und neuen Methoden nicht leicht gemacht. Die genannten Anwendungsmöglichkeiten für die einzelnen Datierungsverfahren sind leider nicht auf Schwerpunkte konzentriert, so daß auch die an sich recht umfassende Referenzenliste, die nahezu alle neuen Arbeiten enthält, ergänzungsbedürftig ist.

Die Kluft, die nach Ansicht des Autors zwischen den im Gelände und den im Labor arbeitenden Wissenschaftlern besteht, konnte auch mit dem Druck dieses Werkes nicht überbrückt werden. Die ersteren werden Hinweise zur Probenauslese und -entnahme vermissen, ebenso wie Anregungen zur richtigen Beurteilung und statistisch-mathematischen Behandlung der Daten. Erläuterungen über die bei Gesteinsaltersbestimmungen notwendigen petrographischen und mineralogischen Vorarbeiten fehlen ganz. Auch der Meßtechniker im Labor muß auf Spezialliteratur zurückgreifen, wenn er auf die mit der Chronologie zusammenhängenden geologischen Fragen Antworten erhalten will.

Empfohlen werden kann das Werk dem Nichtfachmann, der sich über die angewandte Geochronologie orientieren will, ohne direkt mit ihr arbeiten zu müssen. Dem kritisch Studierenden kann es als Lehrbuch dienen.

Hervorgehoben werden soll die Übersichtlichkeit der Abbildungen und Tabellen und der gute Einband des Buches.

Dr. M. A. GEYH

Verband Deutscher  
Meteorologischer  
Gesellschaften (VDMG)

Deutsche  
Geophysikalische  
Gesellschaft (DGG)

1.—6. April 1968

Aus Anlaß des 100. JAHRESTAGES der Gründung der  
On the occasion of the CENTENNIAL of the foundation of

## Norddeutschen Seewarte

wird diese gemeinsame Meteorologen-Geophysiker-Tagung  
a joint scientific meeting is arranged

in der Universität Hamburg, Von-Melle-Park 6, veranstaltet.  
in the University of Hamburg, Von-Melle-Park 6.

American  
Meteorological  
Society (AMS)

Royal  
Meteorological  
Society (RMS)

Anmeldung: Seewetteramt, D-2000 Hamburg 4, Bernhard-Nocht-Str. 76  
Registration:



erlaubt als sprengstoffloses Verfahren seismische Messungen auch in Städten.

Trotz dichter Besiedlung und starker Verkehrs-  
unruhe wurden bei Messungen in Berlin gute  
Ergebnisse gewonnen.



3000 HANNOVER 1 · POSTFACH 4767 · RUF: 8 07 21 · FERNSCHREIBER: 92 2847 · DRAHT: PRAKLA

Amsterdam · Ankara · Brisbane · Djakarta · Kuala-Belait · Madrid · Rio de Janeiro · Tripolis · Wien