

1 Z 22174 F

Dezember

ZEITSCHRIFT
FÜR
G E O P H Y S I K

Herausgegeben im Auftrage der

Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft

von

W. Dieminger, Lindau über Northeim

unter Mitwirkung von *B. Brockamp*, Münster i. W. — *A. Defant*, Innsbruck — *W. Hiller*, Stuttgart
K. Jung, Kiel — *O. Meyer*, Hamburg — *F. Möller*, München — *H. Reich*, Göttingen

Jahrgang 31

1965

Heft 6



P H Y S I C A - V E R L A G · W Ü R Z B U R G

INHALTSVERZEICHNIS

SCHEUBE, H.-G. und J. UNTIEDT: Magnetische Messungen in der Rhön im Rahmen einer Studienfahrt	283
HEINRICH, H.: Elastische Wellen in Eis	293
SCHEIDEGGER, A. E.: Großtektonische Bedeutung von Erdbebenherdmechanismen	300
VOOS, K.: Über die Gestalt und das Schwerfeld der Erde	313
PLAUMANN, S.: Berechnung der Schwerewirkung beliebig geformter dreidimensionaler Massen mit Hilfe von Auszählendiagrammen	327
MEITZNER, W.: Zur Anwendung der FÖRSTER-Sonde bei gesteinsmagnetischen Arbeiten	332
SOFFEL, H.: Magnetic domains of polycrystalline natural magnetite	345

DIE ZEITSCHRIFT FÜR GEOPHYSIK

erscheint zweimonatlich. Der Bezugspreis beträgt je Jahrgang 48,— DM, Einzelhefte je nach Umfang. Abonnements verlängern sich jeweils um einen Jahrgang, falls keine ausdrückliche Abbestellung zum Ende eines Jahrgangs vorliegt.

In der Zeitschrift werden Originalarbeiten, die weder im In- noch im Ausland veröffentlicht wurden und die der Autor auch anderweitig nicht zu veröffentlichen sich verpflichtet, aus dem Gebiet der reinen und angewandten Geophysik sowie aus den Grenzgebieten aufgenommen. Mit der Annahme des Manuskriptes geht das ausschließliche Verlagsrecht an den Verlag über.

Die Autoren werden gebeten, die Manuskripte in Maschinenschrift mit handschriftlich eingetragenen Formeln druckfertig einzureichen und gesondert eine „Anweisung für den Setzer“ beizufügen, aus der zu ersehen ist, wie kursiver, gesperrter oder fetter Satz und griechische, gotische oder einander ähnliche Typen und Zeichen kenntlich gemacht sind (z. B. durch farbige Unterstreichung). Die Vorlagen für die Abbildungen sollen reproduktionsfertig (Tuschzeichnung) möglichst im Maßstab 2:1 eingesandt werden. Die Beschriftung der Abbildungen soll auf einem lose vorgeklebten, durchsichtigen Papier erfolgen. Fußnoten sind fortlaufend zu nummerieren und am Ende des Manuskriptes zusammenzustellen; bei Zitaten sind neben Autornamen, Titel und Zeitschriftentitel auch Bandnummer, Erscheinungsjahr und Seitenzahl anzugeben.

Jeder Arbeit ist eine „Zusammenfassung“ in deutscher und englischer oder französischer Sprache beizufügen.

Der Verfasser liest von der Arbeit in der Regel nur eine Korrektur; etwaige Autorenkorrekturen können nur als Fußnoten bzw. am Schluß des Artikels gebracht werden. Umfangreiche Änderungen bedürfen der Zustimmung des Herausgebers und können nur gebracht werden, wenn sich der Autor bereit erklärt, die Korrekturkosten zumindest teilweise zu tragen.

Von seiner Arbeit erhält der Verfasser 50 Sonderdrucke ohne Umschlag kostenlos. Weitere Sonderdrucke liefert der Verlag gegen Berechnung. Eine Honorierung der Beiträge erfolgt nicht.

Für die *Zeitschrift für Geophysik* bestimmte Manuskripte und redaktionelle Anfragen bitten wir an den Herausgeber zu richten:

Prof. Dr. WALTER DIEMINGER, Max-Planck-Institut für Aeronomie, 3411 Lindau über Northeim (Hann.)

Anschrift der *Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft*:

2 Hamburg 13, Von-Melle-Park 6, 14. Stockwerk, Postscheck: Hamburg Nr. 559 83

Es ist ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, fotografische Vervielfältigungen, Mikrofilme, Mikrofotos u. ä. von den Zeitschriftenheften, von einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen.

Bekanntmachung lt. Bayer. Pressegesetz: Verlag: PHYSICA-VERLAG Rudolf Liebig K.-G., Würzburg, Münzstr. 12. Pers. haft. Ges.: Rudolf Liebig, Arnulf Liebig und Hildegund Haller, sämtlich Buchhändler in Würzburg. Kommanditisten: Friedr. Göbler, Buchhändler, und Charlotte Kuhnert, beide Würzburg.

Druckerei: R. Oldenbourg, Graph. Betriebe GmbH, München

Printed in Germany



PHYSICA-VERLAG, Würzburg 1965

ZEITSCHRIFT
FÜR
G E O P H Y S I K

Herausgegeben im Auftrage der

Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft

von

W. Dieminger, Lindau über Northeim

unter Mitwirkung von *B. Brockamp*, Münster i. W. — *A. Defant*, Innsbruck — *W. Hiller*, Stuttgart
K. Jung, Kiel — *O. Meyer*, Hamburg — *F. Möller*, München — *H. Reich*, Göttingen

Jahrgang 31

1965



P H Y S I C A - V E R L A G · W Ü R Z B U R G

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.
Nachdruck und photomechanische Wiedergabe, auch von Teilen, nicht gestattet.

R. Oldenbourg, Graphische Betriebe GmbH, München
Printed in Germany

©

PHYSICA-VERLAG, Würzburg 1965

AUTORENVERZEICHNIS

Bose, S. K.	1	Koenig, M.	246	Soffel, H.	345
Burkhardt, H.	111, 223	Kuhn, W.	159	Scheidegger, A. E.	300
Chatterjee, N. D.	90	Lange-Hesse, G.	282	Scheube, H. G.	283
Demnati, A.	229	Meitzner, W.	273, 332	Schick, R.	226
Dohr, G.	229	Menzel, H.	7, 41	Schneider, G.	225, 281
Dutta, S.	200	Möller, F.	281	Schwentek, H.	224
Eder, G.	206	Münch, J.	192	Stiller, H.	212
Fischer, G.	114	Peterschmitt, E.	41	Tarczy-Hornoch, A.	260
Fuchs, K.	41, 51	Plaumann, S.	327	Thyssen-Bornemisza, S.	219.
Guilino, G.	115	Rahman, A.	146	Untiedt, J.	283
Gutdeutsch, R.	246	Rastogi, R. G.	27	Vollstädt, H.	212
Heinrich, H.	293	Rosenbach, O.	7	Voß, K.	313
Jung, K.	7	Roth, J. F.	50	Wienert, K.	227

SACHVERZEICHNIS

I. Physik der festen Erde

S. K. Bose: Generation of *Lg*-Waves and *S*-Velocity Distribution in the Crust. 1

K. Fuchs: Investigation on the Wave Propagation in Wedge-shaped Media. 51

W. Kuhn: Zur Theorie der endlichen elastischen Verschiebungen und ihre Anwendung auf isotrope elastische Körper, die unter beliebigen Anfangsverzerrungen stehen. 159

S. Dutta: Note on the Propagation of Love-Waves in a Two-Layer Heterogeneous Medium. 200

G. Eder: Der Zuwachs des Erdradius. 206

R. Gutdeutsch und *M. Koenig:* Über die Signalgeschwindigkeit gebeugter elastischer Wellen. 246

H. Heinrich: Elastische Wellen in Eis. 293

S. Plaumann: Berechnung der Schwerewirkung beliebig geformter dreidimensionaler Massen mit Hilfe von Auszähl diagrammen. 327

A. E. Scheidegger: Großtektonische Bedeutung von Erdbebenherdmechanismen. 300

K. Voß: Über die Gestalt und das Schwerefeld der Erde II. 313

II. Magnetisches und elektrisches Feld der Erde

N. D. Chatterjee: Paläomagnetische Untersuchungen an ladinischen Eruptiven der westlichen Dolomiten, Norditalien. 90

J. Münch: Das Auftreten von *pc*-Pulsationen des erdmagnetischen Feldes in Abhängigkeit von der erdmagnetischen Aktivität. 192

H. Stiller und *H. Vollstädt:* Bestimmung ferri- und antiferromagnetischer Curie-Temperaturen mittels Differentialthermoanalyse. 212

W. Meitzner: Gesteinsmagnetische Untersuchungen der Vulkanite im Salinar des hessischen Werra-Kaligebirges. 273

H. G. Scheube und *J. Untiedt:* Magnetische Messungen in der Rhön im Rahmen einer Studienfahrt. 283

H. Soffel: Magnetic domains of poly crystalline natural magnetite. 345

W. Meitzner: Zur Anwendung der Förster-Sonde bei gesteinsmagnetischen Arbeiten. 332

III. Physik der Atmosphäre

R. G. Rastogi: Lunar Tidal Oscillations in *H* and $f_0 F_2$ at Equatorial Stations. 27

G. Guilino: Ausbau eines Wechsellicht-monochromators und seine Anwendung zur Messung des Luftleuchtens während der Dämmerung und in der Nacht. 115

IV. Angewandte Geophysik

K. Jung, H. Menzel u. O. Rosenbach: Gravimetermessungen im Nördlinger Ries. 7

E. Peterschmitt, H. Menzel u. K. Fuchs: Seismische Messungen in den Alpen. — Die Beobachtungen auf dem NE-Profil Lago Lagorai 1962 und ihre vorläufige Auswertung. 41

J. F. Roth: Sprengungen in über 4000 m Tiefe. 50

A. Demnati u. G. Dohr: Reflexionsseismische Tiefensondierungen im Bereich des Oberrheintalgrabens und des Kraichgaues. 229

A. Tarczy-Hornoch: Über die Genauigkeit der berechneten durchschnittlichen Geschwindigkeit bei der seismischen Reflexionsmethode. 260

V. Instrumentelles

A. Rahman: A New Type of Wave Discovered in the Schlieren Photographs. 146

S. Thyssen-Bornemisza: Eine gravimetrische Untersuchungsmethode für oberflächennahe Dichtestörungen. 219

VI. Sonstiges

Verzeichnis der geophysikalischen Vorlesungen an den deutschsprachigen Universitäten und Hochschulen. 107

Montanwissenschaftliche Festtage der Bergakademie Freiberg. 222

Inter-Union Symposium on Solar Terrestrial Physics. 222

K. Wienert: Friedrich Burmeister zum 75. Geburtstag. 227

Verzeichnis der geophysikalischen Vorlesungen an den deutschsprachigen Universitäten und Hochschulen. 276

Mitteilung an die Autoren. 280

VII. Buchbesprechungen

H. E. Landsberg u. J. van Miegheem: Advances in Geophysics. (H. Burkhardt) 111

W. J. Humphreys: Physics of the Air. (G. Fischer) 114

K. E. Bullen: An Introduction to the Theory of Seismology. (H. Burkhardt) 223

S. F. Mason: Geschichte der Naturwissenschaft. (H. Schwentek) 224

W. R. Judd: State of Stress in the Earth's Crust. (G. Schneider) 225

V. A. Magnitskii: Problems of Theoretical Seismology and Physics of the Earth's Interior. (R. Schick) 226

I. I. Müller: Introduction to Satellite Geodesy. (G. Schneider) 281

Soviet Antarctic Expedition (F. Möller) 281

D. F. Blei: Natural Electromagnetic Phenomena below 30 kc/s. (G. Lange-Hesse) 282

Magnetische Messungen in der Rhön im Rahmen einer Studienfahrt

Von H.-G. SCHEUBE und J. UNTIEDT, Braunschweig¹⁾

Eingegangen am 14. April 1965

Zusammenfassung: Es wird über fünf lokale magnetische Z-Anomalien berichtet, die für das Gebiet der Rhön typisch sein dürften: Zwei in der Form sehr verschiedene Anomalien, die mit eng begrenzten Basaltvorkommen in Verbindung stehen (Rengersfeld, Sparbrod); starke Feldschwankungen auf der von Basalt bedeckten Hochfläche der Langen Rhön (Ginolfs); das Feld einer Phonolithkuppe (Kl. Nallenberg); eine besonders markante Anomalie über einem von Breccie angefüllten Eruptionsschlot (Noppen).

Summary: This is a report on five local magnetic Z-anomalies supposed to be typical of the Rhön area: Two of them, which are different in shape, belonging to very limited basaltic deposits (Rengersfeld, Sparbrod); large field-variations on the plateau of the Lange Rhön, which is covered by basalt (Ginolfs); the field of a phonolite hill (Kl. Nallenberg); a particularly marked anomaly across an eruption conduit filled up with breccia (Noppen).

Bei einer Übungsmeßfahrt des Institutes für Geophysik und Meteorologie der Technischen Hochschule Braunschweig (vom 7. bis 14. September 1964) in die Rhön stießen wir auf mehrere lokale Besonderheiten, die geophysikalisch so interessant sind, daß die Veröffentlichung der Messungen lohnend erscheint. Gemessen wurde mit vier Askania-Torsionsmagnetometern Gfz.

1. Basaltspalte bei Rengersfeld

Es war beabsichtigt, die Ausdehnung eines kleinen Nephelinbasaltvorkommens zu verfolgen, das auf der geologischen Karte als rundlicher Fleck mit einem Durchmesser von etwa 50 m im Buntsandstein erscheint (Abb. 1a). Weitere 50 m südlich befindet sich ein zweites kleines Vorkommen desselben Basaltes. Es ist jedoch sehr langgestreckt (Breite rund 20 m, Länge 300 m) und streicht in SSW-NNE-Richtung. Da es zum größten Teil bereits auf militärischem Übungsgelände liegt, konnte es nicht weiter untersucht werden. Besonders interessierte, ob sich durch magnetische Messungen

¹⁾ Dr. HANS-GEORG SCHEUBE, Dr. JÜRGEN UNTIEDT, Institut für Geophysik und Meteorologie der Technischen Hochschule, 33 Braunschweig, Pockelsstraße 11.

eine direkte Verbindung zwischen beiden Vorkommen nachweisen ließ. Außerdem wurde vermutet, daß sich auch der erstgenannte Basalt unmittelbar unter der Erdoberfläche als langgestreckte Spaltenfüllung fortsetzt. Einen derartigen Fall hat KUTSCHER bei Dietges in der Rhön angetroffen [1].

Diese Vermutung wird durch die Meßergebnisse (Abb. 1 b) bestätigt: Das nördliche Objekt bildet, soweit es geologisch kartiert ist (nach W zu ausgedehnt, wie die Messung zeigt), den südlichen Abschluß einer etwa SSW-NNE streichenden Spaltenfüllung (Abb. 1 a). Die Spalte dürfte im allgemeinen 10–20 m breit sein (Meßpunkt-Abstand 10 m!). Ihre Mindestlänge beträgt 150 m, aus Zeitmangel wurde sie nicht bis zu ihrem nördlichen Ende verfolgt. Sie streicht ungefähr parallel zu dem oben an zweiter Stelle genannten Basaltvorkommen, ist aber um rund 30 m quer zum Streichen nach NW gegen dieses versetzt. Im Gebiet zwischen beiden Spaltenfüllungen findet sich eine isolierte magnetische Anomalie (siehe Profil 9 und südl. Teil von Profil A) in der Verlängerungsrichtung des südlichen Vorkommens unmittelbar vor dessen NNE-Ende (nach geologischer Karte).

2. Basaltvorkommen bei Sparbrod

Als weiteres Meßobjekt war ein isoliert liegendes Feldspatbasaltvorkommen von ca. 50 m Durchmesser in der Nähe von Sparbrod ausgesucht worden (s. Abb. 2a). Das Meßgelände umfaßte teils Wiese, teils Wald. Anstehender Basalt war vereinzelt erkennbar.

Über dem Vorkommen wurde ein Profilkreuz aus vier Profillinien, jeweils um 45° gegeneinander gedreht, vermessen. Der Kreuzungspunkt ist mit *M* bezeichnet. Der Meßpunkt-Abstand konnte sehr klein gehalten werden; er betrug meist 5 m, zum Teil 2,5 m, gelegentlich nur 1 m. Im westlichen Teil des Meßkreuzes verläuft die Erdoberfläche schwach geneigt bis horizontal, im östlichen fällt sie unter ca. 45° nach Osten ein. Der horizontale Meßpunkt-Abstand wurde in den Profilen (s. Abb. 2b) entsprechend korrigiert.

Die Meßergebnisse zeigen an den meisten Profilen, nämlich im Norden, Nordwesten, Westen, Süden und Osten deutlich ein ruhiges Basisniveau. Der größte Teil besitzt im wesentlichen negativen Verlauf. Allerdings läßt er ein einheitliches Bild nicht erkennen; vielmehr scheinen mindestens zwei mehr oder weniger voneinander unabhängige Störkörper nebeneinander zu liegen.

Allein auf dem Profilstück von *M* nach Nordosten treten ausgesprochen starke positive Störwerte auf. Sie übertreffen stellenweise dem Betrage nach die negativen um mehr als das doppelte bei extrem geringer Halbwertsbreite. Es dürfte sich hierbei um eine Blitzschlagmagnetisierung handeln.

Einige Proben wurden orientiert entnommen und mit einer FÖRSTER-Sonde ausgemessen. Die am stärksten magnetisierte Probe besitzt eine remanente Magnetisierung von 18600 γ ; die Magnetisierungsrichtung wurde durch ihre Deklination von N231°E und ihre Inklinationsrichtung von 6° nach unten festgelegt.

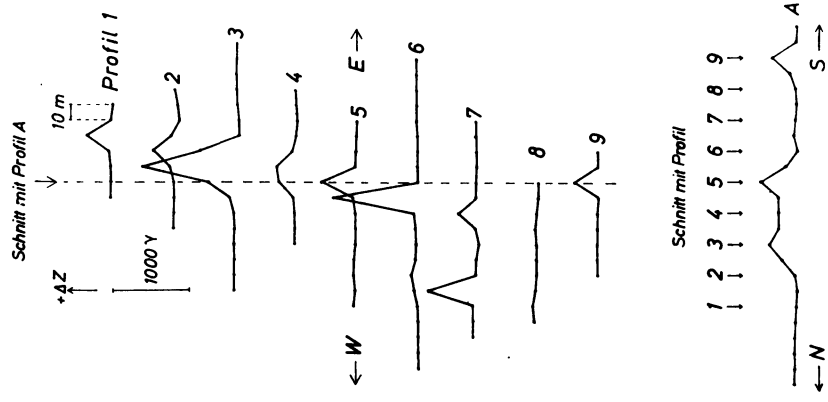


Abb. 1b: Meßprofile Basaltspalte bei Rengersfeld.

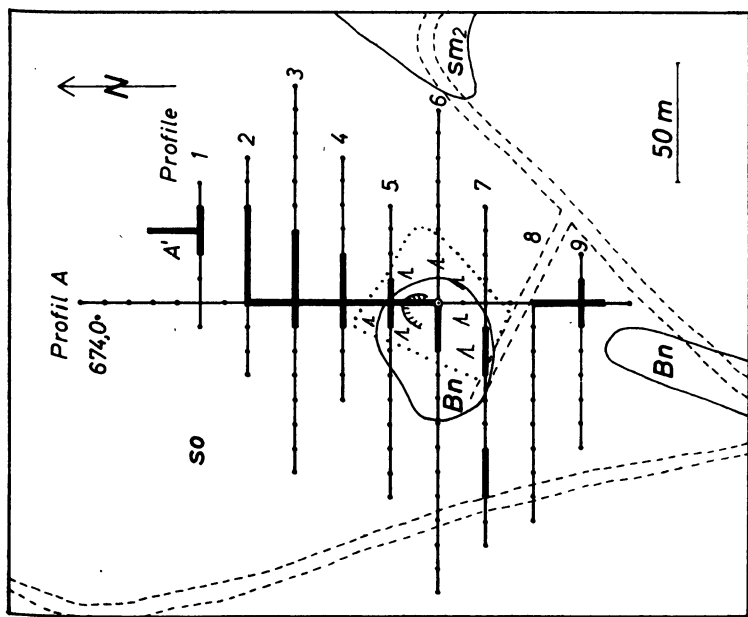


Abb. 1a: Lageplan Basaltspalte bei Rengersfeld.

Meßtischblatt Gersfeld 5525.

⊙ $R = 64655$, $H = 88095$. 674,0 Höhenwert in m.

●—●—● Meßprofilinie mit Meßpunkten, dick ausgezogen: Bereich einer Anomalie. *Bn* Nephelinbasalt, *so* Oberer Buntsandstein, *sm₂* Mittlerer Buntsandstein nach geologischer Karte.

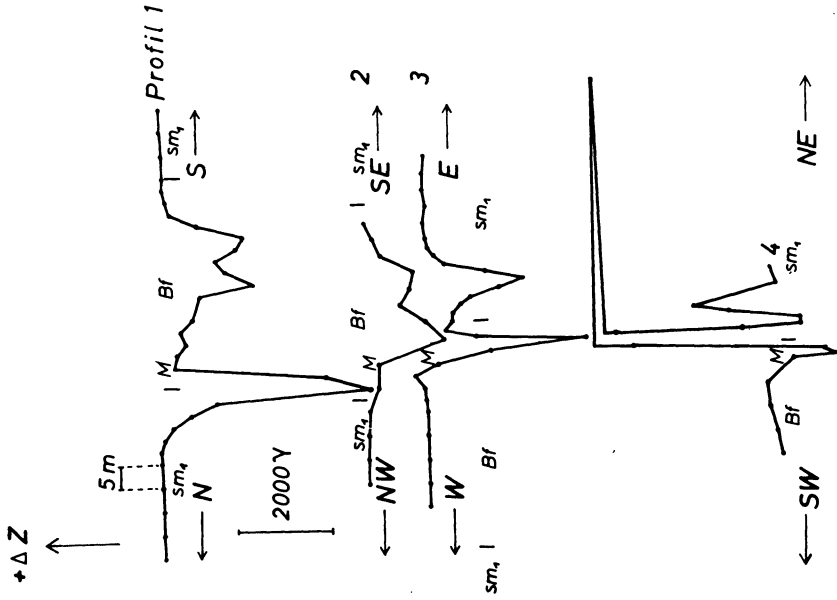


Abb. 2b: Meßprofile Basaltvorkommen bei Sparbrod.

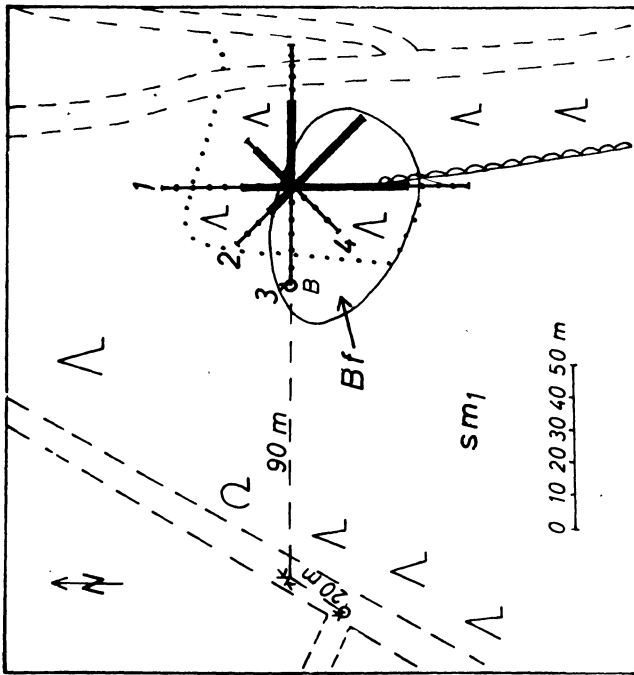


Abb. 2a: Lageplan Basaltvorkommen bei Sparbrod.

Meßtischblatt Gersfeld 5525.

○ R = 64758, H = 89930. B = Basis.

●—●—● Meßprofilinie mit Meßpunkten, dick ausgezogen: Bereich einer Anomalie. Bf Feldspatbasalt, sm₁ Mittlerer Buntsandstein nach geologischer Karte.

3. Magnetische Anomalie südlich des Querberges bei Ginolfs

Das Meßgebiet liegt im SW eines kleinen Hochplateaus, das von einem zungenförmig in Richtung Ginolfs nach SE vorgeschobenen Ausläufer der Hochfläche der Langen Rhön gebildet wird. Nordwestlich befindet sich in 1 km Entfernung das bekannte „Steinerne Haus“. In diesem Gebiet hat DIXIUS vor einigen Jahren magnetische Messungen durchgeführt [2]. Nach seinen Angaben ist das nach drei Seiten steil abfallende Hochplateau von einer Doleritplatte bedeckt, in deren SW sich ein Durchbruch von Nephelinbasalt findet. An eben dieser Stelle erhielt DIXIUS eine positive ΔZ -Anomalie, während die Messungen auf der Hochfläche sonst im allgemeinen negative ΔZ -Werte lieferten (ΔZ Abweichungen vom Regionalfeld).

Durch unsere Messungen sollte diese positive Anomalie näher untersucht werden. Abb. 3a zeigt die Lage unserer Meßprofillinien sowie die ΔZ -Isanomalien nach DIXIUS¹⁾. Unser Meßpunktabstand von 10 m ist wohl wesentlich geringer als derjenige, mit welchem DIXIUS seinerzeit gearbeitet hat. Etwa 30–40 m südlich der Mitte von Profil A befindet sich eine etwa 10 m breite, von anstehendem Basalt gebildete Stufe im leicht nach Süden hin abfallenden Gelände. Direkt unterhalb der Stufe lag erhebliches Basaltgeröll. Es ist anzunehmen, daß der von DIXIUS angegebene Durchbruch von Nephelinbasalt hier zu suchen ist.

Die Meßergebnisse (Abb. 3b; die Null-Linien sind den Isanomalien von DIXIUS angepaßt) vermitteln kein klares Bild. Auch von einer extrem starken Anomalie abgesehen, die isoliert auf Profillinie 4 direkt an der Kante der erwähnten Geländestufe auftritt (vermutlich durch Blitzschlagmagnetisierung verursacht; in Abb. 3b sind die Meßwerte an dieser Stelle grafisch nicht dargestellt), sind die Profile recht unruhig. (Dem entsprach es auch, daß ein mitgeführtes Protonenmagnetometer an vielen Stellen keinen Meßwert lieferte.) Die interessierende positive Anomalie wurde offenbar nicht gefunden. Im Mittel deutet sich schwach ein Anstieg der ΔZ -Werte nach SW hin an, wie er den DIXIUSschen Isanomalien ohne die genannte positive Anomalie entsprechen würde (s. Abb. 3a).

4. Phonolithkuppe Kl. Nallenberg

Hier wurde ein Kreuzprofil vermessen (Abb. 4a). Die Meßwerte (Abb. 4b; Punktabstand 10 m) zeigen besonders oben auf dem Berg eine erhebliche Streuung, die wohl vor allem durch Geröll verursacht ist. Im Mittel ergeben sich auf der Kuppe positive ΔZ -Werte von rund 500 γ (gemessen gegen die ungestörte Umgebung des Berges), nach allen vier Seiten schließen sich negative Bereiche an. Das deutet auf eine im wesentlichen plattenartige Bedeckung des Berges durch Phonolith hin: Wenn

¹⁾ Die Isanomalien finden sich nicht in der zitierten Arbeit [2], sondern wurden einer Karte entnommen, die DIXIUS im Zusammenhang mit seinen Messungen in der Rhön angefertigt hat. Diese Karte befindet sich im Institut für Angewandte Geophysik der Universität München.

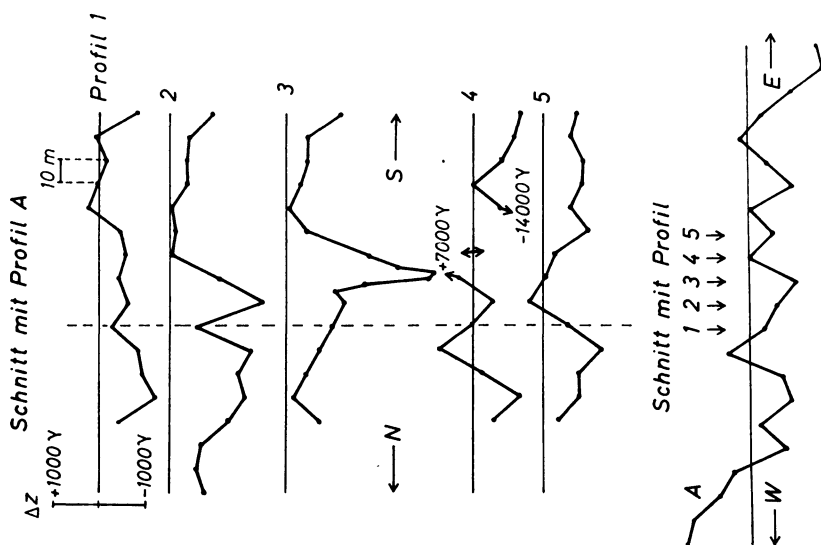


Abb. 3b: Meßprofile magnetische Anomalie südlich des Querberges bei Ginolfs.

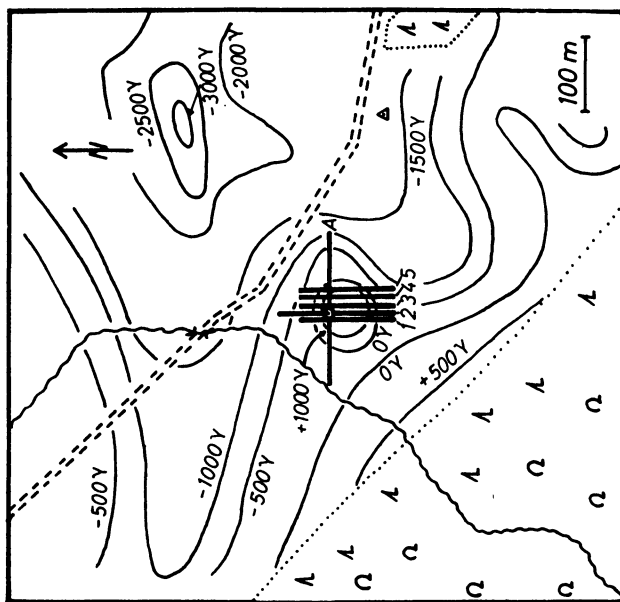


Abb. 3a: Lageplan magnetische Anomalie südlich des Querberges bei Ginolfs.

Meßtischblatt Bischofsheim 5526.

© R = 75855, H = 91253.

Meßprofilen. Z-Isanomalien nach Dixtus.

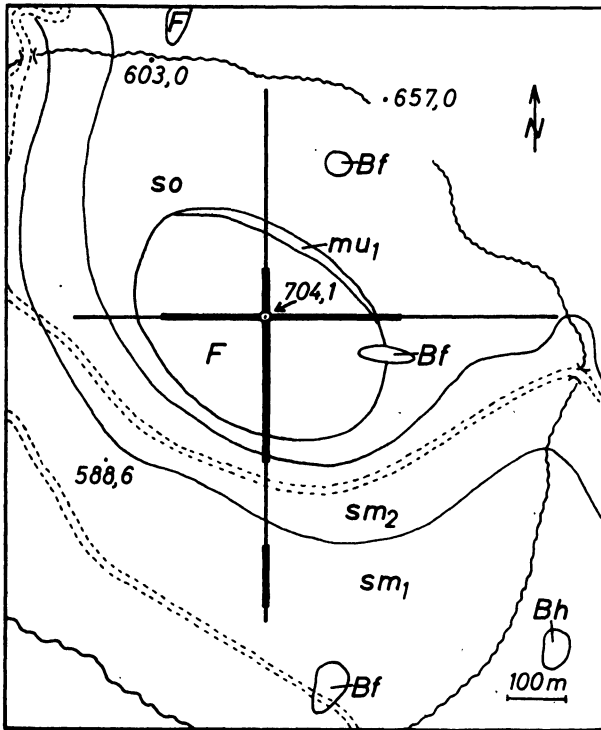


Abb. 4a: Lageplan Kl. Nallenberg.

Meßtischblatt Gersfeld 5525.

☉ $R = 62550$, $H = 89140$. 657,0 Höhenwert in m.

— Meßprofilinie, dick ausgezogen: Bereich einer Anomalie. *F* Phonolith, *Bf* Feldspatbasalt, *Bh* Hornblendebasalt, *mu*₁ Unterer Muschelkalk, *so* Oberer Buntsandstein, *sm*₂, *sm*₁ Mittlerer Buntsandstein nach geologischer Karte.

ein größerer Aufstiegskanal vorhanden ist, liegt er jedenfalls nicht am Rande dieser Bedeckung. Den magnetischen Messungen nach verlaufen die Phonolithgrenzen südöstlicher, als es in der geologischen Karte angegeben ist.

Direkt östlich der Hauptanomalie, im Gebiet ihrer negativen Flanke, tritt eine starke positive lokale Störung auf. Vielleicht steht sie in Zusammenhang mit dem einige 10 m weiter südlich kartierten Feldspatbasalt (s. Abb. 4a). Es könnte sich um eine spaltenartige Fortsetzung dieses Vorkommens handeln, wie sie bei Rengersfeld (s. Abschn. 1) gefunden wurde. Aus Mangel an Zeit wurde diese Frage bei den Messungen nicht weiter verfolgt. Eine weitere lokale Anomalie erscheint am Südeude des

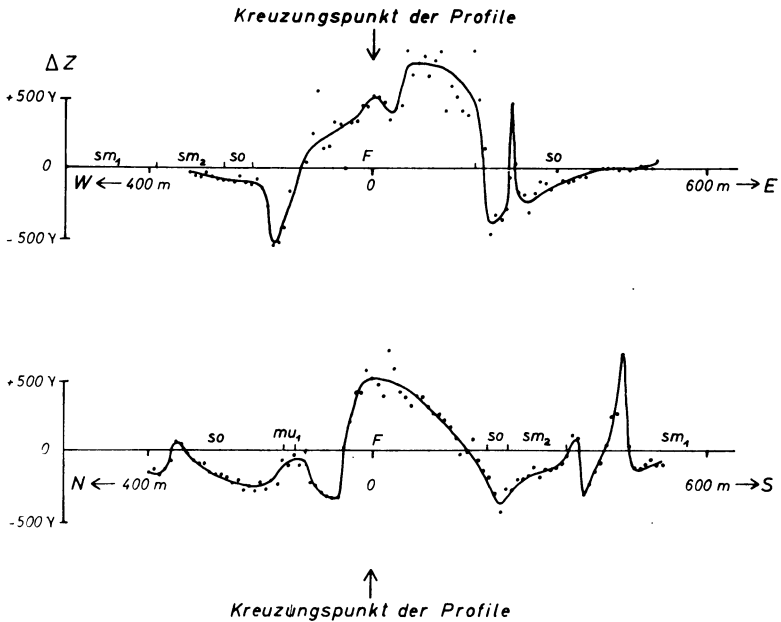


Abb. 4b: Meßprofile Kl. Nallenberg.

NS-Profiles. Auch hier liegt es nahe, an ein bisher nicht erkanntes kleinräumiges Basaltvorkommen zu denken, wie es deren mehrere der geologischen Karte nach in unmittelbarer Umgebung des Kl. Nallenberges gibt (s. Abb. 4a).

5. Noppen

Noppen ist der Name eines flachen Geländerückens bei Keulos östlich Fulda (s. Abb. 5a). In seinem zentralen Bereich findet sich ein Aufschluß einer Schlotbreccie, worunter „Einstürze oder Versenkungen in alte, von vulkanischen Gasen ausgesprengte Durchbruchsröhren“ [3] verstanden werden.

Die magnetische Vermessung sollte erweisen, ob sich im Bereich der als Schlotbreccie kartierten, elliptisch begrenzten Fläche von ca. 500 m Länge und 300 m Breite eine magnetische Anomalie feststellen und damit die Deutung als vulkanischer Schlot magnetisch stützen läßt.

Die Lage der Profillinie geht aus Abb. 5a hervor. Sie beginnt bereits in etwa 250 m Entfernung von der kartierten Grenze der Schlotbreccie, um ein möglichst ungestörtes Basisniveau sicherzustellen. Die Profillinie kreuzt dann in etwa südost-nordwest verlaufender Richtung mit zwei geländebedingten Knicken den gesamten Hügel.

Das Ergebnis der Vermessung zeigt Abb. 5b. Gegen das ausgedehnte, nahezu ungestörte Basisniveau hebt sich im Bereich des Breccienaufschlusses deutlich eine — allerdings relativ schwache — negative magnetische Anomalie ab.

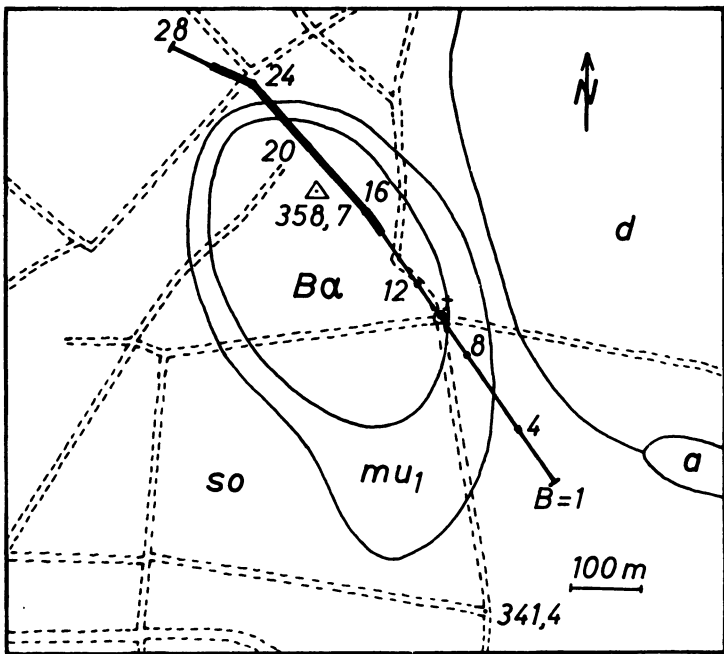


Abb. 5a: Lageplan Noppen.

Meßtischblatt Fulda 5424. $\odot R = 52600, H = 01458. B = \text{Basis.}$

—●— Meßprofilinie mit Meßpunkten, dick ausgezogen: Bereich einer Anomalie.
 358,7 Höhenwert in m (T. P.). *Bx* Schlotbreccie, *a* Alluvium, *d* Diluvium, *mu₁* Unterer Muschelkalk, *so* Oberer Buntsandstein nach geologischer Karte.

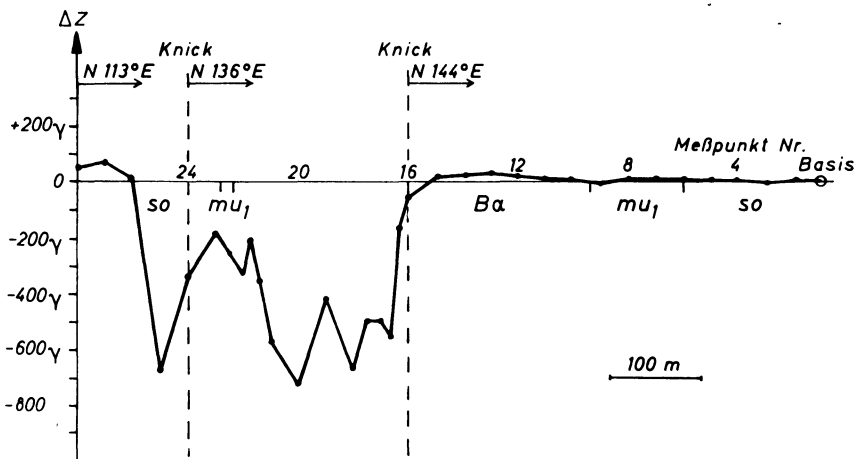


Abb. 5b: Meßprofil Noppen.

Das Bild der Anomalie läßt zwei Feststellungen zu:

1. Die scharfen Begrenzungen der Anomalie — innerhalb eines Meßpunktabstandes (30 m) wird bereits nahezu der maximale Störbetrag erreicht — deuten auf einen relativ oberflächennahen Störkörper hin.
2. Im Zusammenhang mit Punkt 1 läßt sich aus dem niedrigen absoluten Betrag der Störung auf vergleichsweise geringe Intensität der Magnetisierung schließen.

Die Abbildungen zeigen noch, daß die Lage der Anomalie nicht völlig mit der kartierten Brecciengrenze zusammenfällt.

Literatur

- [1] KUTSCHER, F.: Verfolgung einer Basaltspalte bei Dietges i. d. Rhön. Notizbl. hess. L.-Amt Bodenforsch. 85, S. 420—424, 1957.
- [2] DIXIUS, R.: Anomale Magnetisierungsrichtungen der Rhön-Basalte. Geof. pura e appl. 28, S. 109—148 (S. 130 die Messungen am Querberg), 1954.
- [3] BÜCKING, H.: Geologischer Führer durch die Rhön. Gebr. Borntraeger, Berlin 1916. Sammlung Geologischer Führer, Band 21.

Elastische Wellen in Eis¹⁾

Von H. HEINRICH, Braunschweig²⁾

Eingegangen am 30. Oktober 1964

Zusammenfassung: Im Winter 1962/63 wurden auf dem Kreuzteich bei Braunschweig Untersuchungen zur Ausbreitung und Dispersion elastischer Wellen in Eis angestellt. Die Messungen ergaben, daß die Gruppengeschwindigkeit der Biegewellen (asymm. Wellentyp) stark durch die Wasserunterlage beeinflusst wird, so daß die Näherungslösung für eine frei schwingende Platte nicht zur Darstellung der Meßergebnisse ausreicht und zu falschen Werten bei der Berechnung der Eisdicke führt.

Summary! In winter 1962/63 some experiments have been made near Braunschweig in order to investigate the propagation and dispersion of elastic waves in ice.

As may be seen from the measurements, there is an influence of the water on the group-velocity of the flexural waves (asymm. type). Therefore the interpretation using a plate oscillating in vacuum is not appropriate. It does not represent the results sufficiently and would yield wrong values of the ice thickness.

Der lang anhaltende Frost im Winter 1962/63 hat es uns ermöglicht, eisseismische Messungen auf einer Eisdecke durchzuführen, die bis zu 40 cm Dicke angewachsen war. Für die Messungen ist uns von der Gewerkschaft Brigitta eine ältere Reflexionsseismik-Apparatur zur Verfügung gestellt worden. Die Apparatur ist eine nach einem Modell der Firma SIE umgebaute Century.

Registriert wurde auf einem Profil von 180 m Länge mit einem Stationsabstand von 30 m. Der seismische Impuls wurde am Anfang des Profils durch Hammerschlag erzeugt.

Theoretische Betrachtungen

Änderungen der Gestalt und des Zustands irgendeines mechanischen Systems werden durch die allgemeine Elastizitätstheorie beschrieben [1]. Macht man die räumliche Ausdehnung der Stationen klein gegenüber dem Abstand vom Anregungsort, so ist die Annahme, daß ebene Wellen registriert werden, gerechtfertigt. Da in der Theorie mit in zwei Dimensionen unendlich ausgedehnten Medien gerechnet wird, müssen die Messungen in der Mitte eines hinreichend großen Sees ausgeführt werden, um weitgehend unbeeinflusst von Randstörungen zu bleiben. Außerdem muß der See so tief sein, daß alle an das Wasser abgegebene Energie absorbiert wird und nicht etwa Reflexionen auftreten.

¹⁾ Vortrag, gehalten auf der Tagung der Geophys. Gesellschaft in Freiburg, 1. 10. 1964.

²⁾ Institut für Geophysik und Meteorologie der Technischen Hochschule Braunschweig.

Die Bewegungsgleichungen für die elastischen Verschiebungen lassen sich für ebene Wellen lösen und führen unter Berücksichtigung der speziellen Randbedingungen für das System Eis—Wasser-Unterlage auf ein lineares homogenes Gleichungssystem für die Integrationskonstanten.

Die Bedingung, daß die Koeffizientendeterminante Δ verschwindet, ist notwendig und hinreichend dafür, daß nichttriviale Lösungen existieren.

Die Gleichung

$$\Delta = 0 \quad (1)$$

oder ausgeschrieben

$$P(Q + d \cdot \cos h\kappa_1 H \cdot \cos h\varphi_1 H) + Q(P + d \cdot \sin h\kappa_1 H \cdot \sin h\varphi_1 H) = 0$$

liefert den Zusammenhang zwischen Ausbreitungsgeschwindigkeit und Frequenz, ergibt also die Dispersionsformel.

Dabei ist

$$P = (\varphi_1^2 + k^2)^2 \cdot \cos h\kappa_1 H \cdot \sin h\varphi_1 H - 4\kappa_1 \varphi_1 k^2 \cdot \sin h\kappa_1 H \cdot \cos h\varphi_1 H$$

$$Q = (\varphi_1^2 + k^2)^2 \sin h\kappa_1 H \cdot \cos h\varphi_1 H - 4\kappa_1 \varphi_1 k^2 \cdot \cos h\kappa_1 H \cdot \sin h\varphi_1 H$$

$$d = \frac{\lambda_2 \kappa_1}{\mu_1 \kappa_2} (\varphi_1^2 - k^2) (\kappa_2^2 - k^2)$$

$$\varphi = k^2 \left(1 - \frac{c^2}{b^2} \right); \quad \kappa = k^2 \left(1 - \frac{c^2}{a^2} \right)$$

c = Ausbreitungsgeschwindigkeit des betrachteten Wellentyps

a = Ausbreitungsgeschwindigkeit der Kompressionswellen

b = Ausbreitungsgeschwindigkeit der Scherwellen

$K = \frac{2\pi}{\lambda} =$ Wellenzahl

$2H$ = Eisdicke

λ, μ = Lamesche Konstante

Der Index 1 bezieht sich auf die Eisdecke, der Index 2 auf die Wasserunterlage.

Im folgenden wird also die Gl. (1) zu diskutieren sein. Wichtige Erkenntnisse gewinnt man aus dem Spezialfall der frei im Vakuum schwingenden Platte (Dichte $\rho_0 = 0$) [2].

Die Gl. (1) geht in die folgende einfache Form über

$$P \cdot Q = 0 \quad (2)$$

und führt mit der Gleichung

$$P = 0 \quad (3)$$

auf den symmetrischen Wellentyp. Hier ist die Bewegung der Eispartikel symmetrisch zur Mittelebene der Eisplatte.

Die Gleichung

$$Q=0 \quad (4)$$

ergibt die Dispersionsformel für den asymmetrischen Wellentyp, die sogenannten Biegewellen.

Die Registrierapparatur arbeitet im Bereich von 25 Hz bis 150 Hz, daher sollen nur Näherungslösungen im Niederfrequenzbereich ($KH \ll 1$) untersucht werden.

Es sei nur kurz erwähnt, daß alle Näherungslösungen für hohe Frequenzen auf die Dispersionsformel für die Rayleigh-Wellen führen, weil für hohe Frequenzen auch eine dünne Eisdecke wie ein unendlich ausgedehnter Halbraum wirkt.

Eine Näherungslösung für den symmetrischen Wellentyp zeigt, daß hier auch bei niedrigen Frequenzen keine Dispersion auftritt, wir beschränken uns daher auf die Diskussion der Gleichung $Q = 0$.

Man erhält eine Näherungslösung für die Ausbreitungsgeschwindigkeit in der Form

$$C_{\text{vakuum}} = M \cdot K \cdot H \quad (5)$$

mit

$$M = b \cdot \sqrt{\frac{4}{3} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right)}$$

Berücksichtigt man nun den Einfluß der Wasserunterlage [3], so folgt für den Niederfrequenzbereich für die Biegewellen die Gleichung

$$2Q + d = 0 \quad (6)$$

und liefert eine Näherungsformel

$$C = C_{\text{vakuum}} \cdot \sqrt{\frac{kH}{\gamma + kH}} \quad (7)$$

mit

$$\gamma = \frac{\rho_2}{2\rho_1} \quad (\rho = \text{Dichte des Mediums})$$

Für die Gruppengeschwindigkeiten ergeben sich die Formeln

$$U_{\text{vakuum}} = M \cdot 2H \cdot K \quad (5a)$$

$$U = M \cdot 2H \cdot K \cdot \sqrt{\frac{kH}{\gamma + kH}} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{4(\gamma + kH)}\right) \quad (7a)$$

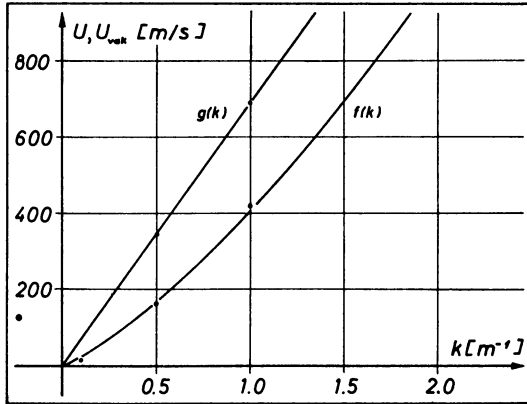


Abb. 1: Die theoretisch für eine Eisdicke von 0,4 m berechneten Dispersionskurven $U_{\text{vakuum}}(K) = g(K)$; $U(K) = f(K)$.

In Abb. 1 sind die beiden Kurven dargestellt. Es ist ersichtlich, daß die Kurven keine charakteristischen Unterscheidungsmerkmale zeigen und die Wasserunterlage nur die Steigung beeinflusst.

Die experimentellen Ergebnisse

Die Abb. 2 und 3 zeigen zwei der Seismogramme, welche wir bei den Registrierungen auf dem Kreuzteich erhalten haben. Spur 1 zeigt die Aufzeichnung der Bewegungen eines direkt neben der Schlagstelle stehenden Geophons. Der Abriß der Spur liefert den

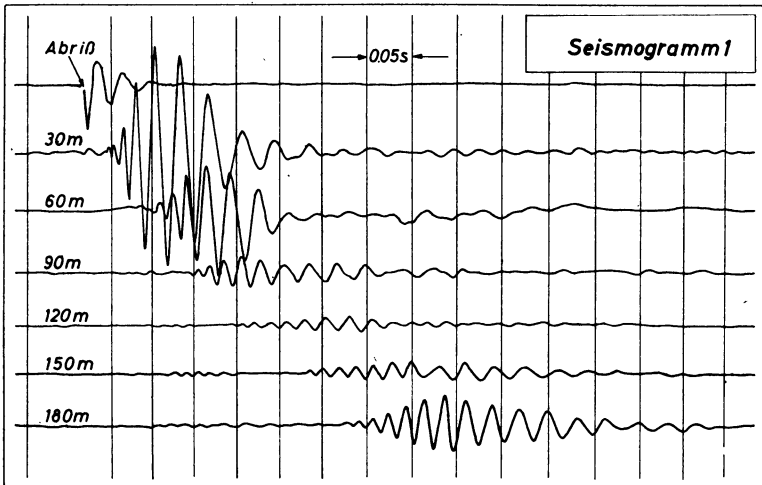


Abb. 2: Seismogrammausschnitt der Registrierungen vom Kreuzteich.

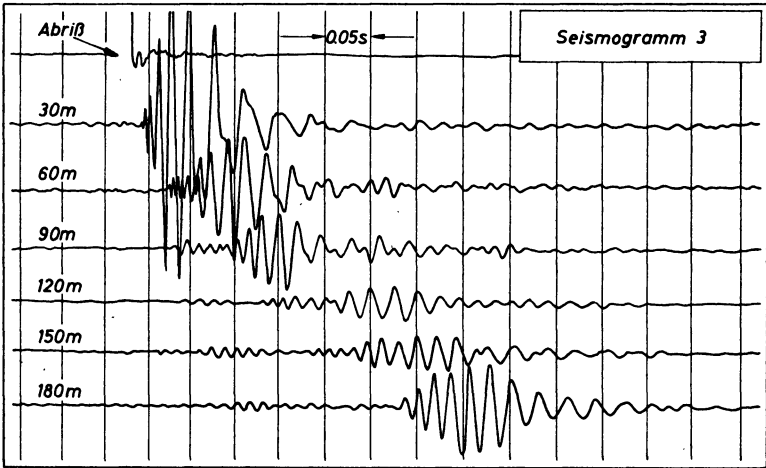


Abb. 3: Seismogrammausschnitt der Registrierungen vom Kreuzteich.

Zeitnullpunkt für die Registrierungen. Die Spuren 2 bis 7 zeigen die infolge Dispersion immer länger werdenden Wellengruppen. Es liegt anomale Dispersion vor, denn die Wellengruppen mit den höchsten Frequenzen sind am schnellsten. Zur Auswertung wurden, vom Einsatz der Biegewellen ausgehend, die unteren Umkehrpunkte der Schwingungen durchnummeriert. Die Strecke vom Abriß zu einem Umkehrpunkt beschreibt die Laufzeit t_0 einer Wellengruppe, deren Periode durch die benachbarten oberen Umkehrpunkte charakterisiert ist. Die auf diese Weise erhaltenen Wertepaare sind in Abb. 4 für eine Anzahl von Seismogrammen aufgetragen.

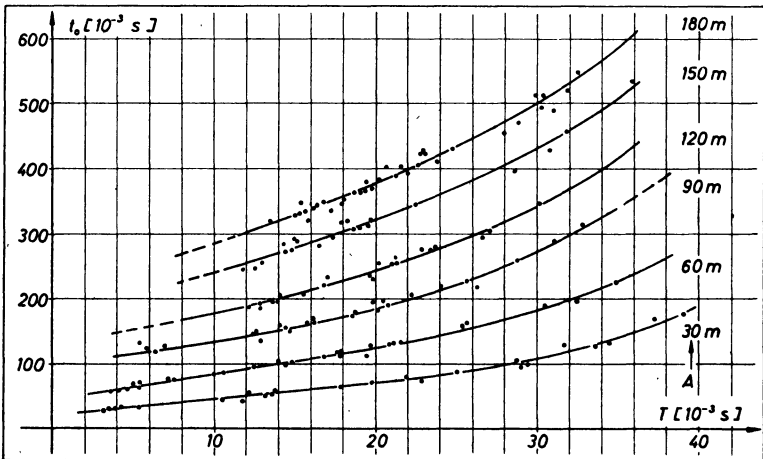


Abb. 4: Laufzeit t_0 als Funktion der Periode. Parameter ist der Stationsabstand vom Anregungsort.

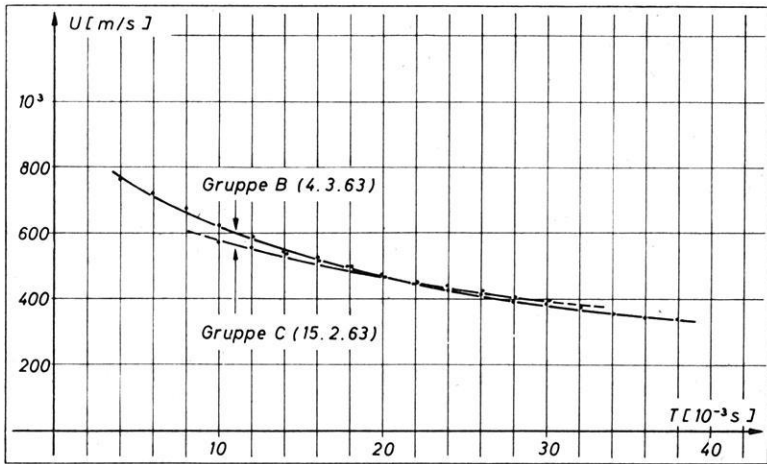


Abb. 5: Dispersionskurven für zwei Gruppen von Seismogrammen.

Durch Umrechnung erhält man nun die Laufgeschwindigkeit als Funktion der Periode. Abb. 5 zeigt zwei solche Dispersionskurven.

Um Vergleiche mit den theoretisch berechneten Kurven anstellen zu können, muß man auf die Wellenzahl umrechnen. Da die Kurven $U_{\text{vakuum}}(K)$ und $U(K)$ keine charakteristischen Unterscheidungsmerkmale zeigen, kann man, obwohl die Meßpunkte nach der Umrechnung etwa auf einer Geraden liegen, nicht beurteilen, ob die Eisplatte frei schwingt oder nicht.

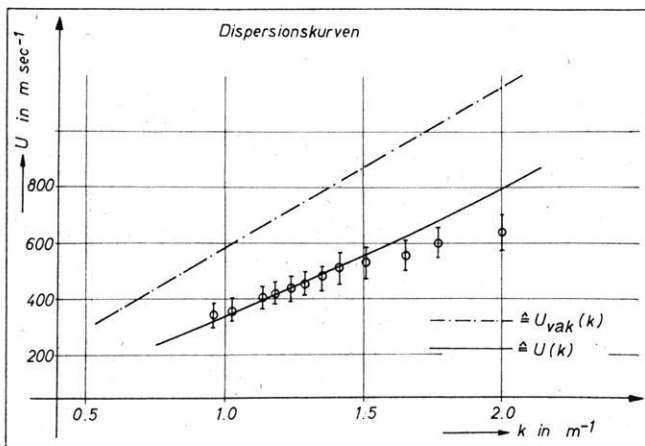


Abb. 6: Dispersionskurven als Funktion der Wellenzahl K . Die Meßpunkte sind die umgerechneten Werte der Gruppen B und C .

Deswegen haben wir die Eisdicke $2H$, welche im wesentlichen die Steigung der Kurven bestimmt, direkt gemessen.

Mit Hilfe des nun bekannten Wertes $2H = 37 \pm 2$ cm lassen sich die Kurven $U(K)$ und $U_{\text{vakuum}}(K)$ berechnen. Das Ergebnis zeigt Abb. 6.

Durch die Meßpunkte geht die Kurve $U(K)$, welche unter Berücksichtigung der Wasserunterlage berechnet wurde. Die Kurve geht nicht durch alle Meßpunkte des gemessenen Bereichs, weil die Näherungsformel für $KH \geq 1$ nicht mehr gültig ist. Die strichpunktierte Gerade stellt die Funktion $U_{\text{vakuum}}(K)$ dar.

Die Ergebnisse zeigen also, daß die Gruppengeschwindigkeit der elastischen Wellen sehr stark durch das darunterliegende Medium beeinflußt wird. Man sieht, daß die Näherungsformel für eine frei im Vakuum schwingende Platte die Ergebnisse nicht richtig darstellt und bei unbekannter Eisdicke zu falschen Werten bei deren Berechnung führt.

Literatur

- [1] TREFFTZ, E.: Mathematische Elastizitätstheorie. Handbuch der Physik, 6 Berlin (1928), S. 47—140.
- 2] LAMB, H.: On waves in an elastic Plate. Proc. roy. Soc. (A), 93 (1916), S. 114—128.
- [3] EWING, M. and F. PRESS: Propagation of elastic Waves in a floating Ice Sheet. Trans. Amer. Geophys. Union, 32 (1951), S. 673—678.
- [4] FÖRTSCH, O.: Untersuchungen von Biegewellen in Platten. Gerlands Beitr. Geophys. 6 (1950), S. 272—290.
- [5] HELLBARDT, G.: Über die Ausbreitung elastischer Wellen in planparallelen Platten. Diplomarbeit (1955) Univ. Göttingen, Geophys. Inst. Kurzfassung in Ztschr. f. Geophys., 21 (1955), S. 41—47.

Großtektonische Bedeutung von Erdbebenherdmechanismen

Von A. E. SCHEIDEGGER, Urbana¹⁾

Eingegangen am 18. Dezember 1964

Zusammenfassung: Durch eine statistische Auswertung von Erdbebenherdlösungen ist es möglich, ein zusammenfassendes Bild der Bewegungs- und Spannungslinien in der Kruste und im oberen Mantel der Erde zu gewinnen. Das so erhaltene Bild stimmt in einem bemerkenswerten Maße mit dem von der Geologie aus geforderten überein. So bemerkt man zum Beispiel, daß der Tensionscharakter der mittelatlantischen Schwelle (mit einem entsprechenden Auseinanderdriften von Amerika und Afrika), der Kompressionscharakter des Alpen—Himalaya-Gebirgsgürtels (mit einem entsprechenden Krustenzusammenschub) und viele andere Züge von den ausschließlich aus der Seismik stammenden Beobachtungen voll bestätigt werden.

Summary: By means of a statistical evaluation of the presently available fault plane solutions of earthquakes it is possible to obtain a global picture of the stress and displacement trajectories in the earth's crust and upper mantle. The thus obtained picture of global tectonics is based solely upon seismological investigations; its agreement with that postulated from field geology is utterly remarkable. In particular, it may be noted, for instance, that the tensional character of the Mid-Atlantic Ridge (with an attendant drifting apart of Africa and America), the compressional character (with attendant crustal shortening) of the Alpine-Himalayan mountain chain, and many other features are fully borne out by the adduced seismological evidence.

Einleitung

Die Untersuchung von Erdbebenherdmechanismen hat in der Seismologie schon seit einiger Zeit eine große Bedeutung erlangt. Nicht nur ist ein Verständnis der Herdvorgänge an sich von großem Interesse, sondern es ist auch für eine Erklärung der Zusammenhänge zwischen Erdbeben und Tektonik von großer Bedeutung.

Man nimmt gewöhnlich an, daß ein Erdbeben einen Vorgang darstelle, der einem gewöhnlichen *Bruch* entspricht. Man zielt daher einmal darauf ab, für jedes größere Erdbeben die Bruchebene und die Verschiebungsrichtung des Herdmechanismus festzustellen. Dies geschieht durch eine Analyse der Ersteinsätze, die durch ein Beben an vielen Erdbebenwarten der Welt verursacht werden. Die entsprechenden Methoden wurden von verschiedenen Forschern im Laufe der letzten 30 Jahre entwickelt und mögen an mehreren Stellen in der Literatur nachgelesen werden [2, 4, 6]. Im allgemeinen liefert die Analyse der an vielen Stationen beobachteten Ersteinsätze eines

¹⁾ Prof. ADRIAN E. SCHEIDEGGER, Universität von Illinois, Urbana, Ill., USA. Z. Zt. Gast am Inst. f. Reine und Angewandte Geophysik der Universität Münster/W.

Erdbebens zwei orthogonale Ebenen (I und II), die sich im Fokus schneiden, und von denen die eine als Bruchebene, die andere als Hilfsebene (die auf der Verschiebungsrichtung normal steht) interpretiert wird. Die Normalen der beiden Ebenen werden gewöhnlich als A- und C-Achsen bezeichnet, die Schnittlinie der beiden Ebenen als B-Achse. Es besteht dabei im allgemeinen eine Zweideutigkeit, da es nicht feststeht, welche der zwei orthogonalen Ebenen die Bruch- und welche die Hilfsebene darstellt. Da aber in Wirklichkeit die Annahme, daß der Herdmechanismus einen einfachen Bruchvorgang darstelle, gar nicht gesichert ist, spielt die oben erwähnte Zweideutigkeit im weiteren keine Rolle. Die zwei Ebenen stellen einfach ein Knotenebenensystem des Herdvorganges dar.

Außer den A-, B- und C-Achsen eines Herdvorganges führt man gewöhnlich noch zwei weitere Achsen ein, die als P- und T-Achsen bezeichnet werden. Diese Achsen sind die Zentralachsen der Quadranten, die durch die Knotenebenen I und II gebildet werden, und zwar in der Weise, daß die P-Achse in dem Quadranten liegt, wo die Ersteinsätze Dilatationen sind, und dementsprechend die T-Achse in dem Quadranten, wo die Ersteinsätze Kompressionen sind. Man kann sich leicht davon vergewissern, daß im Kraftsystem des Herdes die P-Achse der größten Druck-(P-Pressions-)spannung, die T-Achse aber der größten Zug-(T-Tensions-)spannung entsprechen muß. Die Achsensysteme ABC wie auch PTB sind beide orthogonale Systeme; das System PTB ist um 45° gegenüber dem System ACB um die B-Achse verdreht.

In der Literatur findet man viele Bestimmungen von Erdbebenherdmechanismen, d. h. Bestimmungen von ABC oder PTB-Achsen von Erdbebenherden. Sie wurden neulich von FARA [1] in einem Katalog in einheitlicher Form tabelliert. Das auf diese Weise zusammengetragene Beobachtungsmaterial stellt eine reiche Basis für geotektonische Betrachtungen dar; denn es ist ja klar, daß zwischen den Erdbebenherdmechanismen und dem großtektonischen Spannungsfeld in der Erde ein Zusammenhang bestehen muß.

Statistische Auswertung des Beobachtungsmaterials

Der Katalog von FARA [1] enthält etwa 1400 Erdbebenherdmechanismen. Es hat sich schon seit langem gezeigt [5], daß die einzelnen Herdlösungen, die man z. B. durch das Streichen und Fallen der A- und C-Achsen auf einer Karte eintragen könnte, keine direkt erkennbare Korrelation mit den tektonischen Verhältnissen des Epizentralgebietes ergeben. Somit muß man mit den Achsen, die einen Erdbebenherd charakterisieren, Statistik treiben.

Man wird von vorneherein annehmen, daß dem Kraftsystem, d. h. dem System der P-, T- und B-Achsen, eine besondere Bedeutung zukommt, und es liegt nahe, eine „mittlere“ P- und T-Achse für die wichtigsten Erdbebengebiete der Erde abzuleiten zu versuchen. Dazu ist auch bekannt [2], daß möglicherweise die B-Achsen eines Gebietes eine Ebene bestimmen, so daß der „besten“ B-Normalen eine Bedeutung zukommt.

Tabelle 1: Erdbeben im Atlantik

Datum	Epizentrum	P	T	B
20. 5. 1931	34.7 N 015.9 W	S 26 E 40	S 72 W 9	N 8 W 48
25. 11. 1941	37.3 N 019.0 W	N 46 W 14	S 40 W 14	N 87 E 70
28. 11. 1942	08.0 N 036.0 W	N 65 W 4	S 22 W 34	N 30 E 56
3. 9. 1958	00.0 N 017.8 W	S 30 E 05	N 60 E 30	S 69 W 60
25. 9. 1958	09.0 N 039.5 W	N 90 E 10	S 05 W 20	N 25 W 67
24. 1. 1959	37.5 N 024.5 W	S 20 W 15	N 60 W 30	N 87 E 55
8. 2. 1959	49.0 N 028.5 W	N 05 W 25	S 75 W 10	S 34 E 62
16. 11. 1959	01.0 N 026.5 W	N 30 E 00	N 60 W 25	S 60 E 65
8. 6. 1960	35.0 N 035.0 W	S 55 W 05	S 35 E 10	N 9 W 79
14. 10. 1960	55.7 N 035.2 W	N 30 E 15	S 60 E 15	S 75 W 69
30. 4. 1961	52.0 N 031.9 W	S 15 E 40	N 70 E 05	N 26 W 49
3. 5. 1961	01.0 N 026.4 W	S 35 W 35	S 60 E 05	N 23 E 54
7. 6. 1961	05.4 S 011.6 W	S 10 E 30	S 85 W 05	N 3 E 59
10. 8. 1962	49.4 N 027.9 W	N 05 W 25	S 75 W 10	S 34 E 62

Die statistische Methode, mit denen Achsen (im Gegensatz zu vektoriellen oder skalaren Größen) behandelt werden müssen, wurde von SCHEIDEGGER [7] entwickelt. Die beste „mittlere“ Achse einer Anzahl von Achsen wird als der dem größten Eigenwert entsprechende Eigenvektor einer gewissen quadratischen Form erhalten, und dementsprechend wird die beste Normale zu einer Anzahl von Achsen als der dem kleinsten Eigenwert entsprechende Eigenvektor der entsprechenden quadratischen Form erhalten. Die besten P- und T-Achsen und die besten Normalen der B-Achsen wurden von SCHEIDEGGER [7, 8] für eine Reihe von Erdbebengebieten abgeleitet. Mittlerweile ist nun eine russische Arbeit [3] erschienen, die eine Reihe von Herdlösungen von Beben auf der mittelatlantischen Schwelle enthält. Somit hat man nun 14 Herdlösungen von mittelatlantischen Beben, so daß es nun auch möglich ist, für die letzteren eine mittlere P-, T- und B-Normalen-Achse zu errechnen. Die verwendeten mittelatlantischen Erdbeben sind in Tabelle 1 aufgeführt. Hierin ist jeweils für eine Achse die Einfallrichtung (nach unten) und der Winkel mit einer Horizontalebene angegeben. Für die in Tabelle 1 angeführten Erdbeben erhält man nach der SCHEIDEGGERSCHEN [7] Methode als mittlere P-Richtung S 00 E 09 (wo die erste Zahl das Azimut der Einfallrichtung, die zweite den Winkel mit der Horizontalebene angibt), als mittlere T-Richtung S 85 W 07, und als beste B-Normale S 67 W 08. Die somit nun vorhandenen alten und neuen Achsenrichtungen von Erdbebengebieten der Welt sind in Tabelle 2 zusammengestellt. Unsere Aufgabe besteht nun darin, die statistischen Resultate im Lichte großtektonischer Betrachtungen zu interpretieren.

Das Spannungs- und Bewegungsfeld in der Kruste und im oberen Mantel der Erde

Es ist klar, daß die mittleren P- und T-Achsen eines Erdbebengebietes mit den tektonischen Hauptspannungsrichtungen in Beziehung stehen müssen. Man kann daher versuchen, Spannungstrajektorien für diejenigen Gebiete aufzustellen, in welchen man

die mittleren P- und T-Achsen kennt. Natürlich läßt sich auf einer Karte der Einfallswinkel nicht gut wiedergeben, so daß man sich auf die Projektion der Achsen beschränken muß. Die Gebiete, für welche die (horizontale Projektion) der P- und T-Trajektorien gezeichnet werden kann, ergeben ein ziemlich zusammenhängendes Bild. In unserer Arbeit sind die P-Trajektorien immer als voll ausgezogene, die T-Trajektorien als punktierte Linien dargestellt.

Es ist klar, daß die mittleren P- und T-Achsen im allgemeinen nicht mehr orthogonal zueinander stehen werden, da ja die Mittelung für die zwei Arten von Achsen einzeln und von einander unabhängig vorgenommen wurde. Man hätte natürlich die Mittelung der Achsen so vornehmen können, daß man das „beste“ orthogonale PTB-Dreibein für die vielen einzelnen PTB-Dreibeine eines Erdbebengebietes bestimmte; dann wären natürlich die entsprechenden Achsen wegen der von vorneherein postulierten Orthogonalitätsbedingung zueinander normal. Es scheint nun aber so zu sein, daß in jedem Gebiet *nur* die P- oder die T-Achse der Beben eine tektonische Bedeutung hat, während jeweils die andere Achse ganz nach Zufall ausgerichtet ist. Man muß sich nämlich vorstellen, daß in einem Gebiet, dessen Tektonik, sagen wir, durch die größte Druckspannung gekennzeichnet ist, die T-Achse in den einzelnen Herdmechanismen sich nach den zufällig vorhandenen Schwächezonen ausrichtet, während die P-Achse danach tendiert, mit der größten tektonischen Druckspannung zusammenzufallen. In einem tektonischen Zugspannungsgebiet („Zug“-Spannung ist natürlich ein relativer Begriff: Gemeint ist die kleinste Druckspannung) ist natürlich alles gerade umgekehrt.

In allen Fällen wird man weiterhin erwarten, daß die beste Normale zu den B-Achsen eines Erdbebengebietes der tektonischen Bewegungsachse entspricht. Der Grund dafür ist, daß die B-Achse jedes Erdbebens nichts anderes als eine Knotenlinie der Bewegung darstellt; es ist dann zu erwarten, daß die tektonische Bewegungsachse zu der Gesamtheit dieser Knotenlinien normal steht. Dadurch, daß man die Trajektorien der B-Normalen zeichnet, sollte man daher ein Bild der tektonischen *Bewegungslinien* eines Gebietes erhalten. Wie THRASHER und SCHEIDEGGER [9] gezeigt haben, sollten diese Bewegungslinien im Mittel *entweder* mit den P- oder mit den T-Trajektorien zusammenfallen, je nachdem die Tektonik des entsprechenden Gebietes durch Druck- oder Zugspannungen gekennzeichnet ist.

Gestützt auf die in Tabelle 2 angeführten Werte haben wir nun die (Horizontalprojektion der) Trajektorien der besten P-Achsen (voll ausgezogene Linien), T-Achsen (punktierte Linien) und B-Normalen (gestrichelte Linien) für die klassischen Erdbebengebiete der Welt gezeichnet (Abb. 1 bis 3; s. S. 307 bis S. 309). Man erhält auf diese Weise zum ersten Male ein ganz aus der Seismologie abgeleitetes Bild des Spannungs- und Bewegungsfeldes der oberen Schichten der Erde.

Ein Betrachten der Abb. 1 bis 3 zeigt einem sofort, daß im westlichen Pazifik, in Zentralasien, in Europa und in Südamerika die P-Trajektorien im allgemeinen mit den Bewegungslinien (B-Normalen) mehr oder weniger zusammenfallen, während mit Bezug auf die T-Trajektorien wenig Regularität besteht. Die genannten Gebiete

Tabelle 2: Mittlere P-, T- und Bewegungsrichtungen

Gebiet	Anzahl der Beben	P	T	Bewegungs- achse
Atlantik	14	S 00 E 09	S 85 W 07	S 67 W 08
Italien	4	N 16 E 02	S 77 E 22	N 65 E 11
Griechenland	10	S 60 E 21	S 27 W 03	S 42 E 18
Karpathen	21	N 74 W 21	N 80 E 79	N 51 W 75
Türkei	7	N 26 E 06	S 24 W 17	S 03 E 05
Kaukasus	57	N 04 W 79	N 74 W 81	N 49 W 83
Persien—Türkische Grenze	6	S 12 W 06	S 78 E 70	S 02 W 31
Reschteh—Albruz	5	N 20 E 01	S 17 W 77	S 13 W 11
S. Turkmenien	30	S 42 W 52	N 41 E 34	N 27 E 26
Hindu-Kusch	56	S 38 E 05	S 61 W 75	S 13 W 66
Tien-Schan	34	S 35 E 22	N 72 W 85	S 23 E 73
Garm-Gebiet	149	S 17 E 20	S 25 W 84	S 09 E 75
Baikalsee, China	9	N 83 E 57	N 20 W 17	N 26 W 47
Assam, Vietnam	5	N 01 E 17	S 71 E 47	N 08 E 17
Sumatra	16	S 02 W 20	N 58 E 38	N 41 E 19
Java—Timor	32	S 02 W 28	N 78 E 08	S 09 W 12
Neu Guinea-Salomonen	32	S 03 E 08	S 58 W 08	S 35 W 07
Celebes—Ceram	19	N 41 E 03	S 36 E 13	S 24 E 18
Philippinen	27	S 54 W 15	S 51 E 06	S 78 E 03
Marianen	8	S 19 E 22	N 53 W 55	N 26 W 00
Bonin Arch.	15	S 87 W 43	N 19 E 19	S 75 W 36
Riukiu—Taiwan	7	S 53 E 11	S 57 W 20	S 76 W 14
Honschu	76	S 80 E 07	N 08 E 10	S 78 E 08
Korea—Wladiwostok	8	N 58 W 19	N 35 E 02	N 59 W 11
Hokkaido	12	N 51 W 14	N 48 E 35	N 57 W 34
Kamtschatka	26	S 35 E 15	N 64 W 75	S 40 E 15
Kurilen	24	S 33 E 22	N 34 W 65	S 31 E 24
Aleuten, Alaska	47	S 26 E 12	S 79 W 34	S 36 E 04
N. Amer. Lat. >40°	10	S 12 W 02	N 77 W 10	S 63 W 21
N. Amer. Lat. <40°	10	S 08 E 19	N 89 W 22	N 84 W 24
Mexiko	8	S 61 W 44	S 38 W 09	S 49 W 39
Karibisches Meer	4	S 46 E 13	N 55 W 78	S 51 E 14
S. Amer. Lat. <15°	15	S 65 W 26	S 41 E 04	S 86 W 07
S. Amer. Lat. >15°	12	S 27 W 22	S 69 E 10	N 70 E 01
Neuseeland	14	N 67 E 01	S 88 W 01	N 78 E 01
Fidschi—Kermadec	25	S 43 W 10	S 60 E 02	N 90 W 03
Neue Hebriden	18	S 62 W 06	S 07 E 15	S 25 W 08
Bismarck Archipel	13	S 17 W 07	S 79 E 04	S 25 W 13

sind auch diejenigen, für welche man auf Grund geologischer Beobachtungen einen Krustenzusammenschub postuliert hat. Es zeigt sich also, daß das aus der Seismologie abgeleitete tektonische Spannungs- und Bewegungsfeld genau dem aus der Geologie abgeleiteten entspricht.

In Nordamerika sind die Verhältnisse nicht so klar. Nördlich der Breite von 45° N besteht überhaupt keine Korrelation zwischen den verschiedenen Trajektorien, süd-

lich davon fallen die Bewegungslinien mit den T-Trajektorien zusammen. Die Deutung dieser Verhältnisse ist ungewiß, möglicherweise war die Anzahl der Erdbebenherdlösungen ungenügend, um wirklich statistisch gültige Aussagen zu machen.

Es ist von Interesse, auch ein Gebiet zu untersuchen, für welches geologische Untersuchungen vorwiegende Zugspannungen postulieren. Ein solches Gebiet ist die mittelatlantische Schwelle. Wie aus Tabelle 2 ersichtlich ist, ist die mittlere P-Richtung für dieses Gebiet S 00 E 09, die T-Richtung S 85 W 07, und die mittlere Bewegungsrichtung S 67 W 08. Man sieht also, daß die mittlere Bewegungsrichtung in der Tat mit der mittleren Tensionsrichtung zusammenfällt (Abweichung 18° in der Einfallrichtung und 1° im Einfallswinkel), so daß auch hier die geologischen Postulate vollauf bestätigt werden.

Schlußfolgerungen

Man kann aus den hier präsentierten Überlegungen folgende Schlußfolgerung ziehen:

1. In denjenigen Gebieten, in denen von der Geologie her ein Krustenzusammenschub postuliert wird, fallen im allgemeinen die aus seismischen Daten errechneten Linien der größten Druckspannung (P-Trajektorien) mit den Bewegungslinien (B-Normalen) zusammen und liegen dazu so, wie man das auch von der Geologie her erwarten würde, d. h. normal zu den prominentesten tektonischen Gebilden. Eine Ausnahme bilden die Resultate in Nordamerika, wo aber die Verhältnisse unklar sind.

2. Auf der mittelatlantischen Schwelle, wo marine Geologen ein Zugspannungsfeld postuliert hatten, ergibt sich aus den Erdbebenherdlösungen ein entsprechendes Resultat: Die Bewegungsrichtung ist der mittleren T-Richtung parallel und liegt in der Ost-West-Richtung, d. h. normal zum generellen Streichen der mittelatlantischen Schwelle. Die Behauptung von MIŠARINA [3], wonach die horizontale Lage der P- wie auch der T-Achsen der individuellen Erdbeben auf eine Scherbewegung hindeuten soll, ist somit unhaltbar, denn die Bewegungslinie fällt unzweideutig mit der T-Linie zusammen.

3. Schließlich kann man noch die aufgeführten Spannungs- und Bewegungsbilder als Schollenbewegungsdiagramme deuten. Man sieht, daß es in allen Fällen eine Normale zu den Bewegungslinien gibt, die ungefähr den oberflächlichen tektonischen Gebilden entspricht. Man kann daher diese Normale als „Grenzgebiet“ zwischen auf einander wirkenden Schollen ansehen. Die gegenseitige Verschiebungsrichtung der Schollen ist dann durch die mit der besten B-Normalen zusammenfallende Hauptspannungsrichtung gegeben. Die Verhältnisse sind in den Abb. 4 bis 7 (s. S. 310 bis S. 312) illustriert. Das auf diese Weise erhaltene globale tektonische Bild der Erde fußt ausschließlich auf der Auswertung von seismischem Beobachtungsmaterial, und man muß es als bemerkenswert ansehen, wie genau es sich (mit wenigen Ausnahmen) mit dem deckt, das die Geologen von Beobachtungen im Felde postulieren. So

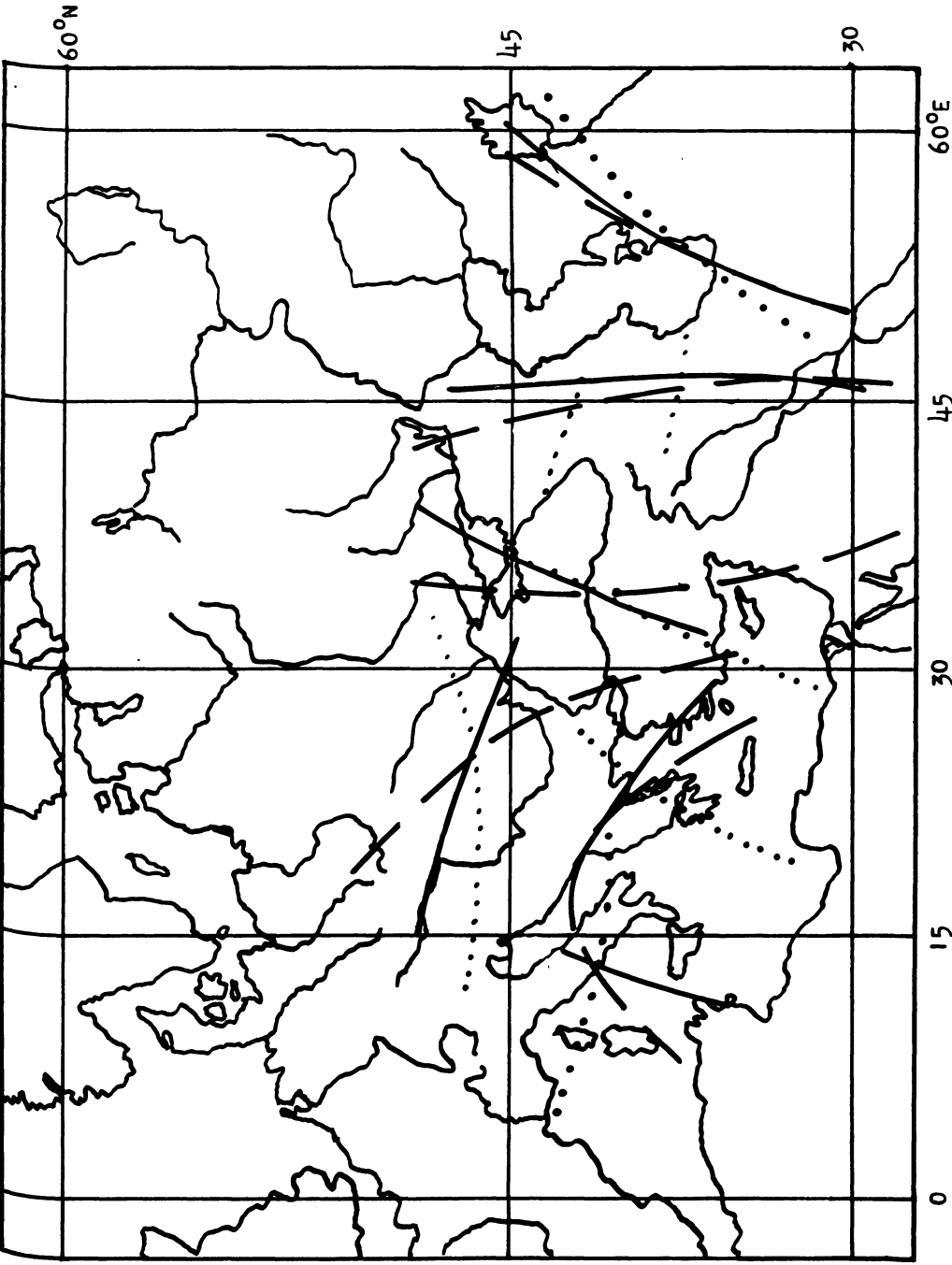
bemerkt man zum Beispiel, daß der Tensionscharakter der mittelatlantischen Schwelle (mit einem entsprechenden Auseinanderdriften von Amerika und Afrika), und der Kompressionscharakter des Alpen-Himalaya-Gebirgsgürtels (mit einem entsprechenden Krustenzusammenschub) vollauf bestätigt werden. Der Zusammenhang zwischen Erdbebenherdmechanismen und rezenter Tektonik ist somit eindeutig erwiesen.

Literatur

- [1] FARA, H. D.: A new catalogue of earthquake fault-plane solutions. *Bull. Seismol. Soc. Amer.* 54, 1491—1517 (1964).
- [2] HODGSON, J. H.: Nature of faulting in large earthquakes. *Bull. Geol. Soc. Amer.* 68, 611—644 (1957).
- [3] MIŠARINA, L. A.: O napryaženijakh v očagakh zemletryaseniei Atlantičeskogo Okeana. *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Geofiz.* No. 10, p. 1527—1535 (1964).
- [4] SCHÄFFNER, H. J.: Die Grundlagen und Auswerteverfahren zur seismischen Bestimmung von Erdbebenmechanismen. *Freiberger Forsch.h. C 63 (Geophysik)* (1959).
- [5] SCHEIDEGGER, A. E.: The physics of orogenesis in the light of new seismological evidence. *Trans. Roy. Soc. Canada, 49, Ser. 3*, 65—93 (1955).
- [6] DERS.: Erdbebenherdmechanismen. *Viertelj.schr. Natf. Ges. Zürich* 108, 169—180 (1963).
- [7] DERS.: The tectonic stress and tectonic motion direction in Europe and Western Asia as calculated from earthquake fault plane solutions. *Bull. Seismolog. Soc. Amer.* 54, 1519—1528 (1964).
- [8] DERS.: The tectonic stress and tectonic motion direction in the Pacific and adjacent areas as calculated from earthquake fault plane solutions. *Bull. Seismolog. Soc. Amer.* 55, 147—152 (1965).
- [9] THRASHER, J. E., und A. E. SCHEIDEGGER: On the connection between stress and displacements in faulted regions. *Z. Geophys.* 29, 309—314 (1963).

Abb. 1—7 (S. 307—312) ►

Abb. 1: — P-Linien; ···· T-Linien; - - - - - Bewegungslinien (B-Normale).



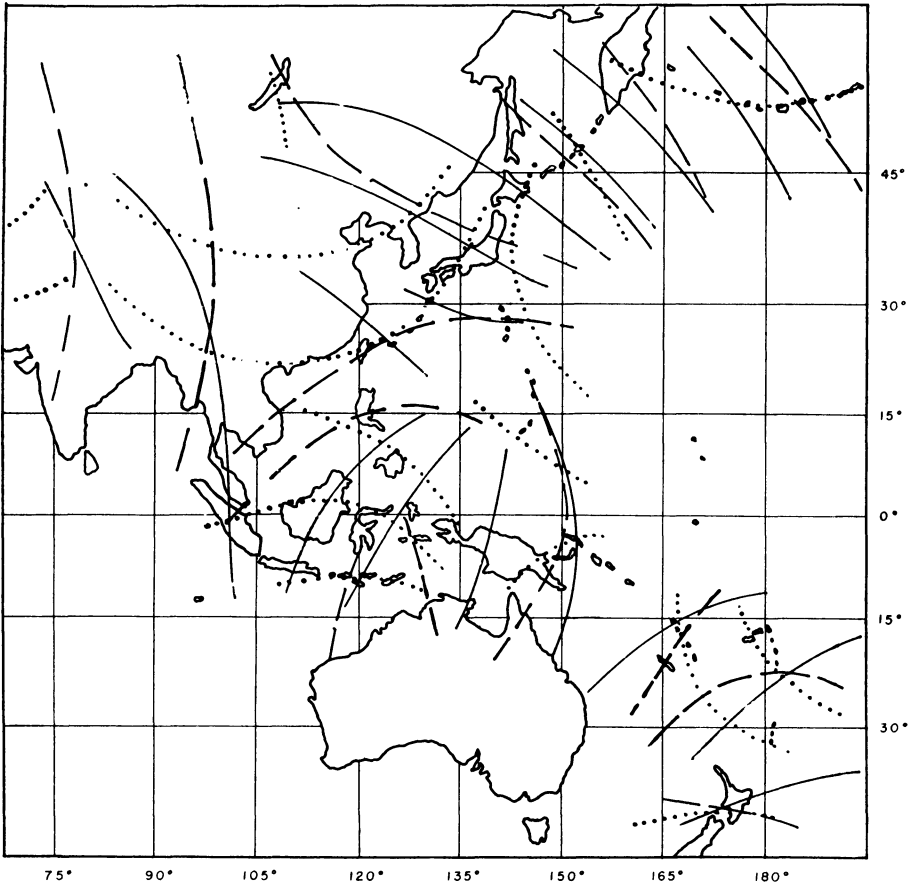


Abb. 2: — P-Linien; T-Linien; ----- Bewegungslinien (B-Normale).

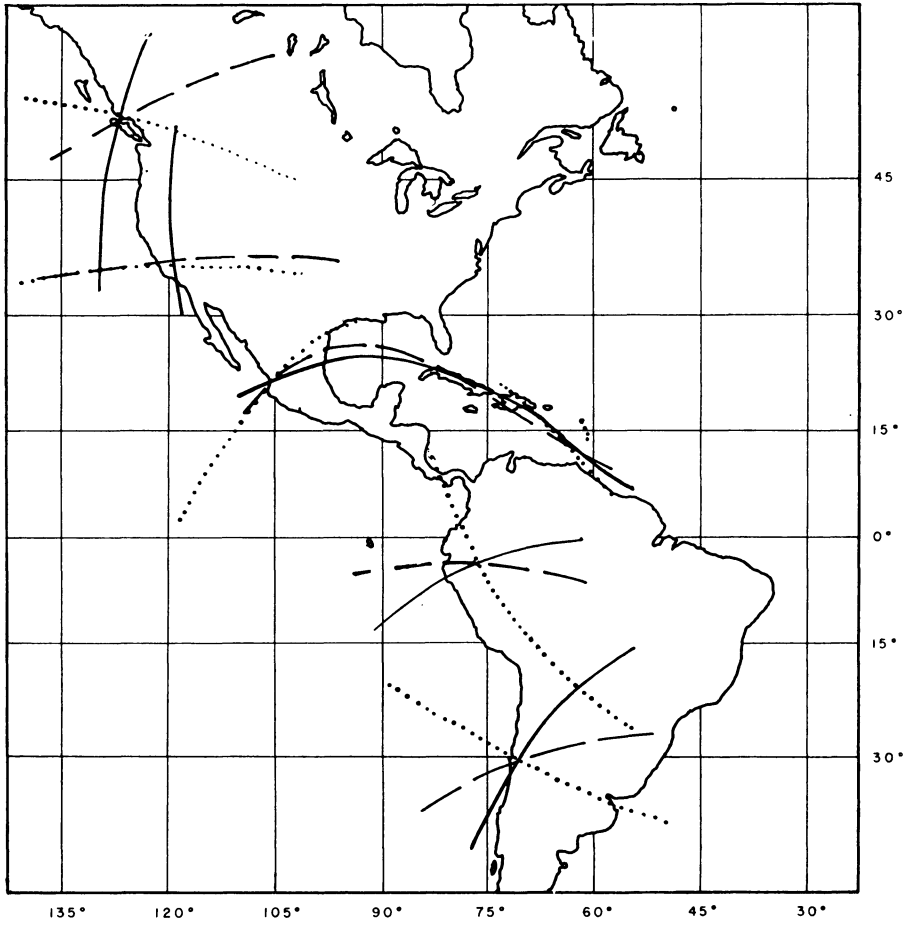
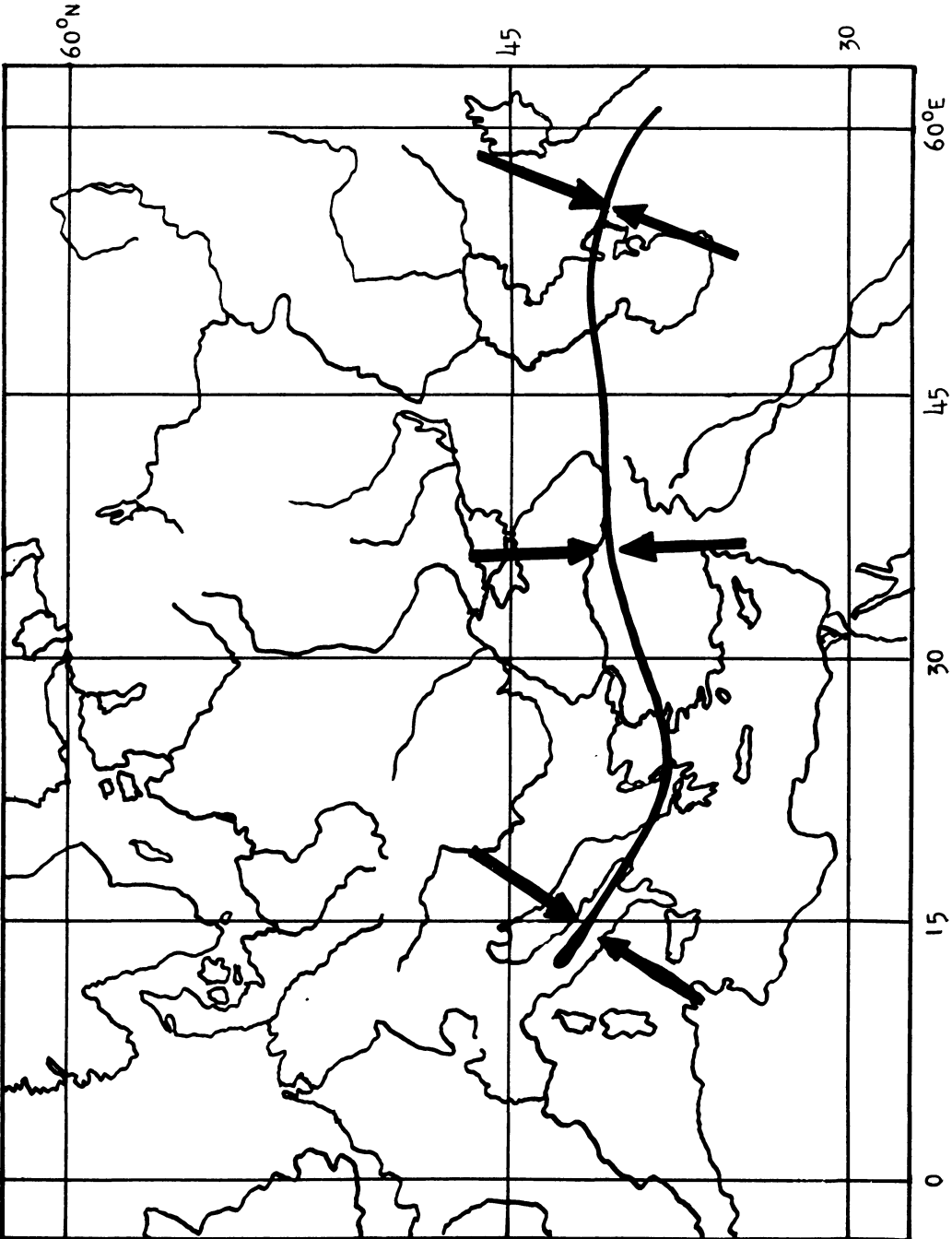


Abb. 3: — P-Linien; ···· T-Linien; - - - - Bewegungslinien (B-Normale).



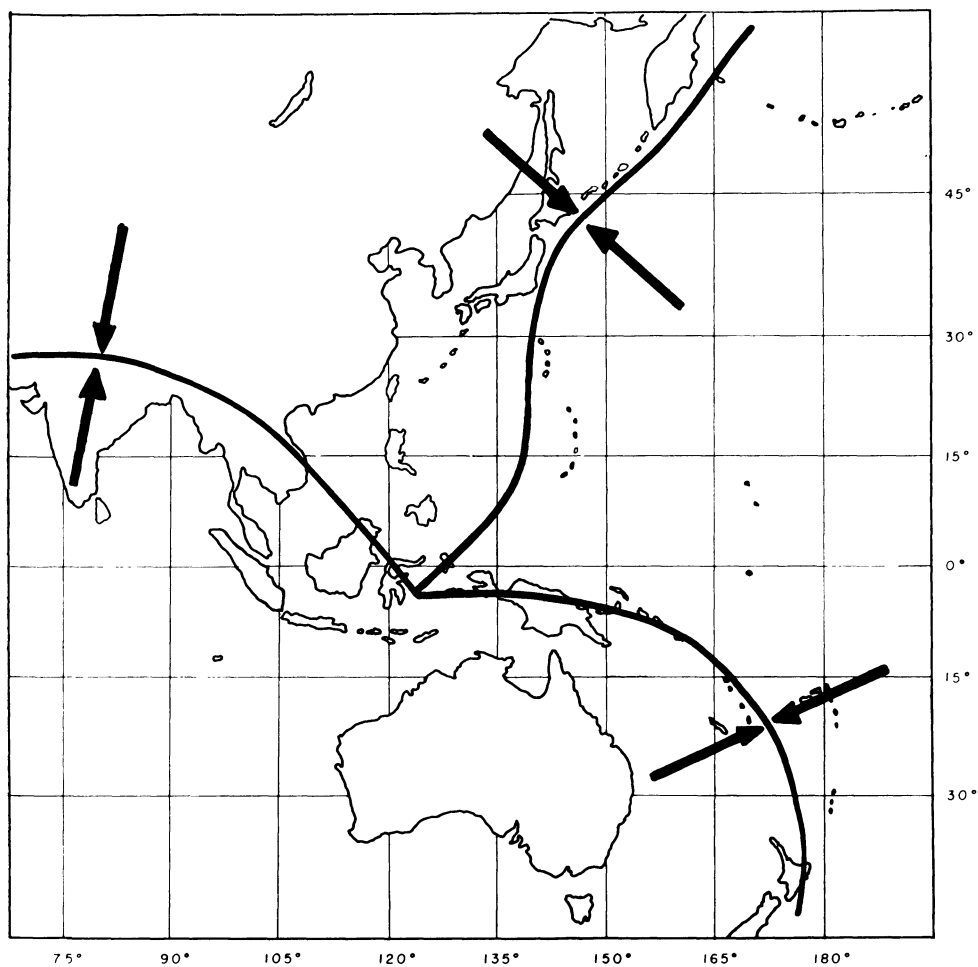


Abb. 5: Großtektonisches Bild vom westlichen Pazifik.

◀ Abb. 4: Großtektonisches Bild von Europa.

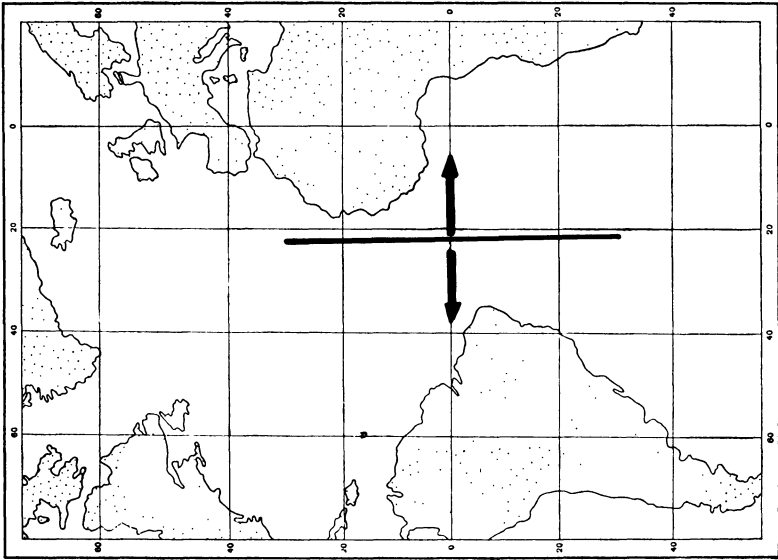


Abb. 7: Großtektonisches Bild vom Atlantik.

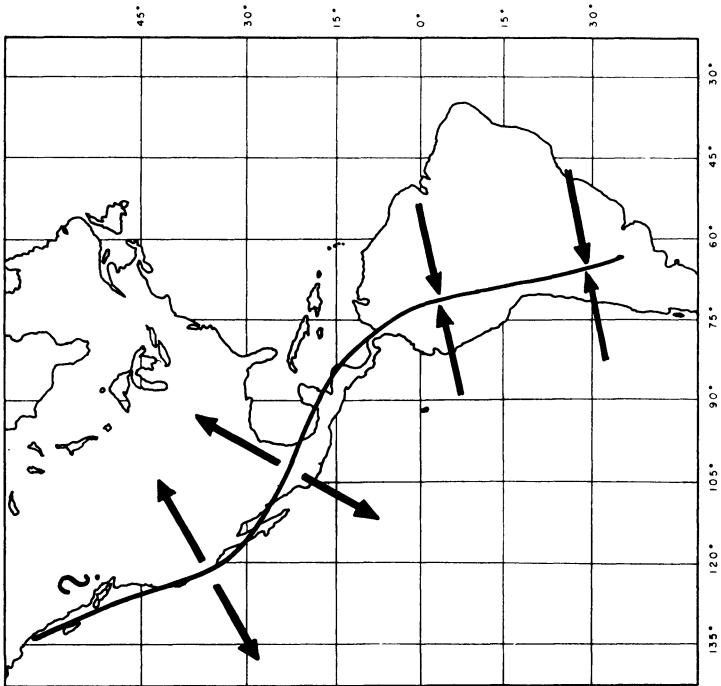


Abb. 6: Großtektonisches Bild von Amerika.

Über die Gestalt und das Schwerfeld der Erde

Von K. Voss, Dresden¹⁾

Eingegangen am 5. April 1965

Teil II²⁾

Zusammenfassung: Mit einem in früheren Arbeiten entwickelten Verfahren werden Gestalt und Schwerfeld der rotierenden Erde berechnet, wobei die Theorie auf beliebige Dichtekurven anwendbar ist. Die Lösung des vorliegenden Randwertproblems erfolgt allgemein, indem die Massenverteilung der Erde anfangs durch N inkompressible, homogene Flüssigkeitsschalen dargestellt wird. Danach wird der Grenzübergang $N \rightarrow \infty$ durchgeführt und gezeigt, daß die CLAIRAUTSche Theorie der Erdgestalt die exakte erste Näherung des Randwertproblems ist. Es wird der Zusammenhang wichtiger geophysikalischer Meßgrößen angegeben, sowie kritisch auf einige andere Arbeiten dieses Problemkreises eingegangen.

Summary: With a method developed in earlier papers figure and gravity field of the rotating earth are calculated. The theory is applicable to arbitrary functions of density. The present boundary problem is generally solved. In the begin the mass distribution of the earth is represented by N incompressible, homogenous fluid shells. Then the limit $N \rightarrow \infty$ is performed and it is shown that CLAIRAUT's theory of the earth's figure is the exact first approximation of the boundary problem. The connection of important geophysical data is given and some other papers about this problem are discussed critically.

1. Einleitung

In dieser Arbeit soll die Gestalt und das Schwerfeld der Erde berechnet werden. Dazu wird die Annahme gemacht, daß die Erde sich aus einzelnen homogenen, inkompressiblen Flüssigkeitsschichten aufbaut. Wenn die Schichten differentiell dünn sind, kann damit eine beliebige Dichtekurve angenähert werden. Gesucht wird das hydrostatische Gleichgewicht dieser Schalenanordnung unter Einfluß der Zentrifugalkraft und der eigenen Gravitation. Die Formulierung dieser Aufgabe führt auf ein Randwertproblem, dessen Lösung für eine homogene Flüssigkeit bis zur zweiten Näherung [1, 2] und für eine aus zwei homogenen Schalen bestehende Flüssigkeit in erster Näherung [3] bereits angegeben wurde. In der vorliegenden Arbeit werden das Randwertproblem für beliebige Dichteverteilungen gelöst und die erste Näherung ausgewertet.

¹⁾ Dipl.-Phys. KLAUS VOSS, Institut für Theoretische Physik der Technischen Universität Dresden.

²⁾ Teil I siehe Heft 1 (1964), S. 21—28.

Mit dem hydrostatischen Gleichgewicht einer rotierenden Massenverteilung beschäftigt sich auch die CLAIRAUTSche Theorie [4]. In dieser Theorie wird eine rotationsellipsoidische Gestalt der Flächen konstanter Dichte vorausgesetzt, und dann werden deren Parameter so berechnet, daß die Flächen konstanter Dichte gleichzeitig Flächen konstanten Potentials werden. In dieser Voraussetzung steckt eine Einschränkung, da bei inhomogener Dichteverteilung die Äquidichteflächen nur in erster Näherung durch Rotationsellipsoide angenähert werden können. Es wird hier jedoch gezeigt, daß die CLAIRAUTSche Theorie die exakte erste Näherung zur Bestimmung des hydrostatischen Gleichgewichtes einer rotierenden Massenverteilung ist.

In Abschnitt 2 wird zunächst das Randwertproblem für eine rotierende, aus N inkompressiblen, homogenen Flüssigkeitsschalen bestehende Massenverteilung gelöst, indem analog zum Vorgehen in [1, 2, 3] durch Variation der Dichteflächen die potentielle Energie der Massenverteilung im rotierenden Bezugssystem zum Minimum gemacht wird. Man erhält eine nichtlineare Integralgleichung für das Potential dieser Massenverteilung.

In Abschnitt 3 wird in dieser Integralgleichung der Übergang $N \rightarrow \infty$ ausgeführt, d. h. der Übergang zu einer beliebigen Dichtefunktion.

Die nichtlineare Integralgleichung für beliebige Dichtefunktionen wird in Abschnitt 4 ausgewertet. Dazu wird das Potential der deformierten Massenverteilung nach Potenzen eines Störparameters α entwickelt, der das Verhältnis der Fliehkraft am Äquator zur Normalschwere angibt. So kann man die nichtlineare Integralgleichung in eine Reihe sukzessiv zu lösender linearer Integralgleichungen zerlegen. Von dieser Reihe werden die ersten beiden Gleichungen ausführlich betrachtet, die der nullten und ersten Näherung entsprechen.

In Abschnitt 5 wird gezeigt, daß die CLAIRAUTSche Theorie die Ergebnisse der ersten Näherung zu erfassen gestattet. Weiter wird aus dem in Abschnitt 4 berechneten Potential das CLAIRAUTSche Theorem in verallgemeinerter Form hergeleitet und der Zusammenhang wichtiger geophysikalischer Meßgrößen ermittelt. In Abschnitt 6 schließlich werden die erhaltenen Ergebnisse zusammengefaßt. Weiterhin wird auf die von LEDERSTEGER als Entblätterungsprinzip bezeichnete Methode [5] und die daraus folgende Theorie eingegangen, die von der CLAIRAUTSchen Theorie abweichende Ergebnisse liefert. Es wird gezeigt, daß das Entblätterungsprinzip nur im Fall homogener Dichte anwendbar ist. Deshalb stimmt die Theorie von LEDERSTEGER auch nur in diesem ganz speziellen Fall mit der CLAIRAUTSchen Theorie überein.

2. Das N -Schalenmodell

Im N -Schalenmodell wird eine aus homogenen, inkompressiblen Schichten aufgebaute Flüssigkeit betrachtet. Die Dichte bei kugelsymmetrischer Massenverteilung ist durch $2N$ Parameter gegeben: Die N Dichten der einzelnen Schalen und die N Radien der Trennungsf lächen (Abb. 1).

Die Parameter sollen den Bedingungen

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_1 > \bar{\mu}_2 > \dots > \bar{\mu}_N \geq 0 \\ R_1 < R_2 < \dots < R_N \equiv R \end{aligned} \quad (1)$$

genügen. In der mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Flüssigkeit verformen sich die Grenzflächen der einzelnen Schalen. Die sich unter dem Einfluß von Gravita-

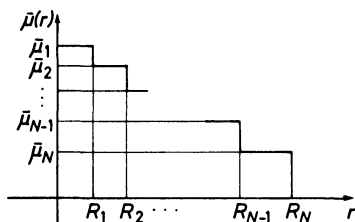


Abb. 1: Vorgegebener Dichteverlauf bei kugelsymmetrischer Massenverteilung.

tion und Zentrifugalkraft einstellende Dichte $\mu(\tau)$ wird daher von der vorgegebenen kugelsymmetrischen Dichte der Abb. 1 abweichen.

Alle Punkte \mathfrak{R}_n der äußeren Grenzfläche der n -ten Schale mögen durch eine Funktion $f_n(\tau)$ gegeben sein:

$$f_n(\mathfrak{R}_n) = 0 \quad \begin{array}{l} f_n(\tau) \geq 0 \quad \text{innerhalb der Grenzfläche} \\ f_n(\tau) < 0 \quad \text{außerhalb der Grenzfläche.} \end{array} \quad (2)$$

Das Vorzeichen von $f_n(\tau)$ wird in der angegebenen Weise gewählt. Mit diesen Funktionen kann die Massendichte $\mu(\tau)$ dargestellt werden als

$$\mu(\tau) = \sum_{n=1}^N (\bar{\mu}_n - \bar{\mu}_{n+1}) \cdot \theta[f_n(\tau)]. \quad (3)$$

Die hier auftretende θ -Funktion ist definiert durch

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \geq 0, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad \frac{d\theta}{dx} = \delta(x). \quad (4)$$

Ihre Ableitung ist die δ -Funktion, die folgende wichtige Eigenschaften besitzt:

$$\delta(ax) = \frac{\delta(x)}{|a|}, \quad \int dx' \cdot \delta(x') = 1, \quad \int dx' \cdot \delta(x-x') f(x') = f(x). \quad (5)$$

Im Gleichgewichtszustand muß die potentielle Energie der Massenverteilung im rotierenden Bezugssystem

$$E_{pot} = -\frac{\gamma}{8\pi} \int \int \frac{d\tau \cdot d\tau' \cdot \mu(\mathbf{r}) \mu(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{1}{2} \int d\tau \cdot \mu(\mathbf{r}) \cdot (\vec{\omega} \times \mathbf{r})^2 \quad (6)$$

ein Minimum werden. Daher wird die gestellte Aufgabe wie in [1, 2, 3] als Variationsproblem formuliert. Bei der Variation bleiben wegen der Inkompressibilität sowohl die Massen innerhalb der einzelnen Schalen als auch die Volumina in den Schalen konstant. Das führt auf die Gleichung

$$\delta \left[E_{pot} - \sum_{n=1}^N \lambda_n \cdot M_n \right] = 0, \quad M_n = \int d\tau \cdot (\bar{\mu}_n - \bar{\mu}_{n+1}) \cdot \theta [f_n(\mathbf{r})], \quad (7)$$

worin die λ_n LAGRANGESche Parameter sind. Mit dem Potential (vgl. [2], Gl. (2.10)!)

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{\gamma}{4\pi} \int d\tau' \cdot \frac{\sum_{n=1}^N (\bar{\mu}_n - \bar{\mu}_{n+1}) \cdot \theta [f_n(\mathbf{r}')] }{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{1}{2} (\vec{\omega} \times \mathbf{r})^2 \quad (8)$$

der Massenverteilung, das mit dem Schwerfeld über $g(\mathbf{r}) = -\partial U / \partial \mathbf{r}$ zusammenhängt, folgt die Gleichung

$$\int d\tau \left\{ U(\mathbf{r}) \cdot \delta \left[\sum_{n=1}^N (\bar{\mu}_n - \bar{\mu}_{n+1}) \cdot \theta [f_n(\mathbf{r})] \right] - \delta \left[\sum_{n=1}^N \lambda_n \cdot (\bar{\mu}_n - \bar{\mu}_{n+1}) \cdot \theta [f_n(\mathbf{r})] \right] \right\} = 0. \quad \dots(9)$$

Da die Flüssigkeitsschalen inkompressibel sein sollen, kann man die Dichte nur variieren, indem man die Grenzflächen $f_n(\mathbf{r})$ verformt. Die unabhängige Variation aller Flächen führt auf die Forderung, daß der Integrand von (9) an allen Punkten \mathfrak{N}_n der Grenzflächen verschwinden muß und jene Flächen entsprechend

$$U(\mathfrak{N}_n) = \lambda_n = \text{const.} \quad (10)$$

Potentialflächen des in (8) eingeführten Potentials $U(\mathbf{r})$ sind. Die LAGRANGESchen Parameter sind nach (10) die zugehörigen Potentialwerte. Diese anschauliche Deutung von (10) und die Tatsache, daß das Potential eine monotone Funktion ist, lassen für die Funktion $f_n(\mathbf{r})$ aus (2) den Ansatz zu:

$$f_n(\mathbf{r}) = U(\mathfrak{N}_n) - U(\mathbf{r}) = \lambda_n - U(\mathbf{r}). \quad (11)$$

Die zu lösende Aufgabe ist ein typisches Randwertproblem. Das Potential (8) wird durch die Massenverteilung bestimmt und diese stellt sich wiederum nach (11) so ein, daß die Flächen gleicher Dichte Äquipotentialflächen sind. Dadurch, daß die Funktionen $f_n(\mathbf{r})$, die den Dichteverlauf (3) charakterisieren, entsprechend (11) durch das Potential ausgedrückt werden können, ist das Randwertproblem in allgemeiner Form

gelöst. Durch Einsetzen von (11) in (8) ergibt sich eine nichtlineare Integralgleichung für das Potential $U(\mathbf{r})$ der rotierenden Massenverteilung:

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{\gamma}{4\pi} \int d\tau' \cdot \frac{\sum_{n=1}^N (\bar{\mu}_n - \bar{\mu}_{n+1}) \cdot \theta[\lambda_n - U(\mathbf{r}')] }{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{1}{2} (\vec{\omega} \times \mathbf{r})^2. \quad (12a)$$

Die LAGRANGESchen Parameter λ_n werden aus den Nebenbedingungen der Volumenkonzanz innerhalb der einzelnen Schalen bestimmt:

$$\frac{4\pi}{3} R_n^3 = \int d\tau \cdot \theta[\lambda_n - U(\mathbf{r})], \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (12b)$$

Das Gleichungssystem (12) löst mit (11) und (3) die Aufgabe, die Gestalt einer aus N inkompressiblen Flüssigkeitsschalen bestehenden Massenverteilung aufzufinden, die sich unter dem Einfluß von Gravitation und Zentrifugalkraft befindet.

3. Übergang zu beliebiger Dichteverteilung

Für $N = 2$ wurde die Integralgleichung (12) bereits in [3] gelöst. Um aber auch die Gleichgewichtsform und das Schwerefeld bei beliebiger Dichteverteilung bestimmen zu können, muß der Grenzübergang $N \rightarrow \infty$ durchgeführt werden.

Bisher wurden die Schalen durch den diskreten Index n gekennzeichnet. Jetzt muß dieser kontinuierlich gewählt werden. Da die Flüssigkeitsschalen inkompressibel sein sollen, wird sich bei Deformation der Niveauflächen das in ihrem Innern enthaltene Volumen nicht ändern. Daher kann jede Niveaufläche durch einen Parameter \bar{r} gekennzeichnet werden, der dem Radius dieser Fläche bei kugelsymmetrischer Gestalt entsprechen soll, so daß $4\pi\bar{r}^3/3$ das von der Niveaufläche eingeschlossene Volumen ist. Jedem Ort \mathbf{r} ist damit ein $\bar{r} = \bar{r}(\mathbf{r})$ eindeutig zugeordnet, da durch jeden Ort genau eine Niveaufläche verläuft. In Verallgemeinerung der Abb. 1 wird nun die Dichtefunktion $\bar{\mu}(\bar{r})$ vorgegeben. Da beim Übergang $N \rightarrow \infty$ Summen zu Integralen und Differenzen zu Differentialen werden, ist die sich einstellende Dichte $\mu(\mathbf{r})$ dann nach (3) und (11)

$$\mu(\mathbf{r}) = - \int_0^{\infty} d\bar{r}' \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r}')}{d\bar{r}'} \cdot \theta[\lambda(\bar{r}') - U(\mathbf{r})] = \bar{\mu}[\bar{r}(\mathbf{r})], \quad (13)$$

wobei die obere Integrationsgrenze bis ∞ erweitert werden kann, da außerhalb der Erde $\bar{\mu}(\bar{r}) = 0$ gilt. Das letzte Gleichheitszeichen folgt daraus, daß mit Kenntnis des jedem Ort \mathbf{r} zugeordneten Parameters \bar{r} auch die Dichte $\bar{\mu}(\bar{r})$ an diesem Ort bekannt ist, da wegen der Inkompressibilität der Flüssigkeit sich die Dichte beim Übergang vom kugelsymmetrischen zum deformierten Zustand nicht geändert hat.

Somit nimmt die Bestimmungsgleichung (12) für das Potential der Massenverteilung die Gestalt

$$U(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2}(\vec{\omega} \times \mathbf{r})^2 + \frac{\gamma}{4\pi} \int d\tau' \cdot \frac{\int_0^\infty d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \theta[\lambda(\bar{r}) - U(\mathbf{r}')] }{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (14a)$$

an, und die LAGRANGESchen Parameter $\lambda(\bar{r})$, die nach (10) das Potential der durch \bar{r} charakterisierten Niveauflächen angeben, werden aus

$$\frac{4\pi}{3} \bar{r}^3 = \int d\tau \cdot \theta[\lambda(\bar{r}) - U(\mathbf{r})] \quad (14b)$$

bestimmt. Das Gleichungssystem (14) stellt die Lösung des Randwertproblems bei beliebiger Dichte $\bar{\mu}(\bar{r})$ dar und ist die Grundlage der weiteren Untersuchungen.

4. Nullte und erste Näherung

Die nichtlineare Integralgleichung (14) wird zunächst in ein System linearer Integralgleichungen zerlegt. Das geschieht, indem man das Potential nach Potenzen des Störparameters α entwickelt (ausführliche Diskussion in [2]). Der Parameter α gibt das Verhältnis der Zentrifugalbeschleunigung am Äquator der volumengleichen Kugel zur Normalschwere an:

$$\alpha = \frac{R\omega^2}{g_0} = \frac{3\omega^2}{\mu_0\gamma} \ll 1, \quad g_0 = \frac{\gamma}{4\pi} \cdot \frac{M}{R^2} = \frac{\mu_0\gamma R}{3}. \quad (15)$$

Hier ist R der Erdradius (Abb. 1), M die Erdmasse und μ_0 die mittlere Dichte der Erde. Da dies Verhältnis klein (für die Erde etwa $1/290$) und die Lösung der Aufgabe für verschwindende Rotation ($\alpha = 0$) bekannt ist, werden die ersten Glieder der Entwicklungen

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}) &= \sum_{l=0}^{\infty} \alpha^l \cdot U^{(l)}(\mathbf{r}) \\ \lambda(\bar{r}) &= \sum_{l=0}^{\infty} \alpha^l \cdot \lambda^{(l)}(\bar{r}) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \theta[\lambda(\bar{r}) - U(\mathbf{r})] &= \theta[\lambda^{(0)}(\bar{r}) - U^{(0)}(\mathbf{r})] \\ &+ \alpha \frac{d\theta[\lambda^{(0)}(\bar{r}) - U^{(0)}(\mathbf{r})]}{d[\lambda^{(0)}(\bar{r}) - U^{(0)}(\mathbf{r})]} \cdot [\lambda^{(1)}(\bar{r}) - U^{(1)}(\mathbf{r})] + \dots \end{aligned}$$

das gesuchte Potential bereits mit hoher Genauigkeit darstellen. Hier ist $U^{(0)}(\mathbf{r})$ das Potential der durch $\bar{\mu}(\bar{r})$ gegebenen kugelsymmetrischen Massenverteilung und die

weiteren Terme sind die Änderungen des Potentials auf Grund der Deformation der Niveauflächen. Auch $\lambda(\bar{r})$, das Potential der durch \bar{r} charakterisierten Niveaufläche, muß derart entwickelt werden.

In der letzten Gl. (16) kann die Ableitung der θ -Funktion nach (5) durch eine δ -Funktion ersetzt werden. Die dadurch beschriebene Dichte entspricht einer Massenbelegung auf der ursprünglichen Kugelfläche:

$$\frac{d\theta[\lambda^{(0)}(\bar{r}) - U^{(0)}(r)]}{d[\lambda^{(0)}(\bar{r}) - U^{(0)}(r)]} = \delta[\lambda^{(0)}(\bar{r}) - U^{(0)}(r)] = \frac{\delta(r - \bar{r})}{\left| \frac{dU^{(0)}(r)}{dr} \right|_{r=\bar{r}}} \equiv \frac{\delta(r - \bar{r})}{g^{(0)}(\bar{r})}. \quad (17)$$

In nullter Ordnung α^0 ist das Potential aus Symmetriegründen kugelsymmetrisch. Daher gilt der Definition von \bar{r} entsprechend $r = \bar{r}$. Setzt man nur die Glieder der Ordnung α^0 von (16) in (14) ein, so ergibt sich aus (14a) die Gleichung

$$U^{(0)}(r) = \frac{\gamma}{4\pi} \int d\tau' \cdot \frac{\int_0^\infty d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \theta[\lambda^{(0)}(\bar{r}) - U^{(0)}(r')]}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{\gamma}{4\pi} \int_0^\infty d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \int_0^{\bar{r}} \frac{d\tau'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad \dots (18)$$

Im letzten Integral muß $1/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ über eine Kugel vom Radius \bar{r} integriert werden. Da man bei dieser Integration die Fälle $r \geq r'$ unterscheiden muß, wird sich auch das Potential aus zwei Termen zusammensetzen:

$$U^{(0)}(r) = \frac{\gamma}{3r} \int_0^r d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \bar{r}^3 + \frac{\gamma}{6} \int_r^\infty d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot [3\bar{r}^2 - r^2], \quad \lambda^{(0)}(\bar{r}) = U^{(0)}(\bar{r}). \quad (19)$$

Das erste Integral beschreibt das Potential der innerhalb r liegenden Masse und das zweite das der außerhalb liegenden Schichten. Die zweite Gleichung in (19) ist Ausdruck und Folge der Kugelsymmetrie bei verschwindender Rotation. Die Schwerkraft ergibt sich durch Differentiation von (19):

$$g^{(0)}(r) \equiv \frac{dU^{(0)}(r)}{dr} = \frac{\gamma}{r^2} \int_0^r d\bar{r} \cdot \bar{\mu}(\bar{r}) \cdot \bar{r}^2. \quad (20)$$

Für die in α linearen Glieder erhalten wir mit dem Ansatz (16) für die erste Näherung das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} U^{(1)}(r) &= -\frac{1}{2\alpha} (\tilde{\omega} \times \mathbf{r})^2 + \frac{\gamma}{4\pi} \int \frac{d\tau'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \int_0^\infty d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \frac{\delta(r - \bar{r})}{g^{(0)}(\bar{r})} [\lambda^{(1)}(\bar{r}) - U^{(1)}(r')] \\ 0 &= \int d\tau \cdot [\lambda^{(1)}(\bar{r}) - U^{(1)}(r)] \cdot \frac{\delta(r - \bar{r})}{g^{(0)}(\bar{r})}. \quad \dots (21) \end{aligned}$$

Diese Integralgleichung für $U^{(1)}(\mathbf{r})$ wird durch Entwicklung nach LEGENDRESCHEN Polynomen gelöst. Dabei wird für das Potential der Ansatz

$$U^{(1)}(\mathbf{r}) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \beta_{2\nu}(r) \cdot P_{2\nu}(\zeta), \quad \zeta = \frac{\vec{\omega} \cdot \mathbf{r}}{\omega r} \quad (22)$$

gemacht. Dieser Ansatz berücksichtigt bereits die notwendige Rotationssymmetrie der zu suchenden Lösung und die Spiegelsymmetrie bezüglich der Äquatorebene [6]. Die wichtigsten hier benötigten Eigenschaften der LEGENDRESCHEN Polynome sollen kurz zusammengestellt werden:

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{\theta(r - r')}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{r'}{r}\right)^l \cdot P_l(\eta\eta') + \frac{\theta(r' - r)}{r'} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{r}{r'}\right)^l P_l(\eta\eta'),$$

$$\int_{-1}^{+1} d\zeta \cdot P_l(\zeta) P_{l'}(\zeta) = \delta_{ll'} \cdot \frac{2}{2l+1}, \quad \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot P_l(\eta\eta') = P_l(\eta\alpha) P_l(\eta'\alpha), \quad (23)$$

$$\frac{(\vec{\omega} \times \mathbf{r})^2}{2\alpha} = \frac{\mu_0 \gamma r^2}{9} \cdot [1 - P_2(\zeta)], \quad \zeta = \frac{\vec{\omega} \cdot \mathbf{r}}{\omega r}, \quad \alpha = \frac{\vec{\omega}}{\omega}, \quad \eta = \frac{r}{r'}$$

Geht man mit dem Ansatz (22) nun in (21) ein, so liefert die Nebenbedingung die Gleichung

$$\beta_0(\bar{r}) = \lambda^{(1)}(\bar{r}). \quad (24)$$

Die Auswertung der Integralgleichung (21) ergibt bei Berücksichtigung von (24) und Unterscheidung der Fälle $r \geq r'$ nach (23) die Gleichung

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \beta_{2\nu}(r) \cdot P_{2\nu}(\zeta) = -\gamma \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{r P_{2\nu}(\zeta)}{4\nu+1} \int_0^r d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \frac{\beta_{2\nu}(\bar{r})}{g^{(0)}(\bar{r})} \cdot \left(\frac{\bar{r}}{r}\right)^{2\nu+2}$$

$$- \gamma \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{P_{2\nu}(\zeta)}{4\nu+1} \int_r^{\infty} d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \frac{\beta_{2\nu}(\bar{r})}{g^{(0)}(\bar{r})} \cdot \bar{r} \left(\frac{r}{\bar{r}}\right)^{2\nu} - \frac{\mu_0 \gamma}{9} r^2 \cdot [1 - P_2(\zeta)]. \quad (25)$$

Hier können nun die einzelnen Koeffizienten $\beta_{2\nu}(r)$ durch Koeffizientenvergleich ermittelt werden. Für $\nu = 0$ folgt aus der Inhomogenität die Beziehung

$$\beta_0(r) = -\frac{\mu_0 \gamma}{9} r^2, \quad (26)$$

und mit $\nu = 1$ erhalten wir eine Integralgleichung für den Koeffizienten $\beta_2(r)$:

$$\beta_2(r) = \frac{\mu_0 \gamma}{9} r^2 - \frac{\gamma}{5r^3} \int_0^r d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \frac{\beta_2(\bar{r})}{g^{(0)}(\bar{r})} \bar{r}^4 - \frac{\gamma r^2}{5} \int_r^{\infty} d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \frac{\beta_2(\bar{r})}{\bar{r} \cdot g^{(0)}(\bar{r})}. \quad (27)$$

In (27) kommt nachdrücklich zum Ausdruck, daß das Potential an einer bestimmten Stelle der Massenverteilung über $\beta_2(r)$ sowohl durch die innerhalb als auch außerhalb liegenden Massenschichten bestimmt wird. Für alle weiteren $\nu \geq 2$ verschwinden die Koeffizienten, da die sich ergebenden homogenen Integralgleichungen nur durch die Lösung $\beta_{2\nu}(r) = 0$ erfüllt werden können.

Nachdem $\beta_2(r)$ aus (27) berechnet worden ist, ergibt sich in erster Näherung das Potential $U(r)$ der rotierenden Massenverteilung mit (16), (19) und (22) zu

$$U(r) = U^{(0)}(r) + \alpha [\beta_0(r) + \beta_2(r) \cdot P_2(\zeta)] \\ = \frac{\gamma}{3r} \int_0^r d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \bar{r}^3 + \frac{\gamma}{6} \int_r^\infty d\bar{r} \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} [3\bar{r}^2 - r^2] + \alpha \left[-\frac{\mu_0 \gamma}{9} r^2 + \beta_2(r) P_2(\zeta) \right]. \quad \dots (28)$$

Diese Funktion $U(r)$ stellt sowohl das Potential im Innern der Massenverteilung dar als auch das im Außenraum. Für $|r| > R$ verschwindet in (27) das zweite Integral und das erste erhält einen konstanten Wert. Das erste in (28) liefert nach partieller Integration einen zur Gesamtmasse $M = 4\pi\mu_0 R^3/3$ proportionalen Ausdruck. Da im Außenraum nur das reine Gravitationspotential interessiert, muß der Zentrifugalanteil

$$-(\vec{\omega} \times \mathbf{r})^2/2 = -\alpha\mu_0\gamma r^2 [1 - P_2(\zeta)]/9$$

abgezogen werden. Es ergibt sich mit $\beta_2(R)$ aus (27) das Potential

$$U^{(a)}(r) = -\frac{\gamma M}{4\pi r} - \alpha \left(\frac{R}{r}\right)^3 \cdot \left[\frac{\mu_0 \gamma}{9} R^2 - \beta_2(R)\right] \cdot P_2(\zeta). \quad (29)$$

Der erste Term stellt das Potential der undeformierten Kugel dar. Da die sich einstellende Deformation voraussetzungsgemäß symmetrisch bezüglich der Rotationsachse und der Äquatorebene ist, verschwindet das Dipolmoment der Massenverteilung. Die deformierten Schichten liefern erst wieder ein Quadrupolmoment von der Größenordnung α , dessen Feld gerade der in (29) auftretende zweite Term ist.

5. Geophysikalische Meßgrößen

Mit der Berechnung des Parameters $\beta_2(r)$ nach (27) ist die Aufgabe der Bestimmung des hydrostatischen Gleichgewichtes einer rotierenden Massenverteilung in erster Näherung gelöst. Da man jedoch $\beta_2(r)$ nicht unmittelbar messen kann, sollen in diesem Abschnitt die Zusammenhänge dieser Größe mit der Erdgestalt und der Erdschwere untersucht werden.

Die Gestalt der Niveauflächen im Innern der Erde finden wir aus (11) und (2) zu

$$\lambda(\bar{r}) - U(r) = U^{(0)}(\bar{r}) + \alpha\beta_0(\bar{r}) - [U^{(0)}(r) + \alpha\beta_0(r) + \alpha\beta_2(r) \cdot P_2(\zeta)] = 0. \quad (30)$$

Als Lösung dieser Gleichung ergibt sich für eine durch \bar{r} charakterisierte Niveaufläche, die in erster Näherung in die Form $r = \bar{r} (1 + \alpha B(\zeta))$ gebracht werden kann,

$$r = \bar{r} \left[1 - \alpha \frac{\beta_2(\bar{r})}{\bar{r} \cdot g^{(0)}(\bar{r})} \cdot P_2(\zeta) \right]. \quad (31)$$

Bei der Berechnung von $B(\zeta)$ wurden dabei die in α nichtlinearen Glieder vernachlässigt. Nach der Bestimmung von $\beta_2(r)$ ist also sowohl das Potential selbst als auch die explizite Gestalt der Niveauflächen bekannt. Die durch (31) gegebenen Flächen kann man in erster Näherung durch Rotationsellipsoide darstellen, deren Abplattung als

$$\Lambda(\bar{r}) \equiv \frac{r_{\max} - r_{\min}}{\bar{r}} = \frac{3}{2} \alpha \cdot \frac{\beta_2(\bar{r})}{\bar{r} \cdot g^{(0)}(\bar{r})} \quad (32)$$

definiert werden kann. Da diese Abplattung Λ der Niveauflächen eine unmittelbare geometrische Bedeutung hat, werden wir sie und den mittleren Radius \bar{r} zur Charakterisierung der Niveauflächen verwenden.

Ersetzt man nun $\beta_2(r)$ in der Integralgleichung (27) durch die Abplattung, so ergibt sich für $\Lambda(r)$ eine ähnlich gebaute Integralgleichung:

$$r^2 \cdot g^{(0)}(r) \cdot \Lambda(r) = \alpha \frac{\mu_0 \gamma r^3}{6} - \frac{\gamma}{5 r^2} \int_0^r d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \Lambda(\bar{r}) \cdot \bar{r}^5 - \frac{\gamma r^3}{5} \int_r^\infty d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \Lambda(\bar{r}).$$

... (33)

Wir werden diese Integralgleichung als Grundlage der weiteren Untersuchungen benutzen, weil die Abplattung $\Lambda(r)$ ein anschaulicherer Parameter ist als die Koeffizienten $\beta_2(r)$ des Potentials und weil sich diese Integralgleichung besser mit der CLAIRAUTSchen Differentialgleichung vergleichen läßt. Aus der Abplattung $\Lambda(r)$ ist über (32) das Potential der Erde berechenbar, sobald die Dichtekurve $\bar{\mu}(\bar{r})$ der Erde angegeben werden kann. Die CLAIRAUTSche Differentialgleichung [4] ergibt sich aus (33) durch Multiplikation mit r^2 , Differentiation, Division durch r^4 und nochmalige Differentiation:

$$\frac{d^2 \Lambda}{dr^2} + \frac{d\Lambda}{dr} \cdot \frac{2\bar{\mu}(r) \cdot \gamma}{g^{(0)}(r)} + \Lambda \left[\frac{2\bar{\mu}(r) \cdot \gamma}{r \cdot g^{(0)}(r)} - \frac{6}{r^2} \right] = 0. \quad (34)$$

Sie hat den Nachteil, daß die notwendigen Integrationskonstanten und die Winkelgeschwindigkeit ω nicht mehr auftreten und deshalb zusätzlich gegeben sein müssen. Wählt man als Integrationskonstanten $(d\Lambda/dr)_{r=0}$ und $\Lambda(R)$, so kann man (34) zwar

integrieren, aber nicht mehr von einer Berechnung der Abplattung sprechen, da diese als Integrationskonstante bereits vorgegeben ist. Wir werden auch sehen, daß weitere Aussagen über den Zusammenhang geophysikalischer Meßgrößen nur aus (33) zu folgern sind.

Die Schwerebeschleunigung $g(r)$ wird aus (28) durch die Berücksichtigung der in α linearen Glieder erhalten:

$$g(r) \equiv \left| \frac{\partial U}{\partial r} \right| = \frac{\partial U}{\partial r} = g^{(0)}(r) + \alpha \frac{d\beta_0(r)}{dr} + \alpha \frac{d\beta_2(r)}{dr} \cdot P_2(\zeta). \quad (35)$$

Um den Schwereverlauf auf einer bestimmten Niveaufläche beschreiben zu können, muß für r in (35) der Ausdruck (31) eingesetzt werden. Mit der Abplattung A finden wir in erster Näherung

$$g(\bar{r}, \zeta) = \left[g^{(0)}(\bar{r}) + \alpha \frac{d\beta_0(\bar{r})}{d\bar{r}} \right] + \left[\alpha \frac{d\beta_2(\bar{r})}{d\bar{r}} - \frac{2}{3} A(\bar{r}) \cdot \bar{r} \cdot \frac{dg^{(0)}(\bar{r})}{d\bar{r}} \right] \cdot P_2(\zeta). \quad (36)$$

Wenn man die maximale Differenz der Schwere auf einer Niveaufläche ermittelt und auf die mittlere Schwere $g^{(0)}(\bar{r})$ bezieht, so erhält man die sogenannte Schwereabplattung, die wir in Analogie zur geometrischen Abplattung durch Γ kennzeichnen wollen:

$$\Gamma(\bar{r}) \equiv \frac{g(\bar{r}, 1) - g(\bar{r}, 0)}{g^{(0)}(\bar{r})} = \frac{3}{2 g^{(0)}(\bar{r})} \cdot \left[\alpha \frac{d\beta_2(\bar{r})}{d\bar{r}} - \frac{2}{3} A(\bar{r}) \cdot \bar{r} \cdot \frac{dg^{(0)}(\bar{r})}{d\bar{r}} \right] = A(\bar{r}) + \bar{r} \cdot \frac{dA(\bar{r})}{d\bar{r}}. \quad (37)$$

Das letzte Gleichheitszeichen folgt, wenn man die Ableitung von $\beta_2(\bar{r})$ nach (32) berechnet. Die Schwereabplattung hängt also unmittelbar mit der geometrischen Abplattung zusammen. Wir können diesen Ausdruck (37) für Γ noch weiter auswerten, indem wir die rechte Seite aus der Integralgleichung (33) bestimmen. Dazu setzen wir (20) dort ein, multiplizieren mit r^2 und differenzieren. Es entsteht das für beliebige Niveauflächen verallgemeinerte CLAIRAUTSche Theorem:

$$\Gamma(r) = \frac{\frac{5}{6} \alpha \mu_0 + \int_r^\infty d\bar{r} \cdot \bar{\mu}(\bar{r}) \cdot \frac{dA(\bar{r})}{d\bar{r}}}{\int_0^r d\bar{r} \cdot \bar{r}^2 \cdot \bar{\mu}(\bar{r})} r^3 - A(r). \quad (38)$$

Interessanter sind allerdings die dem unmittelbaren Vergleich mit dem Experiment zugänglichen Beziehungen (36) und (38) mit $r = R$. Für die Schwere folgt mit (37)

und (26) und mit $g^{(0)}(R) = \mu_0 \gamma R/3 \equiv g_0$

$$g(R, \zeta) = g_0 \left[1 - \frac{2\alpha}{3} + \frac{2}{3} \Gamma(R) \cdot P_2(\zeta) \right], \quad (39)$$

und bei der Berechnung von $\Gamma(R)$ verschwindet in (38) das Integral im Zähler, während das im Nenner $\mu_0 R^3/3$ liefert. So ergibt sich das CLAIRAUTSche Theorem für die Oberfläche:

$$\Gamma(R) = \frac{5}{2} \alpha - \Lambda(R). \quad (40)$$

Außer der Schwere kann man auch die Trägheitsmomente der deformierten Massenverteilung aus der berechneten Dichte bestimmen. Es ist mit (13) und (31) in erster Näherung

$$\mu(r) = \bar{\mu}(\bar{r}) = \bar{\mu}(r) + \frac{2}{3} r \cdot \Lambda(r) \cdot \frac{d\bar{\mu}(r)}{dr} \cdot P_2(\zeta). \quad (41)$$

Damit folgen das polare Trägheitsmoment C und das äquatoriale Trägheitsmoment A zu

$$C = \int d\tau \cdot \mu(r) \cdot r^2 \cdot \sin^2 \vartheta = \frac{8\pi}{3} \int_0^\infty dr \cdot r^4 \cdot \bar{\mu}(r) - \frac{16\pi}{45} \int_0^\infty dr \cdot r^5 \cdot \Lambda(r) \cdot \frac{d\bar{\mu}(r)}{dr} \quad (42)$$

$$A = \int d\tau \cdot \mu(r) \cdot r^2 \cdot \sin^2 \psi = \frac{8\pi}{3} \int_0^\infty dr \cdot r^4 \cdot \bar{\mu}(r) + \frac{16\pi}{90} \int_0^\infty dr \cdot r^5 \cdot \Lambda(r) \cdot \frac{d\bar{\mu}(r)}{dr}.$$

Hier bedeutet ψ den Winkel zwischen irgendeinem Punkt der Massenverteilung und dem Punkt des Äquators, wo bei Berechnung von A die Drehachse durchstoßen soll (Abb. 2).

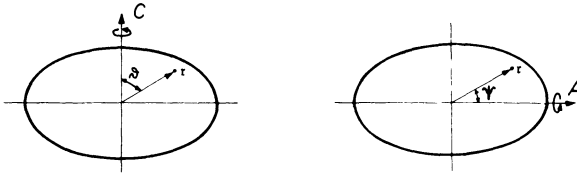


Abb. 2: Zur Berechnung des polaren und äquatorialen Trägheitsmomentes.

Auch bei den Trägheitsmomenten interessiert besonders ihre relative Differenz. Wir erhalten die dynamische Abplattung

$$H \equiv \frac{C-A}{C_0} = -\frac{1}{5} \cdot \frac{\int_0^{\infty} dr \cdot r^5 \cdot A(r) \cdot \frac{d\bar{\mu}(r)}{dr}}{\int_0^{\infty} dr \cdot r^4 \cdot \bar{\mu}(r)} = \frac{5}{3} \cdot \frac{A - \frac{\alpha}{2}}{I}, \quad (43)$$

wo I das in [3] eingeführte Verhältnis des Drehimpulses der Erde zum Drehimpuls $2MR^2\omega/5$ der massengleichen, aber homogenen Kugel ist. Das letzte Gleichheitszeichen in (43) wurde wieder unter Verwendung der Integralgleichung (33) erhalten.

Die CLAIRAUTSche Theorie, d. h. die erste Näherungslösung des vorliegenden Randwertproblems, verbindet mit den Gleichungen (32), (39), (40), (43) wichtige geophysikalische Meßgrößen miteinander. Wird eine dieser Größen experimentell ermittelt, so können die anderen nach den genannten Gleichungen bestimmt werden, sofern die Voraussetzung des hydrostatischen Gleichgewichtes zutrifft. Andererseits wird durch die gleichzeitige Messung der Größen A , I , H die Möglichkeit der Überprüfung dieser Voraussetzung gegeben.

Eine direkte physikalische Berechnung der Verhältnisse A , I , H allein aus Kenntnis des Dichteverlaufes kann jedoch nur durch Lösung der Integralgleichung (33) erfolgen.

6. Zusammenfassung und Schluß

Es konnte gezeigt werden, daß sich die Gestalt und das Schwerefeld der Erde aus einem allgemeinen physikalischen Prinzip ergab: Die potentielle Energie eines statischen, bzw. hier stationären Systems muß im Gleichgewicht ein Minimum besitzen. Die erste Näherung des aus diesem Prinzip folgenden Randwertproblems wurde ausgewertet und weiterhin gezeigt, daß die CLAIRAUTSche Theorie die exakte erste Näherung der Theorie der Erdgestalt ist. Eine Verbesserung der Theorie ist durch eine Erweiterung auf die zweite Näherung möglich, d. h. es müssen in der Entwicklung (16) die Glieder mit α^2 berücksichtigt werden. Die Aussagen der CLAIRAUTSchen Theorie werden dann auch nur in dieser Größenordnung korrigiert werden können. Entsprechende Untersuchungen sind im Gange.

In letzter Zeit hat nun LEDERSTEGGER [5] eine Theorie entwickelt, die sich als Gegenstück zur CLAIRAUTSchen Theorie auf das sogenannte Entblätterungsprinzip stützt. Nach diesem Prinzip soll ein Einfluß einer Massenschicht nur auf die äußeren, nicht aber auf die inneren Schalen erfolgen, so daß bei Entfernen der äußeren Schichten (Entblätterung) die Gestalt der inneren Niveauflächen unverändert bleibt.

Bei dem Beweis des Entblätterungsprinzips (siehe [5], S. 43) wird jedoch die zu beweisende Tatsache der Unabhängigkeit der inneren Niveauflächen von den äußeren bei der Argumentation versteckt vorausgesetzt. Daher ist die Beweisführung für die Gültigkeit des Entblätterungsprinzips nicht stichhaltig.

Außerdem steht dieses Prinzip im Gegensatz zu den Integralgleichungen (27) und (33), da diese ja gerade den Einfluß innerer und äußerer Schichten auf die Gestalt einer bestimmten Niveaufläche beschreiben. Trotzdem wendet LEDERSTEGER sein Entblätterungsprinzip auf diese Integralgleichungen an, indem er (33) für den Außenradius R anschreibt

$$\Lambda(R) \cdot R^2 \cdot g^{(0)}(R) = \frac{\alpha \mu_0 \gamma R^3}{6} - \frac{\gamma}{5 R^2} \int_0^R d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \bar{r}^5 \cdot \Lambda(\bar{r}), \quad \mu_0 = \frac{3 g^{(0)}(R)}{R \cdot \gamma} \quad (44)$$

und behauptet, daß diese Gleichung für alle Radien r gelten müßte, da man jede innere Niveaufläche nach dem Entblätterungsprinzip zur äußeren Oberfläche machen könnte. Der Vergleich von (33) mit der für beliebige r verallgemeinerten Gleichung (44) führt auf die Differenz

$$r^3 \left[\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{g^{(0)}(r)}{r} - \frac{\mu_0 \gamma}{3} - \frac{\gamma}{5} \cdot \int_0^r d\bar{r} \cdot \frac{d\bar{\mu}(\bar{r})}{d\bar{r}} \cdot \Lambda(\bar{r}) \right], \quad (45)$$

die identisch verschwinden muß, damit obige Schlußweise gerechtfertigt ist. Die Differentiation dieser Differenz liefert

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{\int_0^r d\bar{r} \cdot \bar{r}^2 \bar{\mu}(\bar{r})}{r^3} \right] - \frac{1}{5} \frac{d\bar{\mu}(r)}{dr} \cdot \Lambda(r) = 0. \quad (46)$$

Diese Gleichung ist aber nur für $\bar{\mu}(r) = \text{const.}$ zu erfüllen. Damit stimmt die Theorie von LEDERSTEGER nur für eine homogene Flüssigkeit, wo alle inneren Niveauflächen Rotationsellipsoide der gleichen Abplattung $5 \alpha/4$ sind, mit der CLAIRAUTSchen Theorie überein. Das aber ist mehr ein zufälliges Ergebnis, da sich bereits im Zweischalenmodell [3] wegen der Kopplung der einzelnen Schalen Unterschiede zu LEDERSTEGERS Ergebnissen herausstellen.

Zum Schluß der Arbeit möchte ich Herrn Prof. Dr. W. MACKE, Herrn Dr. P. RENNERT und Herrn F. RIEGER für viele wertvolle Hinweise und Diskussionen danken.

Literatur

- [1] MACKE, W.: Mechanik der Teilchen, Systeme und Continua, 3. Aufl., Leipzig 1962, S. 543.
- [2] MACKE, W., P. RENNERT, F. RIEGER, und K. VOSS:
Ann. Phys. (7), 13, 274 (1964).
- [3] DIES.: Über die Gestalt und das Schwerfeld der Erde. Z. Geophys. 30, 21 (1964).
- [4] CLAIRAUT, A. C.: Theorie de la figure de la terre, Paris 1743. Ostwalds Klassiker Nr. 189, Leipzig 1913.
- [5] LEDERSTEGER, K.: Sonderheft 24, Österr. Z. Verm.-Wesen, Wien 1964.
- [6] LICHTENSTEIN, L.: Gleichgewicht rotierender Flüssigkeiten. Berlin 1933.

Berechnung der Schwerewirkung beliebig geformter dreidimensionaler Massen mit Hilfe von Auszähl diagrammen

Von S. PLAUMANN, Hannover¹⁾

Eingegangen am 26. April 1965

Zusammenfassung: Ein einfaches Auszähl diagramm zur Berechnung der Schwerewirkung beliebiger dreidimensionaler Körper wird beschrieben. Das Diagramm wird auf die Tiefenlinien des Körpers angewandt, die gegenüber anderen Methoden nicht durch Polygone o. ä. angenähert zu werden brauchen.

Summary: Determination of the gravity effect of arbitrary three-dimensional bodies may be made with aid of the formula of TALWANI and EWING [2] in combination with an electronic computer. If no computer is available or its application to the given problem unprofitable, hand computation is possible by using the charts of TALWANI and EWING [2] or GOGUEL [3] or the graph of BARANOV [4] for instance. However, the depth contour lines used in these procedures have to be replaced by arcs, the center of which is below (or above) the point of computation, or by polygons with sides parallel to the axes of a rectangular coordinate system.

In this paper a simple graticule is given; its construction follows an idea of K. JUNG [5]. The graticule has to be applied to the depth contour lines, which need not be approximated by polygons etc. Application of an arbitrary density function $\sigma(z)$ is easily possible.

In vielen Fällen der Praxis werden Auszähl diagramme zur Bestimmung der Schwerewirkung trotz der heute vorhandenen Möglichkeiten, elektronische Rechenautomaten einzusetzen, mit Vorteil benutzt, besonders dann, wenn man zunächst nur eine überschlägige Bestimmung für wenige Punkte vornehmen will oder zum Beispiel im Feld oder auf See, wo einem die modernsten Rechenhilfsmittel i. a. nicht zur Verfügung stehen, an eine vorläufige Interpretation herangehen will.

Für zweidimensionale Massen gibt es seit langem Auszähl diagramme, mit deren Hilfe man die Wirkung von Körpern ganz beliebigen Querschnittes bestimmen kann; mit geringem Aufwand an Arbeit und Zeit ist es möglich, Genauigkeiten von 1 % zu erreichen, was für die meisten Fälle der Praxis vollkommen ausreicht. Es ist nun in

¹⁾ Dipl.-Geophys. SIEGFRIED PLAUMANN, Niedersächsisches Landesamt für Bodenforschung, Hannover-Buchholz, Alfred-Bentz-Haus.

ganz einfacher Weise möglich, auch für dreidimensionale Massen Auszähl-diagramme herzustellen, mit denen die Schwerewirkung ohne große Mühe auf 1–2% genau bestimmt werden kann.

Wie K. JUNG gezeigt hat [5], ist die Schwerewirkung einer horizontalen Massenbelegung proportional dem Raumwinkel, der vom Aufpunkt und der mit Masse belegten Fläche gebildet wird; oder anders ausgedrückt: sie ist proportional ihrer Projektion auf die Einheitskugel. Gleich große Projektionen bedeuten also gleiche Wirkungen, und man braucht lediglich gleich große Flächen der Einheitskugel oder irgendeiner Kugel auf einer Ebene abzubilden, um zu dem gesuchten Diagramm zu kommen.

Abb. 1 zeigt den Aufriß einer Kugel und eine schraffiert hervorgehobene Kugelzone. Die Mantelfläche der Kugelzone ist gleich

$$2 \pi R h$$

worin h die Höhe der Zone ist.

Teilt man den Radius R der Kugel in gleiche Abschnitte h , so haben die zugehörigen Kugelzonen alle die gleiche Mantelfläche. Die Mantelflächen lassen sich mit dem die Achse AB enthaltenden Bündel vertikaler Ebenen weiter in gleiche Teile unterteilen. Das Prinzip der Herstellung eines Diagramms ist damit bereits klar; es führt zu radialen Strahlen und konzentrischen Kreisen.

Aus Abb. 1 findet man

$$r = R(1 - n), \quad 0 \leq n \leq 1$$

$$\frac{\varrho}{R} = \frac{\varrho'}{r} = \frac{(R^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}}{R(1 - n)} = \frac{(2n - n^2)^{\frac{1}{2}}}{(1 - n)}$$

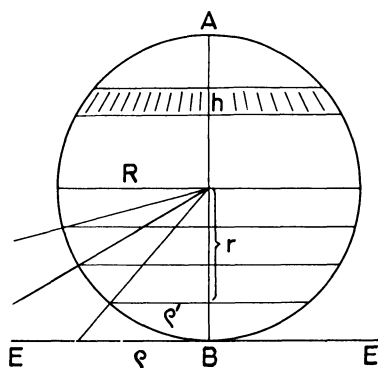


Abb. 1: Zur Konstruktion des Diagramms.

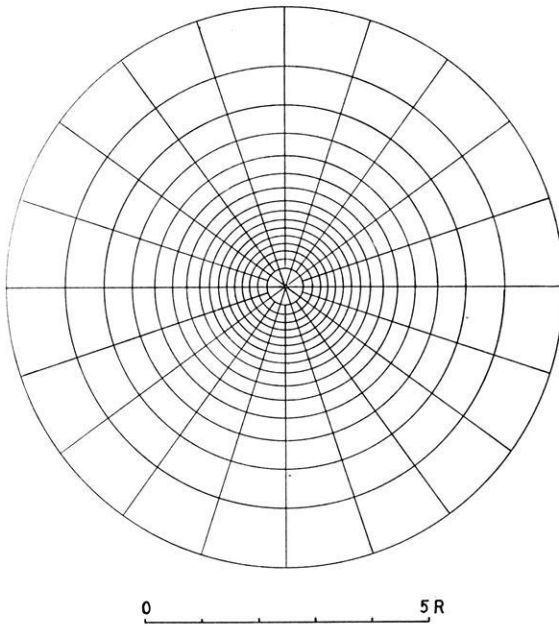


Abb. 2: Auszählendiagramm für dreidimensionale Massen. Das Diagramm gilt für die Tiefe R . Der Zählwert eines Feldes ist $d\Delta g = 1,0477 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma \cdot dz$. Die Felder im innersten Kreis zählen doppelt.

Tabelle 1:

n	ϱ/R	n	ϱ/R
0	0	0,55	1,984
0,05	0,329	0,6	2,291
0,1	0,484	0,65	2,676
0,15	0,620	0,7	3,180
0,2	0,750	0,75	3,873
0,25	0,882	0,8	4,899
0,3	1,020	0,85	6,591
0,35	1,169	0,9	9,950
0,4	1,333	0,95	19,976
0,45	1,519	1,0	∞
0,5	1,732		

In Abb. 2 ist ein Diagramm wiedergegeben, bei dessen Konstruktion für n die Werte 0,05, 0,1, 0,15 usw. gewählt wurden. Tabelle 1 enthält ϱ/R als Funktion von n .

Wie man leicht zeigen kann, hat ein Flächenelement df in der horizontalen Entfernung $\varrho = 4,54 R$ (bzw. $\varrho = 5,76 R$) nur noch ein Prozent (bzw. 0,5 Prozent) der

Wirkung, die es senkrecht unter dem Aufpunkt in der Tiefe R hat. Es genügt demnach, die Kreise etwa bis $n = 0,8$ oder $0,85$ zu zeichnen. In Abb. 2 entspricht dem äußersten Kreis $n = 0,8$.

Ein Flächenelement df mit der Flächendichte μ hat die Wirkung

$$d\Delta g = k \cdot \mu \cdot df'$$

(k = Gravitationskonstante, df' = Projektion von df auf die Einheitskugel), ein Raumelement $df \cdot dz$ mit der Volumendichte σ die Wirkung

$$d\Delta g = k \cdot \sigma \cdot dz \cdot df'$$

und einem ausgedehnten dreidimensionalen Körper entspricht

$$\Delta g = k \cdot \sigma \cdot \iiint df' \cdot dz$$

Die Integration über df' wird mit Hilfe der Auszählprogramme durch eine Summation ersetzt. Sie wird für mehrere Tiefen z durchgeführt. Die Integration über z erfolgt zweckmäßig numerisch oder mit einem Planimeter.

Die Projektion einer unendlich ausgedehnten Ebene auf die Einheitskugel ist gleich 2π . Einem Feld des Diagramms möge der Betrag $2\pi/a$ zukommen. Hat man für eine Fläche in der Tiefe z N_z Felder gezählt, so ist deren Projektion auf die Einheitskugel

$$f' = \frac{2\pi}{a} \cdot N_z$$

und die Schwerewirkung des ganzen Körpers

$$\Delta g = \frac{2\pi k \sigma}{a} \int N_z dz$$

Bei dem in Abb. 2 gegebenen Diagramm ist $a = 400$. Rechnet man z in Metern und Δg in mgal, so ist

$$\Delta g = 1.0477 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma \cdot \int N_z dz$$

Mit einem Satz von etwa 10 Diagrammen wird man in den meisten Fällen auskommen. Da alle Diagramme ähnlich sind, genügt es, nur ein Diagramm zu zeichnen und die anderen durch fotografische Vergrößerung bzw. Verkleinerung daraus herzustellen (einschließlich des Maßstabes wie in Abb. 2; R ist die Tiefe, für die das Diagramm zu verwenden ist). Man kann auch mit einem einzigen Diagramm auf einem Diapositiv und einem Projektor arbeiten.

Zur Prüfung der Genauigkeit wurde die Schwerewirkung einer Kugel an drei verschiedenen Punkten mit Hilfe der Auszählprogramme bestimmt. Mit 6 Horizontalschnitten, also auch mit 6 Diagrammen, ergaben sich Werte, die um 1 bis 2% von den wahren Werten abwichen.

Bei einem „seamount“ wurde für 8 Punkte eines Profils die Schwere berechnet, und zwar durch Auszählen in 9 Horizontalschnitten (alle 500 m von 1000 bis 5000 m). Die gesamte Arbeit bis zum Zeichnen der Schwerekurve dauerte etwa $3\frac{1}{2}$ Stunden.

Es sei noch bemerkt, daß es leicht möglich ist, Änderungen der Dichte mit der Tiefe zu berücksichtigen. Die Dichtefunktion σ_z kann dabei eine ganz beliebige Gestalt haben; man kommt dann zu einer Funktion $P_z = \sigma_z \cdot N_z$, die (z. B. numerisch) über z zu integrieren ist.

Literatur

- [1] TALWANI, M., J. L. WORZEL, and M. LANDISMAN: Rapid gravity computations for two-dimensional bodies with application to the Mendocino submarine fracture zone. *Journal of Geophys. Res.* 64, 1 (1959), S. 49—59.
- [2] TALWANI, M., and M. EWING: Rapid computation of gravitational attraction of three-dimensional bodies of arbitrary shape. *Geophysics* 25, 1 (1960), S. 203—225.
- [3] GOGUEL, J.: Calcul de l'attraction d'un polygone horizontal de densité uniforme. *Geophys. Prosp.* 9 (1961), S. 116—127.
- [4] BARANOV, V.: Sur le calcul de l'influence gravimétrique des structures définies par les isobathes. *Geophys. Prosp.* 1 (1953), S. 36—43.
- [5] JUNG, K.: Die Schwerewirkung von Störungsmassen und ihre Veranschaulichung auf der Einheitskugel. *Z. f. Geophys.* 17 (1941/42), S. 276—278.

Zur Anwendung der FÖRSTER-Sonde bei gesteinsmagnetischen Arbeiten

Von W. MEITZNER, Göttingen¹⁾

Eingegangen am 9. April 1965

Zusammenfassung: An Hand von Beispielen wird die Anwendung der FÖRSTER-Sonde bei magnetischen Geländemessungen erläutert. Auch im Labor hat sich dieses Instrument als astaticsches Magnetometer infolge seiner Vorzüge gegenüber anderen Systemen bewährt, doch ist bei quantitativen Messungen besondere Sorgfalt auf die Bestimmung des „magnetischen Sondenmittelpunktes“ zu legen. Die durch inhomogene Felder bedingten Meßfehler werden experimentell bestimmt und ein Verfahren zur Erhöhung der Meßgeschwindigkeit und zur Vereinfachung der Auswertung für würfelförmige Proben beschrieben. Es wird auf die Messung der magnetischen Induktion, der Remanenz und ihrer Temperaturabhängigkeit, der Koerzitivkraft und des Curiepunktes eingegangen.

Summary: The application of the FÖRSTER-fluxgate is illustrated by examples of magnetic field measurements. Because of its advantage in comparison with other systems the same equipment has proved as a sensitive astatic magnetometer (down to a magnetization of $0,5 \cdot 10^{-5}$ Gauß) also for laboratory measurements. For any quantitative result, however, the "magnetic centre" of the fluxgate must be particularly considered. The error resulting from inhomogeneous magnetic fields has been experimentally determined. A method for fast measurements and for a simple interpretation is described.

Discussed are: the measurement of the magnetic induction, the remanence and its temperature dependence, the coercive force, and the curie temperature.

Im Geophysikalischen Institut der Universität Göttingen hat sich in den letzten Jahren bei gesteinsmagnetischen Arbeiten die Verwendung der FÖRSTER-Sonde in vielen Fragestellungen bewährt. Grundlegende Vorteile sind neben hoher Empfindlichkeit gute Reproduzierbarkeit der Messungen, mangelnde Störanfälligkeit und hohe Meßgeschwindigkeit, worin vor allem der Vorzug gegenüber anderen Meßverfahren besteht. Das der FÖRSTER-Sonde zugrunde liegende Prinzip ist von ASCHENBRENNER und GOUBAU [1] vor nahezu drei Jahrzehnten zum erstenmal beschrieben und seitdem in verschiedenen Varianten technisch verfeinert worden. Dem bekanntesten Instrument, der von FÖRSTER [3] entwickelten Sonde, ist ein Spezialschrifttum gewidmet [2].

¹⁾ Dipl.-Phys. Dr. WOLFGANG MEITZNER, Göttingen, Geophysikalisches Institut der Universität, Herzberger Landstraße 180.

1. Feldeinsatz

Beim Einsatz im Gelände hat sich dieses als Laborgerät entwickelte Instrument bei der Auffindung der horizontalen und vertikalen Begrenzung magnetisierter Körper bewährt. Für die in Abb. 1 angegebenen Messungen wurde das vom Institut Dr. FÖRSTER gelieferte empfindlichste Sondenpaar vom Typ FGK-32—T 9-3 verwendet. Die Sonden waren im Abstand von 1 m in einem zylindrischen Rohr in Gradientenstellung justiert. Nach Abb. 1 konnte die Frage nach der oberflächennahen Verbindung zweier Basaltvorkommen aus dem Verlauf des so gemessenen Vertikalgradienten des magnetischen Störfeldes $\Delta Z / \Delta z$ verneint werden.

Die seitliche Begrenzung von flach gelagerten magnetischen Störkörpern ist einfach aus der Sprungstelle des Vertikalgradienten zu bestimmen. Aber auch das Auftreten magnetisierter Schichten mit verschiedener vertikaler Magnetisierung kann mittels magnetischer Bohrlochmessungen mit der FÖRSTER-Sonde nachgewiesen werden. Über diese Form der Anwendung wurde bereits an anderer Stelle ausführlich berichtet [7].

FÖRSTER-Sonden in Gradientenstellung gestatten, vor allem infolge der hohen Empfindlichkeit und Meßgeschwindigkeit, mikromagnetische Untersuchungen im Sinne von LAUTERBACH [6] mit einem geringen Punktabstand über Gesteinen mit genetisch bevorzugten Richtungen zur Auffindung von Kleinstanomalien.

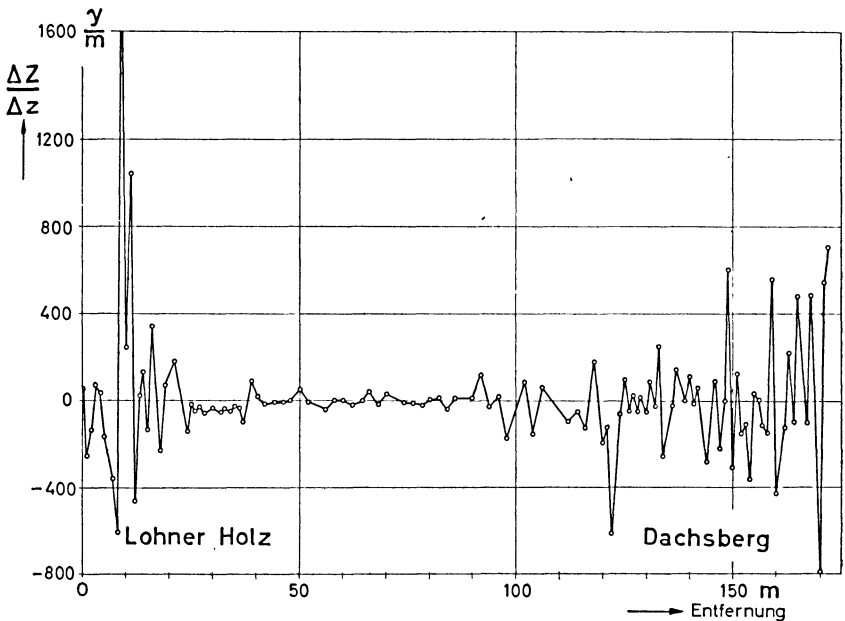


Abb. 1: Vertikalgradient $\Delta Z / \Delta z$ längs eines Profils zwischen Lohner Holz und Dachsberg bei Fritzlar/Hessen.

2. Verwendung als astatiches Magnetometer

Die beiden antiparallel gehaltenen Sondenwindungen bilden ein empfindliches astatiches System, das zuerst von FROMM [4] auch zur magnetischen Vermessung von Gesteinsproben verwendet wurde. Der Einfluß der Probe auf die entferntere Sonde kann vernachlässigt werden, da Ablesegenauigkeit und Reproduzierbarkeit zusammen bereits einen Fehler von $\pm 1\%$ ergeben. Allgemein ist jedoch ein kleinerer Sondenwindungenabstand, bis zu 20 cm, bei magnetisch unruhiger Aufstellung (Fahrstuhl, bewegliche Eisenteile etc.) vorteilhafter. Zu beachten ist, daß bei der Verwendung der Gradientenanordnung die Empfindlichkeit um die Hälfte sinkt. Zur Erzielung einer ausreichenden Empfindlichkeit wird die meistens kubische Probe einer der beiden Sonden sehr dicht angenähert, die sich dann nicht mehr im homogenen Feld befindet. Über die Messung *inhomogener* magnetischer Gleichfelder mit FÖRSTER-Sonden bzw. der durch die Inhomogenität des Feldes bedingten Fehler ist dem Verfasser aus der Literatur bisher nichts bekannt geworden.

Dieser Frage vornehmlich waren die Untersuchungen gewidmet, über die im folgenden berichtet werden soll. Als Quelle des inhomogenen Feldes – der Gesteinsprobe entsprechend – diente bei allen durchgeführten Versuchen eine flache Spule ($l = 0,8$ mm, effektiver Durchmesser 8 mm), deren Magnetfeld auf der Achse beschrieben wird durch den Ausdruck (in elektromagnetischen cgs-Einheiten)

$$H = 4\pi \frac{Ia^2}{(a^2 + r^2)^{3/2}} \quad (1)$$

(I = Stromstärke, a = Radius, r = axialer Abstand von der Spulenmitte.)

Dieses so bekannte Feld wurde ausgemessen mit einer FÖRSTER-Sonde, deren Spulenlänge 32 mm und -durchmesser etwa 3,4 mm betragen (Abb. 2). Das Ergebnis der Messungen in erster bzw. zweiter GAUSSscher Hauptlage ist in Abb. 3 (s. S. 335) wiedergegeben. Der Betrag des Feldes ist in doppellogarithmischer Darstellung

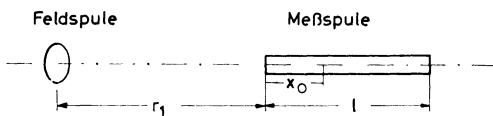


Abb. 2: Schematischer Versuchsaufbau.

gegen den Abstand r_1 der Stirnfläche der Sonde von der Feldspule aufgetragen. Man sieht, daß vor allem im Nahbereich der Feldspule ein geringeres Feld angezeigt wird als der theoretischen Abhängigkeit (1) entspricht. Eine Abstandskorrektur x_0 zur Berücksichtigung der „magnetischen Sondenmitte“ errechnet sich nach

$$H_1(r_1 + x_0) = \frac{1}{r_2 - r_1} \int_{r_1}^{r_2} H(r) dr \quad (2)$$

wobei H_1 das Feld an der Stelle $r_1 + x_0$ ist, für welche die obige Gl. (2) erfüllt wird. (x_0 = Abstand des magnetischen Mittelpunktes von der Stirnfläche der Sonde; $r_2 = r_1 + l$).

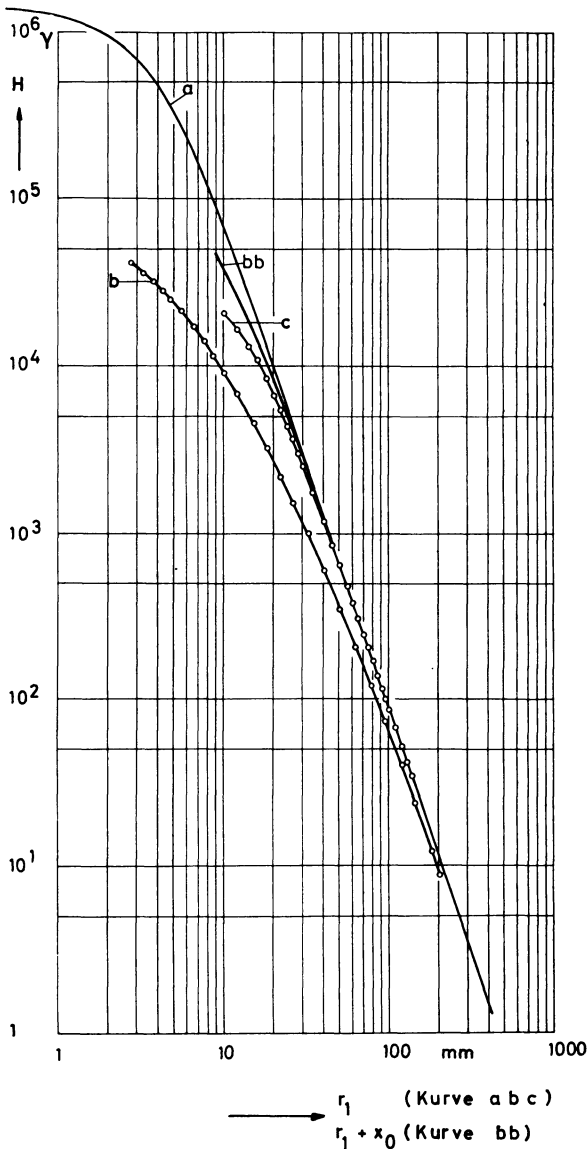


Abb. 3: Vergleich des theoretischen Feldes einer flachen Spule auf ihrer Achse (a) mit dem von der FÖRSTER-Sonde gemessenen in erster (b) bzw. zweiter (c) Gaußscher Hauptlage. bb: korrigierte Meßkurve b.

Bei Zugrundelegung des axialen Feldes einer flachen Spule erhält man für x_0 den Ausdruck

$$x_0 = \left[(la^2)^{2/3} \frac{[(a^2 + r_1^2)(a^2 + r_2^2)]^{1/3}}{[r_2 \sqrt{a^2 + r_1^2} - r_1 \sqrt{a^2 + r_2^2}]^{2/3}} - a^2 \right]^{1/2} - r_1. \quad (3)$$

Für einen horizontalen, punktförmigen Dipol auf der verlängerten Achse der FÖRSTER-Sonde ergibt sich

$$x_0 = \left[2 \frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{r_1 + r_2} \right]^{1/3} - r_1. \quad (4)$$

Der Verlauf dieser Funktionen ist in Abb. 4 dargestellt. Die nach (3) korrigierte Meßkurve (Abb. 3, Kurve *bb*) entspricht noch nicht dem theoretischen Feldverlauf, und zwar erhält man für $r_1 = 10$ mm einen um 70% zu kleinen Wert. Für $r_1 = 30$ mm

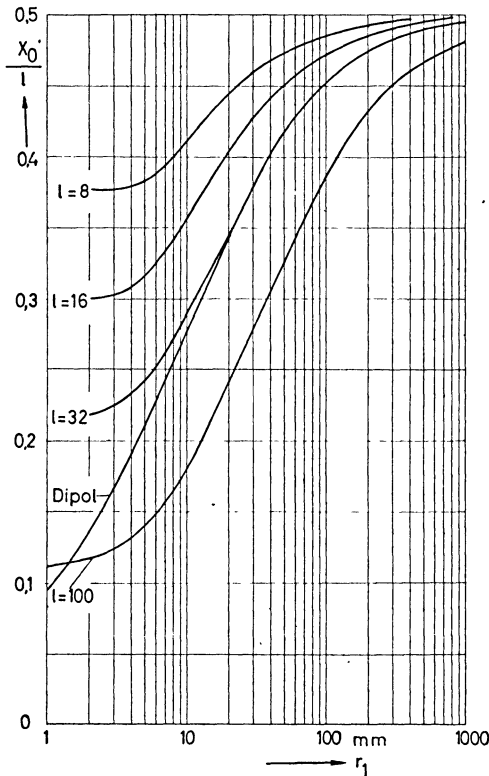


Abb. 4: Abstand x_0 des „magnetischen Mittelpunktes“ von der Stirnfläche der Sonde für Empfangsspulen verschiedener Länge l mit konst. Durchmesser (9 mm).

Tabelle 1: Versuchsbedingungen zur Klärung des Restfehlers in Kurve *bb*, Abb. 3. Zur Versuchsanordnung vgl. Abb. 2

Länge der Empfangsspule (mm)	Außendurchmesser	Spulenkern vorhanden	Ergebnis dargestellt in Abbildung
1	9	nein	6a
8	9	nein	6a
16	9	nein	6a
32	9	nein	5
32	9	ja	5
32	3,4	nein	5
32	3,4	ja	5
100	9	nein	6a

ist der Unterschied nur noch 8%. Zur Erklärung des Fehlbetrages wurden Induktionsversuche durchgeführt, um den Einfluß der Spulengeometrie oder des Kerns zu erfassen. Das dabei benutzte physikalische Meßverfahren ist jedoch ein anderes als das bei der FÖRSTER-Sonde verwendete. Und zwar wurde die gleiche Sendespule aus Abb. 2 mit einem Wechselstrom (5000 Hz; 100 mA) erregt und ihr Feld an Stelle der FÖRSTER-Sonde mit verschiedenen Empfangsspulen ausgemessen. Dabei wurde die gleiche Apparatur benutzt, wie sie SPITTA [8] bei Modellversuchen zur elektromagnetischen Induktion verwandt hat. Die Abmessungen der einzelnen Empfangsspulen sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Je eine Zeile gibt einen Versuch an, der nach dem in Abb. 2 skizzierten Schema durchgeführt wurde.

Ein Vergleich des theoretischen Feldes mit dem gemessenen ist für 32 mm lange Empfangsspulen mit dem Außendurchmesser 9 mm (*a*) bzw. 3,4 mm (*b*) in Abb. 5 dargestellt. Der Unterschied der Kurven *a* und *b* ist auf die Mittelung des Feldes über ein verschieden großes Volumen zurückzuführen, was sich besonders im Nahbereich der Sendespule bemerkbar macht. Die Abweichung der korrigierten Kurven *aa* und *bb* von dem theoretischen Feld auf der Spulenchse gibt den Einfluß der endlichen *Dicke* der Empfängerspulen bei dieser Mittelung wieder.

Versieht man die Empfangsspule mit einem Kern¹⁾, so wird bei der 3,4 mm (9 mm) dicken Spule ein um den konstanten Faktor 2,15 (2,80) größeres Feld gemessen als ohne Kern, was in der gewählten doppellogarithmischen Darstellung eine Parallelverschiebung in Ordinatenrichtung ausmacht. Dieser Einfluß ist zum besseren Vergleich bei den Kurven *a* bzw. *b* korrigiert. Ein weiterer meßbarer Effekt des Kerns wurde nicht festgestellt.

¹⁾ Der Kern wurde mir freundlicherweise vom Institut Dr. FÖRSTER zur Verfügung gestellt.

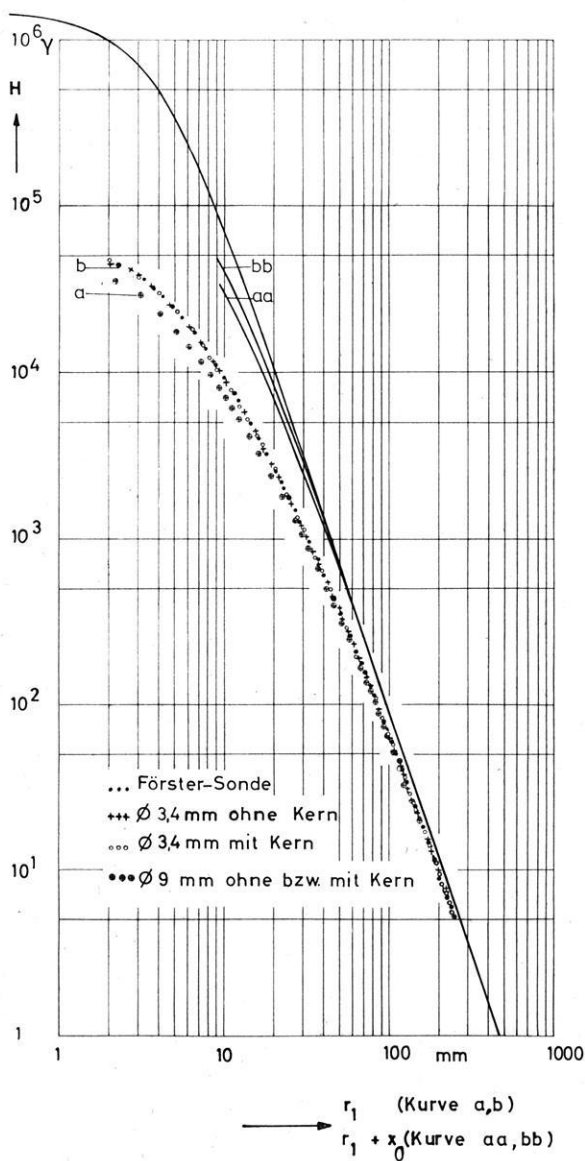


Abb. 5: Gemessenes axiales Magnetfeld einer flachen Sendespule als Funktion ihres Abstandes r_1 von der Stirnfläche der Sonde (a, b) sowie als Funktion des Abstandes ($r_1 + x_0$) Sendespule—,magn. Sondenmittelpunkt“ (Kurven aa, bb) für Meßspulen verschiedenen Durchmessers, aber gleicher Länge ($l = 32$ mm). Der Einfluß des Kerns (konst. Verschiebung in Ordinatenrichtung) ist eliminiert. Der Ordinatenmaßstab gilt nur für Meßwerte ohne Kern.

Der Einfluß der *Länge der Empfangsspule* bei konstantem Durchmesser ergibt sich aus Messungen, deren Ergebnisse in Abb. 6a zusammengefaßt sind. Abb. 6b zeigt eine systematische Abhängigkeit der Abweichung vom theoretischen Feldverlauf, wie er exakt nur für die Spulenchse gilt. Diese experimentell bestimmte Abweichung wurde rechnerisch als Einfluß der endlichen Spulendicke der Größenordnung nach bestätigt (5% genau).

Der maximale Gradient des Feldes einer flachen Sendespule, in Spulen der Länge 1, der im Abstand r_1 wirksam ist, ist in Abb. 7 für verschiedene Spulenlängen angegeben. Der untere Teil dieser Abbildung gibt Korrekturkurven wieder. Die Abb. 7 zeigt deutlich, wie der gemessene Wert mit wachsender Sondenlänge sowie mit abnehmender Entfernung zur Feldspule zunehmend von dem theoretischen Wert (H_{theor}) ab-

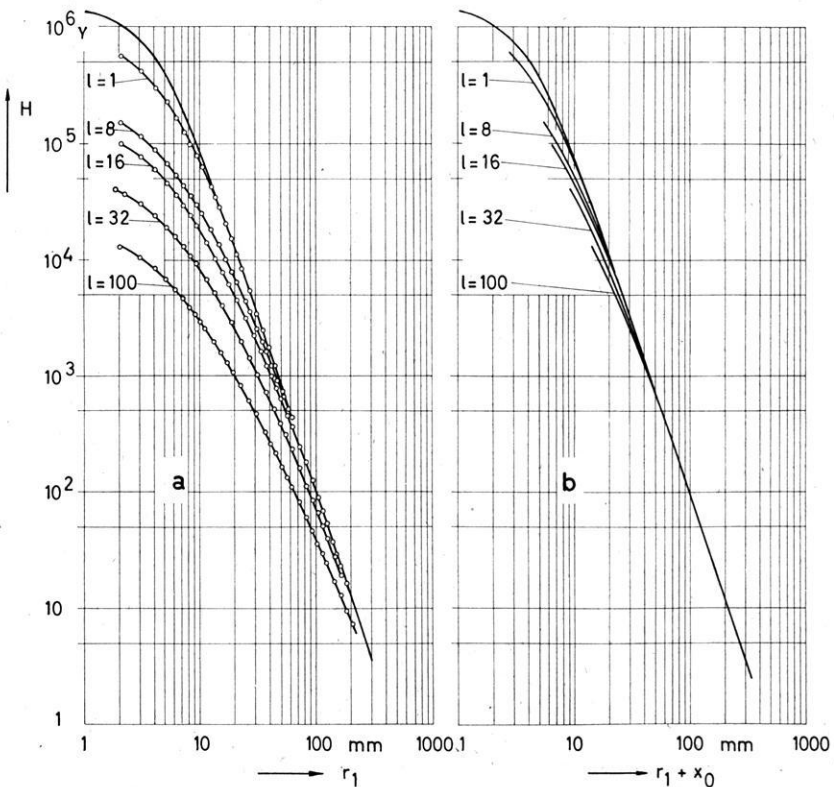


Abb. 6: Gemessenes axiales Magnetfeld einer flachen Sendespule als Funktion ihres Abstandes r_1 von der Stirnfläche der Sonde (a) sowie als Funktion des Abstandes ($r_1 + x_0$) Sendespule—,magn. Sondenmittelpunkt“ (b) für Meßspulen verschiedener Länge l , aber gleichen Durchmessers (9 mm).

weicht. Auf der Ordinate sind Faktoren aufgetragen, mit denen die Meßwerte zu multiplizieren sind. Zur einfacheren Anwendung wurde als Abszisse der Darstellung der Abstand der Feldspule von der Stirnfläche der Sonde gewählt, der in jedem Fall leicht meßbar ist.

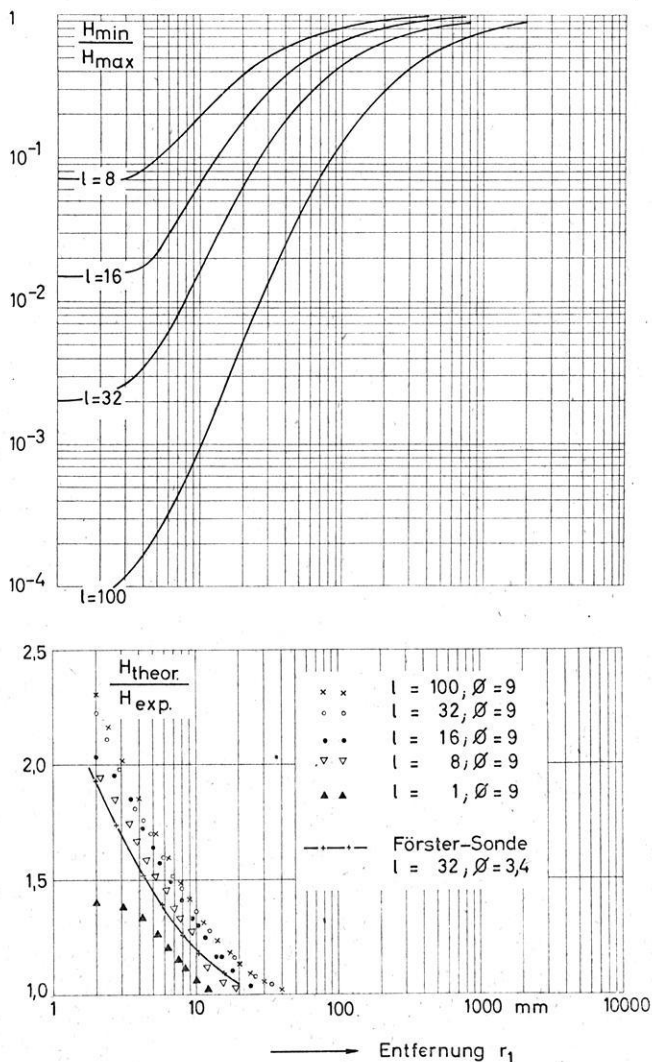


Abb. 7: Maximaler Gradient des Feldes einer flachen Sendespule in Spulen der Länge l (oben) sowie Korrekturkurven (unten). Auf der Ordinate sind diejenigen Werte aufgetragen, mit denen die Meßwerte zu multiplizieren sind.

3. Messung von würfelförmigen Proben

Das Feld einer homogen magnetisierten kubischen Probe¹⁾ läßt sich nach HELLBARDT [5] ausdrücken durch

$$H_{x \text{ Würfel}} = 2 J_x (\arctan \sqrt{(1+q^2)^2 - 1} - \arctan \sqrt{[1+(q+2)^2]^2 - 1}),$$

wobei J_x die Magnetisierung des Würfels in x -Richtung ist (vgl. Abb. 8). Die x -Komponente dieses Würfelfeldes beträgt auf der Z -Achse $-H_x$ und auf der x -Achse $+H_x$.

$$q = \frac{r}{b} = \text{ctg } \delta$$

bedeutet den auf die halbe Würfelkante b bezogenen Abstand von der Vorderkante zum magnetischen Mittelpunkt der Meßvorrichtung, hier der FÖRSTER-Sonde. Für festes q ist H_x unabhängig vom Abstand, d. h. $H_x \sim J_x$; die Anzeigeskala kann in Magnetisierungseinheiten umgeiecht werden. Nun läßt sich für $q = \text{const.}$ eine räumliche Fläche als geometrischer Ort aller Punktpaare symmetrisch zur Achse

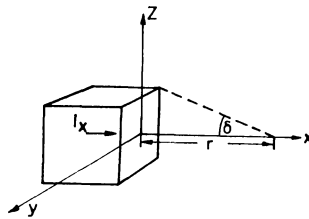


Abb. 8.

bestimmen, die vom „magnetischen Sondenmittelpunkt“ aus alle unter dem Winkel 2δ erscheinen. Bei Serienmessungen können zur leichteren Auswertung würfelförmige Proben an eine solche Fläche angelegt werden. Als analytischen Ausdruck für eine Schnittkurve durch die Symmetrieachse dieser rotationssymmetrischen Fläche erhält man eine Parameterdarstellung

$$x = \frac{1}{q+1} (qr_1 - x_0)$$

$$y = \frac{1}{q+1} (r_1 + x_0),$$

die physikalisch nur für $r_1 > 0$ interessiert. Der Koordinatenanfangspunkt liegt hierbei in der Stirnfläche der Sondenspule; x fällt mit der Symmetrieachse zusammen, und die Ordinate y steht senkrecht zu ihr; r_1 bzw. x_0 behalten die Bedeutung aus Abb. 2.

¹⁾ Vernachlässigt wird hierbei, daß nur Körper, die von Flächen zweiten Grades begrenzt werden, eine homogene Magnetisierung haben können.

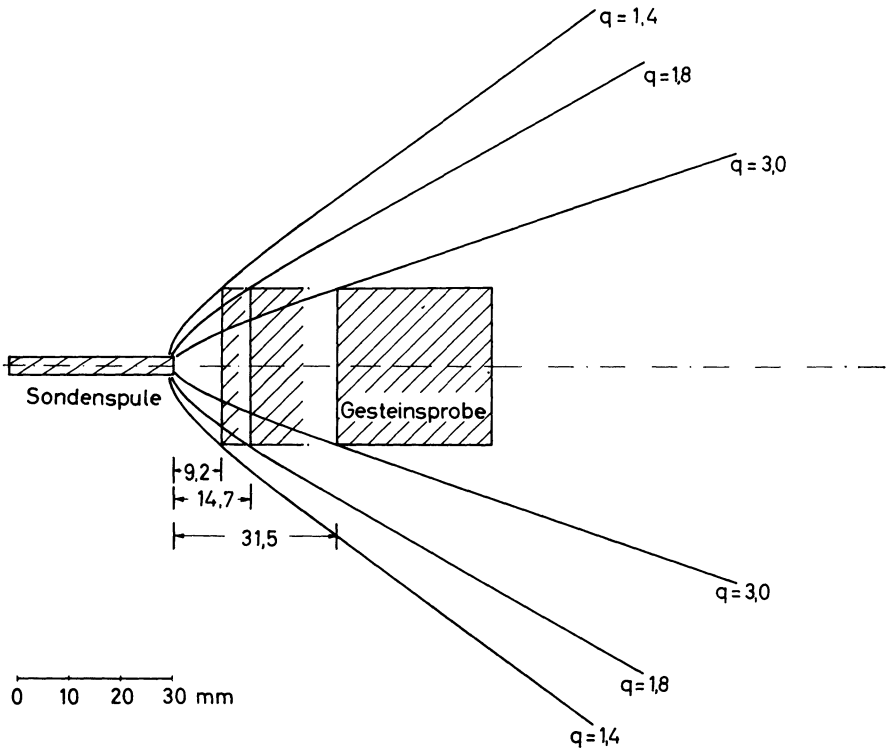


Abb. 9: Anordnung von Sonde und kubischer Probe bei der Messung der magnetischen Induktion, Remanenz und ihrer Temperaturabhängigkeit für verschiedene q .

Legt man bei der Berechnung von x_0 das Feld eines horizontalen Dipols zugrunde, so erhält man für verschiedene q als Schnitte durch die Symmetrieachse des Meßsystems die in Abb. 9 dargestellten Kurven.

Die Abweichung von einer kubischen homogen magnetisierten Probe erhält man aus dem theoretischen Vergleich der Felder eines horizontalen, zentrischen, punktförmigen Dipols und dem eines Würfels. So ergibt sich eine weitere Korrektur, die zusammen mit dem jeweiligen Skalenwert und der maximalen Empfindlichkeit in Tabelle 2 dargestellt ist:

q	Korrektur für kub. Probe	Skalenwert	max. Empfindlichkeit
3,3	1 %	10 ϵA	$\pm 2 \cdot 10^{-5}$ Gauß
3,0	1,5%	8,1 ϵA	$\pm 1,5 \cdot 10^{-5}$ Gauß
1,8	5 %	2,9 ϵA	$\pm 0,6 \cdot 10^{-5}$ Gauß
1,4	10 %	1,9 ϵA	$\pm 0,4 \cdot 10^{-5}$ Gauß

ϵ ist der gewählte Meßbereich (Untersetzungsfaktor) und A der Ausschlag.

Die angegebene maximale Empfindlichkeit bezieht sich auf noch reproduzierbare Messungen. Das mit der oben angeführten Anordnung gewonnene Meßergebnis ist mit einer additiven Korrektur nach Tabelle 2 zu versehen. Der richtige Wert des Feldes ist demnach gleich dem Meßwert plus der Korrektur.

Der Meßfehler setzt sich zusammen aus der Ungenauigkeit der Bestimmung des Abstandes, Fehlern aus der Abweichung der Probe von der exakten Würfelform, von veränderlichen magnetischen Störfeldern und den Inhomogenitäten der Probe, die letztlich auch Abstandsfehlern entsprechen. Der Fehler, mit dem ein Magnetisierungsstandard gemessen werden könnte, kann nicht kleiner als 10–30% sein, während die relative Genauigkeit leicht 1–3% bei genügend stark magnetisierten Proben betragen kann, falls das Probenmaterial einheitliche Form und Größe hat und kaum nennenswerte Inhomogenitäten aufweist. Verwendet man nur das Verhältnis zweier Komponenten, wie das bei der Bestimmung der Deklination und Inklination der Fall ist, so erreicht man unter gleichen Voraussetzungen eine Genauigkeit von 2–5%.

Von großer Wichtigkeit ist das Justieren von Sonden- und Probenachse. Schließen beide Achsen einen Winkel α ein, so wird nur das $\cos \alpha$ -fache der gewünschten Komponente gemessen, dazu das $\sin \alpha$ -fache derjenigen zu ihr senkrechten Komponente, die in derselben Ebene wie die Schenkel des Winkels α liegt. Ein kleiner Winkel α verursacht große Fehler, wenn die zur gemessenen Komponente senkrechten Komponenten wesentlich größer als diese sind. Eine solche Probe verwendet man zweckmäßig zum Justieren der Anordnung. Man verändert Sonden- bzw. Probenachse so lange, bis bei viermaliger Messung derselben Komponente im feldfreien Raum nach Drehung um jeweils $\pi/2$ um die Achse Probe–Sonde der gleiche Magnetisierungsbetrag angezeigt wird.

Zur Messung der Temperaturabhängigkeit der Remanenz wird die Probe von einem unmagnetischen Ofen bzw. einem Kühlgefäß umgeben.

Magnetische Felder bis zu einigen hundert Oerstedt werden nicht angezeigt, wenn diese senkrecht zur Achse der FÖRSTER-Sonde gerichtet sind. Diese Eigenschaft hat FÖRSTER ausgenutzt zum Bau eines „Koerzimeters“, d. h. eines Gerätes zur Bestimmung der Koerzitivkraft [3].

Die Messung des Curiepunktes gelingt auf gleiche Weise. Hierzu wird nach dem Schema der Abb. 10 die FÖRSTER-Sonde im Außenraum einer Zylinderluftspule

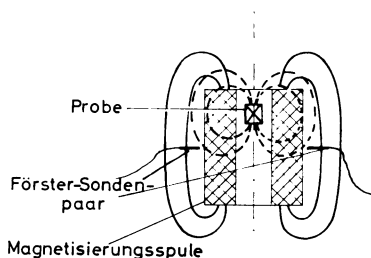


Abb. 10: Versuchsanordnung zur Messung des Curiepunktes oder der Koerzitivkraft.

($l = 180$ mm; $\varnothing_{\text{innen}} = 56$ mm, $\varnothing_{\text{außen}} = 150$ mm, $n = 1708$ Wdgn; Spulenkonstante 144,5 Oe/Amp) so antiparallel justiert, daß am Anzeigeelement des Gerätes weder im Erdfeld noch bei eingeschaltetem Spulenfeld ein Ausschlag abzulesen ist. Kühlt man nun eine auf hoher Temperatur befindliche Gesteinsprobe, die sich auf der Symmetrieachse der Zylinderspule, jedoch nicht auf gleicher Höhe mit den Sonden befindet, im Feld der Spule ab, so zeigt das Anzeigegerät bei Unterschreiten des Curiepunktes einen Ausschlag an.

Gibt man das Ausgangssignal der FÖRSTER-Sonde, ebenso die Thermospannung, auf einen Mehrkanal- oder x, y -Schreiber, so können aus der kontinuierlichen Aufzeichnung von Magnetisierung und Temperatur die Curiepunkte einer Probe rasch mit der für $I_s(T)$ -Kurven möglichen Genauigkeit von 10–20°C angegeben werden. Mit dem gleichen Gerät mißt man die Koerzitivkraft bis zu etwa 1000 Oe, indem man die vorher in einem anderen Gleichfeld gesättigte Probe (weil zur Sättigung z. B. der Titanomagnetite größere Felder erforderlich sind) einem durch den Spulenstrom genau meßbaren Gegenfeld aussetzt und durch Regelung des Stromes den Ausschlag auf dem Anzeigeelement zum Verschwinden bringt.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die FÖRSTER-Sonde in der beschriebenen Weise für viele Fragestellungen aus dem Gesteinsmagnetismus ein gutes Hilfsmittel darstellt und als fertiges Meßsystem durch geeignete Anordnung recht vielseitig verwendbar ist.

Literatur

- [1] ASCHENBRENNER, H., und G. GOUBAU: Eine Anordnung zur Registrierung rascher magnetischer Störungen. Hochfrequenztechn. u. Elektroak. 47, S. 117—181, (1936).
- [2] FANSELAU, G. (Hrsg.): Geomagnetismus und Aeronomie, Bd. II: Geomagnetische Instrumente und Meßmethoden Berlin, Verlag d. Wissenschaften (1960).
- [3] FÖRSTER, F.: Ein Betriebsgerät zur schnellen und genauen Messung der Koerzitivkraft sowie ihrer Temperaturabhängigkeit. Z. Metallkde., 46, Nr. 4 (1955).
- [4] FROMM, K.: In: Methods in Palaeomagnetism. Elsevier Publishing Company (im Druck).
- [5] HELLBARDT, G.: Das ast. Magnetometer und seine Verwendung zur Messung sehr schwacher Gesteinsmagnetisierungen. Geol. Jb. 75, S. 319—346 (1958).
- [6] LAUTERBACH, R.: Mikromagnetik — ein Hilfsmittel geol. Erkundung. Wiss. Z. d. Karl-Marx-Univ. Leipzig, Jg. 1953/54; Math.-Nat. Reihe, H. 3.
- [7] MEITZNER, W.: Magnetische Untersuchungen am Backenberg bei Güntersen. Z. Geophys. 28, S. 137—154 (1962).
- [8] SPITTA, P.: Modellversuche zur erdmagn. Induktion in Leitfähigkeitsanomalien. Dipl.-Arbeit, Math.-Nat. Fakultät Göttingen 1963 (unveröffentlicht).
- [9] TURKOWSKY, C.: Die Verteilung der induzierten und remanenten Magnetisierung innerhalb einiger Basaltlagen des Vogelsberges. Dipl.-Arbeit, Math.-Nat. Fakultät München 1963 (unveröffentlicht).

Magnetic domains of polycrystalline natural magnetite

By H. SOFFEL, München¹⁾

Eingegangen am 28. Januar 1965

Summary: Three methods of polishing polycrystalline magnetite were tested for their possibility of providing sufficiently plain and strain-free surfaces for the observation of magnetic domains using Bitter technique. Mechanical polishing proved to be inappropriate. Only maze patterns could be observed on these surfaces. Electrolytic polishing could only be applied to polish very pure and compact polycrystalline magnetite ores. With thermo-polishing (heating the mechanically polished samples at 800°C in a vacuum better than 10^{-5} mm Hg up to 60 hours) all kinds of natural polycrystalline magnetite could be suitably polished. The observed domain structures were interpreted. In spite of the domains being magnetized vertically to the surface, no closure-domains could be observed. The thickness D of the domains increased with the time during which it was heated, i.e. with decreasing internal strains of the sample. This agrees with observations by CHIKAZUMI and SUZUKI (1955) on Fe-Si sheets.

Zusammenfassung: Es wurden drei Verfahren zur Politur von polykristallinem natürlichem Magnetit auf ihre Möglichkeit hin untersucht, für die Beobachtung der Weißschen Bezirke mit der Methode der Bitterschen Streifen hinreichend ebene und spannungsfreie Oberflächen zu liefern. Die mechanische Politur erwies sich als ungeeignet, da sie zu Spannungsmustern (Mäanderstrukturen) führte. Die elektrolytische Politur ließ sich nur auf sehr reine polykristalline Magnetiterze anwenden. Mit der thermischen Politur (Glühen mechanisch vopolierter Proben bei 800°C im Vakuum von $p < 10^{-5}$ mm Hg bis zu 60 Stunden) konnten alle Arten von polykristallinem natürlichem Magnetit in geeigneter Weise poliert werden. Die beobachteten Bereichsstrukturen wurden gedeutet. Es wurden trotz senkrecht zur Oberfläche stehender Magnetisierung der Weißschen Bezirke keine Abschlußbereiche beobachtet. — Die Dicke D der Bereiche nahm mit der Glühdauer der Proben und damit mit geringer werdenden Eigenspannungen zu. Das ist in Übereinstimmung mit Messungen von CHIKAZUMI und SUZUKI (1955) an Fe-Si Blechen.

Introduction

Magnetic domains on surfaces of natural magnetite single crystals have often been described (SUGIURA 1951, SOFFEL 1963, VLASOV et al. 1964, HANSS 1964). In all cases Bitter technique was used for the observation of the domains. While magneto-optical

¹⁾ Dr. H. SOFFEL, Institut für Angewandte Geophysik der Universität München, 8 München 2, Richard-Wagner-Straße 10.

Kerr effect has been used for some years for the observation of the magnetic domains of metallic ferromagnetic substances (KRANZ et al. 1958), no observations of the domain structures of magnetite by this method are known. The reason is probably the small Kerr-rotation of magnetite (magnetite: 2—3 min.; iron: 20—25 min. at $\lambda = 5500 \text{ \AA}$; LANDOLT-BÖRNSTEIN 1962). Nevertheless, Bitter technique gives good information about the domain structures of ferri- and ferromagnetic substances (KRANZ et al. 1964).

The main difficulty in observing the magnetic domains on surfaces of magnetite, i.e. that of obtaining plain and strain-free polished surfaces, was overcome by the author by the electrolytic polishing of magnetite single crystals. VLASOV et al. (1964) tempered the samples (also natural single crystals) after a careful mechanical polishing for a short time at 900 °C in a vacuum. HANSS (1964) revealed the domain structures on 110-planes of magnetite single crystals by etching the planes at 600 °C in a mixture of boron and lead oxides.

All domain structures on surfaces of natural magnetite single crystals (SUGIURA 1951, VLASOV et al. 1964, SOFFEL 1963, HANSS 1964) are similar to those observed on single crystals of Nickel (STEPHAN 1955).

The expression "natural magnetite" means magnetite, —titanomagnetites are not to be excluded—, which is either still in a rock matrix or has been taken out of it (SOFFEL 1964, 2). To this group belong magnetite single crystals, which were extracted mechanically or chemically from the rock matrix; furthermore polycrystalline magnetite ore and grains of polycrystalline magnetite that are still within the rock matrix (magnetite in basalts, schists etc.).

Polishing of the surfaces of polycrystalline natural magnetite

Domain structures can only be observed on polished and strain-free surfaces. The methods of polishing magnetite single crystals have already been briefly described in the introduction of this paper. In the following only the polishing of polycrystalline magnetite will be discussed. Three methods were tested: mechanical polishing, electrolytic polishing and thermo-polishing.

a) mechanical polishing

The conventional method of mechanical polishing—even when using diamond powder—gives plain and smooth surfaces which are never strain-free. The internal strains of the surface are built up by friction during mechanical polishing. Only maze patterns (see Fig. 16), a consequence of the strains, can be observed on such surfaces. The maze patterns cover and obliterate the original domain structures. It has not been possible till now to polish natural polycrystalline magnetite and also magnetite single crystals mechanically in such a way, as to leave no internal strains in the surface.

b) electrolytic polishing

Electrolytic polishing was developed by JACQUET (1956) to polish metals and has been modified by the author (1963) for polishing magnetite single crystals. A requirement for polishing is the electric conductivity of the material. This is only met in single crystals of magnetite and very pure and compact magnetite ore. The impurities of many magnetite ores (quartz, limonite, hematite) and the rock matrix (diopside, feldspar, olivine) surrounding the magnetite grains have only a very small electric conductivity. The consequence is, that the magnetite grains are isolated from each other and from the electrode during electrolytic polishing. The surfaces of the magnetite grains isolated in this way are not polished but only etched by the strong acid in the electrolyte (SOFFEL 1964, 2). This etching yields rough surfaces (roughness 1—10 μ). On etched surfaces no magnetic domains can be observed with Bitter technique.

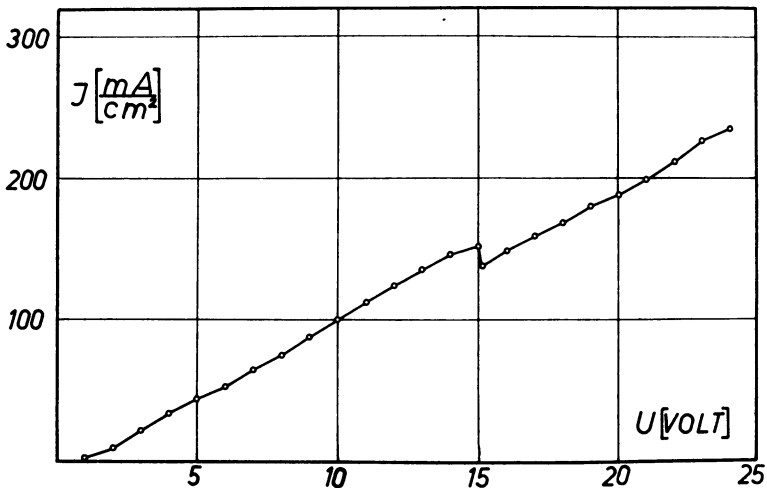


Fig. 1: Dependence of the current density through the surface of a polycrystalline magnetite sample on U , the voltage between the electrodes during electrolytic polishing. (Specimen No. IV from Kirunavaara (Sweden).)

To find the suitable voltage between the electrodes during electrolytic polishing, the density of the electric current through the surface of the sample must be plotted against the voltage between the electrodes. Fig. 1 illustrates the $j = f(U)$ -diagramm of a first mechanically and then electrolytically polished sample of magnetite ore from Kirunavaara (Sweden) (Specimen No. IV). The minimum of the curve (here at 15 volts) indicates the polishing voltage. The electric contact between the electrode and the sample—a cube of 4 mm in diameter, one side of which was polished mechanically—was made by “Leitsilber”. (More instructions for electrolytic polishing of magnetite see SOFFEL 1963.) The polishing time of the sample was 16 minutes.

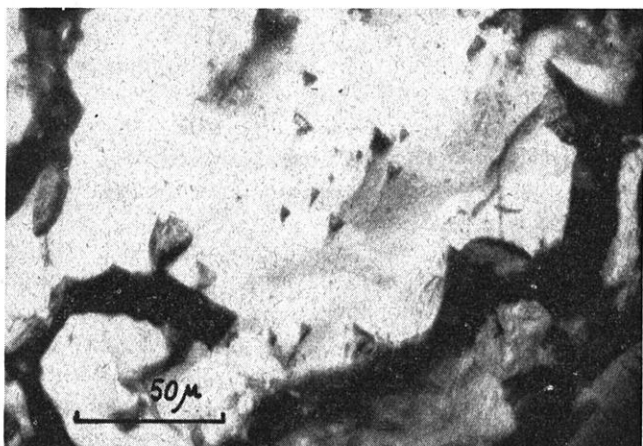


Fig. 2: Electrolytically polished crystal of a polycrystalline magnetite ore from Kirunavaara (Sweden).

Fig. 2 shows the electrolytically polished surface of a crystal in a polycrystalline magnetite ore sample (Kirunavaara, Sweden; specimen No. IV). Because of the impurities of the material (quartz) only a part of the crystals were polished; 90% of them were etched. Fig. 3 shows such an etched surface. By etching, more material was dissolved than by electrolytic polishing. Therefore, the polished crystals protrude from the etched crystals and are distributed uniformly over the surface.

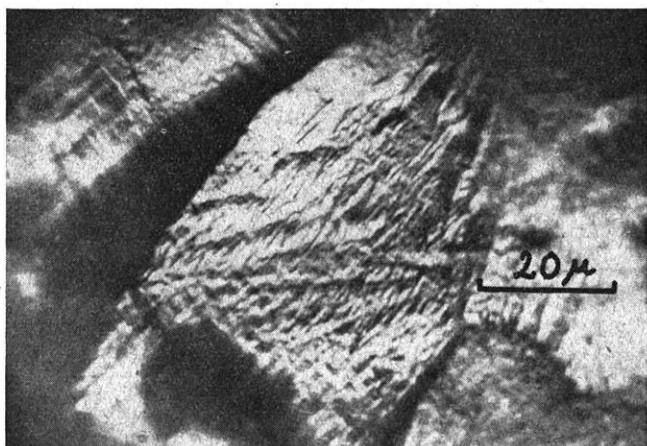


Fig. 3: Etched crystal of a polycrystalline magnetite ore from Kirunavaara (Sweden).

c) thermo-polishing

The mechanically polished surfaces of polycrystalline magnetite (magnetite ore, magnetite in the rock matrix) are always strained by the polishing process. On such surfaces only maze patterns can be observed, as described above. As for magnetite single crystals a short tempering of the samples (VLASOV et al. 1964, SOFFEL 1964, 2) is sufficient to remove the strains in the surfaces and reveal the magnetic domain structures. (Tempering must be done in a high vacuum in order to avoid oxidation of the magnetite surface.)

For polycrystalline magnetite, which has to be polished mechanically beforehand, the short tempering of one or two hours is not sufficient to remove the strains in the

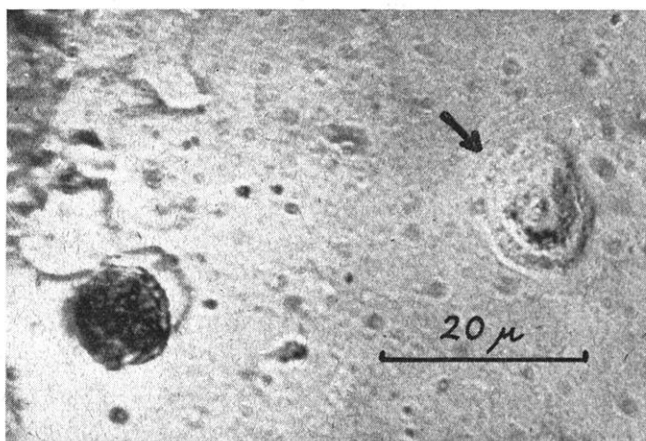


Fig. 4: Indications of an evaporation (arrow) on the 111-plane of a magnetite single crystal extracted from a serpentine that occurs in the Pfitscher Joch (Austria). The sample was heated at 800 °C in a vacuum of $p < 10^{-5}$ mm Hg for 3 hours.

mechanically polished surface. Here, the strained material must be removed by evaporating it. Indications of the evaporation, which are similar to etching-pits, could be observed on 111-planes of natural magnetite single crystals after a three hours heating at 800 °C in a vacuum of $p < 10^{-5}$ mm Hg. Fig. 4 shows such an "etching-pit" caused by evaporation on the 111-plane of a single crystal of magnetite taken from a serpentine that occurs in the Pfitscher Joch (Austria).

The evaporation pits on the previously mechanically polished surfaces of natural polycrystalline magnetite appeared only after a long heat-treatment (6 hours and more) of the samples in a vacuum. The observed anisotropy of the evaporation velocity—the dependence of the velocity of evaporation on the orientation of the prepared surface in the lattice—runs parallel with the etching anisotropy (RAMDOHR 1960).

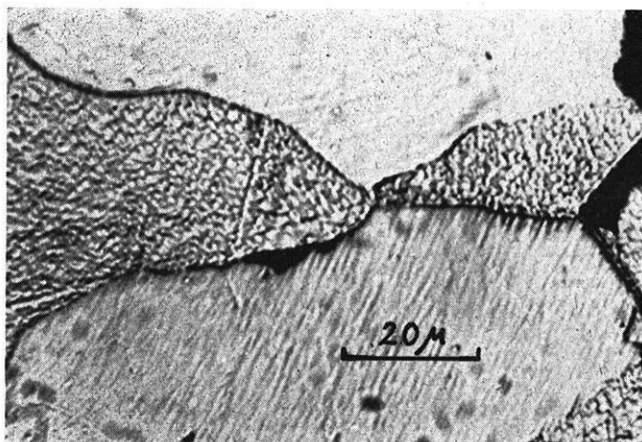


Fig. 5: Indications of an evaporation on the surface of a magnetite ore sample from Kirunavaara (Sweden) at first mechanically polished and then thermo-polished for 6 hours.

Henceforth the expression thermo-polishing will stand for the following process: a sample is heated ($T > 800^{\circ}\text{C}$) in a vacuum ($p < 10^{-5}$ mm Hg) until an evaporation of material out of the surface can be observed. After this heat-treatment the sample must be cooled down to room-temperature within two hours. By this slow cooling process, one avoids the formation of new strains.

Fig. 5 shows the evaporation-pits on the surface of a sample from Kirunavaara (Sweden) polished at first mechanically and then thermo-polished for six hours (Specimen No. II). Fig. 6 shows the surface of a magnetite crystal of specimen No. 190 C1 (Serpentinite from Wurlitz/Oberfranken (Germany); contains about 4% magnetite (BADER 1964)). The sample polished at first mechanically was thermo-polished for 33 hours. The scratches on the surface, caused by mechanical polishing, were to be seen more clearly after thermo-polishing.

Thermo-polishing to produce strain-free surfaces of natural polycrystalline magnetite has some disadvantages against electrolytic polishing: at first, the experimental efforts are greater; furthermore the long heat-treatment (often more than 60 hours) can lead to diffusion processes in the material which cannot always be traced back. Recrystallization can change the magnetic properties, especially those of polycrystalline magnetite. Finally by cooling down the samples from temperatures above the Curie points of the ferrimagnetic minerals to room-temperature, thermo-remanent magnetization of the samples can be produced which did not exist before.—Electrolytic polishing on the other hand does not change the magnetic properties of the samples.

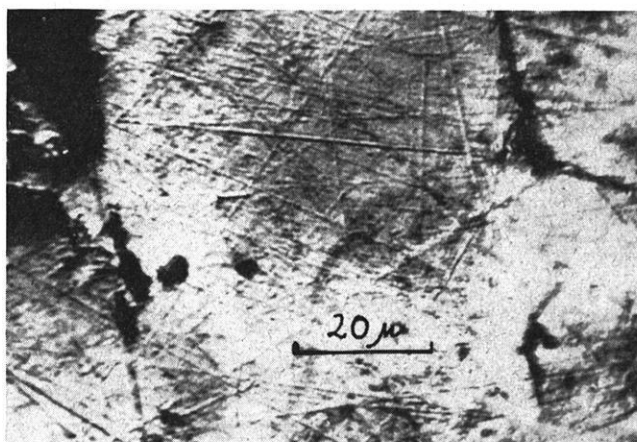


Fig. 6: Surface of a magnetite grain in a serpentinite sample from Wurlitz, Oberfranken (Germany). After a mechanical polishing the sample was thermo-polished for 33 hours.

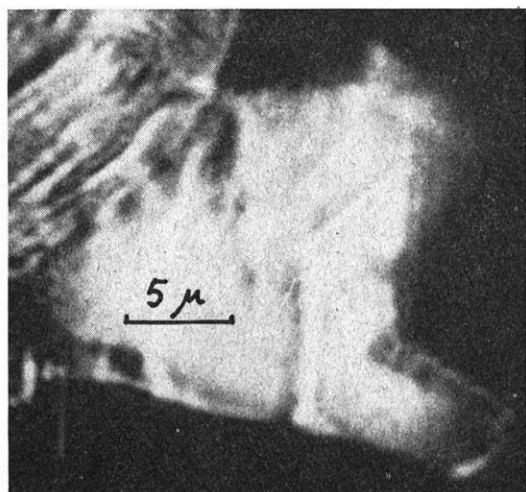
Domain structures on surfaces of polycrystalline magnetite ore

The domain structures were observed with a reflected-light microscope with magnifications up to 1310 ($105 \times 10 \times 1,25$). As suspension a magnetite colloid as employed by ELMORE (1938) was used. Fig. 7 shows the domain structures on the surface of a magnetite crystal. After a mechanical polishing the sample—a magnetite ore from Kirunavaara (Sweden), specimen No. IV—was polished electrolytically. A magnetization of the sample parallel to the surface in the direction of the thick arrow with 30 Oersted caused a displacement of the Bloch walls (Fig. 8). A removal of the external field brought the Bloch walls back to their previous position (Fig. 9). A later drawing of the domain structures of Fig. 7, 8 and 9 is shown in Fig. 10. The magnetization of the domains is always parallel to the surface, the directions are indicated by the thin arrows. The direction of the external field is marked by the thick arrow. The direction of magnetization of the domains is given by the displacement of the Bloch walls under the influence of an external magnetic field. In this way the domains magnetized in the direction of the external field grow at the expense of the domains in their neighbourhood.

Fig. 11 shows the domain structures on the surface of a crystal of a polycrystalline magnetite ore (Specimen No. I) from Kirunavaara (Sweden) at first mechanically polished and then thermo-polished for 18 hours. Fig. 12 shows the displacement of the Bloch walls of the same crystal. The sample was magnetized during the experiment parallel to the surface and to the thick arrow with a field of 150 Oersted.

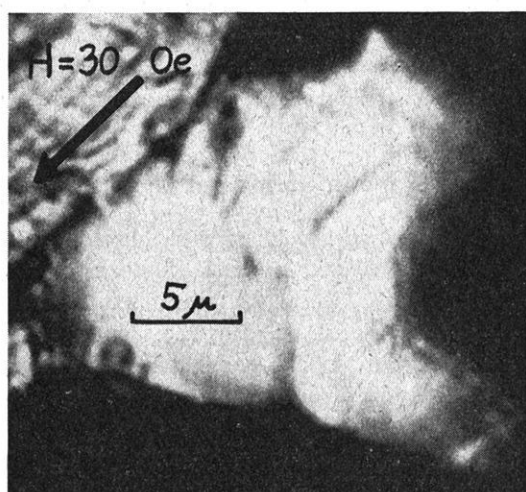
In Fig. 13 the domain structures of a crystal of a polycrystalline magnetite ore (Specimen No. II) from Kirunavaara (Sweden) are shown. After mechanical polishing

Fig. 7.



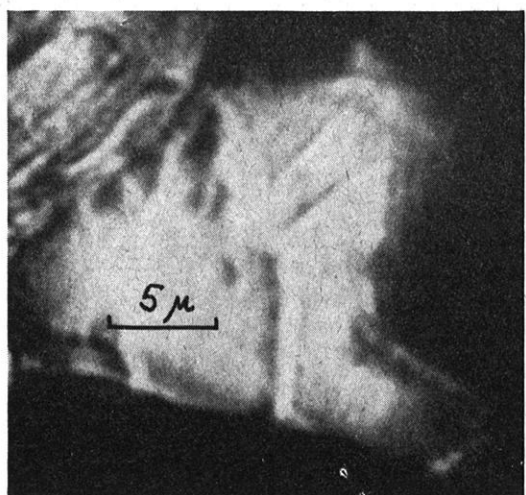
$H = 0$ Oersted

Fig. 8.



$H = 30$ Oersted

Fig. 9.



$H = 0$ Oersted

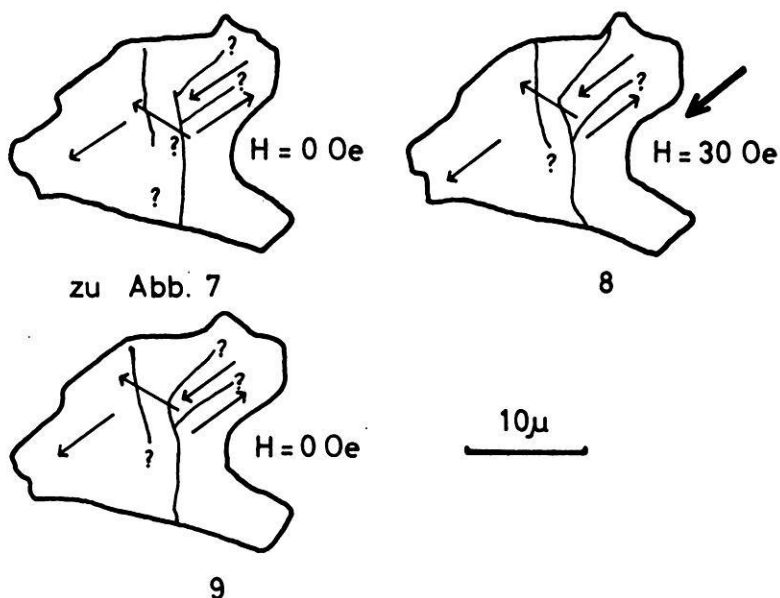


Fig. 10: Drawing of the domain structures of Fig. 7—9. The thick arrow indicates the direction of the external magnetic field, the thin arrows mark the directions of magnetization of the domains.

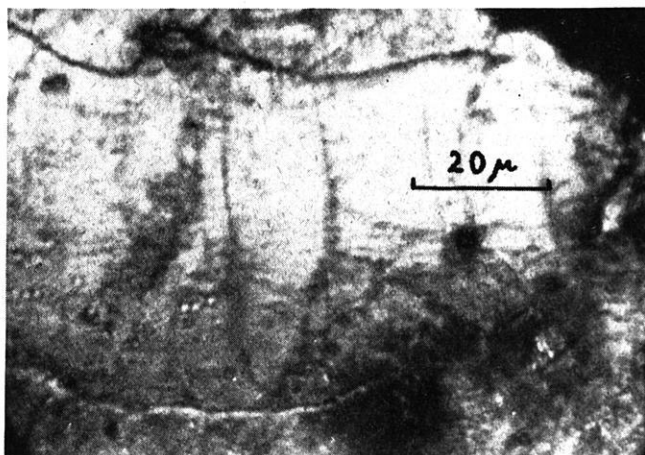


Fig. 13: Domain structures on the surface of a crystal of a polycrystalline magnetite ore from Kirunavaara (Sweden) which was thermo-polished for 18 hours after mechanical polishing.

Fig. 7—9: Domain structures on the electrolytically polished surface of a crystal of a polycrystalline magnetite ore sample from Kirunavaara (Sweden).

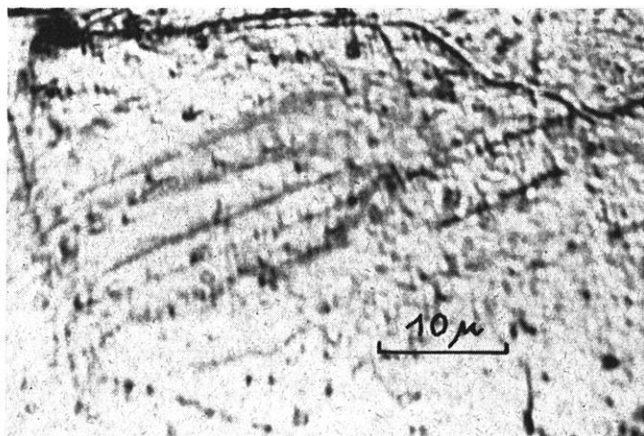


Fig. 11: Domain structures on the surface of a crystal of a polycrystalline magnetite ore from Kirunavaara (Sweden). After a mechanical polishing the sample was thermo-polished for 18 hours.

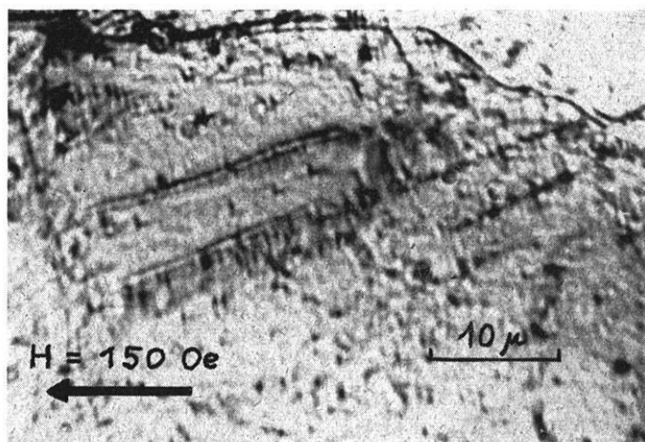


Fig. 12: Domain structures on the surface of a crystal of a polycrystalline magnetite ore from Kirunavaara (Sweden). After a mechanical polishing the sample was thermo-polished for 18 hours. The displacement of the Bloch walls of fig. 11 are shown under the influence of an external field of 150 Oersted parallel to the surface in the direction indicated by the arrow.

the sample was thermo-polished for 18 hours (see SOFFEL 1964, 1). Fig. 14 shows in a drawing the occurrence of changes in the domain structures of the same crystal under the influence of an external magnetic field parallel to the surface in the direction of the thick arrows. Before magnetizing the sample it was demagnetized in an alternating magnetic field (*AC* demagnetization) with compensated geomagnetic field ($T = 20^{\circ}\text{C}$;

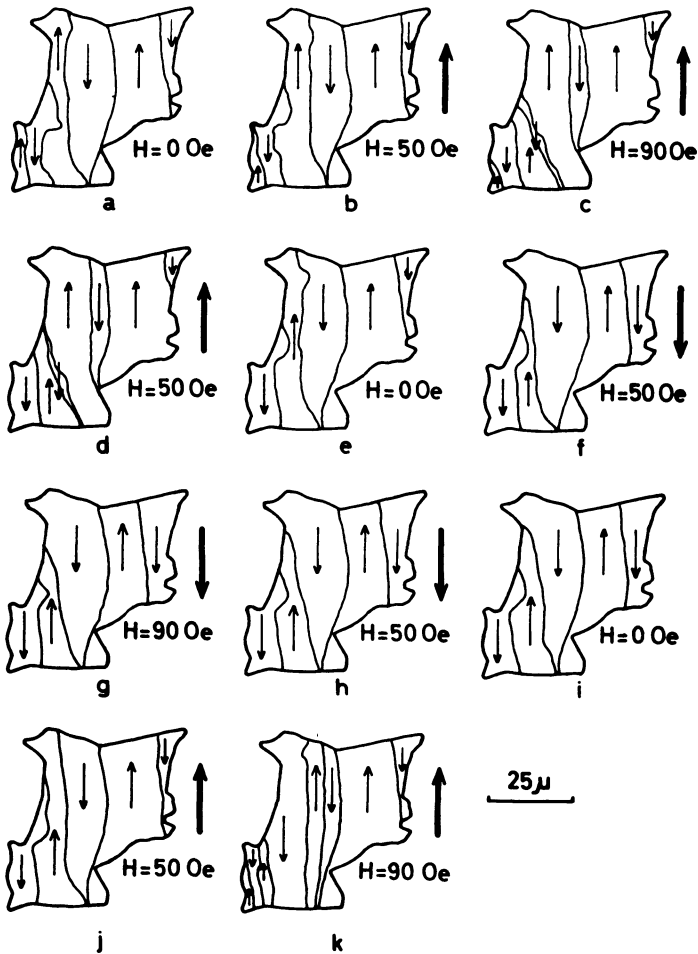


Fig. 14: Drawing of the displacement of the Bloch walls of the crystal shown in Fig. 13 here under the influence of an external magnetic field parallel to the surface. The thick arrows indicate the direction of the external field, the thin ones mark the direction of magnetization of the magnetic domains. Fig. 13 corresponds to Fig. 14a.

H decreasing from 400 Oersted to 0 Oersted; the earth magnetic field was compensated by a Helmholtz coil). The hysteresis loop gained by integration of the areas is shown in Fig. 15. Here the difference between the areas of magnetic domains with the direction of magnetization (\uparrow) and those with the direction of magnetization (\downarrow) is plotted against the strength of the external magnetic field. The resulting curve, which is only a

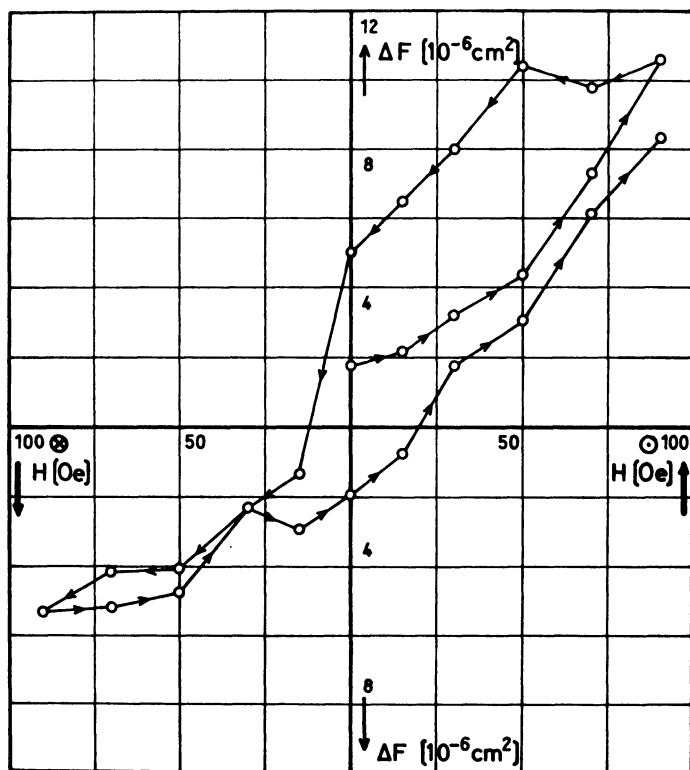


Fig. 15: Hysteresis loop (two-dimensional) of the magnetite crystal of Fig. 13 and Fig. 14 (Polycrystalline magnetite ore from Kirunavaara, Sweden). The difference of the areas of the antiparallel magnetized domains is shown as a function of the external magnetic field.

two-dimensional representation of the magnetization processes in the crystal shows nevertheless all peculiarities of a hysteresis loop: initial magnetization curve, remanence and coercive force. The fact, that even at $H = 0$ Oersted in spite of an AC demagnetization at room-temperature a $\Delta F \neq 0$ remains (the difference of the areas of the antiparallel magnetized domains cut by the prepared surface is not zero) can have three reasons, which are discussed in the following passage.

In the completely demagnetized state of the crystal, which in order to guarantee a homogeneous magnetization may have the shape of an ellipsoid, the following requirement must be met:

$$V = V\uparrow - V\downarrow = 0.$$

$V\uparrow$ is hereby defined as the sum of the volumes of all magnetic domains with the same direction of spontaneous magnetization (characterized by the arrow \uparrow); $V\downarrow$ as the sum

of the volumes of all magnetic domains spontaneously magnetized in the opposite direction (characterized by the arrow \downarrow). No domains of other directions of spontaneous magnetization will occur in the crystal. The three reasons for $\Delta F \neq 0$ in the area cut by the polished surface are:

1. The Bloch walls are not mathematically defined plains. Furthermore the crystals never have the exact shape of ellipsoids. Therefore it can occur, that in nearly all cross-sections of the crystal one has $\Delta F \neq 0$, while $\Delta V = 0$ is still valid for the whole crystal.
2. One of the above mentioned assumptions is not correct. Not only antiparallel magnetized domains with 180° -walls occur, but also domains with 71° - and 109° -walls. (The occurrence of 71° - and 109° -walls is a consequence of the negative magnetocrystalline energy constant of magnetite.) These domains must lie underneath the polished surface of the crystal.
3. The crystal has a remanent magnetization that did not completely disappear by the previous *AC* demagnetization: for instance a thermo-remanent magnetization. (Direction and amount of thermo-remanent magnetization of rocks or rather their ferrimagnetic minerals are of great importance in geophysics.) Because of the different reasons for $\Delta F \neq 0$ in an area cut by the polished surface of an *AC* demagnetized sample the presence of a stable remanent magnetization (thermo-remanent magnetization) cannot be taken for granted.

Magnetic domains on surfaces of magnetite grains which are still in the rock matrix

As already mentioned in the section about the polishing of the surfaces of natural polycrystalline magnetite, suitable surfaces for the observation of the domain structures with Bitter technique can be obtained by thermo-polishing. The electrolytic polishing gives rough and etched surfaces, while on the surfaces of mechanically polished magnetite only maze patterns could be observed. Fig. 16 shows such maze patterns on the surface of a magnetite grain embedded in basalt from Rauher Kulm, Oberpfalz (Germany). The sample was only polished mechanically. The grain is composed of magnetite (a) and some ilmenite (b). One recognizes that the maze patterns only appear on the ferrimagnetic magnetite (a) whilst the antiferromagnetic ilmenite (b) is not covered by the magnetite colloid.

The following three figures show the domain structures on the surface of a polycrystalline magnetite grain of specimen No. 190 C1. Fig. 17 shows the domain structures on the surface of this magnetite particle, a nearly spherical shaped grain of about 1500μ in diameter. The mechanically polished sample was thermo-polished for 6 hours ($T = 800^\circ\text{C}$; $p < 10^{-5}$ mm Hg; time of cooling down: two hours). After this heat-treatment enough material near the surface—strained by previous mechanical polishing—had evaporated and the sample had become sufficiently strain-free. The

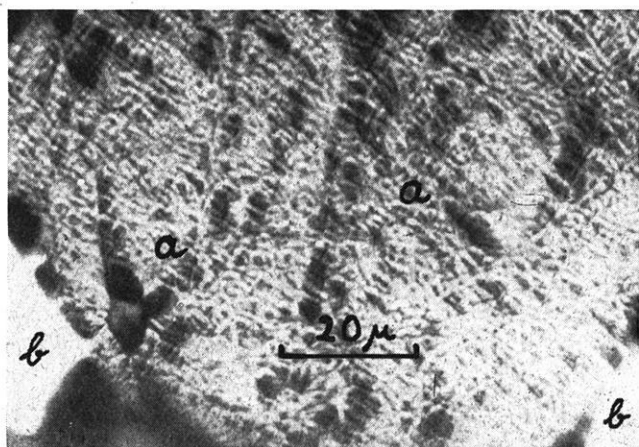


Fig. 16: Maze patterns on the surface of a mechanically polished magnetite grain in basalt from Rauher Kulm, Oberpfalz (Germany). The structures only appeared on the magnetite (a), the ilmenite (b) was not covered by the magnetite colloid.

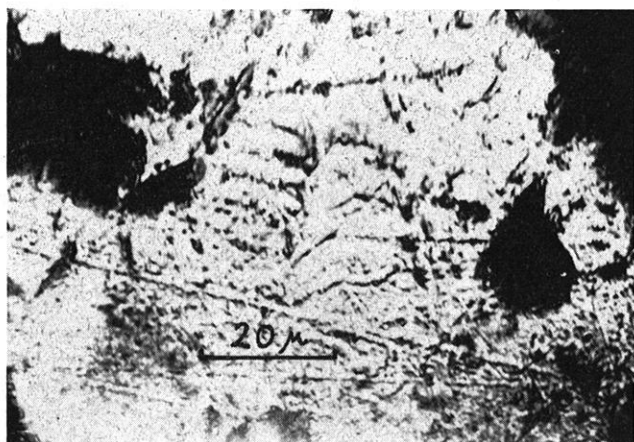


Fig. 17: Domain structures on the surface of a magnetite grain which was thermo-polished for 6 hours after mechanical polishing (Specimen No. 190 C1, serpentinite from Wurlitz, Oberfranken (Germany)).

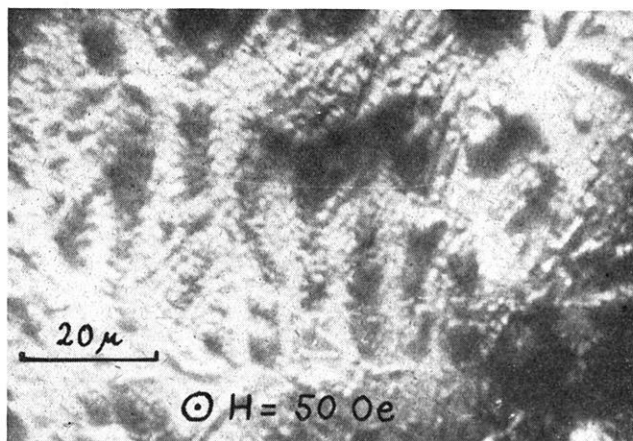


Fig. 18: Domain structures on the surface of the magnetite grain as shown in Fig. 17. The sample was thermo-polished for 33 hours after mechanical polishing (Specimen No. 190 C1). A magnetizing field of 50 Oersted is directed perpendicularly to the surface.

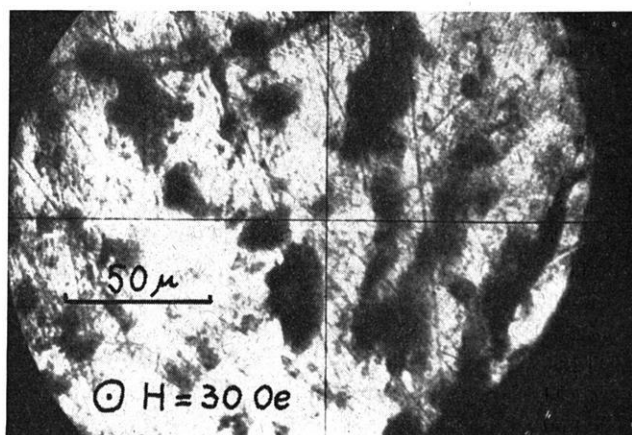


Fig. 19: Domain structures on the surface of the magnetite grain as shown in Fig. 17 and Fig. 18. The sample was thermo-polished for 61 hours after mechanical polishing (Specimen No. 190 C1). A magnetizing field of 30 Oersted is directed perpendicularly to the surface.

observation of the domain structures had become possible. The magnetization of the domains is directed roughly parallel to the surface. The average thickness D of the domains is less than 5μ .

Fig. 18 shows the domain structures on the surface of the same magnetite grain of specimen No. 190 C1. The sample was thermo-polished for another 27 hours—altogether 33 hours—under the above mentioned conditions. The direction of magnetization of the domains in this part of the surface is roughly perpendicular to the surface. (To observe magnetic domains magnetized perpendicularly to the surface with Bitter technique a field of 30 to 50 Oersted must be applied perpendicularly to the surface (KNELLER 1962).) In spite of the domains being magnetized vertically to the surface, no closure-domains could be observed. This is in contradiction to theoretical predictions made by STACEY (1963), according to which closure-domains should appear in this case. Compared with Fig. 17, a significant increase of the thickness D of the domains can be observed. D is here about 10μ .

Fig. 19 shows the domain structures on the surface of the same magnetite grain of specimen No. 190 C1. The sample was thermo-polished another 28 hours—altogether 61 hours—under the above mentioned conditions. As in Fig. 18, the domains are magnetized perpendicularly to the surface and a magnetic field of 30 Oersted had to be applied perpendicularly to the surface for their observation. Closure-domains could not be observed. The average thickness D of the domains is here about 20μ .

The change of the domain structures of natural polycrystalline magnetite by heat-treatment in a vacuum

The long heat-treatment in a vacuum (thermo-polishing) caused a reduction of the internal strains in the sample and also of the magnetite grains in the rock matrix. During this process of heating, not only the surface material was released,—this was strained mainly by previous mechanical polishing—also the internal strains of the whole sample were reduced. This changed state of the strains in the sample has an effect on the domain structure. Investigations by CHIKAZUMI and SUZUKI (1955) showed, that the thickness D of the domains is a function of the internal strains of the sample. It is shown, as CHIKAZUMI and SUZUKI (1955) could show by experiments with Fe-Si sheets, that the thickness D of the domains decreases with increasing internal strains. The fact that the thickness D of the domains increases with release of the internal strains by tempering and decreases after straining by scratching the surface could be observed by the author (1964, 2) on 111-planes of natural single crystals of magnetite.

The domain structures of the polycrystalline magnetite grains in a rock matrix changed in the same way. Fig. 17, 18 and 19 show, that the thickness D of the domains increased steadily with the duration of the heat-treatment (and thereby with the release of the internal strains).

Further investigations on the dependence of the domain structures of natural polycrystalline magnetite on the internal strains of the sample are planned.

Acknowledgement

This paper is an excerpt from a thesis made in the Institut für Angewandte Geophysik der Ludwig-Maximilians-Universität München (Germany).—I am most indebted to Prof. Dr. G. ANGENHEISTER for stimulating this research. I am likewise grateful to Prof. Dr. K. HELBIG and Dipl.-Phys. N. PETERSEN for the interest they have shown.

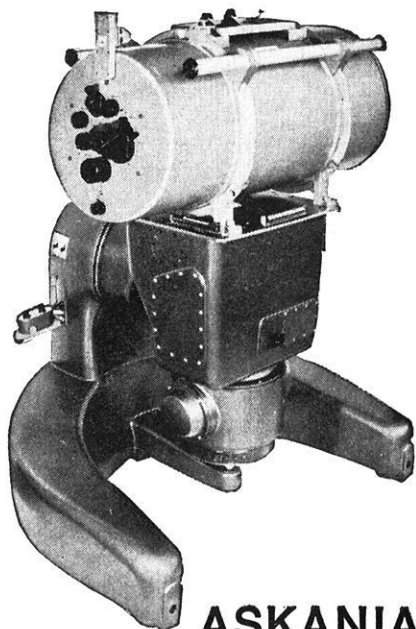
I also wish to render my warmest thanks to the Deutsche Forschungsgemeinschaft for making available most of the instruments.

References

- BADER, K.: Das magnetische Störfeld der Serpentine am Südostrand der Münchberger Gneismasse und seine Interpretation. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Reihe C: Dissertationen. Heft Nr. 72 (1964).
- CHIKAZUMI, S. and K. SUZUKI: On the maze domain of silicon-iron crystal. *J. of phys. Soc. of Japan*. Vol. 10, Nr. 7 (Juli 1955), S. 523—534.
- ELMORE, W. C.: Ferrromagnetic colloid for studying magnetic structures. *Phys. Rev.* 54 (1938), S. 309—310.
- HANSS, R.: Thermochemical etching reveals domain structure in magnetite. *Sciences*. Vol. 146 (Oktober 1964), S. 398—399.
- JACQUET, P. A.: Electrolytic and chemical polishing. *Metallurgical Rev.* (1956), Vol. 1, Part 2, S. 117—211.
- KNELLER, E.: *Ferrromagnetismus*. Springer, Berlin (1962).
- KRANZ, J. and W. DRECHSEL: Über die Beobachtung von Weißschen Bezirken in polykristallinem Material durch die vergrößerte magnetooptische Kerr-Drehung. *Zeitschr. f. Physik* 150 (1958), S. 632—639.
- KRANZ, J., A. HUBERT und R. MÜLLER: Bitterstreifen und Blochwände. *Zeitschr. f. Physik* 180 (1964), S. 80—90.
- LANDOLT-BÖRNSTEIN: 9. Teil, Magnetische Eigenschaften. Springer, Berlin (1962), S. 191—195.
- RAMDOHR, P.: *Erzminerale und ihre Verwachsungen*. Springer, Berlin (1960).
- SOFFEL, H.: Untersuchungen an einigen ferrimagnetischen Oxyd- und Sulfidmineralien mit der Methode der Bitterschen Streifen. *Zeitschr. f. Geophysik* 29 (1963) 1, S. 21—34.
- SOFFEL, H.: Die Sichtbarmachung von Grenzen Weißscher Bezirke von polykristallinem Magnetit mit der Methode der Bitterschen Streifen. *Zeitschr. f. Geophysik* 30 (1964) 1, S. 45—47.
- SOFFEL, H.: Untersuchung der magnetischen Elementarbereichsstrukturen von natürlichem Magnetit. Thesis, University of Munich, Germany. Mai 1964.
- STACEY, F. D.: The physical theory of rock magnetism. *Adv. in Physics*, Vol. 12 (1963), S. 45—133.
- STEPHAN, W.: Bitterstreifen auf Nickel. *Exp. Techn. Physik* 3 (1955), S. 1—13.
- SUGIURA, I.: Domains in magnetite. *Busseiron Kenkyu* 38 (1951), S. 106.
- VLASOV, A. YA. and A. A. BOGDANOV: Domain structure in a single crystal of magnetite. *Bulletin (Izvestija) Engl. Ser.* Nr. 3, März 1964, S. 231—234.



CONTI ELEKTRO ASKANIA-WERKE



ASKANIA- SEEGRAVIMETER nach Graf

in Verbindung mit dem bewährten Kreiseltisch

Schweremessungen auf allen Weltmeeren
Hohe Genauigkeit, auch bei sehr rauher See:
 ± 1 mgal in ruhigen Schelfgebieten
 ± 5 mgal bei Vertikalbeschleunigungen
von $\pm 200\,000$ mgal

Nähere Informationen durch
CONTI ELEKTRO ASKANIA-WERKE, Berlin 42

4504 Sd

CONTINENTAL ELEKTROINDUSTRIE AKTIENGESELLSCHAFT · DÜSSELDORF

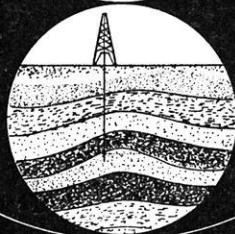
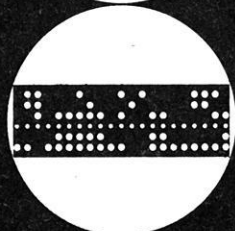
CONTI ELEKTRO



SCHORCH



VOIGT & HAEFFNER · SCHORCH-WERKE · ASKANIA-WERKE · KABELWERK VOHWINKEL



Erdöl-Prospektion



- | | |
|-------------|---|
| ALGERIEN | SOCIÉTÉ NORD AFRICAINE DE GÉOPHYSIQUE
6, Boulevard Mohamed V - ALGER |
| AUSTRALIEN | PRAKLA (AUSTRALIA) PTY. LTD.
Box 320 E, G.P.O. - BRISBANE/QUEENSLAND |
| BRASILIEN | PRAKLA S.A.
Av. Franklin Roosevelt 23 12° andar - RIO DE JANEIRO |
| FRANKREICH | COMPAGNIE POUR L'APPLICATION DES
TECHNIQUES GÉOPHYSIQUES "C.A.T.G."
79, Champs Elysées - PARIS - VIII e |
| LIBYEN | PRAKLA LIBYA
P.O. Box 479 - TRIPOLIS |
| MAROKKO | PRAKLA MAROC
2, Rue Lavoisier - RABAT |
| NIEDERLANDE | PRAKLA / SEISMOS - NEDERLAND
Roemer Visserstraat 42
AMSTERDAM |
| ÖSTERREICH | PRAKLA GMBH
WIEN 19 - Kreindl-Gasse 15/10 |
| SPANIEN | PRAKLA-SEISMOS ESPAÑOLA S.L.
Calle Nervion 4 - MADRID (2) |
| TÜRKEI | PRAKLA ANKARA
P.K. 41 - ÇANKAYA-ANKARA |

HANNOVER · HAARSTRASSE 5 · RUF: 8 07 21 · FERNSCHREIBER: 092 2847 · DRAHT: PRAKLA