

Zeitschrift für Geophysik

Band 37

1971

Heft 1

Inhaltsverzeichnis

Übersichtsartikel: ENGELHARD, L.: Absorptionszellen-Magnetometer	1
MÜLLER, H. J.: Suche nach einer systematischen Änderung im Laufe des Jahres in der Phase der zweiten Harmonischen der täglichen Variation der kosmischen Strahlung	39
CASTEN, U. and H. HIRSCHLEBER: Seismic Measurements in Jutland 1969	47
DRESEN, L.: Amplitudenuntersuchungen an seismischen Wellen zur Charakterisierung von Verwitterungsschichten mit vertikalem Geschwindigkeitsanstieg	71
FUCHS, K.: The Method of Stationary Phase Applied to the Reflection of Spherical Waves from Transition Zones with Arbitrary Depth-Dependent Elastic Moduli and Density	89
HÄNEL, R.: Bestimmungen der terrestrischen Wärmestromdichte in Deutschland	119
HÉDERVÁRI, P.: Map of Tectonic Flux of Japan	135
Briefe an den Herausgeber:	
KIND, R.: Berechnung der Quellenfunktion einer Explosion im Flachwasser mittels einer Dekonvolutionsmethode	141
WEICHERT, D. H.: Short-Period Spectral Discriminant for Earthquake-Explosion Differentiation	147



PHYSICA - VERLAG · WÜRZBURG

ZEITSCHRIFT FÜR GEOPHYSIK

als zweimonatliche Publikation herausgegeben im Auftrag der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft von

W. Dieminger, Lindau/Harz

und

J. Untiedt, Münster i. W. (als Stellvertreter)

unter Mitwirkung von

A. Defant, Innsbruck — W. Hiller, Stuttgart — K. Jung, Kiel — W. Kertz, Braunschweig — E. A. Lauter, Kühlungsborn — H. Menzel, Hamburg — O. Meyer, Hamburg — F. Möller, München — St. Müller, Karlsruhe — H. Reich, Göttingen — U. Schmucker, Göttingen — M. Siebert, Göttingen — H. Soffel, München

Veröffentlicht werden Originalarbeiten aus dem gesamten Gebiet der Geophysik und aus den Grenzgebieten in deutscher, englischer oder französischer Sprache. Außerdem erscheinen mehrmals im Jahr auf Einladung hin verfaßte Übersichtsartikel.

Für kurze Mitteilungen, bei denen Interesse an raschem Erscheinen besteht, gibt es neben den normalen Veröffentlichungen die „Briefe an den Herausgeber“ (ohne Zusammenfassung). Sie werden nach Möglichkeit im nächsten Heft gebracht.

Jede Originalarbeit beginnt mit einer deutschen und einer englischen oder französischen Zusammenfassung. Bei deutschsprachigen Aufsätzen und Briefen werden Titel der Arbeit und Abbildungsunterschriften zusätzlich in englischer oder französischer Sprache gebracht.

Die Autoren erhalten 50 Sonderdrucke ihrer Arbeit kostenlos. Weitere Exemplare können vom Verlag gegen Berechnung geliefert werden. Eine Honorierung der Beiträge erfolgt nicht.

Es wird gebeten, die Manuskripte in Maschinschrift mit handschriftlich eingetragenen Formeln druckfertig einzureichen und gesondert eine „Anweisung für den Setzer“ beizufügen, aus der zu ersehen ist, wie kursiver, gesperrter oder fetter Satz und griechische, gotische oder einander ähnliche Typen und Zeichen kenntlich gemacht sind (z. B. durch farbige Unterstreichung). Die Vorlagen für die Abbildungen sollen reproduktionsfertig (Tuschzeichnung) möglichst im Maßstab 2:1 eingesandt werden.

Die Zitate sollen entsprechend folgendem Beispiel angefertigt werden:

Im Text: Bei der ersten Zitierung [JUNG, MENZEL und ROSENBACH 1965], bei jeder folgenden Zitierung [JUNG et al. 1965]. Im Literaturverzeichnis: JUNG, K., H. MENZEL und O. ROSENBACH: Gravimetermessungen im Nördlinger Ries. Z. Geophys. 31, 7—26, 1965.

Manuskripte sind zu senden an Prof. Dr. WALTER DIEMINGER, Max-Planck-Institut für Aeronomie, 3411 Lindau/Harz.

Anschrift der *Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft*:

2 Hamburg 13, Binderstr. 22. Postscheckkonto: Hamburg 55983

Bank: Neue Sparcasse, Hamburg 24/11528

Aufgenommen werden nur Arbeiten, die weder im In- noch im Ausland veröffentlicht wurden und die der Autor auch anderweitig nicht zu veröffentlichen sich verpflichtet. Mit der Annahme des Manuskriptes geht das ausschließliche Nutzungsrecht an den Verlag über.

Es ist ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, fotografische Vervielfältigungen, Mikrofilme, Mikrofotos u. ä. von den Zeitschriftenheften, von einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen.

Bezugspreis je Band (6 Hefte) 105,— DM, Einzelheft je nach Umfang. Abonnements verlängern sich jeweils um einen Band, falls keine ausdrückliche Abbestellung zum Jahresende vorliegt.

Gedruckt mit Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

Dem Heft liegt ein Prospekt der Firma Karl Weiss, Lindenstruth/Gießen, bei.

Bekanntmachung lt. Bayer. Pressegesetz; Verlag: PHYSICA-VERLAG Rudolf Liebing K.-G., D 87 Würzburg, Werner-von-Siemens-Straße 5. Pers. haft. Ges., Arnulf Liebing und Hildegund Höller, sämtlich Buchhändler in Würzburg. Kommanditistin: Gertrud Liebing, Würzburg.

Druckerei: R. Oldenbourg, Graph. Betriebe GmbH, München

Printed in Germany



PHYSICA-VERLAG, Würzburg 1971

Absorptionszellen-Magnetometer¹⁾

Optically Pumped Magnetometers

L. ENGELHARD, Braunschweig²⁾

Eingegangen am 10. August 1970

Zusammenfassung: Absorptionszellen-Magnetometer eignen sich zur Messung des Magnetfeldes der Erde und des interplanetaren Raumes. Das Meßverfahren beruht auf dem Zeeman-effekt freier Atome. Um diesen Effekt ausnutzen zu können, müssen die Atome in der Absorptionszelle optisch gepumpt werden. Ausführlich werden die verschiedenen Möglichkeiten der Bestimmung der Resonanzfrequenz und die speziellen Eigenschaften der zur Magnetfeldmessung verwendeten Gase behandelt. Neben einem kurzen Abriß über die phänomenologische Theorie der Resonanz bei optisch gepumpten Gasen werden noch die Möglichkeiten zur Messung der Vektorkomponenten des Magnetfeldes besprochen.

Summary: Optically pumped magnetometers can be used for measurements of the Earth's and interplanetary magnetic field. The basic principle of operation is the Zeeman effect of free atoms, which must be optically pumped. The different possibilities of measuring the resonant frequency and the properties of the various gases, which are used, are discussed in detail. A short summary of the phenomenological theory is given and the methods for getting vector information of the field are described.

Einleitung

Die Messung physikalischer Größen basiert stets auf einem mathematisch formulierbaren Zusammenhang zwischen der zu messenden Größe und einer dem Vergleich mit einer kalibrierbaren physikalischen Erscheinung zugänglichen Größe. Dieser grundlegende Zusammenhang zwischen zu messender und meßbarer (d. h. anzeigbarer) Größe hängt dabei meist von einer Reihe weiterer Parameter ab, die während des Meßablaufes konstant gehalten werden müssen. Die Empfindlichkeit des Meßverfahrens wird dann i. a. begrenzt durch die praktisch gegebenen Möglichkeiten, diese Einflußfaktoren tatsächlich konstant zu halten.

Die Messung der Feldstärke des natürlichen Magnetfeldes an der Erdoberfläche erfordert eine recht hohe Empfindlichkeit des Meßverfahrens, da der geophysikalische Informationsgehalt vorwiegend in sehr kleinen zeitlichen Änderungen des Feldes verglichen mit der Gesamtfeldstärke liegt. So gesehen hat man also nach einem Ver-

¹⁾ Vom Vorstand der DGG erbetener Übersichtsartikel.

²⁾ Dr. LUDWIG ENGELHARD, Inst. f. Geophysik u. Meteorol. d. Technischen Universität Braunschweig.

fahren zu suchen, bei dem die zu messende Größe — hier also die magnetische Feldstärke — und die dem Vergleich zugängliche Größe in einem Zusammenhang stehen, bei dem sonst nur noch Naturkonstanten eingehen, oder daß sonstige Parameter doch wenigstens von sehr geringem Einfluß auf das Meßergebnis sind. Dann besteht außerdem die Möglichkeit zu bequemen Absolutmessungen, wenn man das Meßergebnis mit einem Standard vergleicht.

Insbesondere mechanische und thermische Einflußfaktoren haben die Empfindlichkeit der „klassischen“ Torsions- und Schneiden-Magnetometer auf die Größenordnung von $1[\gamma]^*$ begrenzt. Mit Hilfe der elektromagnetischen Induktion (z. B. Induktionsspulen, Grenet) kann man die zeitlichen Änderungen des Feldes in einem gewissen Frequenzbereich zwar mit größerer Empfindlichkeit erfassen, längerperiodische Änderungen sind jedoch der Beobachtung unzugänglich. Thermische Faktoren, Driften elektrischer und magnetischer Parameter und noch nicht völlig geklärte Rauscherscheinungen begrenzen die Empfindlichkeit auch bei den wegen ihrer einfachen Handhabung so beliebten Förstersonden auf die Größenordnung der „klassischen“ Instrumente.

Den idealen Anforderungen des Meßproblems, wie sie oben formuliert wurden, kommeneigentlich die Kerninduktions-Magnetometer (Protonenpräzessions-Magnetometer) am nächsten [z. B. HEINRICH 1968]. Hier besteht als Konsequenz des Zeemaneffektes eine einfache Proportionalität zwischen magnetischer Feldstärke und der Präzessionsfrequenz der Kerne, die mit Frequenzzählern bestimmt wird. Da der Proportionalitätsfaktor nur Naturkonstanten und feste Quantenzahlen enthält, können mit Magnetometern dieser Art Absolutmessungen hoher Genauigkeit mit verhältnismäßig einfachem Aufwand durchgeführt werden. Trotz des Vorteils des so idealen Meßprinzips erreicht man mit Protonenpräzessions-Magnetometern ebenfalls nur eine Empfindlichkeit der Größenordnung $1[\gamma]$. Dies liegt an der Größe der zu messenden Frequenz im Erdfeld ($\approx 2[\text{kHz}]$ bei $0,5[\text{Oe}]$) (die vom magnetischen Moment der Kerne, also meist Protonen, bestimmt wird) und der durch die „Relaxationszeiten“ auf einige Sekunden beschränkten Meßdauer. Deshalb kann man die Frequenz nicht beliebig genau ausmessen, außerdem ist die zeitliche Auflösung der Messung durch den diskontinuierlichen Betrieb beschränkt.

In den letzten Jahren wurden auch kontinuierlich arbeitende Protonenpräzessions-Magnetometer entwickelt, bei denen der Overhauser-Abraham Effekt zur Polarisierung ausgenutzt wird („Elektronisches Pumpen“) [z. B. SALVI 1970; MIQUEL 1970]. Auch wurden mit „Optischem Pumpen“ betriebene kontinuierlich arbeitende Kerninduktionsmagnetometer entwickelt [SCHEARER, COLEGROVE, WALTERS 1963; SCHEARER, COLEGROVE, WALTERS 1964; DEHMELT 1964; ROBINSON, MYINT 1964]. Man erreicht hier Empfindlichkeiten bis zu $10^{-2}[\gamma]$, es verbleibt aber das Problem der recht niedrigen Resonanzfrequenz, die als Folge der Ungenauigkeitsrelation der Frequenzanalyse [z. B. F. A. FISCHER 1969, p. 34ff.] nur Messungen hoher Empfindlichkeit bei Beschränkung auf geringe Zeitauflösung oder umgekehrt erlaubt.

*) $1[\gamma] \approx 10^{-5}[\text{Oe}]$.

So ist es eine konsequente physikalische Weiterentwicklung dieses Prinzips, als Agens bei der Messung statt der magnetischen Momente von Atomkernen freie Atome zu verwenden, deren Zeemaneffekt um zwei bis drei Größenordnungen größer als der der Kerne ist. Die daher höhere Frequenz erlaubt dann, Empfindlichkeit oder Zeitauflösung oder beides zu verbessern. Die Polarisation der Kerne durch äußeres Magnetfeld wird jetzt durch Ausrichtung der Atome mit optischen Mitteln („Optisches Pumpen“) ersetzt, ebenso wie die Resonanzfrequenz nicht mehr durch elektromagnetische Induktion bei der Präzession der Kernmomente, sondern optisch festgestellt werden kann. Magnetometer des eben umrissenen Prinzips wollen wir im folgenden als Absorptionszellen-Magnetometer bezeichnen (engl.: „Optically Pumped Magnetometer“), davon hergeleitet die etwas umständliche Bezeichnung: „Magnetometer mit optisch gepumpten Gasen“). Diese arbeiten kontinuierlich und bieten gegenüber den Kerninduktionsmagnetometern noch den Vorteil, daß das Signal-zu-Rausch-Verhältnis wegen der optischen Abtastung unabhängig von der Feldstärke ist, während dies bei jenen wegen des Induktionsvorganges zur Feldstärke proportional ist.

Trotz des von den Kerninduktionsmagnetometern eigentlich unverändert übernommenen Meßprinzips treten bei einigen Atomsorten, die für Absorptionszellenmagnetometer verwendet werden, durch deren, in besonderer Weise komplizierten Linienspektrum störende Einflüsse auf, deren Parameter dann in gewissen Grenzen konstant gehalten werden müssen.

1. Die Grundlage des Meßverfahrens

Die Grundlage des Meßverfahrens bei Absorptionszellen-Magnetometern ist der Zeemaneffekt freier Atome, also die Aufspaltung der Energieniveaus dieser Atome im äußeren Magnetfeld. Hierzu betrachten wir in Abb. 1 zunächst das Termschema (Energieniveauschema) der 1. Resonanzlinie eines Alkaliatoms, welches gegenüber den tatsächlichen Verhältnissen auf den Fall eines Isotops ohne Kernspin vereinfacht ist. Die Energiezustände sind Dublettzustände, herrührend von dem Spin des einen Leuchtelektrons¹). Der Grundzustand ist ein ${}^2S_{1/2}$ -Zustand, bei dem beide Dublett-komponenten wegen Bahndrehimpulsquantenzahl $l = 0$ zusammenfallen und dessen Gesamtdrehimpulsquantenzahl demnach $j = 1/2$ beträgt. Im Magnetfeld spaltet dieser Grundzustand in $2j + 1 = 2$ Zeemanniveaus auf, die mit der magnetischen Quantenzahl m gekennzeichnet sind. Der „angeregte“ Zustand der 1. Resonanzlinie mit $l = 1$ besteht aus den beiden Dublett-komponenten ${}^2P_{1/2}$ und ${}^2P_{3/2}$, die im Magnetfeld in zwei bzw. vier Unterniveaus aufspalten²).

¹) Über den Aufbau eines Termschemas von Atomen, die Kennzeichnung durch die Quantenzahlen, die Zusammensetzung von Drehimpulsen und die Bedeutung von Auswahlregeln geben die bekannten Lehrbücher über Atomphysik Auskunft, z. B.: G. HERZBERG [1944], engl. Übersetzung der deutschen Fassung: G. HERZBERG [1936].

²) Die 1. Resonanzlinie ist das Dublett der optischen Wellenlängen entsprechenden Übergänge ${}^2P_{1/2} - {}^2S_{1/2}$ (D_1 -Linie) und ${}^2P_{3/2} - {}^2S_{1/2}$ (D_2 -Linie), die insbesondere bei Alkalien dicht beieinanderliegen.

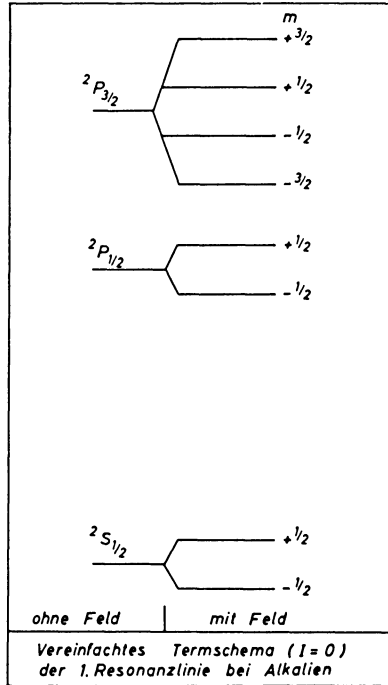


Abb. 1.

Die Energiedifferenz ΔE zweier benachbarter Zeemanniveaus ist, wenn man von sehr großen Feldstärken absieht, proportional der äußeren Feldstärke H_0 :

$$\Delta E = g_j \cdot \hbar \frac{e}{2mc} H_0 \quad (1.1)$$

oder

$$\Delta E = g_j \cdot \mu_B H_0 \quad (1.2)$$

wobei $h = 2\pi\hbar$ die PLANCKSche Konstante, e und m die Ladung und Masse des Elektrons¹⁾, c die Lichtgeschwindigkeit, μ_B das BOHRsche Magneton und g_j der LANDÉSche Aufspaltungsfaktor ist, der sich gemäß

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \quad (1.3)$$

aus den Quantenzahlen des betreffenden Zustandes zusammensetzt.

¹⁾ Bei Kerninduktions-Magnetometern tritt in der zu (1.1) formal gleichen Beziehung statt der Elektronenmasse m die Masse der verwendeten Kerne auf. Mit (1.4) liegt hier der erwähnte Unterschied der Resonanzfrequenzen begründet.

Der Energiedifferenz des Überganges kann man nach

$$\Delta E = h \cdot \nu_L \quad (1.4)$$

eine Frequenz ν_L , die sog. Larmorfrequenz, zuordnen. Sie liegt, abhängig natürlich vom Landéfaktor g_j z. B. bei Alkalidämpfen bei

$$\nu_L = 10^5 \dots 10^6 \text{ [Hz]} \quad (1.5)$$

wenn man als magnetische Feldstärke die des Erdfeldes zugrunde legt.

Würde man die Energiedifferenz nach (1.1) bzw. (1.2) oder die Larmorfrequenz unter Berücksichtigung von (1.4) zur Anzeige bringen, so wäre (1.1) bzw. (1.2) eine nach unseren Überlegungen ideale Grundlage der Meßaufgabe.

Bekanntlich führt die Energieniveaufspaltung im Magnetfeld zu einer Aufspaltung der Spektrallinien (Zeemaneffekt im engeren Sinne). Diese Linienaufspaltung, hervorgerufen durch das Erdfeld allein, ist jedoch nicht beobachtbar. Die Halbwertsbreite der Linien $\Delta\nu$, die sich mit der Unschärferelation in der Form

$$\Delta\nu \geq \frac{1}{\pi\tau} \quad (1.6)$$

abschätzen läßt, wo τ als mittlere Verweilzeit des Atoms in den am Übergang beteiligten Zuständen zu interpretieren ist, ist nämlich breiter als die Aufspaltung der Linien selbst. Dies rührt von der kurzen Zeit von $\tau \approx 10^{-8}$ [sec] her, die das Atom im Mittel im 2P -Zustand verweilt, bis es unter Emission eines Lichtquants wieder in den Grundzustand übergeht, dessen Lebensdauer in unseren Überlegungen als unbegrenzt angesehen werden kann (unter „normalen“ Bedingungen, d. h. $kT \ll h \cdot \nu$, wo k die Boltzmannkonstante, T die absolute Temperatur und ν die Frequenz des Übergangs ist).

Ganz anders liegen die Verhältnisse, wenn man versucht, die Aufspaltung der Energieniveaus im Magnetfeld direkt zu messen. Die Wahrscheinlichkeit für spontane Übergänge W_{sp} , die umgekehrt proportional zur mittleren Verweilzeit τ ist, ist zu ν^3 proportional, wenn ν die Frequenz des Übergangs ist.

$$W_{sp} \sim \frac{1}{\tau} \sim \nu^3 \quad (1.7)$$

Bei einer „direkten“ Beobachtung der Zeemanaufspaltung steht also zu erwarten, daß die natürliche Linienbreite $\Delta\nu$ (1.6) sehr gering ist, da in diesem Falle statt der Frequenz des optischen Übergangs die Larmorfrequenz ν_L (1.4), (1.5) einzusetzen ist, und der Grundzustand als Ganzes unbegrenzte Lebensdauer hat.

Allerdings ist auch der Übergang zwischen zwei benachbarten Zeemanniveaus des Grundzustandes ohne weitere Maßnahmen nicht beobachtbar. Denn gerade der kleine Betrag der Übergangsfrequenz ν_L (bzw. die kleine Energiedifferenz ΔE) im Erdfeld, der uns so schmale Linien verspricht, hat zur Folge, daß beide Zeemanniveaus mit nahezu gleicher Wahrscheinlichkeit besetzt sind (bei einer großen Zahl von Atomen sind also nahezu gleichviel Atome in beiden Zuständen). Ersehen läßt sich dies aus der Beziehung der thermodynamischen Statistik für thermisches Gleichgewicht:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{h\nu_L}{kT}} \quad (1.8)$$

wo bei $T \approx 300^\circ \text{K}$

$$\frac{kT}{h} \approx 6 \cdot 10^{12} \text{ [Hz]} \quad (1.9)$$

ist, und n_1 , n_2 die Besetzungszahlen oder auch die Besetzungswahrscheinlichkeiten und g_1 , g_2 die statistischen Gewichte der Zustände 1 und 2 sind, die im Falle zweier Zeemanniveaus, wie hier, gleich 1 sind. (Die Besetzungszahlen der Zustände des im optischen Frequenzbereich liegenden Übergangs $^2P - ^2S$ sind dagegen sehr verschieden, da dann in (1.8) ν_L natürlich durch die Frequenz ν dieses Übergangs zu ersetzen ist.) Bei Einstrahlung hochfrequenter elektromagnetischer Strahlung der Frequenz ν_L (vgl. [1.5]) in ein Gefäß der betreffenden Atomsorte werden Absorptionsprozesse und induzierte Emissionen zwischen den beiden Niveaus wegen der praktisch gleichen Besetzungszahlen gleich häufig auftreten, da die beiden Übergangswahrscheinlichkeiten W_{Abs} und $W_{\text{ind. Em.}}$ gleich sind (und überdies im Gegensatz zu W_{sp} nach [1.7] nicht von ν abhängen). Ein beobachtbarer Effekt stellt sich also nicht ein.

Die Messung der magnetischen Feldstärke auf der Grundlage der Energiebeziehung (1.1) bzw. (1.2) an freien Atomen ist also nur möglich, wenn zuvor ein Ungleichgewicht in den Besetzungszahlen benachbarter Zeemanniveaus erzeugt wurde. Das Verfahren, dies mit optischen Mitteln zu erreichen, nennt man Optisches Pumpen (engl.: optical pumping).

2. Das Optische Pumpen

Die Methode des Optischen Pumpens geht auf KASTLER [1950, 1954, 1957] zurück¹⁾. Um die Vorgänge hierbei im einzelnen zu verstehen, stellen wir uns etwa den folgenden, in Abb. 2 skizzierten, Versuchsaufbau vor. In einer Spektrallampe, die den betreffenden Alkalidampf enthält, werde, etwa durch Hochfrequenzanregung, das Linienspektrum dieser Atome erzeugt. Eine Linse soll dann ein paralleles Lichtbündel

¹⁾ An dieser Stelle seien einige Aufsätze über Optisches Pumpen und dessen Anwendungen erwähnt: BENUMOF [1965], BERNHEIM [1965], BLOOM [1960], CARVER [1963], KOPFERMANN [1960], LEUTERT, FRANZ [1967], NAGEL, HAWORTH [1966], SKROTSKII, IZYUMOVA [1961]. Weitere Arbeiten über dieses Gebiet findet man im Literaturverzeichnis.

erzeugen, welches überdies auch parallel zum äußeren (später zu messenden) Magnetfeld orientiert sei. Im Strahlengang befindet sich dann ein Interferenzfilter mit der Eigenschaft, aus dem gesamten Linienspektrum nur die D_1 -Linie (${}^2P_{1/2} - {}^2S_{1/2}$, Abb. 1) durchzulassen, die D_2 -Linie (${}^2P_{3/2} - {}^2S_{1/2}$) aber bereits zu sperren. Nachdem das Licht nun noch einen Polarisationsfilter mit $\lambda/4$ -Plättchen passiert hat, trifft es, hierdurch zirkular, z. B. rechtszirkular, polarisiert (spektroskopische Bezeichnung für rechtszirkular polarisiertes Licht ist „ σ^+ -Licht“) auf die sog. Absorptionszelle. Dieses Glasgefäß enthält einige 10^{-6} Torr des gleichen Alkalidampfes wie die Spektrallampe, dem aus noch zu erläuternden Gründen ein Edelgas beigemischt ist. Die Intensität des aus der Absorptionszelle wieder austretenden Lichtes wird schließlich mit einem Photoelement beobachtet.

Die Atome in der Absorptionszelle, bei denen, wie oben erwähnt, nur der Grundzustand (${}^2S_{1/2}$) besetzt ist, können das aus der Lampe eingestrahlte D_1 -Licht absorbieren und in den ${}^2P_{1/2}$ -Zustand übergehen, allerdings unter der Nebenbedingung, daß dabei die magnetische Quantenzahl m um 1 zunimmt. Die Auswahlregeln für Übergänge zwischen zwei Energieniveaus besagen nämlich, daß nur Absorptionen mit dieser Nebenbedingung stattfinden können, wenn σ^+ -Licht in Richtung des äußeren Magnetfeldes eingestrahlt wird. (m nimmt um 1 ab, wenn σ^- -Licht, d. h. linkszirkular polarisiertes Licht, eingestrahlt wird oder die Feldrichtung umgekehrt wird. Ein Optisches Pumpen tritt auch in diesen Fällen auf, sofern das Licht nur überhaupt zirkular polarisiert ist.)

Die größte magnetische Quantenzahl des angeregten Zustandes (${}^2P_{1/2}$) ist $m = +1/2$, somit können wegen dieser Auswahlregel nur diejenigen Atome Licht absorbieren, die sich im Zeemanniveau des Grundzustandes mit $m = -1/2$ befinden. Vom ${}^2P_{1/2}$ -Zustand erfolgen spontane Übergänge in den Grundzustand (mittlere Lebensdauer des ${}^2P_{1/2}$ -Zustandes $\tau \approx 10^{-8}$ [sec]) unter Aussendung von linear polarisiertem Licht (π -Licht), wenn sich m dabei nicht ändert, oder zirkular polarisiertem Licht, wenn sich m um 1 ändert. Trotz der kurzen Verweilzeit der Atome im ${}^2P_{1/2}$ -Zustand stellt sich aufgrund von depolarisierenden Stößen mit anderen Atomen ein Besetzungsgleichgewicht zwischen beiden Zeemanniveaus des ${}^2P_{1/2}$ ein [BELL, BLOOM 1957; FRANZ, FRANZ 1966; MARRUS, YELLIN 1966], so daß alle Übergänge in den Grundzustand auftreten, die möglich sind, wie in Tabelle 1 [nach KOPFERMANN 1960] aufgeführt.

Tabelle 1: Zeeman-Komponenten des Übergangs ${}^2P_{1/2} - {}^2S_{1/2}$.

${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2P_{1/2}$ $m \leftrightarrow m'$	Δm	Polarisation
$-1/2 \leftrightarrow -1/2$	0	π
$+1/2 \leftrightarrow +1/2$	0	π
$-1/2 \leftrightarrow +1/2$	+1	σ^+
$+1/2 \leftrightarrow -1/2$	-1	σ^-

Selbst wenn sich kein Besetzungsgleichgewicht in den beiden Zeemanniveaus des ${}^2P_{1/2}$ -Zustandes einstellen würde (in diesem Falle würden in Tab. 1 nur die beiden mittleren Übergänge auftreten), bleibt die entscheidende Tatsache bestehen, daß spontane Übergänge in beide Zeemanniveaus des Grundzustandes stattfinden.

Für die diejenigen Atome, die auf diese Weise in den Ausgangszustand $m = -\frac{1}{2}$ des ${}^2S_{1/2}$ zurückkehren, kann sich der Vorgang, Absorption des σ^+ -Lichtes und spontane Emission eines Lichtquants (π - oder σ -Polarisation), wiederholen, während alle Atome, die sich im $m = +\frac{1}{2}$ -Niveau des Grundzustandes befinden oder durch spontanen Übergang aus dem ${}^2P_{1/2}$ -Zustand dorthin gelangen, dort verbleiben, da sie weder das eingestrahlte σ^+ -Licht absorbieren können, noch spontan in das $m = -\frac{1}{2}$ -Niveau übergehen können.

Kurze Zeit nach Freigabe des Lichtes auf die Absorptionszelle wird also das $m = -\frac{1}{2}$ -Niveau des Grundzustandes entleert, das $m = +\frac{1}{2}$ -Niveau entsprechend überbesetzt. Damit ist das Gas in der Absorptionszelle „optisch umgepumpt“. Wird dabei gleichzeitig ein makroskopischer Drehimpuls des Gases in Feldrichtung (oder entgegengesetzt) aufgebaut, so spricht man häufig von „optisch orientiert“ oder „polarisiert“.

Am Strom des Photoelements kann man den erzielten Grad des Optischen Pumpens beobachten: Je vollständiger das eine Zeemanniveau entleert wurde, desto transparenter erscheint das Gas in der Absorptionszelle für das eingestrahlte Licht, da um so weniger Atome sich noch in einem Zustand befinden, in dem sie absorbieren können. Ohne Ausschaltung der D_2 -Linie (${}^2S_{1/2} - {}^2P_{3/2}$) durch ein Interferenzfilter wären auch vom Niveau $m = +\frac{1}{2}$ des Grundzustandes Absorptionen von σ^+ -Licht möglich. Die Ausbildung des Besetzungsgleichgewichtes zwischen den Zeemanniveaus des angeregten Zustandes (${}^2P_{3/2}$) würde den Grad der erreichbaren Polarisation des Grundzustandes erheblich herabsetzen. Darüber hinaus aber verringern die auftretenden Absorptionen die Lebensdauer τ eines Atoms im gepumpten Zustand beträchtlich.

3. Bestimmung der Larmorfrequenz

Die Bestimmung der magnetischen Feldstärke erfolgt bei allen Absorptionszellen-Magnetometern durch Anlegen eines schwachen hochfrequenten elektromagnetischen Wechselfeldes H_1 an die Absorptionszelle. Das Optische Pumpen sorgt dafür, daß nun induzierte Emissionen und Absorptionen nicht mehr im Gleichgewicht stehen.

3.1 Resonanzmethode

Strahlt man in die Absorptionszelle mit einer Spule, die zum äußeren Feld H_0 senkrecht orientiert ist, ein schwaches magnetisches Wechselfeld H_1 ein, dessen Frequenz genau der Übergangsfrequenz ν_L gleich ist, so treten induzierte Emissionen oder Absorptionen auf, je nachdem, ob das energetisch höher oder niedriger liegende

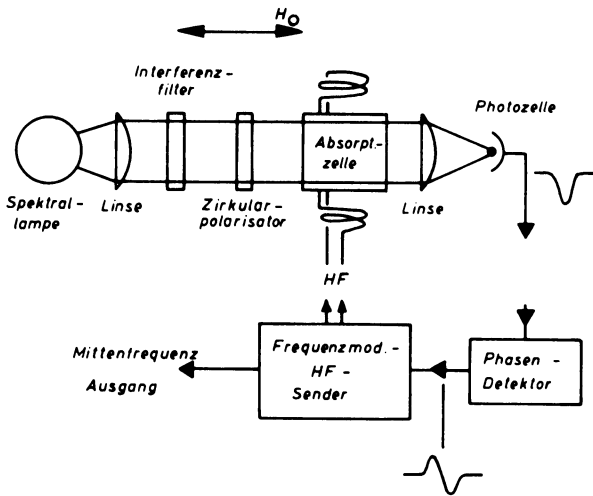


Abb. 2: Absorptionszellen-Magnetometer nach der Resonanzmethode.

Zeemanniveau gepumpt wird. In beiden Fällen wird dadurch das leergepumpte Niveau erneut besetzt und eingestrahlichtes Pumplicht wieder absorbiert. Der Photostrom geht zurück.

Da die induzierten Emissionen bzw. die Absorptionen für den Übergang zwischen den beiden Zeemanniveaus jedoch nur dann auftreten, wenn die eingestrahlichte Hochfrequenz der durch das äußere Magnetfeld bestimmten Larmorfrequenz ν_L gleich ist (innerhalb des durch die tatsächliche Linienbreite gegebenen Toleranzbereiches), kann man beim Variieren der Frequenz des (kalibrierten) Hochfrequenzgenerators die gesuchte Larmorfrequenz am Rückgang des Photostroms erkennen.

Benutzt man als Hochfrequenzgenerator einen frequenzmodulierten Sender, der die Resonanzstelle ν_L periodisch überstreicht und dessen Mittelfrequenz in geeigneter Weise auf das Minimum des Photostroms nachgesteuert wird (Abb. 2), so hat man damit ein allen Schwankungen der magnetischen Feldstärke selbsttätig folgendes Magnetometer. Die Mittelfrequenz des Hochfrequenzsenders kann digital oder analog aufgezeichnet werden. Mit (1.1) bzw. (1.2) und (1.4) ist damit auch die magnetische Feldstärke ermittelt.

3.2 Modulationsmethode

Die Möglichkeit, eine Intensitätsmodulation eines Lichtstrahls mit der Larmorfrequenz in der Absorptionszelle zu erzielen, wurde von DEHMELT [1957b] zunächst auf theoretischer Grundlage konzipiert und später von BELL und BLOOM [1957a, b] im Experiment nachgewiesen.

Betrachten wir hierzu den Zeemaneffekt einmal etwas mehr unter dem Aspekt der Richtungsquantelung. Bekanntlich entspricht jedem Zeemanniveau, welches durch die magnetische Quantenzahl m charakterisiert ist, eine bestimmte Orientierung des Drehimpulses des Atoms zur Feldrichtung. Und zwar muß $\hbar m^1$ die Komponente des Drehimpulsvektors in Feldrichtung sein, welcher den Betrag $\hbar \cdot \sqrt{j(j+1)}$ hat (j die Quantenzahl des Drehimpulses). Der Drehimpulsvektor kann also niemals in der durch das Feld angegebenen Richtung liegen, vielmehr präzediert er auf einem Kegel, dessen Öffnung durch m definiert ist, um die Feldrichtung infolge des ihm aufgeprägten magnetischen Moments μ . Die Frequenz der Präzession ist gerade die Larmorfrequenz ν_L .

Da die einzelnen Atome des in der Absorptionszelle befindlichen Gases ohne Phasenbeziehung zueinander um das Feld präzedieren, ist der Gesamtdrehimpuls des Gases in der Ebene senkrecht zum äußeren Felde Null. Auch in Feldrichtung besitzt das optisch ungepumpte Gas keinen Drehimpuls, da beide Zeemanniveaus praktisch gleich besetzt sind und damit in den zwei möglichen Einstellungen des Drehimpulses zur Feldrichtung (zwei mögliche Präzessionskegel bei $j = 1/2$ wie in Abb. 1) gleich viele Atome zu einem Drehimpuls parallel wie antiparallel beitragen.

Unter dem Aspekt der Richtungsquantelung bedeutet Optisches Pumpen, daß nun einer der beiden Präzessionskegel überbesetzt wird. Die Komponente des Gesamtdrehimpulses senkrecht zur Feldrichtung bleibt zwar wegen der Präzession ohne Phasenbeziehung Null, es existiert aber jetzt ein Gesamtdrehimpuls parallel zum Felde, wenn das $m = +1/2$ -Niveau überbesetzt wurde (oder antiparallel zum Feld, wenn $m = -1/2$ überbesetzt wurde; „polarisiertes“ Gas).

Die am Ende von Kap. 2 getroffene Feststellung über die Transparenz des optisch gepumpten Gases für das in Feldrichtung eingestrahlte Pumplicht (σ -polarisiert) können wir nun unter diesem Aspekt auch so formulieren:

Die Absorptionszelle erscheint für ein Pumplicht, welches derart beschaffen ist, daß es das Gas polarisieren kann, um so transparenter, je größer der Gesamtdrehimpuls des Gases in Einstrahlrichtung des Lichts (wenn dieses rechtszirkular polarisiert ist) ist. Ist der Gesamtdrehimpuls Null (optisch nicht gepumpt) oder gar entgegengesetzt zur Lichteinfallrichtung orientiert (das durch σ^+ -Licht zu entvölkernde $m = -1/2$ -Niveau wäre überbesetzt), so erscheint das Gas für das Pumplicht wenig durchlässig.

Das magnetische Wechselfeld der Resonanzfrequenz ν_L , welches senkrecht zum äußeren Magnetfeld anliegt, erzeugt, wie in Kap. 3.1 erwähnt, Übergänge zwischen dem überbesetzten und dem entvölkerten Zeemanniveau. Darüber hinaus bewirkt die im gleichen Sinne und mit gleicher Frequenz wie die Präzession der Drehimpulse

¹⁾ m kann ja nur die ganzzahligen Werte zwischen $+j$ und $-j$ annehmen, entsprechend der Zahl der Zeemanniveaus.

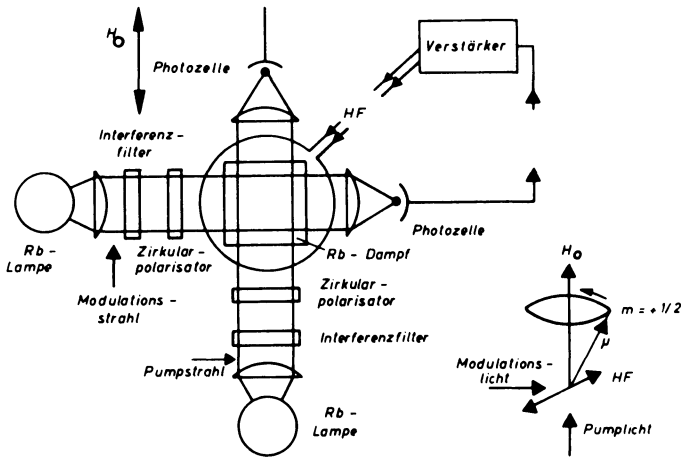


Abb. 3: Lichtmodulation bei einer Kreuzstrahlanordnung.

(bzw. ihrer aufgeprägten magnetischen Momente) rotierende¹⁾ Komponente dieses Wechselfeldes, daß die Atome nunmehr in Phase, also nicht mehr gleichverteilt auf dem Präzessionskegel präzedieren²⁾). Damit existiert in der Ebene senkrecht zum äußeren Felde eine mit der Larmorfrequenz rotierende (von Null verschiedene) Komponente des Gesamtdrehimpulses des Gases.

Ein in seinem spektroskopischen Eigenschaften dem Pumplicht gleichender zweiter Lichtstrahl, der senkrecht zum äußeren Felde in die gleiche Absorptionszelle fällt („Kreuzstrahlanordnung“, Abb. 3), sieht die rotierende Drehimpulskomponente als periodische Schwankung des Pumpzustandes des Gases. Die Transparenz der Absorptionszelle für diesen Lichtstrahl ändert sich mithin periodisch mit der Larmorfrequenz, das auf das Photoelement fallende Licht ist intensitätsmoduliert.

Der Modulationseffekt tritt nur dann auf, wenn das hochfrequente Magnetfeld H_1 die unbekannte, zu messende Larmorfrequenz ν_L hat. Dies erreicht man, wenn man das H_1 -Feld aus dem (hochfrequenten) Modulationsanteil des Photostromes erzeugt, wie in Abb. 3 gezeigt.

¹⁾ Jedes Wechselfeld läßt sich in zwei gegensinnig rotierende Felder zerlegen. Es läßt sich zeigen, daß der entgegengesetzt zum Präzessionsumlauf rotierende Anteil erst in höherer Ordnung zu berücksichtigen ist [BLOCH, SIEGERT 1940; z. B. auch: BERNHEIM 1965, p. 40; ENGELHARD 1969, p. 32].

²⁾ In völliger Analogie zur Kernresonanzmethode [z. B. STREHLOW 1962, p. 11ff., SILLESCU 1966, p. 9ff., KOPFERMANN 1956, p. 271ff.] kann man folgende (halbklassische) Vorstellung zugrunde legen: In einem mit der Larmorfrequenz im Umlaufsinn der Präzession mitrotierenden Koordinatensystem sind die Drehimpulsvektoren der Atome in Ruhe. In diesem Koordinatensystem erscheint deshalb das äußere Magnetfeld wegtransformiert. Wird das mitrotierende, in diesem Bezugssystem konstante Magnetfeld H_1 hinzugeschaltet, so beginnen die Atome um dieses Feld zu präzedieren. Es entsteht ein Gesamtdrehimpuls in Richtung dieses H_1 -Feldes.

Durch eine derartige Rückkoppelung entsteht ein Oszillator (sog. „Selbstoszillator“), dessen frequenzbestimmendes Element die Atome in der Absorptionszelle sind. Die Frequenz ν_L dieses Oszillators folgt von selbst allen Änderungen der magnetischen Feldstärke H_0 . Sie kann am Verstärker ausgekoppelt und dem Frequenzzähler zugeleitet werden.

Im Resonanzfall (d. h. Hochfrequenzfeld H_1 hat die Larmorfrequenz ν_L), der bei Selbsterregung vorliegt, hat die Lichtmodulation eine Phasenverschiebung von 90 Grad gegenüber dem Hochfrequenzfeld¹⁾. In dem Aufbau nach Abb. 3 ist dies durch die zum Modulationslicht orthogonale Ausrichtung der Spule berücksichtigt.

Orientiert man die Spulenachse parallel zur optischen Achse des Modulationslichtstrahls, so hat man im äußeren Rückkopplungskreis eine Phasendrehung um 90 Grad vorzunehmen.

Für den praktischen Gebrauch wählt man i. a. eine Anordnung, bei der die beiden Lichtstrahlen durch einen einzigen ersetzt werden (Abb. 4). Da die Larmorfrequenz ν_L nur den Betrag, nicht aber die Richtung des Magnetfeldes enthält, kann man den Lichtstrahl ohne Änderung des Meßergebnisses derart zum äußeren Felde orientieren, daß dieser eine Komponente in Feldrichtung (oder entgegengesetzt) besitzt, welche das Optische Pumpen besorgt, sowie eine Komponente senkrecht dazu, die mit der Larmorfrequenz moduliert wird. Das Gerät arbeitet nicht, wenn der Lichtstrahl einen zu kleinen Winkel mit dem äußeren Felde einschließt, da dann die Modulationsintensität und die zum äußeren Feld senkrechte Komponente des magnetischen Hochfrequenzfeldes H_1 zu gering ist, oder wenn dieser Winkel ungefähr 90° beträgt, da dann der Wirkungsgrad des Optischen Pumpens zu gering ist. Dazwischen gibt es einen Winkel größter Signalintensität (Abb. 9, oberer Teil), dessen genauer Wert auch von der Auslegung des Rückkopplungskreises abhängt [BLOOM 1962; ENGELHARD 1966; ENGELHARD 1969].

Außerdem ist zu beachten, daß dies Magnetometer je nach Wahl der Phasenverschiebung im Rückkopplungskreis um $+90$ Grad oder -90 Grad entweder nur in dem Bereich $\approx 0^\circ$ bis $\approx 90^\circ$ oder von $\approx 90^\circ$ bis $\approx 180^\circ$ für den Winkel zwischen Lichtstrahl und Magnetfeldrichtung arbeitet, da eine Feldumkehr den Umlaufsinn der Präzession, bezogen auf ein raumfestes Koordinatensystem, umkehrt. Manchmal verwendet man einen „Phasenselektor“ [RUDDOCK 1961], der selbsttätig diejenige Phasenverschiebung einschaltet, bei der Selbsterregung auftritt.

Eine Variante dieses Verfahrens ist die sog. Doppelzellen-Anordnung (Abb. 5). Es arbeitet bei jeder beliebigen Orientierung des Feldvektors zur Optischen Achse (außer natürlich der ungefähr parallelen oder senkrechten Ausrichtung), ohne Phasenselektor und Phasenschieber zu benötigen. Deshalb wird diese Bauart gern in künst-

¹⁾ Wegen der Analogie zur Kernresonanzmethode [BELL, BLOOM 1957] kann man dies bereits aus der für die Kernresonanz bestehenden Theorie entnehmen. Die rotierende Komponente des Gesamtdrehimpulses (bzw. „Magnetisierung“ — wegen des aufgeprägten magnetischen Momentes —) ist im Resonanzfall 90° phasenverschoben zum Hochfrequenzfeld [KOPFERMANN 1956, p. 273].

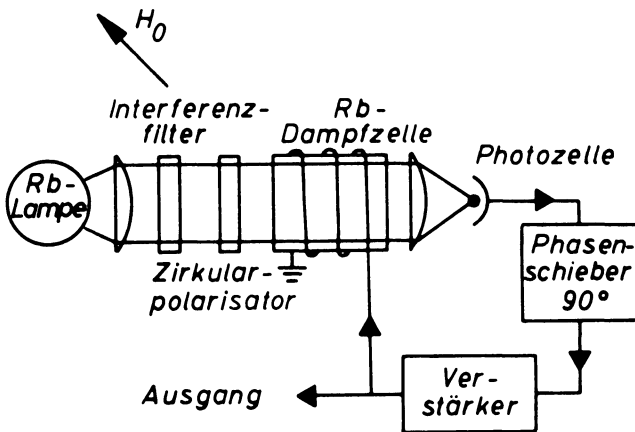


Abb. 4: Einstrahliges Magnetometer mit Selbsterregung.

lichen Erdsatelliten und Raumsonden verwendet. Zwei Magnetometer des Einzellen-typs arbeiten in entgegengesetzter Richtung, wobei das Signal des einen Systems als Hochfrequenzfeld H_1 des anderen Systems dient. Man überlegt sich anhand der bestehenden Phasendifferenzen zwischen Signal und Hochfrequenzfeld sowie der zwischen zwei Systemen entgegengesetzter Orientierung, daß diese Anordnung bei entsprechendem Windungssinn der Hochfrequenzspulen in Selbsterregung gerät (für Selbsterregung muß die Phasensumme im gesamten Rückkopplungskreis 0 bzw. 360 Grad betragen).

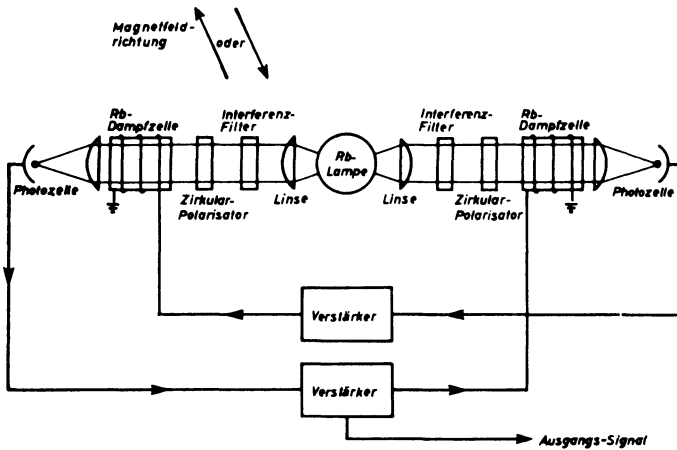


Abb. 5: Selbsterregtes Magnetometer in Doppelzellen-Anordnung.

Um die Breite der Hochfrequenzlinie beim Resonanzverfahren bzw. das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der Lichtmodulation nicht zu verschlechtern, muß das äußere Feld H_0 genügend homogen sein. Zur Abschätzung mag die Forderung dienen, daß die Larmorfrequenzen ν_L an verschiedenen Punkten innerhalb der Absorptionszelle weniger voneinander abweichen dürfen als durch die tatsächliche Linienbreite (vgl. Kap. 5) angegeben. Bei Doppelzellenanordnungen ist ein Gradient des äußeren Feldes H_0 besonders unangenehm, da hier der Abstand beider Absorptionszellen voneinander als kritische Dimension auftritt.

Von den besonderen Vorteilen der Doppelzellen-Anordnung, neben dem großen Raumbereich, in dem sie arbeiten, und der einfachen Schaltung, wird im nächsten Kapitel noch die Rede sein.

4. Eigenschaften der gebräuchlichen Atomarten

Die Magnetfeldmessung mit optisch gepumpten Gasen ist natürlich nicht nur bei Alkalidämpfen (deren einfaches Termschema sich zur Erläuterung der Meßverfahren gut eignet) möglich, sondern im Prinzip bei allen Atomarten, deren Grundzustand (oder ein sonst sehr langlebiger Energiezustand) im äußeren Magnetfeld eine Zeemanaufspaltung zeigt. Eine Reihe weiterer physikalischer und technologischer Forderungen schränkt jedoch die Auswahlmöglichkeiten auf wenige Elemente ein. So muß z. B. das Element ein einatomiges Gas sein bzw. leicht in den Gaszustand (z. B. als Dampf) zu bringen sein. Die zum Pumpen verwendete Linie muß in einem für die im Lichtweg befindlichen Filter und Gläser sowie für das Photoelement günstigen Spektralbereich liegen und intensiv genug zu erzeugen sein. Ihre Feinstrukturkomponenten (D_1 - und D_2 -Linie bei Alkalien) sollen nicht zu dicht liegen, damit sie mit einem Interferenzfilter zu trennen sind. Um eine hohe Empfindlichkeit zu erzielen, soll außerdem der LANDÉ-Faktor möglichst groß sein. Schließlich muß auch das Gas selbst mit dem Glas der Spektrallampe und Absorptionszelle verträglich sein.

Mit Erfolg wurden Magnetometer entwickelt, die mit Helium (He^4), den beiden Rubidiumisotopen Rb^{85} und Rb^{87} sowie mit Cäsium Cs^{133} und Kalium K^{39} betrieben werden.

In Tabelle 2 sind die für die Verwendung in Magnetometern wichtigsten Eigenschaften dieser Elemente zusammengestellt, und zwar die Zeemanaufspaltung

Tabelle 2: Wichtige Eigenschaften gebräuchlicher Atomarten.

Element	ν_L/H_0 in $\left[\frac{\text{Hz}}{\gamma}\right]$	I	$\overline{H(0)}$ in [Oe]
K^{39}	6,996	3/2	$6,3 \cdot 10^5$
Rb^{85}	4,667	5/2	$1,3 \cdot 10^6$
Rb^{87}	6,996	3/2	$1,3 \cdot 10^6$
Cs^{133}	3,500	7/2	$2,1 \cdot 10^6$
$\text{He}^4 ({}^3S_1)$	28,024	0	—

v_L/H_0 in Hz/ γ (nach [1.1] bzw. [1.2] mit [1.4]), der für die Hyperfeinstruktur-Aufspaltung wichtige Kernspin I sowie die für kleine Nichtlinearitäten der Zeemanaufspaltung bedeutsamen $\overline{H}(0)$ -Werte [nach KOPFERMANN 1956, p. 119].

Um möglichst scharfe Linien bei der Resonanzmethode bzw. ein möglichst günstiges Signal-zu-Rausch-Verhältnis bei der Modulationsmethode zu erzielen, setzt man den Alkalimetalldämpfen in der Absorptionszelle ein Edelgas mit einem Druck von einigen [Torr] als „Puffergas“ zu. Hierdurch werden unerwünschte Übergänge zwischen den Zeemanniiveaus als Folge von Stößen der Alkaliatome untereinander und Stößen mit der Gefäßwand sehr verringert¹⁾, da die Edelgase im Grundzustand eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung haben. Außerdem wird durch diesen Zusatz die Doppelverbreiterung verkleinert [DICKE 1954; KOPFERMANN 1960].

4.1 Helium-Magnetometer

Die Verwendung von Helium zum Optischen Pumpen und zur Magnetfeldmessung geht auf COLEGROVE und FRANKEN zurück [FRANKEN, COLEGROVE 1958; COLEGROVE, FRANKEN 1960].

Das Energieniveauschema des Heliums (Abb. 6) setzt sich aus Systemen unterschiedlicher Multiplizität zusammen, den Singulettzuständen (Para-Helium), bei denen die Spins der beiden Elektronen antiparallel orientiert sind, und den Triplettzuständen (Ortho-Helium) mit parallelen Elektronenspins. Der Grundzustand 1S_0 spaltet im Magnetfeld nicht auf, da sowohl Bahndrehimpuls als auch Gesamtspin der Elektronen Null sind. Da Übergänge zwischen Energiezuständen verschiedener Multiplizität „verboten“ sind (d. h. die Übergangswahrscheinlichkeit hierfür ist Null), kann ein Heliumatom im energetisch niedrigsten Zustand des Triplettsystems (3S_1) nicht unter Emission eines Lichtquants in den Grundzustand, der ein Singulettzustand ist, übergehen. Man bezeichnet ein solches Energieniveau als metastabil, es kann als „Grundzustand“ des Orthoheliums angesehen werden. Dieser 3S_1 -Zustand spaltet im Magnetfeld in drei Zeemanniiveaus auf, wie im Ausschnitt Abb. 6 schematisch dargestellt. Die Energiedifferenzen zwischen diesen Niveaus (1.1) bzw. (1.2) sind gleich, da die Quantenzahlen, die im LANDÉ-Faktor auftreten²⁾, für den 3S_1 -Zustand bereits festgelegt sind. Der erste „angeregte“ Zustand des Orthoheliums, zu dem Übergänge möglich sind, ist der 3P -Zustand, der infolge der Feinstrukturaufspaltung die drei Niveaus 3P_0 , 3P_1 , 3P_2 enthält. Sie zeigen die ihrem Gesamtdrehimpuls entsprechende Zahl von Zeemanniiveaus (Abb. 6).

Helium befindet sich unter Normalbedingungen im Grundzustand (1S_0). Um zunächst den 3S_1 -Zustand, in dem umgepumpt werden soll, zu besetzen, muß in der Absorptionszelle eine schwache Gasentladung gezündet werden. Durch Ionisation

¹⁾ Die Lebensdauer τ des gepumpten Zustandes, die ohne diese Stöße sehr groß wäre, wird dadurch also vergrößert.

²⁾ Bei Mehrelektronenatomen hat man in (1.3) sinngemäß Gesamtbahndrehimpuls L , Gesamtspin S und Gesamtdrehimpuls J als Quantenzahlen einzusetzen.

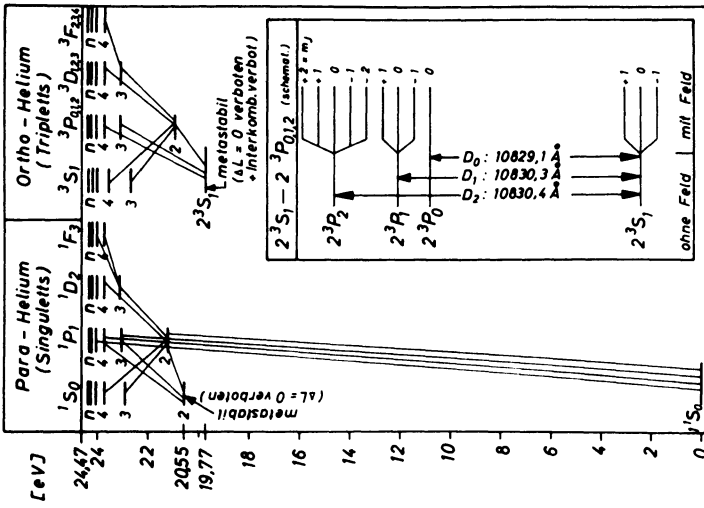
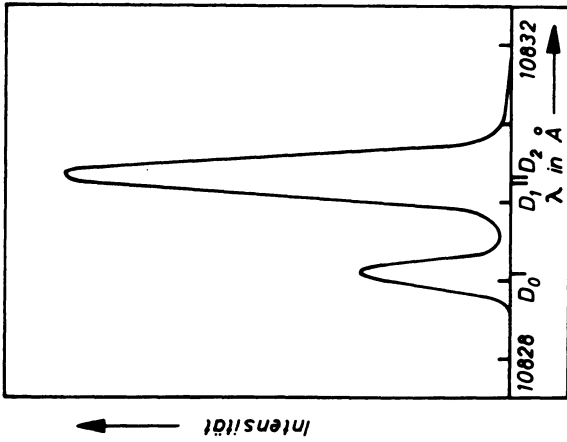


Abb. 6: Termschema des Heliums.



Helium - Triplett $2^3S_1 - 2^3P_{0,1,2}$ nach:
Cotegrave, Franken, Phys. Rev., 119, 680
(1960)

Abb. 7: Linienprofil der Triplett-D-Linien bei Helium.

und Rekombination, welche sowohl in das Triplet- als auch Singulettssystem erfolgt, wird die gewünschte Besetzung erreicht. Die im Singulettssystem befindlichen Atome (wegen großer Übergangswahrscheinlichkeit ist praktisch nur der Grundzustand besetzt) übernehmen die Rolle des Puffergases.

Die zum Pumpen dienende D -Linie liegt im infraroten Spektralbereich (Abb. 6). Zwei ihrer Feinstrukturkomponenten, nämlich D_1 und D_2 , liegen ungünstigerweise so dicht beieinander, daß sie nicht mehr getrennt werden können (Abb. 7). Trotz des dadurch nötigen Verzichts auf ein Interferenzfilter erzielt man selbst mit unpolarisiertem D -Licht eine Abweichung von der Gleichgewichtsbesetzung des 3S_1 -Zustandes [FRANKEN, COLEGROVE 1958; COLEGROVE, FRANKEN 1960]. Zwar sind die Zeemanniveaus $m = +1$ und $m = -1$ gleich, aber anders als das $m = 0$ -Niveau besetzt¹⁾.

Einstrahlung eines magnetischen Wechselfeldes der Larmorfrequenz ν_L erlaubt dann die Magnetfeldmessung nach der Resonanzmethode. Die Anwendung der Modulationsmethode ist bei dieser Art des Optischen Pumpens prinzipiell unmöglich, da kein (makroskopischer) Gesamtdrehimpuls des Gases entsteht.

Strahlt man allerdings zirkularpolarisiertes Licht statt des unpolarisierten in die Absorptionszelle ein, so erhöht sich wegen des weitaus größeren Besetzungszahlunterschiedes in den Zeemanniveaus²⁾ das Signal-zu-Rausch-Verhältnis der Hochfrequenzresonanz ($\nu = \nu_L$) beträchtlich, außerdem wird das Gas jetzt polarisiert [BENDER 1960; KEYSER 1961; KEYSER, RICE, SCHEARER 1961; KUBO, OHKAWA, NISHIKOWA, MIYAZAWA 1967; SLOCUM 1970].

Die Lebensdauer τ der Heliumatome im gepumpten Zustand wird durch die Gasentladung in der Absorptionszelle und die stattfindenden D_2 -Licht-Absorptionen aus dem gepumpten Zustand auf die Größenordnung von 10^{-4} bis 10^{-3} [sec] verkürzt. Unter günstigen Bedingungen erreicht man auch 10^{-2} [sec] [BENDER 1960].

Da sich die Spitze der Resonanzlinie je nach Signal-zu-Rausch-Verhältnis auf 10^{-2} bis 10^{-3} der Linienbreite $\Delta\nu$ (1.4) bestimmen läßt, erreicht man mit Helium wegen der außerordentlich großen Zeemanaufspaltung (Tabelle 2) eine Empfindlichkeit der Magnetfeldmessung von etwa $0,01$ [γ]. [BENDER 1960; Texas Instruments, persönliche Mitteilung 1963]. Für den absoluten Meßfehler hat man mit etwa ± 2 [γ] zu rechnen [Texas Instruments, persönliche Mitteilung]. Hier geht insbesondere auch die Ungenauigkeit in der Bestimmung des absoluten Wertes für das BOHRsche Magneton μ_B ein. Die bei der Gasentladung in der Absorptionszelle auftretenden elektrischen

1) Nur wenn der (unpolarisierte) Lichtstrahl mit einem Winkel von 55 Grad zum Magnetfeld orientiert wird, entsteht kein Pumpeffekt. Dies liegt an der Richtungsabhängigkeit der Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den Zeemanniveaus des Überganges $^3P_{0,1,2} - ^3S_1$ [COLEGROVE, FRANKEN 1960].

2) Trotz der noch möglichen $\Delta m = 1$ -Übergänge aus dem überbesetzten Niveau (keine Trennung von D_1 und D_2 möglich) und der Gleichverteilung in den Zeemanniveaus der angeregten Zustände kann man sich dies anhand der Übergangswahrscheinlichkeiten, die bei COLEGROVE und FRANKEN [1960] tabelliert sind, klarmachen.

Felder sind nach BENDER [1960] vermutlich für die geringe Abhängigkeit des gemessenen Feldwertes von der Richtung des Lichtstrahls zum Magnetfeld verantwortlich. Dieser Fehler ist jedoch kleiner als $0,02[\gamma]$ [Texas Instruments, Houston, Texas, persönliche Mitteilung].

Wegen der großen Zeemanaufspaltung (Tabelle 2) eignet sich Helium auch besonders gut zur Messung sehr schwacher Magnetfelder. Zur Abschätzung der Größenordnung genügt die Überlegung, daß die Larmorfrequenz nicht kleiner als die Linienbreite sein soll. (1.1) bzw. (1.2) mit (1.4) und (1.6) liefert:

$$H_{\min} \approx \frac{1}{(v_L/H_0) \cdot \pi \cdot \tau} \quad (4.1.1)$$

Ohne künstliche Zusatzfelder kann man also in Feldern, die größer als etwa $10[\gamma]$ sind, messen.

Bei Einstrahlung zirkular polarisierten Lichtes in die Absorptionszelle könnte man auch bei Helium das Modulationsverfahren anwenden [BELYI, SKRIPKIN 1966]. Bisher standen keine geeigneten Photoelemente zur Verfügung, die im infraroten Spektralbereich genügend empfindlich sind, deren Grenzfrequenz höher als die bei Helium im Erdfeld zu erwartende Larmorfrequenz liegt und die von ferromagnetischen Stoffen frei sind. Die Entwicklung halbleitender Photoelemente hoher Grenzfrequenz in den letzten Jahren läßt jedoch die Entwicklung eines mit Helium betriebenen Selbstoszillators zur Magnetfeldmessung erwarten.

4.2 Alkalidampf-Magnetometer

An Alkalimetaldämpfen pumpt man stets mit zirkular polarisiertem Licht der D_1 -Linie, das Licht der D_2 -Linie wird, wie erwähnt, mit einem Interferenzfilter ausgeschaltet.

Im Gegensatz zu den in Abb. 1 dargestellten Verhältnissen zeigen alle oben aufgeführten Alkalien eine Hyperfeinstrukturaufspaltung der Energiezustände infolge der Kopplung ihres Kernspins I (Tabelle 2) mit dem Drehimpuls J der Atomhülle zum Gesamtdrehimpuls, dessen Quantenzahl F ist. In Abb. 8 sind neben einer Gesamtübersicht über das Termschema des Rubidium im Ausschnitt die tatsächlichen Verhältnisse für den D_1 -Übergang des Isotops Rb^{87} mit und ohne Magnetfeld dargestellt. Die erhöhte Zahl von Zeemanniveaus setzt die Wirksamkeit des Optischen Pumpens herab, da die meisten Atome erst in mehreren Pumpschritten in das zu pumpende Niveau gebracht werden können. Da der Pumpvorgang in der Absorptionszelle mit den depolarisierenden Stößen der Alkaliatome untereinander und den vom magnetischen Wechselfeld erzwungenen Übergängen in Konkurrenz steht, stellt sich eine von der Intensität des Pumplichts und des Hochfrequenzfeldes abhängige Besetzungszahlverteilung in den Zeemanniveaus ein. Außerdem ist der LANDÉ-Faktor, der jetzt

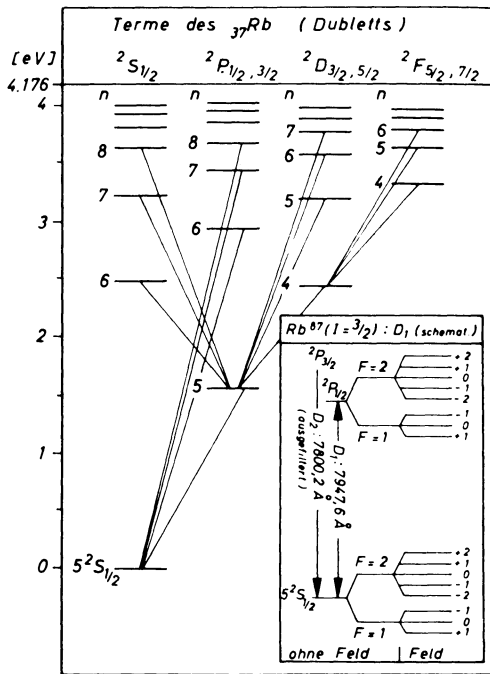


Abb. 8: Termschema des Rubidium.

mit g_F bezeichnet wird, um so kleiner, je größer die Kernspinquantenzahl I ist¹⁾. In sehr guter Näherung gilt die Beziehung

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} < g_J \quad (4.2.1)$$

(z. B. KOPFERMANN [1956], p. 18; hier findet man auch den exakten Ausdruck). Andererseits gewinnt man, verglichen mit Helium, entsprechend größere Lebensdauer τ , die zwischen 10^{-2} und 1 [sec] beträgt [DEHMELT 1957a]. Man erreicht deshalb mit Alkalidampf-Magnetometern ebenfalls eine Empfindlichkeit von 0,01 [γ].

Beim reinen Zeemaneffekt sind die Frequenzen aller Übergänge zwischen benachbarten Zeemanniveaus gleich, so daß eine einzige Hochfrequenzlinie beim Resonanzverfahren bzw. eine einzige Modulationsfrequenz bei dem selbstschwingenden Verfahren auftritt. Bereits im Erdfeld kommt es jedoch bei den Alkalien zu einer zwar kleinen, aber doch merklichen Abweichung vom linearen Zeemaneffekt aufgrund der

¹⁾ Dies findet man schon in Tabelle 2 bestätigt, wenn man die Aufspaltung ν_L/H_0 mit I vergleicht.

schwachen Kopplung zwischen dem Kernspin und dem Drehimpuls der Atomhülle. Wesentlich dabei ist, ob $\mu_B \cdot H_0$ vergleichbar mit $\mu_I \cdot \overline{H(0)}$ wird [KOPFERMANN 1956, p. 19], wobei μ_I das magnetische Kernmoment und $\overline{H(0)}$ das von der Atomhülle am Kernort erzeugte, gemittelte Magnetfeld ist (Tabelle 2). Die Energiedifferenzen zwischen den einzelnen Zeemanniveaus sind deshalb bei einer Feldstärke wie der des Erdfeldes bereits geringfügig voneinander verschieden (etwa 10^{-5} bis 10^{-4} der Aufspaltung selbst). Beim Aufnehmen des Hochfrequenzspektrums des optisch gepumpten Gases nach der Resonanzmethode erhält man nun statt einer einzigen Frequenz ein Spektrum dicht nebeneinander liegender Linien [SKILLMAN, BENDER 1958; PARSONS, WIATR 1962].

Diese Nichtlinearität der Zeemanaufspaltung läßt sich theoretisch durch die „Breit-Rabi-Formel“ exakt beschreiben [BREIT, RABI 1931, z. B. aber auch: KELLOG, MILLMAN 1946; BENUMOF 1965; FARTHING, FOLZ 1967]. Aus der Lage der einzelnen Übergangsfrequenzen kann man deshalb sehr genaue Absolutmessungen des Feldes ableiten [SKILLMAN, BENDER 1958].

Beim Modulationsverfahren hat dieser Effekt zur Folge, daß das Licht mit mehreren Frequenzen intensitätsmoduliert wird. Die Selbsterregung bei Rückkopplung arbeitet dann auf der Frequenz, die nach der Art der sich einstellenden Besetzungsverteilung mit der stärksten Amplitude moduliert wird. Da nun bei einer Einstrahlanordnung (Abb. 4) die Pumplichtintensität (Komponente des einfallenden Lichts in Feldrichtung) sowie die Intensität des magnetischen Wechselfeldes von der Richtung zum äußeren Magnetfeld abhängen, verändert sich die Lage des Maximums der Besetzungszahlverteilung und somit auch die Frequenz größter Modulationsintensität bei verschiedenen Winkeln der optischen Achse zum Magnetfeld H_0 . Bei den beiden Rubidiumisotopen und bei Caesium hält man die Breite der einzelnen Hochfrequenzlinien absichtlich wiederum so breit wie die Frequenzabstände der einzelnen Übergänge infolge nichtlinearer Aufspaltung, so daß sie zu einer einzigen, relativ breiten asymmetrischen Gesamtlinie verschmieren, bei der die Frequenz des Maximums von der Richtung zum äußeren Felde abhängt. So erreicht man, daß die Frequenz des Selbstoszillators sich bei einer Drehung der Anordnung im konstanten äußeren Felde stetig ändert, statt von Linie zu Linie zu springen (Abb. 9, unterer Teil) [RUDDOCK 1961; BLOOM 1962; ENGELHARD 1964, 1966, 1969]. Die Größe des so entstehenden absoluten Meßfehlers¹⁾ hängt natürlich von der Größe der Zeemanaufspaltung v_L/H_0 und von dem $\overline{H(0)}$ -Wert ab. Am kleinsten ist er bei Caesium wegen der starken Kopplung $\overline{H(0)}$ ($\pm 3[\gamma]$) bei dem Instrument der CSF, Compagnie Général de Télégraphie Sans Fil, 91 — Orsay, Frankreich), es folgen das Rb⁸⁷-Isotop, bei Rb⁸⁵ wurde ein Fehler von $\pm 7[\gamma]$ gemessen (Abb. 9, Gerät der Varian Ass., Palo Alto, California, USA).

¹⁾ Bei fester Orientierung des Selbstoszillators zur Feldrichtung sind natürlich Relativmessungen hoher Empfindlichkeit durchführbar, da die durch natürliche Feldschwankungen hervorgerufene Drehung des Feldvektors sehr klein ist. Darüber hinaus kann man an ein gutes Absolutinstrument anschließen.

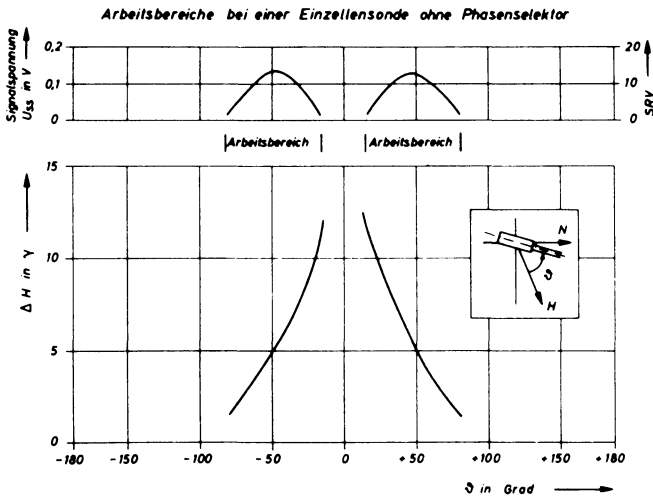


Abb. 9: Gemessene Richtungsabhängigkeit der Meßfrequenz und der Signalamplitude im konstanten äußeren Feld bei einem Rb^{85} -Magnetometer.

Bei Kalium ist die Nichtlinearität so groß, daß die einzelnen Übergangsfrequenzen voneinander getrennt sind. Mit elektronischen Maßnahmen im Nachsteuerkreis bei einem Magnetometer nach der Resonanzmethode gelingt es daher, stets nur auf einem festgelegten Übergang zu arbeiten; eine Richtungsabhängigkeit des Meßwertes tritt dann also (wie bei Helium) nicht auf [Prakla GmbH, Hannover, persönliche Mitteilung].

Die Nichtlinearität der Zeemanaufspaltung hat beim einstrahligen Selbstoszillator (Cs , Rb^{85} , Rb^{87}) noch weitere störende Einflüsse auf die Messung zur Folge [ENGELHARD 1969]. Die Lage des Maximums der Besetzungszahlverteilung und damit die Meßfrequenz hängt, wie bereits erläutert, von der Pumplichtintensität ab, und damit auch von der Intensität der Spektrallampe. Außerdem hat die Temperatur der Absorptionszelle Einfluß auf das Meßergebnis. Um nämlich einerseits einen optimalen Pumpeffekt und günstigen Modulationsgrad zu erzielen und andererseits noch genügend Lichtintensität zu haben, die aus der Absorptionszelle wieder austritt und auf den Photodetektor fällt, arbeitet man mit Partialdrucken von 10^{-5} bis 10^{-6} Torr, was man durch entsprechende Beheizung der Absorptionszelle erreicht (Abb. 10). Kleine Temperaturschwankungen ergeben wegen der starken Temperaturabhängigkeit des Dampfdrucks große Änderungen der in der Absorptionszelle im gasförmigen Zustand befindlichen Gesamtteilchenzahl des betreffenden Alkalimetalls. Bei z. B. vermehrter Teilchenzahl wird insgesamt mehr Pumplicht absorbiert, und damit ändert sich auch die (normierte) Besetzungszahlverteilung. Experimentelle Untersuchungen über derartige Effekte wurden insbesondere von ANDO [1965], ALLEN [1968] sowie LOMANY und YANOVSKIY [1967] durchgeführt.

Richtungsabhängigkeit des Meßergebnisses, die Einflüsse von Temperatur und Lichtintensität sind bei einer Doppelzellenanordnung um mindestens eine Größenordnung geringer. Da beim einen System parallel zum Feld, beim anderen antiparallel gepumpt wird, sind die Besetzungszahlverteilungen in beiden Absorptionszellen invers zueinander. Damit liegen auch die Asymmetrien der aus den einzelnen Übergängen verschmierten Hochfrequenzlinie bei beiden Absorptionszellen genau entgegengesetzt zueinander, infolge der Verkopplung beider Systeme durch den äußeren Rückkopplungskreis entsteht eine symmetrische, von den (entgegengesetzt verlaufenden)

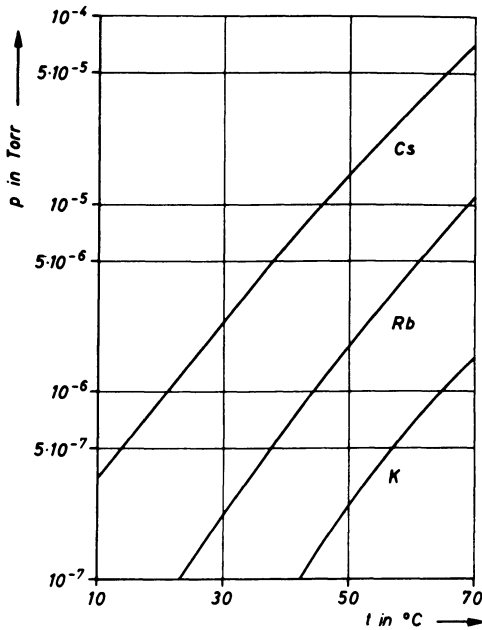


Abb. 10: Dampfdruck von Rb, Cs und K nach LANDOLT-BÖRNSTEIN [1960].

Verschiebungen der Maxima der Besetzungszahlverteilung freien Linie. Die Frequenz der Selbsterregung ist damit frei von Effekten, die durch die Nichtlinearitäten der Zeemanaufspaltung hervorgerufen werden.

Die Abweichungen vom linearen Zeemaneffekt hängen quadratisch von der magnetischen Feldstärke ab. Bei Feldern, die kleiner als 0,1 [Oe] sind, sind sie deshalb bedeutungslos.

Weitere systematische Linienverschiebungen sind i. a. sehr viel kleiner und können deshalb meist unberücksichtigt bleiben [BARRAT, COHEN-TANNOUDJI 1961 b; BLOCH, SIEGERT 1940; („BLOCH-SIEGERT-Shift“, vgl. auch: BERNHEIM 1965, p. 40; ENGELHARD 1969, p. 32); BLOOM, CARR 1960; HAPPER 1970; KASTLER 1963; SCHEARER 1962].

Kürzlich wurde auch von der Verwendung von Quecksilber (Hg) für Absorptionszellen-Magnetometer berichtet [HANUISE 1970].

Die Zeitauflösung von Absorptionszellen-Magnetometern gegenüber Feldänderungen ist bei genügend kleiner Zeitkonstante des Nachsteuersystems bzw. des Rückkopplungskreises i. a. von der Größenordnung der Larmorperiode. Genauere Untersuchungen hierüber findet man bei BLOOM [1962].

5. Grundlagen der phänomenologischen Theorie

Die einfache, phänomenologische Theorie der Resonanz- und Modulationserscheinungen bei optisch polarisierten Gasen beruht auf einer Erweiterung der von BLOCH [1946] für die Kernresonanz entwickelten Theorie. Auf Vorschlag von DEHMELT [1957b] wurde sie zunächst von BELL und BLOOM [1957b] formuliert und auf den Fall einer Kreuzstrahlanordnung mit optisch gepumpten Gasen angewendet. In einer Reihe von Arbeiten verschiedener Autoren wurde diese Theorie als Grundlage der Überlegungen herangezogen [z. B.: BLOOM 1962; BERNHEIM 1965, p. 42ff.; SKROTSKII, IZYUMOVA 1961; ALEKSANDROV, BONCH-BRUEVICH, KHODOVOI 1967; IZYUMOVA, DOVGOPOL 1967; SKALIŃSKI 1962; ENGELHARD 1969].

Bei der klassischen Herleitung dieser Theorie geht man von dem Zusammenhang zwischen dem Gesamtdrehimpuls $\hbar F$ eines Atoms und dem zugehörigen magnetischen Moment μ_F aus:

$$\mu_F = g_F \cdot \mu_B \cdot F \quad (5.1)$$

wobei man

$$\frac{\mu_F}{\hbar F} = \frac{g_F \cdot \mu_B}{\hbar} = \gamma_F \quad (5.2)$$

als gyromagnetisches Verhältnis bezeichnet.

Für den, etwa durch vorangegangenes Optisches Pumpen im Gas erzeugten Vektor der Magnetisierung \vec{M} gilt nach (5.1) somit:

$$\vec{M} = g_F \cdot \mu_B \cdot \langle \vec{F} \rangle \quad (5.3)$$

wobei $\langle \vec{F} \rangle$ der Vektor des Gesamtdrehimpulses des Gases ist (gebildet als quantenmechanischer Mittelwert).

Die Bewegung der Magnetisierung \vec{M} im Magnetfeld \vec{H} erfolgt nach den klassischen Gesetzen¹⁾ (Anwendung des Drehimpulssatzes):

$$\hbar \cdot \frac{d \langle \vec{F} \rangle}{dt} = (\vec{M} \times \vec{H}) \quad (5.4)$$

¹⁾ Nach den Sätzen von EHRENFEST gelten für Mittelwerte quantenmechanischer Größen die klassischen Bewegungsgesetze.

Mit $g_F \cdot \mu_B$ multipliziert, erhält man:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma_F (\vec{M} \times \vec{H}) \quad (5.5)$$

Die Gleichung (5.5) wäre, abgesehen vom Einfluß des Optischen Pumpens, nur dann vollständig, wenn sich die einzelnen Atome gegenseitig nicht beeinflussen würden. Denkt man sich etwa vorübergehend $\vec{H} = 0$ gesetzt, so wäre die gesamte Magnetisierung \vec{M} des Gases eine Konstante, die durch die Vorgeschichte des Systems gegeben ist. Man erwartet aber, daß sich diese Magnetisierung infolge der gegenseitigen Beeinflussung der Atome („depolarisierende Stöße“) im Laufe der Zeit abbaut (Einstellung der thermischen Gleichgewichtsbesetzung). Nach BLOCH [1946] treten zwei „Relaxationszeiten“ T_1 und T_2 auf, wobei T_1 für die Änderung von \vec{M} in Richtung des äußeren Feldes gilt, während T_2 die entsprechende Größe senkrecht zum Feld ist. Die „Querrelaxationszeit“ T_2 läßt sich atomistisch durch das lokale zusätzliche Magnetfeld der magnetischen Momente aller Atome am Ort eines einzelnen (zur Betrachtung herausgegriffenen) Atoms interpretieren, während die „Längsrelaxationszeit“ T_1 durch die zeitlichen Fluktuationen dieses lokalen Feldes hervorgerufen wird [vgl. etwa: ANDREW 1958]. Man erkennt, daß T_1 nichts anderes als die Lebensdauer τ des gepumpten Zustandes ist (T_1 und T_2 sind von gleicher Größenordnung).

Für diesen Relaxationsprozeß gilt nach BLOCH [1946]:

$$\begin{aligned} \frac{dM_{x,y}}{dt} &= -\frac{M_{x,y}}{T_2} \\ \frac{dM_z}{dt} &= -\frac{M_z}{T_1} \end{aligned} \quad (5.6)$$

wobei wir die Richtung des äußeren Feldes mit der z-Achse unseres cartesischen Koordinatensystems x, y, z zusammenfallen lassen.

Schließlich ist zu beachten, daß bei nicht verschwindendem Magnetfeld H infolge der Besetzungszahlverteilung (1.8) eine kleine Magnetisierung M_0 in Feldrichtung mit der Zeitkonstanten T_1 aufgebaut wird:

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{1}{T_1} M_0 \quad (5.7)$$

mit:

$$M_0 = N \mu_F \frac{\mu_F \cdot H}{kT} \frac{F+1}{3F} \quad (5.8)$$

[z. B.: ANDREW 1958, p. 112; KOPFERMANN 1956, p. 268].

Wird (5.5) mit (5.6) und (5.7) zusammengefaßt, so erhält man die sog. BLOCHschen Gleichungen:

$$\begin{aligned}\frac{dM_x}{dt} - \gamma_F (\vec{M} \times \vec{H})_x + \frac{1}{T_2} M_x &= 0 \\ \frac{dM_y}{dt} - \gamma_F (\vec{M} \times \vec{H})_y + \frac{1}{T_2} M_y &= 0 \\ \frac{dM_z}{dt} - \gamma_F (\vec{M} \times \vec{H})_z + \frac{1}{T_2} M_z &= \frac{1}{T_1} M_0\end{aligned}\quad (5.9)$$

Um nun den Einfluß des Optischen Pumpens in die Theorie aufzunehmen, folgen wir den Vorstellungen von BELL und BLOOM [1957b] und betrachten eine Kreuzstrahlanordnung, bei der zwei Lichtstrahlen in z- bzw. x-Richtung in die Absorptionzelle eingestrahlt werden (vgl. Abb. 3).

Der Pumplichtstrahl (σ -polarisiertes D_1 -Licht) in z-Richtung baut mit einer gewissen Zeitkonstanten, deren Kehrwert wir mit P_z bezeichnen wollen, einen makroskopischen Gesamtdrehimpuls bzw. eine Magnetisierung \vec{M} des Gases in z-Richtung auf. Der Pumpeffekt ist dabei in jedem Augenblick um so größer, je mehr die momentane Magnetisierung von der im Endzustand durch Optisches Pumpen erreichbaren Sättigungsmagnetisierung $\vec{M}_0(P)$ abweicht; er ist insbesondere Null, wenn dieser Zustand erreicht ist (maximale Transparenz der Absorptionzelle). Mit dem Aufbau der Sättigungsmagnetisierung in Lichtrichtung geht gleichzeitig ein Abbau einer noch vorhandenen Magnetisierung in anderen Richtungen mit der gleichen Zeitkonstante einher. Diese Prozesse werden durch die Gleichungen

$$\begin{aligned}\frac{dM_z}{dt} &= (M_0(P_z) - M_z) P_z \\ \frac{dM_{x,y}}{dt} &= -M_{x,y} P_z\end{aligned}\quad (5.10)$$

für Pumplicht in z-Richtung beschrieben. P_z , der Kehrwert der auftretenden Zeitkonstante, wird als „Pumprate“ bezeichnet. Sie hängt von der Intensität der D_1 -Linie und von den Absorptionswahrscheinlichkeiten für dieses Licht aus den einzelnen Zeemanniveaus ab. Die Sättigungsmagnetisierung $M_0(P)$ hängt dagegen von der Teilchenzahl N der absorbierenden Atome und von den spektroskopischen Eigenschaften des Lichtes ab (im Falle nur zweier Zeemanniveaus wie in Abb. 1 geht

wesentlich die Differenz der Absorptionswahrscheinlichkeit des einfallenden Lichtes aus den beiden Zeemanniveaus ein)¹⁾.

Entsprechend (5.10) gilt für den Lichtstrahl in x -Richtung:

$$\begin{aligned}\frac{dM_x}{dt} &= (M_0(P_x) - M_x) P_x \\ \frac{dM_{y,z}}{dt} &= -M_{y,z} P_x\end{aligned}\tag{5.11}$$

Bei gleichen Eigenschaften der Lichtstrahlen ist $M_0(P_x) = M_0(P_z)$.

Zusammen mit (5.9) gelten für eine Kreuzstrahlanordnung also folgende Bewegungsgleichungen für \vec{M} :

$$\begin{aligned}\frac{dM_x}{dt} - \gamma_F (\vec{M} \times \vec{H})_x + \frac{1}{S_2} M_x &= \frac{1}{S_2} \tilde{M}_0(P_x) \\ \frac{dM_y}{dt} - \gamma_F (\vec{M} \times \vec{H})_y + \frac{1}{S_2} M_y &= 0 \\ \frac{dM_z}{dt} - \gamma_F (\vec{M} \times \vec{H})_z + \frac{1}{S_1} M_z &= \frac{1}{S_1} \tilde{M}_0(P_z) + \frac{1}{T_1} M_0\end{aligned}\tag{5.12}$$

wobei

$$\begin{aligned}\frac{1}{S_1} &= P_x + P_z + \frac{1}{T_1} \\ \frac{1}{S_2} &= P_x + P_z + \frac{1}{T_2}\end{aligned}\tag{5.13}$$

und

$$\tilde{M}_0(P_x) = M_0(P_x) \cdot P_x \cdot S_2, \quad \tilde{M}_0(P_z) = M_0(P_z) \cdot P_z \cdot S_1$$

Da die durch Optisches Pumpen erzeugte Sättigung $M_0(P_z)$ bzw. $\tilde{M}_0(P_z)$ erheblich größer als die durch das Magnetfeld allein erzeugte Magnetisierung M_0 (5.8) ist (um dies zu erreichen, wird ja gerade optisch gepumpt!), kann man M_0 in (5.12) vernachlässigen. Dann haben die Gleichungen (5.12) bis auf die Inhomogenität der ersten Gleichung, die vom „Modulationslicht“ hervorgerufen wird, formal große Ähnlichkeit mit den BLOCHSchen Gleichungen.

¹⁾ Die Beziehungen (5.10) bzw. (5.11) lassen sich für den Fall nur zweier Zeemanniveaus des Grundzustandes mit Hilfe der quantenmechanischen Polarisationsanalyse exakt herleiten [ENGELHARD 1969]. Nach CARVER und PARTRIDGE [1966] gilt dies dann auch für $F > 1/2$ („BELL-BLOOM-Experiment“).

Die „Signale“ an den Photodetektoren erhält man durch einfache Rechnung aus der Zahl der je Zeiteinheit in der Absorptionszelle stattfindenden Absorptionsvorgänge¹⁾ [BELL, BLOOM 1957 b; ENGELHARD 1969]:

$$S_x = NP_x - \frac{M_0(P_x)}{N} M_x P_x$$

$$S_z = NP_z - \frac{M_0(P_z)}{N} M_z P_z$$
(5.14)

Eine senkrecht zum äußeren Feld rotierende Komponente der Magnetisierung \vec{M} , wie sie beim Einstrahlen des magnetischen Wechselfeldes zustande kommt (hierfür ist der Term $\vec{M} \times \vec{H}$ in (5.12) verantwortlich), erzeugt dann ein Signal S_x (5.14), welches mit gleicher Frequenz moduliert ist.

Zur genauen Analyse der Signale muß das Gleichungssystem (5.12) gelöst werden, um $M_x(t)$ und $M_z(t)$ in (5.14) einsetzen zu können.

Die Gleichungen (5.12) sind, wegen des auftretenden Kreuzproduktes gekoppelte inhomogene Differentialgleichungen erster Ordnung mit nichtkonstanten Koeffizienten, da \vec{H} außer dem äußeren auch das hochfrequente Magnetfeld H_1 enthält. Durch einen Lösungsansatz mit Fourierreihen für M_x , M_y , M_z können beliebig genaue Näherungslösungen angegeben werden [BELL, BLOOM 1957 b; BLOOM 1962; ENGELHARD 1969].

Mit

$$\omega_L = 2\pi\nu_L = \gamma_F \cdot H_0$$
(5.15)

wird an der Resonanzstelle $\omega = \omega_L$ (das magnetische Wechselfeld H_1 hat die Larmorfrequenz):

$$S_x = NP_x - \frac{\gamma_F H_1 \tilde{M}_0(P_z) \tilde{M}_0(P_x)}{(1 + \gamma_F^2 H_1^2 S_1 S_2) N} \cos(\omega_L t + \varphi)$$

$$S_z = NP_z - \frac{\tilde{M}_0(P_z) M_0(P_z) P_z}{(1 + \gamma_F^2 H_1^2 S_1 S_2) N}$$
(5.16)

wobei φ der Phasenwinkel zwischen Signal und magnetischem Wechselfeld ist, der 90 Grad beträgt, wenn das H_1 -Feld in x -Richtung angelegt wird.

Genauere Untersuchungen für Frequenzen in der Nähe der Resonanzstelle zeigen außerdem, daß das Optische Pumpen die Resonanzlinie verbreitert. Dies wird bereits in (5.12) ersichtlich, wo die Relaxationszeiten T_1 und T_2 gegenüber (5.9) durch Ausdrücke S_1 und S_2 ersetzt sind, die jetzt auch die Pumpraten enthalten (5.13). Zu hohe

¹⁾ Das reemittierte Licht wird in alle Raumrichtungen ausgestrahlt und kann deshalb gegenüber der Intensität des durch die Absorptionszelle fallenden Lichtes vernachlässigt werden.

Pumpraten (d. h. zu hohe Lichtintensität) verringern also die Schärfe des Resonanzdurchganges bzw. das Signal-zu-Rausch-Verhältnis beim Selbstoszillator beträchtlich [BELL, BLOOM 1957b]¹⁾. Günstige Werte für die Pumpraten liegen in der Größenordnung von $P_x \approx P_z \approx 10^2 [\text{sec}^{-1}]$.

Auch die kleinen Abweichungen von der linearen Zeemanaufspaltung können noch im Rahmen dieser phänomenologischen Theorie berücksichtigt werden [ENGELHARD 1969].

Zum Studium anderer Phänomene optisch gepumpter Gase, z. B. die Lichtmodulation mit Oberwellen der magnetisch eingestrahlten Grundfrequenz bei $F > 1/2$, reicht eine solche phänomenologische Theorie häufig nicht mehr aus [z. B.: BARRAT, COHEN-TANNOUDIJ 1961a; CARVER, PARTRIDGE 1966; COHEN-TANNOUDIJ 1962; POLONSKY, COHEN-TANNOUDIJ 1965; SERIES 1966; PARTRIDGE, SERIES 1966].

6. Messung der Magnetfeldkomponenten mit Absorptionszellen-Magnetometer

Die Messung der magnetischen Feldstärke beruht bei allen Absorptionszellen-Magnetometern auf dem Zeemaneffekt. Dieser Effekt hängt nur vom Betrag des Feldvektors, nicht aber von seiner Richtung im Raume ab. Deshalb kann man mit Magnetometern dieser Art zunächst nur die Totalintensität des Magnetfeldes messen. Da aber in der Geophysik die Kenntnis der Komponenten des Feldvektors von großer Bedeutung ist, sollen hier noch einige kurze Bemerkungen über die Methoden derartiger Messungen mit Absorptionszellen-Magnetometern gemacht werden. Einige dieser Verfahren wurden ursprünglich für den gleichen Zweck bei Benutzung von Protonenmagnetometern entwickelt.

Bei allen Varianten des unter dem Namen ASMO bekannten Verfahrens [SHAPIRO, STOLARIK, HEPPNER 1960; ALLDREDGE 1960; ALLDREDGE, SALDUKAS 1964; SIEMANN 1967] wird neben der Totalintensität des Feldes dessen Inklination und Deklination gemessen. Zur Inklinationsmessung wird in Inklinationsrichtung senkrecht zum ungestörten Feldvektor ein magnetisches Feld mit einer Spule²⁾ hinzugeschaltet. Nach der Messung des dann herrschenden Totalfeldes (Vektorsumme aus natürlichem Feld und Spulenfeld) wird das Spulenfeld umgepolt und erneut gemessen. Aus der Differenz beider Meßwerte schließt man auf die Abweichung der Inklination von ihrem ungestörten Wert. Entsprechend verfährt man bei der Messung der Deklination. Durch die Dauer eines Zyklus zur Messung von Totalintensität, Inklination und Deklination wird die Zeitauflösung der Registrierung auf etwa $\geq 10 [\text{sec}]$ begrenzt. Die Grenzen der mechanischen Stabilität der Spulen sowie die Inkonzanz des felderzeugenden Stromes führen zu einer Empfindlichkeit in der Größenordnung von 1 [γ].

1) Zur Abschätzung der Linienbreite sind jetzt die Zeiten S_1 bzw. S_2 zu verwenden.

2) Bei der Dimensionierung der Spulen sind die Bedingungen an die Homogenität des Feldes zu beachten (vgl. Kap. 4).

Ebenfalls mit zusätzlichen Spulenfeldern arbeitet das Verfahren nach WARREN [1963], dessen Grundlagen HURWITZ und NELSON [1960] entwickelt haben. Hierbei werden zur Messung einer Feldkomponente die beiden anderen kompensiert. Da Absorptionszellen-Magnetometer in sehr kleinen Feldern oder gar im Nullfeld nicht mehr arbeiten, werden zweckmäßig neben der Vertikalkomponente des Feldes zwei Horizontalkomponenten gemessen, die zwar orthogonal zueinander sind, jedoch einen Winkel von 45 Grad zur magnetischen Nordrichtung einschließen. Benutzt man die Meßergebnisse der einzelnen Komponenten gleich zu einer Korrektur der Kompensationsfelder, so vermeidet man, daß große Änderungen einer Feldkomponente auch zu einem kleinen Bruchteil in den Meßwerten der anderen Komponenten erscheinen (sog. crosstalk). Mit einem dreiachsigen Spulensystem kann man dann mit entsprechender Umschaltung drei Feldkomponenten hintereinander messen. Wählt man statt eines dreiachsigen drei zweiachsige Spulensysteme, wovon jedes ein Absorptionszellen-Magnetometer enthält, so kann man auch kontinuierlich registrieren. Da kleine Fehler der Kompensationsfelder sich nur geringfügig auf das Meßergebnis der betreffenden Feldkomponente auswirken, führen realistische Abschätzungen auf eine Empfindlichkeit von $< 0,1 [\gamma]$.

Ohne Zusatzfelder bei einer Komponentenmessung des Magnetfeldes kommt man aus, wenn man eine Anordnung mit drei orthogonalen Lichtstrahlen (σ -polarisiertes D_1 -Licht), die sich in der gleichen Absorptionszelle kreuzen, verwendet [ENGELHARD 1969]. Bei einer allgemeinen Orientierung des Feldvektors zu diesem dreiachsigen System werden dann alle drei Lichtstrahlen mit der Larmorfrequenz moduliert. Das Signal eines der Lichtstrahlen, dessen Achse mit der der Spule für das magnetische Wechselfeld zusammenfällt, dient zur Rückkopplung (Selbstoszillator). Es wird außerdem als Referenzsignal bei der Bestimmung der Phasendifferenz zu den Modulationsignalen der beiden anderen Lichtstrahlen benutzt. Diese beiden Phasen geben unabhängig von der Feldstärke, die man aus der Modulationsfrequenz gewinnt, Information über die Richtung des Feldvektors bezogen auf das Kreuzstrahlensystem [ENGELHARD 1969]¹⁾. Da kleine Feldvariationen ebenfalls nur kleine Phasenänderungen hervorrufen, wendet man zweckmäßig vor der eigentlichen Phasemessung eine Phasenvervielfachung an (etwa nach den Verfahren von NOBLE und COOK [1965]). Kombination von magnetischer Feldstärke mit den Phasen proportionalen Gleichspannungen z. B. an analogen Summierern liefert dann Horizontal-, Vertikal- und Deklinationskomponente des Feldes. Die theoretische Empfindlichkeitsgrenze wurde zu $< 0,1 [\gamma]$ abgeschätzt. Im Experiment ist dieses Verfahren noch nicht erprobt worden.

Zur Messung sehr kleiner magnetischer Felder, die auch Null sein können, eignet sich das Verfahren von SLOCUM und REILLY [1963], SLOCUM [1970] besonders gut. Es

¹⁾ Es wäre unzweckmäßig, etwa die Abhängigkeit der Signalamplituden von der Richtung zum Felde für Komponentenmessungen zu verwenden, da hier, im Gegensatz zu den Signalphasen, Schwankungen der Lichtintensität, der Empfindlichkeit der Photodetektoren (Temperatur), der Verstärkungsfaktoren usw. schlecht kontrollierbare Einflußparameter wären.

wird deshalb gerne für Messungen des interplanetaren Magnetfeldes verwendet [CORLISS 1965, p. 309ff.; COLEMAN, SMITH, DAVIS, JONES 1966, p. 908ff.; NESS 1970]. Man nutzt dabei aus, daß die Absorptionszelle in einer (durch die Pumprate gegebenen) relativ kurzen Zeitspanne für Pumplicht transparent wird, wenn das äußere Magnetfeld parallel oder antiparallel zur Einfallsrichtung des Lichtes steht, dagegen Lichtabsorptionen stattfinden, wenn es senkrecht dazu steht (das Gas kann senkrecht zum Felde nur einen rotierenden, aber keinen zeitlich konstanten makroskopischen Drehimpuls besitzen)¹⁾. Nehmen wir zunächst an, das äußere Feld sei Null. Mit Hilfe zweier orthogonaler Spulen werde jetzt ein rotierendes Magnetfeld erzeugt, dessen Frequenz niedriger ist als die „Frequenz“ der Pumpraten. Durch die wechselnde Transparenz der Absorptionszelle wird das Pumplicht dann mit der doppelten Frequenz des rotierenden Feldes intensitätsmoduliert. Ist aber außerdem ein äußeres konstantes (zu messendes) Feld vorhanden, so tritt noch eine Modulation mit der Grundwelle auf (man überlegt sich dies leicht, wenn man konstantes und rotierendes Feld vektoriell addiert), deren Amplitude und Phase von der Richtung des (konstanten) Feldes zur optischen Achse abhängen. Diese Information benutzt man, um das konstante Feld an der Absorptionszelle, also die Grundwellen-Modulation des Lichtes mit elektronischen Mitteln selbsttätig stets zu Null zu machen. Die dazu nötigen Gleichströme in den einzelnen Spulen sind dann ein Maß für die Komponenten des Magnetfeldes. Eine fortlaufende Messung dreier Feldkomponenten erfordert eine periodische Umschaltung des rotierenden Feldes in zwei zueinander senkrechte Ebenen. Bisher wurde diese Methode nur bei Helium angewendet. Da bei Helium keine Heizenergie für Absorptionszelle und Lampe verbraucht wird, hat man den Vorteil kleiner Leistungsaufnahmen bei diesem Magnetometer. Das Mariner-4-Magnetometer (Vorbeiflug am Planeten Mars im Juli 1965) erreichte dabei eine Empfindlichkeit von 0,1 [γ] [COLEMAN et al. 1966].

¹⁾ Das Verfahren arbeitet ohne magnetisches Wechselfeld der Larmorfrequenz!

Literatur

In diesem Literaturverzeichnis werden auch Arbeiten erwähnt, die im Text nicht zitiert wurden, im Zusammenhang mit dem in diesem Aufsatz behandelten Thema jedoch von Interesse sind.

ALEKSANDROV, E. B.: Optical alignment of rubidium isotopes. *Optics Spectroscopy* 13, (3), 250, 1962.

ALEKSANDROV, E. B., A. M. BONCH-BRUEVICH, V. A. KHODOVOI: Possibilities for measuring weak magnetic fields by methods of optical orientation of atoms. *Optics Spectroscopy*, 23, (2), 151, 1967.

ALLDREDGE, L. R.: A proposed automatic standard magnetic observatory. *J. Geophys. Res.*, 65, (11), 3777, 1960.

ALLDREDGE, L. R., I. SALDUKAS: An automatic standard magnetic observatory. *J. Geophys. Res.*, 69, (10), 1963, 1964.

ALLEN, J. H.: Long-term stability of self-oscillating Rubidium magnetometers. *J. Geomagn. Geoelectr.*, 20, (3), 197, 1968.

AMIRKHANOV, B. F., M. V. RYZHKOV: Geliyevyy magnitometr (Helium-Magnetometer). *Geofiz. Apparatura*, No. 31, 13, 1967.

ANDO, S.: Shifts in output frequency of the cesium vapor magnetometer due to temperature, light intensity and orientation. *Jap. J. Appl. Phys.* 4, (10), 793, 1965.

ANDO, S., T. KUBO: A study on Zeeman transition of optically aligned alkali metal vapour. *Mitsubishi Denki Lab. Rep.*, 5, (4), 397, 1964.

ANDO, S., T. KUBO, I. TANIGUCHI: Detection of optically polarized alkali metal vapor. *Mitsubishi Denki Lab. Rep.*, 4, (3), 325, 1963.

ANDREW, E. R.: *Nuclear Magnetic Resonance*. Cambridge University Press, 1958.

BARRAT, J. P., C. COHEN-TANNOUDJI: A study of Optical Pumping in terms of the density matrix. *C. R. Acad. Sci.*, 252, (1), 93, 1961a.

—: Broadening and displacement of magnetic resonance lines caused by optical pumping. *C. R. Acad. Sci.*, 252 (2), 255, 1961b.

BELL, W. E., A. L. BLOOM: Larmor frequency light modulation by precessing sodium atoms. *Bull. Am. Phys. Soc.*, Ser. II, 2, 226, 1957a.

—: Optical detection of magnetic resonance in alkali metal vapor. *Phys. Rev.*, 107, (6), 1559, 1957b.

BELL, W. E., A. L. BLOOM, J. LYNCH: Alkali metal vapor spectral lamps. *Rev. Sci. Instr.*, 32, (6), 688, 1961.

BELYI, V. A., A. M. SKRIPKIN: A version of resonance signal detection in optically oriented, Helium. *Optics Spectroscopy*, 21, (1), 76, 1966.

BENDER, P. L.: Measurement of weak magnetic fields by optical pumping methods. *Arch. Sci.* 13, 621, 1960.

(Fascicule Spécial de 9^e Colloque Ampère, Pise, 12—16 sept. 1960).

- BENUMOF, R.: Optical pumping theory and experiment. *Amer. J. Phys.*, 33, (2), 151, 1965.
- BERNHEIM, R. A.: *Optical Pumping: An Introduction*. Benjamin, New York-Amsterdam, 1965.
- BITTER, F.: Magnetic resonance in radiating or absorbing atoms. *Appl. Opt.*, 1, (1), 1, 1962.
- BLOCH, F.: Nuclear induction. *Phys. Rev.*, 70, (7, 8), 460, 1946.
- BLOCH, F., A. SIEGERT: Magnetic resonance for nonrotating fields. *Phys. Rev.*, 57, 522, 1940.
- BLOOM, A. L.: Optical Pumping. *Sci. American*, Oct. 1960, p. 72.
- : Spin relaxation and line width in alkali metal vapors. *Phys. Rev.*, 118, (3), 664, 1960.
- : Principles of operation of the rubidium vapor magnetometer, *Appl. Opt.*, 1, (1), 61, 1962.
- BLOOM, A. L., J. B. CARR: Pressure shifts in the hyperfine structure constant of Potassium. *Phys. Rev.*, 119, (6), 1946, 1960.
- BOUCHIAT, M. A.: Signification physique de la lumière absorbée par la vapeur d'un métal, alcalin. *Journal Physique*, 26, (7), 415, 1965.
- BREINER, S.: Effect of nuclear detonation on the geomagnetic field at Palo Alto. Californial, geophysical technical memorandum, Varian Ass., No. 12, 1962.
- : The rubidium magnetometer in the archeological exploration. *Science*, 150, (3693), 185, 1965.
- BREIT, G., I. I. RABI: Measurement of nuclear spin. *Phys. Rev.*, 38, 2082, 1931.
- CARVER, T. R.: Optical Pumping. *Science*, 141, (3581), 599, 1963.
- CARVER, T. R., R. B. PARTRIDGE: Monitoring operators in magnetic resonance and light modulation. *Amer. J. Phys.*, 34, (4), 339, 1966.
- CIARROCA, S., W. F. STUART, M. J. USHER: A counting system for use with the rubidium magnetometer. *J. Sci. Instr.*, 43, (4), 246, 1966.
- COHEN-TANNOUDDI, C.: Théorie quantique du cycle de pompage optique. I: *Ann. Phys.*, 7, (7/8), 423, 1962. II: *Ann. Phys.*, 7, (9/10), 469, 1962.
- COLEGROVE, F. D., P. A. FRANKEN: Optical pumping of Helium in the 3S_1 -metastable state. *Phys. Rev.*, 119, (2), 680, 1960.
- COLEGROVE, F. D., L. D. SCHEARER, G. K. WALTERS: Polarization of He³ gas by Optical Pumping. *Phys. Rev.*, 132, (6), 2561, 1963.
- COLEMAN, P. J., E. J. SMITH, L. DAVIS, D. E. JONES: Measurement of magnetic fields in the vicinity of the magnetosphere and in interplanetary space: preliminary results from mariner 4. *Aus: Space Research*, VI, p. 907ff., Washington-London 1966 (Ed.: R. L. Smith-Rose).
- CORLISS, W. R.: *Space probes and planetary exploration*. D. van Nostrand Comp., Princeton, New Jersey, 1965.
- DASHEVSKAYA, E. I., A. N. KOZLOV: Magnetometer using the method of optical pumping. *Geomagn. Aeron.*, 3, (1), 138, 1963.
- DE BOLT, H. E.: Magnetometer system for orientation in space. *Electronics*, 33, (Apr. 8), 55, 1960.

- DEHMELT, H. G.: Slow spin relaxation of optically polarized sodium atoms. *Phys. Rev.*, 105, (5), 1487, 1957a.
- : Modulation of a light beam by precessing absorbing atoms. *Phys. Rev.*, 105, (6), 1924, 1957b.
- : Comments on "optically pumped nuclear magnetometer". *Rev. Sci. Instr.*, 35, (6), 768, 1964.
- DICKE, R. H.: Coherence in spontaneous radiation processes. *Phys. Rev.*, 93, 99, 1954.
- DÖNSZELMANN, A., A. P. M. BAEDE, E. J. M. OVERBOOM, J. TH. M. ROZING: A rubidium magnetometer using small vapour cells for homogeneity measurements. *App. Sci. Res.*, 18, (1), 61, 1967.
- DOLL, R., P. GRAF: Hochempfindliches Heliummagnetometer für die Verwendung bei tiefen Temperaturen. *Z. angew. Phys.*, 20, (2), 97, 1965.
- ENGELHARD, L.: Resonanzfluoreszenz-Magnetometer. *Kleinheubacher Berichte*, 10, S. 245, 1964 (Hrsg.: Fernmeldetechn. Zentralamt Darmstadt 1965).
- : Die Richtungsabhängigkeit des Signals von Magnetometern mit optisch gepumpten Gasen. Diplomarbeit, Techn. Hochschule Braunschweig 1966.
- : Theorie des optischen Pumpens mit gekreuzten Lichtstrahlen und ihre Anwendung auf die Vektormessung magnetischer Felder. Diss. TU Braunschweig 1969.
- ERNST, K., F. STRUMIA: High efficiency hyperfine pumping of Cesium vapor. *Phys. Rev.*, 170, (1), 48, 1968.
- FARTHING, W. H., V. C. FOLZ: Rubidium vapor magnetometer for near earth orbiting spacecraft. *Rev. Sci. Instr.*, 38, 1023, 1967.
- FIRESTER, A. H., T. R. CARVER: Light modulation at the groundstate hyperfine-separation frequency of Potassium. *Phys. Rev. Lett.*, 17, (18), 947, 1966.
- : Intensity modulation of transmitted light at the ground-state hyperfine frequency of K^{39} . *Phys. Rev.*, 164, (1), 76, 1967.
- FISCHER, F. A.: Einführung in die statistische Übertragungstheorie. Mannheim 1969.
- FRANKEN, P. A., F. D. COLEGROVE: Alignment of metastable Helium atoms by unpolarized resonance radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 1, (9), 316, 1958.
- FRANZ, F. A.: High-intensity Cesium lamp for Optical Pumping. *Rev. Sci. Instrum.*, 34, (5), 589, 1963.
- : Rubidium spin relaxation in the rare gases under ultraclean conditions. *Phys. Rev.*, 139, (3 A), 603, 1965.
- : Relaxation mechanism in Optical Pumping. *Phys. Rev.*, 141, (1), 105, 1966.
- FRANZ, F. A., J. R. FRANZ: Exited-state mixing in the optical pumping of alkali-metal vapors. *Phys. Rev.*, 148, (1), 82, 1966.
- FRANZEN, W.: Spin relaxation of optically aligned Rubidium vapour. *Phys. Rev.*, 115, (4), 851, 1959.
- FRANZEN, W., A. G. EMSLIE: Atomic orientation by Optical Pumping. *Phys. Rev.*, 108, (6), 1453, 1957.

- GERARD, V. B.: Laboratory alkali metal vapour lamps for Optical Pumping experiments. *J. Sci. Instr.*, 39, (5), 217, 1962.
- GIRET, R., L. MALNAR: A new airborne magnetometer: the caesium vapor magnetometer. *Compagnie Général de Géophysique*, Paris 1963.
- : Un nouveau magnetomètre aerien, le magnetomètre a vapeur de caesium. *Geophys. Prop.*, 13, 225, 1965.
- GREENHOW, R. C.: Optical Pumping in He³. *Phys. Rev.*, 136, (3 A), 660, 1964.
- HANUISE, G.: Magnétomètre à pompage optique sur les isotopes du mercure. *Rev. Phys. Appl.*, 5, (1), 1970.
- HAPPER, W.: Light propagation and light shifts in Optical Pumping experiments. In: *Progress in Quantum Electronics*, 1, (2), p. 51—103, Pergamon Press, 1970.
- HAWKINS, W. B.: Orientation and alignment of Sodium atoms by means of polarized resonance radiation. *Phys. Rev.*, 98, (2), 478, 1955.
- HEINRICH, H.: Die physikalischen Grundlagen des Protonen-Magnetometers. *Askania-Warte* (72), 1968.
- HERMAN, R. M.: Theory of spin exchange between optically pumped Rubidium and foreign gas nuclei. *Phys. Rev.*, 137, (4 A), 1062, 1965.
- HERZBERG, G.: *Atomic spectra and atomic structure*. New York 1944.
- : *Atomspektren und Atomstruktur*. Dresden 1936.
- HURWITZ, L., J. H. NELSON: Proton vector magnetometer. *J. Geophys. Res.*, 65, (6), 1759, 1960.
- ITO, T., K. KONDO, T. HASHI: Rb optical pumping in a very weak magnetic field. *Jap. J. Appl. Phys.*, 7, (5), 565, 1968.
- IZYUMOVA, T. G., S. P. DOVGOPOL: Magnetisation equations of motion of an optically oriented spin system. *Izv. VUZ Fiz. (USSR)*, No. 5, 63—70, 1967; to be translated in: *Soviet Phys. J.*; vgl.: *Phys. Abstr.*, 1968, No. 121.
- KASTLER, A.: Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d'une inégalité de population des niveaux de quantification spatiale des atoms. Application a l'expérience de Stern et Gerlach et la résonance magnétique. *J. phys. radium*, 11, 255, 1950.
- : Les méthodes optiques d'orientation atomique et leurs applications. *Proc. Phys. Soc.*, A 67, 853, 1954.
- : Optical methods of atomic orientation and of magnetic resonance. *J. Opt. Soc. Am.*, 47, 460, 1957.
- : Recent results obtained by the technique of Optical Pumping. *Acta Phys. Polon.*, 26, (3/4), 311, 1963.
- : Displacement of energy levels of atoms by light. *J. Opt. Soc. Amer.*, 53, (8), 902, 1963.
- KELLOG, J. B. M., S. MILLMAN: The molecular beam magnetic resonance method: the radio-frequency spectra of atoms and molecules. *Rev. Mod. Phys.*, 18, (3), 323, 1946.

- KEYSER, A. R., J. A. RICE, L. D. SCHEARER: A metastable helium magnetometer for observing small geomagnetic fluctuations. *J. Geophys. Res.*, 66, (12), 4163, 1961.
- KEYSER, A. R.: An automatic earth field tracking device, the metastable helium magnetometer. *Texas Instrum.* 1961.
- KONDO, K., T. ITO, T. HASHI: Observation of RF modulated optical transients in Rb vapour. *Jap. J. Appl. Phys.*, 5, (10), 983, 1966.
- KOPFERMANN, H.: *Kernmomente*. Akadem. Verlagsges., Frankfurt 1956.
- : Über optisches Pumpen an Gasen. *Sitzungsber. Heidelberger Akad. Wiss.*, S. 69, 1960, Springer, Heidelberg 1960.
- KRAJŃSKA-MISZCZAK, M.: Orientation of Potassium atoms by Optical Pumping. *Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astron. Phys.*, 14, (4), 223, 1966.
- KUBO, T., K. OHKAWA, A. NISHIKOWA, T. MIYAZAWA: Optical pumping experiment of He⁴, and its application to the magnetometer. *Mitsubishi Denki Lab. Reb. (Japan)*, 8, (1), 1, 1967.
- LANDOLT-BÖRNSTEIN: *Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik und Technik*, Bd. II, 2. Teil, Bandteil a, Berlin-Heidelberg-New York 1960.
- LEHMANN, J. C., C. COHEN-TANNOUDJI: Pompage optique en champ magnétique faible. *Compt. rend. Acad. Sci.*, 285, (18), 4463, 1964.
- LEGOWSKI, S.: Spatial distribution of optically pumped atoms. *Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astron. Phys.*, 14, (9), 525, 1966.
- LEUTERT, G., F. A. FRANZ: A bargain in Optical Pumping. *Amer. J. Phys.* 35, (5), 443, 1967.
- LOMANYI, V. D., B. M. YANOVSKIY: O tochnosti parorubidijevogo magnitmetra (Über die Genauigkeit des Rubidiumdampf-Magnetometers). *Geofiz. Apparatura*, No. 31, 31, 1967.
- LOKKEN, J. E.: Instrumentation for receiving electromagnetic noise below 3.000 cps. Aus: *Natural Electromagnetic Phenomena below 30 kcs. Proceedings of a Nato Advanced Study Institute held in Bad Homburg, July 22 — Aug. 2, 1963*, Ed.: D. F. Bleil, Plenum Press, New York 1964, S. 383.
- MALNAR, L., J. P. MOSNIER: Un magnétomètre a pompage optique pour l'étude du champ spatial. *Ann. Radioélectr.*, 16, (63), 3, 1961.
- MARRUS, R., J. YELLIN: Optical Pumping transients in Rubidium-87 and application to excited-state disorientation cross sections. *Phys. Rev.*, 141, (1), 130, 1966.
- MIQUEL, R.: Performances obtenues avec les nouveaux magnétomètres à résonance magnétique nucléaire utilisant la polarisation dynamique par pompage électronique. *Rev. Phys. Appl.*, 5, (1), 1970.
- MORRIS, R., L. LANGAN: *Varian Associates' space magnetometers 1956—1961*. Geophys. technical memorandum No. 8, Varian Ass.
- NAGEL, M., F. E. HAWORTH: Advanced laboratory experiments on Optical Pumping of Rubidium atoms. I: *Amer. J. Phys.*, 34, (7), 553, 1966. II: *Amer. J. Phys.*, 34, (7), 559, 1966.
- NESS, N. F.: *Magnetometers for space research*. Goddard Space Flight Center, Greenbelt 1970, Report X-690-70-78.
- NOBLE, F. W., P. W. COOK: Electrical phase shift multiplier. *Rev. Sci., Instr.*, 36, (7), 971, 1965.

- OSGOOD, C.: Design and use of a gradiometer connected rubidium magnetometer. *Rev. Phys. Appl.*, 5, (1), 1970.
- PARSONS, L. W., Z. M. WIATR: Rubidium vapor magnetometer. *J. Sci. Instr.*, 39, 292, 1962.
- PARTIDGE, R. B., G. W. SERIES: The modulated absorption of light in an optical pumping experiment on ^4He . *Proc. Phys. Soc.*, 88, (4), 969, 1966.
- POLONSKY, N., C. COHEN-TANNOUJJI: Interprétation quantique de la modulation de fréquence. *Journ. Physique*, 26, (7), 409, 1965.
- ROBINSON, H. G., TH. MYINT: ^3He nuclear Zeeman maser. *Appl. Phys. Lett.*, 5, (6), 116, 1964.
- RUDDOCK, K. A.: Optically pumped rubidium vapor magnetometer for space experiments. *Aus: Space Research II*, p. 692, 1961, North-Holland Publ. 1961.
- SALVI, A.: Perfectionnements apportés aux magnétomètres à résonance magnétique nucléaire à pompage électronique. *Rev. Phys. Appl.*, 5, (1), 1970.
- SCHEARER, L. D.: Energy shifts of the magnetic sublevels of $^3\text{S}_1$ Helium caused by Optical Pumping. *Phys. Rev.*, 127, (2), 512, 1962.
- SCHEARER, L. D., F. D. COLEGROVE, G. K. WALTERS: Optically pumped nuclear magnetometer. *Rev. Sci. Instr.*, 34, (12), 1363, 1963.
- : Erratum: Optically pumped nuclear magnetometer. *Rev. Sci. Instr.*, 35, (6), 767, 1964.
- SERIES, G. W.: Theory of the modulation of light in optical pumping experiments. *Proc. Phys. Soc.*, 88, (4), 957, 1966.
- SHAPIRO, I. R., J. D. STOLARIK, J. P. HEPPNER: The vector field Proton magnetometer for IGY satellite ground stations. *J. Geophys. Res.*, 65, (3), 913, 1960.
- SIEMANN, H.: Ein in Deklinations- und Inklinationsrichtung kompensiertes Rubidium-Magnetometer. *Abh. Braunsch. Wiss. Ges.*, 19, 13, 1967.
- SILLESCU, H.: *Kernmagnetische Resonanz*. Berlin-Heidelberg-New York 1966.
- SKALIŃSKI, T.: Les diverses méthodes de pompage et détection optique et leurs applications à l'étude des états fondamentaux de métaux alcalins. *Aus: Topics of Radiofrequency Spectroscopy*, A. Gozzini (Ed.), International School of Physics, "Enrico Fermi", 27. Course, p. 212, Academic Press, New York-London 1962.
- SKILLMAN, T. L., P. L. BENDER: Measurement of the earth's magnetic field with a rubidium vapor magnetometer. *J. Geophys. Res.*, 63, (3), 513, 1958.
- SKROTSKII, G. V., T. G. IZYUMOVA: Optical Orientation of atoms and its applications. *Sov. Phys. Usp.*, 4, (2), 177, 1961.
- SLACK, H. A., V. M. LYNCH, L. LANGAN: The geomagnetic gradiometer. *Geophysics*, 32, (5), 877, 1967.
- SLOCUM, R. E., F. N. REILLY: Low field helium magnetometer for space applications. *IEEE Transact. Nucl. Sci.*, p. 165, Jan. 1963.
- SLOCUM, R. E.: Advances in Optically pumped He^4 magnetometers: resonance and nonresonance techniques. *Rev. Phys. Appl.*, 5, (1), 1970.
- STOLZ, W. A.: Rubidiumdampf-Magnetometer. *Z. Instr.*, 71, (10), 283, 1963.

- STREHLOW, H.: Magnetische Kernresonanz und chemische Struktur. Steinkopf-Verlag, Darmstadt 1962.
- STUART, W. F., M. J. USHER: Stray field modulation effects in the rubidium magnetometer. *J. Sci. Instr.*, 44, (8), 618, 1967.
- STUART, W. F., M. J. USHER, S. H. HALL: Rubidium selfoscillating magnetometer for earth's field measurements. *Nature*, 202, (4927), 76, 1964.
- USHER, M. J., W. F. STUART, S. H. HALL: A self-oscillating rubidium vapor magnetometer for geomagnetic measurements. *J. Sci. Instr.*, 41, 544, 1964.
- VERSCHNEREN, M.: Magneto-optical properties of an optically pumped medium. *Can. J. Phys.*, 46, (16), 1753, 1968.
- WAGNESS, R. K., F. BLOCH: The dynamical theory of nuclear induction. *Phys. Rev.*, 89, (4), 728, 1953.
- WALTERS, G. K., F. D. COLEGROVE, L. D. SCHEARER: Nuclear polarization of He^3 gas by metastable exchange with optically pumped metastable He^3 atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 8, (11), 439, 1962.
- WARD, S. H., K. A. RUDDOCK: A field experiment with a rubidium vapor magnetometer. *J. Geophys. Res.*, 67, (5), 1889, 1962.
- WARREN, R. E.: The rubidium vapor magnetometer as a vector instrument for recording micropulsations. Technical Report on ONR, Contract No. 222, (89), Series No. 4, Issue No. 87, (Space Sci. Labs.), 1963.
- ZAFRA, de, R. L.: Optical Pumping. *Amer. J. Phys.*, 28, (7), 648, 1960.

Suche nach einer systematischen Änderung im Laufe des Jahres in der Phase der zweiten Harmonischen der täglichen Variation der kosmischen Strahlung

Search for a Systematic Change in the Phase of the Second Harmonic of the Daily Variation of Cosmic Rays in the Course of a Year

H. J. MÜLLER, Lindau/Harz¹⁾

Eingegangen am 6. Juli 1970

Zusammenfassung: Es wird darauf hingewiesen, daß unter dem Einfluß eines galaktischen Magnetfeldes eine systematische Phasenänderung in der zweiten Harmonischen der täglichen Variation der kosmischen Strahlung im Laufe des Jahres auftreten kann. Die täglichen Intensitätsvariationen der sekundären Neutronenkomponente der kosmischen Strahlung in Deep-River wurden vom Mai 1962 bis zum Dezember 1968 harmonisch analysiert. Eine systematische Phasenänderung im Laufe des Jahres konnte statistisch nicht gesichert werden.

Summary: It is pointed out that an influence of a galactic magnetic field on the cosmic ray particles should be seen as systematic phase variation in the course of the year in the second harmonic of the daily variation of cosmic ray intensity. The data of the super neutron monitor at Deep-River are harmonically analysed for the time period May 1962 — December 1968. No statistical significance is found for a systematic phase variation.

Einleitung

Erklärungen für die Beobachtung der zweiten Harmonischen der täglichen Intensitätsvariation der kosmischen Strahlung [QUENBY and LIETTI 1968, SUBRAMANIAN and SARABHAI 1967] fordern neben einem Dichtegradienten der kosmischen Strahlung senkrecht zur Ekliptik mit höherer Teilchenintensität beiderseits der Ekliptik noch ein magnetisches Führungsfeld für die Gyrozentren der kosmischen Strahlungsteilchen. Partikel, deren Gyrozentren oberhalb oder unterhalb der Ekliptik liegen, erreichen bei ihrer Gyration die Erde in der Ekliptikebene im rechten Winkel zum magnetischen Führungsfeld. Dabei ist ihre Intensität aufgrund des Dichtegradienten der kosmischen Strahlung höher als diejenige der Teilchen, die in Feldrichtung in der Ekliptik die Erde erreichen. Quer zum Magnetfeld diffundierende Teilchen werden

¹⁾ Dr. HANS-JÜRGEN MÜLLER, Max-Planck-Institut für Aeronomie Institut für Stratosphärenphysik 3411 Lindau/Harz.

nicht betrachtet. Als Führungsfeld wird von den Autoren das durch den solaren Wind von der Sonne in den interplanetaren Raum transportierte Magnetfeld angenommen. Dies Feld schwankt in seiner Stärke und Richtung stark, hat jedoch im Mittel die Form einer Spirale [z. B. NESS 1969]. Ein Führungseffekt auf die Teilchen der kosmischen Strahlung kann jedoch auch durch ein galaktisches Magnetfeld erfolgen. Im folgenden wird versucht, einen Einfluß dieses Magnetfeldes auf die zweite Harmonische nachzuweisen.

Überlegungen zur Phasenvariation der 2. Harmonischen

Nehmen wir zunächst an, daß nur ein galaktisches Magnetfeld als Führungsfeld wirkt und dies durch den solaren Wind nicht verzerrt wird, so sollte man nach Abb. 1 eine halbjährige Welle in der Phase der 2. Harmonischen beobachten.

Außerhalb des Erdmagnetfeldes würde man maximale Intensität der kosmischen Strahlung in Position 1 um 06.00 und 18.00 Uhr Ortszeit beobachten und in Position 2 am Mittag und Mitternacht.

Andererseits, falls die zweite Harmonische nur von dem spiralartigen interplanetaren Magnetfeld abhängen würde, so sollte in der Phase der zweiten Harmonischen

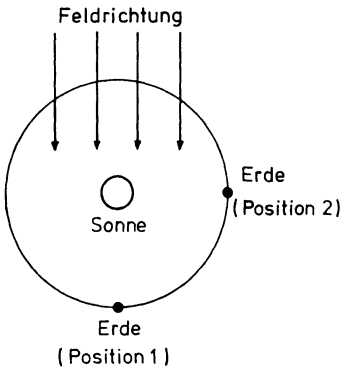


Abb. 1: Zur Erläuterung des Einflusses der Magnetfeldkomponente eines galaktischen Magnetfeldes in der Ekliptikebene auf die zweite Harmonische der täglichen Intensitätsvariationen der kosmischen Strahlung.

Illustrating the influence of a galactic magnetic field component within the ecliptic plain on the half daily intensity variation of cosmic rays.

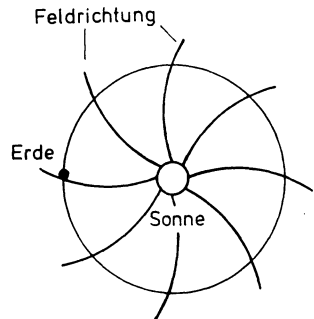


Abb. 2: Zur Veranschaulichung des Einflusses des durch das solare Plasma in der Ekliptik erzeugten interplanetaren Magnetfeldes auf die zweite Harmonische der täglichen Intensitätsvariationen der kosmischen Strahlung.

Illustrating the influence of the spiral like interplanetary field within the ecliptic plain on the half daily intensity variation of cosmic rays.

keine systematische Variation im Laufe des Jahres beobachtbar sein, da die Magnetfeldkonfiguration nahezu rotationssymmetrisch ist.

Im realen Fall wird vermutlich ein ursprünglich in Erdnähe vorhandenes galaktisches Magnetfeld durch den solaren Wind infolge dessen hoher Leitfähigkeit zurückgedrängt werden. Jedoch kann auch in diesem Fall eine halbtägige Intensitätsvariation der kosmischen Strahlung erwartet werden, falls die Intensität der kosmischen Strahlung in Richtung des galaktischen Magnetfeldes etwas höher ist als senkrecht dazu und falls die Partikel beim Durchdringen des interplanetaren Magnetfeldes nicht völlig ihre Herkunftsrichtung „vergessen“. Man würde dann, wie vorher, eine systematische Änderung der Phase der zweiten Harmonischen im Laufe des Jahres erwarten. Diese wird am besten beobachtbar sein, falls man die Daten einer Äquatorstation analysiert, die mit einem Super-Neutronen-Monitor möglichst viele Jahre registriert hat; da dies zur Zeit nicht möglich ist, mußten die Daten der Station Deep-River ausgewertet werden.

Diskussion der Ergebnisse der Harmonischen Analyse

Die Neutronenzählraten des Supermonitors von Deep-River lagen für die Zeit von Mai 1962 bis Dezember 1968 als Magnetbanddaten vor. Gleitende Mittelwerte über 24 Stunden wurden berechnet, und die stündlichen pro Mille Differenzen zu diesen Mittelwerten wurden für jeden Tag harmonisch analysiert. Die Koeffizienten der 2. Harmonischen wurden in zwölf Gruppen angeordnet. Eine Gruppe enthält die Koeffizienten aller Tage aus jeweils gleichen Monaten.

In Abb. 3 sind die Ergebnisse der harmonischen Analyse für die 2. Harmonische am Beispiel der Mai-Gruppe in einer Periodenuhr dargestellt. Jeder Punkt der Abbildung gibt in üblicher Weise Amplitude und Phase der 2. Harmonischen für einen bestimmten Tag. Die pro Mille Angaben können in guter Näherung als Abweichungen vom Tagesmittelwert der sekundären Neutronenintensität verstanden werden. Der eingezeichnete Vektor ist der Schwerpunktsvektor der Punktwolke. Die Periodenuhren aller anderen Gruppen haben ähnliches Aussehen wie die in Abb. 3 dargestellte Mai-Gruppe. Abb. 3 ist also repräsentativ für die Ergebnisse in allen übrigen Gruppen. Bei der folgenden Fehleranalyse ist vorausgesetzt, daß die Abweichungen der Einzelwerte von ihrem Mittelwert einer Gaussverteilung genügen und die einzelnen Werte unabhängig voneinander sind.

Abb. 4 und Tabelle 1 zeigen, daß beide Voraussetzungen weitgehend erfüllt sind.

Obwohl der Nullpunkt als Endpunkt des Schwerpunktsvektors mit mehr als 99,9% Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen ist, scheint infolge der breit verteilten Punktwolke in der Periodenuhr der Abb. 3 der Schwerpunktsvektor statistisch nur schwach gesichert. Betrachtet man jedoch eine Periodenuhr, die nur die Schwerpunktsvektoren für die einzelnen Monatsgruppen enthält (Abb. 5), so erscheint die über ein Jahr gemittelte Amplitude der zweiten Harmonischen als statistisch gesichert. Die Nullhypothese, daß keine halbtägige Periode in der täglichen Intensitätsvariation der kos-

DEEP RIVER NM 64
Epoche Mai 1962-1968

2.-Harmonische der Tagesgänge
Amplituden in pro Mille des Tagesmittelwertes

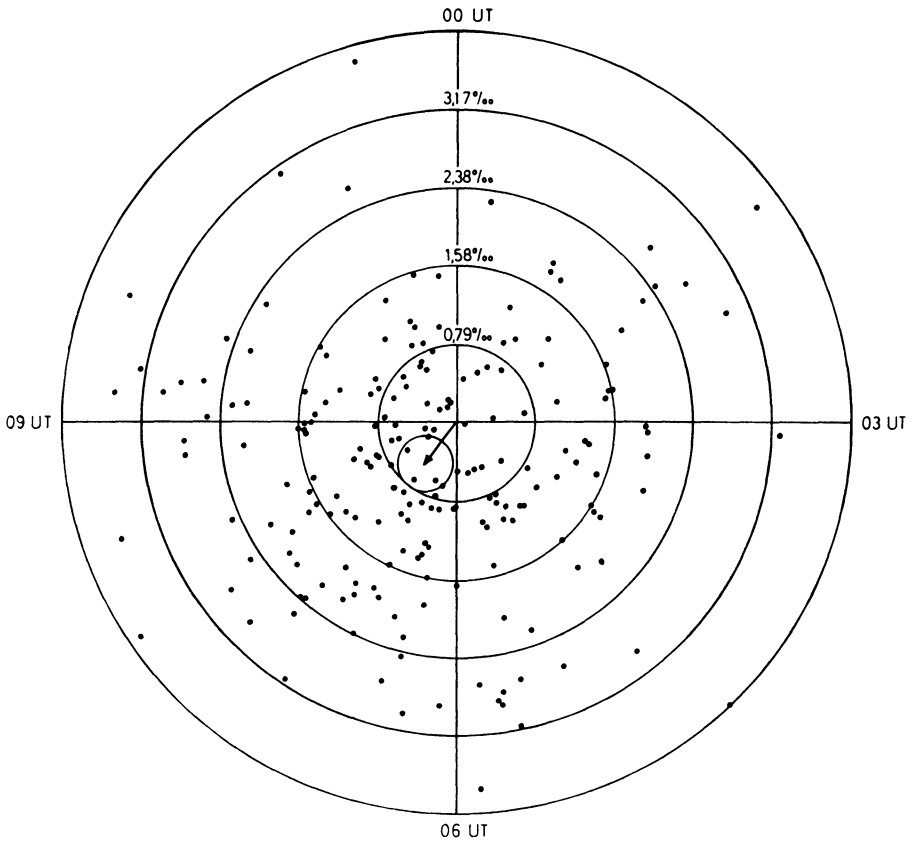


Abb. 3: Periodenuhr für die halbtägigen Intensitätsvariationen der kosmischen Strahlung. Der Schwerpunktsvektor der Punktwolke liegt mit 99,9% Wahrscheinlichkeit innerhalb des Fehlerkreises.

Harmonic dial for the half daily intensity variation of cosmic rays. The error circle holds for the average vector on the 99.9 per cent level.

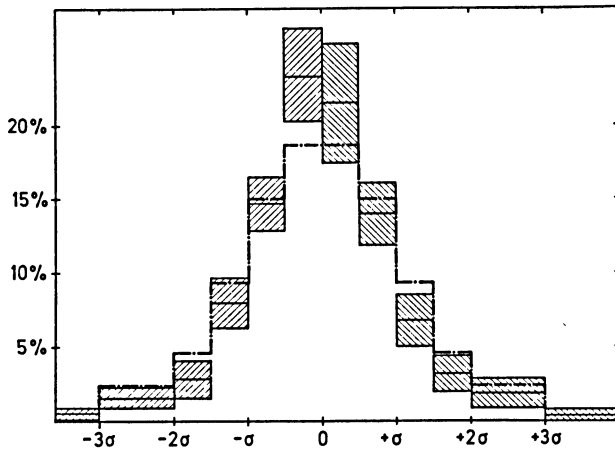


Abb. 4: Häufigkeitsverteilung der Abweichungen der Sinus- und Cosinus-Faktoren der zweiten Harmonischen von ihren Mittelwerten verglichen mit der Häufigkeitsverteilung von Werten einer Gaussverteilung (strichpunktierte Linie). Als Ordinate ist die Anzahl der Werte in Prozent der insgesamt vorhandenen Werte aufgetragen. Als Abszisse ist die Abweichung vom Mittelwert in Einheiten der mittleren Abweichung σ aufgetragen. Insgesamt wurden $2400 \cdot 2$ Werte ausgezählt. Das Datenmaterial wurde in 10 Gruppen unterteilt zu je $240 \cdot 2$ Werten. Die schattierten Bereiche geben die mittlere Streuung innerhalb der Gruppen.

Percentage histogram for the coefficients of harmonic analysis given in deviations from their respective means. For comparison, the dotted line gives the histogram for normal distributed values. The basic line is given in units of the standard deviation. The data material is divided in ten groups. The shaded areas give for each intervall the standard deviation from the mean over the ten groups.

Tabelle 1.

Erhaltungsneigung in den Sinusfaktoren der 2. Harmonischen

Anzahl der Tage	1	2	3	4	5	10	15	20	25	30
Äquivalente Erhaltungszahl	1.0	0.9	0.9	0.9	0.8	0.8	0.9	0.9	0.8	0.8
Effektive Zahl der unabh. Werte	1.0	2.1	3.0	4.1	5.6	11.2	15.3	20.6	28.3	35.0

Erhaltungsneigung in den Cosinusfaktoren der 2. Harmonischen

Anzahl der Tage	1	2	3	4	5	10	15	20	25	30
Äquivalente Erhaltungszahl	1.0	1.0	1.1	1.0	0.9	1.0	1.0	0.9	0.9	1.1
Effektive Zahl der unabh. Werte	1.0	1.9	2.6	3.7	5.0	9.8	14.6	20.0	25.8	27.0

Jeweil 2400 Einzelwerte wurden zur Analyse benutzt.

Benutztes Rechenverfahren und verwendete Terminologie nach BARTELS [1940]

mischen Strahlung vorhanden ist, muß aufgrund des t -Tests [z. B. TAUBENHEIM 1969] für die Schwerpunktsvektoren der Abb. 5 mit einer Genauigkeitsgrenze von über 99,9% verworfen werden.

Vermutlich spiegelt sich in der breit verteilten Punktwolke der Abb. 3 die starke Richtungsvariabilität des interplanetaren Magnetfeldes, während man aus der Erhaltungsneigung der Phase der Schwerpunktsvektoren in Abb. 5 die Neigung des interplanetaren Feldes entnehmen kann, eine Richtung im interplanetaren Raum zu bevorzugen.

Eine Suche nach systematischen Abweichungen der Phasen und Amplituden in Abb. 5 scheint aufgrund der großen Fehlerbreite der einzelnen Monatsmittelwerte

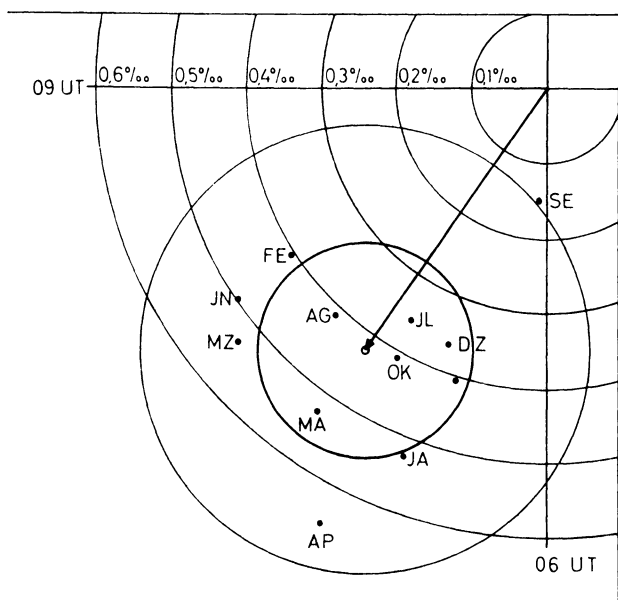


Abb. 5: Monatsmittelwerte der zweiten Harmonischen für die täglichen Variationen der kosmischen Strahlung in Deep-River an Tagen aus jeweils gleichen Monaten für die Zeitepoche Mai 1962 — Dezember 1968. Die Monatsmittelwerte sind aus den pro Mille Abweichungen vom jeweiligen Tagesmittelwert ermittelt. Der eingezeichnete Vektor gibt den Mittelwert über alle Monatsmittelwerte. Die Mittelwerte liegen mit 99,9% Wahrscheinlichkeit innerhalb der Fehlerkreise. Der kleinere Fehlerkreis gilt für den Mittelwert über alle Monatsmittel, der größere Fehlerkreis gibt die Größenordnung des Fehlers der einzelnen Monatsmittelwerte.

Monthly means of the second harmonic for the daily variation of cosmic rays. The mean values are calculated from days of the same months for the time period May 1962 — December 1968. Each amplitude is taken in per mille deviations of the daily mean. The smaller error circle holds for the average vector of the point cloud, the larger one gives the order of magnitude for the monthly mean vectors.

nicht sinnvoll. Man kann bei dem bisher verfügbaren Umfang des Datenmaterials nur feststellen, daß ein eventueller Einfluß einer galaktischen Magnetfeldkomponente auf die 2. Harmonische der täglichen Intensitätsvariationen der kosmischen Strahlung klein ist im Vergleich zum Einfluß des spiralartigen interplanetaren Magnetfeldes.

Literatur

- CHAPMAN, S., and J. BARTELS: Geomagnetism. Oxford Univ. Press 1940 (reprint 1951 Chapter XV), 827
- NESS, N. F.: The magnetic structure of interplanetary space, Proc. XI International Conference on Cosmic Rays, Budapest 1969
- QUENBY, J. J., and B. LIETTI: The second harmonic of the cosmic ray daily variation, Planet. Space Sci., Vol. 16, 1209, 1968
- SUBRAMANIAN, E., and V. SARABHAI: Consequences of the distribution of galactic cosmic ray density in the solar system, Astrophys. J. 149, 417, 1967
- TAUBENHEIM, J.: Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten, Akademische Verlagsgesellschaft Geest u. Portig K.-E., Leipzig 1969

Seismic Measurements in Jutland 1969¹⁾

U. CASTEN²⁾ and H. HIRSCHLEBER³⁾

Eingegangen am 3. August 1970

Summary: In September 1969 refraction seismic measurements were carried out in the Danish Embayment (Jutland) on two reversed profiles. One horizon with a real velocity of 4.4 km/s is interpreted to be a jurassic or triassic, a second with a velocity of 4.9 km/s a permian layer. The observed total thickness of sediments up to 8.3 km exceeds the expected values. The velocities of basement change from 5.6 km/s to 6.0 km/s corresponding to the different lengths of profiles.

In the range between basement and "Moho" only few results are available. Therefore it is impossible to decide whether a "Conrad" discontinuity (in a depth of 13 km) or a low velocity channel is existent. The thickness of the crust is between 29 and 33 km in the Danish Embayment. The observed velocity below the "Moho" is 8.2 km/s.

Zusammenfassung: Im September 1969 wurden im dänischen Becken (Jütland) auf zwei Gegenschuß-Profilen refraktionsseismische Messungen durchgeführt. Ein Horizont mit einer wahren Geschwindigkeit von 4.4 km/s wurde als Jura bzw. Trias, ein zweiter mit 4.9 km/s als Perm interpretiert. Die beobachteten Gesamtmächtigkeiten der Sedimente bis zu 8.3 km liegen über den erwarteten Werten. Die Kristallingsgeschwindigkeiten variieren auf den verschiedenen langen Profilen zwischen 5.6 und 6.0 km/s.

Für den Bereich zwischen Grundgebirge und „Moho“ konnte aufgrund nur weniger Beobachtungen nicht entschieden werden, ob eine „Conrad“-Diskontinuität (in 13 km Tiefe) oder aber ein „low velocity channel“ existiert. Die Krustenmächtigkeit im dänischen Becken liegt zwischen 29 und 33 km. Der „Moho“ ist eine Geschwindigkeit von 8.2 km/s zugeordnet worden.

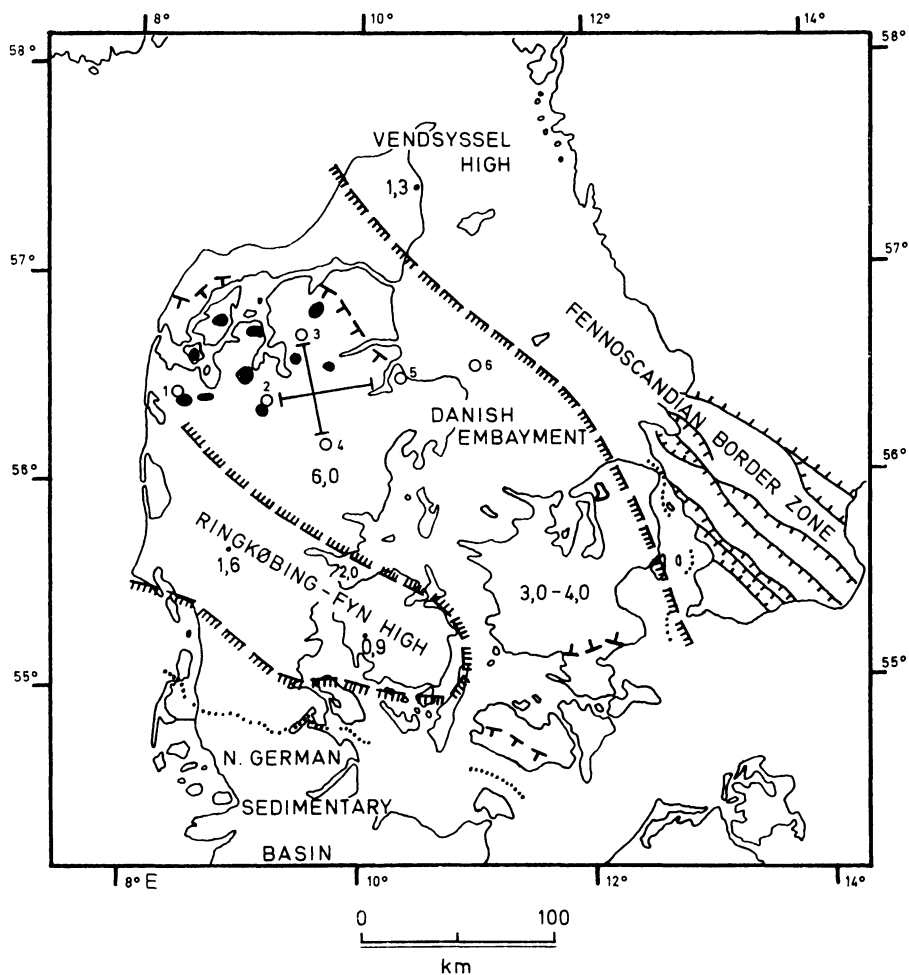
Introduction

Seismic measurements in studying the crustal structure of Jutland were made with different aims. Detailed prospecting of the sediments was carried out by oil companies. Several long distance profiles were observed with the refraction seismic method. Here the deeper structure down to the Mohorovicic discontinuity was of interest. But the results of these measurements are not sufficient to give a detailed picture of the crustal structure of Jutland. Therefore the main purpose of the in-

¹⁾ In short form presented at the ESC-Meeting in Luxembourg, Sept. 1970.

²⁾ Dipl.-Geophys. UWE CASTEN, Geologisk Institut Aarhus Universitet, Carl Blochsgade 28, Aarhus C (Danmark).

³⁾ Dipl.-Geophys. HANS HIRSCHLEBER, Institut für Geophysik der Universität Hamburg, 2 Hamburg 13, Binderstraße 22.



LEGEND:






- | | | | |
|---|---------------------------------------|---|---|
|  | Approximate Border of Zechstein Basin |  | Outcrop of Cretaceous (Pre-Pleistocene) |
|  | Fault |  | Salt Dome |
| •1,3 | Depth to Basement (km) |  | Seismic Profile 1969 |
| ○1 | Shotpoint | | |

Fig. 1: Structural outline of Denmark (after SORGENFREI and other sources).

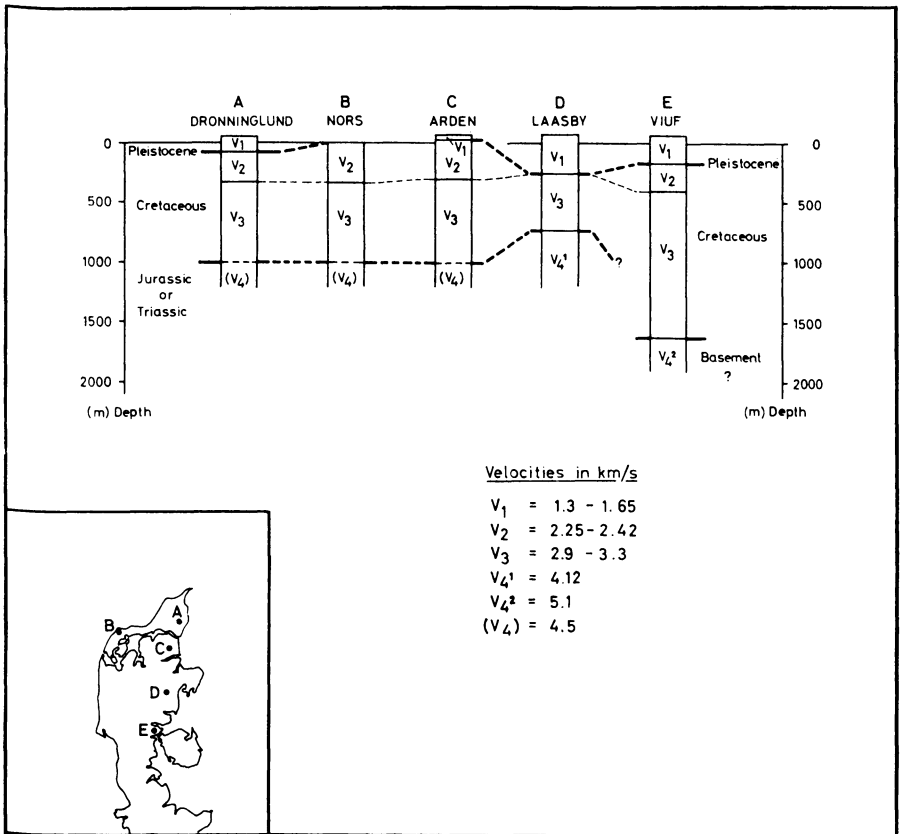


Fig. 2: Arrangement of seismic data from Jutland observed by NØRLUND and BROCKAMP.

vestigations presented in this paper is to complete the former results in the following points:

1. Determination of the thickness of the sediments in the central part of Jutland.
2. Exploration of discontinuities in the earth's crust down to the "Moho" including low velocity channels.

The measurements managed by the University of Aarhus, Geodetic Institute of Copenhagen, and the University of Hamburg were carried out by teams of the following institutes:

University of Berlin

Geodetic Institute of Copenhagen

University of Copenhagen

University of Frankfurt

University of Hamburg

Bundesanstalt für Bodenforschung Hannover

University of Kiel

University of Münster

The German observer parties were accompanied by students of the University of Aarhus in order to have a seismic field course.

The crustal structure of Denmark

According to SORGENFREI [1966] Denmark is subdivided into the following tectonic regions (fig. 1): the highs of Vendsyssel and Ringkøbing-Fyn with shallow pre-cambrian basement, the intervening region of the Danish Embayment with a province of salt domes in the NW, the Fennoscandian Border Zone, and the northern part of the North German Sedimentary Basin. These units are a result of faulting in the transition area between the Fennoscandian Shield and the region of major subsidence of Central Europe.

The depth of basement of the Vendsyssel High with 1.3 km (Frederikshavn) and of the Ringkøbing-Fyn High with 1.6 km (Grindsted) and 0.9 km (Glamsbjerg) are known by drillings [SORGENFREI and BUCH 1964]. This shallow basement is also indicated by sharp anomalies of the gravity field [SAXOV 1965, HINZ, PLAUMANN and STEIN 1966]. Seismic measurements [HIRSCHLEBER, HJELME and SELLEVOLL 1966] give information about depth of basement with 2.0 km under the Little Belt and 6.0 km in the Embayment.

The two seismic profiles, object of this paper, are located in the centre of the Danish Embayment. The thickness of the sedimentary layer is supposed to be 5 to 6 km in the salt dome area and 3 to 4 km on Sjaelland. The outcrop of cretaceous at the base of Pleistocene in the northern part of the Embayment and on Sjaelland

leads to a structure of the Embayment as a subsided sedimentary basin dipping to the NW and following with its flanks the general striking of the Fennoscandian Border Zone (NW—SE). The structure of the sediments are known to some extent from drillings and reflection shooting as described by SORGENFREI and BUCH [1964]. These results agree with the results found by NØRLUND and BROCKAMP [1934] from refraction seismic measurements. Figure 2 shows these results. The thickness of the cretaceous formation ($v = 3.0$ km/s) is about 1 km with a varying thin cover of Tertiary and Quartary. Under the cretaceous formation jurassic or triassic layers with a velocity of 4.5 km/s were observed.

The crustal structure below the basement is scarcely known. HIRSCHLEBER *et al.* [1966] constructed a seismic model with a refractor at a depth of 8 km (velocity step from 6.1 to 6.6 km/s) and interpreted it with the "Conrad"-discontinuity. The same model shows at a depth of 29 km the Mohorovicic discontinuity. HINZ *et al.* [1966] suppose the Moho under South Jutland at a depth of about 25 km.

The seismic fieldwork

On two reversed profiles seismic waves, generated by explosions and refracted by the discontinuities, were to be observed. Figure 3 shows the situation of the planned two profiles with the shotpoints and the observation stations. Before the seismic work began, an inspecting team selected the places for the stations after testing the local noise level. The 17 available equipments were distributed continuously along each of the profiles. In table 1 all stations are listed.

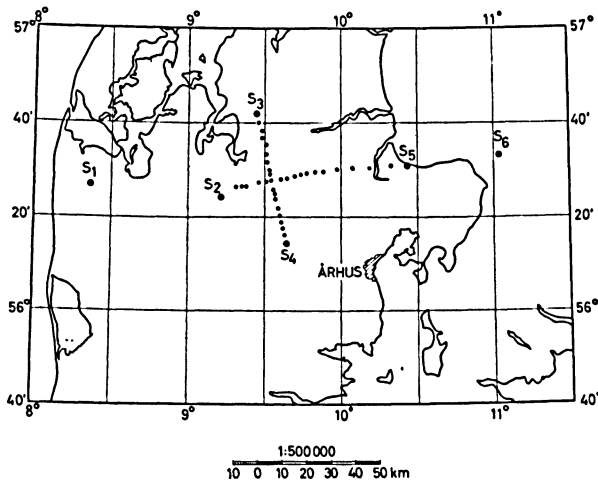


Fig. 3: Situation of the two profiles with the shotpoints (S1 to S6) and observing stations (o).

Table 1: List of stations.

B: Berlin, C: Copenhagen, F: Frankfurt, H: Hannover, HH: Hamburg, Ki: Kiel, Mü: Münster.

No.	Position	N	E	h [m]	Observer
<i>W-E-Profile</i>					
1	Gaardsdal	56° 26' 26"	9° 18' 58"	18	Mü 1
2	Viborg-Vestm.	26' 36"	21' 20"	25	Mü 2
3	Viborg-Søndre	26' 34"	22' 34"	42	B 1
4	Viborg-Asmild	27' 06"	27' 37"	48	B 2
5	Hesthøj	27' 21"	30' 31"	63	HH 1
6	Skaeghøj	27' 45"	32' 36"	57	HH 2
7	Faardal a)	28' 21"	36' 04"	56	HH 3
	b)	28' 19"	35' 57"	56	HH 3
8	Ørum-Sønderm.	28' 39"	38' 19"	55	HH 4
9	Kvorning-Mølle	28' 44"	41' 37"	20	F 1
10	Aarup	28' 30"	43' 53"	6	F 2
11	Tindb.-Udflyt.	28' 33"	46' 50"	27	Ki 1
12	Sønderhede	29' 36"	50' 31"	15	Ki 2
13	Bjerregrav	29' 29"	53' 08"	29	Ki 3
14	Borup	29' 56"	59' 52"	50	Ki 4
15	Lem	30' 10"	10° 05' 02"	40	H 1
16	Støvring	30' 25"	11' 28"	50	H 2
17	Stenalt	30' 59"	18' 26"	12	C
<i>N-S-Profile</i>					
18	Hvam	56° 40' 33"	9° 28' 13"	27	B 1
19	Troelstrup	37' 54"	28' 47"	30	B 2
20	Møldrup	36' 40"	29' 24"	32	F 1
21	Bjerregrav Vr.	35' 03"	30' 22"	9	F 2
22	Pederstrup	33' 16"	30' 49"	6	H 1
23	Vraa	31' 44"	31' 07"	28	H 2
24	Rødding	30' 05"	31' 45"	61	Mü 1
25	Ingstrup	28' 55"	32' 12"	58	Mü 2
6	Skaeghøj	27' 42"	33' 02"	50	Ki 1
26	Vejrum-Hesselh.	25' 42"	33' 21"	26	Ki 2
27	Vesterhede	24' 53"	33' 58"	55	Ki 3
28	Skovmark	23' 45"	34' 12"	53	Ki 4
29	Vindum	21' 53"	35' 17"	44	HH 1
30	Tange Sø N.	20' 19"	36' 00"	15	HH 2
31	Tange Sø S.	19' 14"	36' 31"	26	HH 3
32	Iller Nederm.	17' 21"	37' 09"	36	HH 4
33	Grønbaek	15' 51"	38' 00"	36	C

Table 2: Explosion data.

Shotpoint No. Position	Date	MET [h m s]	Coordinates		Depth to centre of charge [m]	Charge [kg] TNT
			N	E		
5 Hevring	23 Sep	03 15 19.34	56° 31' 41"	10° 25' 02"	7	50
5 Hevring	23 Sep	03 30 01.23	56° 31' 41"	10° 25' 05"	7	50
2 Finderup	23 Sep	05 30 01.64	56° 24' 59"	9° 13' 24"	9	50
2 Finderup	23 Sep	05 45 02.78	56° 24' 59"	9° 13' 21"	9	50
1 Klosterhede	23 Sep	07 30 01.36	56° 28' 23"	8° 22' 46"	34	1000
1 Klosterhede	23 Sep	07 45 00.94	56° 28' 27"	8° 22' 49"	34	1000
4 Borup	24 Sep	04 15 01.02	56° 14' 46"	9° 38' 26"	8	50
4 Borup	24 Sep	04 30 00.89	56° 14' 44"	9° 38' 26"	8	50
3 Osterbølle	24 Sep	06 30 00.86	56° 42' 14"	9° 27' 45"	7	50
3 Osterbølle	24 Sep	06 45 01.21	56° 42' 16"	9° 27' 43"	7	50
6 Kattegat	25 Sep	07 00 08.54	56° 33' 00"	11° 02' 00"	13	1000
6 Kattegat	25 Sep	08 30 02.65	56° 33' 00"	11° 02' 00"	13	1000

For each shotpoint on land two holes were drilled. For shotpoint 1 the drilled depths were 40 m and the diameters 16", for the other shotpoints 12 m and 8". All holes were reinforced by tubes of PVC. While this work was done by a private firm, pioneers of the Danish Army filled the holes with explosives. Every charge was divided into several ones, each with an inertial booster. The firing was done electrically via a mean booster, from where quick-matches ($v = 6000$ m/s) lead to the inertial booster in the explosives. At shotpoint 6 in the Kattegat the Danish Navy fired mines. The repetition of each shot gave the observers the possibility to adjust the amplification of their instruments if necessary. Observers of the Geodetic Institute, Copenhagen, recorded the time-break together with the radio time signal Potsdam, DIZ 4525 kcps, in order to obtain the exact shottime. Table 2 shows the explosion data.

Except for that of the University of Copenhagen, all stations were equipped with "MARS 66" refraction seismic equipment consisting of 3 vertical geophones [BERCKHEMER], a 4-channel unit amplifier and FM-modulator [LENNARTZ] and a magnetic tape recorder. The three geophones (channel 1, 2, 3) of each station were placed where possible along the profiles at an interval of 450 m, to have a better correlation of the recorded signals. The coordinates in the list of stations (table 1) refer to the central geophones (channel 2). For timing all parties used the radio time signal Neuchâtel HBG 75 kcps or Potsdam DIZ 4525 kcps. A comparison between the time signals HBG and DIZ showed, that the difference in time for the area of the two profiles in Jutland is within the accuracy of time reading from the records.

Dataprocessing

The positions of geophones and shotpoints were marked in maps of the scale 1:25000 or 1:20000. From the maps the coordinates were determined (table 1, 2). The distances shotpoint—geophone were calculated on a computer with a special programme of the Geodetic Institute Copenhagen. The final accuracy in distance is estimated to be about 25 m, which is accurate enough for the further work of interpretation.


The tape recorded signals were processed analogue and digital. While playing back the records the signals were demodulated, then digitised by an analogue-digital-converter and recorded on computer tape now in digital form. For this work the "Control data 1700" of the Institutes for Geophysics and Meteorology of the University of Hamburg was used. By plotting the data it is possible to check and select the best traces. For each shotpoint the "seismograms" were arranged in a reduced timescale (reducing velocity 6 km/s). Figures 4 to 9 show the record sections for the profiles.

At the same time the demodulated analogue signals were recorded on paper films. Figure 10 shows two examples. The authors preferred to begin with the common analogue correlations of the seismograms and have the digitised material available for special interpretation work. The phases of the signals on the three channels mentioned above were correlated by visual inspection. The channel with the best quality was used for evaluation of the traveltimes. The accuracy of the time reading depends on the signal to noise ratio and the paper speed. 10 ms deviation from the real beginning of an event is good enough for the interpretation. That could be obtained with the recorded and unfiltered signals at a paper speed of 50 mm/s. The readings of traveltimes are listed together with the distances in table 3, thereby arranged corresponding to the different phases. Using the "least square method" the velocities, intercept times and overall times were calculated from distances and traveltimes. All these results are listed in table 4.

Figures 4 to 10 (pag. 55—61)

Table 3 (pag. 62—64)

Table 4 (pag. 65)



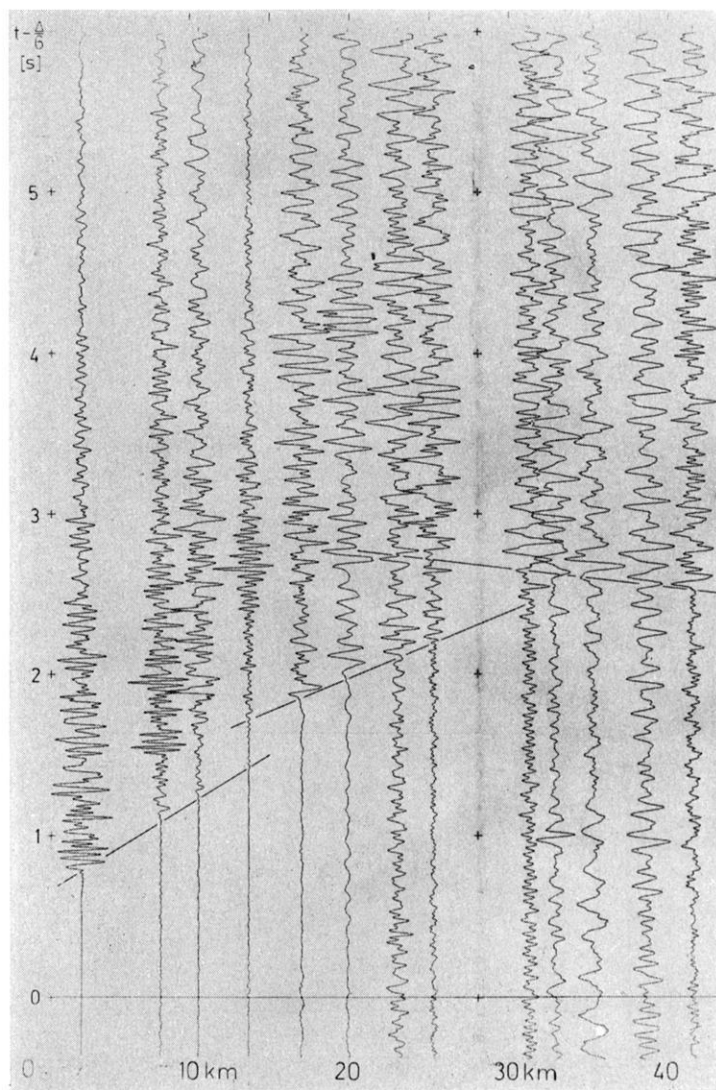


Fig. 4: Record section of the digitised seismograms with correlations. N-S-Profile, S3.

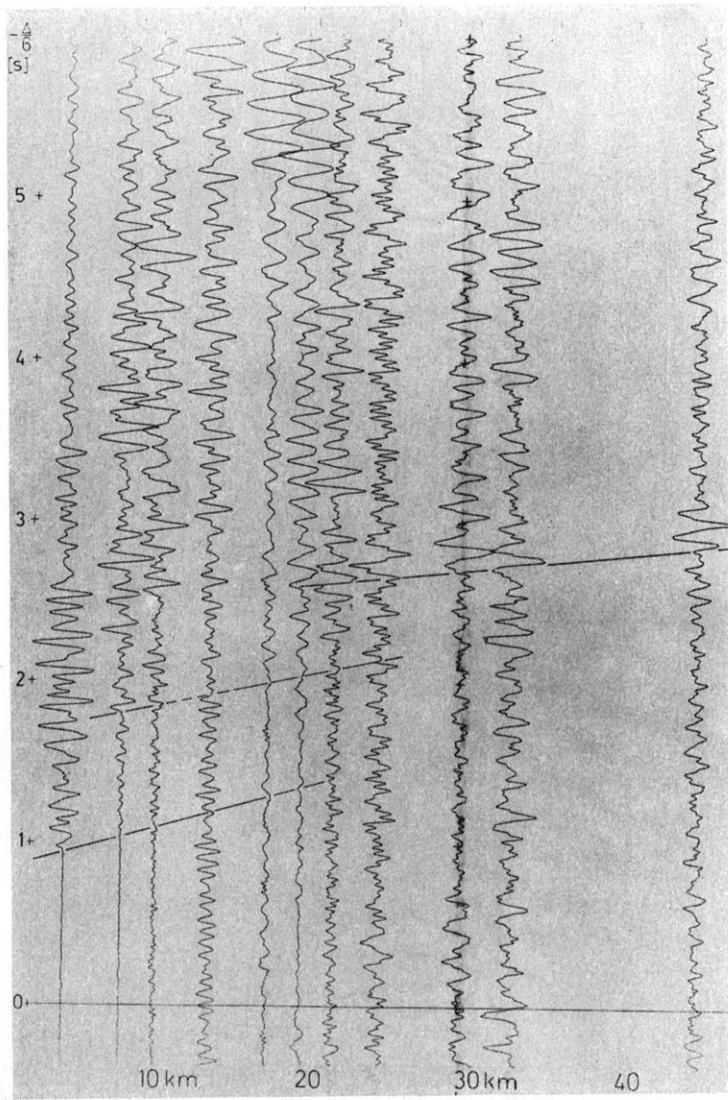


Fig. 5: Record section of the digitised seismograms with correlations. N-S-Profile, S4.

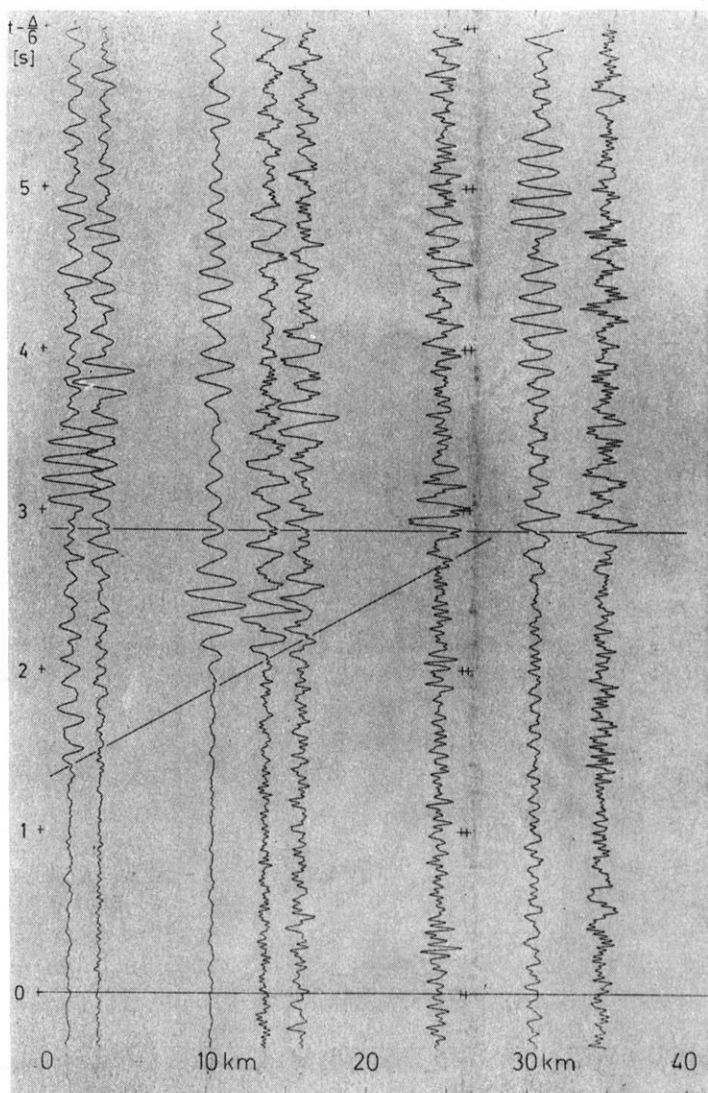


Fig. 6: Record section of the digitised seismograms with correlations. W-E-Profile, S2.

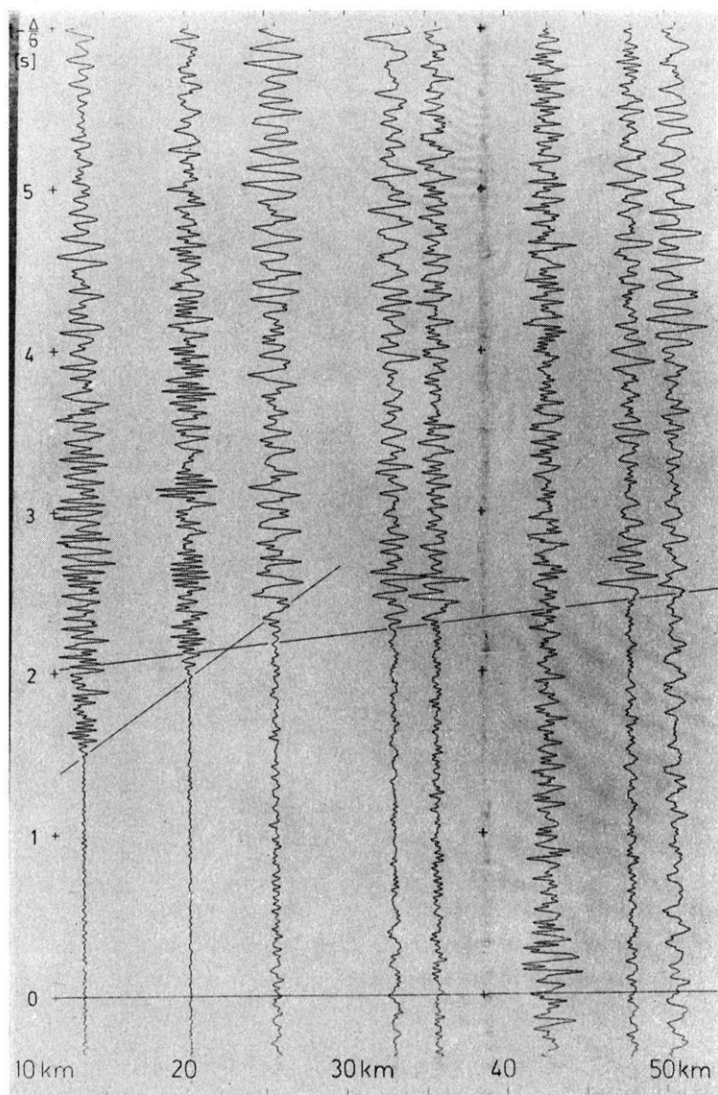


Fig. 7: Record section of the digitised seismograms with correlations. W-E-Profile, S5.

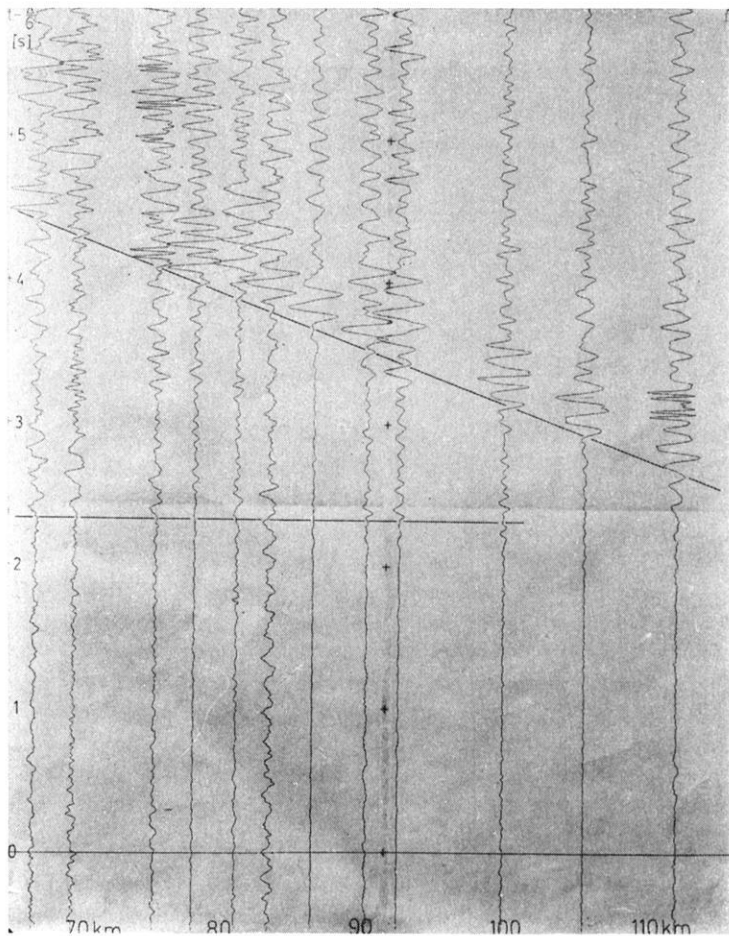


Fig. 8: Record section of the digitised seismograms with correlations. W-E-Profile, S1.

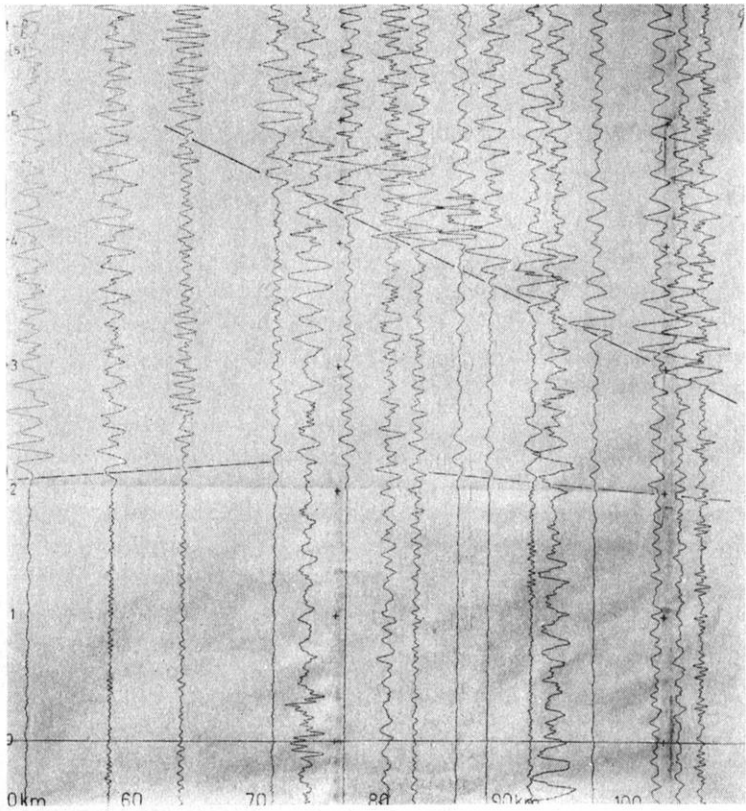


Fig. 9: Record section of the digitised seismograms with correlations. W-E-Profile, S6.

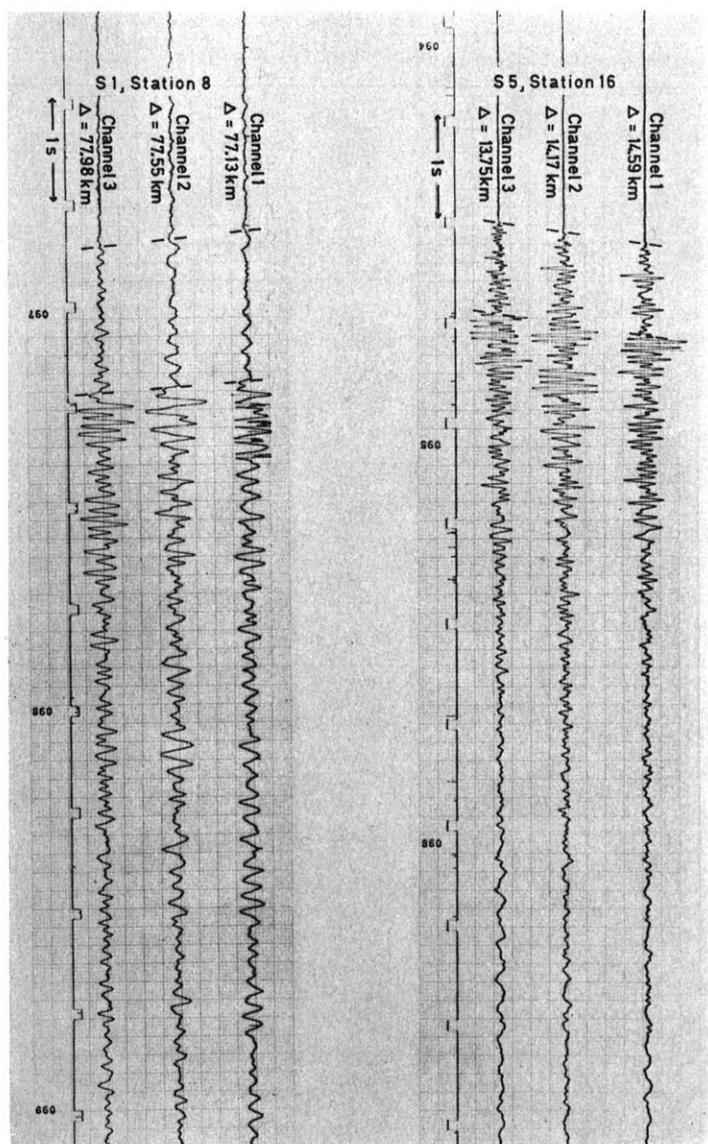


Fig. 10: Two examples of seismograms recorded on paperfilm.

Table 3: List of traveltimes.

Station	Channel	Distance [km]	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]
<i>W-E-Profile, shotpoint 1</i>					
4	1	66.43	13.48	15.55	
4	1	66.47	13.48	15.53	
5	2	69.58	14.05	15.91	
7	2	75.24	15.01	16.59	
7	2	75.29	14.92	16.61	
8	3	77.98	15.46	16.98	
8	3	78.03	15.44	16.97	
9	2	80.94	15.85	17.36	
9	2	80.99	15.90	17.35	
10	2	83.27	16.34	17.67	
10	2	83.32		17.68	
11	2	86.30	16.77		
11	2	86.35	16.76	18.08	
12	2	90.08		18.53	
13	1	92.40		18.72	
14	3	100.13		19.74	
16	3	112.04		21.07	

W-E-Profile, shotpoint 6

16	2	52.05	10.85		
16	1	52.47	10.92		
15	3	58.24	11.85		
14	2	63.99	12.88		15.53
14	2	63.99	12.88		15.54
13	2	70.95	14.10		16.33
13	1	71.33	14.17		16.32
12	1	73.99			16.54
12	1	73.99			16.55
11	3	77.19			17.06
11	2	77.57			17.12
10	2	80.59			17.48
9	2	82.86			17.79
9	2	82.86			17.81
8	2	86.24		16.50	18.33
8	2	86.24		16.57	18.26
7	2	88.73		16.88	18.53
7	2	88.73		16.90	18.55
6	2	92.26		17.51	18.91
6	2	92.26		17.55	18.92

Table 3: List of traveltimes (Continuation).

Station	Channel	Distance [km]	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]
5	1	94.91		17.92	19.20
5	1	94.91		17.95	19.19
4	2	97.49		18.23	19.44
4	2	97.49		18.30	19.46
3	2	102.77		19.06	20.15
2	1	103.59		19.22	20.35
2	2	104.02		19.23	20.38
1	2	106.47		19.72	20.56
1	2	106.47			20.52

W-E-Profile, shotpoint 2

1	2	6.33	2.45		
1	2	6.37	2.46		
2	1	8.26		3.99	
4	1	14.94	4.42	5.11	
4	1	14.99	4.41		
5	2	18.14	5.20		
5	2	18.19	5.14		
6	2	20.40	5.57		
9	1	29.46	7.62	7.62	
12	3	39.56		9.31	

W-E-Profile, shotpoint 5

17	—	6.94	2.16		
16	2	14.12	3.91		
16	2	14.17	3.93		
15	1	21.14	5.61		
15	1	21.19	5.55		
14	1	26.41	6.75	6.85	
14	2	26.08	6.73	6.66	
13	2	33.04		7.78	
12	2	35.63		8.27	
12	2	35.68		8.40	
8	3	47.91		10.50	
7	2	50.69		10.95	

Table 3: List of traveltimes (Continuation).

Station	Channel	Distance [km]	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]
<i>N-S-Profile, shotpoint 3</i>					
18	2	3.19	1.32		
18	2	3.26	1.34		
19	2	8.11	2.47		
19	2	8.18	2.48		
20	2	10.47	2.99		
20	2	10.53	3.03		
21	2	13.60	3.71	3.98	
21	2	13.67		4.03	
22	2	16.93		4.69	
22	2	17.00		4.68	
23	2	19.79		5.29	
23	2	19.86		5.31	
24	2	22.92		5.90	
24	2	22.99		5.95	
25	2	25.13		6.43	
25	2	25.20		6.41	
26	2	31.22		7.66	7.80
26	2	31.28		7.66	
27	2	32.82			8.09
27	2	32.89			8.07
28	2	34.94			8.47
28	3	35.31			8.49
29	2	38.55			9.14
<i>N-S-Profile, shotpoint 4</i>					
32	2	4.65	1.76		
32	2	4.97	1.81		
31	1	8.90	2.71		
31	3	8.96	2.69		
30	3	10.30	3.05		
29	2	13.60		4.24	
29	2	13.66		4.29	
28	2	17.29		5.01	
27	2	19.33		5.39	
27	2	19.39		5.42	
26	1	21.43		5.83	
6	3	24.24			6.70
24	2	29.25			7.58
24	2	29.31			7.62
23	2	32.38			8.14
23	2	32.44			8.11
19	2	44.06			10.18

Table 4: List of calculated values for apparent velocity (v), intercepttime (t_i), and overall time (T). N gives the number of used seismograms.

	Shotpoint No.	v [km/s]	t_i [s]	T [s]	N	
<i>W-E-Profile</i>	1	6.04 ± 0.06	2.50 ± 0.13	29.64	12	
		8.13 ± 0.07	7.38 ± 0.09	27.55	16	
	6	5.80 ± 0.05	1.85 ± 0.08	30.13	7	
		6.48 ± 0.08	3.23 ± 0.19	28.54	14	
		8.29 ± 0.08	7.77 ± 0.10	27.55	26	
	<i>N-S-Profile</i>	2	4.47 ± 0.05	1.05 ± 0.04	17.79	8
			5.97 ± 0.08	2.67 ± 0.05	15.20	4
		5	4.30 ± 0.05	0.63 ± 0.06	18.05	7
			5.69 ± 0.09	2.06 ± 0.10	15.20	7
<i>N-S-Profile</i>	3	4.35 ± 0.02	0.59 ± 0.01	12.60	7	
		4.82 ± 0.02	1.18 ± 0.01	12.01	12	
		5.48 ± 0.14	2.09 ± 0.16	11.61	6	
	4	4.41 ± 0.10	0.69 ± 0.04	12.52	5	
		4.99 ± 0.04	1.53 ± 0.03	12.00	6	
		5.67 ± 0.04	2.42 ± 0.04	11.62	6	

The Seismic Model

The connection of the apparent velocities with a discontinuity is given by the overall times. Using the apparent velocities and intercept times the real velocities and depths under the shotpoints were calculated. Applying this method an assumption was made: the observed interfaces are continuous and have a constant dip between the shotpoints. SLOTNIK's graphical method was used [1950]. The basic relations are as follows:

- the refraction across interfaces occurs in the manner associated with SNELL's Law,
- the total refraction along plane interfaces occurs at the so-called critical angle,
- the emergence angle of a wave coming to the surface is connected with the time-distance curve by the relation $\sin \alpha = v_1 (dt/dx)$.

The SLOTNIK method uses the apparent velocities and overall times. The velocity of the uppermost layer v_1 could not be observed. Therefore this value was calculated as the average velocity \bar{v} from results of NØRLUND and BROCKAMP [1934] (fig. 2). The final value is $\bar{v} = 2.8$ km/s.

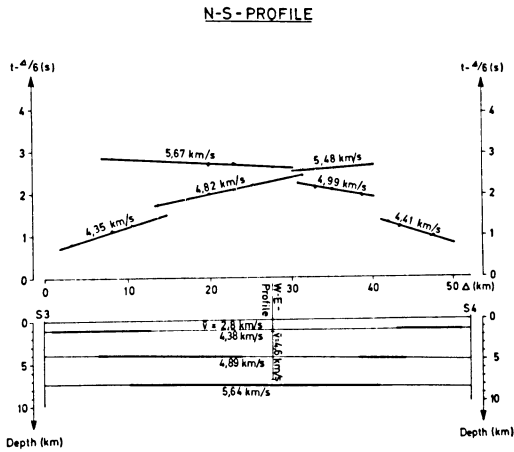


Fig. 11: Seismic model of the N-S-Profile.

The lower section shows the structure of sediments and the upper the traveltimе curves with the observed data (○ from S3, ● from S4).

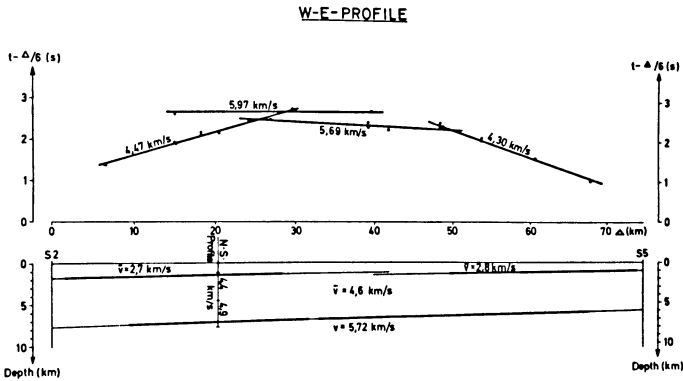


Fig. 12: Seismic model of the W-E-Profile (S2—S5).

The structure of sediments in the lower section and the traveltimе curves with the observed data in the upper section (○ from S2, ● from S5).

Comparing the results from both methods a good accordance in depth was confirmed. Figure 11 shows the seismic model of the N-S-profile together with the traveltimе curves and observed data. Figure 12 shows the results of the inner part of the W-E-profile (S2—S5). In this case it was not possible to construct the first interface for the whole profile. This is indicated by the difference in overall time (17.79—18.05 s). Changing the velocity \bar{v} from 2.8 to 2.7 km/s it was possible to

construct the interface in two sections so that the calculated traveltimes were in good accordance with the ones observed. An answer cannot be given whether the two sections belong to two different interfaces or to a single but fractured one.

Figure 13 shows the results of the W-E-profile from S1 to S6. Over this long distance the SLOTNIK method is not exact enough. Therefore only the "intercept time method" was used. The overall times for the upper interface show a discrepancy (29.64 s—30.13 s) but that is allowable by interpolating the interface over such a long

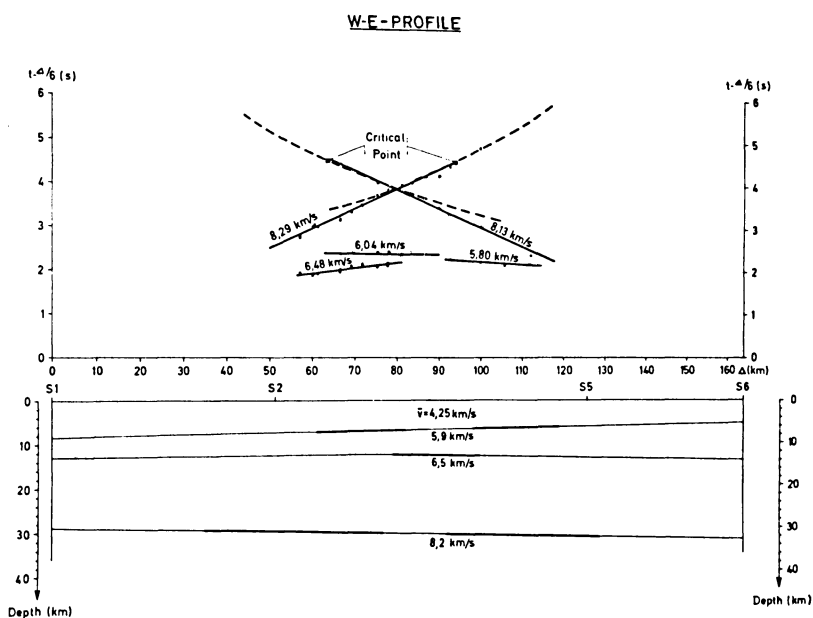


Fig. 13: Seismic model of the W-E-Profile (S1—S6).

The crustal structure down to "Moho" in the lower section and the traveltime curves with the observed data in the upper section (0 from S1, ● from S6).

distance. In order to have the basement at the same depth as observed in the foregoing model, the average velocity of the sediments down to the basement was chosen 4.4 km/s in the West and 4.1 km/s in the East according to the decrease in depth of sediments from W to E. The only horizon observed in just one direction with a velocity of 6.5 km/s gives a discontinuity in a depth of 13 km under the condition of a normal layered model without gradients of velocity or low velocity channels. Finally we obtained the "Moho" discontinuity at a depth of about 30 km as to be expected from literature. The observed data from "Moho" are at the critical distance.

Therefore it is impossible to decide whether the recorded pulses are reflections or refractions (fig. 13). Models including low velocity channels and zones of continuous increase of velocity with depth [MÜLLER, LANDISMAN 1966, GIESE 1968 and others] can also fit the data. This is proved by calculating the traveltime curves of different hypothetical models of this kind. In these interpretations the horizon with the 6.5 km/s velocity is in accordance with the reflected or refracted wave from the base of a low velocity channel. Because only small parts of the theoretical travel time curves are covered by experimental data, it is impossible to make a decision about the most probable model. Models with low velocity channels and gradients will be discussed in a later publication.

Interpretation

As NØRLUND and BROCKAMP [1934] had supposed, the velocity of 4.4 km/s belonged to a jurassic or triassic layer. The thicknesses agree with known results. The velocity of 4.9 km/s belongs to a permian horizon (Zechstein?). The total thickness of sedimentary cover is greater than expected. The depths of basement increase from S6 (5.2 km) to S1 (8.3 km) and from S3 (7.4 km) to S4 (8.3 km). These results support the conception of the Embayment but the observed maximum depth is greater than expected. The observations are not sufficient to give a detailed velocity depth distribution between basement and "Moho". The observed interface at a depth of 13 km may be the "Conrad" discontinuity between granitic and basaltic layer, but also may be the base of a low velocity channel. In any case these results are incompatible with the depth of "Conrad" at 8 km [HIRSCHLEBER *et al.* 1966]. No doubt the observed velocity of 8.2 km/s is associated with the "Moho" discontinuity. The depth of the "Moho" depends on the unknown velocity depth distribution. Therefore the thickness of the crust may vary between 29 and 33 km. The observed dip of the "Moho" to the East is expected from the results from Southern Sweden [GREGERSEN 1970].

Acknowledgements

This investigation received financial support from the Aarhus Universitets Forskningsfond and the Deutsche Forschungsgemeinschaft (German Research Committee). The fieldwork was done with the substantial assistance of Prof. SAXOV, Dr. HJELME and the directors of the participating institutes, who sent instruments and observers. Support was given by the Danish Army and the Danish Navy. The authors wish to thank everyone who worked on the measurements on land and at sea and remember with pleasure the very fine cooperation between all participants.

References

- GIESE, P.: Versuch einer Gliederung der Erdkruste im nördlichen Alpenvorland, in den Ostalpen und in Teilen der Westalpen mit Hilfe charakteristischer Refraktions-Laufzeit-Kurven, sowie eine geologische Deutung. Geophys. Abh. Inst. f. Meteorologie u. Geophysik der Freien Universität Berlin, 1, 2, 1968
- GREGERSEN, S.: Explosion results, Profile 4—5 Southern Sweden. Final Report of 16 Feb. 1970, Geod. Inst., Dep. of Seismology, Copenhagen, 1970.
- HINZ, K., S. PLAUMANN and A. STEIN: Geophysikalische Untersuchungen im Raum des Ringkjöbing-Fünen-Hochs. Ninth. Ass. European Seismological Commission, Copenhagen, 285—292, 1967
- HIRSCHLEBER, H.: Reflexionsseismische Beobachtungen auf Fünen bei Sprengungen im Kleinen Belt. Ninth. Ass. European Seismological Commission, Copenhagen, 293—294, 1967
- HIRSCHLEBER, H., J. HJELME and M. SELLEVOLL: A refraction profile through the northern Jutland. Geod. Inst. Medd., København, 41, 1966
- MUELLER, ST., and M. LANDISMAN: Seismic Studies of the Earth's Crust in Continents I, II. Geophys. J., 10, 525—548, 1966
- NØRLUND, N. E., and B. BROCKAMP: Seismische Feldarbeiten in Dänemark. Memoires de l'Institut Géodésique de Danemark, troisième série, tome deuxième, 1934
- SAXOV, S.: Some gravity measurements in Sonderjylland, Geodætisk Instituts Skrifter 3, Række Bind XXXVI, 5—59, 1965
- SLOTNICK, M. M.: A graphical method for the interpretation of refraction profile data. Geophysics. 15, 2, 163—180, 1950
- SORGENFREI, TH.: Strukturgeologischer Bau von Dänemark. Geologie, Berlin 15, 641—660, 1966
- SORGENFREI, TH., and A. BUCH: Deep tests in Denmark 1935—1959. Danmarks geol. Unders., København, 36, 1964
- WEIGEL, W., J. HJELME and M. SELLEVOLL: A refraction profile through the Skagerrak from northern Jutland to southern Norway, Geod. Inst. Medd., København, 45, 1970

Amplitudenuntersuchungen an seismischen Wellen zur Charakterisierung von Verwitterungsschichten mit vertikalem Geschwindigkeitsanstieg¹⁾

On the Investigation of Seismic Wave Amplitudes for the Characterization of Weathered Layers with a Vertical Velocity Increase

L. DRESEN, Bochum²⁾

Eingegangen am 15. Juli 1970

Zusammenfassung: Es werden vergleichende Amplitudenuntersuchungen im Wellenfeld von Quellen seismischer Wellen beschrieben, die zunächst an die Oberfläche eines homogenen elastischen Halbraumes gekoppelt sind und danach an der Oberfläche einer Verwitterungsschicht (inhomogene elastische Schicht) mit nicht linearem vertikalem Geschwindigkeitsanstieg elastische Wellen erzeugen.

Die Vergleiche ergeben folgendes Bild: Ist das Verhältnis von Hauptfrequenz f_H eines in eine Verwitterungsschicht abgestrahlten seismischen Signales zu mittlerem vertikalem Geschwindigkeitsgradienten \bar{k} für diese Schicht $f_H/\bar{k} \approx 1,4$, so unterscheidet sich die Verwitterungsschicht hinsichtlich ihrer Auswirkung auf die normierten maximalen Doppelamplituden seismischer Signale nicht signifikant von einem homogenen elastischen Medium. Bereits bei einem Verhältnis $f_H/\bar{k} \approx 2,3$ wird jedoch der Einfluß der Verwitterungsschicht auf die Amplituden elastischer Wellen — im Gegensatz zur Auswirkung eines homogenen Mediums — sehr deutlich nachweisbar.

Die beschriebenen Untersuchungen werden mit Hilfe modellseismischer Methoden an zweidimensionalen Modellen durchgeführt.

Summary: This paper deals with amplitude measurements in the wave-field of seismic wave-sources having first been coupled to the surface of a homogeneous elastic halfspace and secondly to the surface of a weathered layer (inhomogeneous elastic layer) with a nonlinear vertical velocity increase.

A comparison shows the following features: If for the ratio of the predominant frequency f_H of a seismic signal radiated into the weathered layer and the layer's mean vertical velocity gradient \bar{k} the inequality $f_H/\bar{k} \approx 1.4$ is valid then the inhomogeneous layer will not differ significantly from a homogeneous elastic medium regarding the normalized maximum double amplitudes of the transmitted seismic signals. However for a ratio $f_H/\bar{k} \approx 2.3$ the influence of the weathered layer on the amplitudes is — compared with the influence of a homogeneous medium — significantly evident.

The described investigations have been carried out by means of seismic modelling methods applied to two-dimensional models.

¹⁾ Nach einem Vortrag, gehalten auf der 34. Physikertagung 1969 in Salzburg.

²⁾ Dr. LOTHAR DRESEN, Institut für Geophysik der Ruhr-Universität Bochum, 463 Bochum, Buscheystraße, Postfach 2148.

1. Einleitung

Bei der Strukturerkundung von Erdschichten im Meter- bzw. Dekameterbereich mit Hilfe ingenieurseismischer Methoden beeinflussen Verwitterungsschichten, die häufig durch einen sehr starken vertikalen Geschwindigkeitsgradienten charakterisiert werden können, erheblich die Ausbreitung von Raum- und Oberflächenwellen. Infolgedessen sind Untersuchungen über die Auswirkungen von Verwitterungsschichten auf die Ausbreitung elastischer Wellen als spezielles Problem der Seismik von besonderem Interesse.

Während kinematische Größen mit den zur Zeit üblichen Meßmethoden hinreichend genau ermittelt und zur exakten Beschreibung der Verwitterungsschichten herangezogen werden können [BAILLIE und ROZSA 1956, BEHR 1956, DUSKA 1963, HOLLISTER 1967, KNOX 1967, MUSGRAVE und BRATTON 1967, GUTHEIL 1968], sind dynamische Parameter seismischer Wellen als Kriterien zur Charakterisierung von Verwitterungsschichten bisher nur vereinzelt verwandt worden [MENZEL und ROSENBACH 1957, 1958a, b].

Es lag daher nahe, den Versuch zu unternehmen, die Aussagekraft ingenieurseismischen Datenmaterials durch die zusätzliche Deutung von dynamischen Parametern der die Verwitterungsschicht durchlaufenden Wellen zu erhöhen.

Die hier vorliegende Arbeit gehört zu einer Folge von modell- und feldseismischen Messungen zum Problem der Ausbreitung elastischer Wellen in Verwitterungsschichten. Anhand modellseismischer Amplitudenuntersuchungen sollte zunächst einmal geklärt werden, unter welchen Bedingungen eine Verwitterungsschicht in ihrer Eigenschaft als vertikale geschwindigkeitsinhomogene Schicht die Amplituden elastischer Wellen signifikant beeinflusst.

Hierfür waren nicht nur Messungen am Modell der Verwitterungsschicht, sondern ebenfalls Referenzmessungen innerhalb eines homogenen elastischen Halbraumes erforderlich. Deshalb werden in der vorliegenden Arbeit — nach der Beschreibung der Meßanordnung — in Abschnitt 3 zunächst Amplitudenuntersuchungen im homogenen elastischen Halbraum behandelt. Aufbauend auf den bei diesen Messungen erzielten Ergebnissen werden dann in Abschnitt 4 die Untersuchungen am Modell der Verwitterungsschicht beschrieben und in Abschnitt 5 diskutiert.

2. Meßanordnung

2.1. Apparatur

Die im folgenden beschriebenen Arbeiten sind mit Hilfe zweidimensionaler modellseismischer Methoden durchgeführt worden. Bei der verwendeten Ultraschall-Apparatur [DRESEN 1969] beträgt der relative Fehler der ermittelten Amplitudenwerte ca. $\pm 3\%$. Die angegebenen Amplitudenwerte setzen sich aus je fünf Einzelmessungen zusammen.

Als Quellen seismischer Wellen (Impulsquellen) sind mechanisch ungedämpfte piezoelektrische Scheibenschwinger aus Blei-Zirkonat-Titanat [PZT-4, BRUSH 1966] mit einem Verhältnis von Durchmesser ($2r$) zu Dicke (d) zwischen $5 \leq 2r/d \leq 6,7$ verwendet worden (Abb. 1). Mit Hilfe der Scheibenschwinger können elastische Wellen genau festgelegter vorherrschender Wellenlängen gezielt erzeugt werden. Die Schwinger sind zu diesem Zweck mit angepaßten Sinusimpulsen A — bestehend aus je einem Schwingungszug — anzuregen, deren vorherrschende Frequenzen f_A (Anregungsfrequenzen) gleich den Werten der halben ersten radialen Eigenfrequenzen $f_{1,R}$ der piezoelektrischen Scheiben sind (Abb. 1). Jeder einzelne der so angeregten Schwinger eignet sich dann vorzüglich zur Abstrahlung eines stark gedämpften seismischen Signales H mit einer Hauptfrequenz f_H , die ebenfalls gleich ist der halben ersten radialen Eigenfrequenz des verwendeten Schwingers.

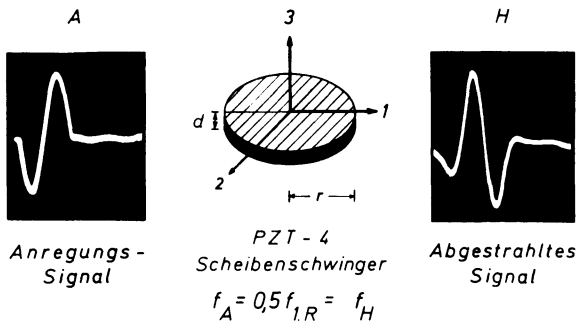


Abb. 1: Piezoelektrischer Scheibenschwinger als Quelle elastischer Wellen.

Bezeichnungen:

- f_A — Vorherrschende Frequenz des elektrischen Anregungssignales (Sinusimpuls, bestehend aus einem Schwingungszug).
- $f_{1,R}$ — Erste radiale Eigenfrequenz des Scheibenschwingers.
- f_H — Vorherrschende Frequenz des in 3-Richtung abgestrahlten seismischen Signales, gemessen mit einem Beschleunigungsaufnehmer an der Oberfläche des Schwingers.
- d — Dicke r — Radius.

Piezoelectric transducer used as a source of elastic waves.

Annotations:

- f_A — Predominant frequency of the elastic pulse (sinusoidal pulse with one oscillation).
- $f_{1,R}$ — Frequency of the transducer's first radial dilatational vibration mode.
- f_H — Predominant frequency of the seismic signal radiated via direction 3 and registered with an acceleration gauge on the surface of the transducer.
- d — thickness. r — radius.

Als Beziehung zwischen f_A , $f_{1.R}$ und f_H gilt demnach:

$$f_A = 0,5 f_{1.R} = f_H.$$

In Tabelle 1 sind die drei verwendeten Impulsquellen mit einigen ihrer Eigenschaften angeführt.

Tabelle 1: Eigenschaften der Impulsquellen,

Bezeichnung	Radius r (mm)	Dicke d (mm)	$\frac{2r}{d}$	$0,5 f_{1.R}$ (kHz)
$Q 1$	12,5	4	6,25	ca. 45
$Q 2$	7,5	3	5	ca. 75
$Q 3$	5	2	5	ca. 105

Die in der beschriebenen Art angeregten Quellen (Tabelle 1) gehören auch bei den unterschiedlichen Hauptfrequenzen f_H der von ihnen erzeugten seismischen Wellen zum selben Quellentyp. Vom seismischen Fernfeld (vgl. Abschnitt 3.1.) aus beurteilt, sind die Abstrahlcharakteristiken der Impulsquellen, d. h. die winkelabhängige Verteilung der maximalen Amplituden der P - und S -Wellen in konstanter Entfernung von der Quelle, identisch. Der Grund hierfür liegt im ungefähr gleichen Verhältnis von Durchmesser zu Dicke der als Impulsquellen verwendeten Scheibenschwinger [SHAW 1956].

Bei der hier verwendeten Ankoppelung zwischen Geber und Modellkante (Abb.2) mittels „UHU hart®“ kann der modellseismische Geber in Näherung als Punktquelle aufgefaßt werden, die eine Kombination aus vertikaler Einzelkraft und horizontaler Doppelkraft ohne Moment darstellt. Das Verhältnis von Vertikalkraft zu Horizontalkraft beträgt ungefähr 3:1.

Die nach dem Prinzip der einseitig eingespannten piezoelektrischen Biegeschwinger [BRUSH 1966: Cantilever Mounting] konstruierten Empfänger [STEINBECK 1965, GUTDEUTSCH und KOENIG 1966] sind zur Registrierung auf den Modellplattenoberflächen eingesetzt worden [GUTDEUTSCH und MENZEL 1967]. Sie registrierten am Meßpunkt die Beschleunigung parallel zur Plattenoberfläche (Abb. 2).

2.2. Modelle

Um die in Abschnitt 1. skizzierte Aufgabe lösen zu können, sind zwei Modelltypen verwendet worden:

1. Das zweidimensionale Modell eines homogenen elastischen Halbraumes: Modell Nr. 1.

2. Das zweidimensionale Modell einer inhomogenen elastischen Schicht über einem homogenen elastischen Halbraum: Modell Nr. 2.

Unter inhomogener Schicht oder Verwitterungsschicht wird hier ein elastisches Medium verstanden, in dem sich in vertikaler Richtung die Geschwindigkeiten der seismischen Wellen vergrößern bzw. verkleinern, während eine Geschwindigkeitsänderung in horizontaler Richtung nicht auftritt.

Als Modell des homogenen elastischen Halbraumes diente eine Plexiglasplatte. Die Abmessungen dieses Modelles sowie die Wellengeschwindigkeiten in dem Modell sind aus der Abb. 2 zu entnehmen. Der kritische Winkel beträgt für dieses Modell $\varphi_{kr} = \arcsin(V_s/V_p) = 34,4^\circ$. Hierbei sind V_s die Scherungs- und V_p die Kompressionswellengeschwindigkeit in Plexiglas.

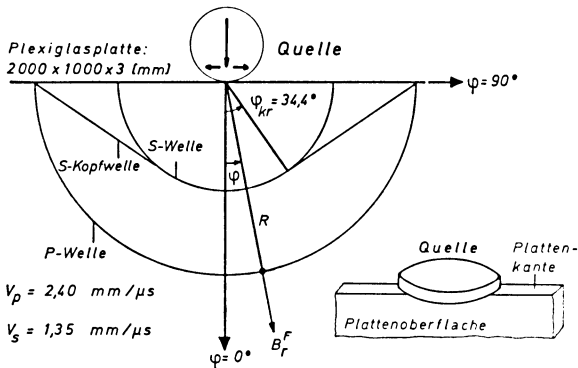


Abb. 2: Homogener elastischer Halbraum (Modell Nr. 1) —
Quellentyp und Wellenfronten der von der Quelle erzeugten Raumwellen.

Bezeichnungen:

- V_p — P -Wellengeschwindigkeit [mm/ μ s] = [km/s]
 V_s — S -Wellengeschwindigkeit [mm/ μ s] = [km/s]
 R, φ — Polarkoordinaten
 φ_{kr} — $\arcsin V_s/V_p$, kritischer Winkel (S -Kopfwelle)
 B_r^F — Maximale Doppelamplitude der P -Welle

Homogeneous elastic halfspace (model No. 1) —
Type of source and wavefronts of body waves generated by the source.

Annotations:

- V_p — P -wave velocity [mm/ μ s] = [km/s]
 V_s — S -wave velocity [mm/ μ s] = [km/s]
 R, φ — Polar-coordinates
 φ_{kr} — $\sin^{-1}(V_s/V_p)$, critical angle (S -headwave)
 B_r^F — Maximum double-amplitude of P -wave

Abb. 3 zeigt das Modell der Verwitterungsschicht (I/II) über dem elastischen Halbraum, seine Abmessungen und die Wellengeschwindigkeit in diesem Modell. Das Modell der Verwitterungsschicht allein wurde in Anlehnung an die von OLIVER [1956] und RIZNICHENKO, SHAMINA und KHANUTINA [1961] beschriebenen Methoden angefertigt. Als Modellmaterialien dienten keilförmig angeschliffene Platten aus Plexiglas (I) und Aluminium (II) (Abb. 3, Mitte), die mit „Araldit®“ verklebt waren. Die Amplitudenmessungen sind auf der Plexiglasseite durchgeführt worden. Die Ergebnisse stimmen mit den auf der Aluminiumseite erzielten überein.

In der inhomogenen Schicht steigt unter $\varphi = 0^\circ$ die P -Wellengeschwindigkeit V_p von $V_{p1} = 2,4 \text{ mm}/\mu\text{s}$ bei $R_1 = 0 \text{ mm}$ bis $V_{p2} = 5,6 \text{ mm}/\mu\text{s}$ bei $R_2 = 100 \text{ mm}$ nicht-linear an.

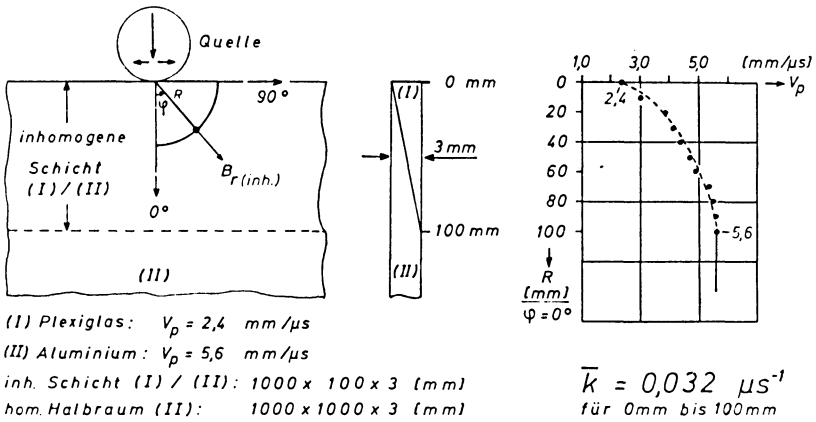


Abb. 3: Inhomogene Schicht bzw. Verwitterungsschicht über einem elastischen homogenen Halbraum (Modell Nr. 2) — Quellentyp und Geschwindigkeits-Tiefen-Funktion für dieses Modell.

Bezeichnungen:

R, φ — Polarkoordinaten

$B_r(\text{inh.})$ — Maximale Doppelamplitude der radialen Komponente des Nahbereichssignales

\bar{k} — Mittlerer vertikaler Geschwindigkeitsgradient $\bar{k} = (5,6 - 2,4) / 100 \text{ [(mm}/\mu\text{s):mm]} = 0,032 \mu\text{s}^{-1}$

Inhomogeneous layer (or weathered layer) over an elastic homogeneous halfspace (model No. 2) —

Type of source and velocity-depth function for this model.

Annotations:

R, φ — Polar-coordinates

$B_r(\text{inh.})$ — Maximum double-amplitude of the “near-range”-signal’s radial component

\bar{k} — Mean vertical velocity gradient
 $\bar{k} = (5,6 - 2,4) / 100 \text{ [(mm}/\mu\text{s):mm]} = 0,032 \mu\text{s}^{-1}$

*) Sofern sich Geschwindigkeitsangaben auf seismische Modelle beziehen, wird im weiteren [mm/μs] an Stelle von [km/s] verwendet.

Mit diesen Werten ergibt sich für die inhomogene Schicht als mittlerer vertikaler Geschwindigkeitsgradient \bar{k} :

$$\bar{k}_{(0 \text{ mm} - 100 \text{ mm})} = (V_{p2} - V_{p1}) / (R_2 - R_1) = 0,032 \mu\text{s}^{-1}.$$

Da innerhalb einer Verwitterungsschicht die Ausbreitungsgeschwindigkeiten von *P*-Wellen in vertikaler Richtung über eine Teufe von einigen Metern von ca. 0,3 km/s bis ca. 1,5 km/s ansteigen können, darf dieses Modell — gemessen am relativen Anstieg der Wellengeschwindigkeit — sicherlich als annehmbares Modell einer Verwitterungsschicht bezeichnet werden.

2.3. Durchführung der Messungen

Sowohl bei dem Modell Nr. 1 als auch bei dem Modell Nr. 2 (Abb. 2) sind die Amplitudenuntersuchungen nach demselben Schema vorgenommen worden. Auf Kreisbögen um die Quellen sind — in der Plattenebene — die Amplituden der radialen Komponente B_r der Beschleunigung im Winkelbereich von $\varphi = 0^\circ$ bis $\varphi = 80^\circ$ bzw. $\varphi = 90^\circ$ in Winkelabständen von 5° oder 10° ermittelt worden. Als Amplituden werden die den Seismogrammen entnommenen maximalen Doppelamplituden bezeichnet. Phasenänderungen der auszuwertenden Signale bleiben deshalb unberücksichtigt. Die Beschleunigungsamplituden B_r werden, je nachdem sie Fernfeld- oder Nahfeldgrößen darstellen, mit *F* bzw. *N* gekennzeichnet (vgl. Abschnitt 3.1.).

Für das Modell Nr. 1 wurden wegen der Gleichheit der Quellen Q_1 , Q_2 und Q_3 lediglich die mit der Quelle Q_1 erzielten Ergebnisse dargestellt, da die Abstrahlcharakteristiken der drei Quellen im homogenen elastischen Halbraum trotz der unterschiedlichen Hauptfrequenzen der abgestrahlten seismischen Wellen gleich sind. Hingegen ist beim Modell Nr. 2 die Verwendung aller drei Quellen gerade hinsichtlich der noch zu behandelnden Verhältnisbildung zwischen Hauptfrequenz elastischer Wellen und mittlerem vertikalen Geschwindigkeitsgradienten in einer Verwitterungsschicht besonders wichtig.

Bei beiden Modellen sind die Impulsquellen an die Modelloberkanten gekoppelt worden (Abb. 2, 3).

3. Amplitudenuntersuchungen im homogenen elastischen Halbraum

3.1. Begriffsbestimmung: Fernfeld — Nahfeld

Die nachfolgend benutzten Begriffe *Fernfeld* bzw. *Nahfeld* sind in Anlehnung an VANĚK [1953, 1954], ANSORGE [1964], SCHICK [1965] und WHITE [1965] gewählt worden. Sie leiten sich aus der geometrischen Abnahme der Verschiebungsamplitude elastischer Wellen im homogenen elastischen Raum ab. Sowohl im Nahfeld als auch im Fernfeld gilt das HOOKESCHE Gesetz in seiner linearisierten Form.

Bei dem hier vorliegenden Fall des homogenen elastischen zweidimensionalen Halbraumes aus Plexiglas wird unter *Fernfeld* der Teil des seismischen Wellenfeldes ver-

standen, in dem die geometrische Amplitudenabnahme der Raumwellen bei Ausbreitung im Rauminneren (Abb. 2) ausschließlich proportional $R^{-1/2}$ (R = Entfernung Quelle — Empfänger) verläuft.

Bekanntlich ist der räumliche Beginn des Fernfeldes abhängig von Art und Größe der die Raumwellen anregenden Kraft. Für die hier vorgenommenen Untersuchungen mit den dabei benutzten Quellen beginnt das Fernfeld für Kompressionswellen (P -Wellen) in einer Entfernung von ca. $2\lambda_p$ (λ_p = vorherrschende P -Wellenlänge).

Der Bereich des seismischen Wellenfeldes, in dem eine oberflächennahe Ausbreitung der Raumwellen erfolgt bzw. in dem sich die Raumwellen unter $\varphi = 90^\circ$ ausbreiten, wird ebenfalls dann Fernfeld genannt, wenn seine Entfernung von der Quelle größer als $2\lambda_p$ ist und die Raumwellen von den Oberflächenwellen getrennt sind. In diesem Bereich des seismischen Wellenfeldes ist jedoch die geometrische Amplitudenabnahme der Raumwellen stärker als im Rauminnern LAMB [1904]. Nach Messungen von ANSORGE [1964] nehmen beispielsweise beim Schlag auf den zweidimensionalen Halbraum die Amplituden der P -Wellen unter $\varphi = 90^\circ$ im Fernfeld proportional $R^{-1,4/2}$ ab.

Für den mit den oben gegebenen Definitionen nicht erfaßten Teil des seismischen Feldes in der Nähe der Quelle wird im weiteren der Begriff *Nahfeld* benutzt. Die Signale der verschiedenen für das Fernfeld charakteristischen Wellentypen sind für das hier vorliegende quellenspezifische Nahfeld nicht getrennt zu beobachten. Insbesondere haben sich P - und Scherungswellen (S -Wellen) noch nicht voneinander gelöst. Eine exakte Festlegung der Grenze zwischen Nah- und Fernfeld ist selbstverständlich nicht möglich, da die Nahfeldgrenze keine scharfe Grenze ist, sondern vielmehr eine Übergangszone darstellt.

Die Bezeichnung P -Wellen darf nur im Fernfeld benutzt werden; das Signal, das im Nahfeld der Quelle registriert wird, soll im folgenden *Nahfeldsignal* genannt werden.

3.2. Vergleichende Messungen im seismischen Fern- und Nahfeld

Abb. 4 zeigt ein Seismogrammbeispiel aus dem Fernfeld der Quelle Q_1 mit der P -Welle, S -Kopfwelle sowie der Rayleighwelle. Wird aus einem derartigen Fernfeldseismogramm die maximale Doppelamplitude der P -Welle B_r^F entnommen, willkürlich normiert und in Abhängigkeit vom Winkel φ aufgetragen, so ergibt sich die im rechten Teil der Abb. 4 angegebene Abstrahlcharakteristik für P -Wellen.

Das P -Abstrahlendiagramm weist bei $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 90^\circ$ zwei ausgeprägte Maxima auf. Das Minimum der Abstrahlung liegt bei ca. $\varphi = 60^\circ$.

Diese Abstrahlcharakteristik setzt sich im Winkelbereich von $\varphi = 0^\circ$ bis $\varphi = 80^\circ$ aus Messungen in verschiedenen Entfernungen zusammen. Dagegen sind die Amplitudenwerte B_r^F bei $\varphi = 85^\circ$ und $\varphi = 90^\circ$ ausschließlich den in Abb. 4 bei $R = 200$ mm aufgenommenen Seismogrammen entnommen worden. Sie sind, im Gegensatz zu

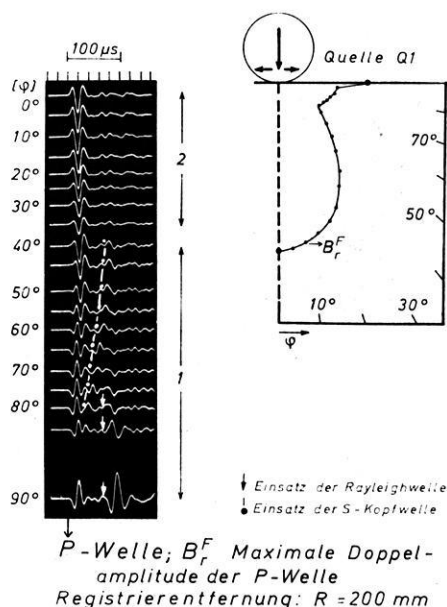


Abb. 4: Fernfeld-Seismogrammbeispiel und P -Abstrahlcharakteristik der an den homogenen elastischen Halbraum gekoppelten Quelle Q_1 .

Die Zahlen an der rechten Seismogrammseite geben die relative Abschwächung der einzelnen Spuren an.

Example for a farfield-seismogram and the characteristic P -wave radiation pattern of the source Q_1 coupled to the homogeneous elastic halfspace.

The figures on the right hand side of the seismogram indicate the relative attenuation of the traces due to different gain steps during the registration.

den Amplituden zwischen $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 80^\circ$, nur für die vorliegende Registrierentfernung von $R = 200 \text{ mm}$ charakteristisch. Die Begründung hierfür ergibt sich aus der bereits erwähnten Tatsache (Abschnitt 3.1.), daß bei Ausbreitung der P -Wellen an der Oberfläche die geometrische Amplitudenabnahme größer ist als im Halbraum selbst, so daß beispielsweise bei der Wahl einer größeren Registrierentfernung der Amplitudenwert unter $\varphi = 90^\circ$ im Verhältnis zu den Werten zwischen $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 80^\circ$ geringer ausfallen würde.

Aus diesem Grunde werden die Amplituden B_r^F unter $\varphi = 90^\circ$ bei den folgenden Verhältnisbildungen nicht ausgewertet.

Dem in Abbildung 4 dargestellten Abstrahldiagramm der Quelle Q_1 für das seismische Fernfeld seien nun Amplitudenuntersuchungen aus dem Nahfeld der Quelle gegenübergestellt.

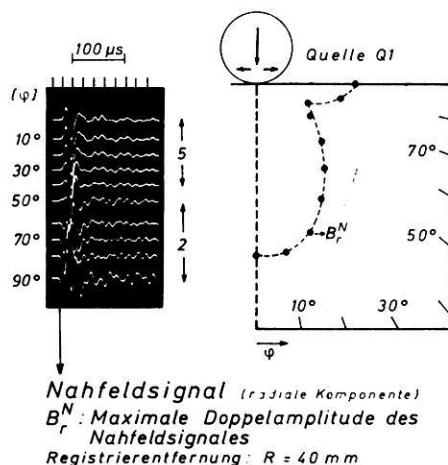


Abb. 5: Nahfeld-Seismogrammbeispiele und B_r^N -Amplituden-Winkel-Kurve der an den homogenen elastischen Halbraum gekoppelten Quelle Q1.

Zahlen an der rechten Seismogrammseite: vgl. Abb. 4.

Example for a nearfield-seismogram and the B_r^N -amplitude-angle-curve of the source Q1 coupled to a homogeneous elastic halfspace.

For the meaning of the figures on the right hand side of the seismogram refer to fig. 4.

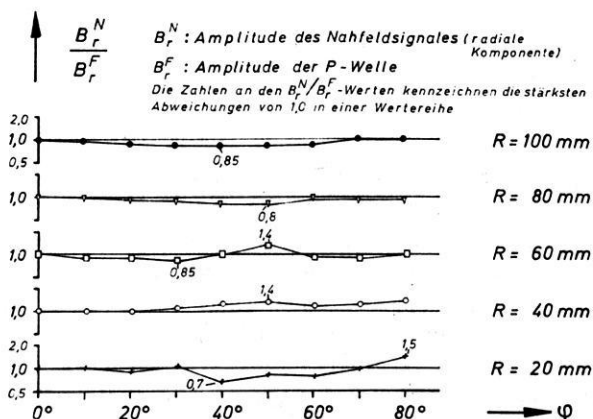


Abb. 6: Verhältnisse B_r^N/B_r^F in ihrer Abhängigkeit vom Abstrahlwinkel φ für verschiedene Registrierentfernungen R . Normierte Darstellung.

Ratio B_r^N/B_r^F as a function of the radiation angle φ drawn for divers distances R between source and receiver. Normalized representation.

Abbildung 5 zeigt ein Seismogrammbeispiel für die Amplitude der radialen Komponente des Nahfeldsignals und die dazu gehörige willkürlich normierte Amplituden-Winkel-Kurve aus dem Nahfeld der Quelle Q_1 bei $R = 40$ mm Entfernung.

Wie bereits dieser Abbildung zu entnehmen ist, findet sich in der B_r^N -Amplituden-Winkel-Kurve der Verlauf der P -Abstrahlcharakteristik (vgl. Abb. 4) wieder.

Um diese Aussage lückenlos für das gesamte Nahfeld der Quelle Q_1 treffen zu können, sind die Amplituden der Nahfeldsignale bei $R = 20$ mm, $R = 40$ mm, $R = 60$ mm, $R = 80$ mm und dem ungefähren Ende des Nahfeldes bei $R = 100$ mm (entsprechend ca. $2\lambda_p$; vgl. Abschnitt 3.1.) von $\varphi = 0^\circ$ bis $\varphi = 80^\circ$ gemessen worden und auf die zum gleichen Winkel gehörenden Amplitudenwerte der P -Welle normiert worden. Vor der Verhältnisbildung $B_r^N(\varphi)/B_r^F(\varphi)$ sind die Werte $B_r^N(\varphi = 0^\circ) = B_r^F(\varphi = 0^\circ) = 1$ gesetzt worden.

Das Ergebnis zeigt die Abbildung 6. Der Wert 1,0 auf der Ordinate bedeutet Gleichheit der normierten Amplitudenkurven, während Werte unterhalb bzw. oberhalb von 1,0 besagen, daß die normierten Amplituden aus dem Nahfeld im Vergleich zu den Amplituden der P -Wellen aus dem Fernfeld geringer bzw. größer sind.

Aus der Abbildung 6 ist ersichtlich, daß die aufgetragenen Verhältniszahlen zwischen den Werten 0,7—1,5 liegen und um den Wert 1,0 schwanken. Die Schwankungen, die nicht auf Meßungenauigkeiten zurückgehen (vgl. Abschnitt 2.1.), resultieren u. a. aus der Verwendung der maximalen Doppelamplituden der Nahfeldsignale. Auf eine individuellere, phasengerechte Amplitudenauswertung ist jedoch verzichtet worden, weil das z. Zt. für die Praxis keine wesentliche Bedeutung hat.

Aufgrund der Verhältnisbildung kann unter Beachtung der Schwankungen der Schluß gezogen werden, daß die normierten Amplituden-Winkel-Kurven aus dem Nahfeld — in dem das registrierte Signal keine der das Fernfeld charakterisierenden Wellentypen repräsentiert — innerhalb der angegebenen Grenzen den gleichen Verlauf besitzen wie die Abstrahl diagramme der P -Wellen im Fernfeld. Oder, mit anderen Worten: Die winkelabhängige Verteilung der P -Wellenamplitude im Fernfeld läßt sich innerhalb des Toleranzbereiches von 0,7—1,5 auch im Verlauf der B_r^N -Amplituden-Winkel-Kurve innerhalb des Nahfeldes wiederfinden.

Die hier bestimmte Toleranzgrenze wird in Abschnitt 4. als Bewertungsmaßstab zur Beurteilung der in der Verwitterungsschicht ermittelten Amplituden angelegt werden.

4. Amplitudenuntersuchungen in der Verwitterungsschicht

Bei den im weiteren beschriebenen Messungen wird von der Tatsache ausgegangen, daß der Einfluß einer inhomogenen Schicht auf die Ausbreitung elastischer Wellen u. a. vom Verhältnis des mittleren vertikalen Geschwindigkeitsgradienten [NAKAMURA 1964] zur Hauptfrequenz der elastischen Wellen abhängig ist.

Die Untersuchungen sind unter Verwendung der in Tabelle 1 aufgeführten Geber am Modell Nr. 2 vorgenommen worden. Die Hauptfrequenzen f_H der in die Ver-

witterungsschicht eingestrahlt seismischen Wellen bzw. die Anregungsfrequenzen f_A der Impulsquellen betragen demnach ca. 45 kHz, 75 kHz bzw. 105 kHz (vgl. Abb. 1).

Sämtliche innerhalb der inhomogenen Schicht durchgeführten Messungen sind Messungen nahe der Quelle. Der innerhalb der inhomogenen Schicht vermessene Teil des seismischen Wellenfeldes ist dem Nahfeld aus dem elastischen homogenen Halbraum vergleichbar, da innerhalb des untersuchten Teils der Verwitterungsschicht die geometrische Amplitudenabnahme seismischer Wellen nicht konstant ist, starke Signalverformungen zu beobachten sind und die registrierten Wellen, wie im homogenen Halbraum, keine der für das Fernfeld typischen Wellenarten repräsentieren. Der vermessene Teil der Verwitterungsschicht wird im folgenden *Nahbereich* genannt und das in diesem Bereich aufgenommene Signal *Nahbereichsignal*. Es sei hier darauf hingewiesen, daß das *Nahfeldsignal* und das *Nahbereichsignal* nicht identisch sind.

In der Abb. 7 sind ein Seismogrammbeispiel für die Quelle Q_1 bei $R = 60$ mm, die entsprechende normierte B_r (inh.)-Amplituden-Winkel-Kurve sowie die bereits in Abb. 5 gezeigte B_r^N -Amplitudenkurve aus dem Nahfeld desselben Gebers aufgetragen. Die Gegenüberstellung der beiden Amplituden-Winkel-Kurven läßt ab 60° den Einfluß der Verwitterungsschicht auf die Amplituden sehr deutlich werden. Um nun derartige Unterschiede der im Nahbereich in der Verwitterungsschicht bestimmten Amplitudenkurven von den im Nahfeld innerhalb des homogenen Halbraumes

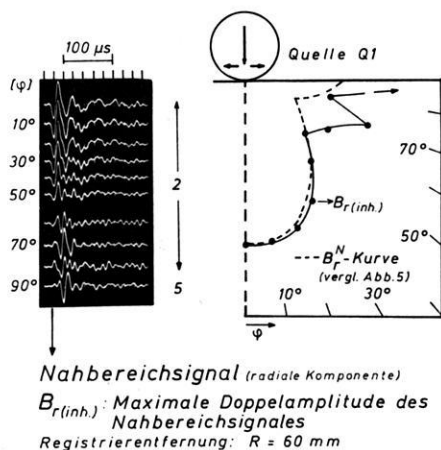


Abb. 7: Nahbereich-Seismogrammbeispiel und B_r (inh.)-Amplituden-Winkel-Kurve der an die Oberkante der Verwitterungsschicht gekoppelten Quelle Q_1 . Die B_r^N -Amplituden-Winkel-Kurve aus Abb. 5 ist zum Vergleich gestrichelt eingezeichnet worden.

Example for a "near-range"-seismogram and the B_r (inh.)-amplitude-angle-curve of the source Q_1 coupled to the upper surface of the weathered layer. For comparison the B_r^N -amplitude-angle-curve has been drawn in dashed line (ref. to fig. 5).

ermittelten aufzeigen zu können, sind Amplitudenmessungen für die drei Quellen im Nahbereich bis $R = 100$ mm vorgenommen worden. Die maximalen Doppelamplituden der gemessenen Nahbereichssignale sind auf die zum gleichen Winkel gehörenden Amplituden der P -Welle (homogener Halbraum) normiert worden (Abb. 8a—c).

Wie im homogenen Fall (Abschnitt 3.2.) sind vor der Verhältnisbildung $B_r(\text{inh.}, \varphi) / B_r^F(\varphi)$ die Werte $B_r(\text{inh.}, \varphi = 0^\circ) = B_r^F(\varphi = 0^\circ) = 1$ gesetzt worden.

Da sich, wie in Abschnitt 3.2. gezeigt, die P -Abstrahldiagramme in den Amplituden-Winkel-Kurven der Nahfeldsignale wiederfinden (Abb. 6.), bedeutet diese Verhältnisbildung gleichzeitig einen direkten Vergleich der Amplituden der Nahbereichssignale mit denen der Nahfeldsignale.

Die aus den Untersuchungen in Abschnitt 3.2. erhaltenen Schwankungsbreiten von 0,7—1,5, innerhalb derer die Verhältnisse der normierten Amplituden aus dem Nahfeld zu den ihnen vom Winkel her entsprechenden aus dem Fernfeld lagen, sind in die Abb. 8a—c gestrichelt eingetragen worden. Diese Schwankungsbreiten ergaben sich ebenso bei den Quellen $Q2$ und $Q3$. Den Abb. 8a—8c ist zu entnehmen, daß zwei Gruppen von Verhältniszahlen auftreten:

1. Verhältnisse normierter Amplituden des Nahbereichssignales zu denen der P -Welle — $B_r(\text{inh.})/B_r^F$ — die zwischen $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 80^\circ$ ausschließlich innerhalb des gestrichelt gezeichneten Toleranzbereiches liegen.

Bei der Quelle $Q1$ treten diese Verhältniszahlen im Registrierbereich von $R = 0$ mm bis $R = 40$ mm auf (Abb. 8a). Im Falle der Quelle $Q2$ liegen sie von $R = 0$ mm bis $R = 30$ mm (Abb. 8b) und bei der Quelle $Q3$ von $R = 0$ mm bis $R = 20$ mm (Abb. 8c) innerhalb des Toleranzbereiches.

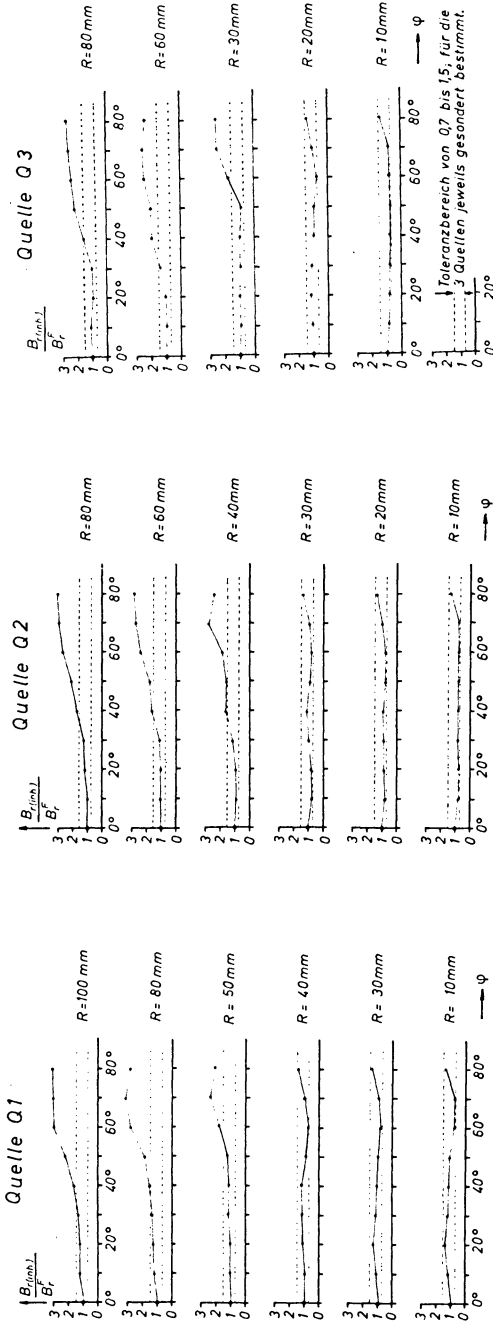
2. Verhältnisse normierter Amplituden des Nahbereichssignales zu denen der P -Welle — $B_r(\text{inh.})/B_r^F$ — die sowohl innerhalb als auch außerhalb des Toleranzbereiches zu finden sind.

Im Falle der Quelle $Q1$ überschreiten diese Verhältniszahlen bei Registrierentfernungen $R \geq 50$ mm den Toleranzbereich. Für die Quelle $Q2$ und $Q3$ geschieht dies bereits bei Registrierentfernungen $R \geq 40$ mm bzw. $R \geq 30$ mm.

5. Diskussion der Ergebnisse

Die Verhältniszahlen $B_r(\text{inh.})/B_r^F$, die den in den Abb. 8a—8c gestrichelt angedeuteten Grenzbereich überschreiten, stellen sehr deutliche Abweichungen der normierten Amplituden des Nahbereichssignals von den normierten Amplituden des Nahfeldsignals dar. Sie werden im weiteren als *signifikante Abweichungen* bezeichnet. Diese Verhältniszahlen verdeutlichen die Auswirkung der Verwitterungsschicht auf die Amplituden des Nahbereichssignales in klarer Weise.

Der Bereich der inhomogenen Schicht, in dem die $B_r(\text{inh.})/B_r^F$ -Werte die Toleranzgrenze nicht überschreiten, kann hinsichtlich seiner Auswirkungen auf die Amplituden elastischer Wellen dem Nahfeld im homogenen Halbraum gleichgesetzt werden.



8 c

8 b

8 a

Abb. 8a—8c: Verhältnisse $B_{r(inh.)}/B_r^F$ in ihrer Abhängigkeit vom Winkel φ bei verschiedenen Registrierentfernungen R . Normierte Darstellung.

Bezeichnungen:

$B_{r(inh.)}$ — Maximale Doppelamplitude der radialen Komponente des Nahbereichsignals.

B_r^F — Maximale Doppelamplitude der P -Welle im homogenen elastischen Halbraum vgl. (Abb. 4, 6) bei $R = \text{konst.}$ und $0^\circ \leq \varphi \leq 80^\circ$.

Ratio $B_{r(inh.)}/B_r^F$ as a function of the angle φ for divers distances R between source and receiver. Normalized representation.

Annotations:

$B_{r(inh.)}$ — The radial component's maximum double-amplitude of the "near-range"-signal.

B_r^F — The radial component's maximum double-amplitude of the P -wave in a homogeneous elastic halfspace (refer to fig. 4 and 6) for a certain distance R and divers angles $0^\circ \leq \varphi \leq 80^\circ$.

Wie die in den Abb. 8a—8c aufgetragenen Ergebnisse zeigen, hängen die Entfernungen R , bis zu denen im gesamten Winkelbereich keine signifikanten Abweichungen auftreten, von der Hauptfrequenz der erzeugten Wellen ab. Die Abhängigkeit kann benutzt werden, um quantitative Aussagen im Hinblick auf das Verhältnis von Hauptfrequenz f_H der erzeugten elastischen Wellen zu mittlerem vertikalen Geschwindigkeitsgradienten \bar{k} der inhomogenen Schicht zu treffen. Dieses Verhältnis soll nun bestimmt werden um anzugeben, in welchem Falle eine Verwitterungsschicht in ihrer

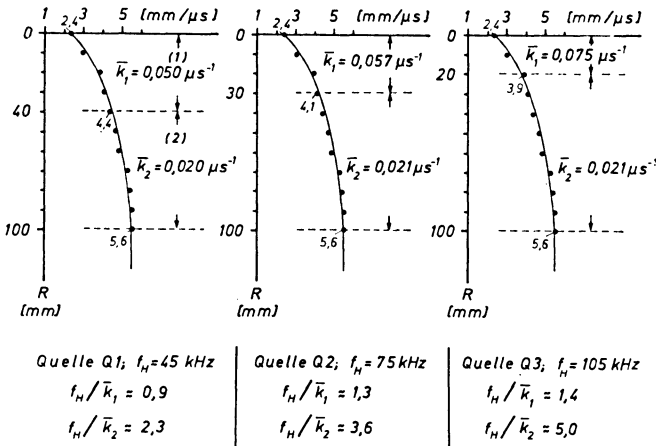


Abb. 9: Ermittlung von \bar{k}_1 und \bar{k}_2 bei Verwendung der Quellen Q1, Q2 und Q3 an unterschiedlich aufgeteilten gleichen Geschwindigkeits-Tiefen-Funktionen.

Bezeichnungen:

- \bar{k}_1 — Mittlerer vertikaler Geschwindigkeitsgradient für den Bereich der inh. Schicht (1), in dem keine signifikanten Abweichungen normierter Amplituden der Nahbereichssignale von ihnen entsprechenden normierten Amplituden der Nahfeldsignale auftreten.
- \bar{k}_2 — Mittlerer vertikaler Geschwindigkeitsgradient für den Bereich der inh. Schicht (2), in dem derartige signifikante Abweichungen zu verzeichnen sind.
- f_H — Vorherrschende Frequenz des abgestrahlten seismischen Signales (vgl. Abb. 1).

Computation of \bar{k}_1 and \bar{k}_2 for the velocity-depth function which is to be differently divided due to the use of the divers sources Q1, Q2 and Q3.

Annotations:

- \bar{k}_1 — Mean vertical velocity gradient for that part of the inhomogeneous layer (1) which does not show a significant difference between the normalized amplitudes of the near-field seismic signal and the analogous "near-range" seismic signal.
- \bar{k}_2 — Mean vertical velocity gradient for that part of the inhomogeneous layer (2) which gives rise to significant differences between the normalized amplitudes of the nearfield seismic signal and the analogous "near-range" seismic signal.
- f_H — Predominant frequency of the radiated seismic signal (refer to fig. 1).

Eigenschaft als geschwindigkeitsinhomogene Schicht auf die Wellenausbreitung elastischer Wellen im Bereich nahe der Quelle nachweisbar einwirkt bzw. nicht einwirkt. Hierzu wird die in Abb. 3 bereits gezeigte Geschwindigkeits-Tiefen-Funktion in jeweils zwei Teile untergliedert (vgl. Abb. 9):

In den ersten Teil (1) von einer Länge, die durch die Erstreckung des Bereiches angegeben wird, in dem von $\varphi = 0^\circ$ bis $\varphi = 80^\circ$ keine signifikanten Abweichungen auftreten (vgl. Abschnitt 4, Abb. 8a–8c)

und

in den zweiten Teil von einer Länge, die durch die Erstreckung des Bereiches gegeben wird, in dem signifikante Abweichungen auftreten.

Die entsprechenden mittleren vertikalen Geschwindigkeitsgradienten \bar{k}_1 und \bar{k}_2 für die Teile (1) und (2) sind der Abb. 9 zu entnehmen.

Ein Vergleich der Hauptfrequenzen f_H der von den Quellen erzeugten elastischen Wellen mit den in der Abb. 9 angegebenen mittleren vertikalen Geschwindigkeitsgradienten \bar{k}_1 und \bar{k}_2 gestattet folgende Aussage:

Dort, wo keine signifikanten Abweichungen auftreten, sind die Verhältnisse f_H/\bar{k}_1 für die Quellen Q1, Q2 und Q3 angenähert 0,9, 1,3 bzw. 1,4; d. h.: $f_H/\bar{k}_1 \lesssim 1,4$. Es kann folglich unter Benutzung der Definition „signifikant“ durch den in Abschnitt 3.2. hergeleiteten Toleranzbereich $0,7 \leq B_r^N/B_r^F \leq 1,5$ ein Verhältnis $f_H/\bar{k} \lesssim 1,4$ als Leitwert dafür angesehen werden, daß eine Verwitterungsschicht die Amplituden seismischer Wellen nicht beeinflusst bzw. daß eine inhomogene Schicht in gleichem Maße auf die Amplituden einwirkt wie ein homogenes elastisches Medium.

In dem Bereich der inhomogenen Schicht, in dem signifikante Abweichungen zu verzeichnen sind, beträgt für die Quelle Q1 $f_H/\bar{k}_2 \approx 2,3$ (vgl. Abb. 9); für die Quelle Q2 ergibt sich $f_H/\bar{k}_2 \approx 3,6$ und im Falle der Quelle Q3 ist $f_H/\bar{k}_2 \approx 5,0$. Es kann demnach bei Verwendung des Begriffes „signifikant“ ein Verhältnis $f_H/\bar{k} \gtrsim 2,3$ als Richtwert dafür betrachtet werden, daß eine Verwitterungsschicht auf die Amplituden seismischer Wellen nachweisbar einwirkt.

Aufgrund des hier untersuchten Modelltyps gelten die Verhältnisse f_H/\bar{k} nur für Verwitterungsschichten, in denen die Wellengeschwindigkeiten in vertikaler Richtung ansteigen. Da der mittlere vertikale Geschwindigkeitsgradient keine Aussage über den linearen bzw. nichtlinearen Verlauf der Geschwindigkeits-Tiefen-Funktion zuläßt, bleibt auch bei der Verhältnisbildung f_H/\bar{k} das spezielle Aussehen dieser Funktion unberücksichtigt.

Herrn Prof. Dr. H. BAULE (Bochum), Herrn Prof. Dr. J. BEHRENS (Clausthal-Zellerfeld) und Herrn Dipl.-Geophys. St. FREYSTÄTTER (Bochum) danke ich für anregende Diskussionen.

Das Modell der Verwitterungsschicht ist von den Herren H. HEMSCHEMEIER und A. MÜLLER im Institut für Geophysik der Technischen Universität Clausthal mit großer Sorgfalt angefertigt worden.

Literatur

- ANSORGE, J.: Experimentelle Untersuchungen über zweidimensionale Wellenausbreitung im elastischen Halbraum mit und ohne Oberflächenschicht. Veröffentlichungen des Landes-erdbedienstes Baden-Württemberg, Modellseismische Arbeiten (2. Teil), Stuttgart 1964
- BAILLIE, W. and T. ROZSA: The effect of topography on near-surface velocities. *Geophysics* XXI, 960—968, 1956
- BEHR, H.: Die Bestimmung der Geschwindigkeitszunahme seismischer Wellen und der Änderung der elastischen Bodeneigenschaften mit der Tiefe in der Verwitterungsschicht. Dissertation, Universität Hamburg 1956
- BRUSH CLEVITE Company Limited: PIEZOELECTRICITY (A data book for designers). Thornhill Southampton 1966
- DRESEN, L.: Das Schwingungsverhalten modellseismischer Geber und das von ihnen erzeugte seismische Wellenfeld in zweidimensionalen Modellen. Dissertation, Technische Universität Clausthal, Clausthal-Zellerfeld 1969
- DUSKA, L.: A rapid curved-path method for weathering and drift corrections. *Geophysics* XXVIII, 925—947, 1963
- GUTDEUTSCH, R. and M. KOENIG: Component registration in two-dimensional model seismology. *Studia geoph. et geod.* 3, 314—322, 1966
- GUTDEUTSCH, R. und H. MENZEL: Bemerkungen zur sogenannten 2-dimensionalen Theorie der Modellseismik. *Z. Geophys.* 33, 200—205, 1967
- GUTHELL, F.: Zum Stand der Anwendung ingenieurgeologischer und ingenieurgeophysikalischer Untersuchungsmethoden im Erd-, Grund- und Straßenbau. *Zbl. Geol. Paläont.* I, 354—381, 1968
- HOLLISTER, I. C.: A curved path refraction method. *Seismic Refraction Prospecting*, ed. by A. W. Musgrave. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, Oklahoma 1967
- KNOX, W. A.: Multilayer near-surface refraction computations. *Seismic Refraction Prospecting*, ed. by A. W. Musgrave. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, Oklahoma 1967
- LAMB, H.: On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. *Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A*, 203, 1—42, 1904
- MENZEL, H. und O. ROSENBAACH: Theoretische Untersuchungen über den Einfluß der Verwitterungsschicht auf das Spektrum elastischer Wellen in der Reflexionsseismik. *Geophys. Prospect.* 5 (3), 328—348, 1957
- : The influence of a layer complying with a linear velocity law on the shape of seismic pulses. *Geophys. Prospect.*, 6 (4), 408—432, 1958
- : Bemerkungen über den Einfluß der Verwitterungsschicht auf das Spektrum seismischer Wellen. *Geofisica Pura e Applic.* 40, 36—40, 1958

- MUSGRAVE, A. W. and R. H. BRATTON: Practical application of Blondeau Weathering Solution. Seismic Refraction Prospecting, ed. by A. W. Musgrave, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, Oklahoma 1967
- NAKAMURA, Y.: Model experiments on refraction arrivals from a linear transition layer. Bull. Seism. Soc. Am. 54, 1—8, 1964
- OLIVER, J.: Body waves in layered seismic models. Earthquake Notes 27, 29—38, 1956
- OLIVER, J., F. PRESS and M. EWING: Two-dimensional model seismology. Geophysics 19, 202—219, 1954
- RIZNICHENKO, YU. V., O. G. SHAMINA and R. V. KHANUTINA: Elastic waves with generalized velocity in two-dimensional bimorphic models. Bull. (Izv.) Acad. Sci. USSR, Geophys. Ser., 321—334, 1961
- SCHICK, R.: Untersuchungen über die Ausstrahlung seismischer Wellen aus Erdbebenherden. Veröffentlichungen des Landeserbbebedienstes Baden-Württemberg, Modellseismische Arbeiten (4. Teil), Stuttgart 1965
- SHAW, E. A. G.: On the resonant vibrations of thick barium titanate disks. J. Acoust. Soc. Am. 28, 38—50, 1956
- STEINBECK, J.: Modellseismische Untersuchungen von Rayleighwellen unter besonderer Berücksichtigung einer Deckschicht von variabler Mächtigkeit. Geophysikalische Abhandlungen, Institut für Meteorologie und Geophysik der Freien Universität Berlin 1 (1), 1965
- VANĚK, J.: A contribution to the theory of elastic waves produced by shock. Czechosl. Journ. Phys. 3, 97—119, 1953
- : Transitional zone in the classical region for explosions in solid materials. Czechosl. Journ. Phys. 4, 247—249, 1954
- WHITE, I. E.: Seismic waves: Radiation, transmission and attenuation. Mc Graw-Hill Book Company, New York 1965

The Method of Stationary Phase Applied to the Reflection of Spherical Waves from Transition Zones with Arbitrary Depth-Dependent Elastic Moduli and Density¹⁾

K. FUCHS, Karlsruhe²⁾

Eingegangen am 13. Juli 1970

Summary: The reflection of spherical waves from a transition zone with arbitrary depth-dependent elastic moduli and density is computed using a matrix-formalism and the method of stationary phase under two different assumptions.

In the zero order approximation it is assumed that the complex reflectivity \tilde{R}_{pp} of the transition zone is constant in the neighbourhood of the stationary phase. This solution does not include the head wave guided in the lower halfspace, but the normal dispersion of the wave reflected beyond the critical angle is given correctly.

In the first order approximation only the amplitude of \tilde{R}_{pp} is considered to be relatively constant in the vicinity of the stationary phase; the phase of \tilde{R}_{pp} is now used in determining the stationary phase. This solution does include the head wave. The position of the critical point is frequency-dependent and displaced towards larger distances. The discussion carried out in the frequency domain is supplemented in the time domain by the construction of synthetic seismograms.

Zusammenfassung: Es wird ein Rechenverfahren zur Bestimmung der Reflexion von Kugelwellen an Übergangszonen mit beliebiger Tiefenverteilung der elastischen Moduln und der Dichte angegeben. Die Übergangszone wird durch eine Folge hinreichend dünner, homogener Schichten angenähert. In dem Verfahren wird ein Matrizen-Formalismus und die Methode der stationären Phase in zwei verschiedenen Näherungen verwendet.

Die Näherung nullter Ordnung setzt voraus, daß sich die komplexe Reflektivität \tilde{R}_{pp} der Übergangszone in der Nähe der stationären Phase nur wenig ändert. Diese Lösung enthält nicht die im unteren Halbraum geführte Kopfwelle, zeigt aber deutlich die Dispersion der überkritischen Reflexion.

Bei der Näherung erster Ordnung wird nur die Amplitude von \tilde{R}_{pp} als konstant angesehen und die Phase von \tilde{R}_{pp} mit zur Bestimmung der stationären Phase herangezogen. Diese Näherung enthält die Kopfwelle. Der kritische Punkt ist frequenzabhängig zu größeren Entfernungen hin verschoben. Die Diskussion im Frequenzbereich wird durch die Konstruktion von synthetischen Seismogrammen im Zeitbereich ergänzt.

¹ Contribution No. 132 within the research program 'Determination of Crustal Structure in Central Europe' of the Deutsche Forschungsgemeinschaft (German Research Association). — Contribution No. 72, Geophysical Institute, University Karlsruhe.

² Priv.-Doz. Dr. KARL FUCHS, Geophysikalisches Institut, Universität Karlsruhe, D 75 Karlsruhe, Hertzstraße 16, Germany.

1. Introduction

This paper is part of a series of investigations on the propagation of elastic waves in inhomogeneous media. The reflectivity of transition zones with an arbitrary depth-dependent distribution of the elastic moduli and density for plane waves at arbitrary angles of incidence has been studied in a previous paper [FUCHS 1968a] which will be referred to as *paper I*. The transition zone was approximated by a number of sufficiently thin homogeneous isotropic layers.

In this paper the same method is extended to the reflection of spherical waves from such transition zones. In section 2 an integral expression is derived for the reflected wave field. It will be shown that the complex reflectivity of the transition zone for plane waves derived in paper I forms the kernel of the integral over the wave number.

An approximate evaluation of the integral expression by the method of stationary phase is discussed in section 3. Important properties of the reflected wave field including head waves, multiple reflections and continuous refractions are to be recognized already from the location of the stationary phases. As has been pointed out by FUCHS [1969], this rough estimate can be obtained with a considerable saving of computer time compared to the calculation of the complete synthetic seismogram by direct numerical integration.

The direct numerical integration of the integral derived in the present paper is performed in a number of related publications [FUCHS 1968c, 1969, 1970] where synthetic seismograms have been computed for spherical waves reflected from various transition zones.

2. The general solution for the reflection of a spherical wave from an inhomogeneous transition zone

2.1 Basic relations

All media considered subsequently are ideally elastic, homogeneous and isotropic. An explosive source S of elastic energy (*Figure 1*) is located in a halfspace (O) on top of a transition zone consisting of $(n-1)$ homogeneous layers. The transition zone is followed at some depth (z_{n-1}) by the lower halfspace (n). The source S is located at the origin of a cylindrical coordinate system. The transition zone is placed at a depth h below the source. The receiver E is at a horizontal distance r and at a depth z below the source. The explosive source radiates spherical waves independent of the azimuth φ . Even within the layered transition zone the problem remains independent of azimuth. The properties of the $(n+1)$ media are characterized by their P - and S -wave velocities α_i and β_i , and their densities ρ_i . The thicknesses of the $(n-1)$ layers of the transition zone are:

$$d_i = z_i - z_{i-1} \quad (1)$$

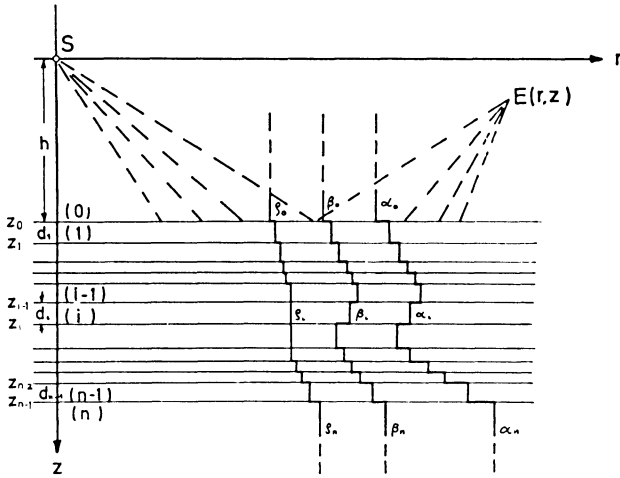


Fig. 1: Transition zone between two homogeneous halfspaces. The arbitrary depth-dependent distribution of the elastic moduli and density is approximated by a number of sufficiently thin homogeneous layers with arbitrary P - and S -wave velocity, density and thickness (α_i , β_i , ρ_i and d_i , respectively). Source S and receiver E are in the upper half space.

where z_i and z_{i-1} are the depths of the bottom and the top of the i th layer.

The radial and vertical displacements q and w at the point of observation $E(r, z)$ are derived from the two displacement potentials φ and ψ :

$$q = \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \tag{2}$$

$$w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\psi}{r} \tag{3}$$

where $\varphi(r, z, t)$ and $\psi(r, z, t)$ satisfy the equations:

$$\Delta \varphi = \frac{1}{\alpha^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \tag{4}$$

$$\Delta \psi - \frac{\psi}{r^2} = \frac{1}{\beta^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \tag{5}$$

The LAPLACE operator in cylindrical coordinates is

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{6}$$

By FOURIER transformation

$$\frac{\bar{\varphi}}{\bar{\psi}}(r, z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi}{\psi}(r, z, t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (7)$$

$$\frac{\varphi}{\psi}(r, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\bar{\varphi}}{\bar{\psi}}(r, z, \omega) \cdot e^{+j\omega t} d\omega \quad (8)$$

we can eliminate the time dependence. $\bar{\varphi}$ and $\bar{\psi}$ satisfy the following FOURIER transformed equations:

$$\Delta \bar{\varphi} = -k_\alpha^2 \cdot \bar{\varphi} \quad (9)$$

$$\Delta \bar{\psi} - \frac{\bar{\psi}}{r^2} = -k_\beta^2 \cdot \bar{\psi} \quad (10)$$

with

$$k_\alpha = \frac{\omega}{\alpha}; \quad k_\beta = \frac{\omega}{\beta} \quad (11)$$

The explosive point source generates the FOURIER transformed dilatational potential:

$$\bar{\varphi}(r, z, \omega) = L(\omega) \cdot \exp(-jk_\alpha \cdot R)/R \quad (12)$$

where $L(\omega)$ is the FOURIER transformed source function, and $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ is the distance measured from the point source. This term may be expressed by SOMMERFELD'S integral [SOMMERFELD 1909]:

$$\bar{\varphi}(r, z, \omega) = L(\omega) \int_0^\infty J_0(kr) \cdot \exp(-jv|z|)/jv \cdot k dk \quad (13)$$

with $v = k_\alpha^2 - k^2$. $J_0(kr)$ is the BESSEL function of the first kind and zero order.

This primary field is modified by the presence of the transition zone and the second halfspace. In every layer the transformed displacement potentials $\bar{\varphi}_i$ and $\bar{\psi}_i$ satisfy the corresponding differential equations. Using the expression for the primary field, the solutions in the various layers take the form:

$$\bar{\varphi}_i(r, z, \omega) = L(\omega) \int_0^\infty A_i e^{jv_i(z-z_{i-1})} J_0(kr) \frac{k dk}{jv_0} + L(\omega) \int_0^\infty B_i e^{-jv_i(z-z_{i-1})} J_0(kr) \frac{k dk}{jv_0} \dots \quad (14)$$

$$\bar{\psi}_i(r, z, \omega) = L(\omega) \int_0^\infty C_i e^{jv'_i(z-z_{i-1})} J_1(kr) \frac{k dk}{v_0} + L(\omega) \int_0^\infty D_i e^{-jv'_i(z-z_{i-1})} J_1(kr) \frac{k dk}{v_0} \dots \quad (15)$$

where:

$$v_i = \begin{cases} \sqrt{k_{\alpha_i}^2 - k^2} & \text{for } c \geq \alpha_i \\ -j\sqrt{|k_{\alpha_i}^2 - k^2|} & \text{for } c < \alpha_i \end{cases} \quad v'_i = \begin{cases} \sqrt{k_{\beta_i}^2 - k^2} & \text{for } c \geq \beta_i \\ -j\sqrt{|k_{\beta_i}^2 - k^2|} & \text{for } c < \beta_i \end{cases} \quad (16), (17)$$

and

$$c = \frac{\omega}{k}; \quad z_{-1} = 0; \quad z_0 = h \quad (18)$$

$J_1(kr)$ is the BESSEL function of the first kind and order one. By the choice of sign the two potentials vanish for $z \rightarrow \pm \infty$, respectively. The A_i , B_i , C_i and D_i are complex functions of ω and k ; furthermore they are dependent on the layer parameters α_i , β_i , ρ_i and d_i . They will be derived from the conditions of continuity of displacements and stresses at the boundaries. The $\bar{\varphi}_i$ and $\bar{\psi}_i$ are solutions of equations (9) and (10) as may be verified by substitution. In equations (14) and (15) the first integral represents waves propagating in the negative z -direction, the second integral stands for waves travelling in the positive z -direction.

The following abbreviations will be used:

$$\Phi_i^- = A_i \cdot \exp [jv_i(z - z_{i-1})]; \quad \Phi_i^+ = B_i \cdot \exp [-jv_i(z - z_{i-1})] \quad (19)$$

$$\psi_i^- = C_i \cdot \exp [jv'_i(z - z_{i-1})]; \quad \psi_i^+ = D_i \cdot \exp [-jv'_i(z - z_{i-1})] \quad (20)$$

From this the equations (14) and (15) reduce to:

$$\bar{\varphi}_i(r, z, \omega) = L(\omega) \cdot \int_0^\infty (\Phi_i^- + \Phi_i^+) J_0(kr) \frac{k \, dk}{jv_0} \quad (21)$$

$$\bar{\psi}_i(r, z, \omega) = L(\omega) \cdot \int_0^\infty (\psi_i^- + \psi_i^+) J_1(kr) \frac{k \, dk}{v_0} \quad (22)$$

for $i = 0, 1, \dots, n$

2.2 Boundary conditions

At the boundary between the two layers at depth z_i ($i = 1, \dots, n-1$) the displacements q_i , q_{i+1} and w_i , w_{i+1} and also the components of the stress tensor $(P_{zz})_i$, $(P_{zz})_{i+1}$ and $(P_{zr})_i$, $(P_{zr})_{i+1}$ are continuous. The same holds for the FOURIER transformed quantities. The \bar{q} and \bar{w} are taken from the transformed equations (2) and (3). The transformed components of the stress tensor are [EWING, JARDETZKY and PRESS 1957]:

$$\bar{p}_{zz} = \lambda \cdot \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial z^2} \right) + 2\mu \cdot \left(\frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} \right) \quad (23)$$

$$\bar{p}_{zr} = \mu \cdot \left(2 \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial r \partial z} - \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial r} - \frac{\bar{\psi}}{r^2} \right) \quad (24)$$

λ and μ are LAME'S constants. Substituting $\bar{\varphi}_i$ and $\bar{\psi}_i$ from eq. (14) and (15) into the expressions for \bar{q}_i , \bar{w}_i , $(\bar{p}_{zz})_i$ and $(\bar{p}_{zr})_i$ yields:

$$\bar{q}_i = L(\omega) \cdot \int_0^\infty \bar{Q}_i \cdot J_1(kr) \cdot \frac{k \, dk}{v_0} \quad (25)$$

$$\bar{w}_i = L(\omega) \cdot \int_0^\infty \bar{W}_i \cdot J_0(kr) \cdot \frac{k \, dk}{jv_0} \quad (26)$$

$$(\bar{p}_{zz})_i = L(\omega) \cdot \int_0^\infty \bar{P}_{zzi} \cdot J_0(kr) \cdot \frac{k \, dk}{jv_0} \quad (27)$$

$$(\bar{p}_{zr})_i = L(\omega) \cdot \int_0^\infty \bar{P}_{zri} \cdot J_1(kr) \cdot \frac{k \, dk}{v_0} \quad (28)$$

Here the following abbreviations have been used:

$$\bar{Q}_i = j \cdot k \cdot \Phi_i^- - j \cdot v_i' \cdot \psi_i^- + j \cdot k \cdot \Phi_i^+ + j \cdot v_i' \cdot \psi_i^+ \quad (29)$$

$$\bar{W}_i = j \cdot v_i \cdot \Phi_i^- + j \cdot k \cdot \psi_i^- - j \cdot v_i \cdot \Phi_i^+ + j \cdot k \cdot \psi_i^+ \quad (30)$$

$$\bar{P}_{zzi} = \mu_i \cdot l_i \cdot \Phi_i^- - 2 \mu_i \cdot k \cdot v_i' \cdot \psi_i^- + \mu_i \cdot l_i \cdot \Phi_i^+ + 2 \mu_i \cdot k \cdot v_i' \cdot \psi_i^+ \quad (31)$$

$$\bar{P}_{zri} = -2 \mu_i \cdot k \cdot v_i \cdot \Phi_i^- - \mu_i \cdot l_i \cdot \psi_i^- + 2 \mu_i \cdot k \cdot v_i \cdot \Phi_i^+ - \mu_i \cdot l_i \cdot \psi_i^+ \quad (32)$$

with

$$l_i = 2k^2 - k_{\beta_i}^2 \quad (33)$$

Defining a displacement-stress vector S_i :

$$S_i = (\bar{Q}_i, \bar{W}_i, \bar{P}_{zzi}, \bar{P}_{zri}) \quad (34)$$

and a potential vector Φ_i :

$$\Phi_i = (\Phi_i^-, \psi_i^-, \Phi_i^+, \psi_i^+) \quad (35)$$

equations (29) to (32) may be written in matrix form as follows:

$$S_i = T_i \cdot \Phi_i \quad (36)$$

or solving for Φ_i :

$$\Phi_i = T_i^{-1} \cdot S_i \quad (37)$$

These two relations between S_i and Φ_i are valid for every depth within the i th layer. The matrices T_i and T_i^{-1} have the same elements as in paper I (eqs. (18) and (19)). The relation between Φ_i at the top and bottom of the i th layer is:

$$\Phi_i(z_i) = E_i \cdot \Phi_i(z_{i-1}) \quad (38)$$

where E_i is the same matrix as in paper I (eq. (22)).

The conditions of the continuity of displacements and stresses at the n interfaces must be satisfied for any distance r . Therefore, it is necessary that:

$$S_i(z_i) = S_{i+1}(z_{i+1}) \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (39)$$

The radiation condition at infinity is satisfied by the choice of the signs in equations (16) and (17). No energy is incident from the lower halfspace:

$$\Phi_n^- = \psi_n^- = 0 \quad (40)$$

From the upper halfspace only a P -wave is incident upon the transition zone:

$$\psi_0^+ = 0 \quad (41)$$

The two potential vectors $\Phi_0(h)$ and $\Phi_n(z_{n-1})$ at the top and bottom of the transition zone will be connected as in paper I. Comparing equations (14) and (13) we find for Φ_0^+ in equation (19) for $z > 0$:

$$\Phi_0^+(z) = \exp(-jv_0z) \quad (42)$$

Therefore, we obtain for the potential vectors $\Phi_0(h)$ at $z = h$:

$$\Phi_0(h) = [A_0 \exp(jv_0h), C_0 \exp(jv_0'h), \exp(-jv_0h), 0] \quad (43)$$

and for $\Phi_n(z_{n-1})$ at $z = z_{n-1}$:

$$\Phi_n(z_{n-1}) = (0, 0, B_n, D_n) \quad (44)$$

Putting:

$$A_0 = \tilde{R}_{pp} \cdot \exp[-j2hv_0] \quad (45)$$

$$C_0 = \tilde{R}_{ps} \cdot \exp[-j(v_0 + v_0')h] \quad (46)$$

$$B_n = \tilde{T}_{pp} \cdot \exp[-jhv_0] \quad (47)$$

$$D_n = \tilde{T}_{ps} \cdot \exp[-jhv_0] \quad (48)$$

the two potential vectors may be written as:

$$\Phi_0(h) = \exp(-j\nu_0 h) \cdot (\tilde{R}_{pp}, \tilde{R}_{ps}, 1, 0) \quad (49)$$

$$\Phi_n(z_{n-1}) = \exp(-j\nu_0 h) \cdot (0, 0, \tilde{T}_{pp}, \tilde{T}_{ps}) \quad (50)$$

With the exception of the common factor $\exp(-j\nu_0 h)$ the potential vectors have the same form as in paper I. Here and in the former paper the complex coefficients \tilde{R}_{pp} , \tilde{R}_{ps} and \tilde{T}_{pp} , \tilde{T}_{ps} are the reflectivity and transmissivity of the transition zone for plane waves, respectively. Since the potential vectors at the top and bottom of the transition zone are connected by the same matrix operation in both papers, the coefficients \tilde{R}_{pp} , \tilde{R}_{ps} , \tilde{T}_{pp} , \tilde{T}_{ps} in the present paper are the same as those for plane waves obtained in paper I. For the derivation of these expressions the reader is referred to paper I. A FORTRAN IV program for the computation of the \tilde{R}_{pp} , \tilde{R}_{ps} , \tilde{T}_{pp} , and \tilde{T}_{ps} as a function of frequency ω and angle of incidence γ has been written and is used for the subsequent investigations, where we will be concerned with the waves reflected from the transition zone into the upper halfspace (O). These reflections include also the continuously refracted and the head waves.

For the *PP* reflections from the transition zone we find from eq. (45) and (14):

$$\bar{\varphi}_0(r, z, \omega) = L(\omega) \cdot \int_0^\infty \tilde{R}_{pp} \cdot e^{j\nu_0(z-2h)} \cdot J_0(kr) \frac{k dk}{j\nu_0} \quad (51)$$

for the *PS* reflections from eq. (47) and (15):

$$\bar{\varphi}_0(r, z, \omega) = L(\omega) \cdot \int_0^\infty \tilde{R}_{ps} \cdot e^{j\nu_0'(z-h) - j\nu_0 h} \cdot J_1(kr) \frac{k dk}{\nu_0} \quad (52)$$

For the receiver at $z = 0$ these expressions yield:

$$\bar{\varphi}_0(r, 0, \omega) = L(\omega) \cdot \int_0^\infty \tilde{R}_{pp} \cdot e^{-j\nu_0 2h} \cdot J_0(kr) \frac{k dk}{j\nu_0} \quad (53)$$

and

$$\bar{\varphi}_0(r, 0, \omega) = L(\omega) \cdot \int_0^\infty \tilde{R}_{ps} \cdot e^{-j(\nu_0 + \nu_0')h} \cdot J_1(kr) \frac{k dk}{\nu_0} \quad (54)$$

In this paper we will be concerned with the reflections of type *PP* and shall concentrate on the evaluation of the integrals in eq. (51) and (53).

2.3 Remarks concerning the evaluation of the integrals for the reflected spherical wave

The numerical evaluation of the integrals for $\bar{\varphi}_0(r, z, \omega)$ in eq. (51) meets a number of difficulties. — Poles are encountered for the complex reflectivity \bar{R}_{pp} at wave numbers $k > \omega/\alpha_0 = k_{\alpha 0}$. These poles correspond to waves guided within the transition zone and propagating with horizontal phase velocity $c < \alpha_0$. Their amplitudes decay exponentially with the distance from the transition zone. They correspond to Stoneley waves guided at a first-order discontinuity between two halfspaces.

If the distance h of the source from the transition zone is large compared to the wavelength this difficulty may be overcome. ν_0 in equation (16) will become negative imaginary for $k > k_{\alpha 0}$. Thus the exponent in equation (51) is negative real, and the integrand can be kept arbitrarily small for $k > k_{\alpha 0}$, if h is sufficiently large. In crustal investigations by explosion seismology the depths of the transition zones reach about 10 to 30 times the dominating wavelength. Therefore, in this case the contributions for wave numbers $k > k_{\alpha 0}$ may be neglected. In the following we shall replace the upper limit of integration by $k_{\alpha 0}$. From eq. (52) we get:

$$\bar{\varphi}_0(r, z, \omega) = L(\omega) \cdot \int_0^{k_{\alpha 0}} \bar{R}_{pp} \cdot e^{j\nu_0(z-2h)} \cdot J_0(kr) \frac{k dk}{j\nu_0} \quad (55)$$

The singularity at $k = k_{\alpha 0}$ may be avoided by the following substitution. The relation between the wave number k and the angle of incidence γ at the top of the transition zone is:

$$k = k_{\alpha 0} \cdot \sin \gamma \quad (56)$$

and correspondingly:

$$\nu_0 = \sqrt{k_{\alpha 0}^2 - k^2} = k_{\alpha 0} \cdot \cos \gamma \quad (57)$$

$$dk = k_{\alpha 0} \cdot \cos \gamma \cdot d\gamma \quad (58)$$

The new limits of integration are:

$$\gamma = 0 \quad \text{instead of} \quad k = 0$$

and

$$\gamma = \pi/2 \quad \text{instead of} \quad k = k_{\alpha 0}$$

Equation (55) becomes:

$$\bar{\varphi}_0(r, z, \omega) = L(\omega) \cdot \int_0^{\pi/2} \bar{R}_{pp}(\omega, \gamma) \cdot J_0(rk_{\alpha 0} \sin \gamma) \cdot e^{jk_{\alpha 0} \cos \gamma (z-2h)} \cdot k_{\alpha 0} \sin \gamma \frac{d\gamma}{j} \quad (59)$$

The singularity at $k = k_{\alpha 0}$, i.e. $\gamma = \pi/2$ has disappeared. The integration over the wave number in the interval $0 \leq k \leq k_{\alpha 0}$ corresponds to integration over real angles of incidence between $0 \leq \gamma \leq \pi/2$.

For large horizontal distances of the receiver from the source the Bessel function $J_0(kr)$ starts to oscillate rapidly. Therefore, for the numerical integration a very close spacing of intervals is required which increases the number of summations considerably. This second difficulty may be overcome by various methods. FILON [1928] proposed a modified SIMPSON's rule by which the rapid oscillations are taken care of analytically and only a smooth variation of \tilde{R}_{pp} is required.

In this paper the integration will be performed by the method of stationary phase which requires a smoothly varying \tilde{R}_{pp} compared to the rapid oscillations of the BESSEL function. It is the purpose of the following section to study the behaviour of \tilde{R}_{pp} .

2.4 The reflectivity \tilde{R}_{pp} of various transition zones

In this section the reflectivity \tilde{R}_{pp} of various transition zones is studied as a function of frequency and angle of incidence. It will be shown that \tilde{R}_{pp} varies smoothly, especially for angles of incidence larger than critical. Here the amplitude R_{pp} of the complex reflectivity \tilde{R}_{pp} is nearly constant.

The reflectivity \tilde{R}_{pp} of various transition zones has been computed as a function of angle of incidence and frequency for plane waves by the FORTRAN IV program described in paper I. The following models are discussed in detail: a first-order discontinuity, a transition zone with 3 stepwise increases, a linear transition zone and a single lamina between two halfspaces of reduced velocity. The results are presented in *Figures 2–8*.

The reflectivity \tilde{R}_{pp} of a first-order discontinuity in the range $0 \leq \gamma \leq 90^\circ$ and $0 \leq \nu \leq 10$ Hz is given in *Figure 2*. The upper half is the amplitude $R_{pp}(\nu, \gamma)$, the lower half the phase $\Phi(\nu, \gamma)$ of \tilde{R}_{pp} . It may be recognized from the contours of equal amplitudes and equal phase, that \tilde{R}_{pp} is independent of frequency. The critical angle for this model is $\gamma_{cr} = 51.3^\circ$. At the critical angle the amplitude is abruptly increasing to about 0.95. For larger angles of incidence it is nearly constant. The phase Φ of \tilde{R}_{pp} is vanishing for angles less than critical. Here the reflectivity is real, the reflected signal has the same shape as the incident signal. Starting at the critical angle the phase increases monotonously from 0° to 180° .

The next model is a transition zone—termed Stufen-Moho—with 3 stepwise increases where two layers with a thickness of 0.5 km each have been placed between two homogeneous halfspaces. The distribution of the *P*- and *S*-wave velocities and of the density is given in *Figures 3* and *4*. The amplitude of \tilde{R}_{pp} is presented in *Figure 3*, the phase in *Figure 4* for the range $0 \leq \gamma \leq 90^\circ$ and $0 \leq \nu \leq 20$ Hz. Both quantities are clearly dependent on frequency.

For angles less than critical the amplitude is periodically dependent on frequency. This periodicity is caused by multiple reflections within the transition layers. Within the supercritical range the amplitude does not differ very much from the behaviour of \tilde{R}_{pp} of a first-order discontinuity. The amplitude is nearly constant and unity.

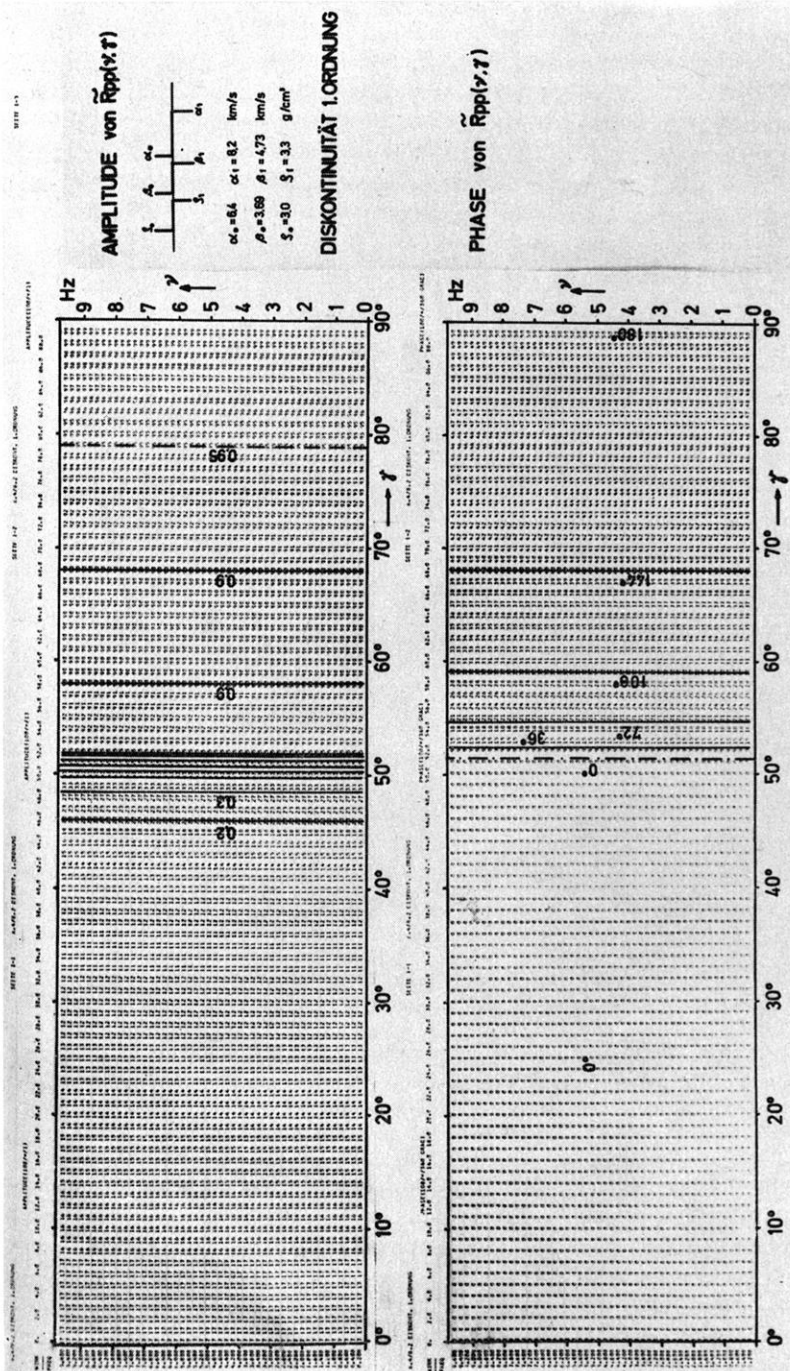


Fig. 2: Complex reflectivity $\tilde{R}_{pp}(\nu, \gamma)$ of a first-order discontinuity for plane waves of frequency ν (vertical scale) and angle of incidence γ (horizontal scale). Top: amplitude; bottom: phase of \tilde{R}_{pp} in degrees. The model parameters are given on the right.

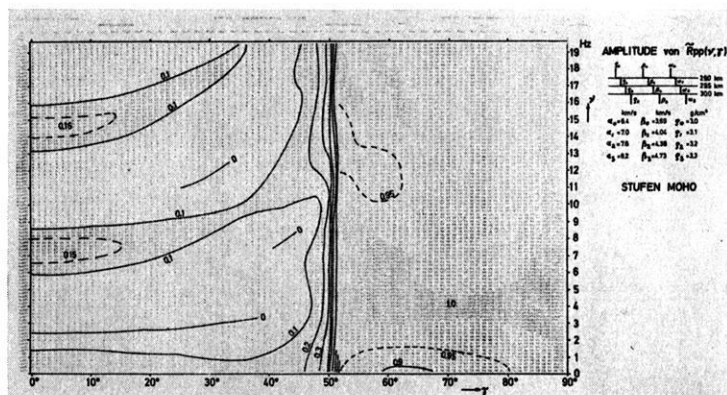


Fig. 3: Amplitude of the reflectivity $\tilde{R}_{pp}(v, \gamma)$ of a transition zone (Stufen-Moho) with a stepwise increase of the parameters between 29 and 30 km depth. \tilde{R}_{pp} has also become a function of frequency. The amplitude of \tilde{R}_{pp} is nearly unity for angles larger than the critical angle at 51.3° .

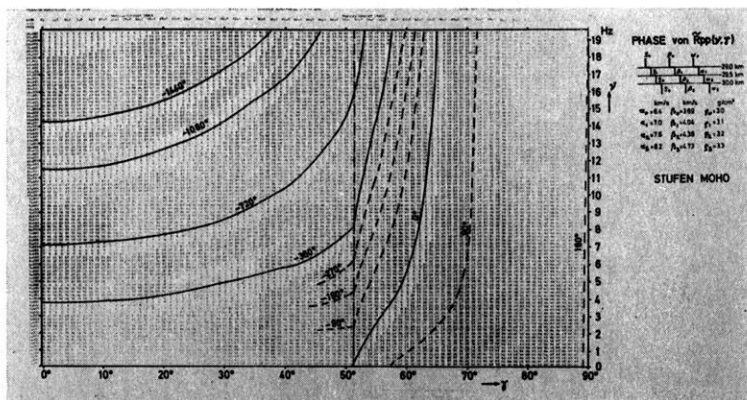


Fig. 4: Phase of the reflectivity $\tilde{R}_{pp}(v, \gamma)$ of a transition zone (Stufen-Moho) with a stepwise increase of the parameters (see Fig. 3). While the amplitude of \tilde{R}_{pp} is nearly constant at supercritical incidence, the phase is varying rapidly.

The phase in *Figure 4* is also dependent on frequency and the angle of incidence even in the subcritical range. At the critical angle $\gamma_{cr} = 51.3^\circ$ an abrupt increase in $\partial\Phi/\partial\gamma$ can be recognized from the break in the direction of the lines of equal phase. The existence of a head wave in the lower halfspace is related to this discontinuous behaviour of $\partial\Phi/\partial\gamma$. The introduction of the two intermediate layers with *P*-wave velocities 7.0 and 7.6 km/sec gives rise to two more critical angles: 66° and 57.3°

corresponding to a critical incidence upon the top of these layers. In *Figure 5* this range of angles has been scanned with higher resolution. It should be noted that no discontinuity in $\partial\Phi/\partial\gamma$ becomes visible at the two critical angles of the intermediate layers.

The reflectivity of a gradient layer of thickness 1 km is displayed in *Figure 6*. Within this layer the *P*- and *S*-wave velocities and the density increase linearly with depth, being continuous at the upper and lower boundary. Actually this gradient layer is simulated by a set of 11 homogeneous layers. In the frequency range $0 \leq \nu \leq 10$ Hz this approximation is close enough; its reflectivity cannot be distinguished from that of a continuous increase with depth. — Within the supercritical range the amplitude of the reflectivity \tilde{R}_{pp} is again nearly unity with only negligible variations. Especially for frequencies above 5 Hz the phase differs from the phase of the “Stufen-Moho”. The discontinuity of $\partial\Phi/\partial\gamma$ is still present at $\gamma_{cr} = 51.3^\circ$.

In *Figure 7* the thickness of the gradient layer is increased to 2 km. In the subcritical range reflections are restricted to frequencies less than 1.8 Hz. The amplitude in the supercritical range does not differ from the models discussed previously. Only the phase is markedly changed: with decreasing gradient the phase is increasing more rapidly with the angle of incidence γ . For supercritical incidence the form of the reflected signal is mainly governed by the phase and only to a small degree by the amplitude of the reflectivity.

An example of a velocity inversion is given in *Figure 8*. A high-velocity lamella of 0.4 km thickness is placed between two halfspaces. Both amplitude and phase of the reflectivity \tilde{R}_{pp} are different from those of the previous models. — Frequencies less than 0.5 Hz are neither reflected for sub- nor supercritical incidence. Only very close to $\gamma = 90^\circ$ the amplitude increases notably. There is no rapid increase of amplitudes near the critical angle in the frequency range $0 \leq \nu \leq 10$ Hz. For subcritical incidence a strong increase of amplitudes is observed near 5 Hz. Compared to the reflectivity of a first-order discontinuity the amplitude is doubled at this frequency. The amplitude of the reflectivity changes periodically within the subcritical range reaching a maximum every 10 Hz. In the supercritical range the amplitudes are approaching the behaviour of a first-order discontinuity only for very high frequencies. — The phase does not show a discontinuity in $\partial\Phi/\partial\gamma$ at the critical angle. The phase varies smoothly over the entire range.

It was the purpose of this section to investigate the behaviour of the reflectivity \tilde{R}_{pp} for various models of the transition zone. It must be concluded that \tilde{R}_{pp} is a rather slowly varying function of the angle of incidence. This is especially true for the amplitudes in the supercritical range for models with a monotonous increase of the velocity with depth. Here the amplitudes are nearly constant and equal unity. The change of the phase of the reflectivity will play an important role in the method of stationary phase. It will be shown that the head wave from the lower halfspace can only be obtained by the method of stationary phase if one takes into account the variation of the phase of the complex reflectivity \tilde{R}_{pp} .

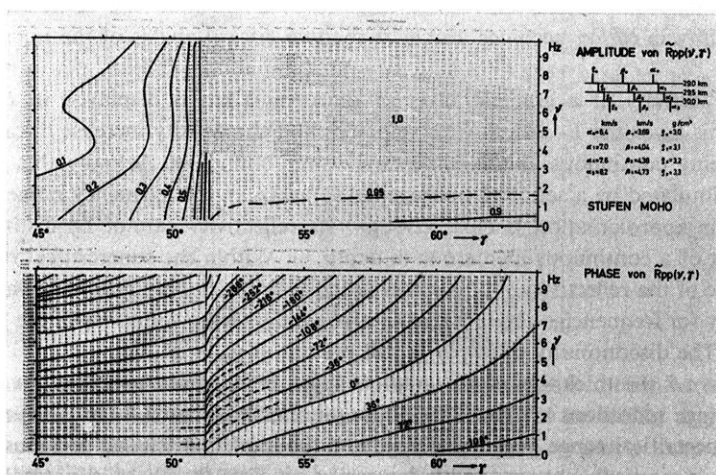


Fig. 5: Complex reflectivity $\tilde{R}_{pp}(\nu, \gamma)$ (top: amplitude; bottom: phase Φ) of the transition zone (Stufen-Moho) with a stepwise increase of the parameters (see Fig. 3 and 4). A discontinuous increase of $\partial\Phi/\partial\gamma$ at the critical angle 51.3° can be recognized through a higher resolution of the angles.

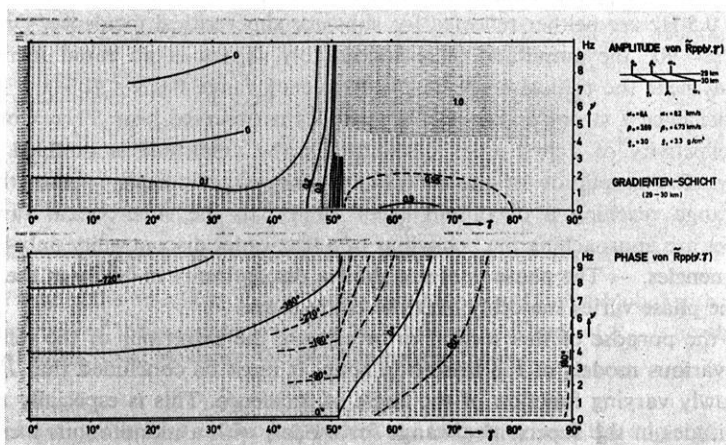


Fig. 6: Complex reflectivity $\tilde{R}_{pp}(\nu, \gamma)$ of a transition zone with a continuous linear increase of the velocities and density between 29 and 30 km depth.

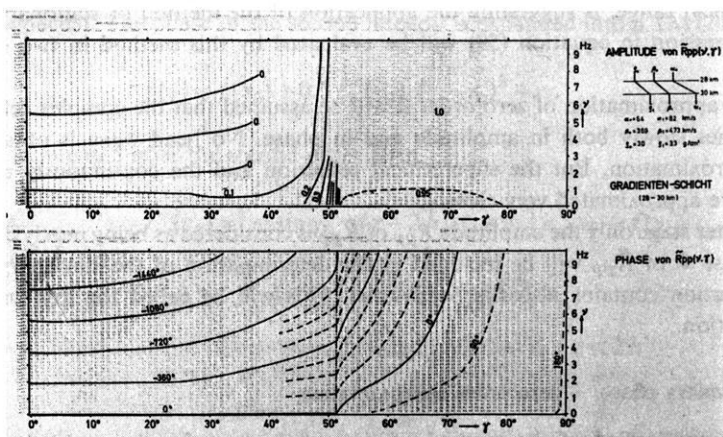


Fig. 7: Complex reflectivity $\tilde{R}_{pp}(\nu, \gamma)$ of a transition zone with a continuous linear increase of the velocities and density between 28 and 30 km depth.

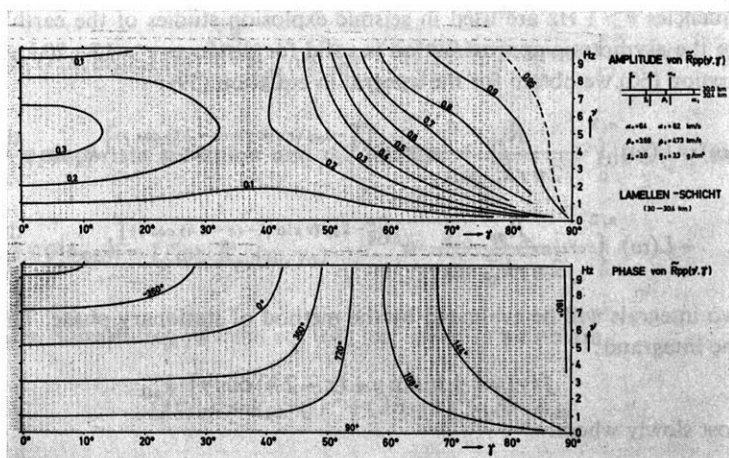


Fig. 8: Complex reflectivity $\tilde{R}_{pp}(\nu, \gamma)$ of a high-velocity lamella of 0.4 km thickness between two halfspaces.

3. The reflection of a spherical wave by the method of stationary phase

The small variation of the reflectivity \tilde{R}_{pp} , especially of the amplitude in the supercritical range, is suggesting the application of the method of stationary phase. The expression in equation (59) will be evaluated by this method in two different ways.

As an approximation of zero order it will be assumed that the complex reflectivity \tilde{R}_{pp} varies slowly both in amplitude and in phase. No head wave is obtained by this approximation. But the supercritical reflection and the continuously refracted waves are approximated very closely.

In a later stage only the amplitude R_{pp} of \tilde{R}_{pp} is considered as being nearly constant. The phase Φ of \tilde{R}_{pp} will be included in the determination of the stationary phase. This solution contains also the head wave. This will be called the first order approximation.

3.1 Stationary phase — zero order approximation

In the application of the method of stationary phase for the evaluation of the integral in equation (59) the BESSEL function $J_0(kr)$ will be replaced by its asymptotic approximation for large argument:

$$J_0(kr) = \sqrt{1/2\pi kr} \{ \exp [j(kr + \pi/4)] + \exp [-j(kr + \pi/4)] \} \quad (60)$$

where: $k = k_{\alpha 0} \cdot \sin \gamma$. This approximation is valid for arguments $kr > 15$. Signals with frequencies $\nu > 1$ Hz are used in seismic explosion studies of the earth's crust. Therefore the asymptotic approximation is valid for distances $r > 15-20$ km. With equation (60) we obtain for the integral in equation (59):

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_0(r, z, \omega) = L(\omega) \int_0^{\pi/2} \frac{\tilde{R}_{pp}}{\sqrt{2\pi rk_{\alpha 0} \sin \gamma}} \cdot e^{-j \left[\frac{\pi}{4} - k_{\alpha 0} (r \sin \gamma + (z-2h) \cos \gamma) \right]} k_{\alpha 0} \sin \gamma \frac{d\gamma}{j} \\ + L(\omega) \int_0^{\pi/2} \frac{\tilde{R}_{pp}}{\sqrt{2\pi rk_{\alpha 0} \sin \gamma}} \cdot e^{j \left[\frac{\pi}{4} - k_{\alpha 0} (r \sin \gamma - (z-2h) \cos \gamma) \right]} k_{\alpha 0} \sin \gamma \frac{d\gamma}{j} \quad (61) \end{aligned}$$

The two integrals will be evaluated by the method of stationary phase. The phase $f(\gamma)$ of the integrand:

$$f(\gamma) = [\pm r \cdot \sin \gamma + (z-2h) \cos \gamma] \cdot k_{\alpha 0} \quad (62)$$

varies most slowly where:

$$f'(\gamma) = [\pm r \cdot \cos \gamma_0 - (z-2h) \sin \gamma_0] k_{\alpha 0} = 0 \quad (63)$$

i.e. the stationary phase is located at:

$$\gamma_0 = \mp \arctg \frac{r}{2h-z} \quad (64)$$

The upper sign is valid for the first integral, the lower sign for the second integral in equation (61). Since $z < h$, only the second integral possesses a stationary phase within the range of integration. Therefore, the contribution from the first integral will be neglected. The phase of the second integral is expanded into a TAYLOR series:

$$f(\gamma) = f(\gamma_0) + 0.5f''(\gamma_0) \cdot (\gamma - \gamma_0)^2 + \dots \tag{65}$$

which is terminated after the second-order term.

Since:

$$f''(\gamma_0) = [r \cdot \sin \gamma_0 - (z - 2h) \cdot \cos \gamma_0] k_{\alpha 0} = -f(\gamma_0) \tag{66}$$

we obtain for $f(\gamma)$:

$$\begin{aligned} f(\gamma) &\approx f(\gamma_0) - 0.5 \cdot f(\gamma_0) \cdot \varepsilon^2 \\ &\approx -|f(\gamma_0)| \cdot (1 - 0.5 \varepsilon^2), \quad z < 2h \end{aligned} \tag{67}$$

where:

$$\varepsilon = \gamma - \gamma_0 \tag{68}$$

The phase $f(\gamma)$ from eq. (67) is now introduced into the second integral of eq. (61). Since the contributions of the integral at large distances from the stationary phase are negligible the range of integration may formally be extended to $\pm \infty$. The slowly varying part of the integrand is regarded as nearly constant and can now be placed in front of the integral:

$$\bar{\varphi}_0(r, z, \omega) \approx L(\omega) \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{j} \tilde{R}_{pp}(\omega, \gamma_0) \sqrt{\frac{k_{\alpha 0} \sin \gamma_0}{2\pi r}} e^{-j|f(\gamma_0)|} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j|f(\gamma_0)| \frac{\varepsilon^2}{2}} d\varepsilon$$

With an appropriate substitution and the relation $\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\vartheta^2) d\vartheta = \sqrt{\pi}$ we obtain for $\bar{\varphi}_0$:

$$\bar{\varphi}_0(r, z, \omega) \approx L(\omega) \cdot \tilde{R}_{pp}(\omega, \gamma_0) \cdot \sqrt{\frac{\sin \gamma_0 \cdot k_{\alpha 0}}{r \cdot |f(\gamma_0)|}} \cdot e^{-jk_{\alpha 0}|f(\gamma_0)|} \tag{69}$$

for $z < 2h$. Substituting γ_0 from eq. (64) into eq. (62) we obtain:

$$|f(\gamma_0)| = k_{\alpha 0} \cdot \sqrt{r^2 + (2h - z)^2} = R_1 \cdot k_{\alpha 0} \tag{70}$$

where R_1 is that distance which the ray reflected at the top of the transition zone has travelled between source and receiver in the upper halfspace.

Since:

$$\frac{\sin \gamma_0}{r} = \frac{1}{R_1}, \tag{71}$$

we obtain finally for $\bar{\varphi}_0$:

$$\bar{\varphi}_0(r, z, \omega) = L(\omega) \cdot \tilde{R}_{pp}(\omega, \gamma_0) \cdot e^{-jk_{z0}R_1} \cdot \frac{1}{R_1} \quad (72)$$

The phase $k_{z0} \cdot R_1$ in eq. (72) corresponds to the travel time of the reflected ray in the upper halfspace. The factor $1/R_1$ takes care of the amplitude diminution due to geometrical spreading within the upper halfspace. Although this solution has been derived for large argument kr , it turns out that it is valid also for small kr , even for vertical incidence. With the exception of the factor $1/R_1$ the expression in eq. (72) corresponds to the reflection of a plane wave with the angle of incidence γ_0 . Compared to the reflection of a plane wave, the stationary phase of the zero order approximation leads to an improved solution which includes the effect of geometrical spreading within the upper halfspace.

The approximation in eq. (72) will be very crude in all those cases where according to geometrical optics the ray is penetrating into the transition zone to return to the upper halfspace only after considerable horizontal displacement. This is especially true for the head wave from the lower halfspace which is not included in this solution, but also for those rays bottoming at some depth within the transition zone.

3.2 Stationary phase — first order approximation

If we take the phase $\Phi(\omega, \gamma)$ of the reflectivity \tilde{R}_{pp} as being variable, than we get instead of eq. (62) for the phase $f(\gamma)$:

$$f(\gamma) = \Phi(\omega, \gamma) + k_{z0} [\pm r \cdot \sin \gamma + (z - 2h) \cdot \cos \gamma] \quad (73)$$

Furthermore we find:

$$f'(\gamma) = \partial\Phi/\partial\gamma + k_{z0} [\pm r \cdot \cos \gamma - (z - 2h) \sin \gamma] \quad (74)$$

and:

$$f''(\gamma) = \partial^2\Phi/\partial\gamma^2 - k_{z0} [\pm r \cdot \sin \gamma + (z - 2h) \cos \gamma] \quad (75)$$

The phase is stationary if $f'(\gamma_0) = 0$; i.e. if:

$$r = \mp (\partial\Phi/\partial\gamma)_{\gamma=\gamma_0} / (k_{z0} \cdot \cos \gamma_0) \mp (2h - z) \cdot \text{tg } \gamma_0 \quad (76)$$

The top sign is valid for the first integral in eq. (61), the bottom sign for the second integral. Since $\partial\Phi/\partial\gamma$ and r are positive, only the second integral includes a stationary phase.

The quantity:

$$\Delta(\omega, \gamma) = \partial\Phi/\partial\gamma / (k_{z0} \cdot \cos \gamma) \quad (77)$$

is the ray displacement according to BREKHOVSKIKH [1960]. The ray displacement is a function of ω and of γ . With this abbreviation the stationary phase γ_0 is determined by the implicit relation:

$$r = \Delta(\omega, \gamma_0) + (2h - z) \cdot \operatorname{tg} \gamma_0 \tag{78}$$

We find the stationary phase γ_0 for a given distance r and frequency ω by searching for that angle γ_0 which satisfies eq. (78). This means that we have to find the zeros of the function:

$$N(\omega, \gamma) = r - [\Delta(\omega, \gamma) + (2h - z) \cdot \operatorname{tg} \gamma] \tag{78 a}$$

The relation between r , Δ , h and γ is displayed in *Figure 9* (left, bottom part). $\Delta(\omega, \gamma)$ is the horizontal distance the ray propagates within the transition zone if it is incident at an angle γ . The zeros γ_0 of $N(\omega, \gamma)$ have to be determined numerically. The stationary phases γ_0 are considered to be known for the following discussion.

The phase of the second integral in eq. (61) is expanded into a TAYLOR series in the vicinity of the stationary phase γ_0 :

$$f(\gamma) = f(\gamma_0) + 0.5 \cdot f''(\gamma_0) \cdot \varepsilon^2 + \dots \tag{79}$$

with ($\varepsilon = \gamma - \gamma_0$). Using the abbreviation:

$$\psi(\gamma) = r \cdot \sin \gamma + (2h - z) \cdot \cos \gamma \tag{80}$$

we obtain with eq. (73) and (75) for $f(\gamma)$ in eq. (79):

$$f(\gamma) = \Phi(\omega, \gamma_0) - k_{x0} \cdot \psi(\gamma_0) + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \gamma^2} \right)_{\gamma=\gamma_0} + k_{x0} \cdot \psi(\gamma_0) \right] \varepsilon_2 \tag{81}$$

Substituting this phase expression into the second integral of eq. (61) and evaluating this integral at the stationary phase yields:

$$\bar{\varphi}_0(r, z, \omega) \approx L(\omega) \cdot \sqrt{\sin \gamma_0 / (r |\psi(\gamma_0) - \Phi''(\gamma_0) / k_{x0}|)} \cdot \tilde{R}_{pp}(\omega, \gamma_0) \cdot e^{-jk_{z0} \psi(\gamma_0)} \tag{82}$$

Fig. 9: Determination of stationary phases.—The stationary phases γ_0 are solutions of eq. (78a). Upper left: contribution of the stationary phase γ_0 to the total displacement in the frequency domain. $L(\omega)$ is the Fourier transformed total displacement of the incident signal in the far field.—Lower left: illustration of the concept of ray displacement. There may be several solutions for a fixed distance and frequency.—Right: locations of the stationary phases of a first-order discontinuity for supercritical angles of incidence.

REFLECTED SPHERICAL WAVE
WITH RAY DISPLACEMENT

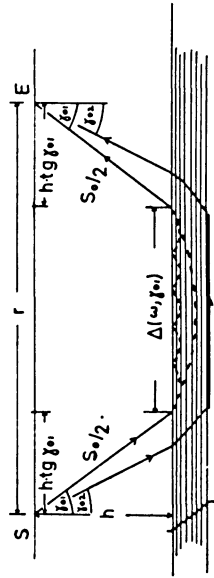
$$\bar{u}(r, \omega) = L(\omega) \cdot R_{pp} e^{-j k_a (\sin \gamma_0 \Delta(\omega, \gamma_0) + S_0)} \left| \left(S_0 + \frac{\Delta(\omega, \gamma_0)}{\sin \gamma_0} \right) \left(S_0 + \sin \gamma_0 \Delta + \frac{\phi''(\omega, \gamma_0)}{k_a} \right) \right|$$

$$\Delta(\omega, \gamma_0) = \left(\frac{\partial \phi / \partial \gamma} {k_a \cos \gamma} \right)_{\gamma=\gamma_0} \quad \text{RAY DISPLACEMENT}$$

S. RAY PATH IN UPPER HALF SPACE

$$\phi(\omega, \gamma) \quad \text{PHASE OF REFLECTIVITY} \quad \tilde{R}_{pp}$$

$$\phi''(\omega, \gamma_0) = \left(\frac{\partial^2 \phi} {\partial \gamma^2} \right)_{\gamma=\gamma_0}$$



DETERMINATION OF
STATIONARY PHASES

$$r = 2h \cdot \text{tg } \gamma_0 + \Delta(\nu, \gamma_0)$$

6.4/8.2 1st ORDER DISCONTINUITY

h = 30 km

$\gamma_{cr} = 51.3^\circ$

$\tilde{\gamma}_{cr}$ = FREQUENCY - DEPENDENT
CRITICAL ANGLE

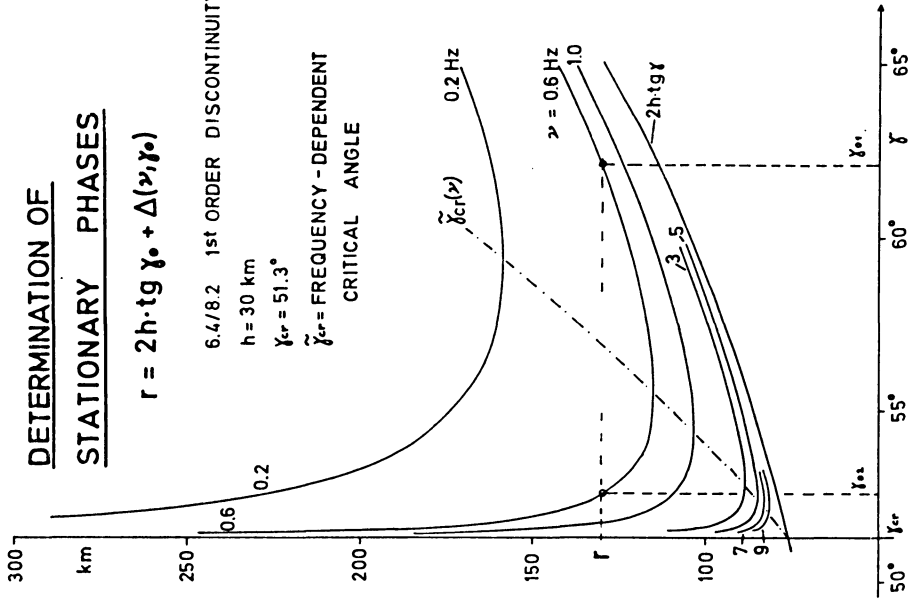


Fig. 9.

The length of the ray path in the upper halfspace is:

$$S_0(\gamma_0) = (2h - z) / \cos \gamma_0 \quad (83)$$

Inserting r from eq. (77) into eq. (80) we find for $\psi(\gamma_0)$:

$$\psi(\gamma_0) = S_0(\gamma_0) + \sin \gamma_0 \cdot \Delta(\omega, \gamma_0) \quad (84)$$

Therefore, the expression for the displacement potential in eq. (82) becomes:

$$\bar{\varphi}_0(r, z, \omega, \gamma_0) \approx L(\omega) \cdot \frac{\tilde{R}_{pp}(\omega, \gamma_0) \cdot e^{-jk_{z0}[\sin \gamma_0 \cdot \Delta(\omega, \gamma_0) + S_0(\gamma_0)]}}{\sqrt{\left(S_0 + \frac{\Delta}{\sin \gamma_0}\right) \cdot \left|S_0 + \sin \gamma_0 \cdot \Delta + \frac{1}{k_{z0}} \cdot \Phi''(\omega, \gamma_0)\right|}} \quad (85)$$

For the contribution of the stationary phase γ_0 to the FOURIER transformed total displacement $\bar{u}(r, z, \omega)$ in the far field we find the same expression as in eq. (85). Only $L(\omega)$ has to be replaced by $\tilde{L}(\omega)$, the FOURIER transformed total displacement of the incident signal in the far field. The expression for $\bar{u}(r, 0, \omega) = \bar{u}(r, \omega)$ is given in *Figure 9*.

The determination of the stationary phases for a first order discontinuity at a depth of 30 km below the source and receiver is explained in *Figure 9*, right part. Since the phase Φ of the reflectivity as well as the derivatives Φ' and Φ'' are vanishing for subcritical incidence, the ray displacement Δ becomes zero, i.e. the ray is reflected at the same place where it is incident upon the discontinuity. With vanishing Δ and Φ'' the equation for $\bar{u}(r, z, \omega)$ takes the same form as in the case of the zero order approximation.

For supercritical incidence the phase $\Phi(\omega, \gamma) \neq 0$. A graphical representation of

$$2h \cdot \text{tg } \gamma_0 + \Delta(\nu, \gamma_0) = \text{const} \quad (86)$$

is given in the right half of *Figure 9* for a number of frequencies. From these curves the location of the stationary phases may be determined as a function of distance r and frequency ν . According to eq. (78) for a given distance r the stationary phase is located at γ_0 such that:

$$r = 2h \cdot \text{tg } \gamma_0 + \Delta(\nu, \gamma_0) \quad (87)$$

Some important properties of the reflected wave and of the head wave may be read from this diagram. For supercritical incidence, there is a number of stationary phases. For a certain frequency ν stationary phases are only found for distances larger than a frequency-dependent critical distance $\tilde{r}_{cr}(\nu)$. This is the distance where the two stationary phases γ_{01} and γ_{02} coincide and corresponds to frequency-

dependent critical angle $\tilde{\gamma}_{cr}(\nu)$. The smaller the frequency ν , the larger is $\tilde{\gamma}_{cr}(\nu)$ compared to the critical angle as determined from ray theory, $\gamma_{cr} = \arcsin(\alpha_0/\alpha_1) = 51.3^\circ$, in this case. The displacement of the frequency-dependent critical distance \tilde{r}_{cr} to larger distances as the frequency decreases is in good agreement with earlier statements by ČERVENÝ [1961].

The stationary phase γ_{01} corresponds to the supercritical reflection from the first order discontinuity, while γ_{02} represents the head wave from the lower halfspace. Especially near the critical distance \tilde{r}_{cr} the angle γ_{02} is considerably larger than γ_{cr} . This means that the phase velocity $c = \alpha_0/\sin \gamma_{02}$ of the head wave is smaller than the P -wave velocity α_1 in the lower halfspace. Only with increasing distance the phase velocity of the head wave is asymptotically approaching α_1 . This diminished phase velocity, predicted by BORTFELD [1964] from synthetic seismograms, has been verified by model seismic experiments [GUHA 1965].

The two stationary phases exhibit different dispersion. The supercritical reflection γ_{01} shows normal dispersion ($\partial c/\partial \nu < 0$), i.e. the phase velocity is larger than the group velocity. The head wave γ_{02} shows anomalous dispersion ($\partial c/\partial \nu > 0$), i.e. the phase velocity is smaller than the group velocity.

If the structure of the transition zone becomes more complicated, there may be more than two stationary phases for supercritical incidence. In *Figure 10* a comparison is given of the stationary phases for a number of transition zones. All models contain a linear transition zone below a first-order discontinuity (first and third row) or below another linear transition zone with a stronger gradient. A number of parameters is varied to study their influence on the location of the stationary phases.

The model in the first row is a first-order discontinuity at a depth of 30 km on top of a linear transition zone of 10 km (left), 5 km (middle), and 2.5 km (right) thickness. In all three cases the P -wave velocity increases linearly from 7.6 to 8.2 km/sec. As the thickness of the transition zone decreases, the velocity gradient increases. At a frequency of 1 Hz there are only two stationary phases as discussed previously for a simple first-order discontinuity. At 5 Hz we observe a new remarkable feature: between a distance of 140 and 200 km there are 5 or 7 additional stationary phases. The phase velocity of these multiple stationary phases (MSP) corresponds to the P -wave velocity within the transition zone. It has been shown [FUCHS 1968c] that the MSP correspond to arrivals which are continuously refracted out of the transition zone, are multiply reflected back into the transition zone, interfering constructively with each other for a certain distance.

A decreasing thickness of the transition zone (*Figure 10*, top row, middle and right) causes a shortening of the domain where MSP exist. With a thickness of 5 km the MSP extend to about 150 km, with 2.5 km they can be observed only to about 120 km distance. Parallel to the shortening of the domain there is a decrease in the number of MSP. For 5 km thickness there are two MSP, for 2.5 km there is no MSP at a frequency of 5 Hz. Only at higher frequencies more MSP become visible.

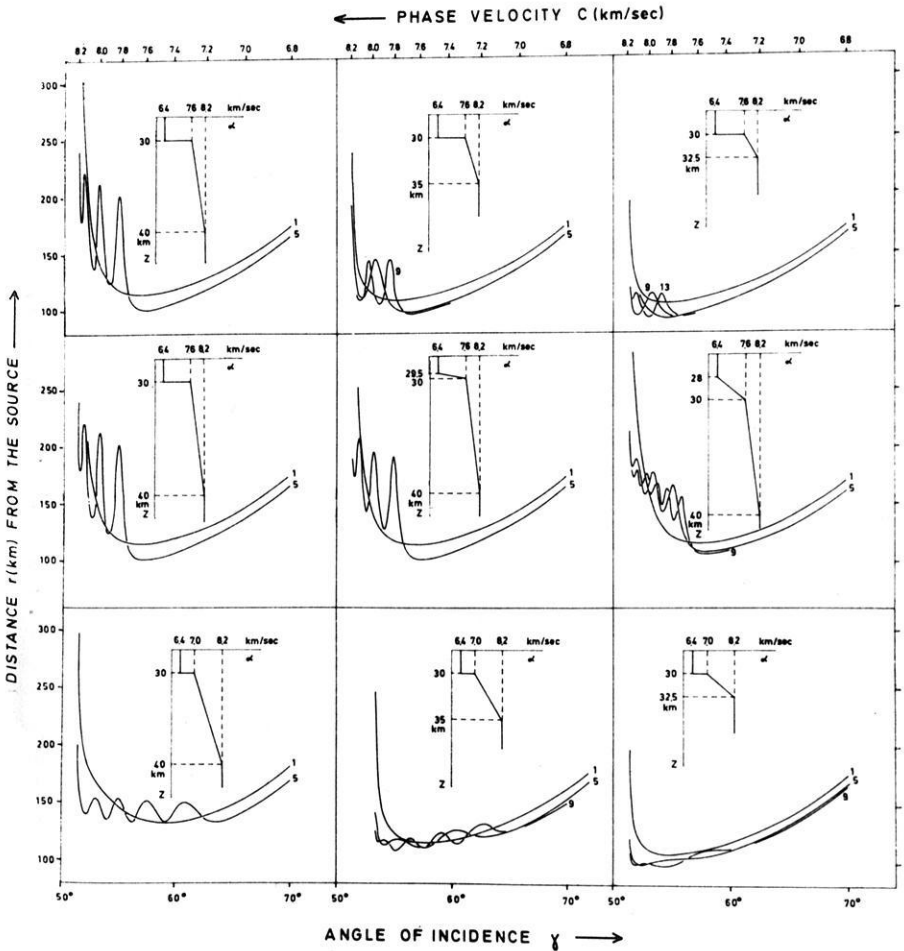


Fig. 10: Locations of the stationary phases for various models of a transition zone. The P wave velocities are given in the figure. The S wave velocities were determined on the assumption of Poisson's ratio equal 0,25 and the densities according to the NAFE-DRAKE relation.

The suppression of the MSP with decreasing thickness is caused by several parameters. The ray touching the bottom of the transition zone is emerging at a shorter distance. The larger velocity gradient is also shortening the distances at which the rays emerge from the transition zone. For very low frequencies the MSP disappear as the wavelength becomes comparable with the thickness of the transition zone.

The MSP are caused by reflected energy returning into the transition zone from the first-order discontinuity. This can be verified if the discontinuity is replaced by a transition zone with a strong gradient. In the middle row of *Figure 10* three cases are compared: a discontinuous increase from 6.4 to 7.6 km/sec at a depth of 30 km (left part of middle row), a linear increase from 6.4 to 7.6 between a depth of 29.5 and 30 km (middle part), and between 28 and 30 km (right part). Below 30 km the *P*-wave velocity increases linearly from 7.6 to 8.2 km down to a depth of 40 km.

Compared to the first-order discontinuity the range of MSP is only slightly shortened in case of the 29.5/30 km transition. For a frequency of 5 Hz this transition behaves like a first-order discontinuity. However, if the thickness of this transition is increased to 2 km the range of the MSP is considerably reduced. They terminate at the distance where the ray bottoming at a depth of 40 km emerges to the surface. Therefore, the existence of MSP may be taken as indicative of a sharp transition zone. The appearance of MSP in the time domain is discussed in FUCHS [1968c, 1970]. There they are reverberations of the head wave travelling in the lower halfspace.

The MSP are also suppressed if the velocity contrast at the first-order discontinuity becomes smaller, since less reflected energy will then return into the transition zone. In the lower row of *Figure 10* the *P*-wave velocity is increasing discontinuously from 6.4 to 7.0 km/sec at a depth of 30 km. On the left the transition zone extends to a depth of 40 km, in the middle to 35 km, and on the right to 32.5 km. In comparison to the previous cases the most remarkable feature is the small width of the region with MSP which does not extend over more than about 20 km. As in the top row the range of the MSP is decreasing with diminishing thickness of the transition zone. It should be noted that the phase velocities of the MSP cover a broader range than in the previous cases. They correspond to the velocities encountered within the transition zone.

3.3 Synthetic seismograms of reflections of spherical waves from transition zones by the method of stationary phase

The previous discussion of the stationary phases of the waves reflected from a transition zone has been carried out in the frequency domain. To verify the conclusions drawn from the locations of the stationary phases and to realize the limitations of this method, reflection seismograms will now be synthesized in the time domain by inverse FOURIER transformation. It has been shown that there are two or more stationary phases for supercritical distances. The contributions from all stationary

phases have to be combined. The locations of the stationary phases are given implicitly by eq. (78). The discussion will be restricted in this paper to transition zones with only two stationary phases γ_{01} and γ_{02} in the frequency range of interest. The superposition of the two contributions is performed in the frequency domain. The FOURIER transformed total displacement is:

$$\bar{u}(r, z, \omega) = \bar{u}_0(r, z, \omega, \gamma_{01}) + \bar{u}_0(r, z, \omega, \gamma_{02}) \quad (88)$$

If γ_{01} and γ_{02} are very close to each other this simple superposition is no longer justified. Near the frequency-dependent critical angle γ_{cr} only one half of every stationary phase is included. The inverse FOURIER transformation into the time domain is performed by the fast computing technique of COOLEY and TUKEY [1965].

The synthetic seismograms obtained by the superposition of the stationary phases will be affected by some numerical errors. The derivative of the phase Φ with respect to the angle of incidence γ can only be computed numerically by replacing the differential quotient by the difference quotient. Also the zeros of $N(\omega, \gamma)$ in eq. (78a) can only be located with a finite accuracy Δr . The correct choice of the increment $\Delta\gamma$ and the accuracy Δr is extremely important for a high signal-to-noise ratio. After a number of numerical experiments $\Delta r = 50$ m was selected for the following computations which corresponds to about $1/25$ of the dominant wavelength. The angular increment $\Delta\gamma$ was computed from:

$$\Delta\gamma = \Delta r \cdot h / [2(4h^2 + r^2)] \quad (89)$$

The numerical computation of the second derivative of Φ with respect to γ (compare eq. [85]) proved to be impossible since no satisfactory accuracy could be achieved. For the following computations it is assumed that Φ'' can be neglected compared to the other quantities in the denominator of eq. (85). This assumption is roughly justified for subcritical incidence and for supercritical reflections. However, the head wave is affected seriously by this simplification. Its amplitude is too large. Since Φ'' is also a function of frequency the shape of the head wave is also in error. The inclusion of Φ'' would act as a low-pass filter. Without Φ'' the head wave retains the same shape as the incident signal.

The analytical expression for the incident signal chosen is:

$$f(t) = \begin{cases} \sin 10\pi t - 0.5 \sin 20\pi t & \text{for } 0 \leq t \leq 0.2 \text{ sec} \\ 0 & \text{for } t < 0, t > 0.2 \text{ sec} \end{cases} \quad (90)$$

The dominant frequency of this signal occurs at 5.0 Hz. The synthetic seismograms are displaced in time, aligning the theoretical first arrival of the head wave at a constant time. This corresponds to a time reduction with $r/8.2$ sec.

The synthetic seismograms for the reflection from a first-order discontinuity are displayed in *Figure 11* for supercritical distances between 90 and 180 km in steps of 10 km. The same model parameters have been used as in *Figure 2*. The head wave arrives at the proper time. Its amplitudes are too large compared to those of the supercritical reflection. The head wave erroneously has the shape of the incident signal. This is caused by the neglect of Φ'' . Actually in this case one has to expect the shape of the time integral of the incident signal.

The strong dispersion of the supercritical reflection expected from the complex reflectivity \tilde{R}_{pp} can clearly be recognized. A phase shift of π is reached at a distance of 180 km. Numerical noise is visible; its origin has been discussed previously. The second example of synthetic seismograms is given in *Figure 12*: the reflection from the model of the "Stufen-Moho". The parameters of the model are the same as in *Figures 3* and *4*. The seismograms are nearly the same as those obtained from a first-order discontinuity in *Figure 11*. It should be noted that the head waves and reflections from the intermediate boundaries expected from ray geometry are absent. The head wave from the lower halfspace arrives at the correct time with a false shape and too large amplitudes. The absence of the intermediate arrivals must be explained by the lack of corresponding stationary phases. This does not mean that these arrivals do not exist, but that their amplitudes are negligible compared to the supercritical reflection and the head wave from the lower halfspace.

The computation of synthetic seismograms by the method of stationary phases confirms the conclusions drawn from the locations of the stationary phases in the frequency domain. The head wave is included in the first-order approximation. The interference of the two stationary phases corresponding to the head wave and the supercritical reflection causes a frequency-dependent shift of the critical point towards larger distances.

If there are more than two stationary phases the synthesis of the reflection seismogram by the superposition of the various stationary phases is rather time consuming. The search for the locations of the stationary phases as a function of frequency, distance and angle of incidence requires about the same amount of computer time as is needed for a direct numerical integration of the expression in equation (55). The nature of the multiple stationary phases (MSP) as caused by multiple reflections within the transition zone interfering constructively with each other has been discussed based on the complete synthetic seismograms [FUCHS 1968c, 1969, 1970].

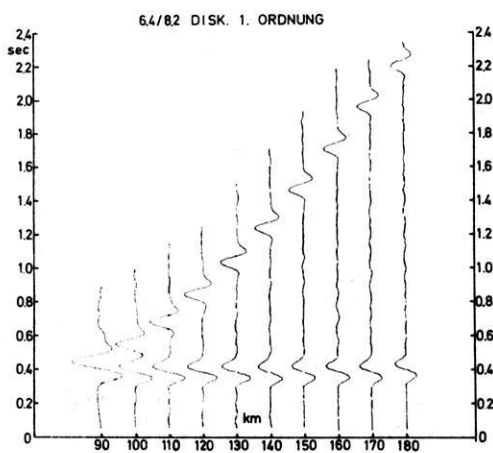


Fig. 11: Synthetic seismograms from a first-order discontinuity at a depth of 30 km. Times are reduced with $r/8.2$ sec. Parameters of the model as in Fig. 2.

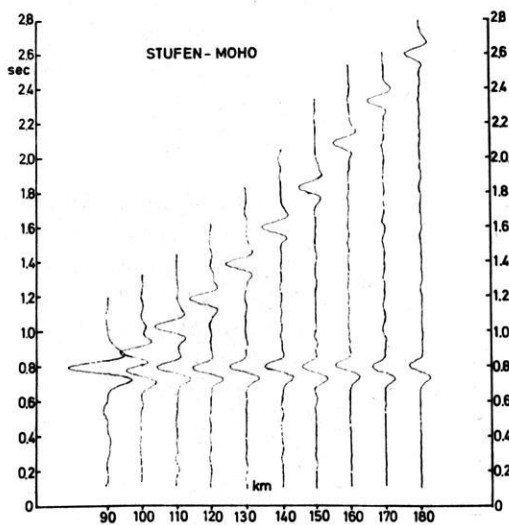


Fig. 12: Synthetic seismograms from a transition zone (Stufen-Moho) with a stepwise increase of the parameters between 29 and 30 km depth (see Fig. 3). Times are reduced with $r/8.2$ sec.

4. Conclusions

In this paper an integral expression is derived in eq. (51) for the complete reflected wave field—including multiple reflections, continuous refractions and head waves—, which arises from the incidence of a spherical wave upon a transition zone with an arbitrary depth-dependent distribution of the elastic moduli and density. Such transition zones are approximated by a number of sufficiently thin homogeneous, isotropic layers. A matrix formalism has been used to determine the complex reflectivity of the transition zone for plane waves which forms the kernel of the integral expression.

An approximate evaluation of the integral can be performed by the method of stationary phase. It is shown that the phase of the complex reflectivity of the transition zone is affecting the location of the stationary phases. Therefore, only the amplitude of the reflectivity can be considered as constant in the neighbourhood of the stationary phase. In this case the head wave from the lower halfspace is included as part of the solution.

The location of the stationary phases reveals the main features of the reflected wave field. It provides an explanation for frequency-dependent shift of the critical point to larger distances. The appearance of multiple stationary phases is evidence for strong reverberations which cannot be explained by ray theory. A survey of the main properties of the reflected wave field can thus be performed with a considerable saving in computer time compared to the calculation of the complete synthetic seismogram by direct numerical integration.

5. Acknowledgements

This paper is the condensed version of the author's Habilitation Thesis [FUCHS 1968b] which was accepted by the Fakultät für Naturwissenschaften I der Universität Karlsruhe on 26. 6. 1968. Parts thereof were reported previously [FUCHS 1968c, 1969]. The author expresses his gratitude to his colleagues at the Geophysical Institute of Karlsruhe University, especially to Professor STEPHAN MÜLLER for many stimulating discussions and for his critically reading the manuscript. This study has been sponsored by the German Research Association (Deutsche Forschungsgemeinschaft). Computing facilities were made available by the German Computing Center (Deutsches Rechenzentrum) at Darmstadt.

References

- BORTFELD, R.: Examples of synthetic refraction arrivals and wide angle reflections. *Geophys. Prosp.*, 12 (1), 100–114, 1964
- BREKHOVSKIKH, L. M.: *Waves in layered media*. Transl. by D. Liebermann, Acad. Press, New York, 561 p., 1960
- ČERVENÝ, V.: The amplitude curves of reflected harmonic waves around the critical point. *Studia geoph. et geod.*, 5 (4), 319–351, 1961
- COOLEY, J. W., and J. W. TUKEY: An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Math. of Computation*, 19 (90), 297–301, 1965
- EWING, M., W. S. JARDETZKY, and F. PRESS: *Elastic waves in layered media*. McGraw-Hill, New York, 380 p., 1957
- FILON, L. N. G.: On a quadrature formula for trigonometric integrals. *Proc. Roy. Soc. Edin.*, 49, 38–47, 1928/29
- FUCHS, K.: Das Reflexions- und Transmissionsvermögen eines geschichteten Mediums mit beliebiger Tiefenverteilung der elastischen Moduln und der Dichte für schrägen Einfall ebener Wellen. *Z. Geophys.*, 34, 389–413, 1968a
- Die Reflexion von Kugelwellen an inhomogenen Übergangszonen mit beliebiger Tiefenverteilung der elastischen Moduln und der Dichte. *Habilitationsschrift Universität Karlsruhe*, 136 p., 1968b
 - The reflection of spherical waves from transition zones with arbitrary depth-dependent elastic moduli and density. *Journ. Phys. Earth*, 16 (Special Issue), 27–41, 1968c
 - The method of stationary phase as a diagnostic aid in estimating the field pattern of body waves reflected from transition zones. *Z. Geophys.*, 35, 431–435, 1969
 - On the determination of velocity-depth distributions of elastic waves from the dynamic characteristics of the reflected wave field. *Z. Geophys.*, 36, 531–548, 1970
- GUHA, S.: Model seismic investigation on refracted waves. *Geophys. Prosp.*, 13 (4), 659–664, 1965
- SOMMERFELD, A.: Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie. *Ann. Phys.*, 28, 665–736, 1909

Bestimmungen der terrestrischen Wärmestromdichte in Deutschland

Determinations of the Terrestrial Heat Flow in Germany

R. HÄNEL, Hannover¹⁾

Eingegangen am 10. Juni 1970

Zusammenfassung: In mehreren Bohrungen wurden die Temperaturen gemessen und der Temperaturgradient ermittelt. Der Einfluß der Topographie auf den Temperaturgradienten wurde beseitigt. Die vorhandenen Bohrkerne dienten zur Bestimmung der thermischen Stoffwerte, insbesondere der Wärmeleitfähigkeit. Falls die Bohrkerne ausgetrocknet waren, wurde die Bergfeuchtigkeit durch nachträgliches Durchfeuchten wieder hergestellt. Aus Wärmeleitfähigkeit und dem dazugehörigen Temperaturgradienten wurde die terrestrische Wärmestromdichte berechnet. Unter Ausschließung anomaler Werte findet man als Mittelwert für die terrestrische Wärmestromdichte in Deutschland $\bar{q} = (1,70 \pm 0,05) \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$; der Medianwert beträgt $q_M = 1,67 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$.

Summary: In a number of drillings the temperatures were measured and the temperature gradient determined. The influence of the topography on the temperature gradient was eliminated. The drill cores obtained were used for the determination of the thermal properties, in particular of the heat conductivity. In cases where the drill cores were desiccated the interstitial water was re-established by subsequent moistening. From the heat conductivity and the relevant temperature gradient the terrestrial heat flow was computed. Excluding anomalous values, the average value of the terrestrial heat flow in Germany is found to be $\bar{q} = (1,70 \pm 0,05) \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$; the median value is $q_M = 1,67 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$.

1. Einleitung

Die terrestrische Wärmestromdichte gibt Auskunft über die thermischen Verhältnisse jenseits der uns zugänglichen Tiefen. Über terrestrische Wärmestromdichtemessungen sowie über theoretische Betrachtungen hierzu gibt es zahlreiche Veröffentlichungen. In Deutschland wurden die ersten Werte der Wärmestromdichte in

¹⁾ Dr. R. HÄNEL, Niedersächsisches Landesamt für Bodenforschung, 3 Hannover-Buchholz.

Gruben gemessen [SCHÖSSLER und SCHWARZLOSE 1959, CREUTZBURG 1964]. Es folgen Messungen von HÜCKEL und KAPPELMEYER [1966] sowie HÄNEL [1970a und b]. HÄNEL [1968] hat außerdem eine neue Methode zur Bestimmung der terrestrischen Wärmestromdichte in tiefen Binnenseen angegeben und Ergebnisse hierzu veröffentlicht. Im folgenden sollen die Ergebnisse weiterer Wärmestromdichtebestimmungen aus Bohrungen vorgelegt werden.

2. Meßgeräte

Wenn in einem größeren Abschnitt ($> 10 \text{ km}^2$) der Erdkruste die Wärme ausschließlich durch Wärmeleitung übertragen wird, kann man dort die Wärmestromdichte q als Produkt aus der Wärmeleitfähigkeit λ des Gesteins und dem Temperaturgradienten grad T , gemessen im Bereich dieses Gesteins, erhalten:

$$q = \lambda \cdot \text{grad } T \text{ (cal/cm}^2\text{s)}.$$

Bei den Messungen, über die hier berichtet wird, diente zur Bestimmung des Temperaturgradienten bzw. zum Abfühlen der Temperaturen eine stabförmige Sonde mit einem auswechselbaren Meßfühler von ca. 5 cm Länge und 5 mm Durchmesser. Diese dünne Meßspitze gewährleistet, daß im Wasser innerhalb weniger Sekunden die Temperatur angezeigt wird. Der Thermistor, künstlich gealtert, ist durch ein 2adriges 1000 m langes Kabel mit einer WHEATSTONESchen Brücke verbunden. Die durch Temperaturänderung hervorgerufene Widerstandsänderung wird durch Kompensation gemessen. Dabei ist die Widerstandsänderung des Kabels, verglichen mit der des hochohmigen Thermistors, vernachlässigbar. Die Meßgenauigkeit beträgt $\pm 0,05$ grd. Theoretische Betrachtungen hierzu werden in der Arbeit von HÄNEL [1968] angestellt.

Die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit λ erfolgte im Labor an Gesteinsproben, die aus Bohrkernen herausgearbeitet wurden. Zur Messung diente ein Gerät, das nach dem absoluten Einplattenverfahren mit Schutzheizung arbeitet und eine Genauigkeit von $\pm 3\%$ hat. Eine ausführliche Beschreibung dieses Gerätes gibt MÜCKE [1962].

Die Bohrkernkerne sind im allgemeinen im Gesteinsverband durchfeuchtet. Durch Schutzmaßnahmen und gegebenenfalls durch nachträgliche Durchfeuchtung der Gesteinsproben wurde versucht, die ursprüngliche Gebirgsfeuchte zu erhalten bzw. wieder herzustellen. Der Fehler, der aufgrund der nachträglichen Durchfeuchtung entsteht, wird auf $\pm 5\%$ geschätzt. Durch den Einfluß von Klüften und Rissen können sich unter Umständen die an den Gesteinsproben ermittelten Wärmeleitfähigkeiten erheblich mehr von den tatsächlichen Wärmeleitfähigkeiten des Gebirges unterscheiden. Der Fehler beträgt wahrscheinlich bis zu $\pm 20\%$ und wird folglich auch merkbar zu den Abweichungen der Einzelwerte q der Wärmestromdichte vom Mittelwert q_m beitragen (siehe Tabelle 4).

An denselben Bohrkernen wird außerdem die spezifische Wärme c in einem kalorimetrischen System aus Mischungsversuchen unter Anwendung der RICHMANNschen Regel ermittelt. Eine ausführliche Beschreibung des Verfahrens gibt BÖHM [1966]. Der Einfluß der Umgebungstemperatur wird durch ein Korrekturverfahren nach REGNAULT und PFAUNDLER [1961] eliminiert. Die Meßgenauigkeit beträgt $\pm 3\%$.

Schließlich wird noch die Dichte ρ ermittelt und die Temperaturleitfähigkeit $\kappa = \lambda/\rho c$ berechnet.

In Tabelle 1 wird an drei Gesteinsproben gezeigt, wie sich die thermischen Stoffwerte der teilweise ausgetrockneten Proben bei einer nachträglichen 100%igen Durchfeuchtung ändern.

Tabelle 1 (t=trocken, f=feucht)

Probe	ρ (g/cm ³)		λ (mcal/cm s grd)		c (cal/g grd)		$\kappa \cdot 10^3$ (cm ² /s)	
	t	f	t	f	t	f	t	f
1	2,45	2,51	6,32	6,71	0,227	0,251	11,36	10,65
2	2,42	2,52	6,25	7,20	0,208	0,248	12,41	11,51
3	2,44	2,57	6,41	8,34	0,191	0,241	13,75	13,47

Aus den Unterschieden, die bei Probe 3 in λ und c über 20% ausmachen, wird deutlich, wie wichtig es ist, die natürliche Durchfeuchtung des Gesteins wiederherzustellen.

3. Fehlerquellen und Korrekturen

Das aufgrund der natürlichen Wärmeabgabe der Erde erzeugte Temperaturfeld wird in Oberflächennähe überlagert durch den Temperaturgang der Luft, wobei die Jahreswelle die weitaus größte Rolle spielt. Noch in 30 m Bodentiefe kann ihre Doppelamplitude 0,1 grd betragen.

Für den genannten Bereich zwischen 0 m und 30 m Tiefe kann die Temperatur näherungsweise bestimmt werden: Man entnimmt dem Klimaatlas für den Bohrpunkt das langjährige Mittel der Lufttemperatur und addiert hierzu 1 grd, um die mittlere Bodentemperatur T_0 an der Erdoberfläche zu bekommen [BENFIELD 1939, KOENIGSBERGER und MÜHLFELD 1911]. Der so erhaltene Wert ist, wie sich aus zahlreichen eigenen Messungen ergab, auf $\pm 0,5$ grd genau. Zu beachten ist hierbei noch der Einfluß des Pflanzenbewuchses. Der Temperaturunterschied zwischen Wiese und Wald beträgt im Boden ca. 1 grd [KAPPELMAYER 1968]. Bei der Interpretation der Meßergebnisse ist dies zu berücksichtigen. Die lineare Verbindung des Wertes T_0 mit dem in 30 m Tiefe gemessenen Wert kann bei sonst ungestörten Verhältnissen als

gute Näherung für die mittlere Temperaturverteilung in diesem Intervall betrachtet werden. Recht unübersichtlich sind dagegen die Störungen durch abwärts oder aufwärts gerichtete Wasserbewegungen im Untergrund. Nur in seltenen Fällen ist es möglich, eine plausible Korrektur hierfür anzubringen. Für die Bestimmung der Wärmestromdichte sollte man deshalb, sobald man am Temperaturfeld oder an artesisch gespanntem Wasser Zirkulation erkennt, diese Bohrungen auslassen oder nur unter Vorbehalt verwenden.

Das Temperaturfeld in der Bohrung ist aufgrund des Bohrvorganges gestört. Diese Störung ist nach BULLARD [1947] in der gesamten Bohrung bis auf 1% abgeklungen, wenn die Wartezeit das 10fache der Bohrzeit beträgt. Nach LACHENBRUCH und BREWER [1959] klingt die Störung bis auf 0,05 grd ab bei einer 3fachen Wartezeit. Nach eigenen Beobachtungen ist die Störung bis auf 0,1 grd abgeklungen, wenn die Wartezeit gleich der Bohrzeit ist (siehe Abb. 1).

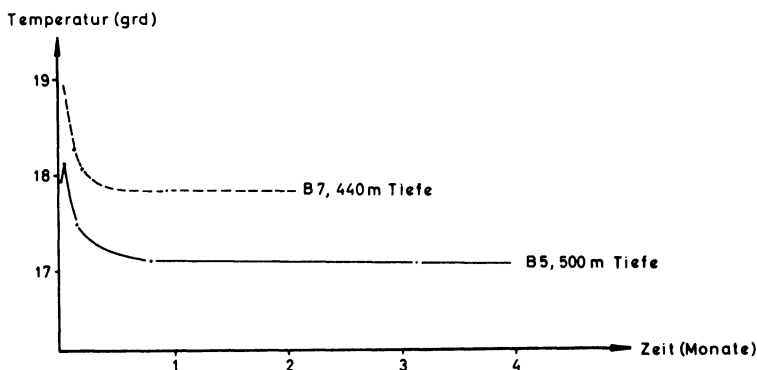


Abb. 1: Temperaturabklingkurve in Bohrungen, B5: Bohrzeit 2 Monate, B7: Bohrzeit 1 Monat.

Graph of fading temperature in drill holes, B5: drill time 2 months, B7: drill time 1 month.

Das Abklingen der Störung erfolgt normalerweise, indem die Temperatur im oberen Teil der Bohrung abnimmt und im unteren Teil der Bohrung zunimmt. Es sind jedoch Fälle bekannt, bei denen die Temperatur auch im Bohrloch tiefsten ständig abnahm. Abb. 1 zeigt zwei Beispiele mit Endteufen von mehreren 100 m. Das Abklingen der Temperaturstörung hängt im wesentlichen von der mittleren Spülungstemperatur, der Reibungswärme der Meißel und des Bohrgestänges sowie von dem ungestörten Temperaturfeld ab. Für eine Extrapolation auf die ungestörte Temperatur sind daher mindestens zwei zeitlich auseinanderliegende Messungen notwendig, da dann erst die Richtung der abklingenden Temperaturstörung erkennbar ist.

Falls die Umgebung einer Bohrung ein bewegtes Oberflächenrelief aufweist, empfiehlt sich eine topographische Korrektur nach BULLARD [1940]:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \int_0^{\infty} \frac{1 - 2 \frac{z^2}{r^2}}{\left(1 + \frac{z^2}{r^2}\right)^{5/2}} \cdot \vartheta \, dr \quad (1)$$

mit

$$\vartheta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\bar{H} - H) (\text{grad } T - \text{grad } T_L) \, d\Phi \quad (2)$$

Dabei bedeuten:

r, Φ	horizontale Polarkoordinaten des Aufpunktes mit dem Bohrpunkt als Ursprung
z	Tiefe des Punktes im Bohrloch, für den die Korrektur berechnet werden soll
\bar{H}	Geländehöhe am Bohrpunkt
H	Geländehöhe am Aufpunkt
$\text{grad } T$	gemessener Temperaturgradient
$\text{grad } T_L$	Temperaturgradient der Luft (langjähriger Mittelwert, dem Klimaatlas zu entnehmen)
$\partial T / \partial z$	Korrekturwert für den Temperaturgradienten in der Tiefe z .

Diese Formel ist anwendbar, wenn der Wärmestrom im ganzen betrachteten Gebiet stationär und zur Erdoberfläche hin gerichtet ist.

Für die praktische Berechnung der Korrektur werden die Integrale (1) und (2) durch entsprechende endliche Summen ersetzt. Man teilt zu diesem Zweck die Umgebung des Bohrlochs auf durch Kreise (Zähler i) und Sektoren (Zähler k), deren Anzahl n entsprechend der Oberflächengestalt zu wählen ist und im allgemeinen mit wachsendem i zunehmen soll. Man erhält so anstelle von (2)

$$\vartheta_i = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} \cdot h_{i,k} (\text{grad } T - \text{grad } T_L) \quad (3)$$

In (3) wird mit $h_{i,k} = \bar{H} - H_{i,k}$ auf dem i -ten Kreisring gemittelt über die Differenz zwischen der wirklichen Temperatur $h \cdot \text{grad } T_L$ und der aus der Messung im Bohrloch linear extrapolierten Temperatur an der Erdoberfläche.

Im Integranden von (1) setzt man $r = (r_i + r_{i+1})/2$, $dr = r_{i+1} - r_i$ und erhält damit folgende Summe

$$\frac{\Delta T}{\Delta z} = \sum_{i=1}^N 4 \cdot \frac{1 - 8 z^2 / (r_{i+1} + r_i)^2}{(1 + 4 z^2 / (r_{i+1} + r_i)^2)^{5/2}} \cdot \frac{r_{i+1} - r_i}{(r_{i+1} + r_i)^2} \cdot \vartheta_i \quad (4)$$

die eine für die Durchführung der Rechnungen praktische Näherung von $\vartheta T / \vartheta z$ darstellt. $\Delta T / \Delta z$ ist als Korrekturwert von dem gemessenen Temperaturgradienten

abzuziehen. Als zweckmäßig haben sich folgende Radien in km erwiesen, wobei in Klammer die dazugehörige Anzahl n der Höhenwerte steht: 0,05(4) — 0,125(4) — 0,2(6) — 0,35(6) — 0,5(8) — 0,7(8) — 1,0(12) — 1,5(12) — 2,25(16) — 3,25(24) usw.

4. Meßergebnisse

4.1 Kommentare zur Bestimmung der Wärmestromdichte

In Tabelle 2 sind die zur Bestimmung der terrestrischen Wärmestromdichte zur Verfügung stehenden Bohrungen zusammengestellt. Die darin gemessenen Temperaturkurven können der Abb. 2 entnommen werden. Der Meßpunktabstand ist unterschiedlich und liegt zwischen 5 m und 25 m. Die extrapolierten Teile der Meßkurven sind gestrichelt, wobei die Extrapolation unter Berücksichtigung der Temperatur T_0 an der Grenzfläche Luft/Erde erfolgte.

Der Temperaturgradient wurde jeweils im Bereich des entnommenen Bohrkerns aus zwei benachbarten Meßpunkten berechnet. Erfolgte die Kernentnahme aus Bohrlochtiefen mit extrapolierten Temperaturkurven, so wurde der Temperaturgradient hieraus ermittelt.

Tabelle 2

Bohrung	φ	λ	h (m)
1	50° 23',5	9° 7',8	240
2	59° 52',7	12° 2',7	675
3	49° 46',4	8° 34',2	511
4	49° 35',5	11° 37',5	534
5	49° 26',2	12° 6',7	391
6	49° 6',8	9° 4',9	216
7	48° 51',3	13° 23',9	555
8	48° 43',8	8° 40',0	662
9	48° 40',9	8° 39',6	417
10	48° 29',5	10° 8',8	454
11	48° 25',7	9° 41',9	630
12	48° 20',3	9° 56',0	489
13	47° 45',0	8° 52',0	440

Für alle Bohrungen wurde die topographische Korrektur berechnet. Die Größe dieser Korrektur und die berechneten Wärmestromdichtewerte sind in Tabelle 3 (siehe S. 126/127) zusammengestellt.

Bohrung 2. Diese Bohrung wurde unter einem Winkel von 60 Grad niedergebracht. In Abb. 2 sind die Meßergebnisse auf die Senkrechte reduziert angegeben. Da die Bohrung bis zur Messung verschlossen war und die Bohrung ab 20 m Wasser führt, ist das Temperaturfeld ab etwa 30 m Tiefe ungestört. Die Bohrung ist mithin trotz der geringen Tiefe zur Bestimmung der terrestrischen Wärmestromdichte brauchbar. Der Temperaturgradient wurde aus der mittleren Temperaturgeraden zwischen 20 m und 52 m berechnet.

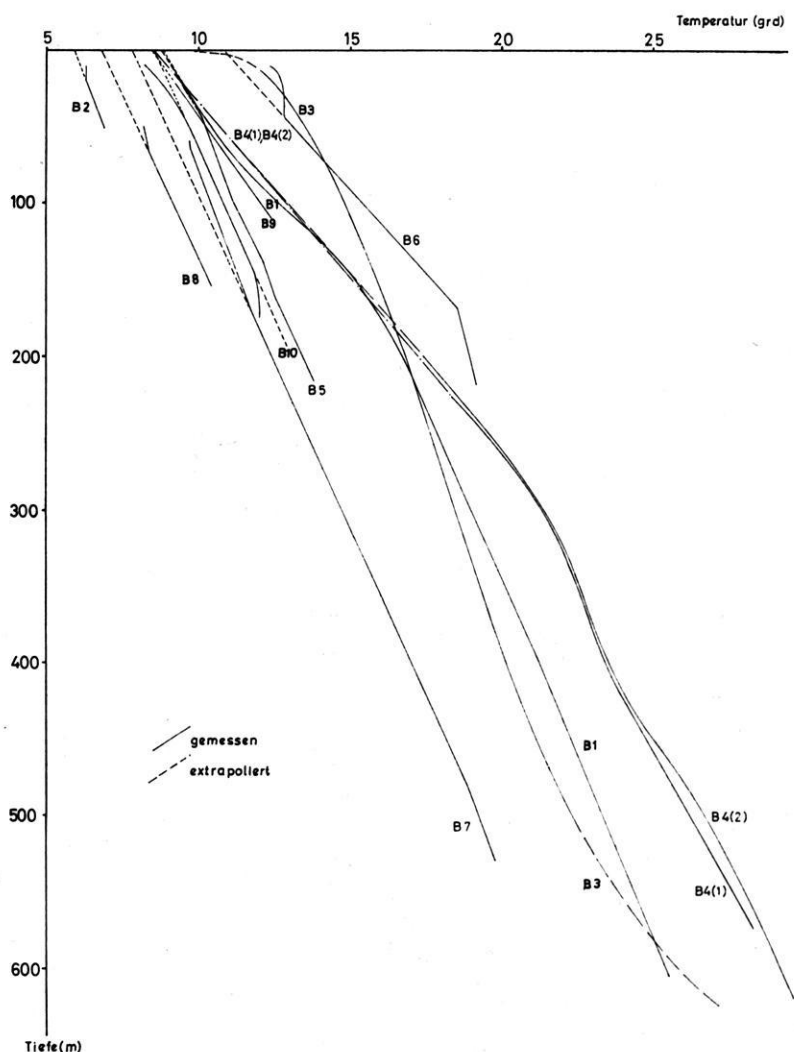


Abb. 2: Temperaturkurven. — Temperature graphs.

Bohrung 3. Das Temperaturfeld im Bereich dieser Bohrung ist gestört, da die Wartezeit nur 3 Wochen betragen hatte, die Bohrzeit hingegen 5 Wochen. Man erkennt dies auch noch deutlich daran, daß die Temperaturkurve in den ersten 100 Metern verhältnismäßig scharf zum Oberflächenwert T_0 hin abbiegt. Das Abklingen der Störung verhält sich normal. In ca. 700 m Entfernung steht eine weitere, etwa gleichtiefe Bohrung. Der Vergleich der Temperaturkurven beider Bohrungen ergibt, daß die in Bohrung 3 im Bereich des Bohrlochtiefsten gemessenen Werte nur

Tabelle 3

Nr. der Bohrung	Tiefe (m)	Gestein	$\lambda \cdot 10^{-3}$ (cal/cm s grd)	ρ (g/cm ³)	c (cal/g grd)	$\kappa \cdot 10^{-3}$ (cm ² /s)	grad $T \cdot 10^{-4}$ (grd/cm)	grad $T \cdot 10^{-4}$ (grd/cm)	q (μ cal/cm ² s)	q_m (μ cal/cm ² s)
1	52	Basalt	4,14	2,86	0,212	6,83	3,90	3,56	1,47	
1	93	Basalt	3,84	2,84	0,212	6,38	5,00	4,76	1,83	
1	137	Basalt	4,05	2,89	0,211	6,54	4,20	4,02	1,63	
1	217	Sandstein	8,17	2,42	0,236	14,30	2,40	2,28	1,86	
1	373	Sandstein	8,18	2,47	0,254	13,03	2,04	1,98	1,62	1,68
2	23	Granit	6,75	2,57	0,212	12,39	2,09	2,35	1,59	
2	43	Granit	6,04	2,50	0,211	11,48	2,09	2,27	1,37	
2	57	Granit	6,75	2,59	0,230	11,32	2,09	2,22	1,48	
2	61	Granit	7,39	2,62	0,197	14,31	2,09	2,20	1,62	1,52
3	620	tonig. Mergel	3,26	—	—	—	5,00	5,00	1,65	1,65
4 (1)	491	tonig. Sandstein	7,15	2,49	0,193	14,88	2,28	2,28	1,63	
4 (2)	504	Sandstein	6,92	2,29	0,259	11,66	2,60	2,60	1,80	
4 (2)	570	Sandstein	5,69	2,19	0,240	10,82	1,96	1,96	1,12	
4 (2)	580	Sandstein	7,53	2,29	0,256	12,84	1,96	1,96	1,47	
4 (2)	622	Sandstein	7,29	2,34	0,244	12,77	1,96	1,96	1,43	1,49
5	56	Granit	7,60	2,63	0,219	13,19	2,00	2,33	1,77	
5	117	Granit	6,87	2,61	0,195	13,53	2,50	2,47	1,70	
5	172	Gneis	6,16	2,71	0,191	11,56	2,30	2,16	1,33	
5	176	Gneis	6,28	2,71	0,190	11,97	2,30	2,16	1,36	
5	195	Granit	7,15	2,63	0,203	13,39	2,40	2,26	1,62	1,57
6	59	Sandstein	5,55	2,35	0,216	10,94	4,50	4,21	2,34	
6	155	Muschelkalk	6,10	2,67	0,207	11,03	4,50	4,27	2,60	
6	164	Dolomit	6,01	2,54	0,220	10,75	4,50	4,28	2,57	
6	165	Dolomit	6,52	2,50	0,205	12,72	4,50	4,28	2,79	
6	169	Anhydrit	14,70	2,91	0,224	22,55	1,75	1,56	2,29	
6	235	Anhydrit	12,30	2,93	0,195	21,52	1,75	1,60	1,97	2,43

7	267	Granit	7,70	2,71	0,224	12,68	2,60	2,26	2,00
7	346	Granit	6,95	2,68	0,214	12,12	2,20	2,56	1,78
7	366	Granit	8,93	2,74	0,221	14,74	2,20	1,99	1,78
7	382	Granit	9,51	2,75	0,196	17,64	2,00	1,80	1,71
8	55	Sandstein	6,69	2,27	0,182	16,18	2,35	2,39	1,60
8	103	Sandstein	9,35	2,41	0,184	21,08	2,00	2,05	1,92
8	127	Sandstein	6,02	2,28	0,187	14,12	2,45	2,50	1,51
9 (1)	28	Konglomerat	9,33	2,32	0,275	14,62	3,60	2,03	1,89
9 (1)	50	Sandstein	7,52	2,43	0,234	13,22	3,60	2,22	1,66
9 (1)	60	Sandstein	6,71	2,51	0,251	10,65	3,64	2,35	1,58
9 (1)	63	Sandstein	7,49	2,52	0,238	12,48	3,64	2,37	1,78
9 (2)	64	Sandstein	7,30	2,62	0,256	10,88	3,60	2,34	1,71
9 (2)	84	Sandstein	7,20	2,52	0,248	11,51	3,40	2,29	1,65
9 (2)	101	Sandstein	8,34	2,52	0,241	13,47	3,20	2,20	1,83
10	123	Dolomit	6,67	2,35	0,221	12,85	2,40	2,40	1,60
10	192	Dolomit	8,23	2,65	0,239	13,00	2,20	2,20	1,81
11	10	Massenkalk	6,53	2,58	0,220	10,78	3,25	2,47	1,61
11	38	Massenkalk	8,38	2,65	0,208	15,21	3,25	2,56	2,14
11	45	Massenkalk	5,58	2,58	0,213	10,62	3,25	2,59	1,44
11	56	Massenkalk	6,34	2,66	0,219	10,86	3,25	2,64	1,67
11	106	Kalk	5,74	2,62	0,227	9,64	3,25	2,80	1,61
12	383	Kalkstein	5,54	2,56	0,212	10,21	3,66	3,64	2,02
12	412	Mergelstein	6,07	2,67	0,221	10,28	3,66	3,64	2,21
12	448	Kalkstein	5,93	2,52	0,212	11,10	3,66	3,64	2,16
12	458	Mergelstein	5,55	2,59	0,217	9,89	3,66	3,64	2,02
13	315	Mergelton	4,21	2,49	0,236	7,17	3,59	3,82	1,40
13	402	Tonmergel	5,68	2,64	0,226	9,52	3,59	3,33	1,89
13	604	Tonmergel	4,93	2,63	0,234	8,01	3,59	3,39	1,67

Dabei bedeuten: λ = Wärmeleitfähigkeit $\text{grad } T$ = gemessener Temperaturgradient
 ρ = Dichte $\text{grad } T$ = korrigierter Temperaturgradient
 c = spezifische Wärme q = $\lambda \cdot \text{grad } T$ = Wärmestromdichte
 α = Temperaturleitfähigkeit q_m = mittlere Wärmestromdichte

wenig von der ungestörten Temperatur abweichen. Der Fehler des Temperaturgradienten ist dort praktisch vernachlässigbar. Zur Bestimmung der thermischen Stoffwerte liegt eine Probe aus 620 m Tiefe vor. Sie besteht aus tonig-mergeligem Material, und ihre natürliche Feuchtigkeit blieb erhalten. Eine Aufbereitung für die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit war wegen der zu geringen Festigkeit der Probe nicht möglich. Die Wärmeleitfähigkeit wurde deshalb mit einer ca. 12 cm langen und 0,2 cm dicken Nadelsonde [VON HERZEN und MAXWELL 1959] in situ an fünf verschiedenen Stellen an der Probe bestimmt und ihr Mittelwert angegeben.

Bohrung 4. Als Bohrung 4 werden zwei 850 m auseinanderliegende Bohrungen 4(1) und 4(2) bezeichnet. Die Ergebnisse aus beiden Bohrungen wurden zur Ermittlung der Wärmestromdichte zusammengefaßt, da über diese Distanzen Änderungen der Wärmestromdichte erfahrungsgemäß nicht meßbar sind. Die Koordinatenangaben beziehen sich auf einen Punkt, der in der Mitte zwischen beiden Bohrungen liegt.

Bohrung 6. Die einzelnen Meßwerte streuen verhältnismäßig stark. Die Berechnung der Wärmestromdichte erfolgte deshalb mit dem mittleren Temperaturgradienten von 4,5 grad/100 m bzw. 1,75 grad/100 m in den aus Abb. 2 ersichtlichen Intervallen. In etwa 5 m Entfernung wurde eine gleichtiefe Bohrung niedergebracht, deren Wartezeit bis zum Abklingen der Temperaturstörung, hervorgerufen durch den Bohrvorgang, noch nicht verstrichen war. Falls diese Bohrung parallel verläuft, ist kein störender Einfluß zu erwarten. Da aber nicht völlig auszuschließen ist, daß der Abstand der beiden Bohrungen in manchen Abschnitten kleiner als 5 m ist, kann der hier erhaltene Wert der Wärmestromdichte $q_m = 2,43 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ nicht als gesichert und repräsentativ gelten.

Bohrung 7. Die Bestimmung der Temperaturgradienten erfolgte aus Temperaturmessungen im Abstand von 5 m. Der Fehler der Temperaturmessungen beträgt bei der verwendeten Apparatur zwar 0,05 grad, der Fehler von Differenzmessungen ist jedoch kleiner als 0,01 grad.

Bohrung 8. Bei dieser Bohrung handelt es sich wieder um eine Schrägbohrung, die mit einer anfänglichen Neigung von 45 Grad abgeteuft wurde und im Bohrloch-tiefsten etwa eine Neigung von 60 Grad hatte. Zur Darstellung in Abb. 2 wurden die Temperaturwerte auf senkrechte Tiefe reduziert.

Bohrung 9. Die Temperaturkurve wurde aus zwei Bohrungen gewonnen, die einen Abstand von ca. 300 m haben.

Bohrung 11. Aus dieser Bohrung stehen 5 Bohrkern zur Verfügung. Da das Temperaturfeld durch ausfließendes Wasser gestört ist, wurde der mittlere Temperaturgradient aus drei in 5 km Entfernung stehenden Bohrungen übernommen. Diese Übertragung des Gradienten dürfte keinen merklichen Fehler mit sich bringen, da sich die topographische Korrektur für die drei Bohrungen über ein Gebiet mit einem Radius von $r = 6$ km erstreckt, mithin auch Bohrung 11 erfaßt.

Bohrung 12 und 13. Die Bohrungen 12 und 13 haben frei auslaufendes Wasser. Der Temperaturgradient läßt sich daher nicht unmittelbar bestimmen. Da aber die Zuflußtiefe bekannt ist, und wegen der nahezu horizontalen Schichtung angenommen werden kann, daß das Wasser eine dieser Tiefe entsprechende Temperatur mitbringt, kann der mittlere Gradient bestimmt werden. Er wurde für B 12 zu 3,66 grd/100 m berechnet bei einer Zuflußtiefe von 450 m mit einer Wassertemperatur von 25,0 grd und einem $T_0 = 8,5$ grd. Für B 13 findet man grad $T = 3,59$ grd/100 m bei einer Zuflußtiefe von 540 m mit 28,9 grd und einem $T_0 = 9,5$ grd. Da die beiden „Temperaturkurven“ nur auf je zwei Punkten beruhen, wurde auf eine graphische Darstellung verzichtet.

In Tabelle 4 und Abb. 3 sind alle bisher in Deutschland veröffentlichten Ergebnisse zusammengestellt. Hiervon ausgenommen sind die hohen Wärmestromdichtewerte von CREUTZBURG [1964] im Bereich von Salzstöcken. Die hohen Werte sind bedingt durch die fokussierende Eigenschaft der Salzstöcke aufgrund ihrer guten Wärmeleitfähigkeit. Eine Korrektur nach MUNDY [1966] ist jedoch nicht möglich, da die Figur der Salzstöcke zu wenig bekannt ist. Des weiteren wurden noch zwei Messungen von SCHÖSSLER und SCHWARZLOSE [1959] ausgelassen, da hierfür nur Näherungswerte angegeben wurden.

Die Koordinaten der Werte von CREUTZBURG sowie SCHÖSSLER und SCHWARZLOSE wurden entsprechend den Angaben im Text mit Hilfe von topographischen Karten (1:25000, 1:100000) ermittelt; sie sind mit einem entsprechenden Fehler behaftet. Die Höhenangaben konnten, bis auf wenige Ausnahmen, unmittelbar der Literatur entnommen werden.

Abb. 3: Lage der Meßpunkte, Wärmestromdichte in $\mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$.
Position of the heat flow measurements, heat flow in $\mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$.

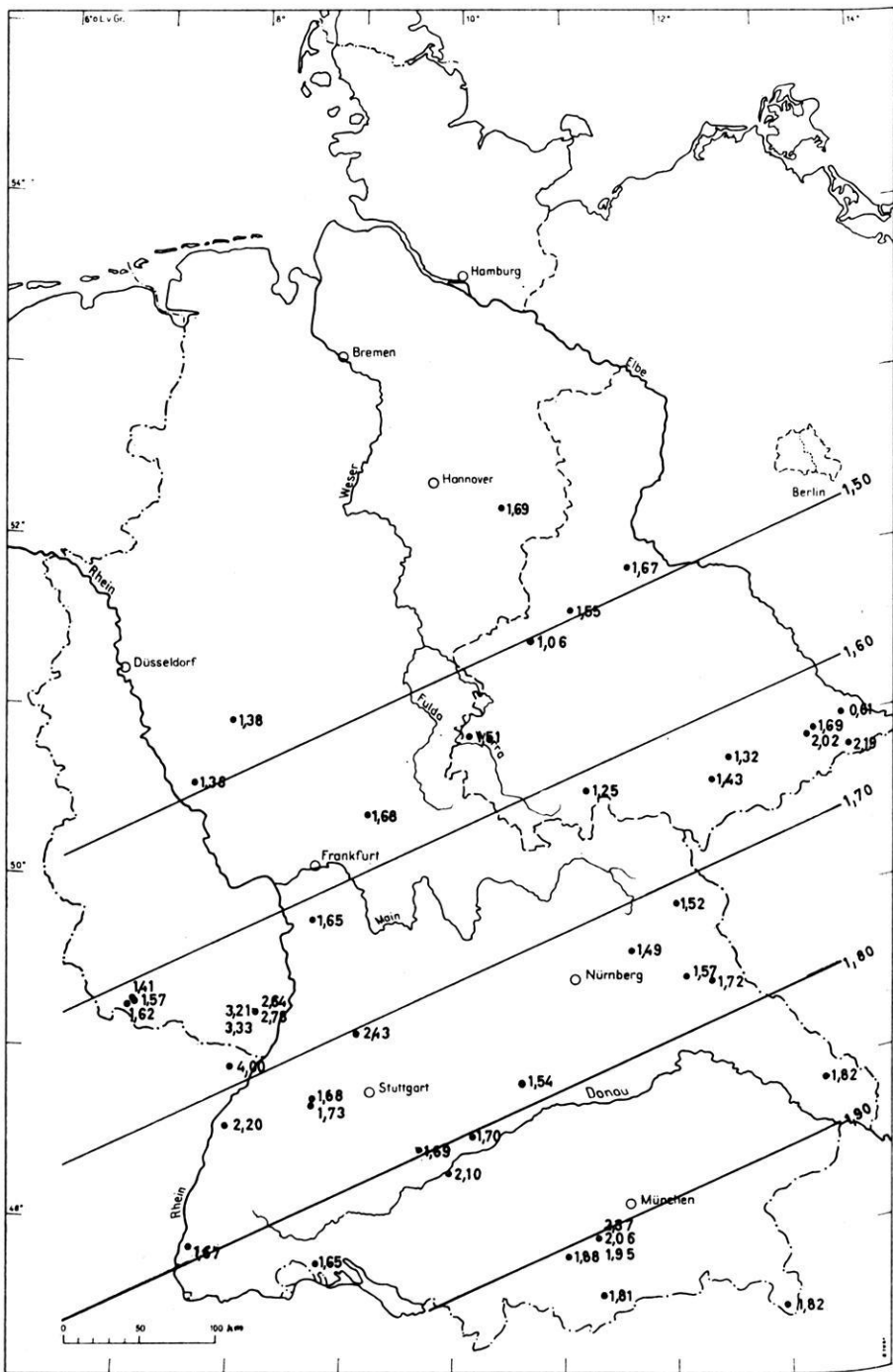


Tabelle 4

Lfd. Nr. Autor	φ (Grad-Minuten)	λ (Grad-Minuten)	Höhe (m)	Wärmestromdichte ($\mu\text{cal}/\text{cm}^2/\text{s}$)
1-1	52-11,1	10-24,3	98	1,69
2-1	50-45,5	7-56,8	320	1,38
3-1	50-34,2	7-31,1	382	13,8
4-1	49-24,5	12-10,9	402	1,72
5-1	47-51,6	7-38,3	230	1,67
6-1	47-47,4	11- 3,4	592	1,88
7-2	50-23,5	9- 7,8	240	1,68
8-2	49-52,7	12- 2,7	675	1,52
9-2	49-46,4	8-34,2	511	1,65
10-2	49-35,5	11-37,5	534	1,49
11-2	49-26,2	12- 6,7	391	1,57
12-2	49- 6,8	9- 4,9	216	2,43
13-2	48-51,3	13-23,9	555	1,82
14-2	48-43,8	8-40,0	662	1,68
15-2	48-40,9	8-39,6	417	1,73
16-2	48-29,5	10- 8,8	454	1,70
17-2	48-25,7	9-41,9	630	1,69
18-2	48-20,3	9-56,0	487	2,10
19-2	47-45,0	8-52,0	440	1,65
20-2	48-50,2	10-38,3	412	1,54
21-2	49-15,5	8- 8,2	155	2,64
22-2	49-14,1	8- 8,3	161	2,78
23-2	49-13,8	8- 8,4	156	3,33
24-2	49-13,3	8- 8,8	138	3,21
25-2	48-33,3	7-54,7	141	(2,20)
26-2	47-57,2	11-20,7	585	2,37
27-2	47-54,4	11-18,8	585	2,06
28-2	47-51,1	11-19,5	585	1,95
29-2	47-35,2	11-21,3	802	1,81
30-2	47-31,5	12-57,5	602	1,82
31-3	49-19,2	7- 5,0	307	1,41
32-3	49-20,3	7- 4,0	300	1,57
33-3	49-18,8	6-59,6	265	1,62
34-4	48-54,3	7-52,7	172	(4,00)
35-5	51-50,5	11-37,5	76	1,67
36-5	51-36,0	11- 3,0	437	1,55
37-5	51-27,0	10-35,0	228	1,06
38-5	50-59,0	13-38,5	355	0,61
39-5	50-54,5	13-20,5	427	1,69
40-5	50-52,0	13-19,0	504	2,02
41-5	50-51,5	10- 6,0	242	1,51
42-5	50-46,0	13-42,5	740	2,19
43-5	50-44,5	12-34,5	328	1,32
44-5	50-35,5	12-24,5	498	1,43
45-5	50-32,5	11-13,0	737	1,25

Autoren: 1 — CREUTZBURG, 2 — HÄNEL, 3 — HÜCKEL und KAPPELMEYER, 4 — KAPPELMEYER, 5 — SCHÖSSLER und SCHWARZLOSE,

4.2 Diskussion der Wärmestromdichtewerte

Das Mittel aller Werte beträgt $1,84 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$. Bei der Beurteilung der in Abb. 3 dargestellten Werte muß man jedoch berücksichtigen, daß der Fehler des Einzelergebnisses aus den Möglichkeiten der Meßtechnik auf $\pm 20\%$ geschätzt wird. Für den Mittelwert $1,84 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ reicht also das Intervall des dreifachen Fehlers von $0,74$ bis $2,94 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ und umfaßt damit fast alle angegebenen Werte. Man mußte daher mit Kriterien der Statistik prüfen, ob aus diesem Datenmaterial signifikante Aussagen gewonnen werden können.

Die 45 Werte wurden deshalb als Stichprobe aus einer normal verteilten Gesamtheit auf Ausreißer geprüft [GRAF et al. 1966]. Für das Vorhandensein von Ausreißern ergab sich eine Wahrscheinlichkeit von $97,5\%$. Als Ausreißer wurden zunächst die drei höchsten Werte der Stichprobe: $3,21$, $3,33$ und $4,00$ betrachtet. Sie liegen dicht beisammen links des Oberrheins im nördlichen Elsaß und in der SE-Ecke von Rheinland-Pfalz. Die unmittelbar daneben ermittelten Werte $2,64$ und $2,78 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ wurden gleichfalls als zu dieser Anomalie gehörig betrachtet.

Die von diesen 5 Werten befreite Stichprobe von 40 Werten enthielt aber noch immer mit über 95% Wahrscheinlichkeit Ausreißer, und erst nachdem noch der sehr niedrige Wert $0,61 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ entfernt war, konnten die verbleibenden 39 Werte als Stichprobe einer normal verteilten Gesamtheit betrachtet werden. Der Wert $0,61 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ stammt von der oberen Elbe. In seiner Nachbarschaft liegen noch die drei Werte mit $1,69$, $2,02$ und $2,19 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$, deren Mittelwert über dem gemeinsamen Mittel $1,84 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ liegt. Es muß daher offen bleiben, ob der Wert $0,61$ zu einer reellen negativen Anomalie gehört oder nicht.

Eine Analyse dieser 39 Werte ergab einen linearen Trend mit von NW nach SE ansteigenden Werten. Er ist in Abb. 3 durch die Geraden $1,50$ bis $1,90 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ dargestellt. Ein Signifikanztest dieses Trends ergibt den F -Wert $5,98$ (der F -Wert ist das Verhältnis der Varianz der Trendflächenwerte in den einzelnen Punkten zur Varianz der Restwerte; Beobachtungswert — Trendflächenwert), der größer ist als der für 95% ige Sicherheit zu fordernde Wert $3,26$.

Man gelangt so zu folgenden Aussagen:

1. Die 5 Werte links des Oberrheins (Nr. 21—24, 34 der Tabelle 4) können als Anomalie betrachtet werden. Ferner stellt der an der oberen Elbe ermittelte Wert $0,61 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ eine Besonderheit dar.
2. Die verbleibenden 39 Werte zeigen eine von NW nach SE ansteigende Tendenz. Ihr Mittelwert beträgt $\bar{q} = (1,70 \pm 0,05) \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ und ihr Medianwert $q_M = 1,67 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$.

In die nach SE ansteigende Tendenz der 39 „normalen“ Werte fügen sich fünf von CLARK [1961] in den Alpen ermittelten Werte, deren Mittelwert $1,83 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ beträgt, zwanglos ein.

Für ganz Eurasien teilen LUBIMOVA und POLYAK [1969] folgende Mittelwerte mit:

Tektonische Einheiten	Mittelwert ($\mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$)
präkambrisch gefaltete Gebiete	0,96
paläozoisch gefaltete Gebiete	1,6
herzynisch gefaltete Gebiete	1,6
känozoisch gefaltete Gebiete	1,7
davon junge Faltengebirge	1,8

Man findet auch in diesen Werten eine sehr starke Streuung, doch zeigt sich eine Abnahme der Mittelwerte mit zunehmendem Alter der Faltung, was dem in Deutschland gefundenen Trend jedenfalls nicht widerspricht. Der Mittelwert $1,70 \mu\text{cal}/\text{cm}^2\text{s}$ liegt in den für Eurasien gefundenen Intervallen der entsprechenden Regionen.

5. Danksagung

Der besondere Dank gebührt der Deutschen Forschungsgemeinschaft in Bad Godesberg. Sie ermöglichte durch finanzielle Unterstützungen die Durchführung der Arbeiten. Herrn Prof. Dr. A. HAHN und Herrn Dr. E. MUNDRY möchte ich an dieser Stelle ebenfalls für zahlreiche Hinweise zu dieser Arbeit danken. Ferner waren an der Durchführung der Arbeiten beteiligt Herr Ing. ZOTH, Herr BRINKMANN und Herr REICH. Ihnen sei ebenfalls gedankt.

Literatur

- BENFIELD, A. E.: Terrestrial heat flow in Great Britain. Proc. Roy. Soc., A, 173, 428—450, 1939
- BÖHM, V.: Die Bestimmung der spezifischen Wärme von Gesteinen. Bericht d. Nieders. Landesamtes f. Bodenforschung, Hannover, Geothermik Nr. 68, 1966
- BULLARD, E. C.: The disturbance of the temperature gradient in the earth's crust by inequalities of height. Monthly Notices Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl., 4, 360—362, 1940
- : The time necessary for a borehole to attain temperature equilibrium. Monthly Notices Roy. Soc., Geophys. Suppl., 5, 127—130, 1947
- CLARK, S. P.: Heat flow in the Austrian Alps. Geophys. J., 6 (1), 54—63, 1961
- CREUTZBURG, H.: Untersuchungen über den Wärmestrom der Erde in Westdeutschland. Kali u. Steinsalz, Bd. 4 (3), 73—108, 1964
- GRAF, U., H. HENNING, und K. STANGE: Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik. Berlin, Heidelberg, New York, 1—362, 1966

- HÄNEL, R.: Interpretation of the terrestrial heat flow in the Rhinegraben. Rhinegraben Report 1969, Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 116—120, 1970a
- Temperaturmessungen in der Bohrung Wörnitzzostheim. *Geologica Bavarica*, 61, 1970b
- Untersuchungen zur Bestimmung der terrestrischen Wärmestromdichte in Binnenseen. Dissertation, Clausthal 1968
- HÜCKEL, B., und O. KAPPELMEYER: Geothermische Untersuchungen im Saarkarbon. *Z. deut. geol. Ges.*, Jg. 65, 117, 280—311, 1966
- KAPPELMEYER, O.: Beiträge zur Erschließung von Thermalwässern und natürlichen Dampfvorkommen. *Geol. Jahrb.*, 85, 783—808, 1968
- KOENIGSBERGER, J., und M. MÜHLBERG: Über Messungen der geothermischen Tiefenstufe, deren Technik und Verwertung zur geologischen Prognose und über neue Messungen in Mexiko. *Neues Jb. f. Mineral.*, Stuttgart, 31, 105—157, 1911
- LACHENBRUCH, A. H., and M. C. BREWER: Dissipation of the temperature effect in drilling a well in Arctic Alaska. *U.S. Geol. Surv. Bull.* 1083—C, 73—109, 1959
- LUBIMOVA, E. A., and B. G. POLYAK: Heat flow map of Eurasia. *The Earth's Crust and Upper Mantle*. Am. Geophys. Union, Washington, pp. 82—88, 1969
- MÜCKE, G.: Untersuchungen über die Wärmeleitfähigkeit von Karbongesteinen und ihre Beeinflussung durch Feuchtigkeit im Zusammenhang mit der Wärmetübertragung des Steinkohlengebirges an die Grubenwetter. Dissertation, Aachen 1962
- MUNDRY, E.: Berechnung des geothermischen Feldes mit Hilfe eines Relaxationsverfahrens. *Z. Geophys.*, 32 (3), 157—162, 1966
- REGNAULT und PFAUNDLER: Bestimmung des Verbrennungswertes und des Heizwertes. *Erdöl u. Kohle*, 14, 639—649, 1961
- SCHÖSSLER, K., und J. SCHWARZLOSE: Geophysikalische Wärmeflußmessungen. *Freiberger Forschungsh.*, Geophys. C 75, 1—120, 1959
- VON HERZEN, R. P., and A. E. MAXWELL: The measurement of thermal conductivity of deep-sea sediments by a needle probe method. *J. Geophys. Res.*, 64, 1557—1563, 1959

Map of Tectonic Flux of Japan

P. HÉDERVÁRI, Budapest¹⁾

Eingegangen am 10. August 1970

Summary: A map of tectonic flux of Japan is presented, based on the data of Japanese earthquakes occurred between 599 and 1964. The data were compiled by USAMI [1966]. It is stated that the most active centers are distributed along the Pacific coast of Japan and some of them seem to be in connection with the andesite-line.

Mapping the Tectonic Flux

The term of tectonic flux was introduced into the geophysics by ST. AMAND [1956]. For an area A the tectonic flux is defined as

$$\mu(A) = \frac{\omega}{A} \frac{1}{\langle t_1, t_2 \rangle} \int_A \int_{\langle t_1, t_2 \rangle} E^{0,5} dA dt, \quad (1)$$

where $\langle t_1, t_2 \rangle$ is the investigated time-interval ($t_2 > t_1$), E the seismic energy, expressed in ergs and ω is a constant, which depends on the scale used. If M is the earthquake-magnitude, then:

$$\log E = 11,8 + 1,5 M. \quad (2)$$

Let A_1, A_2, A_3 and A_4 be four adjoining areas, measured in square kilometres (Fig. 1). These areas have only one common point which can be marked as

$$P(A_1, 2, 3, 4) \text{ or more simply as } P.$$

Supposing that

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4, \quad (3)$$

¹⁾ F. R. A. S., Dr. rer. nat. PÉTER HÉDERVÁRI, Vice-President of International Association of Planetology (IUGS-UNESCO), Secretary of Commission of Planetary Physics of IAP, President of International Lunar Society; VI. Lenin-blvd. 82/III/6a/, Budapest, Hungary.

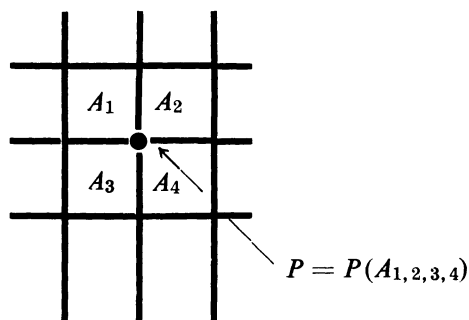
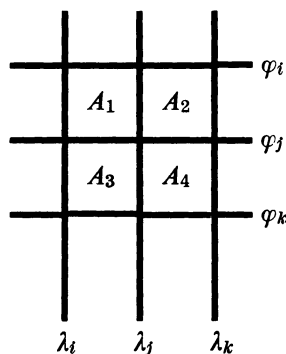
Fig. 1: Four adjoining units of area and the point $P(A_1, 2, 3, 4)$.

Fig. 2: Limits of units of area.

then the tectonic flux valid for point P is:

$$\begin{aligned} \mu[P(A_1, 2, 3, 4)] = \mu(P) = & 0,25 \omega \left(\frac{1}{A_1} \frac{1}{\langle t_1, t_2 \rangle} \int_{A_1} \int_{\langle t_1, t_2 \rangle} E^{0,5} dA_1 dt \right. \\ & + \frac{1}{A_2} \frac{1}{\langle t_1, t_2 \rangle} \int_{A_2} \int_{\langle t_1, t_2 \rangle} E^{0,5} dA_2 dt \\ & \left. + \frac{1}{A_3} \frac{1}{\langle t_1, t_2 \rangle} \int_{A_3} \int_{\langle t_1, t_2 \rangle} E^{0,5} dA_3 dt + \frac{1}{A_4} \frac{1}{\langle t_1, t_2 \rangle} \int_{A_4} \int_{\langle t_1, t_2 \rangle} E^{0,5} dA_4 dt \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Practically we may follow this way:

$$\mu(P) = 0,25 \omega \left(\sum_{\varphi_j} \sum_{\lambda_i} \sum_{t_1}^{\varphi_k \lambda_j t_2} E^{0,5} + \sum_{\varphi_j} \sum_{\lambda_j} \sum_{t_1}^{\varphi_k \lambda_k t_2} E^{0,5} + \sum_{\varphi_i} \sum_{\lambda_i} \sum_{t_1}^{\varphi_j \lambda_j t_2} E^{0,5} + \sum_{\varphi_i} \sum_{\lambda_j} \sum_{t_1}^{\varphi_j \lambda_k t_2} E^{0,5} \right). \quad (5)$$

Here φ and λ are the geographical latitude and longitude, respectively, as it can be seen on Fig. 2.

But we can obtain more exact result if we take into account the fact, that generally

$$A_1 = A_2 \neq A_3 = A_4. \quad (6)$$

In such a case we must use certain "areal corrections", but it is necessary only when the territory of the units of area "A" is large enough, say 5×5 geographical degrees, 10×10 geographical degrees, etc. Here we do not wish to deal with the methods of such kind of correction, since in our present case the chosen units were rather small ones, only 1×1 geographical degrees in extent; and therefore the correction would modify the value of tectonic flux valid for whichever point P only to an insignificant degree.

Those points for which the value of tectonic flux is the same, must be joined by a continuous line. By this procedure we receive a map on which there are certain centers of iso-lines, called *active centers*. The distribution of these active centers gives us interesting and important informations as regards the seismicity of the area under investigations. We may say that by and large the same regions will be the subject of the *further* earthquakes; more exactly these active centers represent areas where the highest release of seismic energy is possible in the future centuries of years, too.

The Map of Japan

In the case of Japan, data compiled by USAMI [1966] were used. We have taken into account all the earthquakes which occurred between 599 and 1964 in and near Japan. The lower limit of the magnitude was 6,8. We elaborated the data of altogether 221 quakes the epicentral coordinates of which were given by USAMI.

The *andesite-line* which is the true border of the very ancient inner basin of the Pacific [HÉDERVÁRI 1967 and 1968] is marked by a pointed line (Fig. 3). It is very important to note that the active centers in Northeastern-Japan are situated just along the andesite-line.

Studying the circumpacific system of faults BENIOFF [1957] and ST. AMAND [1957] concluded that *the Pacific Basin is rotating* relative to the continental blocks, in a counter-clockwise direction. WHITTEN in 1955 supported this extremely interesting theory by geodetic measurements in California. The study of the seismicity of the Philippine Islands led ALLEN [1962] to the conclusion that *the moving structure may*

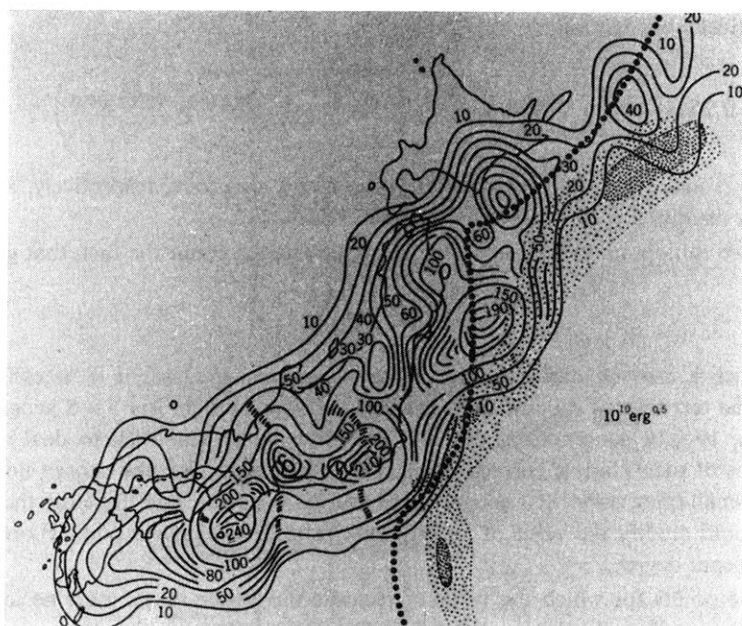


Fig. 3: Tectonic flux over Japan. Dotted: oceanic trench; pointed line: andesite-line.

only be the inner basin of the Pacific alone; that is the oldest part of the Pacific Basin which is bordered by the andesite-line. The existence of the andesite-line was discovered by MARSHALL [1912]. Accordingly, the andesite-line may be regarded as the dividing line between the relatively moving structures.

If this hypothesis holds great mechanical strains must be accumulated and released mainly just along the andesite-line.

Our global chart of world-seismicity [HÉDERVÁRI 1965] agrees exactly with the expectation, that over the Pacific the active centres are situated just on the outer border of the andesite-line. As regards smaller circumpacific areas, we may mention that the site of active centres of tectonic flux in the Northern part of Pacific (Hokkaido — Kurili-islands — Kamchatka — Aleutian-islands — Alaska — Vancouver-island belt) is quite the same, that is the centers are arranged just along the andesite-line. Similar situation had been experienced in the case of Chile, too [HÉDERVÁRI 1966]; namely on the occasion of the earthquake-sequence of the years 1960—1962 “the greatest part of seismical energy was released over a rather narrow zone, which lies between the axis of oceanic trenches and the axis of the volcanic belt”. It is also noteworthy that the epicentres of the most destructive ($M \geq 8,4$) shocks of Chile in the XIXth and XXth centuries were situated also just on this zone, which is the site and immediate environment of the andesite-line.

The tectonophysical importance of the andesite-line is emphasized by the map of tectonic flux of Japan, too. As we can see on the chart, the active centers generally are either on the andesite-line itself or west from it, between the oceanic trench (dotted) and the chain of active volcanoes.

References

- ALLEN, C. R.: Circum-pacific Faulting in the Philippines-Taiwan Region. *J. Geophys. Res.*, 67, No. 12, 1962
- BENIOFF, H.: Circum-pacific Tectonics. *Publ. of Dominion Obs.*, Vol. XX, No. 2, 1957
- HÉDERVÁRI, P.: Investigations Regarding the Earth's Seismicity. Part III. *Gerlands Beitr. z. Geophys.*, 74, No. 5, 1965
- : Investigations Regarding the Earth's Seismicity. Part IV. *Gerlands Beitr. z. Geophys.*, 75, No. 3, 1966
- : Investigations Regarding the Earth's Seismicity. Part V. Sect. 1 and 2. *Gerlands Beitr. z. Geophys.*, 76, Nos. 5 and 6, 1967
- : On the Structure of the Basin of Pacific Ocean. "Sbornik" of Mining University of Ostrava 1968
- MARSHALL, P.: Oceania, in: *Handbuch der regionalen Geologie. Heidelberg 1912*
- ST. AMAND, P.: Two Proposed Measures of Seismicity. *Bull. Seism. Soc. of America*, 46, No. 1, 1956
- : Circum-pacific Orogeny. *Publ. of Dominion Obs.*, XX, No. 2, 1957
- USAMI, S.: Descriptive Table of Major Earthquakes in and near Japan which were Accompanied by Damage. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 44, P. 1, 1966

Briefe an den Herausgeber

Berechnung der Quellenfunktion einer Explosion im Flachwasser mittels einer Dekonvolutionsmethode

Estimation of Source Function of an Explosion in Shallow Water Using a Deconvolution Method

R. KIND, Menlo Park¹⁾

Eingegangen am 23. November 1970

Vom Autor wurden früher [KIND 1970] Vergleiche von beobachteten und berechneten Flachwasserseismogrammen angestellt. Anhand der Dispersionskurven konnte gute Übereinstimmung festgestellt werden. Im folgenden wird auf die Dekonvolution von dort angegebenen Seismogrammbeispielen eingegangen. Das beobachtete Seismogramm $g(t)$ kann als eine Faltung der Quellenfunktion $f(t)$ mit der Übertragungsfunktion $h(t)$ des Flachwassersystems aufgefaßt werden.

$$f(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow g(t) = f(t) * h(t)$$

Der Stern bedeutet die Faltung. Das beobachtete Seismogramm $g(t)$ und die Übertragungsfunktion (das synthetische Seismogramm) werden als bekannt angenommen und die Quellenfunktion $f(t)$ ist gesucht. Ist das Inverse $h^{-1}(t)$ der Übertragungsfunktion bekannt, so ist $f(t)$ über folgende Gleichung leicht zu ermitteln.

$$g(t) * h^{-1}(t) = f(t) * h(t) * h^{-1}(t) = f(t) * \delta(t)$$

Es genügt, die mit dem δ -Impuls gefaltete Zeitreihe $f(t)$ zu kennen, da die Faltung mit dem δ -Impuls die Form nicht ändert. Die inverse Zeitreihe $h^{-1}(t)$ wird im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate näherungsweise berechnet. ROBINSON [1967] hat ein Programm (EUREKA) zur Durchführung dieser Rechnung angegeben. Dieses Programm lieferte jedoch nur nach Hinzufügung einer Korrektur befriedigende Ergebnisse. Im Anhang ist das Programm in korrigierter Form abgedruckt. Mit diesem

¹⁾ Dr. RAINER KIND, Visiting Scientist, U. S. Geological Survey, 345 Middlefield Road, Menlo Park, California 94025.

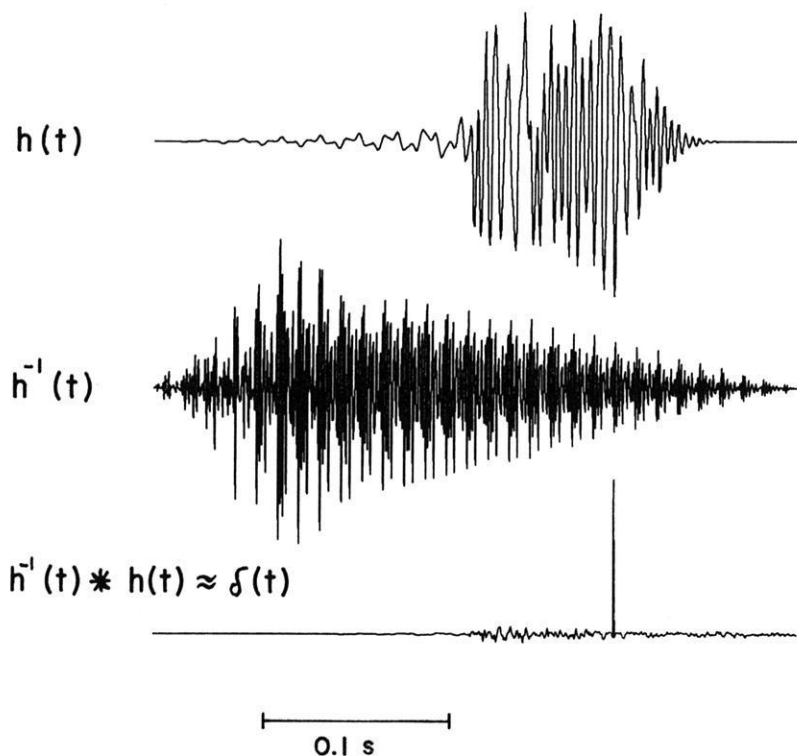


Abb. 1: Das synthetische Seismogramm $h(t)$, die inverse Zeitreihe $h^{-1}(t)$ und die Faltung $h(t) * h^{-1}(t)$.

Synthetic seismogram $h(t)$, inverse time series $h^{-1}(t)$ and convolution $h(t) * h^{-1}(t)$.

Programm konnte eine inverse Zeitreihe $h^{-1}(t)$ bestimmt werden, die das synthetische Seismogramm $h(t)$ mit sehr guter Näherung in den δ -Impuls umformte. In Abb. 1 werden $h(t)$, $h^{-1}(t)$ und die Faltung dieser beiden Zeitreihen dargestellt. Das beobachtete Seismogramm $g(t)$, das als Beispiel benutzt wurde, ist identisch mit dem vom Autor früher [KIND 1970] in Abb. 7 angegebenen. Das synthetische Seismogramm $h(t)$ wurde mit den Parametern dieses Seismogrammes berechnet. Es wurden nur Frequenzen bis zu 300 Hz benutzt, da im beobachteten Seismogramm höhere Frequenzen sehr stark gedämpft sind. Die inverse Zeitreihe $h^{-1}(t)$ wurde mit dem beobachteten Seismogramm $g(t)$ gefaltet. Das Ergebnis, die Quellenfunktion $f(t)$, war stark von einer hochfrequenten Störung überlagert. Da diese Untersuchung sich nur mit Frequenzen unter 300 Hz beschäftigt, wurde $f(t)$ mit einem Tiefpaß 0–300 Hz gefiltert. In Abb. 2 sind das beobachtete Seismogramm $g(t)$, die erhaltene, gefilterte Quellenfunktion $f(t)$, sowie die Faltung von $f(t)$ und $h(t)$ dargestellt. In der Quellen-

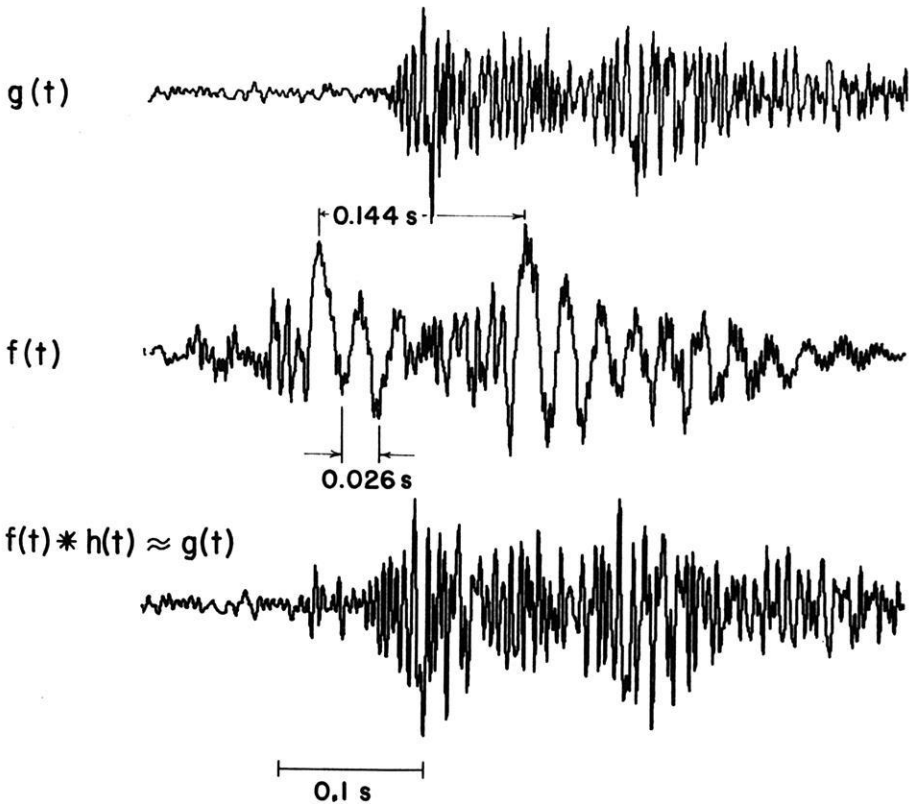


Abb. 2: Das beobachtete Seismogramm $g(t)$, die berechnete und gefilterte Quellenfunktion $f(t)$ und die Faltung $f(t) * h(t)$.

Observed seismogram $g(t)$, calculated and filtered source function $f(t)$ and the convolution $f(t) * h(t)$.

funktion $f(t)$ sind zwei Wellengruppen im Abstand von ca. $0,144\text{ s}$ klar zu erkennen. Schon früher war vom Autor [KIND 1970] diese Periode als Blubberperiode erkannt worden. Diese beiden Wellengruppen wiederum bestehen aus mehreren in der Amplitude abnehmenden Schwingungen mit einer Periode von ca. $0,026\text{ s}$. Im Blubber sind wesentlich mehr Schwingungen zu erkennen als in der ersten Gruppe. Rechnet man mit einer Wasserschallgeschwindigkeit von $1,5\text{ km/s}$, so erhält man eine zu der kürzeren Periode gehörende Wellenlänge von 39 m . Die Wassertiefe war im Meßgebiet ca. 20 m . Aus diesem Grunde kann diese Periode durch eine am Meeresboden und an der Wasseroberfläche reflektierte stehende Welle 1. Ordnung hervorgerufen sein. Die Faltung dieser Quellenfunktion $f(t)$ mit dem synthetischen Seismogramm ergibt das beobachtete Seismogramm $g(t)$ in guter Näherung. Aus diesen Ergebnissen

folgt also, daß die Explosion eine stehende Welle anregt und daß erst diese Welle, und nicht die eigentliche Explosion, den wesentlichen Beitrag zur Abstrahlung der Energie in das Flachwassersystem leistet.

Ich danke der Friedrich-Ebert-Stiftung, die diese Arbeit durch ein Stipendium ermöglichte, dem U.S. Geological Survey, der die Computer zur Verfügung stellte, und Herrn Prof. Dr. H. MENZEL für eine kritische Durchsicht des Manuskriptes.

Literatur

KIND, R.: Eine Auswertung seeseismischer Messungen mit einer digitalen Methode unter Anwendung der Theorie der Schallwellenausbreitung im Flachwasser. Z. Geophys., 36, 549—567, 1970

ROBINSON, E. A.: Multichannel Time Series Analysis with Digital Computer Programs. Holden Day, San Francisco 1967

Anhang

Es folgt eine korrigierte Fassung des Programmes EUREKA von ROBINSON [1967] zur Berechnung einer inversen Zeitreihe. Die Korrektur ist unterstrichen. Zur Erklärung der Parameter vgl. ROBINSON [1967].

```

SUBROUTINE EUREKA(LR,R,G,F,A)
DIMENSION R(LR),G(LR),F(LR),A(LR)
V=R(1)
D=R(2)
A(1)=1.
F(1)=G(1)/V
Q=F(1)*R(2)
IF(LR.EQ.1) RETUR! .
DO 4 L=2,LR
A(L)=-D/V
IF(L.EQ.2) GOTO 2
L1=(L-2)/2
L2=L1+1
IF(L.EQ.3) GOTO 5
DO 1 J=2,L2
HOLD=A(J)
K=L-J+1
A(J)=A(J)+A(L)*A(K)
1 A(K)=A(K)+A(L)*HOLD
IF(2*L1.EQ.L-2) GOTO 2
5 A(L2+1)=A(L2+1)+A(L)*A(L2+1)
2 V=V+A(L)*D
F(L)=(G(L)-Q)/V
L3=L-1
DO 3 J=1,L3
K=L-J+1
3 F(J)=F(J)+F(L)*A(K)
IF(L.EQ.LR) RETURN
D=0.0
Q=0.0
DO 4 I=1,L
K=L-I+2
D=D+A(I)*R(K)
4 Q=Q+F(I)*R(K)
END

```


Briefe an den Herausgeber

Short-Period Spectral Discriminant for Earthquake-Explosion Differentiation¹⁾

D. H. WEICHERT, Ottawa²⁾

Eingegangen am 1. Dezember 1970

Spectral differences in the seismic signals from earthquakes and underground nuclear explosions are well known and substantiated. For events which are sufficiently large, short period, intermediate band and long period seismographs can be used to examine the differences over an extended frequency range, and the differences between earthquakes and explosions are particularly appreciable at the longer periods of a few seconds or more. Because of the relative ease with which teleseismic recordings can be made of smaller magnitude events with narrow-band, short-period seismographs, there is a considerable attraction in looking for spectral differences which can be demonstrated in the restricted frequency band involved in short-period seismic arrays.

Differences in the seismic short-period spectral characteristics of underground nuclear explosions and natural earthquakes have previously been used for source differentiation with varying success. Workers at the M.I.T. Lincoln Laboratories [1968] have reported separation between underground explosions at the Russian test site in Kazakhstan and Asian earthquakes, using the so-called ratio discriminant for LASA (Large Aperture Seismic Array) data. This discriminant is based on the relative energy in two P wave frequency bands, one between 1 and 2 Hz and a second band at lower frequency. Separation between the two types of sources was complete, providing that the earthquake population included no deep earthquakes and that all events passed certain signal-to-noise ratio criteria.

The same test was applied by BASHAM [1970] to recordings from the Yellowknife seismic array (YKA) of events at the Nevada Test site. They reported successful differentiation between 3 BENHAM aftershocks and 3 similar-magnitude explosions at the Nevada Test site. Also using YKA data, and an identical procedure, this writer recently classified spectra from the explosion RULISON as explosion-like (unpublished).

¹⁾ Contribution from the Earth Physics Branch.

²⁾ Dr. D. H. WEICHERT, Earth Physics Branch Department of Energy, Mines and Resources, Ottawa, Canada, z. Zt. Geophysikalisches Institut der Universität Karlsruhe.

MIYAMURA [1968], using analog-filtered recordings and a decision parameter similar to the ratio test, reported partial success in differentiating between Russian explosions and shallow earthquakes. He found, however, that certain of the active seismic regions (e.g. Western China) produce P wave signals whose energy ratios are similar to explosion ratios.

We have now completed an investigation of the spectral differences of 31 presumed underground U.S.S.R. explosions, 42 shallow and 19 deep Asian earthquakes. We find, not unexpectedly, that it is very difficult or impossible to distinguish between the spectra of deep earthquakes and explosions.

Concentrating further on shallow earthquakes only, we find significant differences in the average explosion and earthquake spectra. However, applying the ratio test as used by BASHAM *et. al.* [1970], or other variations of the test, we find in the best case that 80% of our earthquake population still overlap 58% of the explosions. This result led to the search for a more effective short period discriminant. Using average cubed-frequency as a discriminant with the same data, we obtain a much better separation. In this case 80% of the earthquakes overlap only about 16% of the explosion population.

The reason for the relatively poor differentiation between different source types in this investigation is the very large scatter in spectral characteristics of earthquakes. On the other hand, the 5 explosions in the sample of 31, not at the Kazakh test site, could not be differentiated from the bulk of explosions at this site.

The 42 shallow earthquakes and 31 explosions used in this study were selected from the Yellowknife digital event library, created over the past 3 years. Earthquake epicenters range from the Red Sea to Northern China and Mongolia, with a strong but arbitrary emphasis on events within 20° in either latitude or longitude of the Kazakh test site. The results of this investigation show that for future work the earthquakes must be carefully regionalized.

An additional selection criterion was adequate signal-to-noise ratio. For the small events, spectra for the noise immediately preceding the event were calculated. Events with low signal-to-noise ratios in the band of interest were rejected, but for the events used in the study, corrections for noise were not subtracted. Since the noise power predominantly occupies the band below about 0.6 Hz, the failure to correct for noise, or the inclusion of events with marginal signal-to-noise ratios, would tend to strengthen the earthquake-like characteristics of such a spectrum and increase the number of earthquake-like events. Only six earthquakes in the population of 42 had appreciable noise power in the lower frequency bands, on the average 8% of the signal power, at or slightly above 0.6 Hz.

Out of the 31 explosions, announced by various agencies, 26 occurred within a relatively small area in Kazakh, the other 5 elsewhere in the U.S.S.R. Noise was negligible for all explosions. Magnitudes of earthquakes and explosions used in the study are shown in Figure 1.

Two different procedures have been used in the past for the calculation of signal spectra. In the work reported by BASHAM *et al.* [1970], spectra for all seismic traces were calculated individually and the ratio test was then based on the amplitude-averaged spectrum. Better signal-to-noise ratios are obviously obtained if the individual array channels are first combined in an appropriately phased sum, and only then Fourier-transformed, using the Fast Cooley-Tukey algorithm. The latter procedure was used for all events in this study. The length of the time window was 6.35 s nominally, with small deviations due to variations of the digitizing interval (50 ms)

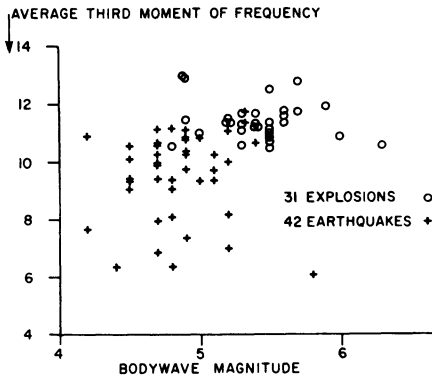


Fig. 1: Average third moment of frequency of earthquakes and explosions against body wave magnitude (In unites of $\Delta f = 0.156$ Hz).

between events, resulting in a spacing of about 0.156 Hz between components of the Fourier spectrum. The average (dc) signal was subtracted and the window ends cosine-tapered over 12.5% at each end.

Average explosion and earthquake spectra were obtained by summing the respective groups of spectra after amplitude normalization. These average spectra are shown in Figures 2a—b. Since very little coherent power is generally observed beyond about 3 Hz, the spectra were arbitrarily cut at this frequency. The average explosion spectrum can be clearly differentiated from the average shallow earthquake spectrum by the characteristic minimum near 1.25 Hz, and by the slower dropoff at higher frequencies. This second characteristic is utilized in the version of the ratio test used by BASHAM *et al.* [1970]. In this test, the ratio of the sum of amplitudes of frequency components from 1.41 Hz to 1.72 Hz to the sum over the band from 0.47 to 0.78 Hz is calculated. When applied to the events used for this study, the scatter of the earthquake ratios turns out to be so great as to render this test useless for discrimination purposes. Variations in the adopted frequency bands were tried, but proved to be

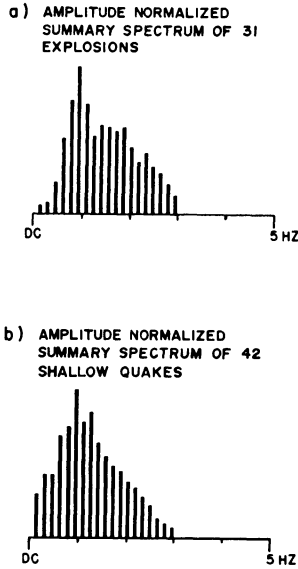


Fig. 2: Average normalized spectra, a) explosions, b) earthquakes.

similarly futile. The best but still unsatisfactory result was obtained by utilizing the frequency bands from 1.09 Hz to 1.41 Hz and 1.72 Hz to 2.03 Hz. In this way, the high explosion amplitudes in the upper band relative to the small amplitude components around the average explosion minimum near 1.25 Hz lead to large ratios for the explosions. Unfortunately, overlap of population is still considerable.

A more consistent discriminant was found in the average powers of frequencies,

$$av(f^n) = \frac{\sum a_i f_i^n}{\sum a_i} = M_n$$

where a_i is the amplitude of the i -th frequency component, f_i . For $n=1$, 80% of the earthquake population overlap 23% of the explosions. For $n=3$ the overlap is reduced to 80%/16%. This is illustrated in Figure 3a—b. Further increase in n does not decrease the overlap. (Calculations were carried to the seventh power, but did not lead to further improvements.) Moreover, the use of higher powers would be undesirable since it should lead to instabilities, partly associated with the arbitrary high-frequency cut-off.

The use of normalized moments of spectral frequencies as a discriminant can, of course, be rationalized with reference to the average spectra. The average frequency of explosion spectra is slightly higher than for earthquakes. The average cubed-frequency is a combination of the average frequency and the second and third moments

about the centroid, which are often-used measures of the width and skewness. Quite obviously, the width of the average explosion spectrum is greater than the average earthquake spectrum, and the explosion spectra appear to decay more slowly towards higher frequency, thus making them more skew. Calculations showed that the second and third normalized moments about the centroid individually do not differentiate as well between explosions and earthquakes as the average cubed-frequency. The suggested spectral discriminant is plotted as a function of body wave magnitude in Figure 1.

More important than the suggestion of another new short period spectral discriminant is the reason for our rather poor discrimination in comparison with results published by Lincoln Laboratories. In selecting the events for this study no stringent criteria were placed on epicenter location, but events near the Kazakh test site were favoured, as explained more fully earlier. For the best discriminant, the normalized third moment of frequency, one third of the earthquake sample overlap the minimum

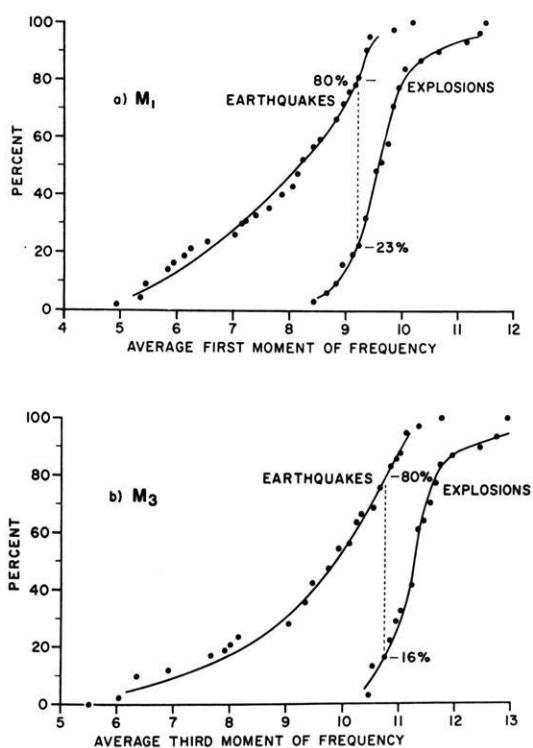


Fig. 3: Cumulative distributions of normalized moments of frequency for earthquakes and explosions: a) first moment, b) third moment.

explosion value. It was found that the epicenters of these 14 earthquakes lie, with one exception, within an area bounded by about 30° N to 42° N and 66° E to 82° E. This is an area of about 1300 by 1400 km including the border regions of Kazakh, Kirgiz, Tadzik, Afganistan, Sinkiang, Kashmir and Tibet. The one exception is an earthquake in Kansu, China (38.7° N, 103.3° E).

In future work on the short period discriminant, strong emphasis will obviously have to be placed on an appropriate regionalization.

References

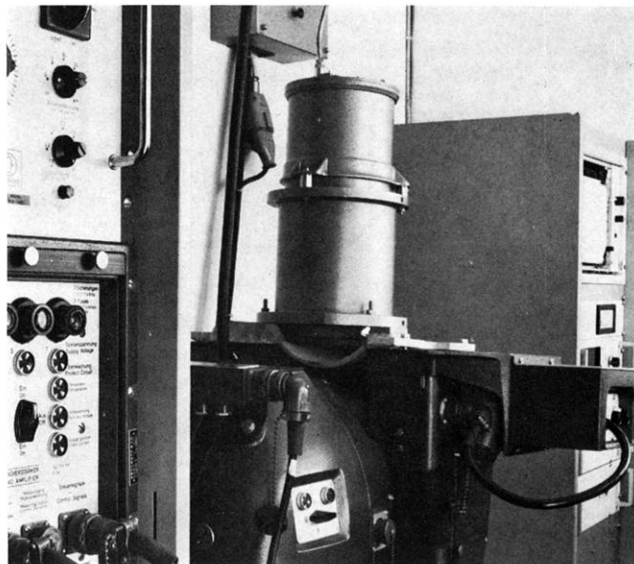
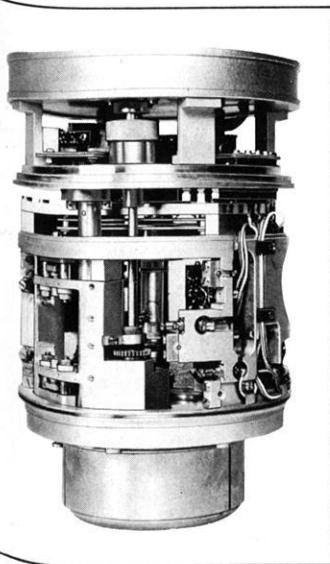
BASHAM, P., D. H. WEICHERT, and F. ANGLIN: An analysis of the BENHAM after-shock sequence, using Canadian Recordings. *J. Geophys. Res.* 75, 1945, 1970

Semiannual Technical Summary, M. I. T. Lincoln Laboratories, 31 December 1968

Stockholm International Peace Research Institute (SIPRI), D. Davies, rapporteur, *Seismic Methods for Monitoring Underground Explosions*. p. 55, Almqvist & Wiksell, Stockholm 1968



Those who already know the
Askania Seagravimeter Gss2
(and who does not!)
those should even give it a closer look.
Because this one is really new.
Its name: Askania Gss3.



- Its feature: No cross-coupling-effect due to translatory moved reference mass * Analog and digital output * Minor weight, small dimensions; easily serviceable by the use of integrated circuits.
- Dimensions: sensor diameter 7", height 14"
control electronics and power supply 19" rack (6)
- Weight of proof mass: 27 p
- Accuracy: static 0.1 mgal
dynamic with accelerations up to 0.1 g 0.2 mgal
up to 0.2 g 0.5 mgal
- Calibration: CC-error free as proven by sea tests
due to the translatory sensor calibration can also be accomplished by tilting. The instrument can also be applied for ship to land connection
- Time constant: 20 sec with sea motion reduction 10^5 times with 12 sec cycle
- Electrical sensitivity: 0.5 mgal/mV
- Digital output: BCD 1-2-4-8, resolution 0.1 mgal
- Analogue output: $1V \pm 100$ mgal

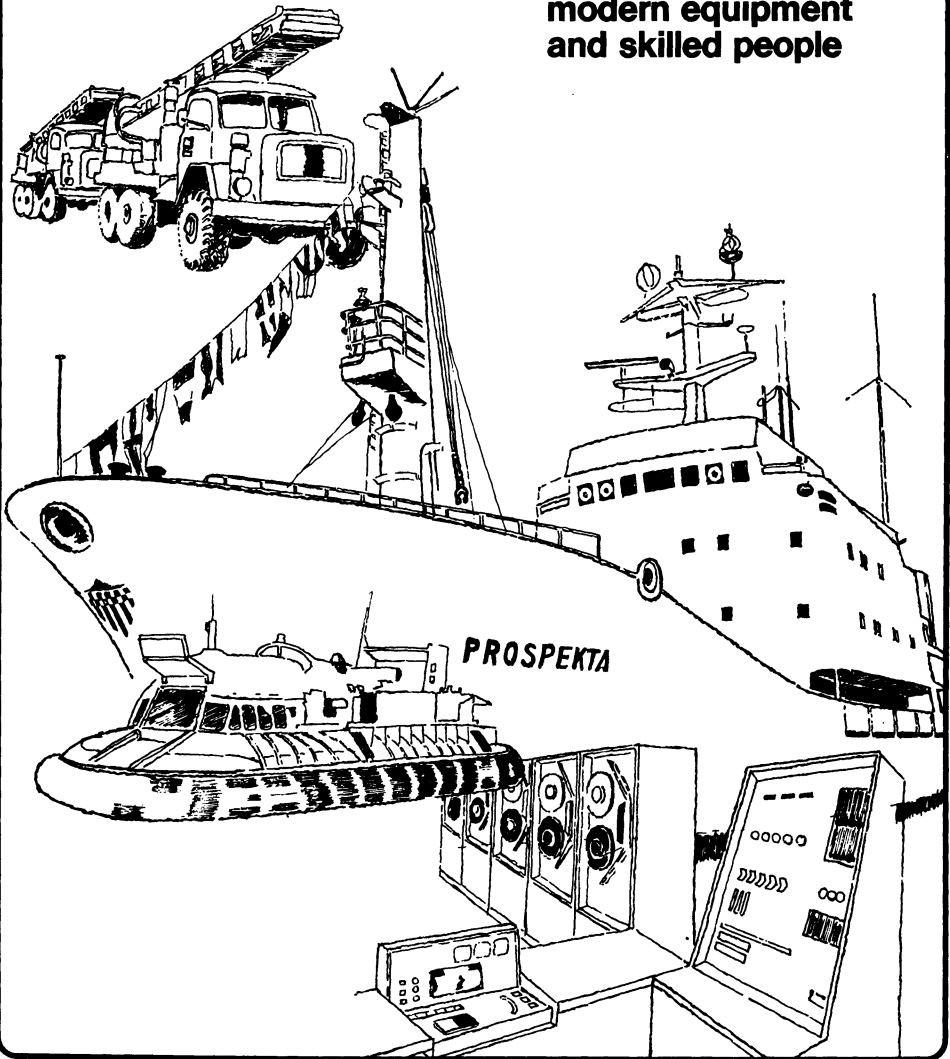
For further information please contact

ASKANIA

D 1 Berlin 42 · Großbeerenstr. 2-10 · Telex 01 84 348 askb d

Since more than 50 years

complete geophysical
service to the industry
always with
modern equipment
and skilled people



**PRAKLA-SEISMOS GMBH · 3000 HANNOVER · HAARSTRASSE 5
P.O. BOX 4767 · PHONE: 8 07 21 · TELEX: 9 22847 · CABLE: PRAKLA
GERMANY**

Amsterdam · Ankara · Brisbane · Djakarta · Kuala-Belait · Lima · London
Madrid · Milan · Rangoon · Rio de Janeiro · Teheran · Tripoli · Vienna