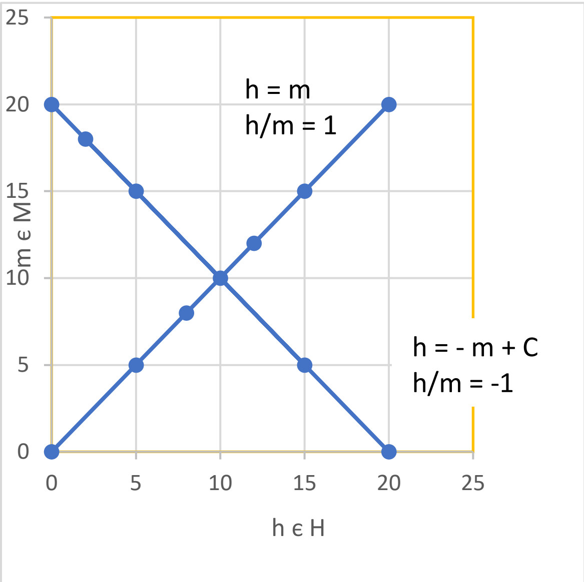
Die Darstellung der geometrischen Relation und der arithmeischen Relation in den kartesischen Koordinaten (h ϵ H) und (m ϵ M) (siehe Grafik 1) erklärt mathematische Zusammenhänge in der Geologie.



Grafik 1: Das duale Gesteinssystems H; M in den kartesischen Koordinaten h; m

Die Geraden des geologischen Binärsystems schließen einen Winkel von 90° ein, sie stehen senkrecht aufeinander, der Schnittpunkt der Geraden als Lösung des Gleichungssystems hat den Betrag C/2.

Die auf graphischem Weg ermittelt und dargestellten Ergebnisse können rechnerisch bestätigt werden:

Die Steigungen der Geraden (n) der geometrischen Relation h/m = 1 (n_1) und der arithmetischen Relation h/m = - 1 (n_2) stehen lotrecht aufeinander, der durch die Geraden eingeschlossene Winkel beträgt 90 °. Bei einem Winkel von 90° ist tanα = ∞. Der Nenner der Winkelbeziehung muss sehr klein sein, bzw. den Wert 0 aufweisen,um dieser Bedingung zu genügen.

0 = m – h

0 = - m + C – h

---

0 = C – 2h

h = C/2 m = C/2

Der eingeschlossene Winkel beträgt rechnerisch (1 S.355):

$$\tan\alpha = \frac{n_2 - n_1}{1 + n_2 n_1} = \frac{-1-1}{1+(-1\times 1)} = \frac{-2}{0} = -\infty = 90°$$

n_2 als negativer, reziproker Wert von n_1 erfüllt ebenfalls die Bedingung für Orthogonalität:

$$n_1 = -\frac{1}{n_2} = -\left(\frac{1}{-1}\right) = 1$$

Der Schnittpunkt der Geraden als Lösung des Gleichungssystems wird für die geometrische Relation h = m sowie die arithmetische Relation h = - m + C wie folgt berechnet (siehe Kästchen): Die Berechnung bestätigt die in Grafik 1 dargestellte graphische Lösung.

Die einfachen mathematischen Zusammenhänge der massenhaft feststellbaren geologischen Verhältnisse ermöglichen eine Abstraktion auf das kartesische Produkt (2) in der Geologie.

Es seien die Gesteine H und M Mengen, so heiß das kartesische Produkt:

$$H \times M := \{(h; m) h \in H \; und \; m \in M\}$$

Das kartesische Produkt kann wie folgt geschrieben werden: (m ϵ M) × (h ϵ H) = (m; h) ϵ (M × H) = (m; h) ϵ (H × H). Das kartesische Produkt ermöglicht die Zusammenfassung eines unterschiedlichen, dualen Systems von Gesteinen (H × M) zu einer homogenen Menge (H × H),wenn nach mathematischen Kriterien H und M (H = M) gleich sind.

Im Falle einer symmetrischen, dualen, geologischen Struktur gilt die Äquivalenzrelation:

R = $\{(h;m)\,\epsilon\, H \times H|\; h = m\}$

Es können Veränderungen des Gesteins in horizontaler Richtung zusammengefasst werden.

Im Falle einer antisymmetrischen, dualen, geologischen Struktur gilt die Ordnungsrelation:

R = $\{(h;m)\,\epsilon\, H \times H|\; h = \; -m + C\}$

Es können Veränderungen des Gesteins in vertikaler Richtung zusammengefasst werden

Treten im geologischen Bau dualer Gesteinssysteme Verbiegungen der Gesteinsgrenze auf, können diese Systeme immer durch die Äquivalenz- und Ordnungsrelation beschrieben werden, d. h. sie gehorchen alle diesen mathematischen Beziehungen. Form, Art und Intensität der Verbiegung von Gesteinen und ihren Gesteinsgrenzen haben keinen Einfluss auf die Linearität der Relationen. Die Linearität der Relationen bewirkt die Eliminierung der Art und Intensität der Verbiegungen bzw. Deformation von Gesteinen und Ihren Gesteinsgrenzen im geologischen Bau für theoretische Betrachtungen.

R={(h;m)ϵ H × H l m = h}   Fig. 1 bis 4

R={(h;m)ϵ H × H l m = - h + C }   Fig. 5

Grafik 2: Geologische Varianten der Gleichheit des kartesischen Produktes (H×M) = (H×H)

Verdrehungen, Verschiebungen, Abbrüche, Durchbrüche haben keinen Einfluss auf das kartesische Produkt (siehe Grafik 2). Selbst die Zertrümmerung des Gesteins in Staub, der Abtransport und die erneute Ablagerung des Gesteins können das kartesische Produkt nicht verändern, wir haben es in jedem Fall mit einer **Menge** von Gesteinen zu tun. Die einfachen Erklärungen des Gesteinsaufbaus und der Zertrümmerung geologischer Strukturen der von Nicolaus Steno (3 S.94-95) erstmalig dargelegten tektonischen Modelle sind somit durch mathematische Zusammenhänge eindrucksvoll bestätigt.

Die theoretischen Betrachtungen mindern die Komplexität geologischer Problemstellungen und führen zur Einebnung von Gräben innerhalb der Geologie, indem exakte Methoden der Geologie, wie geologische Kartierung, Messungen mit dem Geologenkompass, Siebanalyse u.a. mit der scheinbar deskriptiven Stratigraphie und Petrographie und ihren tektonischen Beanspruchungen oder Veränderungen nicht mehr im Widerspruch zueinander stehen, sondern insgesamt logisch erklärt werden.

Quellen:

(1) Kleine Enzyklopädie Mathematik, VEB Bibliographisches Institut Leipzig, 1965

(2) https://mathepedia.de/Kartesisches_Produkt.html

(3) Niels Stensen (1669): DAS FESTE IM FESTEN - Vorläufer einer Abhandlung über Festes, das in der Natur in anderem Festen eingeschlossen ist – Akademische Verlagsgesellschaft Frankfurt am Main 1967