

**ZEITSCHRIFT**  
FÜR  
**G E O P H Y S I K**

Herausgegeben im Auftrage der

**Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft**

von

**B. Brokamp, Münster i. W.**

unter Mitwirkung von **A. Defant, Innsbruck** — **W. Dieminger, Lindau b. Northeim**  
**W. Hiller, Stuttgart** — **K. Jung, Kiel** — **O. Meyer, Hamburg**  
**F. Möller, Mainz** — **H. Reich, Göttingen.**

Jahrgang 26

1960

Heft 5

Niedersächsische Staats-  
Universitätsbibliothek  
Göttingen



**PHYSICA - VERLAG · WURZBURG**  
**27. April 1961**

# INHALTSVERZEICHNIS

|   |     |
|---|-----|
| <i>Rastogi, R. G.</i> : Some Aspects of the $F_2$ Region at Medium Latitudes of the Northern and Southern Hemispheres . . . . . | 217 |
| <i>Freiburg, Ch. und W. Kertz</i> : Anordnung von Stabmagneten zur Erzeugung homogener Feldbereiche . . . . .                   | 227 |
| <i>Schulz, G.</i> : Über ein Refraktionsproblem . . . . .   | 236 |
| <i>Haalck, F. und R. Schulze</i> : Die mit dem UTM erreichbare Genauigkeit . . . . .  | 246 |
| <i>Brockamp, B.</i> : Zur hypsographischen Kurve des Mondes . . . . .   | 271 |

## Die ZEITSCHRIFT FÜR GEOPHYSIK

erscheint in Jahrgängen zu je 6 Heften. Der Bezugspreis beträgt je Jahrgang 34,— DM, Einzelhefte je nach Umfang. Abonnements verlängern sich jeweils um einen Jahrgang, falls keine ausdrückliche Abbestellung zum Ende eines Jahrganges vorliegt.

In der Zeitschrift werden Originalarbeiten, die weder im In- noch im Ausland veröffentlicht wurden und die der Autor auch anderweitig nicht zu veröffentlichen sich verpflichtet, aus dem Gebiet der reinen und angewandten Geophysik sowie aus den Grenzgebieten aufgenommen. Mit der Annahme des Manuskriptes geht das ausschließliche Verlagsrecht an den Verlag über.

Die Autoren werden gebeten, die Manuskripte in Maschinenschrift mit handschriftlich eingetragenen Formeln druckfertig einzureichen und gesondert eine „Anweisung für den Setzer“ beizufügen, aus der zu ersehen ist, wie kursiver, gesperrter oder fetter Satz und griechische, gotische oder einander ähnliche Typen und Zeichen kenntlich gemacht sind (z. B. durch farbige Unterstreichung). Die Vorlagen für die Abbildungen sollen reproduktionsfertig (Tuschzeichnung) möglichst im Maßstab 2:1 eingesandt werden. Die Beschriftung der Abbildungen soll auf einem lose vorgeklebten, durchsichtigen Papier erfolgen. Fußnoten sind fortlaufend zu numerieren und am Ende des Manuskriptes zusammenzustellen; bei Zitaten sind neben Autorennamen, Titel und Zeitschriftentitel, auch Bandnummer, Erscheinungsjahr und Seitenzahl anzugeben.

Jeder Arbeit ist eine „Zusammenfassung“ in deutscher und englischer oder französischer Sprache beizufügen.

Der Verfasser liest von der Arbeit in der Regel nur eine Korrektur: etwaige Autorenkorrekturen können nur als Fußnoten bzw. am Schluß des Artikels gebracht werden. Umfangreiche Änderungen bedürfen der Zustimmung des Herausgebers und können nur gebracht werden, wenn sich der Autor bereit erklärt, die Korrekturkosten zumindest teilweise zu tragen.

Von seiner Arbeit erhält der Verfasser 50 Sonderdrucke ohne Umschlag kostenlos. Weitere Sonderdrucke liefert der Verlag gegen Erstattung der Selbstkosten. Eine Honorierung der Beiträge erfolgt nicht.

Für die Zeitschrift für Geophysik bestimmte Manuskripte und redaktionelle Anfragen bitten wir an den Herausgeber zu richten:

Prof. Dr. Bernhard Brockamp, Institut für reine und angewandte Geophysik,  
Münster (Westfalen), Steinfurter Straße 107

Anschrift der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft:

Hamburg 13, Rothenbaumchausee 80, Postscheck: Hamburg Nr. 55983

Es ist ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, fotografische Vervielfältigungen, Mikrofilme, Mikrofotos u. ä. von den Zeitschriftenheften, von einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen.

Bekanntmachung lt. Bayer. Pressegesetz: Verlag: PHYSICA-VERLAG Rudolf Liebig K.-G., Würzburg, Münzstr. 12. Pers. haft. Ges.: Rudolf Liebig, Arnulf Liebig und Hildegund Holler, sämtlich Buchhändler in Würzburg. Kommanditisten: Friedr. Gäbler, Buchhändler, und Charl. Kuhnert, beide Würzburg.

Typoskript: Physica-Verlag, Würzburg; Offsetdruck: fotokop, Darmstadt.

Printed in Germany



PHYSICA-VERLAG, Würzburg 1960

## Some Aspects of the $F_2$ Region at Medium Latitudes of the Northern and Southern Hemispheres

By R. G. Rastogi, Ottawa <sup>1)</sup>

Zusammenfassung: Die Arbeit beschreibt die Asymmetrien in den jahreszeitlichen Veränderungen der  $F_2$ -Schicht in mittleren Breiten der nördlichen und südlichen Hemisphären. Während der Jahre mit niedrigen Sonnenfleckenzahlen hat die Grenzfrequenz der  $F_2$ -Schicht an den südlichen Stationen ihr Maximum während des dortigen Sommers, ihr Minimum während des dortigen Winters, ähnlich wie in der  $E$  oder  $F_1$  Schicht. Die zeitliche Veränderung des mittäglichen  $f_oF_2$  an den nördlichen Stationen zeigt das bekannte Doppelmaximum zur Zeit der Äquinoktien. Während der Jahre mit geringer Sonnenfleckenzahl findet in der Südhemisphäre gleichzeitig mit der abnorm großen jährlichen Veränderung von  $f_oF_2$  eine starke jahreszeitliche Veränderung in der Schicht statt, wo  $f_oF_2$  sein Maximum hat. Die Asymmetrie ist viel kleiner während der Jahre mit großen Sonnenfleckenzahlen.

Abstract: The paper describes the asymmetries in the seasonal variations of the  $F_2$  layer at medium latitude stations in the northern and southern hemispheres. During the years of low sunspot number, the critical frequency of the  $F_2$  layer at southern stations is maximum during local summer and minimum during local winter months, similar to that of  $E$  or  $F_1$  layer. The seasonal variation of noon  $f_oF_2$  at a northern station shows the well known double maxima during the equinoxes. The abnormally large annual variation of  $f_oF_2$  at southern stations is associated with large seasonal shift in the region of maximum  $f_oF_2$  in the southern hemisphere during the low sunspot years. The asymmetry is much reduced during the large sunspot years.

---

<sup>1)</sup> Dr. R. G. Rastogi, Radio and Electrical Engineering Division National Research Council Ottawa, Canada.

In a recent paper, Rastogi [2] compared the variations of the critical frequency of the  $F_2$  layer at pairs of high latitude stations lying on the opposite sides of the equator and having approximately the same geographic, geomagnetic or magnetic latitude. At the southern station, the noon value of  $f_oF_2$  like that of  $f_oF_1$  or  $f_oE$  varies in phase with the altitude of the sun during the low sunspot years; and thus the well known anomaly in the seasonal variation of  $f_oF_2$  is absent during these periods.

It is well known that the noon value of  $f_oF_2$  at medium latitudes reaches the maximum value in the periods close to the equinoxes and the minimum values take place in the solstitial months. However, an examination of the seasonal variation of  $f_oF_2$  showed that at few stations in the southern medium latitudes, the noon value of  $f_oF_2$  reached the maximum value close to the local summer months, and the minimum value during the local winter months with little evidence of the semi-annual component in its seasonal variation.

A comparative study is here made of the  $F_2$  layer at pairs of ionospheric stations at medium latitudes having approximately the same geographic ( $\phi$ ), geomagnetic ( $\Phi$ ) and magnetic ( $\mu$ ) latitudes. These pairs of stations and their latitudes are given in Table 1. An examination of the latitudinal variation of  $f_oF_2$  would indicate that the positions of these stations are just outside the anomalous equatorial belt of  $F_2$  layer.

Table 1

| Station     | Latitude             |                       |                   |
|-------------|----------------------|-----------------------|-------------------|
|             | Geographic<br>$\phi$ | Geomagnetic<br>$\Phi$ | Magnetic<br>$\mu$ |
| Mauui       | 20.8° N              | 20.8° N               | 22° N             |
| Rarotonga   | 21.2° S              | 20.9° S               | 22° S             |
| Puerto Rico | 18.5° N              | 29.9° N               | 32° N             |
| Townsville  | 19.3° S              | 28.5° S               | 28° S             |
| Tokyo       | 35.7° N              | 25.4° N               | 31° N             |
| Tananarive  | 18.8° S              | 23.8° S               | 34° S             |

The variations of noon  $f_oF_2$  at these stations for the period 1952 - 1954 are compared in Fig. 1. At the northern stations, the seasonal variation of noon  $f_oF_2$  shows two maxima of comparable values around equinoxes and two minima close to the two soltices, the July minimum being the deeper one. At the southern stations, the noon  $f_oF_2$  reaches a single maximum during local sum-

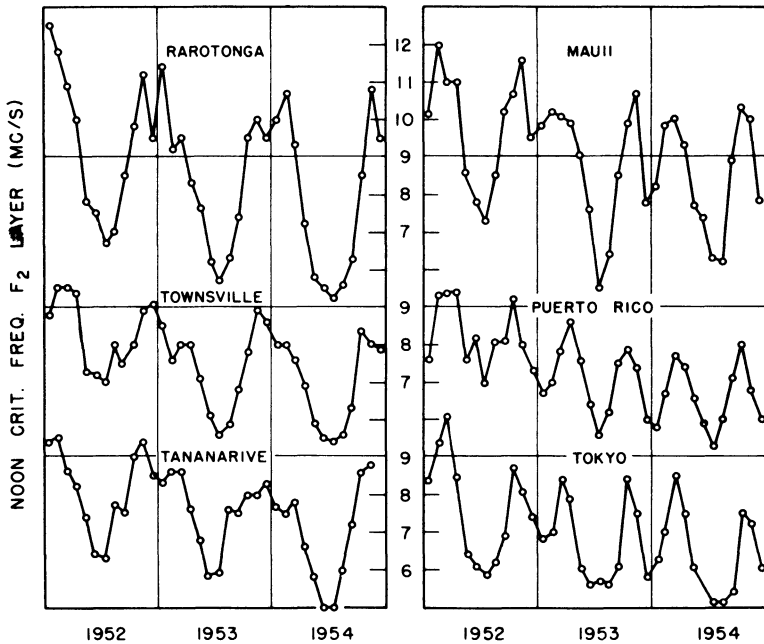


Fig. 1: Seasonal variations of noon critical frequency of the  $F_2$  layer during the low sunspot years 1952-54, at pairs of middle latitude stations similarly situated on the opposite sides of the equator

mer months and a minimum during local winter months much the same way as expected of the more regular  $E$  or  $F_1$  layer. In Table 2 are given the amplitudes and times of the maxima of the annual and semi-annual components derived from the seasonal variations of  $f_oF_2$  at these stations averaged for 1953 and 1954. At the northern stations the annual component is either equal to or less than the semi-annual component, while at the southern stations the annual component is much larger than the semi-annual component. At Rarotonga, the annual component is about eight times the semi-annual one. The phases of the components are almost the same at the northern or the southern station.

In order to study the seasonal variation of  $f_oF_2$  during different stages of solar activity, the critical frequencies at Rarotonga and Mauii for the period 1945 to 1950 are shown in Fig. 2. It is to be noted that the frequency scale is logarithmic. The variation of monthly mean Zurich Sunspot number ( $R_z$ ) during the period is also shown for comparison.

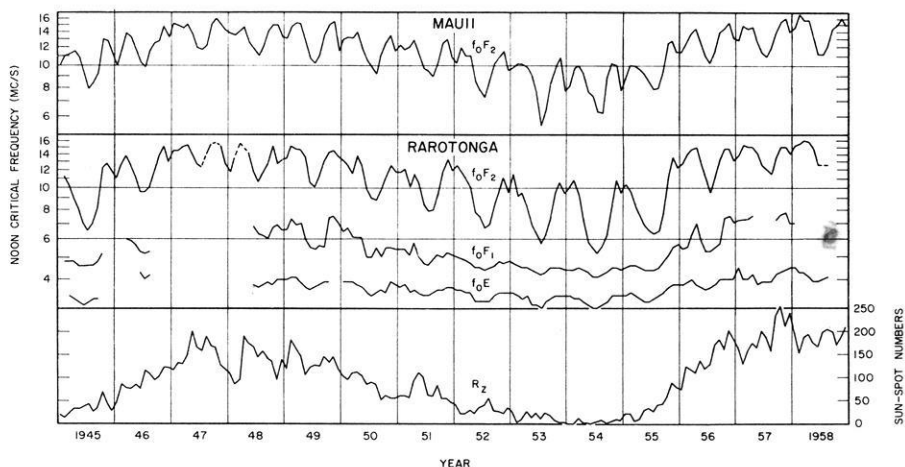


Fig. 2: Variations of noon critical frequencies of  $E$ ,  $F_1$  and  $F_2$  layers at Rarotonga and Mauii; and the Zurich sunspot number during the period 1945 to 1958

Table 2

Harmonic coefficients of the seasonal variations of noon  $foF_2$  (1953-1954)

| Station     | Mean<br>Mc/s | Annual Component        |                    | Semi-annual Component |                    | Ratio<br>$\frac{r_1}{r_2}$ |
|-------------|--------------|-------------------------|--------------------|-----------------------|--------------------|----------------------------|
|             |              | ampl. ( $r_1$ )<br>Mc/s | Time of<br>maximum | ampl. ( $r_2$ )       | Time of<br>maximum |                            |
| Mauii       | 8.64         | 1.30                    | 22 Jan.            | 1.16                  | 16 Apr.            | 1.12                       |
| Rarotonga   | 8.16         | 2.60                    | 10 Jan.            | 0.34                  | 24 Apr.            | 7.64                       |
| Puerto Rico | 6.84         | 0.27                    | 15 Feb.            | 0.76                  | 6 Apr.             | 0.36                       |
| Townsville  | 7.18         | 1.40                    | 5 Jan.             | 0.46                  | 26 Apr.            | 3.04                       |
| Tokyo       | 6.55         | 0.88                    | 31 Jan.            | 1.02                  | 8 Apr.             | 0.86                       |
| Tananarive  | 7.29         | 1.35                    | 22 Dec.            | 0.57                  | 30 Mar.            | 2.37                       |

The seasonal variation of noon  $foF_2$  at Rarotonga is strongly annual during the low sunspot years 1952 to 1955 but changes into a predominantly semi-annual type during the high sunspot years. The relative amplitude of the seasonal variation gets smaller for years of large sunspot number. At Mauii, the seasonal variation of noon  $foF_2$  shows two maxima during the equinoxes of any of the years and the proportionate range of variation is practically the same at

different stages of solar activity. One can notice very little difference in the seasonal variation of  $foF_2$  at Maui and Rarotonga during the years 1946-49 and 1956-57. Thus the asymmetry in the seasonal variation of  $foF_2$  at medium latitudes is most prominent during the low sunspot years.

The diurnal variations of  $foF_2$  at these pairs of stations during each season of the minimum sunspot period are next compared in Fig. 3.

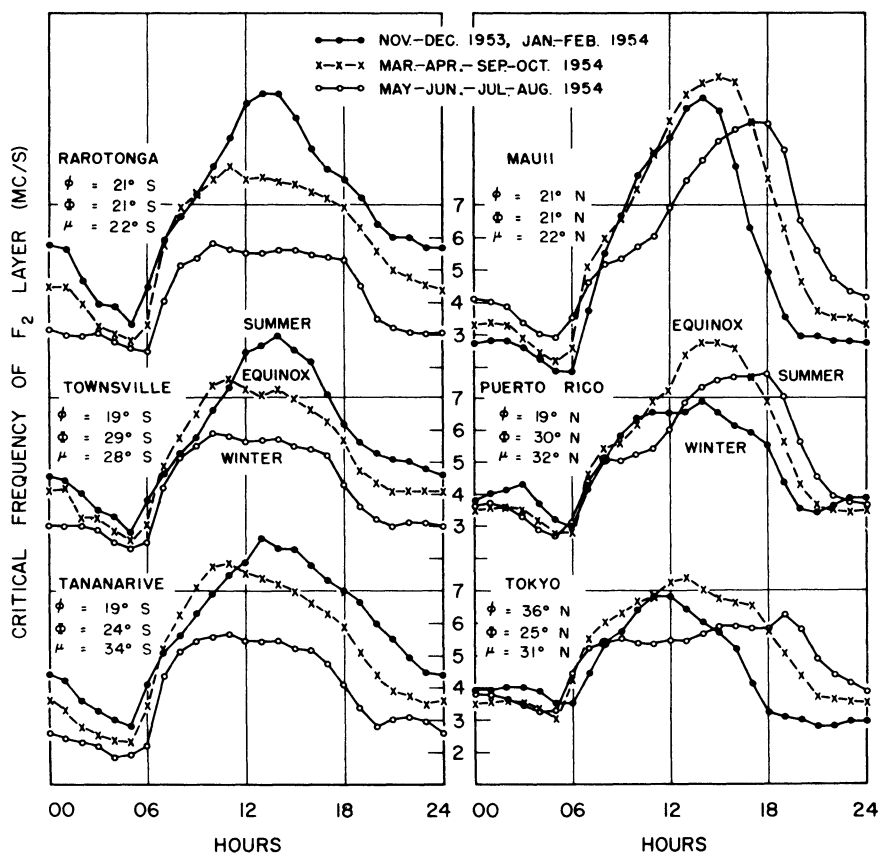


Fig. 3: Diurnal variations of  $foF_2$  at pairs of middle latitude stations similarly situated on the opposite sides of the equator during the three seasons of the minimum sunspot year 1953-54

At the southern stations, there is little change with season in the character of the diurnal variation of  $foF_2$ . The curves are rather flattened for the midday hours during May-Aug. (local winter). The diurnal maximum of  $foF_2$  occurs

close to noon, though there is a tendency of the maximum to occur before noon during equinoxes and after noon during summer. The critical frequency of the  $F_2$  layer at most of the hours is maximum during local summer months.

At the northern stations, the time of the diurnal maximum changes appreciably with season. The maximum of  $foF_2$  is close to noon during winter but occurs as late as 18-19 hours during summer. The curves for Maui and Puerto Rico show significant cessation in the increase of  $foF_2$  at about 9 hours during the summer months.

To better understand the variations of  $foF_2$ , diurnal as well as seasonal, we now compare the contour diagrams of  $foF_2$  at Maui and Rarotonga for the minimum (1954) and maximum (1947) sunspot years, in Fig. 4.

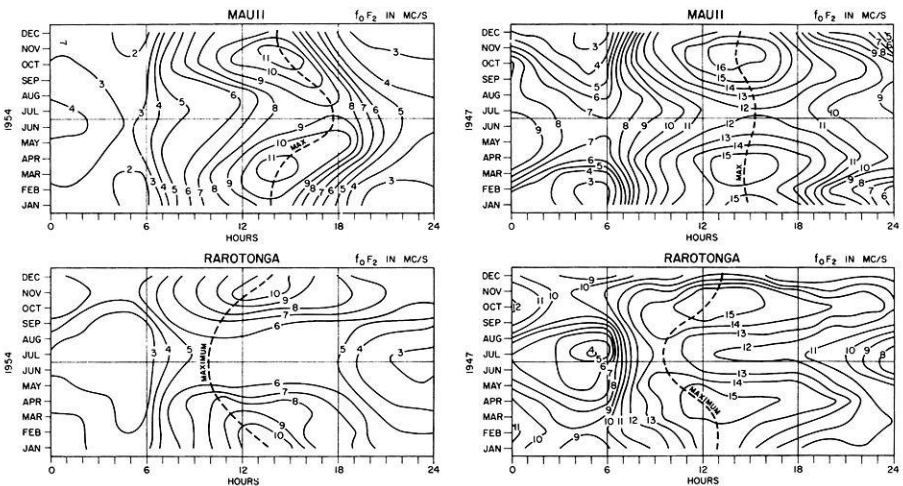


Fig. 4: Contour diagrams of the critical frequency of the  $F_2$  layer at pairs of stations Maui and Rarotonga during the minimum (1954) and maximum (1947) sunspot years

During the minimum sunspot year, 1954, the  $foF_2$  at Maui reaches the maximum value at about 14 hours in April and October. The time of the diurnal maximum changes from 13-14 hours during winter to about 18 hrs during summer. At Rarotonga, the maximum value of  $foF_2$  is observed at 14 hrs in December-January and the time of the diurnal maximum varies from 10 hrs in winter to about 14 hrs in summer. The general character of the curve for Maui and Rarotonga are distinctly very different.



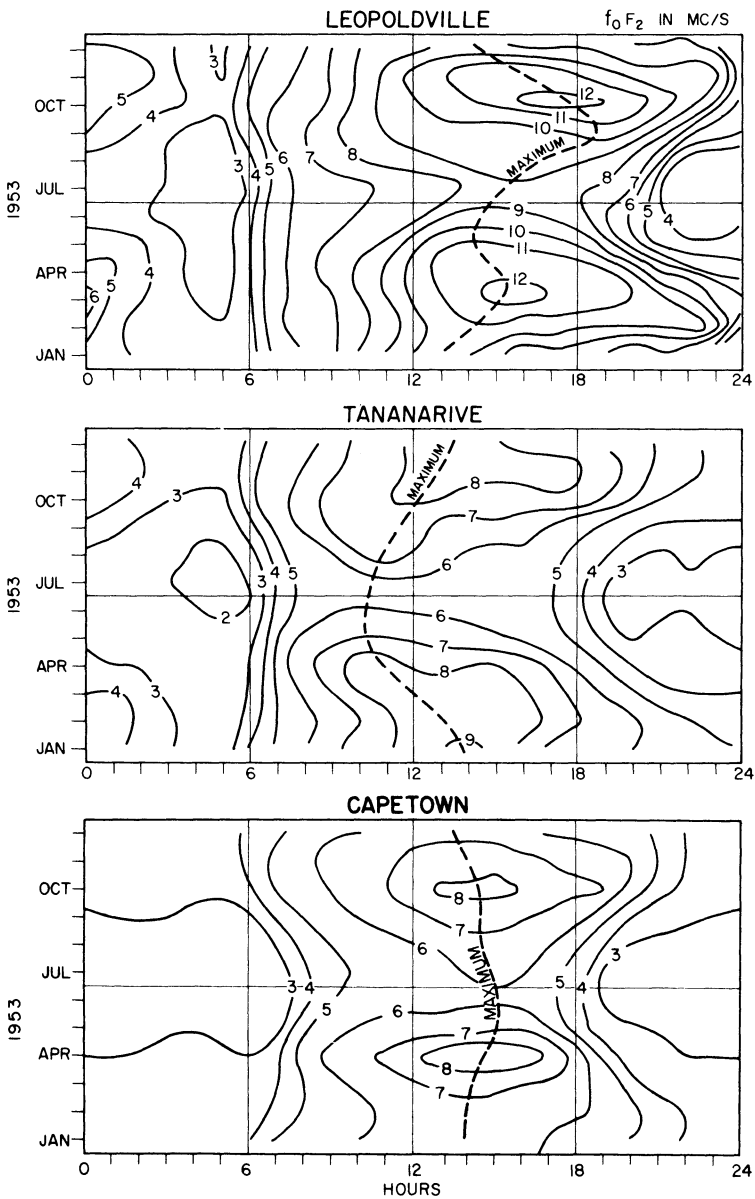


Fig. 5: Contour diagrams of the critical frequency of the  $F_2$  layer at three stations in the same zone, viz., Leopoldville, Tananarive and Capetown during a low sunspot year 1953

During the maximum sunspot year, the general features of the diagram for Maui remain the same except that the double equinoctial maxima of  $f_oF_2$  are observable for even the first half of the night. The hour of the diurnal maximum of  $f_oF_2$  changes very little with season, being at about 14-15 hr during most of the months. The contour diagram of Rarotonga for 1947 is very different from that for 1954 and is very similar to that of Maui for 1947. The highest  $f_oF_2$  at Rarotonga during 1947 are observed during April and October, the time of diurnal maximum still varies between 10 hr in winter to about 13 hr in summer.

The asymmetry between the  $F_2$  region at the north and south medium latitudes seems to vanish during the high sunspot period.

In Fig. 5 are compared the contour diagrams of  $f_oF_2$  for the year 1953 at three adjacent stations lying in the same zone, viz: Leopoldville (dip  $33^\circ$  S), Tananarive (dip  $53^\circ$  S) and Capetown (dip  $67^\circ$  S). The contour diagram of  $f_oF_2$  at Tananarive is very similar to that of Rarotonga for 1954, showing a single maximum of  $f_oF_2$  at about 14 hr during December-January and the diurnal maximum occurring before noon during June-July months. The diagram for a slightly southerly station, Capetown, shows two maxima of  $f_oF_2$  within a year around the equinoxes, and the diurnal maximum of  $f_oF_2$  occurs always in the afternoon hour at about 14 hr. Similarly at the slightly northerly station, Leopoldville, one observes a strong equinoctial maxima of  $f_oF_2$  and the time of the diurnal maximum of  $f_oF_2$  varies between 13 and 19 hr. Similarly in the East zone the contour curve for Townsville resembled very much the curves for Rarotonga and Tananarive. At slightly southerly stations Brisbane and Watheroo, the variation of  $f_oF_2$  showed the two equinoctial maxima. The northerly station, Singapore, also did experience strong equinoctial maxima of  $f_oF_2$ . This suggests that the abnormal seasonal variation of  $f_oF_2$  at a few stations in the southern hemisphere is confined to a belt of middle latitudes only.

On further investigation it was found that the  $f_oF_2$  at few other southern stations viz., Cape York, Kermdec and Pitcarin had a predominantly annual seasonal variation during the year 1945, with a maximum during local summer and minimum during local winter months.

To understand the position of these stations showing strong annual variation of  $f_oF_2$ , we now compare the latitudinal variation of average  $f_oF_2$  during the solstices (Fig. 6).

In the northern hemisphere the region of maximum  $f_oF_2$  is at about  $25^\circ$  dip during December and at about  $30^\circ$  dip during June; the highest daytime average  $f_oF_2$  is observed at Bombay during winter and at Calcutta during summer. Such a shift in the region of maximum  $f_oF_2$  with season has been demonstrated by

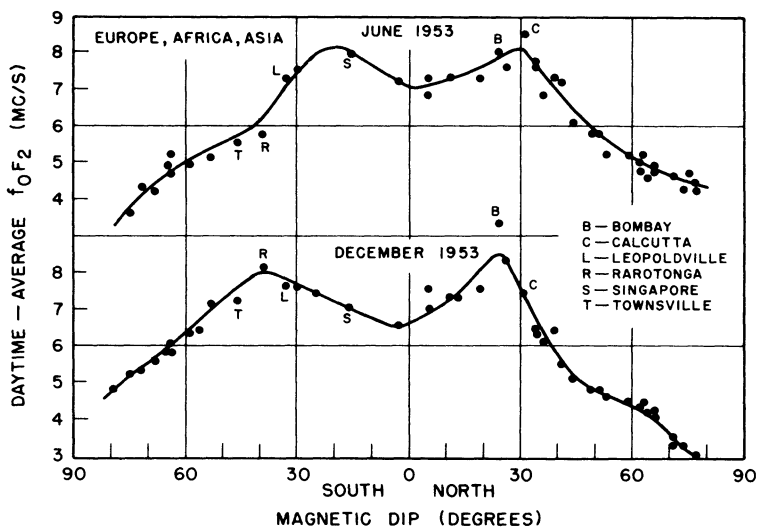


Fig. 6: Latitudinal variation of the daytime average (06-18hr mean) value of  $foF_2$  during the two solstices of a low sunspot year, 1953

Rastogi (1960b). Burkard (1954) has also suggested shifts in the region of  $foF_2$  peak, but according to him the maximum is situated more towards the poles during the summer. Due to very little variation in the region of maximum  $foF_2$  in the northern hemisphere, any particular station in the north occupies at any of the months roughly the same position relative to the anomalous equatorial belt of low  $foF_2$

In the southern hemisphere, the region of maximum  $foF_2$  varies over a much larger range of latitudes. The peak of  $foF_2$  occurs at about  $40^\circ$  dip during December and is close to the equator at about  $20^\circ$  dip during June. This tallies well with the suggestions of Burkard (1954). Consequently the position of some middle latitude stations changes greatly with respect to the region of maximum  $foF_2$  during different seasons. Most significant of all, Rarotonga occupies the position of peak  $foF_2$  region during December but is well outside the equatorial belt during June when the peak  $foF_2$  moves very close to the equator.

The shift in the position of peak  $foF_2$  region in the southern hemisphere can be further inferred by comparing the diurnal variations of  $foF_2$  at middle latitudes during the solstices. Figure 7 shows the diurnal variations of  $foF_2$  at Singapore, Nairobi and Rarotonga during the months January and July 1954.

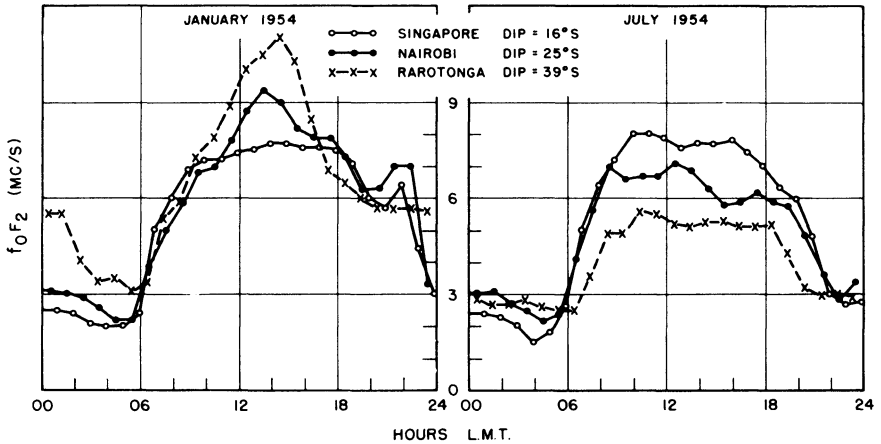


Fig. 7: Comparison of the diurnal variations of  $foF_2$  at southern middle latitude stations during the solstices of minimum sunspot year

During January,  $foF_2$  at midday hours is greatest at Rarotonga and least at Singapore indicating that the region of maximum  $foF_2$  is close to Rarotonga and that the positions of Nairobi and Singapore are within the equatorial trough of  $foF_2$ . During July,  $foF_2$  for most of the hours decreases progressively from Singapore, Nairobi to Rarotonga indicating that the position of Singapore is closest to the peak  $foF_2$  region while that of Nairobi and Rarotonga is outside the equatorial trough of  $foF_2$ .

Similar comparison of the latitudinal variation of the daytime average value of  $foF_2$  during the solstices of the maximum sunspot year did not indicate any shift in the region of maximum  $foF_2$  with season. Thus the asymmetry in the seasonal variation of  $foF_2$  at middle latitudes of the two hemispheres during the sunspot year seems to be associated with the changes in the latitudinal distribution of  $foF_2$  and the corresponding shift in the region of maximum  $foF_2$  with season.

## References

- [1] Burkard, O.: *Zeit. Geophys.* **20**, 75 (1954).
- [2] Rastogi, R. G.: *J. Geophys. Res.* **65**, 857 (1960a).
- [3] Rastogi, R. G.: *J. Atmos. Terres. Phys.* **18**, 315 (1960b).

## Anordnung von Stabmagneten zur Erzeugung homogener Feldbereiche

Von Ch. Freiburg, Bonn und W. Kertz, Braunschweig<sup>1)</sup>

**Zusammenfassung:** Es werden symmetrische Anordnungen von 2, 4 und mehr Dipolmagneten angegeben, die in einem flachen, kastenförmigen Raum ein möglichst homogenes Feld erzeugen. Die verbleibenden Inhomogenitäten werden diskutiert.

**Abstract:** Symmetrical arrangements of 2, 4, and more bar magnets (dipoles) are calculated such as to produce a homogeneous field district within a flat box-like space. The remaining inhomogeneity is discussed.

### 1. Einleitung

Für magnetische Untersuchungen sind eine ganze Reihe von Spulenanordnungen zur Erzeugung homogener Magnetfeldbereiche bekannt [1]. Bei der Verwendung in erdmagnetischen Registrieranlagen, die Monate und Jahre lang laufen sollen, besitzen diese Systeme den Nachteil, daß man für eine Stromquelle nicht geringer Leistung mit konstanter Spannung sorgen muß. Es erhebt sich die Frage, ob man nicht ähnlich homogene Felder mit einer geeigneten Anordnung von Permanentmagneten erzeugen kann.

Eine solche Anordnung erscheint besonders vielversprechend, nachdem in den letzten Jahrzehnten Werkstoffe mit sehr günstigen magnetischen Eigenschaften entwickelt worden sind. Für erdmagnetische Geräte benötigt man Homogenitätsbereiche mit einer Längenausdehnung von 5 bis 20 cm. Die Feldstärke muß in

---

<sup>1)</sup> Dipl.-Phys. Ch. Freiburg, Institut für Physikalische Chemie Bonn.

Dr. W. Kertz, Institut für Geophysik und Meteorologie der TH Braunschweig. Der größte Teil dieser Arbeit ist entstanden, als beide Verfasser noch im Geophysikalischen Institut der Universität Göttingen waren.

der Nachbarschaft der Erdfeldstärke (0,5 Gauß) liegen. Wenn man keine Rücksicht auf den Preis und die leichte Zugänglichkeit zum Feld zu nehmen hat, kann man ein fast ideal homogenes Feld durch Parallelstellung von zwei Platten aus magnetisch hartem Material erzeugen, die senkrecht zur Plattenebene magnetisiert sind. In zahlreichen Fällen wird aber eine weniger aufwendige und handlichere Anordnung günstiger sein, bei der nur einige Magnetstäbe benötigt werden.

Häufig braucht der homogene Feldbereich nicht in allen drei Dimensionen die gleiche Ausdehnung zu haben ("Würfel"), sondern es genügt, wenn das Feld in der Nachbarschaft eines ebenen Bezirkes ("flacher Kasten") homogen ist. Auf diesen Fall beschränken sich die vorliegenden Untersuchungen. Es wird weiter noch angenommen, daß die Feldrichtung in dieser Ebene liegt. Die technische Fragestellung, welche die folgenden Rechnungen anregte, war die Astasierung von Registrieranlagen für erdmagnetische Pulsationen nach Grenet [2], [3]. Bei diesem Problem ist die Beschränkung auf einen ebenen Bereich angezeigt, da es genügt, wenn sich die Systemmagnete bei Drehungen nicht aus dem homogenen Bereich hinaus bewegen können. Die Rechenmethoden und Ergebnisse lassen aber noch viele andere Anwendungen zu.

## 2. Reihenentwicklung der Feldkomponenten eines Dipols

Alle Permanentmagnete werden so weit entfernt vom benutzten Raumbereich aufgestellt, daß ihre Magnetfelder in hinreichender Näherung als Dipolfelder angesehen werden können. Für die mathematische Herleitung wählen wir das Koordinatensystem in folgender Weise (Abb. 1): das gewünschte Feld liege in  $x$ -Richtung und der homogene Feldbereich in der Umgebung des Nullpunktes. Die einzelnen Permanentmagnete mit den Dipolmomenten  $M_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) sollen sämtlich in der  $x - y$ -Ebene liegen und dort die Koordinaten  $x_k, y_k$  haben.

Wegen der Struktur des Dipolfeldes erscheint es vernünftig, nur solche Orientierungen der Stabmagnete zuzulassen, bei denen die Dipolachsen in die  $x$ -Richtung fallen. Die Feldkomponenten  $X_k$  und  $Y_k$  eines Einzeldipols sind dann

$$(1) \quad X_k = M_k [2(x - x_k)^2 - (y - y_k)^2] / r^5$$

$$(2) \quad Y_k = 3 M_k (x - x_k) (y - y_k) / r^5$$

$$r^2 = (x - x_k)^2 + (y - y_k)^2$$

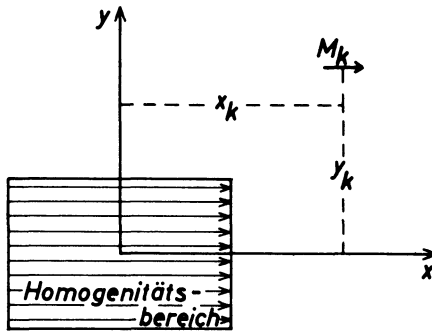


Abb. 1: Lage und Orientierung des Koordinatensystems  
 Fig. 1: Position and orientation of the coordinate system

Die Homogenitätsforderung lässt sich mathematisch so fassen: In der Reihenentwicklung des Gesamtfeldes für die Umgebung des Koordinatenursprungs sollen so viel wie möglich von den ersten Gliedern zum Verschwinden gebracht werden, außer dem konstanten Glied in der  $x$ -Komponente. Das lässt sich erreichen durch geeignete Wahl der Lage der Dipole und ihrer Momente.

Um dieses Prinzip anwenden zu können, benötigen wir die McLaurin-Entwicklung für die Feldkomponenten der Einzelmagnete:

$$(3) \quad X_k(x, y) = A_0^{(k)} + A_x^{(k)} \cdot x + A_y^{(k)} \cdot y + A_{xx}^{(k)} \cdot x^2 + A_{xy}^{(k)} \cdot xy + A_{yy}^{(k)} \cdot y^2 + \dots$$

$$(4) \quad Y_k(x, y) = B_0^{(k)} + B_x^{(k)} \cdot x + B_y^{(k)} \cdot y + B_{xx}^{(k)} \cdot x^2 + B_{xy}^{(k)} \cdot xy + B_{yy}^{(k)} \cdot y^2 + \dots$$

Die Koeffizienten erhält man aus den Differentialquotienten von (1) und (2) für den Koordinatenursprung:

$$(5) \quad A_0^{(k)} = M_k (2x_k^2 - y_k^2) / r_k^5 \qquad r_k^2 = x_k^2 + y_k^2$$

$$(6) \quad A_x^{(k)} = -3M_k x_k (2x_k^2 - 3y_k^2) / r_k^7$$

$$(7) \quad A_y^{(k)} = 3M_k y_k (4x_k^2 - y_k^2) / r_k^7$$

$$(8) \quad A_{xx}^{(k)} = \frac{3}{2} M_k (8x_k^4 - 24x_k^2 y_k^2 + 3y_k^4) / r_k^9$$

$$(9) \quad A_{xy}^{(k)} = 15M_k x_k y_k (4x_k^2 - 3y_k^2) / r_k^9$$

$$(10) \quad A_{yy}^{(k)} = -\frac{3}{2} M_k (4x_k^4 - 27x_k^2 y_k^2 + 4y_k^4) / r_k^9$$

$$(11) \quad B_0^{(k)} = 3M_k x_k y_k / r_k^5$$

$$(12) \quad B_x^{(k)} = A_y^{(k)}$$

$$(13) \quad B_y^{(k)} = 3M_k x_k (x_k^2 - 4y_k^2) / r_k^7$$

$$(14) \quad B_{xx}^{(k)} = \frac{1}{2} A_{xy}^{(k)}$$

$$(15) \quad B_{xy}^{(k)} = 2A_{yy}^{(k)}$$

$$(16) \quad B_{yy}^{(k)} = -\frac{15}{2} M_k x_k y_k (3x_k^2 - 4y_k^2) / r_k^9$$

Die Entwicklung des Gesamtfeldes erhält man, wenn man entsprechend der Anzahl der benutzten Permanentmagnete über  $k$  summiert. In den folgenden Abschnitten werden eine Reihe von Dipolanordnungen aufgezeigt, die zum Verschwinden der nächsten auf das konstante Glied folgenden Terme in der Entwicklung von  $X$  und der ersten Terme in  $Y$  (einschließlich des konstanten) führen.

### 3. Anordnungen mit 2 Dipolen gleichen Momentes

Anordn. I:  $M_1 = M_2 = M; \quad x_1 = -x_2 = c; \quad y_1 = y_2 = 0$

Beide Magnete befinden sich bezüglich des Koordinatennullpunktes in der 1. Gaußschen Hauptlage. In der Reihenentwicklung des Gesamtfeldes verschwinden die linearen Glieder wegen der Symmetrie der Anordnung. Als erste Störglieder bleiben die quadratischen Terme  $A_{xx}$ ,  $A_{yy}$  und  $B_{xy}$  stehen. Das Feld im Nullpunkt ergibt sich zu  $4M/c^3$ .

Anordn. II:  $M_1 = M_2 = -M; \quad x_1 = x_2 = 0; \quad y_1 = -y_2 = c$

Die Magnete befinden sich bezüglich des Nullpunktes in der 2. Gaußschen Hauptlage. Es verschwinden und verbleiben die gleichen Terme wie bei Anordn. I. Das Feld im Nullpunkt ist  $2M/c^3$ .

### 4. Anordnungen mit 4 Dipolen gleichen Momentes

Anordn. III:

| $k$ | $M_k$ | $x_k$ | $y_k$ |
|-----|-------|-------|-------|
| 1   | $M$   | $c$   | 0     |
| 2   | $M$   | $-c$  | 0     |
| 3   | $-M$  | 0     | $c$   |
| 4   | $-M$  | 0     | $-c$  |

Dies ist eine Überlagerung der Anordnungen I und II. Dabei verschwinden zusätzlich die quadratischen Glieder  $A_{yy}$  und  $B_{xy}$  wegen des unterschiedlichen Vorzeichens der Momente. Es bleibt als erster Inhomogenitätsterm:  $A_{xx}$ . Das Feld im Nullpunkt beträgt  $6M/c^3$ .



Anordn. IV:

| $k$ | $M_k$ | $x_k$      | $y_k$      |
|-----|-------|------------|------------|
| 1   | $M$   | $0,932 c$  | $0,363 c$  |
| 2   | $M$   | $0,932 c$  | $-0,363 c$ |
| 3   | $M$   | $-0,932 c$ | $0,363 c$  |
| 4   | $M$   | $-0,932 c$ | $-0,363 c$ |

Nullpunktsfeld:  $6,41 M/c^3$ 

Anordn. V:

| $k$ | $M_k$ | $x_k$      | $y_k$      |
|-----|-------|------------|------------|
| 1   | $-M$  | $0,363 c$  | $0,932 c$  |
| 2   | $-M$  | $0,363 c$  | $-0,932 c$ |
| 3   | $-M$  | $-0,363 c$ | $0,932 c$  |
| 4   | $-M$  | $-0,363 c$ | $-0,932 c$ |

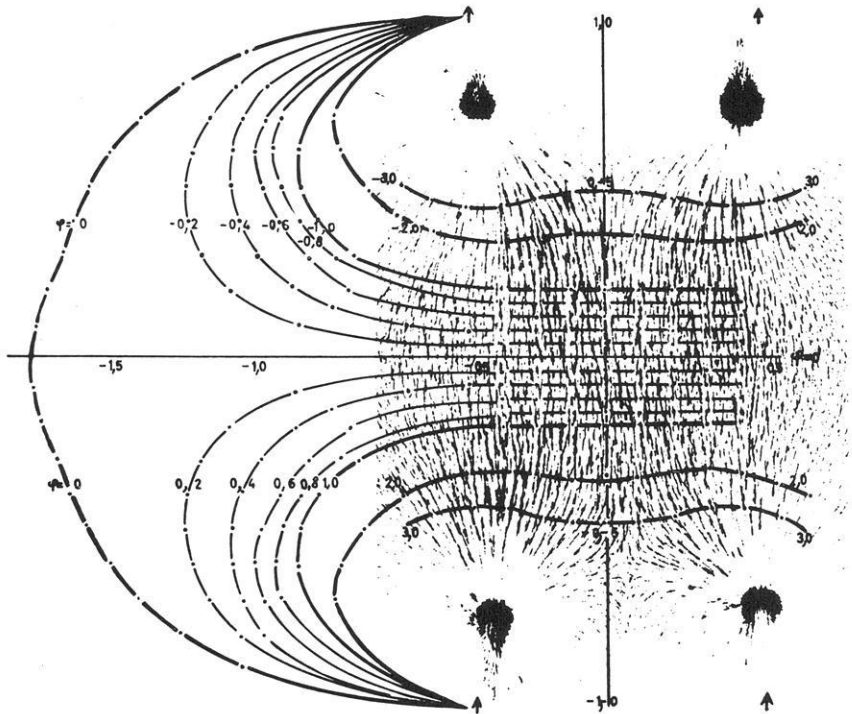
Nullpunktsfeld:  $2,42 M/c^3$ 

Abb. 2: Magnetfeld der Anordnung IV. Die Feldlinien sind durch Eisenfilicht sichtbar gemacht. Bei der Versuchsanordnung, von der diese Aufnahme genommen wurde, war  $c = 17$  cm und  $M = 5000$  Gauß/cm<sup>3</sup>. Die Äquipotentiallinien wurden punktweise berechnet. Entsprechende Bilder für andere Anordnungen findet man in [3]

Fig. 2: Magnetic field of the arrangement IV. The lines of force are shown by iron filings. This photograph was taken from an experimental device with  $c = 17$  cm and  $M = 5000$  Gauss/cm<sup>3</sup>. The equipotential lines have been calculated. Similar pictures of the other arrangements may be found in [3]

Die numerischen Werte für das Verhältnis  $x_k/y_k$  ergeben sich durch Nullsetzen jedes einzelnen  $A_{yy}^{(k)}$  in Gl. (10). Die symmetrische Anordnung ist dann wieder erforderlich, um die linearen Glieder zum Verschwinden zu bringen.

Setzt man

$$x_k = \pm c \cos \alpha \quad \text{und} \quad y_k = \pm c \sin \alpha,$$

so erhält man für Anordn. IV:  $\alpha = 21,3^\circ$

und für Anordn. V:  $\alpha = 90^\circ - 21,3^\circ = 68,7^\circ$ .

In Abb. 2 sind die durch Eisenfeilicht sichtbar gemachten Feldlinien und die berechneten Äquipotentiallinien für die Anordn. IV dargestellt.

Die Anordnungen IV und V sind den Anordnungen I bzw. II ähnlich, wenn man sich die Magnete jeweils verdoppelt denkt. Für manche Zwecke sind diese Anordnungen günstiger als die (geometrisch einfachere) Anordn. III, weil der Homogenitätsbereich in Feldrichtung und in der dazu senkrechten Richtung nicht durch Permanentmagnete verbaut ist (Abb. 3).

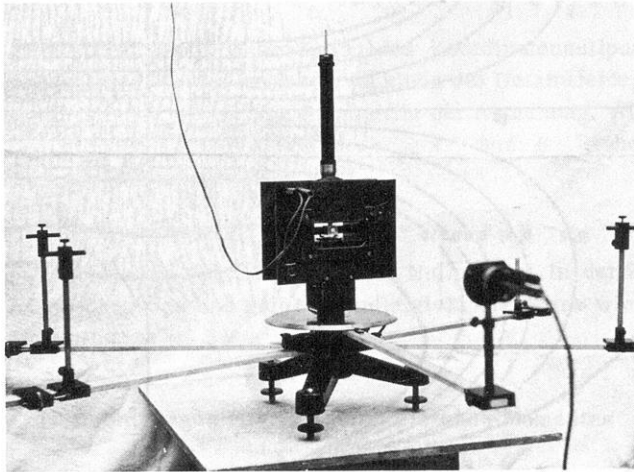


Abb. 3: Aufnahme eines im Geophysikalischen Institut der Universität Göttingen gebauten Pulsationsmagnetometers nach Grenet mit Astasierungsmagneten nach Anordn. IV. Die Dipolmomente der Astasierungsmagnete betragen  $5\,000 \text{ Gauß/cm}^3$ . Der Abstand  $c$  ist  $30 \text{ cm}$

Fig. 3: Photograph of a magnetograph to measure geomagnetic pulsations according to Grenet. The instrument has been built in the Geophysical Institute of the Göttingen University. The dipole moments of the bar magnets to compensate the main field are  $5\,000 \text{ Gauss/cm}^3$  each.  $c = 30 \text{ cm}$

### 5. Anordnungen mit 4 und mehr Dipolen verschiedenen Momentes

Wenn man Permanentmagnete verwendet, deren Dipolmomente sich nicht nur dem Vorzeichen, sondern auch dem Betrage nach unterscheiden, so kann man leicht zu noch homogeneren Feldern kommen:

Anordn. VI:

| $k$ | $M_k$ | $x_k$                  | $y_k$ |
|-----|-------|------------------------|-------|
| 1   | $M$   | $c$                    | 0     |
| 2   | $M$   | $-c$                   | 0     |
| 3   | $-pM$ | $\frac{5}{\sqrt{p}}c$  | 0     |
| 4   | $-pM$ | $-\frac{5}{\sqrt{p}}c$ | 0     |

Anordn. VII:

| $k$ | $M_k$ | $x_k$ | $y_k$                  |
|-----|-------|-------|------------------------|
| 1   | $-M$  | 0     | $c$                    |
| 2   | $-M$  | 0     | $-c$                   |
| 3   | $pM$  | 0     | $\frac{5}{\sqrt{p}}c$  |
| 4   | $pM$  | 0     | $-\frac{5}{\sqrt{p}}c$ |

$$p \neq 1$$

Nullpunktsfeld:

$$4M \left[ 1 - \left( \frac{5}{\sqrt{p}} \right)^2 \right] / c^3$$

Nullpunktsfeld:

$$2M \left[ 1 - \left( \frac{5}{\sqrt{p}} \right)^2 \right] / c^3$$

Es werden hierbei den Anordnungen I und II gleichartige, antiparallele Korrektur-Dipolpaare zugefügt, die die Homogenität verbessern. Ein Zahlenbeispiel für Anordn. VI ist z. B. das Folgende: Das Moment der Korrekturmagnete 3 und 4 betrage  $\frac{1}{32}$  desjenigen der Hauptmagnete 1 und 2. Dann müssen die Korrekturmagnete im halben Abstand der Hauptmagnete angebracht werden. Sie schwächen das Nullpunktsfeld um  $\frac{1}{4}$  des Betrages, den die Hauptmagnete erzeugen.



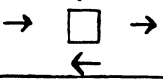


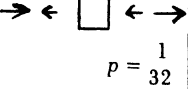
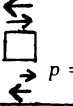
Bei dieser Anordnung werden alle quadratischen Glieder zu Null. Da die Glieder dritter Ordnung ohnehin aus Symmetriegründen verschwinden, sind die ersten Störglieder von der vierten Ordnung.

Nimmt man mehr als 4 Permanentmagnete, so kann man durch Überlagerung mehrerer Anordnungen vom Typ VI oder VII Homogenität beliebig hoher Ordnung erzwingen.

### 6. Verbleibende Inhomogenitäten

Die verbleibenden Inhomogenitäten kann man aus der Größe der ersten nicht verschwindenden Störglieder abschätzen. Als "relative Inhomogenität" bezeichnen wir das Verhältnis des 1. Störgliedes zum Nullpunktsfeld. Die folgende Tabelle gibt eine Zusammenstellung für die betrachteten Anordnungen.

Wegen der unterschiedlichen Potenzen der relativen Inhomogenitäten in  $x$ - und  $y$ -Richtung sind die Homogenitätsbereiche bei den Anordnungen III, IV und V langgestreckte Rechtecke mit der Längsseite quer zur Feldrichtung. Sehr viel größere Inhomogenitäten treten natürlich auf, wenn man die  $x-y$ -Ebene verläßt, weil die ganze Homogenisierung nur in der  $x-y$ -Ebene vorgenommen wurde. Ausnahmen bilden die Anordnungen I und VI, die ihrer Geometrie nach rotationssymmetrisch um die  $x$ -Achse sind.

| Anordn. | Schematische Darst.   | Nullpunktsfeld      | Relative Inhomogen. in $x$ -Richt. | Relative Inhomogen. in $y$ -Richt. |
|---------|---|---------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| I       |    | $4 M/c^3$           | $6 (x/c)^2$                        | $3 (y/c)^2$                        |
| II      |    | $2 M/c^3$           | $4,5 (x/c)^2$                      | $6 (y/c)^2$                        |
| III     |    | $6 M/c^3$           | $2,5 (x/c)^2$                      | $8,75 (y/c)^4$                     |
| IV      |    | $6,41 M/c^3$        | $3,12 (x/c)^2$                     | $5,17 (y/c)^4$                     |
| V       |    | $2,42 M/c^3$        | $0,85 (x/c)^2$                     | $14,8 (y/c)^4$                     |
| VI      |   | $3 M/c^3$           | $60 (x/c)^4$                       | $22,5 (y/c)^4$                     |
| VII     |  | $\frac{3}{2} M/c^3$ | $37,5 (x/c)^4$                     | $60 (y/c)^4$                       |

Schließlich muß man auch daran denken, daß man in Wirklichkeit keine Anlage bauen kann, die den mathematischen Idealen entspricht. Fehler werden sich ergeben sowohl bei der Platzierung als auch der Orientierung der Permanentmagnete. Auch die Voraussetzung gleichen oder paarweise gleichen Dipolmomentes ist sicher nie streng erfüllt. Diese unvermeidlichen Baufehler machen es sinnlos, zu einem sehr komplizierten Magnetsystem überzugehen, welches theoretisch dem ideal homogenen Feld sehr nahe käme. Die Dinge liegen hier genauso wie bei den Spulenanordnungen zur Erzeugung homogener Magnetfelder [5].

### Literatur

- [1] Helmholtz: Vortrag vor der Berliner Physikalischen Gesellschaft 1849 – Maxwell, C.: Treatise 2. Aufl. Bd. 2, 329 – Fanselau, G.: Z. f. Physik **54**, 257 (1929) – Hellbardt, G.: Z. Geophysik **24**, 34-52 (1958).
- [2] Angenheister, G.: Registrierungen erdmagnetischer Pulsationen. Gerlands Beitr. **64**, 108 - 132 (1955).
- [3] Freiburg, Ch.: Theorie und Praxis der direkten photographischen Registrierung schneller geomagnetischer Variationen. Diplomarbeit Göttingen, April 1959.
- [4] Voelker, H.: Die neue Göttinger Pulsationsregistrierung. Diplomarbeit Göttingen, Sept. 1960.
- [5] Wagner, H.: Einfluß von Spulenbaufehlern auf die Feldhomogenität der Helmholtzspule. Diplomarbeit Göttingen, Febr. 1952.

## Über ein Refraktionsproblem

Von G. Schulz, Stadthagen <sup>1)</sup>

**Zusammenfassung:** Es werden die Amplituden von elastischen Planwellen berechnet, die bei streifendem Einfall an einer Grenzfläche entstehen, und in Beziehung zur Amplitude der primären Welle gesetzt, die durch Brechung den streifenden Einfall erzeugt.

**Abstract:** The amplitudes of elastic plane waves generated by gracing incidenc at an interface are computed and set in relation to that primary wave, which causes the gracing incidence by refraction.

Der von Sommerfeld [1] eingeführte Integralansatz, der bei der Berechnung der elektromagnetischen Wellenausbreitung eines elektrischen Dipols so gute Dienste leistet, kann auch zur Lösung der elastischen Wellengleichungen herangezogen werden:

$$\frac{e^{-i\kappa_\alpha R}}{R} = \int_0^\infty I_0(\kappa r) e^{-\nu|z|} \frac{\kappa d\kappa}{\nu}$$

$I_0$  = Besselfunktion nullter Ordnung

$$\nu^2 = \kappa^2 - \kappa_\alpha^2; \quad \kappa = \text{Parameter}$$

$$\kappa_\alpha = \frac{\omega}{v_l}$$

Sauter [2] benutzt den gleichwertigen, aus Überlagerungen ebener Wellen bestehenden Ansatz zur Berechnung der Wellenausbreitung in einem Halbraum als ebenes Problem, wobei das Erregungszentrum sich an der freien Oberfläche befindet. Für den Fall der Wellenausbreitung längs der Grenzfläche zwischen zwei verschiedenartigen Medien ergibt sich aber in dreidimensionaler Rechnung ein kompliziertes Gleichungssystem, für das handliche, auf das vorliegende

<sup>1)</sup> Stud. Ass. Gerhard Schulz, Stadthagen, Sophienstr. 3.

Problem direkt anwendbare Lösungen noch fehlen [3]. Da aber schließlich derartige Lösungen für große Entfernungen vom Erregungszentrum sich Planwellen asymptotisch nähern müssen und auch für die Umgebung eines Punktes die Tangentialebene an Stelle der gekrümmten Fläche gesetzt werden kann, wird im folgenden versucht, mit Planwellen die Amplitudenberechnung bei streifendem Einfall durchzuführen.

Bei den in der Seismik beobachteten Refraktionseinsätzen handelt es sich um kurze Wellenzüge (Impulse), die von einem Erregungszentrum nahe der Oberfläche ausgehen und unter dem kritischen Winkel auf eine Grenzfläche treffen, wobei die einfallende Welle die Amplitude  $A$  haben möge. Nach erfolgter Refraktion verläuft die Welle mit einer Amplitude  $D'$  an der Grenzfläche entlang, wobei durch einen weiteren Refraktionsvorgang fortlaufend eine transversale und eine longitudinale Welle im Raum oberhalb der Grenzfläche entstehen (Kopfwellen), die unter dem kritischen Winkel zur Erdoberfläche laufen, und dort als Refraktionseinsätze beobachtet werden können. Die Amplitude der (zweifach refraktierten) longitudinalen Welle sei an der Grenzfläche  $B$  (s. Abb. 1). Um sie berechnen zu können, muß aus dem ersten Brechungsvorgang  $D'$  ermittelt werden und als streifend einfallende Welle in den zweiten Brechungsvorgang eingesetzt werden, woraus dann  $B$  folgt.  $B$  hängt also nicht von der an ihrem Entstehungsort aus dem oberen Halbraum einfallenden Welle ab, sondern mittelbar von der bei kritischer Entfernung einfallenden Welle  $A$ . Dieses ist für gekrümmte Wellenflächen von Bedeutung, wegen der damit verbundenen Amplitudenabhängigkeit.

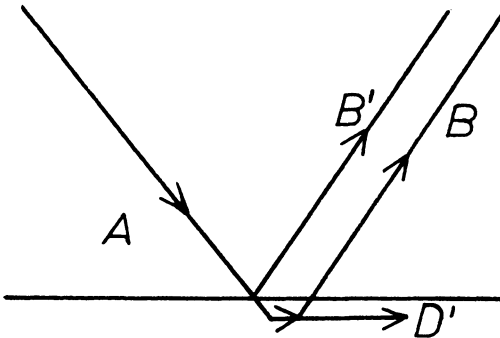
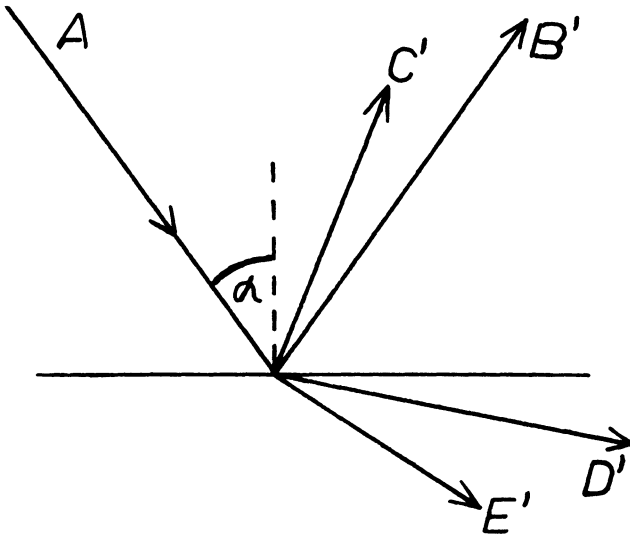


Abb. 1

In der Theorie der Brechung und Reflexion ebener elastischer Wellen an einer Grenzfläche zwischen zwei Medien mit unterschiedlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten treten gewisse mathematische Schwierigkeiten auf, wenn der Einfallswinkel der einfallenden Welle  $\pi/2$  ist. Auch beim Einfall unter kritischem Winkel entstehen einige Schwierigkeiten in der Deutung der Berechnungsergebnisse.

Die Amplituden der an der Grenzfläche entstehenden neuen Wellen  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  und  $E'$  (vergl. Abb. 2) sind von mehreren Autoren für die verschiedensten



$A, B', D'$  longitudinal

$C', E'$  transversal

$\alpha$  Einfallswinkel

Abb. 2

Bedingungen berechnet worden. [4, 5]. Außerdem ist die Energiebilanz berücksichtigt worden, so daß zwei verschiedene Darstellungsarten für denselben Vorgang existieren. In der einen Darstellung werden die Amplitudenverhältnisse  $B'/A$ ,  $C'/A$  usw. in Abhängigkeit vom Einfallswinkel der einfallenden Welle  $A$  aufgetragen. Die zweite Darstellungsart stellt den Energiefluß durch den Querschnitt der sekundären Wellen dar, wobei die Querschnitte so bestimmt sind, daß ihre Projektionen in ihrer Fortpflanzungsrichtung auf die Grenzfläche kongruent sind. Beim kritischen Einfallswinkel entsteht eine Diskrepanz. Während der Energieanteil der durchgehenden longitudinalen Welle  $D'$  verschwindet, wird die Amplitude recht groß. Der Energieanteil verschwindet nur, weil der Querschnitt dieses Strahles wegen  $\cos \pi/2 = 0$  verschwindet und durch den Querschnitt Null keine Energie fließen kann. Die Energieströmung durch den Querschnitt 1 ist dagegen von Null verschieden. Bezeichnenderweise sind die



Grenzbedingungen in der Grenzfläche in dem erwähnten Fall nur erfüllt, wenn für den durchgehenden longitudinalen Anteil die berechnete Amplitude eingesetzt wird. Das bestätigt aber, wegen der Erfüllung der Grenzbedingungen mit Lösungen der Wellengleichungen, die Existenz der Welle  $D'$  im unteren Halbraum! Die Darstellung des Energieflusses entartet beim kritischen Einfallswinkel wegen des verschwindenden Querschnittes. Für die weitere Rechnung wird daher die longitudinale Welle im unteren Halbraum als gegeben angesehen.

Um einfache Verhältnisse für die Rechnung zu haben, wird angenommen:

Dichte:  $\rho_1 = \rho_2$ ; Lamé-Konstanten:  $\lambda_1 = \mu_1$ ;  $\lambda_2 = \mu_2$ ;  $\mu_2 = 3\mu_1$ .

Der Index 1 bezieht sich auf den oberen Halbraum, der Index 2 auf den unteren Halbraum.

Die Beziehung  $\lambda = \mu$  trifft für viele Gesteine recht genau zu. So weisen z. B. viele Granite für beide Lamé-Konstanten den Wert  $\lambda = \mu = 2,4 \cdot 10^{11}$  dyn  $\text{cm}^{-2}$  auf, was bei einer Dichte von  $\rho = 2,7$  gr  $\text{cm}^{-3}$  eine Transversalgeschwindigkeit von  $3000$  m  $\text{sec}^{-1}$  bedeutet. Außerdem ist wegen  $\lambda = \mu$  die Poisson'sche Querkontraktionszahl  $\alpha = 0,25$ , womit sich eine Longitudinalgeschwindigkeit von  $5200$  m  $\text{sec}^{-1}$  ergibt.

Für die Amplitude  $B'$  der reflektierten Welle beim kritischen Einfall und die Amplitude  $D'$  der gebrochenen longitudinalen Welle berechnet sich:

$$(1) \quad \begin{aligned} B' &= 0,885 A \\ D' &= 1,72 A \end{aligned}$$

Die bekannten Grenzbedingungen, nämlich Stetigkeit der Verrückungen, der Normalspannungen senkrecht zur Grenzfläche sowie der Schubspannungen in der Grenzfläche, führen bei einem ebenen Problem zu 4 Gleichungen. Sie enthalten unter anderem außer der Amplitude der einfallenden Welle, die als bekannt angesehen werden kann, die 4 Amplituden der sekundären Wellen in beiden Medien. Jeder Wellenart ist eine definierte Geschwindigkeit zugeordnet, so daß wegen der unterschiedlichen longitudinalen und transversalen Geschwindigkeiten 4 verschiedene Wellenzüge auftreten können. Genauer gesagt, können unter Berücksichtigung der Forderung, daß sich die Vorgänge längs der Grenzfläche mit einer allen Wellenzügen gleichen Scheingeschwindigkeit abspielen müssen, zu jeder vorgegebenen Geschwindigkeit zwei Richtungen angegeben werden, die symmetrisch zur Grenzfläche liegen, so daß die Scheingeschwindigkeit längs der Grenzfläche den vorgegebenen Wert hat. Aber eine der beiden Richtungen muß unterdrückt werden, weil sie ein Einströmen zur Grenzfläche bedeutet, während das Problem von der Grenzfläche ausgehende Wellenzüge verlangt. Die einfallende Welle bildet hiervon die einzige Ausnahme, so daß sich ein homogenes, lineares Gleichungssystem ergibt.

Bei streifendem Einfall versagt diese Konzeption, weil die einfallende Welle mit der gleichartigen (im vorliegenden Falle also longitudinalen) reflektierten Welle die gleiche Richtung hat, so daß beide Wellen zu einer zusammengefaßt werden können. Dadurch wird aus den 4 Gleichungen ein homogenes System, das bekanntlich nur dann eine von Null verschiedene Lösung besitzt, wenn die Determinante verschwindet. Letzteres trifft normalerweise nicht zu. Die Lösung dieses homogenen Systems lautet, daß alle Amplituden gleich Null sind. Für die kombinierte Amplitude (einfallende + reflektierte) bedeutet das, daß die reflektierte Welle gleiche Amplitude mit umgekehrtem Vorzeichen hat, und natürlich auch gleiche Richtung, wie die einfallende Welle. Beide heben sich zu jeder Zeit und an jedem Ort auf. Es wird die triviale Lösung erhalten, daß die Grenzbedingungen erfüllt sind, wenn keine Welle existiert <sup>2)</sup>.

Um die Grenzbedingungen erfüllen zu können, sind weitere partikuläre Lösungen der elastischen Wellengleichungen erforderlich, die bei streifendem Einfall gültig sind. Zu diesem Zweck werden zwei gebräuchliche Substitutionen eingeführt, die die elastischen Wellengleichungen sehr vereinfachen. Die Verdrückungen  $u$  und  $w$  werden durch ein skalares und vektorielles Potential ausgedrückt:

$$(2) \quad u = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial z}$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

Dadurch gehen die elastischen Wellengleichungen über in:

$$(3) \quad \Delta \phi = \frac{1}{v_l^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}; \quad \Delta \Psi = \frac{1}{v_{tr}^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

mit  $v_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}; \quad v_{tr} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$

Jetzt werden also Lösungen von (3) gesucht, die längs der Grenzfläche die gleiche Scheingeschwindigkeit  $c$  besitzen. Die gesuchten Lösungen müssen also die Form haben:

$$(4) \quad \left. \begin{aligned} \phi_1 &= f_1(z) e^{i\kappa(ct-x)} \\ \Psi_1 &= g_1(z) e^{i\kappa(ct-x)} \end{aligned} \right\} z < 0$$

$$\kappa = \frac{\omega}{c}$$

<sup>2)</sup> In der Literatur wird dieses Ergebnis für den streifenden Einfall oft irrtümlich dahingehend interpretiert, daß die einfallende Welle einfach fortschreitet.

$$(4) \quad \left. \begin{aligned} \phi_2 &= f_2(z) e^{i\kappa(ct-x)} \\ \Psi_2 &= g_2(z) e^{i\kappa(ct-x)} \end{aligned} \right\} z > 0$$

wobei vorgemerkt sei, daß wegen des streifenden Einfalls im Medium II ( $z > 0$ ) die Scheingeschwindigkeit  $c$  gleich der Longitudinalgeschwindigkeit  $v_{l2}$  ist. Die positive  $z$ -Achse ist nach unten gerichtet. Um die Wellengleichungen (3) zu erfüllen, müssen die Funktionen  $f(z)$  und  $g(z)$  den einfachen Diff. Gl. gehorchen:

$$(5) \quad \frac{\partial^2 f_i(z)}{\partial z^2} + \left( \left( \frac{c}{v_{li}} \right)^2 - 1 \right) \kappa^2 f_i(z) = 0$$

$$\frac{\partial^2 g_i(z)}{\partial z^2} + \left( \left( \frac{c}{v_{tri}} \right)^2 - 1 \right) \kappa^2 g_i(z) = 0$$

Die allgemeine Lösung lautet

$$(6) \quad \begin{aligned} f_1(z) &= A_1 \exp \left[ i\kappa \left( \left( \frac{c}{v_{l1}} \right)^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} z \right] + A_2 \exp \left[ -i\kappa \left( \left( \frac{c}{v_{l1}} \right)^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} z \right] \\ g_1(z) &= B_1 \exp \left[ i\kappa \left( \left( \frac{c}{v_{tr1}} \right)^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} z \right] + B_2 \exp \left[ -i\kappa \left( \left( \frac{c}{v_{tr1}} \right)^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} z \right] \\ g_2(z) &= C_1 \exp \left[ i\kappa \left( \left( \frac{c}{v_{tr2}} \right)^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} z \right] + C_2 \exp \left[ -i\kappa \left( \left( \frac{c}{v_{tr2}} \right)^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} z \right] \end{aligned}$$

Nur für  $f_2(z)$  ergibt sich ein anderer Lösungstyp, weil wegen des streifenden Einfalls von  $D$  die Scheingeschwindigkeit  $c = v_{l2}$  ist, wodurch sich die Diff. Gl. (5) vereinfacht:

$$(7) \quad \frac{\partial^2 f_2(z)}{\partial z^2} \sqrt{=} = 0$$

mit der Lösung <sup>3)</sup>:

$$(8) \quad f_2(z) = D_1 + z D_2$$

---

<sup>3)</sup> Dieser Wellentyp wurde schon von Goodier und Bishop gefunden und die mathematische Ableitung von Jardetzky in die benutzte Form gebracht. Die Autoren beschäftigten sich mit Wellen an der freien Oberfläche und beschränkten sich darauf (s. [6]).

In den allgemeinen Lösungen (6) und (8) müssen nun die Koeffizienten Null gesetzt werden, die Wellenzüge in Richtung zur Grenzfläche bedeuten:

$$(9) \quad A_2 = B_2 = C_1 = 0$$

Somit stehen die partikulären Lösungen zur Verfügung

$$(10) \quad \begin{aligned} \phi_1 &= A_1 e^{i\kappa \left( \left( \frac{v_{l2}}{v_{l1}} \right)^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} z} e^{i\kappa (v_{l2} t - x)} \\ \Psi_1 &= B_1 e^{i\kappa \left( \left( \frac{v_{l2}}{v_{tr1}} \right)^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} z} e^{i\kappa (v_{l2} t - x)} \\ \phi_2 &= [D_1 + D_2 z] e^{i\kappa (v_{l2} t - x)} \\ \Psi_2 &= C_2 e^{-i\kappa \left( \left( \frac{v_{l2}}{v_{tr2}} \right)^2 - 1 \right)^{\frac{1}{2}} z} e^{i\kappa (v_{l2} t - x)} \end{aligned}$$

Die Lösung  $D_1 \exp(i\kappa(v_{l2}t - x))$  wird als streifend einfallende Welle betrachtet, so daß jetzt 4 weitere Wellen zur Befriedigung der Grenzbedingungen übrig bleiben.

Für die weitere numerische Behandlung werden wieder die Vereinfachungen

$$\rho_1 = \rho_2; \quad \lambda_1 = \mu_1; \quad \lambda_2 = \mu_2; \quad \mu_2 = 3\mu_1 \quad \text{angenommen.}$$

Damit können die Grenzbedingungen in der Form geschrieben werden:

$$(11) \quad \begin{aligned} 1) \quad & -A_1 - 2\sqrt{2} B_1 = -D_1 + \sqrt{2} C_2 \quad (\text{Horizontal-Verrückungen}) \\ 2) \quad & \sqrt{2} A_1 - B_1 = D_3 - C_2 \quad (\text{Vertikal-Verrückungen}), \text{ wobei} \\ & D_3 = -\frac{i}{\kappa} D_2 \text{ ist;} \\ 3) \quad & -7A_1 - 4\sqrt{2} B_1 = -3D_1 - 6\sqrt{2} C_2 \quad (\text{Normalspannungen}) \\ 4) \quad & 2\sqrt{2} A_1 + 7B_1 = 6D_3 + 3C_2 \quad (\text{Schubspannungen}) \end{aligned}$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems führt zu den Werten:

$$(12) \quad A_1 = \frac{15}{43} D_1; \quad B_1 = \frac{6}{43} \sqrt{2} D_1; \quad C_2 = \frac{2}{43} \sqrt{2} D_1; \quad D_3 = \frac{11}{43} \sqrt{2} D_1.$$

Die Werte (12) in (10) eingesetzt liefern die Potentiale:

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= \frac{15}{43} D_1 e^{i\kappa\sqrt{2}z} e^{i\kappa(v_{l2}t-x)} \\
 \psi_1 &= \frac{6}{43} \sqrt{2} D_1 e^{i\kappa 2\sqrt{2}z} e^{i\kappa(v_{l2}t-x)} \\
 \phi_2 &= \left[ 1 + i\kappa \frac{11}{43} \sqrt{2} z \right] D_1 e^{i\kappa(v_{l2}t-x)} \\
 \psi_2 &= \frac{2}{43} \sqrt{2} D_1 e^{-i\kappa\sqrt{2}z} e^{i\kappa(v_{l2}t-x)}
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Aus den Potentialen lassen sich gemäß (2) die Verrückungen berechnen:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \left( -i\kappa \frac{15}{43} e^{i\kappa\sqrt{2}z} - i\kappa \frac{24}{43} e^{i\kappa 2\sqrt{2}z} \right) D_1 e^{i\kappa(v_{l2}t-x)} \\
 w_1 &= \left( i\kappa \frac{15}{43} \sqrt{2} e^{i\kappa\sqrt{2}z} - i\kappa \frac{6}{43} \sqrt{2} e^{i\kappa 2\sqrt{2}z} \right) D_1 e^{i\kappa(v_{l2}t-x)} \\
 u_2 &= \left( -i\kappa \left( 1 + i\kappa \frac{11}{43} \sqrt{2} z \right) + i\kappa \frac{4}{43} e^{-i\kappa\sqrt{2}z} \right) D_1 e^{i\kappa(v_{l2}t-x)} \\
 w_2 &= \left( i\kappa \frac{11}{43} \sqrt{2} - i\kappa \frac{2}{43} \sqrt{2} e^{-i\kappa\sqrt{2}z} \right) D_1 e^{i\kappa(v_{l2}t-x)}
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Die Zusammenfassung der Glieder mit gleichem Exponenten führt zur Vektordarstellung der Wellenzüge. Die Einheitsvektoren sind durch  $(\mathbf{i})$  und  $(\mathbf{f})$  bezeichnet. Im Medium I ( $z < 0$ ) lassen sich zwei Wellen angeben (der Faktor  $-i\kappa$  ist als unwesentlich unterdrückt worden):

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{B} &= \frac{15}{43} \sqrt{3} \left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} (\mathbf{i}) - \sqrt{\frac{2}{3}} (\mathbf{f}) \right\} D_1 \exp \left[ i\omega \left( t - \frac{\frac{1}{3}x - \sqrt{\frac{2}{3}}z}{v_{l1}} \right) \right] \\
 \mathfrak{C} &= \frac{18}{43} \sqrt{2} \left\{ \frac{2}{3} \sqrt{2} (\mathbf{i}) + \frac{1}{3} (\mathbf{f}) \right\} D_1 \exp \left[ i\omega \left( t - \frac{\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\sqrt{2}z}{v_{lr1}} \right) \right]
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Im Medium II ( $z > 0$ ) werden ebenfalls außer der einfallenden Welle  $D$  zwei weitere gefunden:

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{D} &= (i) D_1 \exp \left[ i \omega \left( t - \frac{x}{v_{l2}} \right) \right] \quad \left( = 1,724 (i) \exp \left[ i \omega \left( t - \frac{x}{v_{l2}} \right) \right] \right) \\
 (16) \mathfrak{G} &= \frac{11}{43} \sqrt{2} \left\{ e^{i \frac{\pi}{2}} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} z (i) - (\mathfrak{F}) \right\} D_1 \exp \left[ i \omega \left( t - \frac{x}{v_{l2}} \right) \right] \\
 \mathfrak{E} &= \frac{4}{43} \sqrt{\frac{3}{2}} \left\{ -\sqrt{\frac{2}{3}} (i) + \frac{1}{\sqrt{3}} (\mathfrak{F}) \right\} D_1 \exp \left[ i \omega \left( t - \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} x + \sqrt{\frac{2}{3}} z}{v_{tr2}} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Der Zusammenhang mit der primär einfallenden Welle  $A$  (in Abb. 1 und 2) wird dadurch hergestellt, daß gemäß den einleitenden Erörterungen

$$D_1 = D'$$

gesetzt wird, woraus nach Gl. (1)

$$D_1 = + 1,724 A$$

folgt.

Die Amplitude der refraktierten Welle  $B$  ist dann nach Gl. (1) und (15):

$$B = 0,604 D_1 = 1,04 A.$$

Es ist ersichtlich, daß die Amplitude der refraktierten Welle ( $B = 1,04 A$ ) von der gleichen Größenordnung ist wie die der reflektierten Welle ( $B' = 0,885 A$ ). Bei Übertragung dieser Ergebnisse auf den in der Praxis auftretenden Fall zylindrischer Wellen ist zu beachten, daß die berechneten Amplituden nur für eine enge Umgebung der kritischen Entfernung gelten.

Die Grenzschichtwelle  $\mathfrak{G}$  ist elliptisch polarisiert wobei das Achsenverhältnis von der Tiefe abhängig ist. Die Horizontalkomponente wächst mit der Tiefe unbegrenzt. Physikalisch gesehen, muß die Amplitude beschränkt bleiben und es ist zu vermuten, daß die elastischen Wellengleichungen nur deswegen zu diesem Resultat führen, weil die natürliche Dämpfung nicht berücksichtigt wird. Da die sekundären Wellen von der Grenzfläche herrühren, darf vermutet werden, daß mit wachsender Entfernung von der Grenzfläche (Tiefe) die Amplituden exponentiell abnehmen, so daß nur für kleine Werte von  $z$  der Amplitudenanstieg der Welle  $\mathfrak{G}$  erwartet werden kann.

Der Firma Seismos G. m. b. H. bin ich für die Erlaubnis zur Veröffentlichung dieser Arbeit zu Dank verpflichtet. Herrn Prof. Dr. Brockamp danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und ihre Förderung durch eingehende Diskussionen.

**Literatur**

- [1] Sommerfeld, A.: Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie. Ann. d. Phys. Vol. 28. (1909) S. 665 ff.
- [2] Sauter, F.: Der elastische Halbraum bei einer mechanischen Beeinflussung seiner Oberfläche. Zeitschrift f. angew. Math. u. Mech.; Bd. 30 (1950). S. 203 ff.
- [3] Ewing, Jardetzky and Press: Elastic Waves in Layered Media. McGraw-Hill Book Comp. Inc. (1957) S. 108.
- [4] Blut, H.: Ein Beitrag zur Theorie der Reflexion und Brechung elastischer Wellen an Unstetigkeitsflächen. Zeitsch. f. Geophysik, Jahrgang 1932, S. 130.
- [5] Gutenberg, B.: Erdbebenwellen V und VI. Nachr. Akad. d. Wiss. Göttingen - (1912) S. 206 ff u. S. 625.
- [6] Goodier, J.N. and R.E.D. Bishop: On critical reflexions of elastic waves at free surfaces. J. Appl. Phys. vol. 23. S. 124 ff (1952).

## Die mit dem UTM erreichbare Genauigkeit

Von F. Haalck und R. Schulze, Berlin <sup>1)</sup>

**Zusammenfassung:** Die Produktion des Universal-Torsions-Magnetometers (UTM), dem Instrument zur Messung der erdmagnetischen Komponenten,  $D$ ,  $H$  und  $Z$  [1], ist bei den Askania-Werken angelaufen. Die ersten Instrumente sind seit 1958 im Einsatz. Inzwischen liegen gute Erfahrungen mit diesem neuartigen Instrument vor. A. De Vuyst hat 1959 Anschlußmessungen zwischen den magnetischen Observatorien Dourbes-Belgien, Wingst-Deutschland und Rude Skov-Dänemark durchgeführt. Die Messungen zeigten, daß die Erwartungen, die man in das Instrument setzte, erfüllt werden. In vorstehendem Aufsatz wird die Genauigkeit der UTM-Messungen kritisch untersucht.

Die Gleichgewichtsbedingung des UTM-Meßsystems ist durch Gleichung (1) beschrieben. Dabei ist das magnetische Moment  $M$  durch Gleichung (2) gegeben. Die Winkel  $\lambda$ ,  $\theta$  und  $\alpha$  sind in Bild 8 zu erkennen.

Die in Kapitel II aufgeführten Justierungen des UTM werden so vorgenommen, daß alle Fehler 2. Ordnung vernachlässigbar klein werden. Darüber hinaus ist das Meßverfahren (Kapitel III) so gewählt, daß auch Justierungsungenauigkeiten I. Ordnung herausfallen. Die für die Messungen benötigten Formeln sind durch Gleichungen (10), (11) und (14) gegeben.

In Kapitel IV wird gezeigt, daß außer den beiden durch Anschluß zu ermittelnden Konstanten  $C_H$  und  $C_Z$  und dem rechnerisch genügend genau bekannten Induktionskoeffizienten  $k$  keine weiteren Konstanten in die Messungen eingehen. Voraussetzung ist dabei die Befolgung des vorgeschlagenen Meßverfahrens und das Messen bei gleicher Temperatur, was dank des eingebauten Thermostaten ohne Schwierigkeiten möglich ist.

Die Fehlerabschätzung in Kapitel V zeigt, daß bei der Messung von Felddifferenzen  $\Delta H$  oder  $m\alpha$  bis zu 10 000  $\gamma$  zwischen 2 Stationen eine Genauigkeit

---

<sup>1)</sup> Dipl.-Ing. Fritz Haalck und Dr.-Ing. Reinhard Schulze, Continental Elektroindustrie Akt.Ges. Askania-Werke, Berlin-Mariendorf.



von etwa  $\pm 1 \gamma$  erreichbar ist (vergleiche Tabelle I), wenn die Horizontalintensität  $H_0$  bei der Eichung genügend genau bekannt ist.

**Abstract:** The Universal Torsion Magnetometer (UTM), the instrument for measuring the components  $D$ ,  $H$ , and  $Z$  of the geomagnetic field [1], has gone into industrial production at the Askania-Werke, Berlin. The first instruments are in service since 1958. In the meantime good results have been achieved with these novel type instruments. A. De Vuyst has executed connection measurements in 1959 between the Magnetic Observatories Dourbes in Belgium, Wingst in Germany, and Rude Skov in Denmark. The results achieved indicate that the confidence placed in these instruments was fully justified. This paper examines critically the accuracy of UTM measurements.

Condition of equilibrium of the UTM measuring system is given by equation (1), and the magnetic moment  $M$  by equation (2). The angles  $\lambda$ ,  $\theta$ , and  $\alpha$  are shown in Fig. 8.

Adjustments of the UTM described in section II are made in such a manner that all second-order errors are negligibly small. Moreover, the measuring procedure (section III) has been selected such that first-order adjustment errors are also eliminated. Formulae (10), (11), and (14) give information required for taking the measures.

Section IV indicates that apart from the two constants  $C_H$  and  $C_Z$  to be obtained through making connections, and the induction coefficient  $k$  sufficiently enough known from computation, no further constants enter into the measurement, provided that the suggested measuring procedure is strictly adhered to and measurements are taken at the same temperature which can readily be ensured owing to the built-in thermostat.

Error evaluation in section V indicates that in measuring field differences  $\Delta H$  or  $\Delta Z$  up to 10 000 gammas between two stations, an accuracy to within about  $\pm 1$  gamma may be achieved (cf. table I) on condition that the horizontal intensity  $H_0$  is exactly enough known when calibrating.

Vor einigen Jahren hat F. Haalck [1] zum ersten Mal über das Universal-Torsions-Magnetometer berichtet. Die damals mitgeteilten Ergebnisse wurden mit einem Versuchsinstrument erzielt, das mit erkennbaren Mängeln behaftet war. Die Weiterentwicklung, die vor allem darauf abzielte, das Magnetsystem noch weiter zu verkleinern, brachte eine ganze Reihe von Schwierigkeiten mit sich. Es mußten umfangreiche und sehr sorgfältig vorbereitete Versuche durch-

geführt werden, um sie zu überwinden. Diese Entwicklungsarbeit hat die Serienfertigung des UTM stark verzögert und die Entwicklungskosten nicht unerheblich vergrößert. Es konnten dabei jedoch wertvolle Erfahrungen gesammelt und neue Erkenntnisse für den Bau von magnetischen Instrumenten gewonnen werden, die u. a. zur Konstruktion und Serienfertigung des neuen Torsionsmagnetometers Gfz [2] geführt haben.

Der erzielte Fortschritt wird besonders deutlich, wenn man das Magnetsystem betrachtet. Das jetzt serienmäßig gefertigte UTM (Bild 1) besitzt einen Magneten, der zusammen mit dem Systemspiegel, den Justiereinrichtungen zum genauen Auswuchten und den Vorrichtungen zum Befestigen der Fäden nur 0,06 g wiegt. Das Magnetsystem des Erprobungsmusters wog dagegen noch etwa 1 g.

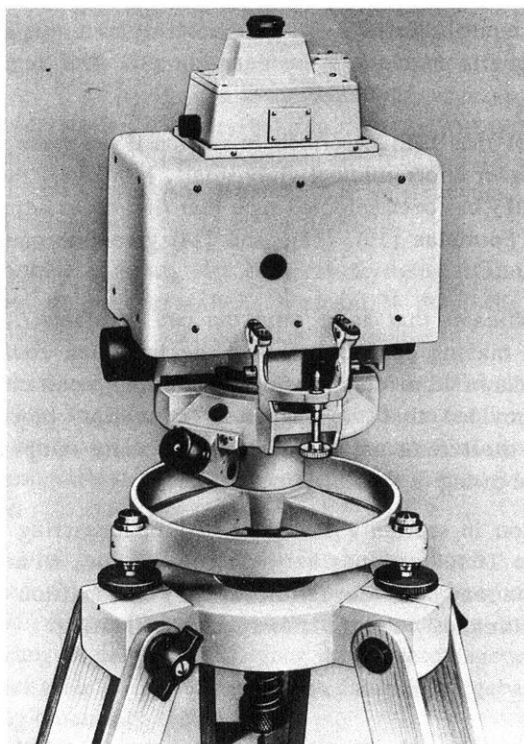


Abb. 1: Das UTM mit Untersatz auf dem Stativ

Die ersten Universal-Torsionsmagnetometer sind seit 1958 im Einsatz (Bild 2). Sie haben sich gut bewährt, und zwar sowohl bei der laufenden Überwachung der Basiswerte von  $D$ ,  $H$  und  $Z$  als auch bei Anschlußmessungen.

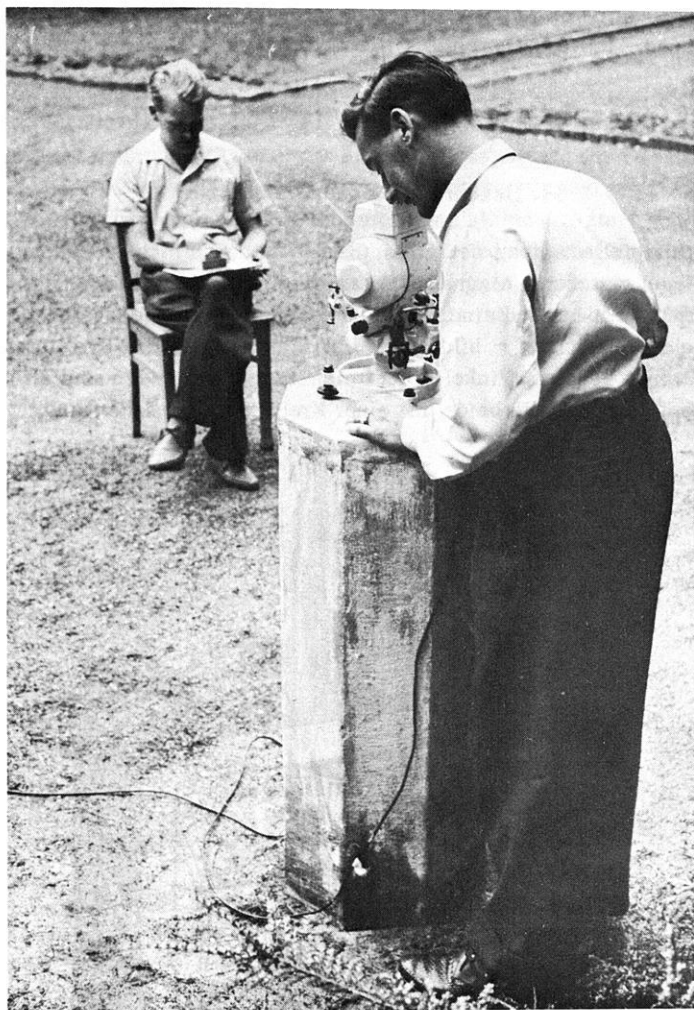


Abb. 2: Messungen mit einem UTM der ersten Ausführung (Nullserie) im Erdmagnetischen Observatorium Wingst

Nachfolgend soll über die Justierung des UTM und die dabei erforderliche Genauigkeit berichtet werden. Zum leichteren Verständnis werden zunächst Instrument und Meßverfahren mit Hilfe von Prinzipskizzen nochmals kurz beschrieben.

### I. Beschreibung und Grundformel

Der prinzipielle Aufbau des UTM (Bild 3) hat sich nicht geändert. Ein mit einem Spiegel versehener Magnet ist so an zwei Fäden aufgehängt, daß die beiden in gespanntem Zustand eine Fadenachse bilden. Die Fadenachse – auch mit Torsionsachse bezeichnet – bildet mit der Magnetachse des Systems in erster Näherung einen rechten Winkel. Die freien Enden der Fäden sind an je einem Torsionskopf befestigt, die beide mit einer Kreisteilung versehen sind.

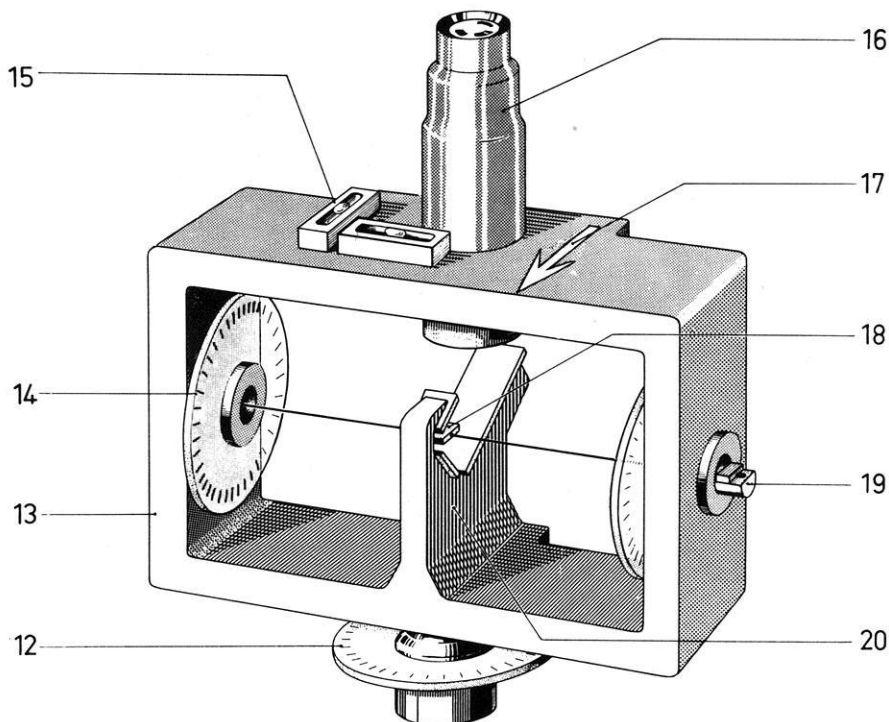


Abb. 3: Prinzipskizze vom UTM

12 Horizontalkreis  
13 Träger  
14 Vertikalkreis

15 Libellen  
16 Ablesefernrohr  
17 Orientierungspfeil

18 Verspiegelter Magnet  
19 Fadeneinspannung  
20 Spiegelträger

Durch Betätigung eines Knopfes können die Torsionsköpfe gleichzeitig gedreht d.h. die beiden Fäden tordiert werden. Der Torsionswinkel kann immer so gewählt werden, daß der Magnet mit seiner magnetischen Achse in eine vertikale oder in eine von den beiden möglichen horizontalen Lagen gedreht wird (Bild 4). In den Horizontallagen zeigt die Spiegelnormale einmal nach oben, das andere Mal nach unten. Wenn das Bild des Indexstriches (Bild 5) in dem Gesichtsfeld des Okulars erscheint, so befindet sich der Magnet ungefähr in einer dieser bevorzugten Lagen. Wird dann durch eine kleine Änderung des Torsionswinkels der über den Systemspiegel abgebildete Indexstrich genau in die Mitte des in der Okularbildebene befindlichen Doppelstriches gebracht, so ist die jeweilige Meßlage des Magneten erreicht. Im Okular zeigen zwei Marken  $Z_1$  und

a) die Meßstellung für  $D$  und  $H$   
(Reflexion am Magneten und am  $H$ -Spiegel)

b) die erste  $Z$ -Stellung (Reflexion am Magneten, am  $Z_1$ - und am  $H$ -Spiegel)

c) die zweite  $Z$ -Stellung (Reflexion am Magneten, am  $Z_2$ - und am  $H$ -Spiegel)

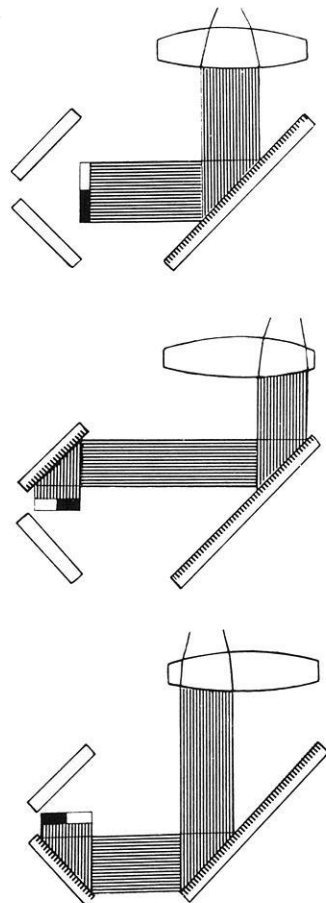


Abb. 4: Die 3 Meßstellungen des Magneten

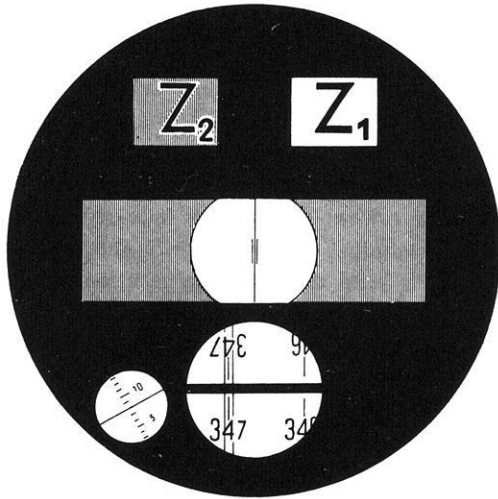


Abb. 5: Blick in das Okular des Ablesefernrohrs  
 Oben: Anzeigemarken für die Z-Stellungen  
 Mitte: Vom Magneten eingespiegelte Lichtmarke  
 Unten: Torsionsablesung mit Mikrometer. Ablese-  
 beispiel ( $Z_1$ -Stellung)  $\phi_3 = 347^\circ 08,0'$

$Z_2$  an, um welche Lage es sich handelt. Die für die genaue Einstellung des Magneten erforderliche Torsion kann an den Kreisskalen der Torsionsköpfe ebenfalls im Okular abgelesen werden.

Die allgemeine Gleichgewichtsbedingung für ein beliebig orientiertes Magnetsystem lautet:

(1)

$$MZ \cos \alpha \cos \theta + MH \cos \lambda \sin \alpha - MH \sin \lambda \cos \alpha \sin \theta + mgl \cos \theta \cos (\alpha + \beta) + \tau (\phi - \phi_0 + \alpha) = 0$$

In dieser Gleichung bedeutet  $M$  das magnetische Moment des eingebauten Magneten und  $\tau$  die Torsionskonstante des Fadensystems. Der Torsionswinkel ist nach Bild 6 gleich  $\phi - \phi_0 + \alpha$ . Die anderen Winkel werden durch die Bilder 7 und 8 veranschaulicht.

Zu beachten ist die Tatsache, daß  $M$  nicht konstant ist, sondern durch eine in gleicher Richtung wirkende Feldkomponente  $F$  beeinflusst wird. Für kleine Felder bildet man üblicherweise den Ansatz

(2 a)

$$M = M_0 (1 + kF)$$

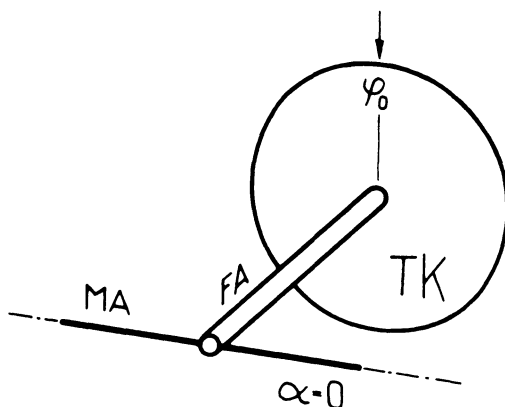


Abb. 6 a: Zur Erläuterung der Torsion des Fadens.  
Der Faden ist torsionslos, bei  $\alpha = 0$  liest man am  
Torsionskreis  $TK$  den Winkel  $\phi_0$  ab

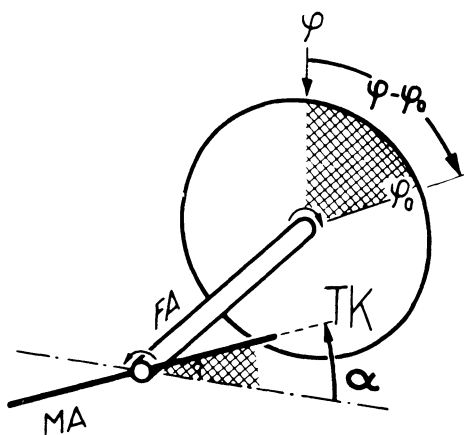


Abb. 6 b: Zur Erläuterung der Torsion des Fadens  
Bei Torsion des Fadens liest man am Torsionskreis  
 $TK$  den Winkel  $\phi$  ab, der Torsionswinkel beträgt  
 $\phi - \phi_0 + \alpha$

und definiert damit  $M_0$  als Konstante und  $k$  als Induktionskoeffizienten (Größenordnung  $5 \cdot 10^{-4} / \text{Oe}$ ; näheres im Kapitel IV). Drückt man die in Richtung von  $M$  liegende Feldkomponente  $F$  mit  $\lambda$ ,  $\alpha$  und  $\theta$  aus, so wird

$$(2) \quad M = M_0 (1 + kH \cos \lambda \cos \alpha + kH \sin \lambda \sin \alpha \sin \theta - kZ \sin \alpha \cos \theta).$$

Abb. 7: Zur Erläuterung des durch die Schwerkraft  $K$  am Magnetsystem hervorgerufenen Drehmomentes:

$HE$  Horizontalebene  
 $MA$  Magnetachse  
 $DP$  Drehpunkt  
 $SchP$  Schwerpunkt  
 $SA$  Schwerpunktschwerachse

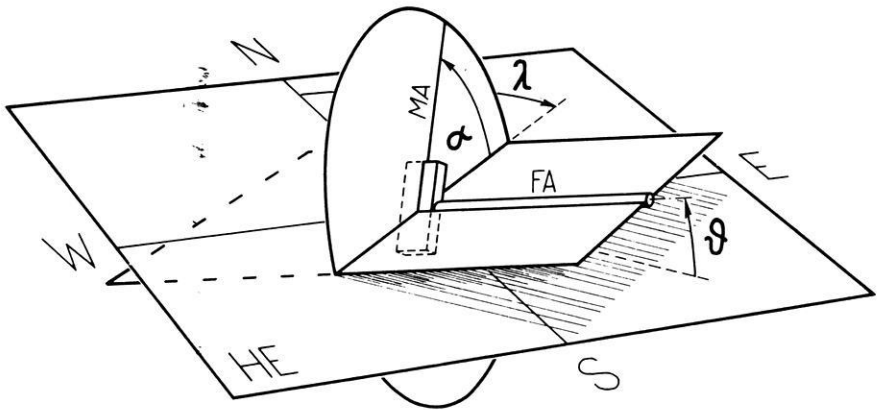
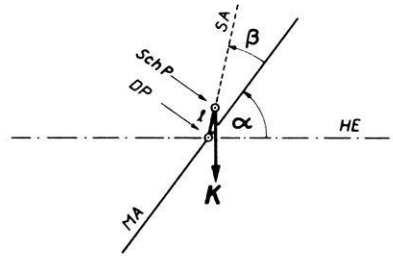


Abb. 8: Veranschaulichung der Lage des Magnetsystems im Raum:

|                      |                |
|----------------------|----------------|
| $HE$ Horizontalebene | $S$ magn. Süd  |
| $MA$ Magnetachse     | $W$ magn. West |
| $FA$ Fadenachse      | $E$ magn. Ost  |
| $N$ magn. Nord       |                |

## II. Die Justierung des UTM

In diesem Kapitel werden die vor Auslieferung des Instrumentes vom Herstellwerk durchgeführten Justierungen erklärt und auf ihre Fehlermöglichkeit hin untersucht.

### 1. Das Horizontieren der Torsionsachse ( $\theta = 0$ )

Das Meßverfahren schreibt vor, daß bei allen Messungen  $\theta = 0$  gilt. Diese Bedingung ist aufgrund der konstruktiven Daten bereits annähernd erfüllt. Der endgültige Wert von  $\theta$  muß jedoch einjustiert werden.

Am UTM, das um eine vertikale Achse gedreht werden kann, sind zwei senkrecht zueinander angeordnete Libellen angebracht. Wenn diese Libellen un-



abhängig vom Azimut auf den gleichen Wert einspielen, steht die Drehachse genau senkrecht. Der Winkel  $\theta$  ist dann praktisch für jede Azimuteinstellung konstant. (Wenn die Libellen auf  $\pm 0,1$  Teilstrich genau einspielen, betragen die Schwankungen von  $\theta$  nur  $\pm 6''$ ).

Folgende Messungen geben Auskunft über die Größe von  $\theta$  und zeigen an, welche Justierung erforderlich ist, damit  $|\theta|$  möglichst klein wird.

- a) Orientierung des UTM mit der Pfeilrichtung (Bild 3) nach Ost, d.h. mit der Torsionsachse etwa Nord-Süd; also  $\lambda_1 \approx 90^\circ$ . Die Torsion wird so eingestellt, daß die magnetische Achse eine der oben erwähnten Horizontallagen einnimmt (z.B.  $\alpha \approx 0$ ).
- b)  $180^\circ$ -Drehung des UTM um die vertikale Achse, also  $\lambda_2 = \lambda_1 + 180^\circ$ . Wiederum wird die durch  $\alpha$  definierte Horizontallage eingestellt.

Da die nach Vorschrift justierte Drehachse vertikal steht, gilt  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ . Wendet man auf diese beiden Messungen die Gleichungen (1) und (2) an, so ergibt sich nach Subtraktion

$$(3) \quad 2 M_0 H \theta = \tau (\phi_1 - \phi_2),$$

wenn man Größen 2. Ordnung vernachlässigt. Zeigen die Messungen, daß  $\phi_1 > \phi_2$  ist, so zeigt die Torsionsachse bei der ersten Messung im Norden nach unten. Dem Ergebnis entsprechend wird die Neigung der Torsionsachse geändert, d.h.  $|\theta|$  kleiner gemacht und die Messung wiederholt.

Beispiel:

|           | <u>1. Schritt</u> | <u>2. Schritt</u> | <u>3. Schritt</u> |
|-----------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Ost       | 349° 25,0'        | 349° 24,3'        | 349° 25,9'        |
| West      | 349° 17,0'        | 349° 26,1'        | 349° 25,7'        |
| Differenz | + 8,0'            | - 1,8'            | + 0,2'            |

Der ideale Fall ist  $\phi_1 = \phi_2$  und damit  $\theta = 0$ , was exakt nie erreicht wird. Es gelingt jedoch immer  $|\phi_1 - \phi_2| < 0,5'$  einzustellen. Setzt man in (3) Zahlenwerte ein, z.B.  $H = 20\,000 \gamma$  und  $\frac{\tau}{2M_0} = 5 \gamma /'$ , so ergibt sich

$$\theta \leq 0,4'$$

Es wird noch gezeigt werden, daß für die so einjustierte Torsionsachse mit genügender Genauigkeit  $\theta = 0$  eingesetzt werden darf.

## 2. Die Einjustierung des Hauptspiegels

Bei den Messungen zur Bestimmung von  $D$  und  $H$  soll gemäß Vorschrift die magnetische Achse vertikal stehen; es soll also  $\alpha = -90^\circ$  sein. (Bei einem UTM für die Südhalbkugel der Erde ist  $\alpha = +90^\circ$  erforderlich.) Diese Bedingung ist in erster Näherung durch den konstruktiven Aufbau des UTM erfüllt. Die Feinjustierung von  $\alpha$  erfolgt mit Hilfe des magnetischen Feldes einer Spule. Die Spule – man wählt am besten eine Helmholtzspule – wird so zum UTM orientiert, daß sich der Magnet ungefähr in der Mitte der Spule befindet und die Spulennachse etwa vertikal verläuft (Bild 9). Das zuerst nach Ost orientierte UTM wird zunächst ohne ein Spulenfeld auf Koinzidenz eingestellt. Beim Einschalten eines Spulenstromes wird in den meisten Fällen der Index aus der Mitte des Doppelstriches abwandern.

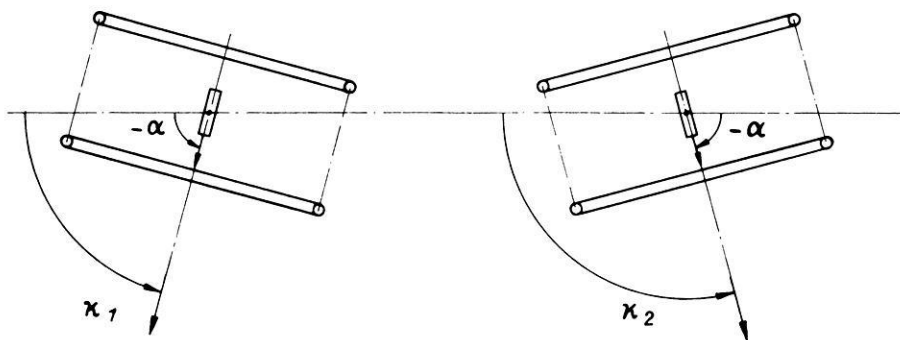


Abb. 9: Zum Einjustieren der senkrechten Lage des Magneten mit Hilfe einer Helmholtzspule

Man kippt dann die Spule etwa um die Fadenachse des Magnetsystems, bis sich der Index wieder in der Mitte des Doppelstriches befindet. Es ist unschwer, diejenige Spulennlage zu erreichen, bei der ein Umpolen des Spulenstromes praktisch ohne Einfluß auf den Magneten ist.

Nach einer  $180^\circ$ -Drehung des UTM um die vertikale Achse wird die Spule wiederum so gekippt, daß das Spulenfeld keinen Einfluß auf den Magneten ausübt.

Die Kippwinkel der Spule bei der ersten und zweiten Einstellung seien  $\kappa_1$  und  $\kappa_2$ .

Bei einem Kippwinkel von  $\kappa_0 = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2} = 90^\circ$  steht dann – wie an Hand von Bild 9 leicht zu erkennen ist – die magnetische Achse der Spule vertikal.

Bei dieser Spulenstellung wird jetzt die magnetische Achse des Magneten so lange gedreht (durch Änderung der Torsion), bis das Umpolen des Stromes ohne Einfluß bleibt. Resultat:  $\alpha = -\kappa = -90^\circ$ . Durch Kippen des Hauptspiegels wird dann die Lichtmarke in die Mitte des Doppelstriches gebracht.

Die Genauigkeit dieser Justierung kann durch eine exakte Messung überprüft und eventuell verbessert werden. Dazu bestimmt man bei der Nordorientierung

$$\Delta \phi_{\text{I}} = \phi_1 - \phi_2$$

und bei der Südorientierung

$$\Delta \phi_{\text{II}} = \phi_3 - \phi_4.$$

$\phi_1$  und  $\phi_3$  sind die Torsionswinkel bei einem positiven Spulenfeld und  $\phi_2$  und  $\phi_4$  diejenigen bei dem entsprechenden negativen Spulenfeld. Man erhält aus (1) und (2) mit  $\alpha = -90^\circ + \xi_0$  für die (a priori kleine) Abweichung  $\xi_0$

$$(4) \quad \xi_0 = \frac{C_H}{2F} (\Delta \phi_{\text{I}} + \Delta \phi_{\text{II}}),$$

$$(5) \quad C_H = \frac{\tau}{2M_0}$$

und  $F$  das Feld der Spule bedeutet. Für  $\Delta \phi_{\text{I}} = -\Delta \phi_{\text{II}}$  ist  $\xi_0 = 0$  und  $\alpha = -90^\circ$ . Praktisch wird mit Leichtigkeit  $\Delta \phi_{\text{I}} + \Delta \phi_{\text{II}} = 1'$  erreicht. Wird mit  $F = \pm 10000 \gamma$  gearbeitet, so ergibt sich für  $C_H = 5 \gamma /'$

$$\alpha = 90^\circ \pm 0,9'.$$

Beispiel (nach der letzten Verstellung des  $H$ -Spiegels):

$$\left. \begin{array}{l} + F, \text{ Nord: } \phi_1 = 212^\circ 03,2' \\ - F, \text{ Nord: } \phi_2 = 212^\circ 02,7' \end{array} \right\} \Delta \phi_{\text{I}} = +0,5'$$

$$\left. \begin{array}{l} + F, \text{ Süd: } \phi_3 = 147^\circ 49,0' \\ - F, \text{ Süd: } \phi_4 = 147^\circ 49,8' \end{array} \right\} \Delta \phi_{\text{II}} = -0,8'$$

### 3. Justierung der beiden $Z$ -Spiegel

Die  $Z$ -Messung wird bei zwei verschiedenen Orientierungen der magnetischen Achse durchgeführt. Einmal muß  $\alpha = -180^\circ$ , das zweite Mal  $\alpha = 0$  sein. Für diese beiden Werte, die durch  $Z_1$  und  $Z_2$  besonders gekennzeichnet sind (Bild 4), muß je ein Spiegel justiert werden.

a) Justierung des  $Z_1$ -Spiegels:

Wiederum folgt aus dem Aufbau des Instruments  $\alpha = -(180^\circ + \xi_1)$  mit  $\xi_1 \approx 0$ . Die Einstellung der Koinzidenz für  $Z_1$  erfolgt zuerst bei  $\lambda_1 \approx 0$ , dann bei  $\lambda_2 = \lambda_1 + 180^\circ$ . Aus (1) und (2) ergibt sich, wieder unter Vernachlässigung von Größen 2. Ordnung:

$$(6) \quad \xi_1 = -kZ - \frac{C_H}{H} (\phi_1 - \phi_2).$$

Man verändert nunmehr den optischen Weg durch Verstellung des  $Z_1$ -Spiegels solange, bis die Messung

$$(7) \quad \phi_1 - \phi_2 = -\frac{kHZ}{C_H}$$

ergibt. Dann ist  $\alpha = -180^\circ$ .

b) Die Justierung des  $Z_2$ -Spiegels

erfolgt für die Koinzidenz bei  $\alpha \approx 0$  in der gleichen Weise. Man erhält mit  $\alpha = \xi_2 \cdot 0$  das gleiche Resultat wie oben.

Beispiele:

|  |  |
|--|--|
| $Z_1$ : Nord $\phi_1 = 349^\circ 18,4'$<br>Süd $\phi_2 = 349^\circ 19,5'$<br><hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> Differenz $-1,1'$ | $Z_2$ : Nord $\phi_3 = 11^\circ 21,0'$<br>Süd $\phi_4 = 11^\circ 21,4'$<br><hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> Differenz $-0,4'$ |
|--|--|

$$(\text{Sollwert: } \frac{kHZ}{C_H} = -0,8')$$

Die Abweichung vom Sollwert liegt bei normaler Handhabung des Instrumentes innerhalb von  $\pm 1'$ . Man erhält mit den bisherigen Werten von  $C_H$  und  $H$  und mit  $kZ = 2 \cdot 10^{-4}$  für die Abweichungen  $\xi_1$  und  $\xi_2 \leq 0,9'$ .

### III. Die Genauigkeit der UTM-Messungen

Aus dem vorigen Kapitel entnehmen wir, daß nach einwandfreier Justierung mit Abweichungen von höchstens  $2,5 \cdot 10^{-4}$  ( $\approx 0,9'$ ) gerechnet werden muß. Das zweite in der Reihenentwicklung des Cosinus auftretende (quadratische) Glied beträgt dann  $6,25 \cdot 10^{-8}$ . Verlangt wird jedoch für  $H$  und  $Z$  nur eine Relativgenauigkeit von  $10^{-4}$  bis  $10^{-5}$ . Die Größen 2. Ordnung, die um rund drei Zehnerpotenzen kleiner sind, können also ohne Bedenken vernachlässigt werden.

An dieser Stelle soll noch untersucht werden, ob die unvermeidbaren Ungenauigkeiten bei der Einstellung des Azimuts  $\lambda$  das Ergebnis für  $H$  und  $Z$  beeinflussen. Die Ablesegenauigkeit am Horizontalkreis, ist besser als  $2'$ . Nehmen wir noch eine Unsicherheit von  $1 - 2'$  durch die magnetische Variation an, die zwischen zwei Messungen auftreten kann, so ist die maximale Ungenauigkeit sicher  $\leq 5'$ . Eine Überslagsrechnung zeigt, daß ein Azimutfehler von  $15'$  noch zulässig ist. Diese Einstellgenauigkeit kann in jedem Fall sicher erreicht werden.

Die vollständige Bestimmung des erdmagnetischen Feldvektors erfolgt durch die Messung der drei Komponenten  $D$ ,  $H$  und  $Z$ , die in der angegebenen Reihenfolge vorgenommen wird.

### 1. Die Messung der Deklination

Die Magnetachse wird vertikal gestellt, d.h.  $\alpha = -90^\circ + \xi_0$  mit  $\xi_0 \approx 0$ ; das UTM zeigt mit der Pfeilrichtung (Bild 3) etwa nach Ost oder West, also  $\lambda_1 \approx 90^\circ$  oder  $\approx 270^\circ$ . Wenn die genaue Koinzidenz von Lichtmarke und Doppelstrich eingestellt ist, wird am Horizontalkreis der Winkel  $\epsilon = \epsilon_1$  abgelesen (Bild 10).

Dann wird – ohne Arretieren des Meßsystems – das Instrument vorsichtig um seine vertikale Achse gedreht, bis bei unverändertem Torsionswinkel  $\phi$  wieder Koinzidenzeinstellung erreicht ist (Bedingung:  $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ ). Am Horizontalkreis wird daraufhin der Winkel  $\epsilon = \epsilon_2$  abgelesen. Aus  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$  errechnet sich der Winkel  $\epsilon_0$ .

Formelmäßig ergibt sich mit der Abkürzung

$$(8) \quad S_0 = mgl \sin \beta$$

$$M_0 (1 + kZ) (-H \cos \lambda_1 + Z \xi_0) + S_0 + r (\phi - \phi_0 - 90^\circ + \xi_0) = 0$$

$$M_0 (1 + kZ) (-H \cos \lambda_2 + Z \xi_0) + S_0 + r (\phi - \phi_0 - 90^\circ + \xi_0) = 0$$

$$\cos \lambda_1 - \cos \lambda_2 = 0.$$

Daraus folgt wegen

$$\lambda_1 \neq \lambda_2$$

(9)

$$\lambda_1 = -\lambda_2$$

oder

(10)

$$\epsilon_0 = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} (\pm 180^\circ)$$

$\epsilon_0$  ist die Kreisstellung, bei der die Fadenachse des UTM in der magnetischen Nord-Süd-Richtung liegt.

Beispiel (vergl. Bild 10):

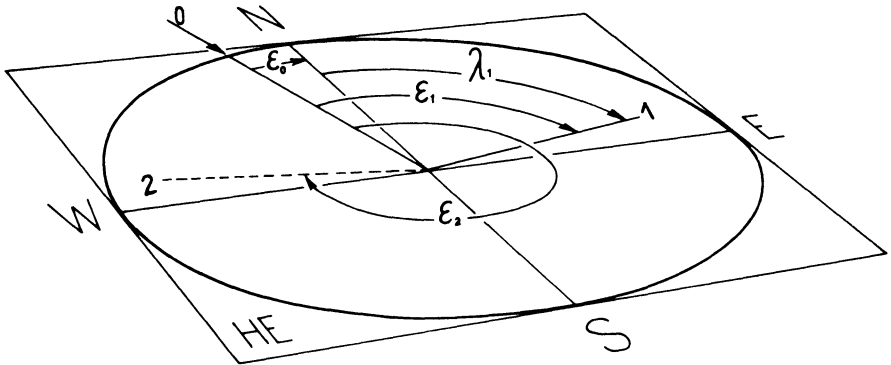


Abb. 10: Zur Messung der magnetischen Deklination. Der 0-Pfeil bezeichnet die (willkürliche) Nullstellung des Horizontalteilkreises.  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$  sind die in den beiden Meßstellungen 1 und 2 auf dem Horizontalteilkreis abgelesenen Winkel

$$\text{Ost} \quad \epsilon_1 = 110^\circ 22,0$$

$$\text{West} \quad \epsilon_2 = 310^\circ 46,4$$

magn.

$$\text{Nord} \quad \epsilon_0 = 210^\circ 34,2' - 180^\circ = 30^\circ 34,2'$$

Durch Aufsetzen eines Fernrohrs auf den Untersatz des UTM (das dafür abgenommen wird) und Anvisieren bestimmter terrestrischer oder astronomischer Ziele läßt sich jetzt in bekannter Weise astronomisch Nord und damit die Deklination  $D$  bestimmen. Die stets gleichbleibende, kleine Winkeldifferenz zwischen der Fadenachse des UTM und der Fernrohrachse wird als Deklinationskonstante einmal eingeeicht und dann später entsprechend berücksichtigt.

## 2. Messung von $H$

Die Magnetachse wird wieder vertikal gestellt, also  $\alpha = 90^\circ = \xi_0$  mit  $\xi_0 \approx 0$ . Gemessen werden die Torsionswinkel  $\phi_1$  und  $\phi_2$ , die zur Erreichung der Koinzidenz erforderlich sind, wenn das Instrument nach Norden bzw. Süden ( $\lambda_1 \approx 0$ , d.h.  $\epsilon_1 = \epsilon_0$  bzw.  $\lambda_2 + \lambda_1 + 180^\circ$ , d.h.  $\epsilon_2 = \epsilon_0 + 180^\circ$ ) ausgerichtet wird. Die Grundformeln vereinfachen sich zu

$$M_0 (1 + kZ) (-H + Z \xi_0) + S_0 + \tau (\phi_1 - \phi_0 - 90^\circ + \xi_0) = 0$$

$$M_0 (1 + kZ) (H + Z \xi_0) + S_0 + \tau (\phi_2 - \phi_0 - 90^\circ + \xi_0) = 0$$

Durch Subtraktion und Verwendung der Abkürzung (5) ergibt sich

$$(11 \text{ a}) \quad H = \frac{C_H}{1 + kZ} (\phi_1 - \phi_2)$$

oder, mit genügend genauer Näherung:

$$(11) \quad \boxed{H = C_H (1 - kZ) (\phi_1 - \phi_2)}$$

$C_H$  und  $k$  sind Instrumentenkonstanten (siehe Kapitel IV).

Beispiel:

|                                    |   |
|------------------------------------|---|
| Nord $\phi_1 = 212^\circ 03,4'$    | Mit $C_H = 4,5937 /'$   |
| Süd $\phi_2 = 147^\circ 49,3'$     |   |
| $\phi_1 - \phi_2 = 64^\circ 14,1'$ |   |
| $= 3854,1'$                        | $k = 4,7 \cdot 10^{-4} / \text{Oe}$<br>$Z = 0,45 \text{ Oe}$<br>wird aus (11)<br>$H = 17701 \gamma$ |

### 3. Messung von $Z$

Für die Messung von  $Z$ , bei der der Magnet horizontal liegt, gibt es 3 Möglichkeiten:

- a) Das UTM wird nach Nord ausgerichtet und die Torsion so eingestellt, daß die Normale des Systemspiegels nach oben zeigt ( $Z_1$ -Messung; siehe Bild 4 b). Dann wird das Instrument um  $180^\circ$  gedreht, d.h. nach Süd orientiert und die Torsion so geändert, daß die Normale des Systemspiegels nach unten zeigt ( $Z_2$ -Messung; Bild 4 c).
- b) Für die  $Z_1$ -Messung wird das Instrument nach Ost (bzw. West) ausgerichtet. Die Spiegelnormale zeigt wiederum nach oben (Bild 4 b). Wird bei gleicher Ausrichtung des Instrumentes die Torsion so geändert, daß die Spiegelnormale nach unten zeigt, so erhält man den Torsionswinkel für  $Z_2$  (Bild 4 c).
- c)  $Z_1$ -Messung: Das Instrument wird zunächst nach West ( $\lambda = 270^\circ$ ) orientiert. Durch Veränderung der Torsion wird dann der Magnet horizontal gestellt.  $\alpha = -180^\circ$  ist erreicht, wenn der Index auf den Doppelstrich ein-

spielt. Ablesung am Torsionskreis:  $\phi_3$ .

$Z_2$ - Messung: Das Instrument wird über Nord nach Ost ( $\lambda = 90^\circ$ ) gedreht die Torsion verstellt man über Null so, daß der Magnet wiederum die horizontale Lage einnimmt ( $\alpha = 0^\circ$ ). Bei Koinzidenzeinstellung liefert die Ablesung am Torsionskreis den Winkel  $\phi_4$ .

Die 3. Möglichkeit bietet Vorteile: alle noch vorhandenen Justierungenaugigkeiten fallen heraus. Diese Art der  $Z$ -Messung, die deshalb vorgeschrieben wird, soll hier behandelt werden.

Bei der  $Z_1$ - Messung ist  $\alpha_1 = -(180^\circ + \xi_1)$  mit  $\xi_1 \approx 0$ ,

bei der  $Z_2$ - Messung ist  $\alpha_2 = \xi_2$  mit  $\xi_2 \approx 0$ .

Als Abkürzungen wollen wir noch einführen

$$(12) \quad S_1 = mgl \cos \beta$$

$$(13) \quad C_Z = \frac{S_1}{M_0} - C_H (\xi_1 + \xi_2).$$

Aus unseren Grundformeln (1) und (2) wird nunmehr

$$M_0 (-H \theta - Z) - S_1 + \tau(\phi_3 - \phi_0 - 180^\circ - \xi_1) = 0$$

$$M_0 (-H \theta + Z) + S_1 + \tau(\phi_4 - \phi_0 + \xi_2) = 0$$

$$(14) \quad \boxed{Z = C_H (\phi_3 - \phi_4 - 180^\circ) + C_Z}$$

Beispiele:

|  |                               |
|--|-------------------------------|
| West $\phi_3 = 347^\circ 55,2'$                          | Mit $C_H = 4,5937 \gamma / 1$ |
| Ost $\phi_4 = 11^\circ 39,1'$                            | und $C_Z = 2319 \gamma$       |
| <hr style="border: none; border-top: 1px solid black;"/> | wird aus (14)                 |
| $\phi_3 - \phi_4 = 336^\circ 46,1'$                      | $Z = 45528 \gamma$ .          |
| $\phi_3 - \phi_4 - 180^\circ$                            |                               |
| <hr style="border: none; border-top: 1px solid black;"/> |                               |
| $= 9406,1'$  |                               |

Grundsätzlich und wichtig ist noch die folgende Bemerkung:

Für jede Torsionseinstellung ist zu beachten, ob bei dem Eindrehen von der Ruhelage (von  $\alpha = -90^\circ$ ) der Torsionskreis die Nullstelle passiert hat. In die-



sem Falle ist der abgelesene Wert um plus oder minus  $360^\circ$  zu ergänzen. Und zwar müssen wir bei jedem Nulldurchgang von unten her (d.h. in Richtung  $359^\circ \rightarrow 1^\circ$ )  $360^\circ$  addieren und bei jedem Nulldurchgang von oben her (d.h. in Richtung  $1^\circ \rightarrow 359^\circ$ )  $360^\circ$  subtrahieren.

Wir können zusammenfassend feststellen, daß in den 3 Meßformeln (10), (11) und (14) lediglich die 3 Konstanten  $C_H$ ,  $C_Z$  und  $k$  auftreten. Durch Justierungengenauigkeiten bedingte Fehlmessungen sind bei der vorgeschlagenen Meßmethode ausgeschlossen.

#### IV. Die Instrumentenkonstanten

##### 1. $C_H$ und $C_Z$

Von den 3 Konstanten  $C_H$ ,  $C_Z$  und  $k$  ermittelt man  $C_H$  und  $C_Z$ , indem man an einem Ort mit bekanntem  $H = H_0$  und  $Z = Z_0$  eine vollständige Messung durchführt.

Aus den Gleichungen (12) und (13) folgt, daß  $C_Z$  außer von instrumenteigenen Größen von der Schwerebeschleunigung  $g$  abhängt. Da das zweite Glied von Gleichung (13) nach den im Herstellwerk sehr genau durchgeführten Justierungen (siehe Kapitel II, 3) als sehr klein vorausgesetzt werden darf, kann  $C_Z$  als proportional  $g$  angesehen werden. Aus (11 a) bzw. (14) berechnen wir dann

$$(15) \quad C_H = H_0 \frac{1 + k Z_0}{\phi_1 - \phi_2},$$

$$(16) \quad C_{Z_0} = Z_0 - C_H (\phi_3 - \phi_4 - \pi) \text{ und}$$

$$(17) \quad C_Z = C_{Z_0} \cdot \frac{g}{g_0}$$

Bei der UTM-Messung muß also auch die Schwerebeschleunigung  $g_0$  bekannt sein.

##### 2. Der Induktionskoeffizient $k$

Wir bezeichnen jetzt das allgemeine magnetische Feld mit  $H$ . Die Definitionsgleichung (2 a) lautet dann

$$M = M_0 (1 + kH)$$

oder

$$(18) \quad \frac{\Delta M}{M_0} = k \Delta H.$$

Aus der Magnetik ist bekannt, daß das magnetische Moment  $M$  der Magnetisierung  $I$  proportional ist:

$$(19) \quad \frac{\Delta M}{M_0} = \frac{\Delta I}{I_0}$$

Außerdem benutzen wir die im *cgs*-System üblichen Gleichungen

$$(20) \quad B = H + 4 \pi I$$

und (Genauer  $B = \mu_0 H + 4 \pi I$  mit  $\mu_0 = 1 \Gamma / \text{Oe}$ )

$$(21) \quad B = \mu H$$

mit  $B$  als Induktion und  $\mu$  als Permeabilität. Aus (18), (19) und (20) erhalten wir

$$k \cdot \Delta H = \frac{\Delta M}{M_0} = \frac{\Delta I}{I_0} = \frac{\Delta B - \mu_0 \Delta H}{B_0 - \mu_0 H_0}$$

oder, mit (21)

$$(22) \quad k = \frac{\mu_{rev} - \mu_0}{B_0 - \mu_0 H_0}$$

Hierbei ist  $\mu_{rev} = \frac{\Delta B}{\Delta H}$  die reversible Permeabilität im Arbeitspunkt  $(H_0, B_0)$  auf der Entmagnetisierungskurve.

Für den verwendeten Magneten ist

$$\mu_{rev} \approx 5 \Gamma / \text{Oe}$$

$$B_0 \approx 8000 \Gamma$$

$$H_0 \approx -500 \text{ Oe.}$$

daraus errechnet sich

$$k \approx 4,7 \cdot 10^{-4} / \text{Oe}$$

Wie genau muß  $k$  bekannt sein? Wir wollen das Erdmagnetfeld  $(H_0, Z_0)$  bei der Bestimmung von  $C_H$  sowie die gemessenen  $\phi$ -Werte als fehlerfrei betrachten. Aus (11) in Verbindung mit (15) folgt dann für den Fehler in  $H$

$$(23) \quad \delta H \approx \cdot H \Delta Z \delta k.$$

Dabei ist  $\Delta Z = Z - Z_0$ , also die Differenz der Vertikalintensität zwischen Meßort ( $Z$ ) und Eichort ( $Z_0$ ). Da in der Regel  $\Delta Z$  innerhalb  $\pm 0,1$  Oe liegt, errechnen wir aus (23) bei einer Toleranzforderung von  $\delta H = \pm 10^{-5}$  Oe in einem  $H$ -Feld von  $0,2$  Oe

$$\delta k = \pm 5 \cdot 10^{-4} / \text{Oe}.$$

Für den durch fehlerhaftes  $k$  bedingten Fehler in  $Z$  folgt aus (14) in Verbindung mit (15) und (16)

$$(24) \quad \delta Z \approx Z_0 \cdot \Delta Z \cdot k.$$

Bei einem Vertikalfeld von  $Z_0 = 0,4$  Oe, mit dem  $Z$ -Wert von  $\pm 0,10$  Oe und der Toleranzforderung von  $Z = \pm 10^{-5}$  Oe bekommen wir

$$\delta k = \pm 2,5 \cdot 10^{-4} / \text{Oe}.$$

Unser Induktionskoeffizient  $k$  muß, wie der Vergleich der Zahlenwerte von  $\delta k$  und  $k$  zeigt, nur mit einer Genauigkeit von  $\pm 50\%$  bekannt sein. Diese Forderung ist zweifellos durch die theoretische Abschätzung erfüllt. Eine genaue Ermittlung von  $k$  erübrigt sich somit.

### 3. Elastische Nachwirkung und Hysterese

(In diesem Abschnitt stellt  $\phi$  nicht einen abgelesenen Relativwert, sondern den tatsächlichen Torsionswinkel dar.)

Die elastische Nachwirkung und die Hysterese des Fadenmaterials sind bisher nicht erwähnt worden, obgleich sie bei der Empfindlichkeit des Meßinstrumentes durchaus in Erscheinung treten. Bekanntlich stellt sich ein elastisches Material, das plötzlich von einem Belastungszustand 1 in den (schon vorher mindestens einmal eingenommenen) Belastungszustand 2 gebracht wird, nicht sofort und nicht vollständig auf den der neuen Belastung zukommenden Wert  $\phi_2$  ein (Bild 11), sondern läuft von einem Anfangswert  $\phi_A$  auf den Endwert  $\phi_E$  etwa in Form einer Exponentialfunktion ein:

$$(25) \quad \phi = \phi_A + a (1 - e^{-bt}).$$

Die Größe  $a$  stellt definitionsgemäß den gesamten Betrag der elastischen Nachwirkung ( $t = \infty$ ) dar. Der irreversible Betrag  $b = \phi_2 - \phi_E$  (Bild 11) ist ein Maß für die elastische Hysterese. Sowohl  $a$  als auch  $b$  sind bei dem verwendeten Material sehr klein gegen die vorangegangene Verstellung  $\Delta \phi$  (Größenordnung  $10^{-4}$  bis  $10^{-3}$  von  $\Delta \phi$ ), so daß sich  $\phi_A$ ,  $\phi_E$  und  $\phi_2$  nur um kleine Beträge unterscheiden.

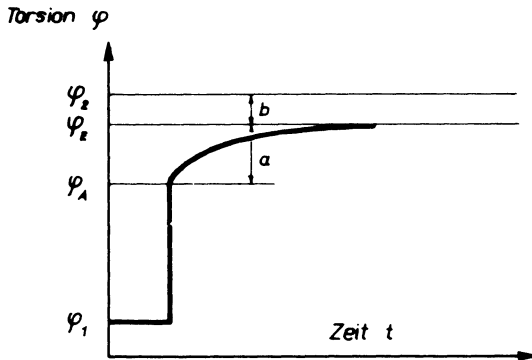


Abb. 11: Zur Frage der elastischen Nachwirkung und Hysterese

|          |                                   |     |                                    |
|----------|-----------------------------------|-----|------------------------------------|
| $\phi_1$ | Torsion in der Belastung 1        | $a$ | Betrag der elastischen Nachwirkung |
| $\phi_A$ | Anfangstorsion in der Belastung 2 | $b$ | Betrag der Hysterese               |
| $\phi_E$ | Endtorsion in der Belastung 2     | $t$ | Zeit                               |

Da  $a$  erfahrungsgemäß der vorangegangenen Verstellung  $\Delta\phi = \phi - \phi_1$  proportional ist, schreiben wir statt (25)

$$(26) \quad \phi = \phi_A + A \cdot \Delta\phi (1 - e^{-Bt}),$$

worin  $A$  und  $B$  Konstanten sind, die von dem Fadenmaterial sowie von der Temperatur abhängen. Die Temperatur soll bei allen Messungen konstant sein, eine Voraussetzung, die dank des vorhandenen Thermostaten erfüllt ist.

Wir fordern als 2. Voraussetzung, daß  $\phi_A$  proportional  $\Delta\phi$  ist:

$$(27) \quad \begin{aligned} \phi_A &= K \cdot \Delta\phi. \\ (K &= \text{const.}) \end{aligned}$$

Das ist erreicht, wenn bei jeder Verstellung  $\Delta\phi$  von der torsionslosen Lage ausgegangen wird oder von der entgegengesetzten Torsionslage  $-\phi$ . Mit (27) wird aus (25):

$$(28) \quad \phi = \Delta\phi [K + A (1 - e^{-Bt})].$$

Die 3. Voraussetzung ist, daß  $t$  konstant sein soll, daß also bei jeder Eichung und Messung jeweils die gleiche Zeit  $t$  zwischen einer Torsionsverstellung und der Ableseung des Torsionswinkels verstreichen soll. Dafür wird eine Zeit von 5 Minuten empfohlen. Dann ist der in eckigen Klammern stehende Ausdruck in (28) eine Konstante. Da  $\Delta\phi$  von der jeweils angreifenden Feldkomponente linear abhängt, geht der entsprechende Proportionalitätsfaktor in die schon gekannte Instrumentenkonstante  $C_H$  ein. Die elastische Nachwirkung

verlangt also keine besondere Berücksichtigung, sofern die erwähnten Voraussetzungen bei den Messungen erfüllt werden.

Der irreversible Hysteresebetrag  $b$  kann erfahrungsgemäß ebenfalls als proportional der vorangegangenen Verstellung  $\Delta \phi$  angesetzt werden. Bei Erfüllung der zitierten Voraussetzungen wird somit auch diese Materialkonstante in die Instrumentenkonstante  $C_H$  eingeeicht, so daß außer  $C_H$ ,  $C_Z$  und  $k$  keine weiteren Konstanten bei den Messungen mit dem UTM in Rechnung gestellt zu werden brauchen.

## V. Fehlerabschätzung

Wir haben in den vorangegangenen Kapiteln erfahren, daß die Genauigkeit der UTM-Messungen nicht von Justierungsungenauigkeiten abhängt und daß lediglich die 3 Konstanten  $C_H$ ,  $C_Z$  und  $k$  in die Messungen eingehen. Eine Abschätzung von  $k$  wurde durchgeführt, wobei sich zeigte, daß  $k$  als Fehlerquelle praktisch ausscheidet. (In den folgenden Gleichungen sind deshalb Korrektionsglieder wie  $kZ$  nicht berücksichtigt.)  $C_H$  und  $C_Z$  werden mit den Gleichungen (15) bis (17) auf die Horizontalintensität des Eichfeldes  $H_0$ , auf die Vertikalintensität des Eichfeldes  $Z_0$  und auf die Schwerebeschleunigung am Eichort  $g_0$  zurückgeführt. Alle diese Werte sowie sämtliche Winkelablesungen bei Eichung und Messung sind mit Fehlern behaftet; ihr Einfluß auf die UTM-Messungen soll nunmehr untersucht werden.

Das UTM wird, da es ein Relativmeßinstrument ist, für Differenzmessungen eingesetzt, d. h. nach der Eichung werden die Felddifferenzen  $\Delta H$  und  $\Delta Z$  zwischen dem Eich- und Meßort oder – allgemein – zwischen zwei beliebigen Meßstationen I und II durchgeführt. Mit den Meßformeln (11) und (14) erhalten wir unter Verwendung von (15) bis (17)

$$(29) \quad \Delta H = H_0 \frac{\Delta \phi_I - \Delta \phi_{II}}{0} \text{ und}$$

$$(30) \quad \Delta Z = Z_0 \frac{\Delta \phi_I - \Delta \phi_{II}}{\Delta \phi_0} + \Delta C_Z.$$

(Der Index Null gibt die Werte am Eichort an.)

Daraus leitet sich für den Fehler von  $\Delta H$  die folgende Gleichung ab:

$$(31) \quad \delta \Delta H = \pm \Delta H \sqrt{\left(\frac{\delta H_0}{H_0}\right)^2 + \left(\frac{2 C_H}{\Delta Z} \delta \phi\right)^2 + 2\left(\frac{C_H}{H_0} \delta \phi\right)^2}.$$

Entsprechendes erhält man für den Fehler von  $\Delta Z$ , wenn man den durch die (kleine) Differenz  $\Delta C_Z$  verursachten Fehler zunächst nicht berücksichtigt:

$$(32) \quad \delta \Delta Z = \pm \Delta Z \sqrt{\left(\frac{\delta H_0}{H_0}\right)^2 + \left(\frac{2 C_H}{\Delta Z} \delta \phi\right)^2 + 2 \left(\frac{C_H}{H_0} \delta \phi\right)^2}$$

Dabei fällt auf, daß weder  $Z_0$  noch  $\delta Z_0$  erscheinen.

Legen wir  $H_0 = 20000 \gamma$ ,  $C_H = 5 \gamma / ''$ , eine Felddifferenz von  $\Delta H$  bzw.  $\Delta Z$  von  $5000 \gamma$  und eine Genauigkeit des  $H_0$ - Absolutwertes von  $\delta H_0 = \pm 2 \gamma$  und einen Fehler bei der Ablesung des Torsionswertes von  $\delta \phi = 0,1'$  zugrunde, so wird

$$\delta \Delta H = \delta \Delta Z = \pm 1,14 \gamma.$$

Tabelle I enthält für weitere Felddifferenzen und für andere  $H_0$ -Genauigkeiten den interessierenden Meßfehler:

**Tabelle I**

| $\Delta H$ bzw. $\Delta Z$ | $\delta \Delta H$ bzw. $\delta \Delta Z =$ |                                 |                                 |
|----------------------------|--|---------------------------------|---------------------------------|
|                            | für $\delta H_0 = \pm 1 \gamma$            | für $\delta H_0 = \pm 2 \gamma$ | für $\delta H_0 = \pm 4 \gamma$ |
| 2 000 $\gamma$             | $\pm 1,01 \gamma$                          | $\pm 1,02 \gamma$               | $\pm 1,08 \gamma$               |
| 5 000 $\gamma$             | $\pm 1,06 \gamma$                          | $\pm 1,14 \gamma$               | $\pm 1,44 \gamma$               |
| 10 000 $\gamma$            | $\pm 1,22 \gamma$                          | $\pm 1,50 \gamma$               | $\pm 2,29 \gamma$               |

Dabei ist zu beachten, daß eine Genauigkeitssteigerung durch zwei Methoden möglich ist:

1. Durch Meßwerthäufung, d. h. durch mehrfache Ablesungen von  $\phi$  - wie es auch in der Gebrauchsanweisung zum UTM empfohlen wird - ist eine Verkleinerung von  $\delta \phi$  und damit von  $\Delta H$  bzw.  $\Delta Z$  möglich.
2. Durch "Anschluß" an mehrere Stationen mit bekanntem  $H_0$  kann auch  $\delta H_0$  verkleinert werden. (Das vermessene Netz ist dann nach den bekannten Methoden auszugleichen.)

Es fehlt noch die Betrachtung des Einflusses von  $\Delta C_Z$ . Wir bekommen als Fehler

$$(33) \quad \delta \Delta C_Z = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta g}{g_0} \delta C_{Z_0}\right)^2 + \left(\frac{C_{Z_0}}{g_0} \delta \Delta g\right)^2 + \left(\frac{C_{Z_0} \Delta g}{g_0^2} \delta g_0\right)^2}$$

Jedes der drei unter der Wurzel stehenden Glieder soll getrennt betrachtet werden.

Das 1. Glied enthält  $\delta C_{Z_0}$ , das wiederum für sich abgeleitet werden muß. Unsere Gleichungen führen zu

$$(34) \quad \delta C_{Z_0} = \pm \sqrt{\delta Z_0^2 + \frac{Z_0^2}{H_0^2} (\delta H_0^2 + 2 C_H^2 \delta \phi^2)}.$$

Hier endlich erscheinen  $Z_0$  und  $\delta Z_0$ . Setzen wir  $Z_0 = 40\,000\gamma$  und (großzügig angesetzt:)  $\delta Z_0 = \pm 10\gamma$  neben den schon benutzten Zahlenwerten ein, so wird

$$\delta C_{Z_0} \approx \pm 10,8\gamma.$$

Multipliziert mit  $\frac{\Delta g}{g_0}$  ergibt das 1. Glied bei maximalem  $\Delta g = 5\,000\text{ mgal}$  nur etwa

$$\delta \Delta C_Z \approx 5 \cdot 10^{-2}\gamma,$$

ist also ohne Einfluß!

Das 2. Glied soll mittels einer kleinen Tabelle beurteilt werden.  $C_{Z_0}$  liegt im allgemeinen bei einigen 100 bis zu einigen 1000 $\gamma$ . Wir nehmen an, daß  $\Delta g$  auf 10, 100 oder 1000 *mgal* genau bekannt ist und erhalten die Tabelle II:

Tabelle II

| $\delta \Delta g$ | $\delta \Delta C_Z =$        |                          |
|-------------------|------------------------------|--------------------------|
|                   | bei $C_{Z_0} = 1\,000\gamma$ | $C_{Z_0} = 5\,000\gamma$ |
| 10 <i>mgal</i>    | 0,01                         | 0,05                     |
| 100 <i>mgal</i>   | 0,1                          | 0,5                      |
| 1 000 <i>mgal</i> | 1                            | 5                        |

Es resultiert daraus der Wunsch, daß  $\Delta g$  möglichst auf 100 *mgal* bekannt sein soll, eine Forderung, die in der Regel ohne Schwierigkeiten erfüllbar ist.

Das 3. Glied endlich erreicht mit den Maximalwerten  $g = 5\,000\text{ mgal}$ ,  $\delta \Delta g = 1\,000\text{ mgal}$  und  $C_{Z_0} = 10\,000\gamma$  den Wert  $\delta C_Z = \pm 5 \cdot 10^{-2}\gamma$ , ist also vernachlässigbar. Demnach ist nur das 2. Glied interessant, so daß für (33) in grober, aber genügender Näherung

$$(35) \quad \delta \Delta C_Z = \frac{C_{Z_0}}{g_0} \delta \Delta g$$

geschrieben werden kann.

In den Fehlergleichungen (31), (32) und (35) ist äußerst bemerkenswert, daß die Eichfeldkomponente  $Z_0$  und deren Fehler  $\delta Z_0$  nicht erscheinen, daß sie also praktisch ohne Einfluß auf die Güte der Meßergebnisse sind. Man wird sich demnach bei der Eichung mehr auf die  $H_0$ -Messung konzentrieren können und durch Meßwerthäufung eine maximale Genauigkeit zu erreichen versuchen.

Wir dürfen zusammenfassend feststellen, daß mit dem UTM bei der Messung von Felddifferenzen bis zu 10000  $\gamma$  eine Genauigkeit von etwa  $\pm 1\gamma$  erreichbar ist. Voraussetzung ist neben der selbstverständlichen Forderung der exakten und vorschriftsmäßigen Messung sowie der sorgfältigen Behandlung des Präzisionsinstrumentes eine möglichst genaue Kenntnis des Eichfeldes  $H_0$ . Die bekannte Tatsache, daß auch die ständigen Variationen des erdmagnetischen Feldes mit einem Fehleranteil in die Messung eingehen, sei hier nur am Rande erwähnt; die instrumentelle Leistungsfähigkeit wird davon nicht berührt.

### Literatur

- [1] Haalck, F.: Ein Universal-Torsionsmagnetometer zur Bestimmung von  $D$ ,  $H$  und  $Z$ . Sonderband der Z. f. Geophysik, 1953.  
 [2] Haalck, F.: Ein Torsionsmagnetometer zur Messung der Vertikalkomponente des erdmagnetischen Feldes. Askania-Warte Nr. 50/1956.

oder

A Torsions-Magnetometer for Measuring the vertical component of the earth's magnetic field. Geophysical prospecting, Vol. IV (1956) No. 4.



## Zur hypsographischen Kurve des Mondes

Von B. Brockamp, Münster <sup>1)</sup>

Die nachstehenden Ausführungen sind als verspätete Vorbemerkung zu [1] und [2] zu betrachten.

In dieser Zeitschrift haben H. C. Joksich [1], K. Brockhaus und H. C. Joksich [2] über die hypsographische Kurve des Mondes berichtet. Folgende Überlegungen, die auf das Jahr 1953 zurückgehen, waren Anlaß, sich mit diesem Gegenstand zu beschäftigen:

Die hypsographische Kurve der Erde zeigt bekanntlich zwei Maxima, eins bei 0 bis + 250 m, eins bei - 4000 bis - 5000 m, von denen das erste der mittleren Höhenstufe der Kontinente, das zweite der der Ozeane entspricht. In dieser zweigipfeligen Häufigkeitskurve könnte sich ein materialbedingter Stockwerkbau der Erdkruste ausdrücken und zwar derart, daß die Ozeanböden aus einem dichteren Material als die Kontinente bestehen. Gravimetrische und seismische Ergebnisse sprechen für die Richtigkeit dieser Interpretation:

Da die nach Höhe und Breite reduzierte Schwerkraft über Ozeanen und Kontinenten (mit Ausnahme weniger seismischer, d. h. tektonisch aktiver Streifen, die sich besonders auch in ihrem magneto-tellurischen Verhalten hervorheben sollten) gleich ist, müssen die über den Ozeanböden aufragenden Kontinente aus verhältnismäßig leichtem Material gebildet sein; unter dem Meeresboden muß Material größerer Dichte zur Kompensation des Massendefizits Meeresoberfläche - Ozeanboden vorhanden sein. Aus diesem Verlauf der Schwere über Ozean und Kontinent folgt ferner, daß die Erdkruste  $\pm$  isostatisch gelagert sein muß, sei es, daß die einzelnen Kontinente entsprechend ihrer mittleren Höhe verschieden tief in die Unterlage eintauchen (Airy), sei es, was m. E. das Wahrscheinlichere ist, daß sie aus Material unterschiedlicher Dichte bestehen (Pratt) und gleich tief eintauchen.

Die aus diesen Schwerkraftsmessungen gefolgerte Vorstellung über den Aufbau der Erdkruste wird besonders durch die bei Großsprengungen durchgeführten seismischen Beobachtungen unterstrichen. Nach den bisherigen, zwar noch vereinzelt Untersuchungen liegt in wenigen Kilometern unter dem Meeresboden eine Schicht, die die longitudinalen Wellen mit der Geschwindigkeit 8 km/sec leitet; eine Schicht mit gleicher Geschwindigkeit liegt unter den Kontinenten erst bei rund 30 km Tiefe. Über dieser, Kontinente und Ozeane unterlagernden  $\pm$  gleichartigen Schicht, liegen in den Kontinenten Gesteine mit Schallgeschwindigkeiten von 6,7 bis 6,5 km/sec und 6,0 km/sec sowie Sedimentgesteine.

Dieser, zunächst aus der hypsographischen Kurve der Erde nur gefolgerte durch die Ergebnisse gravimetrischer und seismischer Untersuchungen bestätigte

<sup>1)</sup> Prof. Dr. B. Brockamp, Inst. f. reine u. angew. Geophysik, Münster, Steinfurter Str. 107.

materialbedingte, Stockwerkbau der Erdkruste legte den Gedanken nahe, auch für den Mond, dessen Morphologie auf der uns zugekehrten Seite vollständig eingesehen werden kann, unabhängig von allen Hypothesen über Entstehung und Werdegang des Mondes, eine hypsographische Kurve aufzustellen, und aus ihrem Verlauf Hinweise über den Großbau seiner Oberfläche zu erhalten.

Sollte der Mond, dessen mittlere Dichte  $3,37 \text{ gr cm}^{-3}$  beträgt, eine ähnliche Entwicklung wie unsere Erde gehabt haben, und sollte insbesondere seine Kruste eine längere Abkühlungszeit durchlaufen haben, so könnten sich durch Differentiation "Kontinentalschollen" geringer Dichte von "Ozeanböden" mit dichterem Material abgesondert und sich  $+$  isostatisch eingestellt haben. In diesem Fall wäre auch für den Mond, auf dessen Oberfläche im Sonnenlicht helle und dunkle Gebiete, die sehr wahrscheinlich aus verschiedenartigem Gesteinsmaterial bestehen, unterschieden werden können, mit einer zweigipfeligen Kurve zu rechnen. Sollte hingegen die Mondkruste aus primär  $+$  einheitlichem Material bestehen, oder sollte wegen zu schneller Abkühlung eine weitreichende Differentiation und/oder isostatische Einstellung nicht stattgefunden haben, würde eine eingipfelige hypsographische Kurve wahrscheinlich sein.

Die Untersuchungen von K. Brockhaus und H. C. Joksč führen nun auf eine eingipfelige asymmetrische Verteilung. Da überraschenderweise z. Zt. keine zuverlässigen neueren Höhenkarten des Mondes existieren, konnte leider nur auf älteres Beobachtungsmaterial, dem größere Ungenauigkeit anhat, zurückgegriffen werden, so daß – worauf die Autoren auch ausdrücklich hinweisen – nicht zu weitgehende Schlüsse gezogen werden sollten.

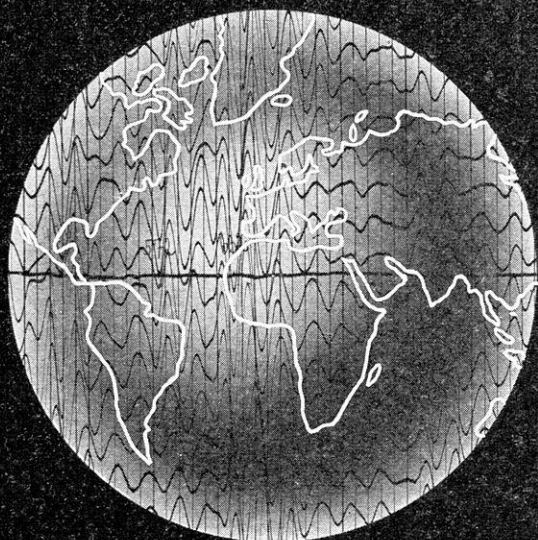
Es ist sehr zu begrüßen, daß z. Zt. vom Department of Astronomy der Universität von Manchester unter Mitwirkung des Observatoriums Pic du Midi mit Unterstützung des Geophysics Research Directorate der U.S. Air Force in Cambridge, Mass. ein großzügiges Vermessungsprogramm der Mondoberfläche durchgeführt wird, das eine zuverlässige topographische Karte des Mondes liefern wird. Aufnahmen aus größerer Mondnähe lassen wesentlich neues Beobachtungsmaterial unter Einschluß der Mondrückseite auch für die hypsographische Kurve des Mondes und damit über den Bau und Werdegang seiner Kruste erhoffen.

### Literatur

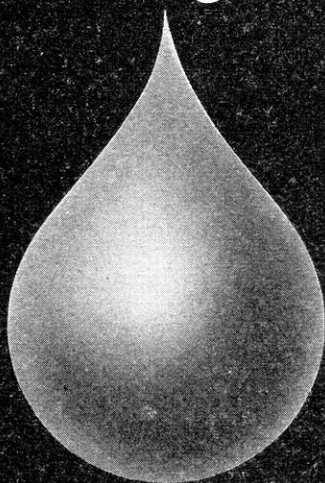
- [1] Joksč, H. C.: Die hypsographische Kurve des Mondes, Zs. f. Geophys. 23, 250 - 255 (1957).
- [2] Brockhaus, K. und H. C. Joksč: Bestimmung der hypsometrischen Kurve des Mondes aus Beobachtungen von J. Franz, Zs. f. Geophys. 26, 9 - 23 (1960).
- [3] Schrutka-Rechtenstamm, G.: Neureduktion der 150 Mondpunkte der Breslauer Messungen von J. Franz, S.-Ber. der öst. Akad. d. Wiss., Math. - nat. Kl. Abt. II, 167, 71 - 123 (1958).

ERDÖLPROSPEKTION

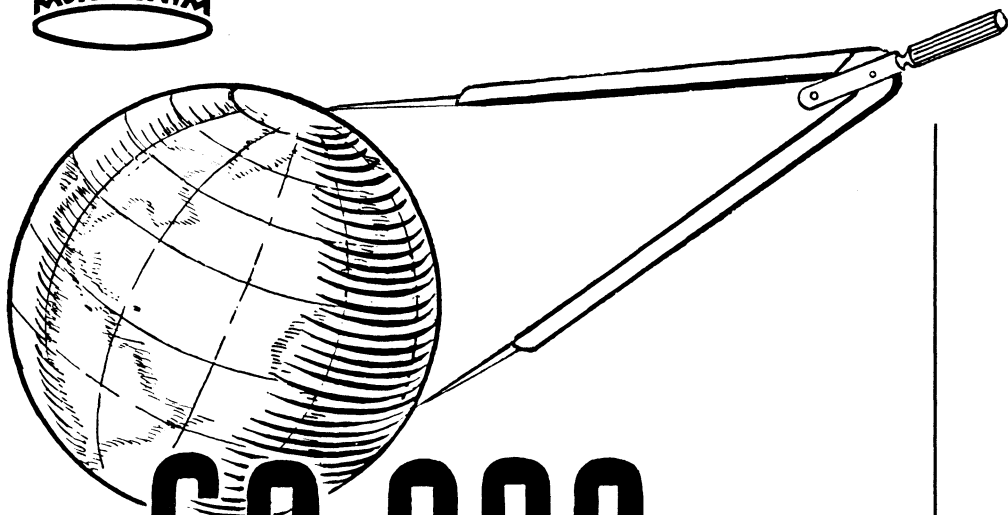
REICHHEIT



**PRAKLA**



HANNOVER · HAARSTRASSE 5 · RUF: 86661 · FERNSCHREIBER: 922847 · DRAHT: PRAKLA



**60 000  $\gamma$**

**DIREKTER MESSBEREICH**  
bei einer Meßgenauigkeit von ca.  $\pm 2 \gamma$

das kennzeichnet unter anderem das  
Torsions-Magnetometer, Bauart Gfz der  
Askania-Werke, Berlin.

außerdem:

Gravimeter, Registriermagnetometer, Nah-  
und Fernbeben-Seismographen.

Fordern Sie unsere ausführlichen Informationen!

CONTINENTAL ELEKTROINDUSTRIE AKTIENGESELLSCHAFT  
ASKANIA-WERKE · BERLIN-MARIENDORF