

“In den Naturwissenschaften, in der Technik und damit in der Mathematik sind zwei verschiedene Arten der Abhängigkeit einer Größe von einer anderen besonders wichtig. Die erste Größe kann im selben Verhältnis wachsen oder aber auch abnehmen, wie die andere zunimmt; sie kann ihr direkt oder umgekehrt proportional sein” (Kleine Enzyklopädie Mathematik, 1965, S.99).

A) Direkte Proportionalität

“Allgemein nennt man zwei Größen y und x zueinander direkt proportional, wenn ihr Verhältnis konstant ist. Fasst man diesen

$$\text{Direkt proportional: } \frac{y}{x} = \text{const} = c \text{ oder } y = c \times x$$

Zusammenhang als Funktionsgleichung auf, so ist ihre graphische Darstellung eine Gerade

durch den Ursprung des Koordinatensystems” (Kleine Enzyklopädie Mathematik, 1965, S.99).

Die Konstante c stellt hier jeweils den Anstieg der Geraden im Koordinatensystem dar.

B) Indirekte oder umgekehrte Proportionalität

„Allgemein nennt man zwei Größen y und x zueinander indirekt proportional, wenn ihr Produkt konstant ist. Fasst man diesen Zusammenhang als Funktionsgleichung auf, so ist deren graphische

$$\text{Indirekt proportional: } y \times x = \text{const} = c \text{ oder } y = \frac{c}{x}$$

Darstellung eine gleichseitige Hyperbel“ (Kleine Enzyklopädie Mathematik, 1965, S.99).

Diese Erklärung der Proportionalität in der Enzyklopädie ist zur Darstellung geologischer Zusammenhänge unzureichend.

Während in allen Naturwissenschaften die Proportionalität eine außerordentliche Rolle spielt fällt die Geologie dadurch auf, dass die Begriffe „proportional“ bzw. „Proportionalität“ zur Charakterisierung von Zusammenhängen keine Verwendung finden, obwohl in geologischen Profilen, graphischen Darstellungen oder Bildern die mathematische Eigenschaft der Proportionalität leicht nachweisbar ist. Die Ablehnung der mathematischen Begriffe in der Geologie hat erhebliche Konsequenzen.

Weil die Symbole $\{x; y; z\}$ bereits zur Darstellung räumlicher Zusammenhänge geologischer Körper

$$\text{Direkt proportional: } h \times m = 1 \text{ oder } h = \frac{1}{m}$$

vergeben sind, sollen hier die funktional zuordenbaren, geologischen Veränderlichen im dualen System mit $\{h$ und $m\}$ bezeichnet werden.

In der Geologie resultiert die direkte Proportionalität in allen symmetrischen Strukturen aus der Identität der Gesteinsmächtigkeit mit sich selbst, weil sich die Tiefe einer Gesteinsgrenze immer aus der Mächtigkeit der überlagernden Gesteinsschicht ergibt. D.h. in der Geologie ist die direkte Proportionalität ein Sonderfall mit der Steigung der Geraden von (1) im kartesischen Koordinatenkreuz $(h; m)$. Bisher erkennen Geologen eine Abstraktion geologischer Zusammenhänge auf den mathematischen Sonderfall einer funktionalen, direkten Proportionalität nicht an, obwohl geologische Darstellungen in der Form von Messergebnissen, geologischen Dokumentationen, Profilen u.a. diesen mathematischen Zusammenhang eindeutig belegen. Die Geologen befinden sich somit im Widerspruch, indem sie geologische Daten nach mathematischen Kriterien teilweise richtig behandeln, die mathematisch - geologisch richtigen Ergebnisse aber nicht mit den dazugehörigen mathematischen Definitionen erklären und somit die Auffassung vertreten, dass sich geologisches Denken von mathematischen Denken unterscheidet. Diesen Widerspruch finden wir z.B. in ausgeprägter Form bei

A.O. Ludwig (1984) „Bei vorübergehend eingeschränkter Sedimentzufuhr wird zeitweise infolge anhaltender tektonischer Senkung ein Becken vorgeformt, bis erneuter, klimatisch verstärkter Sedimenteintrag dieses weitgehend auffüllt; das heißt, es besteht dann keine lineare Beziehung zwischen Beckeneinsenkung und Sedimentaufhäufung. Nur im langfristigen Durchschnitt ergibt sich eine Proportionalität der Ergebnisse beider Prozesse.“

Die zitierte Schlussfolgerung ist teilweise unrichtig, das wird folgendermaßen erklärt:

Im Falle der Entstehung einer geologischen Vorabsenkung des Beckens ist diese mit Wasser gefüllt, das Volumen des Wasserinhalts der Vorsenkung ist proportional zur Absenkung des Beckenbodens. Wenn der Wasserinhalt der Vorsenkung später durch einen verstärkten Sedimenteintrag verdrängt wird, muss die entstehende jüngere Sedimentaufhäufung proportional sein.

Es besteht eine logische Folgerung: Wenn im „langfristigen Durchschnitt“ eines geologischen Sedimentationsprozesses Proportionalität besteht, sind alle Zwischenglieder des Sediments proportional.

Der Widerspruch entsteht durch eine unterschiedliche Bewertung der Bezugsebene (NN). Findet diese in den Bewertungen keine Berücksichtigung, indem man ausschließlich nur die Aufhäufung der Sedimente im Ablauf der Genese untersucht und dabei die Konstanz der Bezugsebene nicht beachtet, dann gibt es keine Proportionalität. Die Bezugsebene NN ist jedoch grundlegend für eine Vielzahl geologischer Begriffe, die ohne Bezugsebene (NN) inhaltslos wären, weil die Fakten zur inhaltlichen Darstellung oder Beschreibung dieser und Begriffe stets aus Messwerten bzw. Fakten bestehen, die immer von einer Null – Ebene aus angedacht oder gemessen werden müssen. In oben angeführtem Zitat sind das: *tektonische Senkung, Becken, Beckeneinsenkung, Sedimentaufhäufung, geologische Prozesse.*

$$\text{negativ proportional: } \frac{h - C}{m} = -1 \text{ oder } h = -m + C$$

Zyklen und Rhythmen in der Sedimentation u.a. geologische Begriffe sind dann Ausdruck besonderer Formen der Proportionalität und es bedarf zu deren

Erklärung keine Steuerfaktoren, so wie von A. O. Ludwig (1984) zur Diskussion gestellt. Allerdings charakterisieren dann Zyklen und Rhythmen die zeitliche und stoffliche Differenzierung der Gesteinsschüttung in das Sedimentbecken. Ob zur Erklärung dieser Schüttungen nicht weiter definierbare Steuerfaktoren notwendig sind, ist eine andere Frage. Aber es gibt einen weiteren proportionalen Zusammenhang, der in der Mathematik u.a. als reziprok bezeichnet wird. In der Geologie kann diese Eigenschaft bisher keine Berücksichtigung finden, weil eine Abgrenzung der Gesteine nach unten als ein natürlich geschlossenes System unüblich ist. Es gibt zwar den geologischen Begriff der „Paläosedimentationsebene“, die mit mathematisch „C“ identisch ist, die man jedoch in geologischen Betrachtungen bisher nicht konsequent einbezieht. Die Heranziehung einer parallelen Bezugsebene (C) zur Ebene (NN) ist eine Frage logischer Konsequenz. Benötigt man NN zur Ausführung von Messungen geologischer Körper, kann man beliebigen Werten geologischer Mächtigkeit konstante Beträge der Gesteinsmächtigkeit hinzufügen und somit Proportionalität herstellen.

Die Herstellung der Proportionalität durch die Teilung bzw. die Herstellung eines Ganzen beschreibt bereits Johannes Kepler (1571 – 1630).

KEPLER (1973, S. 176) erläutert darüber hinaus an einem Beispiel von Zahlen:

„Wenn man zu etlichen Zahlen, ohne Rücksicht auf ihre Größe, Gleiches addiert, dann liegt eine arithmetische Proportion vor. Z.B.:

	3	9	5	10	17	38
Dazu	3	3	3	3	3	3
	6	12	8	13	20	41

Um wie viel 6 größer ist als 3, um so viel (d.h. um so viele Einheiten) ist 12 größer als 9.“

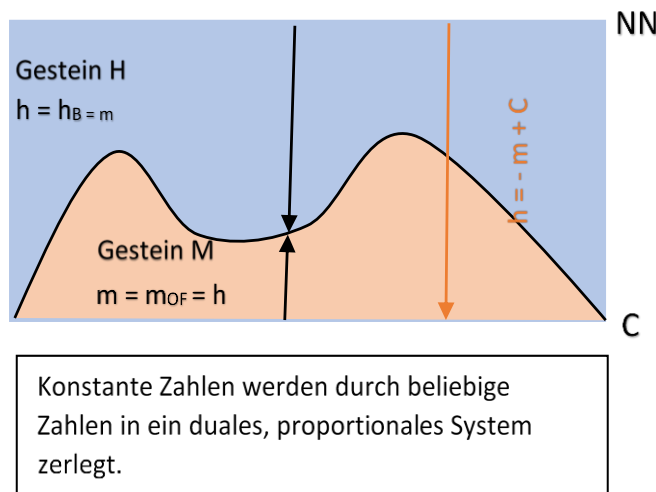
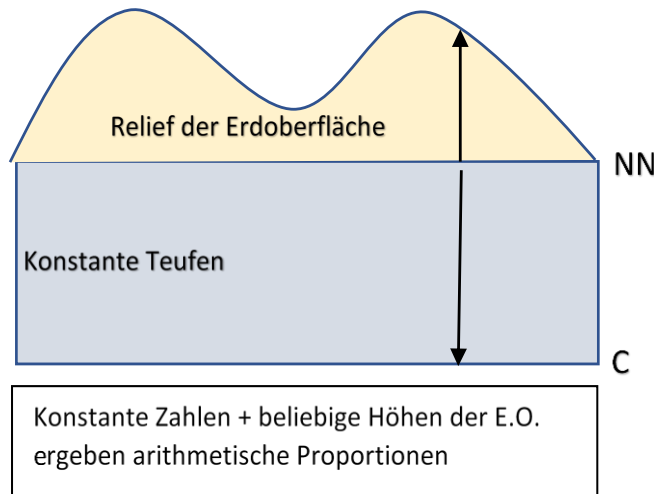


Abbildung 1

Hereinziehung mathematischer Proportionen in das Modell eines geologischen Raumes

Die Übertragung dieses Zahlenbeispiels auf den geologischen Raum (Offhaus 2006) begründet das natürlich geschlossene System der Geologie.

C) Negative Proportionalität

Sind im dualen System Gesteinsmächtigkeit (h) \leq der Gesteinsmächtigkeit (m), die Summe der Mächtigkeiten der Gesteine (h) und (m) und der Quotient (h/m) konstant, dann besteht ein weiterer linearer Zusammenhang, d.h. die Mächtigkeit des Gesteins (h) nimmt im gleichen Maß zu oder ab, wie das Gestein (m) ab oder zu nimmt. Auch hier handelt es sich um einen Sonderfall mit dem Anstieg der linearen Steigung von (-1) im kartesischen Koordinatenkreuz ($h; m$). Der Schnittpunkt der Geraden mit der Ordinate wird hier als C bezeichnet, er geht nicht, wie bei der direkten Proportionalität gefordert durch den Ursprung der Koordinaten (0;0), sondern durch den Punkt (0; C). In der Mathematik wird dieser Sonderfall der Proportionalität nicht weiter behandelt, weil er trivial ist. Jeder Zahl oder Veränderlichen kann entweder Plus (+) oder je nach Bedarf auch Minus (-) zugeordnet werden. In der Geologie ist der essenzielle Zusammenhang nicht trivial, er bedarf deshalb einer besonderen Beachtung und Berücksichtigung.

Innerhalb eines geologischen Vertikalprofils werden ein- und dieselbe Gesteinsgrenze häufig mehrfach angetroffen. Es treten dann mehrfach Punkte der Gesteinsmenge (h) auf, die jeweils eindeutig einem Punkt (m) der anderen Gesteinsmenge zugeordnet werden können. Außerdem ist die Gesteinsgrenze im doppelten Sinn eindeutig, weil sie die Eigenschaft ($h = m$) aufweist. Deshalb können Gesteinsgrenzen nicht als Funktionen dargestellt werden. Die Begriffe der Proportionalität sind aber in der Mathematik Eigenschaften von allgemeingültigen Funktionen, die Sonderfälle einschließen. In der

Mathematik		Geologie	
Direkte Proportionalität	plus minus	Geometrische Relation	Arithmetische Relation

Geologie muss deshalb der allgemeinere Ausdruck der Relation herangezogen werden, um die Zusammenhänge erklären zu können. Der mathematische Begriff der "direkten Proportionalität" wird zur Beschreibung der Flächen von symmetrischen Gesteinsgrenzen

und der Füllung symmetrischer, geologischer Strukturen benötigt, deshalb wird er in der Geologie als **geometrische Relation** bezeichnet, dieser ist mit der Rechenvorschrift der Äquivalenzrelation in der Mengentheorie identisch. Die "Negative Proportionalität" kann zur Ausführung von Berechnungen in symmetrischen, dualen geologischen Strukturen angewandt werden, weil sie den gesamten Raum des natürlich geschlossenen Systems erfasst (siehe Abb. 1), er wird deshalb in der Geologie als **arithmetische Relation** bezeichnet, er ist mit der Rechenvorschrift der Ordnungsrelation in der Mengentheorie identisch. Die Gesteinsgrenze mit der mathematischen Eigenschaft ($H_B = M_{OF}$) grenzt einerseits die unterschiedlichen Gesteine H und M voneinander ab, andererseits verbindet sie diese zu einer untrennbaren Einheit. Der trennende Zusammenhang bewirkt eine symmetrische Geometrie der Gesteinsformen H und M. Die Form des Gesteins H bestimmt die Form des Gesteins M, bzw. umgekehrt bestimmt die Gesteinsform M die Form des Gesteins H. Die eine Form ist das Negativ oder die Inversion der anderen Form. Aus der theoretischen Möglichkeit einer Bewertung der Gesteinsgrenze von oben (von NN aus) und von unten (von C) resultiert die Eineindeutigkeit der Gesteinsgrenze im mathematischen Sinn. Die Identität der Gesteine H und M mit sich selbst bewirken den Anstieg der Geraden von jeweils Eins (1) im kartesischen Koordinatenkreuz. Aus dieser theoretisch plausiblen Aussage folgt, dass der Anstieg der arithmetischen Relation in den kartesischen Koordinaten minus Eins (-1) sein muss.

Durch den Aufschluss der Erdgaslagerstätten im Rotliegenden der Altmark wurde bereits 1974 (Offhaus 1974, 1999) der negative Anstieg der Regression der Mächtigkeiten des Suprasalinar/ Salinar auf der Basis geologischer Daten von 79 Tiefbohrungen mit einem Betrag von $-0,99$ berechnet. Somit besteht in der Altmark quasi eine perfekte Übereinstimmung mit oben dargelegten theoretischen Erkenntnissen.

Quellenverzeichnis:

A.O. Ludwig (März/April Heft 2 1984). "Diskussion der Steuermechanismen zyklisch beziehungsweise rhythmisch aufgebauter Sedimentfolgen und paläotektonische Konsequenzen."

Zeitschrift für geologische Wissenschaften, S. 137 - 272.

Kleine Enzyklopädie Mathematik. (1965). Leipzig: VEB Bibliographisches Institut.

KEPLER, J. 1939: „Weltharmonik“

übersetzt und eingeleitet von Max CASPAR. Dritter, unveränderter reprographischer Nachdruck der Ausgabe von 1939; Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt 1973

Offhaus, H. E. 1974: „Beitrag zur Tektonik des suprasalinen Deckgebirges der Altmark.“

Diplomarbeit der Universität Leipzig vom 30. 07.1974

Offhaus, H. E. 1999: „Zur Möglichkeit natürlich geschlossener Systeme in der Geologie“

Z. geol. Wiss., 27(1/2),1 – 2, Berlin, Juli 1999

Offhaus, H. E. 2006: „Konsequenzen natürlich geschlossener Systeme“

Schriftlich vorgelegter Beitrag zum Kolloquium „Fortschritte der Geowissenschaften“ der Leibniz-Sozietät am 26.10.2006 anlässlich des 75. Geburtstages von Prof. Dr. Peter Bankwitz, Mitglied der Leibniz-Sozietät

