

| | | | | |
|-------|---------|-----------------|--------|-------------------------|
| TELMA | Band 49 | Seite 101 - 108 | 1 Abb. | Hannover, November 2019 |
|-------|---------|-----------------|--------|-------------------------|

Allgemeine und spezielle Strömungsgesetze mit ihren Proportionalitätskoeffizienten in Torfen

General and special laws of flow with their coefficients of proportionality in peat

VOLKER SCHWEIKLE

Schlüsselwörter: Hydrodynamik, Koeffizienten der Wasserleitfähigkeit, Bodenwasserpotenzial, strömendes und schießendes Fließen

Zusammenfassung

Bedingt durch gesetzliche Vorgaben ist die Einheit der Wasserleitfähigkeit k_D im Strömungsgesetz von Darcy volumenbasiert $\text{m}^3 \cdot \text{s} \cdot 10^{-4} \cdot \text{kg}^{-1}$ und massebasiert $10^{-1} \cdot \text{s}$. Mit der Energiedichte Ψ im darcyschen Gesetz sind die Einheiten nicht bilanzierbar, jedoch im Fallgesetz, das das darcysche beinhaltet. Die Voraussetzung der Nutzung des Gesetzes von Darcy und des Fallgesetzes einschließlich Reibung und Gefälle werden vorgestellt.

Abstract

Due to federal laws of the BRD the unit of the water conductivity k_D in the law of flow of water by Darcy based on the volume is $\text{m}^3 \cdot \text{s} \cdot 10^{-4} \cdot \text{kg}^{-1}$ and based on the mass is $10^{-1} \cdot \text{s}$. With the use of the potential Ψ in the law of Darcy a balance of the units is not possible, but in the law of fall, which includes the law of Darcy. The prerequisite of the law of Darcy and the law of fall including friction and slope are presented.

1. Einleitung

Das Strömungsgesetz von Darcy erlaubt nicht nur die Ermittlung des Volumen-, sondern auch des Masseflusses (SCHWEIKLE 2017). Gezeigt wird, wie sich der Proportionalitätskoeffizient dadurch verändert und welche Schreibweise des Gesetzes jeweils zulässig ist.

Lehrbüchern (HARTGE & HORN 2014, STAHR et al. 2016) folgend, wurde die Verknüpfung der potenziellen Energie des Wassers in Torfböden (hier: Gravitationspotenzial) mit dem darcyschen Gesetz übernommen (SCHWEIKLE 2017, 2018), was falsch und deshalb revidiert wird.

2. Volumen- und Massefluss im druckbasierten, darcyschen Gesetz

Die Strömungsrate des Wasservolumens beträgt

$$q_V = \frac{V}{A \cdot t} = k_{DV} \cdot \frac{m \cdot g}{A \cdot l} = k_{DV} \cdot \frac{h \cdot \rho \cdot g}{l} = k_{DV} \cdot \sin \alpha \cdot \rho \cdot g \quad (1)$$

(1a) (1b) (1c) (1d)

und die der Wassermasse

$$q_m = \frac{m}{A \cdot t} = k_D \cdot \rho \cdot \frac{m \cdot g}{A \cdot l} = k_{Dm} \cdot \frac{h \cdot \rho \cdot g}{l} \quad (2)$$

(2a) (2b) (2c)

mit den Strömungsraten $q_V / \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ und $q_m / \text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$, dem Wasservolumen V / m^3 , der Wassermasse m / kg , dem Probenquerschnitt A / m^2 , der Zeit t / s , den Wasserleitfähigkeiten a) volumenbasiert $k_{DV} / \text{m}^3 \cdot \text{s} \cdot 10^{-4} \cdot \text{kg}^{-1}$ und b) massebasiert $k_{Dm} / 10^{-1} \cdot \text{s}$, der Wasserhöhe h / m , der Dichte des Wassers $\rho / 10^3 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, der Erdbeschleunigung $g / 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, dem Fließgradienten l / m und dem Gefälle $\sin \alpha / -$.

Die Bilanz der Einheiten in (1) ergibt für (1a) mit (1c und 1d) jeweils $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, für (1b) auch, ist aber rechtsseitig um 10^{-3} zu groß und damit ist der Term (1b) im Gesetz (1) nicht zulässig. Die Bilanz der Einheiten in (2) ergibt für (2a und 2b) jeweils $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$; (2c) ist rechtsseitig um 10^{-3} zu groß und damit ist der Term (2c) im Gesetz (2) nicht zulässig. Im massebasierten Strömungsgesetz ist zwar der Fließgradient l enthalten, es fehlt aber die im Gesetz (1) enthaltene Richtung des Drucks.

Fazit: Ist die Zielgröße q Volumen bzw. Masse basiert, muss die Einflussgröße $m \cdot g \cdot A^{-1} \cdot l^{-1}$ ebenfalls Volumen, bzw. Masse basiert sein.

3. Das Matrixpotenzial W_{pot} im Strömungsgesetz von Darcy

Entsprechend Kapitel 2 wurden q_V und q_m (Zielgrößen) mit k_{DV} und k_{Dm} (Proportionalitätskoeffizienten = „Wasserleitfähigkeiten“) mit der Einflussgröße $\Psi \cdot dz$ ($\Psi = W_{\text{pot}} \cdot V_{Bo}^{-1} \triangleq$ der potentiellen Energie je Volumeneinheit Boden) in masse- und volumenbezogener Schreibung kombiniert.

Auch hier gilt wie beim darcyschen Gesetz: Ist die Zielgröße volumen-, bzw. massebasiert muss die Einflussgröße ebenfalls volumen-, bzw. massebasiert sein. Anders ist Einheitengleichheit von Ziel- und Einflussgröße nicht möglich. Für $\Psi \cdot dz^{-1} = m \cdot g \cdot h_{pot} \cdot dz^{-1} \cdot V_{Bo}^{-1}$ mit Streichen von V_{Bo} ist $W_{pot} \cdot dz^{-1}$ mit der Masse von Wasser m/kg , der Erdbeschleunigung $g/10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, dem Schwerpunkt der Energie der Lage (potenzielle Energie) h_{pot}/m , einem Gradienten dz/m und der potenziellen Energie W_{pot}/J . dz ist eine Richtungsangabe (senkrecht nach unten; nach oben?) und d deutet auf eine Strecke. Betrachtet man im Fallgesetz $W_{kin} = 1/2mv^2$ mit der Fallhöhe $W_{pot} = m \cdot g \cdot h$, dann ist im Fallen $v^2 \sim h$. Das heißt, dass h Gradient ist und nicht z und $W_{pot} = m \cdot g \cdot dh$ geschrieben werden muss. z ist also überflüssig und damit falsch. Damit ist Einheitengleichheit von Ziel- und Einflussgröße im darcyschen Gesetz mit eingefügter Energiedichte Ψ nicht möglich. Also sind meine Aussagen in der Telma 47, S.131, Kap. 2.3 und in der Telma 48, S 203-204, falsch. Ich bitte um Entschuldigung und Nachsicht.

Ψ ist in Energiebilanzen des Wasserhaushalts unverzichtbar.

4. Die Strömungsenergie der Wasserbewegung in Moorböden

Beim (reibung-)freien Fall wird die potenzielle Energie $W_{pot} = m \cdot g \cdot h_{max}/\text{J}$ vollständig in kinetische Energie $W_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2/\text{J}$ umgewandelt. Also ist

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h_{max} / \text{J}. \quad (3)$$

Der Strömungswiderstand (KUCHLING 2014) beträgt

$$F_R = c_R \cdot A \frac{\rho}{2} v_R^2 \quad \text{oder} \quad v_R^2 = \frac{2 \cdot m \cdot g}{c_R \cdot A \cdot \rho} = \frac{A \cdot h_R \cdot \rho \cdot 2}{A \cdot \rho \cdot c_R} \quad (4)$$

mit der Widerstandskraft F_R/N , dem Widerstandsbeiwert $c_R/-$, dem größten der Strömung entgegenstehenden Körperquerschnitt A/m^2 , der Dichte von Wasser $\rho/10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ und der Strömungsgeschwindigkeit $v/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. (3) und (4) umgeformt und kombiniert führt zu

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \Delta v^2 = m \cdot g \cdot (h_{max} - h_R), \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{2} \cdot m \cdot \Delta v^2 = m \cdot g \cdot \Delta h \cdot \left(1 - \frac{1}{0,05 c_R}\right)$$

oder, Hagen-Poiseuille nachempfunden,

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \Delta v^2 = m \cdot g \cdot \Delta h \left(1 - \frac{\mu_F}{\mu_M}\right) \quad (5)$$

mit der Reibungshöhe h_R/m den Widerstandsbeiwerten $\mu/-$, und den Indices für die Viskosität des Fluids F ($\frac{1}{\eta}$) und der Matrix M (k_{D0}) (SCHMIDT 1982, ZANKE 2014, FREIMANN 2014). Da $\frac{\mu_F}{\mu_M}$ von der tatsächlichen Strömungstrecke s/m abhängt (Abb. 1) folgt aus $\sin \alpha = \frac{\Delta h}{s}$ $\Delta h = s \cdot \sin \alpha$, und, in (5) eingesetzt, wird

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \Delta v^2 = m \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha \cdot \left(1 - \frac{\mu_F}{\mu_M}\right) \quad (5a)$$

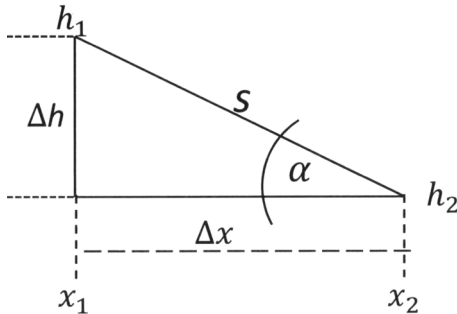


Abb. 1: Anordnung der Energien der Lage $h_{1,2}$, der Ortspunkte $x_{1,2}$, des Gradienten s und des Winkels α .
Order of the height of the potentials $h_{1,2}$, the places of $x_{1,2}$, the gradient s and the angle α .

Die Gesamtkraft $F_G = m \cdot g / N$ in (5) einer schiefen Ebene wird in die Hangabtriebskraft $F_H = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ und die Normalkraft (= Reibungskraft) $F_{N\mu} = m \cdot g \cdot \mu_z \cdot \cos \alpha$ aufgeteilt: $F_G = F_H + F_{N\mu}$.

Umgestellt ist

$$F_H = F_G - F_{N\mu} \quad \text{und mit } s \text{ erweitert wird}$$

$$m \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha = s \cdot m \cdot g - s \cdot m \cdot g \cdot \mu_z \cdot \cos \alpha.$$

$m \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha$ in (5a) durch $s \cdot m \cdot g - s \cdot m \cdot g \cdot \mu_z \cdot \cos \alpha$ ersetzt, bedingt

$$\frac{1}{2} m \cdot \Delta v^2 = s \cdot m \cdot g - s \cdot m \cdot g \cdot \mu_z \cdot \cos \alpha \left(1 - \frac{\mu_F}{\mu_M}\right)$$

$$\text{bzw.} \quad \frac{1}{2} m \cdot \Delta v^2 = s \cdot m \cdot g \left((1 - \mu_z \cdot \cos \alpha) \left(1 - \frac{\mu_F}{\mu_M}\right) \right) \quad (5b)$$

mit der gewichtsbedingten Reibung des Wassers μ_z auf dem Liegenden. $\Delta s_s = s_{s,max} - s_{\mu+z}$ (s indiziert die Strömungsstrecke) ist der minimal mögliche Ausdruck einer Energiebilanz, die nur noch durch Energiehöhen und deren Massemittelpunkt beschrieben wird.

Reduziert man Gleichung (5b) auf $\sin \alpha = \left(1 - \frac{\mu_F}{\mu_M}\right) (1 - \mu_z \cos \alpha) / -$, wenn $\frac{1}{2} m \Delta v^2 = m \cdot g \cdot \Delta h$ und $\Delta h = s \cdot \sin \alpha$ gesetzt und mit s , m und g gekürzt wird, ergibt sich die Grundstruktur des Gesetzes. (Es gilt: μ_z wird für $\cos \alpha$, mit $\alpha = 0^\circ$, 1 gesetzt und ist α proportional.)

Hinweis: Beim Strömen von Wasser in ungesättigten Böden variiert je Volumeneinheit Boden der Wassergehalt, d.h. in der Geometrie des Strömungsraums ist das Wasservolumen je Volumeneinheit Boden nicht konstant. Dies erfordert eine Mischungsrechnung der Energiedichten, in der Bindungsenergien des Wassers berücksichtigt werden.

Δv_s^2 ist die kinetische Energie des abströmenden Wassers und entspricht den Volumina der „Luftkapazität = Porenvolumen – Feldkapazität“, bzw. dem Abtropfgewicht eines Bodenkörpers bei minimaler Probenlänge und Zeit. Der Winkel α beträgt in der Waagrechten 0 und in der Senkrechten 90°. Damit beschreibt die Energiebilanz in Gleichung (5b) das Fließen von Wasser nicht nur in der Senkrechten nach unten, sondern auch im Gefälle von 0-90°.

Das Strömungsgesetz mit der Bedingung $v^2 \sim h$ gilt allgemein. Das Strömungsgesetz von Darcy ist darin ein Spezialfall für feinkörnige Matrices und das von Hagen-Poiseuille darin wiederum für Röhren runden Querschnitts in denen $v \approx \sim h$ wird, was bei

$\left(1 - \mu_z \cdot \cos \alpha\right) \left(1 - \frac{\mu_F}{\mu_M}\right) > 0$ und ungefähr $< 0,05$ der Fall ist.

Wasserwirtschaftler bezeichnen das Fließen von Wasser bei ca. 0,05 bis > 0 als paraboloidiform strömend und bei ca. 0,05 als hyperboloidiform schießend (HILDEBRANDT & TROMBA 1987, SCHMIDT 1982). Nach ZANKE (2014) definieren sie die Grenze zwischen Strömen und Schießen auch mit der Froude-Zahl $Fr = \frac{v}{\sqrt{g \cdot h}}$ mit $Fr < 1 \triangleq$ Strömen, $Fr > 1 \triangleq$ Schießen, mit der Grenze $Fr = 1$, was aber auch von Reibung und Gefälle abhängt, d.h. v^2 muss s proportional sein und es gilt $v^2 = 2g \cdot s \left(\sin \alpha + \frac{\mu_F}{\mu_M}\right)$, d.h. der Grenzwert 0,05 (siehe oben) ist variabel. Das Druck und Volumen basierte, darcysche Gesetz differenziert langsame Strömungen im tolerablen Bereich und ist in der Moor- und Bodenhydrologie in der Regel das Strömungsgesetz der Wahl. Bei $\Delta v_s^2 = 0$ strömt Wasser nicht mehr aus einem Moor ab. Weitere Wasserverluste sind dann der Verdunstung geschuldet. Negative Energien gibt es nicht, es sei denn bei Temperaturen < 0 K. Reibungsenergie zwischen Wassermolekülen im Wasser und an einer Matrix wird in Wärme umgewandelt. Die Energie kann bezogen werden auf

- die Masse mit $\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot m_{Bo}} / \frac{m^2}{2 \cdot s^2}$ oder
- das Volumen mit $\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot V_{Bo}} / \frac{kg}{2 \cdot m \cdot s^2}$.

Bei quell-schrumpfenden Böden aus Torf und Ton variiert des Bodenvolumen, was ein Referenzvolumen erfordert, da sonst gegen das Gesetz von der Erhaltung der Energie verstoßen wird.

5. Wasserströmung in Mooren

Der Wasserhaushalt von Mooren wird von EGGELSMANN (1990), SUCCOW & JESCHKE (1990) und SUCCOW & JOOSTEN (2001) ausführlich behandelt.

Hangmoore können sich nur entwickeln, wenn der Zufluss, d.h. Schüttung von Quellen, Hangzugwasser u.Ä. kontinuierlich und langsam strömend angeliefert wird und nicht ins Schießen kommt, was Erosion mit Eintiefung des Gerinnes bedingt und zur Dränage der Uferbereiche führt und damit die Entwicklung von Hangmooren verhindert.

Am Rand des Plateaumoores (Grindenmoor) der Hornisgrinde (Schwarzwald; Lage: $48^{\circ} 36' 10,63''$ N, $8^{\circ} 12' 19,74''$ E; Klima: \bar{o} mtl. Niederschlag 170 ± 45 mm (≈ 2000 mm im Jahr)) zur Karwand mit $\geq 70^{\circ}$ Gefälle kommt das abfließende Oberflächenwasser des Moores ins Schießen. Dabei entstehen vom Gehänge her Erosionsrinnen, die, rückschreitend zwar einige 10er Meter in das Moor hineinreichen, es in seinem Bestand aber nicht gefährden.

Nach dem Verlanden des Wurzacher Sees (Abfluss $47^{\circ} 54' 39''$ N, $9^{\circ} 53' 55''$ E, Haidgauer Quellseen $47^{\circ} 53' 47''$ N, $9^{\circ} 50' 47''$ E) wurde der Abfluss im WSW der Grundwasserquellen aus dem wärmzeitlichen Sander der Haidgauer Heide vegetations- und gefällebedingt so stark behindert, dass die Randbereiche vernässten und das Niedermoor 850 m weit auf die Schotter transgredierte (der Uferwall des ehemaligen Sees liegt unter 2 m Torf, laut Moorkataster der Landesanstalt für Umwelt Baden-Württemberg (LUBW)). Die Oberfläche des Grundwassers im Sander wurde um 2 m angehoben. Es unterströmt die Niedermoor torfe und tritt artesisch in den Haidgauer Quellseen ca. 400-500 m vom Moorrand entfernt im Moor zu Tage. Das Seebecken ist mit feinkörnigem, mineralischen, gering durchlässigen Material ausgekleidet und unterlagernde Niedermoor torfe durch die Auflast eingesunkener Hochmoorschilde (kartiert 1964/65 durch die Profs. Dr. Kh. Göttlich und E. Schlichting, Institut für Bodenkunde an der Universität Stuttgart-Hohenheim, Moorkataster der LUBW) so komprimiert, dass darin nur sehr niedrige Wasserströmung zu erwarten ist (laut mündlicher Mitteilung von Frau Karin Keßler von Hydro-Consult, Dresden, betragen die Strömungsgeschwindigkeiten im Katotelm andernorts 10^{-9} m \cdot s $^{-1}$).

In dränierten Mudden mit Schrumpfrissen nach längerer Trockenheit fließt das Wasser nach heftigen Gewitterregen in den Schrumpfrissen schießend den Vorflutern zu und in den Prismen strömend.

Möglicherweise ist das fingerförmige Versickern von Wasser in grobkörnigen Substraten oder Abfließen an Hängen bedingt durch höhere Fließgeschwindigkeiten mit einem Druck-/Energieabfall im „Finger“, so dass unter höherem statischen Druck bzw. potenzieller Energie stehendes Wasser dem Wasser mit niedererem Druck bzw. potenzieller Energie zuströmt und infolge der Oberflächenenergiedichte (veraltet: Oberflächenspannung) bei geringerer Fließgeschwindigkeit der „Finger“ nicht zu Tropfen zerreißt.

6. Literaturverzeichnis

- EGGELSMANN, R. (1990): Moor und Wasser. – In: GÖTTLICH, K.-H. (Hrsg.): Moor- und Torfkunde, 3. Aufl.; Stuttgart (Schweizerbart).
- FREIMANN, R. (2014): Hydraulik für Bauingenieure, 3. Aufl.; München (Fachbuchverlag im Hanser-Verlag).
- HILDEBRANDT, S. & TROMBA, A. (1987): Mathematische Grundmuster des Vollkommenen; Heidelberg (Spektrum).
- HARTGE, K.H., HORN, R., BACHMANN, J. & PETH, ST. (2014): Einführung in die Bodenphysik, 4. Aufl.; Stuttgart (Schweizerbart).
- KUCHLING, H. (2014): Taschenbuch der Physik, 21. Aufl.; München (Fachbuchverlag Leipzig im Hanser Verlag).
- SCHMIDT, M. (1982): Hydraulik, Kap. 5.4.1.2 und 5.6.2; – In: BRETSCHNEIDER, H., LECHER, K. & SCHMIDT, M. (Hrsg.): Taschenbuch der Wasserwirtschaft, 6. Aufl.; Hamburg, Berlin (Parey).
- SCHWEIKLE, V. (2017): Grundlagen der Wasserbewegung nach Darcy in Moor und Torf. – *Telma* **47**: 129-138; Hannover.
- SCHWEIKLE, V. (2018): Das Matrixpotenzial im Strömungsgesetz von Darcy. – *Telma* **48**: 203-204; Hannover.
- STAHR, K., KANDELER, E., HERMANN, L. & STRECK, Th. (2016): Bodenkunde und Standortlehre, 4. Aufl.; Stuttgart (Ulmer).
- SUCCOW, M. & JESCHKE, L. (1990): Moore in der Landschaft; Frankfurt, Thun (Harri Deutsch).
- SUCCOW, M. & JOOSTEN, H. (2001) (Hrsg.): Landschaftsökologische Moorkunde, 2. Aufl.; Stuttgart (Schweizerbart).
- ZANKE, C.E. (2014): Hydraulik. – In: LECHER, K., LÜHR, H.-P. & ZANKE, C.E. (Hrsg.): Taschenbuch der Wasserwirtschaft, 9. Aufl.; Wiesbaden (Springer).

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr. V. Schweikle
 Ebertstraße 12a
 D-69190 Walldorf
 E-Mail: volker.schweikle@gmail.com

Manuskript eingegangen am 1. April 2019

