

**Veröffentlichungen  
der Reichsanstalt für Erdbebenforschung in Jena**

Herausgegeben vom Direktor **Oscar Hecker**

**Heft 17**

(Sonderdruck aus Gerlands Beiträgen zur Geophysik,  
Ergänzungshefte für Angewandte Geophysik Bd. 2 Heft 2/3)

---

**Beobachtungsverfahren und Apparaturen  
für sehr genaue relative Schwere-  
und Zeitmessungen**

(Jenaer geophysikalische Forschungsarbeiten,  
unterstützt von der Notgemeinschaft  
der Deutschen Wissenschaft)

Von

**O. Meißer, H. Martin und Th. Gengler**

(Mit 110 Figuren)



---

Leipzig

A k a d e m i s c h e V e r l a g s g e s e l l s c h a f t m. b. H.

1 9 3 1



**Veröffentlichungen**  
**der Reichsanstalt für Erdbebenforschung in Jena**

Herausgegeben vom Direktor **Oscar Hecker**

**Heft 17**

(Sonderdruck aus Gerlands Beiträgen zur Geophysik,  
Ergänzungshefte für Angewandte Geophysik Bd. 2 Heft 2/3)

---

**Beobachtungsverfahren und Apparaturen**  
**für sehr genaue relative Schwere-**  
**und Zeitmessungen**

(Jenaer geophysikalische Forschungsarbeiten,  
unterstützt von der Notgemeinschaft  
der Deutschen Wissenschaft)

Von

**O. Meißer, H. Martin und Th. Gengler**

(Mit 110 Figuren)



---

Leipzig

Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H.

1 9 3 1





# Beobachtungsverfahren und Apparaturen für sehr genaue relative Schwere- und Zeitmessungen<sup>1)</sup>.

(Jenaer geophysikalische Forschungsarbeiten, unterstützt von der  
Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft.)

Von

**O. Meißer, H. Martin und Th. Gengler, Jena.**

(Mit 110 Figuren.)

## Inhalt:

### I. Pendel und Schwingungsdauer-Beobachtungsverfahren.

O. Meißer.

§ 1. Die Anwendungsgebiete des Pendels . . . . .	4
§ 2. Die geometrische Pendelform . . . . .	9
§ 3. Das Minimalpendel . . . . .	11
§ 4. Bewegliche Massen am Pendel.	
a) Der Einfluß einer punktförmigen Zusatzmasse . . . . .	15
Beispiele:	
a) Wie genau müssen die Dimensionen eines stabförmigen Minimalpendels eingehalten werden? . . . . .	18
β) Der Einfluß eines Überzugs auf $T$ . . . . .	19
b) Verschiebung einer Masse . . . . .	19
§ 5. Das Abgleichen der Pendel.	
a) Berechnung. . . . .	21
1./2. Zylindrischer Pendelkörper . . . . .	22
3. Schneidenkörper . . . . .	23
4./5. Spiegel . . . . .	24
b) Experimentelle Abstimmung.	
a) Schwerpunktsbestimmung mit Beispiel . . . . .	25
β) Grobabstimmung mit Beispiel . . . . .	27
γ) Feinabstimmung mit Beispiel . . . . .	29
§ 6. Die Pendelschneide.	
1. Schneidenradius und Schwingungsdauer . . . . .	34
2. Das logarithmische Dekrement . . . . .	35
3. Schneide und Niveau . . . . .	38
§ 7. Der Temperaturkoeffizient.	
1. Pendelmaterial . . . . .	39

<sup>1)</sup> Zum Teil vorgetragen in Potsdam, Tagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft, Sept. 1930 (MEISSER, MARTIN, GENGLER); in Kopenhagen, Tagung der Baltisch Geodätischen Kommission, Okt. 1930 [MEISSER<sup>43)</sup>]; in Dresden, Gauvereinstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, Jan. 1931 [MEISSER, MARTIN<sup>17)</sup>].

2. Theorie der Temperaturkompensation . . . . .	40
3. Elektrische Temperaturmessung.	
a) Theorie . . . . .	47
b) Ausgeführte Apparatur.	
$\alpha$ ) Thermometer . . . . .	53
$\beta$ ) Meßbrücke . . . . .	54
4. Heizkasten . . . . .	60
§ 8. Das Schwingungsdauer-Beobachtungsverfahren.	
a) Theorie.	
1. Das Prinzip . . . . .	61
2. Nulllinie und gedämpfte Schwingung . . . . .	62
3. Elimination aller Nullpunktkorrekturen.	
$\alpha$ ) Parallele Nulllinie zur Zeitachse . . . . .	64
$\beta$ ) Nulllinie beliebig zur Zeitachse . . . . .	65
b) Registrierapparat (technische Ausführung).	
1. Lichtschreiber. . . . .	67
2. Zeitmarkierer.	
$\alpha$ ) Stimmgabelzeitmarkierer . . . . .	69
$\beta$ ) Einfaches „Resonanzrelais“ . . . . .	72
§ 9. Der Pendelapparat . . . . .	73

## II. Das photographische Koinzidenzverfahren und das Pendel als Zeitmesser.

H. Martin.

§ 1. Physikalische Meßmethoden zur Vergleichung zweier Schwingungsdauern.	
a) Direktes Schwingungsdauerverfahren . . . . .	74
b) Das Schwebungsverfahren . . . . .	74
§ 2. Verallgemeinerung des Schwebungsverfahrens durch das Koinzidenzverfahren . . . . .	75
§ 3. Apparatur zur automatischen Aufnahme von Koinzidenzen . . . . .	82
a) Der Pendelapparat . . . . .	84
b) Der Lichtgeber (Koinzidenzapparat) . . . . .	84
c) Der Registrierapparat. . . . .	85
d) Aufnahmen . . . . .	86
§ 4. Auswertung von photographisch aufgenommenen Koinzidenzkurven.	
a) Modifiziertes BERGERSches Verfahren . . . . .	90
b) Bestimmung der Nulllinie und des Koinzidenzintervalles mit Hilfe der Tangentenschnittpunkte . . . . .	97
c) Bestimmung des Koinzidenzmomentes ohne Kenntnis der Nulllinie . . . . .	100
d) Überschlagesweises Bestimmen des Koinzidenzintervalles aus der Amplitude der Koinzidenzkurve und dem Abstand zweier aufeinanderfolgender Punkte. . . . .	106

e)	Berechnung der Amplitude der Koinzidenzkurve aus dem Koinzidenzintervall und dem Abstand zweier Punkte . . . . .	106
f)	Auswertung unter Benutzung des Einzelblitzes . . . . .	107
§ 5.	Dauernder Vergleich der Schwingungsdauer einer astronomischen Pendeluhr mit der Schwingungsdauer eines freischwingenden Pendels	108
§ 6.	Vergleich der Schwingungsdauer einer Stimmgabel mit der eines frei schwingenden Pendels . . . . .	113
§ 7.	Amplitudenkorrektur . . . . .	116
§ 8.	Einfluß eines Magnetfeldes auf die Schwingungsdauer eines magnetisierbaren Pendels . . . . .	120
§ 9.	Direkte Bestimmung der Schwingungsdauer einer Stimmgabel mit Hilfe von Koinzidenzen . . . . .	123
§ 10.	Das schwingende Pendel als Zeitmesser . . . . .	126
a)	Genauigkeit von Pendel- und Relaiskontakt . . . . .	127
b)	Genauigkeit eines Relais, welches durch Stromimpulse gesteuert wurde, die mit Hilfe eines freischwingenden Pendels und einer Photozelle erzeugt wurden . . . . .	128
c)	Radkontakt von RIEFLER 479 . . . . .	132
d)	Länge eines Kontaktes . . . . .	132

### III. Das freie Pendel als Zeitnormale äußerster Präzision.

Th. Gengler.

§ 1.	Die bisher erreichte Genauigkeit in der Bestimmung der Zeiteinheit	136
§ 2.	Die astronomischen Präzisionsuhren . . . . .	137
1.	Die Fehler der bisherigen Konstruktionen . . . . .	138
2.	Neuere Konstruktionen astronomischer Uhren . . . . .	141
§ 3.	Die Anwendung des freien Pendels für Zeitmessungen und seine Korrekturen . . . . .	144
1.	Das besonders invariable Minimalpendel . . . . .	145
2.	Die Amplitudenkorrektur . . . . .	145
3.	Der Temperaturkoeffizient . . . . .	148
4.	Die Luftdichtekorrektur . . . . .	150
5.	Das Mitschwingen des Pendelstativs. . . . .	150
6.	Der Einfluß des Mondes auf die Schwingungsdauer . . . . .	151
7.	Die Korrektur auf die Meereshöhe . . . . .	152
§ 4.	Die Chronographen hoher Präzision . . . . .	152
§ 5.	Der berührungsfreie Kontakt . . . . .	153
1.	Der kapazitive Pendelkontakt von LEJAY . . . . .	154
2.	Der photoelektrische Uhrkontakt von FERRIÉ . . . . .	155
§ 6.	Ein lichtelektrischer Kontakt für vielseitige Verwendung . . . . .	156
1.	Die optische Anordnung . . . . .	157
2.	Die Verstärkungseinrichtung für die lichtelektrischen Ströme . . . . .	159
3.	Die Anwendung der Selenzelle . . . . .	164
4.	Die Anwendung der Photozelle . . . . .	168
§ 7.	Literaturanhang zu III . . . . .	172

IV.	Literaturverzeichnis . . . . .	173
-----	--------------------------------	-----

# I. Pendel und Schwingungsdauer-Beobachtungsverfahren.

O. Meißer.

## § 1. Die Anwendungsgebiete des Pendels.

Die Lehre vom gewöhnlichen Pendel gilt wohl seit Anfang dieses Jahrhunderts in der Physik als abgeschlossen und für so gut durchgebildet, daß man auch experimentell außer den traditionsmäßig in jedem Lehrbuch stehenden üblichen Pendelversuchen kaum einige Andeutungen über die sonstigen Anwendungen findet, die das Pendel in den der Physik benachbarten naturwissenschaftlichen Gebieten erfahren hat. Die meßtechnischen Anforderungen einiger solcher wichtiger Aufgaben haben dazu geführt, die theoretischen Grundlagen für

praktische experimentelle Arbeiten weiter auszubauen und das „frei schwingende“ Pendel zu einem physikalischen Präzisionsinstrument auszubilden.

Die „Halbschwingung“\*)  $T$  eines „mathematischen“ Pendels von der Pendellänge  $l = AM$  (s. Fig. 1) ist durch die Relation

$$(1) \quad T = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

näherungsweise gegeben, wobei  $g$  die wirksame Schwerkraft bedeutet. Aus der Verknüpfung einer Zeit ( $T$ ) mit einer Länge ( $l$ ) und der Schwere  $g$  lassen sich leicht die Verwendungsmöglichkeiten des Pendels als Zeitmesser für Uhrkonstruktionen und andererseits als Instrument für Schweremessungen verstehen.

Die absolute Bestimmung von  $g$  erfordert eine Zeit- und Längenmessung. Man benutzt dazu die Form des Reversionspendels. Die bisher genaueste Messung von  $g$  in Potsdam<sup>3)</sup> hat eine Genauigkeit in  $\Delta g/g$  von  $\pm 3 \cdot 10^{-6}$  erreicht. Bei dem jetzigen Stand der Längenmessung und durch den Übergang zu einer etwas günstigeren Form des Reversionspendels könnte man ohne sehr viel Aufwand  $1 \cdot 10^{-6}$  in  $\Delta g/g$  erhalten. Der absolute Wert von  $g$ , wie er zur Zeit bestimmt ist, dürfte für alle wissenschaftlichen Fragen noch genau genug sein.

\*) Da man im Gegensatz zu der in der Physik üblichen Bezeichnung beim Pendel mit „Schwingungsdauer“ nur eine halbe Periode versteht, soll nach einem Vorschlag<sup>2)</sup> die halbe Periode  $T$  mit „Halbschwingung“ benannt werden. In den Formeln bezeichnet  $T$  die halbe und  $T' = 2T$  die volle Periode.

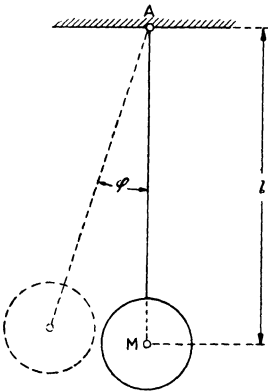


Fig. 1.  
Mathematisches Pendel.

Für ausgedehnte Untersuchungen der Schwere auf der Erde bedient man sich der relativen Schweremessungen. Die Pendellänge  $l$  wird konstant gehalten, und die Änderung  $\Delta T$  der Halbschwingung  $T$  ergibt bekanntlich nach (1)

$$(2) \quad \frac{\Delta g}{g} = \mp \frac{2\Delta T}{T}$$

eine entsprechende Änderung  $\Delta g$  der Schwerkraft. Die erreichte Genauigkeit in  $\Delta g$  wird in zusammenfassenden Literaturberichten zu  $\pm 1 \cdot 10^{-6}$  angegeben. Die meisten Beobachter erreichen jedoch im Mittel nur eine Genauigkeit von  $\pm 1.5 - 2.0 \cdot 10^{-6}$ . Um diesen Wert zu erhalten, ist bei dem üblichen STERNECKSchen visuellen Beobachtungsverfahren und der Verwendung von nach Zeitsignalen korrigierten Uhren im Gelände eine Häufung der Beobachtung nötig und somit eine relativ lange Beobachtungszeit. Bei der Verwertung der Ergebnisse zu Untersuchungen über die Erdgestalt und über den isostatischen Aufbau der obersten 100 km unserer Erdkruste kann man mit der obigen Genauigkeit vollkommen auskommen, da die Unsicherheit durch Korrekturen und sonstige Reduktionen jede größere Genauigkeit für ganz große Gebiete illusorisch machen würde. Eine Genauigkeitssteigerung wirkt sich demnach hier nur in einer wesentlichen Verkürzung der Beobachtungszeit aus. Zudem muß der Uhrgefahr durch den Gebrauch gemeinsamer drahtloser Zeitmarken möglichst eliminiert werden. Neuere Versuche in dieser Richtung sind für Landmessungen von BERROTH <sup>4)</sup>, BERGER <sup>5)</sup> <sup>6)</sup>, MADER <sup>6)</sup>, LEJAY <sup>7)</sup>, MAHNKOPF <sup>8)</sup>, SCHMEHL <sup>9)</sup> und den Verfassern selbst unternommen worden. Die in der Literatur erreichte Genauigkeit beträgt ca.  $1 \cdot 10^{-6}$  [s. <sup>4)</sup> und <sup>6)</sup>].

Die „Feinstruktur“ des Schwerefeldes besonders innerhalb kleinerer Gebiete zu untersuchen, ist die Aufgabe der gravimetrischen Methoden der angewandten Geophysik. Bisher bediente man sich ausschließlich der Drehwaage von EÖTVÖS, um aus dem horizontalen Gradienten  $\partial g / \partial s$  die relativen Schwereunterschiede zwischen den Orten  $P_1$  und  $P_2$  gemäß

$$(3) \quad g_2 - g_1 = \Delta g_{1,2} = \int_1^2 \frac{\partial g}{\partial s} \cdot ds$$

abzuleiten. Dieses Verfahren hat überall da seine Berechtigung, wo es sich um sehr dichte Drehwaagemessungen innerhalb kleiner Gebiete handelt. Will man jedoch größere Strecken in kurzer Zeit auf Ab-

weichungen vom normalen Schwereverlauf untersuchen, so ist in erster Linie z. Z. das Pendel geeignet. Hat man so die Stellen der Schwere- störung lokalisiert, dann lohnt es sich, hinterher die Drehwaage für ein- gehende Messungen zu benutzen und mit den Pendelmessungen zu kombinieren. Die Genauigkeitsforderung für solche relative Schwere- untersuchungen läßt sich nach MEISSER<sup>10)</sup> leicht an dem Beispiel einer unendlichen Stufe herleiten. Die Schwerestörung einer unendlich breiten und langen Schicht beträgt<sup>11)\*)</sup> (s. Fig. 2)

$$(4) \quad \Delta g_x = k \cdot (\sigma_2 - \sigma_1) \cdot d \cdot \pi \left\{ 1 + \frac{2}{\pi} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\frac{x}{d}}{1 + \frac{h}{d}} - \right. \\ \left. - \frac{2}{\pi} \cdot \frac{h}{d} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\frac{x}{d}}{\left(\frac{x}{d}\right)^2 + \frac{h}{d} + \left(\frac{h}{d}\right)^2} + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{x}{d} \cdot \ln \frac{\left(\frac{x}{d}\right)^2 + \left(1 + \frac{h}{d}\right)^2}{\left(\frac{x}{d}\right)^2 + \left(\frac{h}{d}\right)^2} \right\}$$

Dabei bedeuten:  $\sigma_i$  das spezifische Gewicht,  $k$  die Gravitationskonstante,  $d$  die Dicke und  $h$  die Tiefe der Schicht. Der Koordinatenursprung liegt

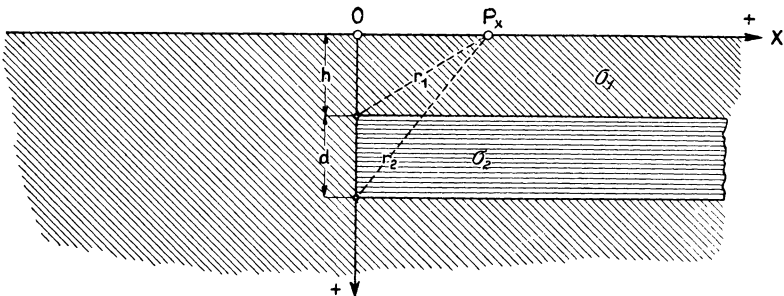


Fig. 2. Stufe.

in 0 über der Stufe. In Fig. 3 ist der Schwereverlauf für verschiedene Tiefen  $h$  gezeichnet. Die Werte von  $\Delta g$  sind in 0, über dem Rand, und für  $x = \infty$  unabhängig von  $h$  (falls  $h \geq 0$ ), es ist

$$(5) \quad 2 \Delta g_{x=0} = \Delta g_{x=\infty} = k (\sigma_2 - \sigma_1) \cdot 2\pi d.$$

\*) Die Formel in <sup>10)</sup> muß heißen

$$\Delta g = k (\sigma_2 - \sigma_1) \left\{ d(\pi + 2a_2) - 2h(a_1 - a_2) + 2x \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} \right\};$$

um einen evtl. Vorzeichenfehler zu vermeiden, ist (4) mit den entsprechenden arctg-Ausdrücken geschrieben.

Bei einer üblichen Meßgenauigkeit von  $0.001 \text{ cmsec}^{-2} = 1 \text{ mgal}^*$ ) kann man noch die Anziehungswirkung einer Platte ( $x \gg d$ ) von 119 m Dicke beobachten, wenn ihr Dichteunterschied gegenüber dem Nebengestein 0.2 beträgt. Da aber für praktische geologische Aufschlußarbeiten bereits eine Schichtdicke von ca. 20 m noch feststellbar sein

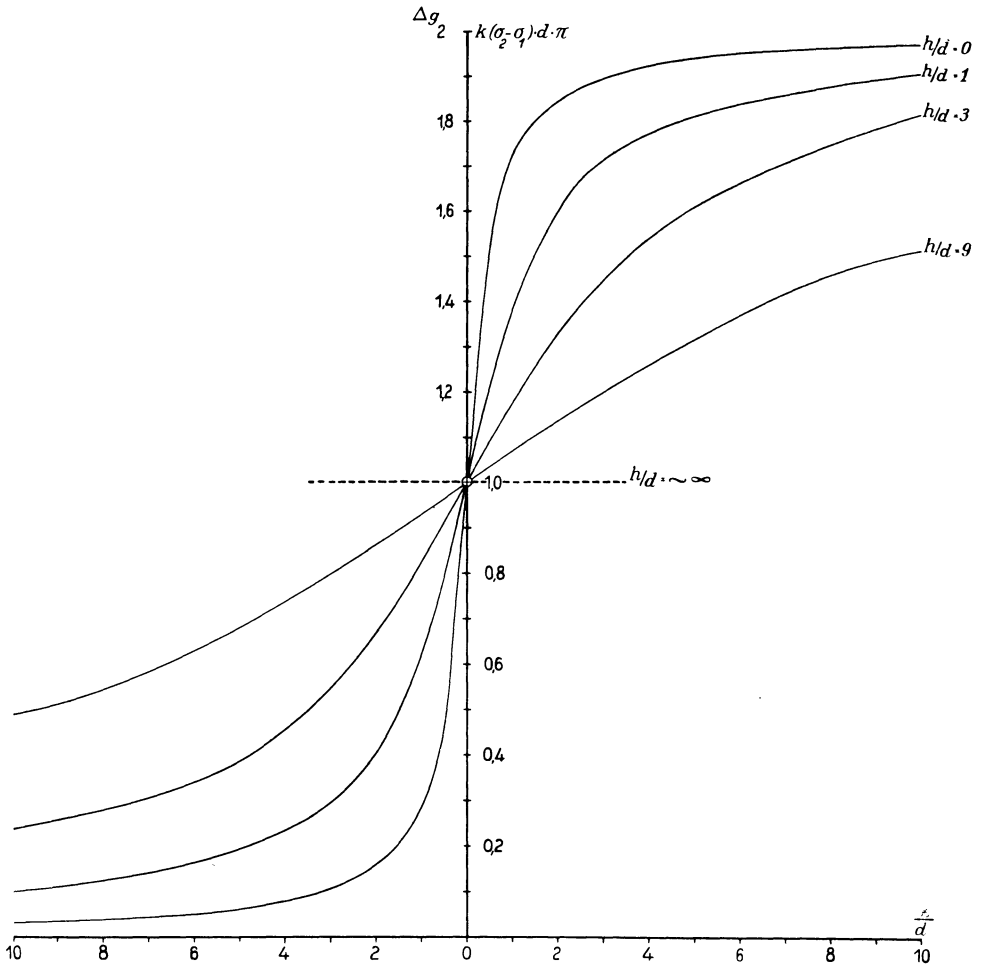


Fig. 3. Schwereverlauf ( $\Delta g$ ) über verschieden tiefen Stufen.

soll ( $\Delta \sigma \sim 0.2$ ), so ergibt sich die Forderung auf eine Genauigkeit von ca. 0.2 mgal, d. h. eine relative Sicherheit in  $g$  von  $2 \cdot 10^{-7}$ . Dieselbe Größenordnung in  $\Delta g$  erhält man nach (3), wenn über die Gradienten (Genauigkeit ca.  $2 \cdot 10^{-9}$  CGS = 2 Eötvös) längs 1 km =  $10^5$  cm

\*) 1 gal = 1 cm sec<sup>-2</sup>.

1 mgal = 0.001 cm sec<sup>-2</sup>.

integriert wird. Diese große Genauigkeit für  $\Delta g/g = 2 \cdot 10^{-7}$  erfordert nach (2) eine Schärfe in  $\Delta T$  von

$$(6) \quad \Delta T = T \cdot 10^{-7} \text{ sec.}$$

Aus wirtschaftlichen Gründen ist außerdem zu beachten, daß die Pendelmessungen nur kurze Zeit dauern dürfen, um an einem Tage mehrere Stationen messen zu können. Es ist klar, daß die alte visuelle Methode mit ihrer auf statistischer Grundlage erreichten Genauigkeit für eine solche Verfeinerung kaum in Betracht kommen dürfte. Es wurden daher von MEISSER und MARTIN<sup>10)</sup> Beobachtungsverfahren entwickelt, wo bereits die Einzelmessung in einer Stunde die geforderte Sicherheit in  $\Delta T$  gibt. Selbstverständlich muß auch die Pendelapparatur entsprechend der hohen Anforderung an Präzision gut entwickelt sein, um alle Fehlerquellen und die üblichen Korrekturen auf ein Minimum zu reduzieren; ein Bestreben, das bereits bei den einzelnen Neukonstruktionen für geodätische Schweremessungen in den letzten Jahren zutage getreten ist [NAGAOKA<sup>12)</sup>, KOHLSCHÜTTER<sup>13)</sup>, CONYNGHAM<sup>14)</sup>, VENING-MEINESZ<sup>15)</sup>]. Eine besonders im Hinblick auf die oben geforderte Genauigkeitssteigerung für gravimetrische Aufschlußmessungen gebaute Apparatur ist von MEISSER<sup>16)</sup> in Verbindung mit dem entsprechenden Beobachtungsverfahren entwickelt worden.

Das Pendel kann andererseits noch als Zeitmesser benutzt werden. Man beobachtet  $T$  und läßt  $l$  und  $g$  — soweit die Schwere selbst nicht zeitlichen Schwankungen unterworfen ist — konstant. Für genaue relative Zeitmessungen kann man ein frei schwingendes Pendel benutzen, ohne daß man eine Zeitanlage zu unterhalten braucht. Dasselbe invariable Pendel, das man für relative Schweremessungen benutzt, dient als „Zeitnormale“, wie von MEISSER und MARTIN<sup>17)</sup> näher dargelegt wurde. Das Bestreben in der Physik, Stimmgabeln, schwingende Quarze und sonstige Frequenznormalen auf ihre Konstanz zu untersuchen, gibt dem frei schwingenden Pendel eine weite Anwendungsmöglichkeit als Sekundennormale, die unseren jetzigen astronomischen Uhren in manchen Beziehungen wohl überlegen sein dürfte.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die relativen Schweremessungen für invariable Pendel allgemein die Forderung aufstellen, die Schwingungsdauer innerhalb der kürzesten Zeit mit anderen Schwingungen (zweites Pendel an einem anderen Ort) auf  $10^{-7}$  genau zu vergleichen. Dieses Problem erfordert, einfache Beobachtungsverfahren zu entwickeln, die diese Bedingung bereits auch für eine einzelne Messung selbst im Gelände erfüllen, ohne daß man wie bisher mit einer äußerst



knappen Beobachtungsgenauigkeit die letzte Sicherheit der Ergebnisse statistisch herausholen muß. Andererseits ist damit die weitere Forderung verknüpft, die Pendel und die sonstige Apparatur so durchzubilden, daß unter Berücksichtigung aller theoretischen und experimentellen Verbesserungen die möglichen Fehlerquellen weitgehend ausgeschaltet werden dürften. Die Lösung der einzelnen Aufgaben wird im folgenden von den jeweiligen Bearbeitern beschrieben werden. Es ist eine ausführliche Darstellung gewählt worden, um auch einem etwas Außenstehenden die Möglichkeit zu geben, die neuen Methoden kennen bzw. selbst ausüben zu lernen. Außerdem glaube ich, daß einigen der angestellten experimentellen bzw. theoretischen Untersuchungen ein Interesse zukommt, das in manchen Fällen wegen der sonstigen Anwendungsmöglichkeiten für allgemeine Zeitmessungen (Physik) über den engeren Rahmen des gestellten Themas beträchtlich hinausgehen dürfte.

§ 2. Die geometrische Pendelform.

Die Genauigkeit der relativen Schwere- bzw. Zeitmessungen ist nach (1) durch die Konstanz des Pendels ( $l = \text{const}$ ) bedingt. Es wird daher bei allen Pendelkonstruktionen die größte Sorgfalt auf diesen Punkt zu verwenden sein. Für ein physikalisches Pendel — das „mathematische“ Pendel ist nur ein theoretischer Grenzfall — ist die nach (1)  $l$  entsprechende Größe die „reduzierte“ Pendellänge. Sie ist durch

$$(7) \quad l = \frac{K_0 + s^2 \cdot M}{s \cdot M} = \frac{K_A}{s \cdot M}$$

gegeben, wobei (s. Fig. 4)  $K_0$  das auf den Schwerpunkt  $S$  ( $K_A$  das auf

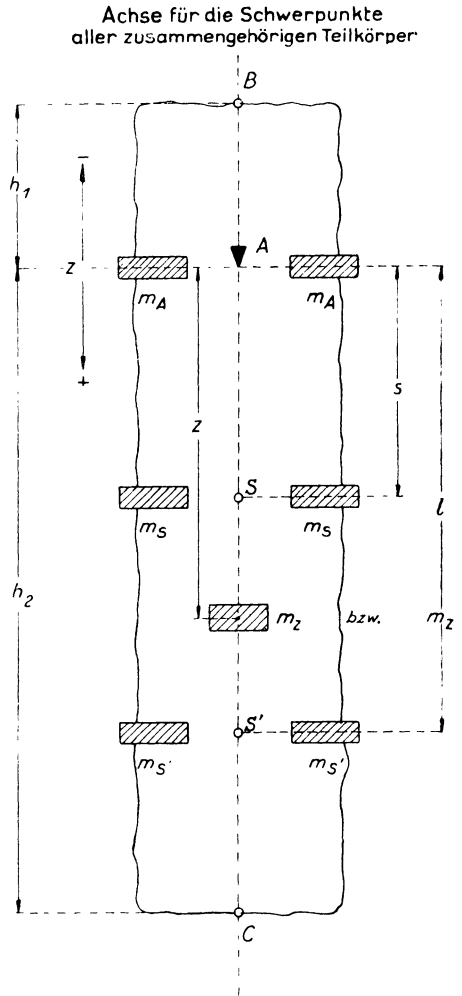


Fig. 4. Physisches Pendel.

die Schneide  $A$ ) bezogene Trägheitsmoment zu einer der Schneide  $A$  parallelen Achse bezeichnet,  $M$  bedeutet die Gesamtmasse des Pendels und  $s$  den Abstand  $SA$ . Bis heute hat sich im Prinzip die Pendelform erhalten, die VON STERNECK<sup>18)</sup> seinen ersten Halbs Sekundenpendeln gegeben hat (s. Fig. 5). In ihrer Form ähneln sie mit der relativ dünnen Stange  $St$  und der doppelkonusförmigen Linse  $L$  einem mathematischen Pendel. Es spricht auch eine theoretische Überlegung für diesen Typ. Da diese Pendel frei schwingen, wird man danach trachten, bei einer vorgegebenen Masse  $M$ , Amplitude  $\varphi$  und Halbschwingung  $T$  die Energie des schwingenden Körpers recht

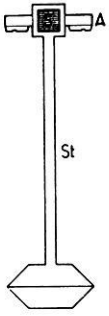


Fig. 5. Form eines STERNECK-Pendels ca. 1 : 8.

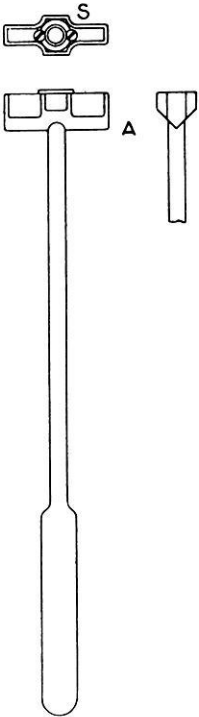
groß zu machen, um eine möglichst lange Beobachtungsdauer zu gewährleisten. Da die Gesamtenergie dem Trägheitsmoment\*)  $K_A$  bzw. dem Ausdruck  $l \cdot s \cdot M$  nach (7) proportional ist (die anderen Größen sollen je nach der obigen Voraussetzung konstant bleiben), so wird man versuchen,  $s$  den größtmöglichen Wert zu geben. Der Schwerpunktsabstand  $SA = s$  (s. Fig. 4) kann sich aber nur zwischen den Grenzen

$$0 < s < l$$

bewegen; mithin hat  $K_A$  seinen größten Wert  $\sim l^2 \cdot M$  für  $s \sim l$ . Aus dieser einfachen energetischen Überlegung ergibt sich ein besonderer Vorteil für die Pendelform, wenn sie möglichst weit dem theoretischen Grenzfall des mathematischen Pendels nahekannmt. Bei den gebräuchlichen STERNECK-Halbs Sekundenpendeln ist  $l \sim 25$  cm und  $s \sim 23$  cm. Auch bei dem Wolframpendel (s. Fig. 6) von NAGAOKA<sup>12)</sup> wird im Prinzip die obige Form beibehalten.

Bereits WILSING<sup>19)</sup> weist darauf hin, daß die übliche Form (s. Fig. 5) wegen der dünnen Stange, die die relativ schwere Pendellinie trägt, wenig günstig ist. Aus diesem Grunde empfiehlt er eine Scheibenform (s. Fig. 7). Zum ersten Male wird hier bewußt die „Minimeigenschaft“ des Pendels betont, da der Abstand Schwerpunkt—Schneide = halbe reduzierte Pen-

Fig. 6. Wolframpendel nach NAGAOKA, ca. 1 : 5.



\*) Die kinetische Energie des Pendels ist in seiner tiefsten Lage  $\varphi = 0$  (s. Fig. 1)  $\frac{K_A}{2} \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{\varphi=0}^2$ , wobei  $t$  die Zeit und  $\varphi$  die Amplitude bedeutet.

dellänge gewählt wird. Dieses Achatpendel ist dann wieder in Vergessenheit geraten.

Erst neuerdings ist von SCHULER\*\*) und noch früher von LICHTENECKER\*)\*\*) wieder auf das „Minimumprinzip“ hingewiesen worden. Dieser sehr wichtige Grund, kleine Schneidenverlagerungen konstruktiv bereits unschädlich zu machen, hat zu der naheliegenden Stabform der Schwerependel bei KOHLSCHÜTTER<sup>22)</sup> und MEISSER<sup>16)</sup> geführt. Es sollen im folgenden kurz die einzelnen Überlegungen wiedergegeben werden, die beim Bau der Jenaer Pendel (s. Fig. 7a) beachtet wurden und die zu der noch näher angegebenen Konstruktion geführt haben.

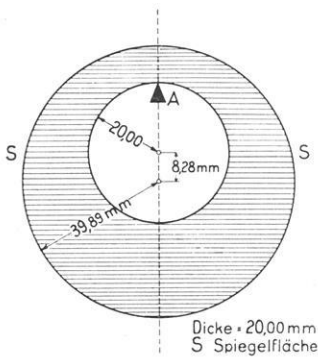


Fig. 7.  
Scheibenpendel von WILSING,  
ca. 1 : 3.

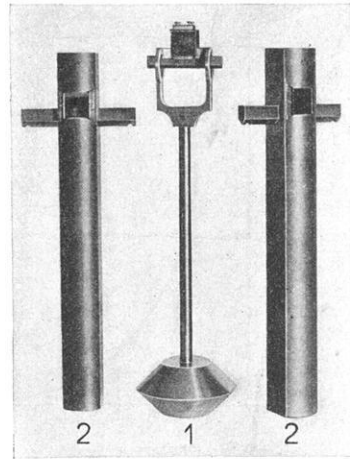


Fig. 7 a. 1 = STERNECK-Halbsekundenpendel. 2 = Stabförmiges Minimalpendel, ca. 1 : 7.

### § 3. Das Minimalpendel.

Für die Konstanz der „invariablen“ Schwerependel ist in erster Linie die reduzierte Pendellänge  $l$  (7) maßgebend. Da für relative  $g$ -Messungen eine Sicherheit von  $\Delta g/g = 2 \cdot 10^{-7}$  angestrebt werden soll, so muß eine Änderung von  $l$  um  $dl$  nach

$$(8) \quad \frac{dl}{l} = \frac{\Delta g}{g}$$

kleiner als  $2l \cdot 10^{-7}$  sein, d. h. es muß für

\*) Herr Prof. Dr. K. LICHTENECKER besaß die Freundlichkeit, mich auf der Gautagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Dresden, Jan. 1931, auf seine interessante Arbeit <sup>21)</sup> aufmerksam zu machen.

\*\*) Beide Autoren haben unabhängig von <sup>19)</sup> die Minimumeigenschaft ebenfalls gefunden.

$$\begin{array}{lll}
 T \sim 0.5 \text{ sec} & l \sim 250 \text{ mm} & dl < 5 \cdot 10^{-5} \text{ mm} = 0.05 \mu \\
 T \sim 0.4 \text{ sec} & l \sim 160 \text{ mm} & dl < 3.2 \cdot 10^{-5} \text{ mm} = 0.03 \mu
 \end{array}$$

eingehalten werden. Die bei STERNECKSchen Halbsekundenpendeln erreichte Konstanz dürfte nach KOHLSCHÜTTER<sup>23)</sup> ungefähr eine Zehnerpotenz niedriger liegen. Einen Teil der Inkonstanz in  $l$  kann man wohl auf evtl. Verlagerungen bzw. Schwankungen der Schneidenauflage zurückführen. Für diese Fehlerquelle ist mathematisch nach (4) der Abstand (s. Fig. 4)  $SA = s$  in Betracht zu ziehen. Betrachtet man nach

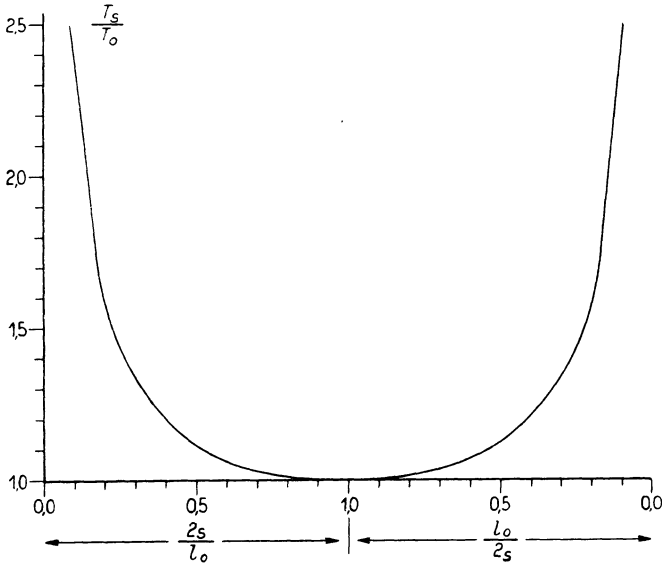


Fig. 8. Schwingungsdauer und Schwerpunktsabstand.

SCHULER<sup>20)</sup> die reduzierte Pendellänge  $l$  in Abhängigkeit von  $s$ , so bekommt man den in Fig. 8 dargestellten bekannten Kurvenverlauf. Für den Schneidenabstand

$$s_0 = \sqrt{\frac{K_0}{M}}$$

hat die Pendellänge  $l$  ein Minimum  $l_0$ , die Entfernung  $SA$  ist dann

$$(8a) \quad s = \frac{l_0}{2}.$$

Für dieses ausgezeichnete Pendel, „Minimalpendel“, erhält man wegen des Minimums für  $T$  in bezug auf  $s$  bei geringen Verschiebungen der Schneide um  $\varepsilon$  nur eine sehr kleine Änderung in  $l$  bzw. in  $T^*$ ). Hat man

\*) Für  $s_0 = \frac{l_0}{2} \pm \varepsilon$  wird<sup>16)</sup>

es mit einem Pendel zu tun, das die Minimumbedingung nur bis auf die Größe  $a$  erfüllt, und bezeichnet  $\varepsilon_1$  die evtl. Schneidenverlagerung, so wird diese günstige Eigenschaft je nach der Größe von  $a$  herabgesetzt. In Fig. 9 sind die den Schneidenverschiebungen  $\varepsilon_1$  entsprechenden Schwingungsdaueränderungen  $\Delta T_{a, \varepsilon_1}$  für die Abweichungen  $a$  (mm) gezeichnet, wenn  $T = 0.405$  sec ist\*). Man sieht aus den Kurven ---

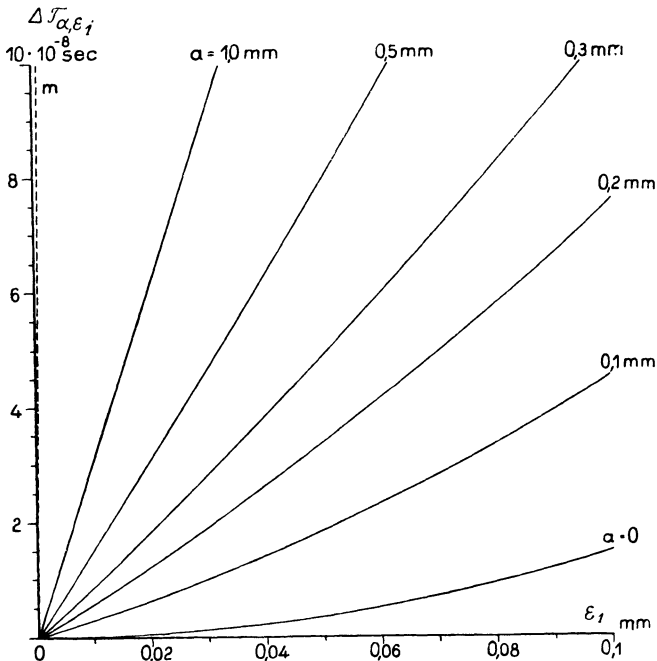


Fig. 9. Schwingungsdaueränderung durch Schneidenverlagerung ( $\varepsilon_1$ ) bei theoretischen ( $a = 0$ ) und praktischen ( $a \neq 0$ ) Minimalpendeln.

$a = 0$  entspricht einem theoretischen Minimalpendel und  $m$  (-----) einem mathematischen Pendel, dem ungünstigsten Grenzfall —, daß man die Bedingung  $s = \frac{l}{2}$  möglichst gut ( $a < 0.1$  mm) einhalten muß,

$$(9) \quad \Delta l_{\pm \varepsilon} = l_{\pm \varepsilon} - l_0 = + 2 \left( \frac{\varepsilon}{l_0} \right)^2 \cdot l_0 \cdot \left\{ 1 \mp 2 \left( \frac{\varepsilon}{l} \right) \right\}$$

$$(10) \quad \Delta T_{\pm \varepsilon} = T_{\pm \varepsilon} - T_0 = + \left( \frac{\varepsilon}{l_0} \right)^2 \cdot T_0 \cdot \left\{ 1 \mp 2 \left( \frac{\varepsilon}{l} \right) \right\}.$$

\*) Für  $s_0 = \frac{l_0}{2} + a \pm \varepsilon_1$  wird die Änderung in  $l$  bzw.  $T$  für  $\varepsilon_1$  <sup>24)</sup>

$$(9a) \quad \Delta l_{a, \pm \varepsilon_1} = 2l_0 \cdot \left\{ \pm 2 \frac{\varepsilon_1}{l_0} \cdot \frac{a}{l_0} + \left( \frac{\varepsilon_1}{l_0} \right)^2 \right\}$$

$$(10a) \quad \Delta T_{a, \pm \varepsilon_1} = T_0 \cdot \left\{ \pm 2 \frac{\varepsilon_1}{l_0} \cdot \frac{a}{l_0} + \left( \frac{\varepsilon_1}{l_0} \right)^2 \right\}.$$

wenn für die obige geforderte Genauigkeit aus Sicherheitsgründen evtl. vorkommende beträchtliche Schneidenverschiebungen (bis zu ca. einigen  $\frac{1}{100}$  mm) unschädlich gemacht werden sollen. Für die Konstruktion solcher Pendel kommt also außer (7) noch die Minimumbedingung (8a) hinzu. Die Berücksichtigung dieser Forderung in einfacher Weise wird in § 5 gezeigt.

Um sich von der Größe solcher Pendel eine Vorstellung zu machen, sollen einige Angaben gemacht werden. Selbstverständlich hängen die Dimensionen von der Form ab. Für invariable Schwerependel empfiehlt es sich kaum, die WILSING-

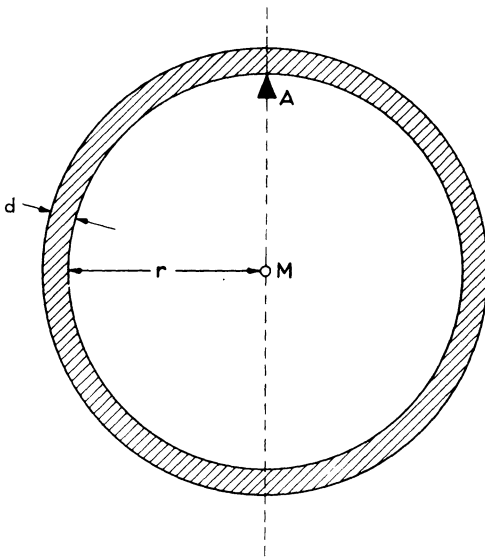


Fig. 10.

Reifenpendel nach LICHTENECKER.

sche<sup>19)</sup> Scheibenform (s. Fig. 7) oder das von LICHTENECKER<sup>21)</sup> behandelte Reifenpendel (s. Fig. 10) zu benutzen, da, obwohl die Längenabmessungen ( $2r \sim l$ ) sich in der Größenordnung von  $l$  wie beim STERNECKSchen Pendel halten, m. E. längliche Pendel sich wegen ihrer Konstanz besser eignen dürften. Geht man von der Forderung aus, eine möglichst gleichmäßige Gestalt zu erhalten, so kommt man konsequenterweise zu einer zylindrischen Stange. Für Überschlagsrechnungen empfiehlt es sich, einen dünnen Stab zugrunde zu legen, um so einen ungefähren Anhalt für die

Längendimensionen zu erhalten. Bezeichnet man (s. Fig. 4) mit  $h_1$  den oberen Teil  $AB$  und mit  $h_2$  die unterhalb der Schneide gelegene Länge  $AC$ , so erhält man für ein stabförmiges Pendel (Profildurchmesser  $\ll$  Pendellänge), dessen reduzierte Pendellänge  $l = \frac{T^2 \cdot g}{\pi^2}$  vorgegeben ist,

$$(11) \quad \begin{cases} h_1 = \frac{1}{2} (\sqrt{3} - 1) \cdot l = 0.366 \cdot l \\ h_2 = \frac{1}{2} (\sqrt{3} + 1) \cdot l = 1.366 \cdot l \end{cases} \quad h_1 + h_2 = \sqrt{3} \cdot l = 1.732 \cdot l,$$

d. h. solche Minimalpendel sind 73% größer als die entsprechenden mathematischen Pendel. Um für die neuen Pendel ungefähr die Abmessungen der üblichen Halbsekundenpendel beizubehalten, wurde

eine Schwingungsdauer von  $T \sim 0.4$  sec, d. h.  $l \sim 16$  cm und  $h_1 + h_2 \sim 28$  cm gewählt (s. Fig. 7a). Es sei aber an dieser Stelle ausdrücklich erwähnt, daß die „Minimalpendel“ außer dem Vorteil, die Schwingungsdauer gegen evtl. Schneidenverlagerungen möglichst unempfindlich zu machen, gegenüber den üblichen Pendeln keine besonderen theoretischen Sonderheiten aufweisen, wie sich im folgenden Abschnitt zeigen läßt.

#### § 4. Bewegliche Massen am Pendel.

Von den Pendeln wird die äußerste Konstanz in ihren Dimensionen und für die Masse verlangt. Um einen Überblick über die Wirkungsweise verschiedener Zusatz- bzw. Defektmassen an den einzelnen Stellen zu erhalten, sollen einige Betrachtungen in dieser Richtung gegeben werden. Die mathematischen Rechnungen, empfiehlt es sich, stets recht allgemein zu halten, um die Ergebnisse nicht auf eine besondere geometrische Form zu beschränken. Zu diesem Zweck führt man neben der Pendellänge  $l$  noch den Abstand Schwerpunkt—Schneide  $SA = s$  ein (s. Fig. 4). Es werde im folgenden

$$(12) \quad s = j \cdot l$$

gesetzt, wobei  $0 < j < 1$  ist. Für ein mathematisches Pendel ist  $j = 1$ , während ein Minimalpendel nach (8a) durch  $j = \frac{1}{2}$  gegeben ist.

a) Zunächst soll der Einfluß einer relativ kleinen (punktförmigen) Zusatzmasse  $m_z$  (s. Fig. 4) in der Entfernung  $z$  von der Schneide  $A$  untersucht werden. Die Koordinate  $z$  ist nach dem Schwerpunkt zu, d. h. unterhalb von  $A$  positiv, über  $A$  hinaus negativ zu nehmen. Für das Pendel ohne  $m_z$  gelten die üblichen Relationen für die reduzierte Pendellänge  $l$  (s. Fig. 4)

$$(13) \quad l = \frac{T^2 \cdot g}{\pi^2} = \frac{K_A}{D}$$

und für den Schwerpunkt

$$(14) \quad s = \frac{D}{M},$$

wobei  $D$  das einfache auf die Achse  $A$  bezogene Moment und  $M$  die Masse des Pendels bedeuten. Durch die Zusatzmasse  $m_z$  (die auch negativ sein kann!) wird die Relation (13) zu

$$(14a) \quad l + \Delta l_z = \frac{g}{\pi^2} (T + \Delta T_z)^2 = \frac{K_A + K_{m_z}}{D + D_{m_z}},$$

wobei

$$(15) \quad \begin{cases} K_{m_z} = m_z \cdot z^2 \\ D_{m_z} = m_z \cdot z. \end{cases}$$

Nach einigen einfachen Operationen folgt die strenge Formel

$$(16) \quad \frac{\Delta l_z}{l} = -\frac{z}{l} \cdot \frac{m_z}{j \cdot M} \cdot \frac{1 - \frac{z}{l}}{1 + \frac{z}{l} \cdot \frac{m_z}{j \cdot M}},$$

oder

$$(16a) \quad \frac{\Delta T_z}{T} = -\frac{m_z}{2j \cdot M} \cdot \frac{z}{l} \cdot \frac{1 - \frac{z}{l}}{1 + \frac{z}{l} \cdot \frac{m_z}{j \cdot M}}.$$

Für die weitere Diskussion empfiehlt es sich,  $\frac{m_z}{M} \ll 1$  anzunehmen, so daß näherungsweise (16a) die einfache Form

$$(16b) \quad \frac{\Delta T_z}{T} = -\frac{m_z}{2j \cdot M} \cdot \frac{z}{l} \cdot \left(1 - \frac{z}{l}\right).$$

annimmt. In Fig. 11 ist die Größe  $\Delta T_z$  graphisch in Abhängigkeit von  $z/l$

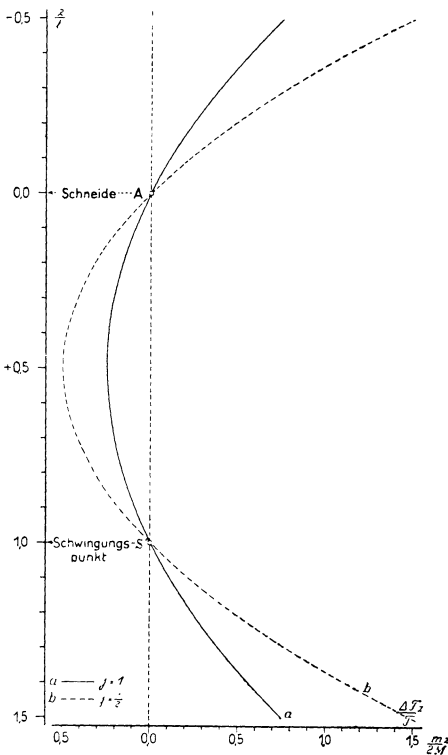


Fig. 11.

Schwingungsdaueränderung für eine kleine Zusatzmasse  $m_z$  am Pendel.

wiedergegeben. Die Kurve  $a$  (—) gilt für  $j = 1$  (mathematisches Pendel), während  $b$  (----) für  $j = \frac{1}{2}$  (Minimalpendel) gezeichnet ist. Für alle Pendel gibt es drei ausgezeichnete Punkte: jede Zusatz- oder Defektmasse im Schwingungspunkt  $S'$  (s. Fig. 4) oder im Drehpunkt  $A$  ist ohne Einfluß auf die Schwingungsdauer. Die größte Wirkung hinsichtlich der Pendellängen- bzw. Schwingungsdaueränderung

$$(17) \quad \left(\frac{\Delta T_z}{T}\right)_{\max} = \frac{m_z}{8j \cdot M}$$

übt eine Masse  $m_z$  im Punkte  $z = l/2$ , d. h. im Abstand der halben reduzierten Pendellänge aus. Dieser Punkt fällt bei Minimalpendeln mit dem Schwerpunkt  $S$  zusammen. Eine Massenzu(ab)nahme verkürzt (verlängert) hier die Schwingungsdauer. Von dieser bekannten Eigenschaft macht man bei Uhren Gebrauch, indem die Zulage-



gewichte an dieser Stelle ( $z=l/2$ ) angebracht werden. Außerdem ist wegen des Maximums von  $\Delta T_z$  für  $z/l = \frac{1}{2}$  die Größe  $\Delta T_z$  in erster Näherung von kleinen Ungenauigkeiten für die Lage der Massenänderung unabhängig. Weiter ist zu bemerken, daß alle Massenzu(ab)nahmen außerhalb der

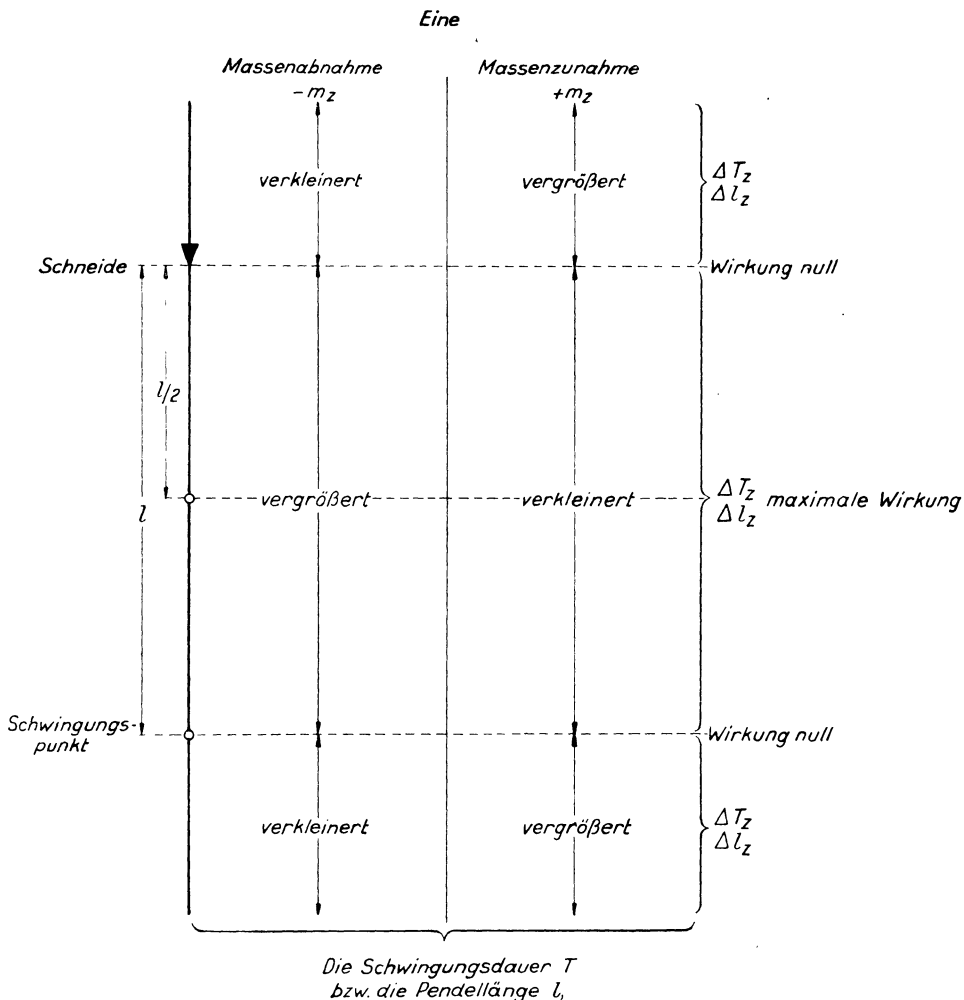


Fig. 12. Schwingungsdauerbeeinflussung durch eine Zusatzmasse am Pendel.

Strecke Schneide—Schwerpunkt eine Verlängerung (Verkürzung) der Schwingungsdauer zur Folge haben. In Fig. 12 ist diese äußerst wichtige Tatsache, die bisher für den Pendelbau so allgemein wohl m. W. nicht betont worden ist, noch einmal schematisch wiedergegeben.

Die bisherige Abstimmung an einem STERNECKSchen Pendel konnte beim Abschleifen an der unteren Linse bzw. an einem Körper über der Schneide<sup>25)</sup> nur eine Verkleinerung der Schwingungsdauer liefern,

während eine Massenabnahme an der Stange bzw. an der oberen Seite der Linse bereits den entgegengesetzten Effekt geben muß. Diese letzte recht elegante Abstimmungsmöglichkeit ist m. W. in der Literatur noch nicht erwähnt. Für allgemeine Betrachtungen und Überschlagsrechnungen sind die Formeln (16) bis (17) von sehr großem Wert. Man kann mit dieser elementaren Ableitung sozusagen das Pendel in seiner Gesamtheit beherrschen. Außerdem zeigt sich hier, daß dem Minimalpendel, abgesehen von Zahlenfaktoren und außer der erhöhten Schneideneigenschaft, keine Ausnahmestellung zukommt. Die vielseitigen Anwendungsmöglichkeiten der obigen Überlegung sollen kurz an zwei einfachen Beispielen gezeigt werden.

a) Wie genau müssen die Dimensionen eines stabförmigen Minimalpendels eingehalten werden, wenn  $\Delta g/g$  mit einer Genauigkeit von  $2 \cdot 10^{-7}$  bestimmt werden soll? Für ein mathematisches Pendel war diese Frage mit Formel (8) beantwortet. Für diese Überschlagsbetrachtungen wird Formel (16) benutzt und die ganz rohe Form eines Stabes (11). Die Längenänderung soll an den Enden  $\pm dz$  betragen, es wird dann für  $dz$  oberhalb der Schneide

$$\left( z = h_1, \frac{m_z}{M} = \pm \frac{dz}{l \cdot \sqrt{3}} \right)$$

$$\frac{\Delta l_{dz}}{l} = \pm \frac{2 dz}{l \cdot \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{2l} \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{2} (\sqrt{3} - 1) \right\} = \pm \frac{dz}{l \cdot \sqrt{3}}$$

und an der unteren Endfläche ( $z = h_2$ )

$$\frac{\Delta l_{dz}}{l} = \pm \frac{dz}{l \cdot \sqrt{3}};$$

mithin geht für ein stabförmiges Minimalpendel die Formel (8) über in

$$(8b) \quad \frac{dz}{l \cdot \sqrt{3}} = \frac{\Delta g}{g},$$

wobei zu bemerken ist, daß eine Änderung an der oberen oder unteren Endfläche um dieselbe Masse in erster Näherung die gleiche Wirkung hat. Somit muß für die obige Genauigkeit der Fehler von  $h_1$  und  $h_2$  für

$$T \sim 0.5 \text{ sec, } l \sim 250 \text{ mm in } dz < 0.09 \mu$$

$$T \sim 0.4 \text{ sec, } l \sim 160 \text{ mm in } dz < 0.06 \mu$$

betragen, ein Ergebnis, das sich selbstverständlich auch weniger elegant direkt ableiten läßt. Bei der praktischen Anfertigung von Pendeln lassen sich mit rohen Hilfsmitteln die Längen auf  $1/20$  mm bequem ein-

halten. Nach (8b) und (2) entspricht dies einer Genauigkeit von mehreren Einheiten der fünften Dezimale in  $T$  ( $\sim 0.4$  sec).

$\beta$ ) Der Einfluß eines Überzugs auf  $T$ . Will man den Effekt berechnen, den eine Vergoldung oder ein Überzug mit einem anderen Material (bzw. ein gleichmäßiges Abschleifen) auf ein Pendel ausmacht, so trägt man sich für eine symmetrische (zur Längsachse) Form die Funktion

$$\frac{m_z}{2j \cdot M} \cdot \frac{z}{l} \left(1 - \frac{z}{l}\right)$$

graphisch auf, wobei  $m_z$  die auf die Längeneinheit bezogene Zusatzmasse in Abhängigkeit von  $z$  ist. Die Gesamtänderung in  $T$  wird dann

$$(18) \quad \frac{\Delta T_{\text{Überzug}}}{T} = -\frac{1}{2j \cdot M \cdot l} \cdot \int_{z_{\text{oben}}}^{z_{\text{unten}}} m_z \cdot z \left(1 - \frac{z}{l}\right) dz.$$

Das Integral läßt sich ausführen, wenn  $m_z$  als Funktion von  $z$  gegeben ist. Wie man nach (16b) leicht beurteilen kann, wird die Wirkung eines gleichmäßigen Überzugs bei der Stabform in den meisten Fällen (Einfluß der Endflächen beachten!) eine Verkleinerung der Schwingungsdauer zur Folge haben.

b) Nachdem man sich mit der Formel (16) einen Überblick über die „empfindlichen Stellen“ des Pendels verschafft hat, soll weiterhin untersucht werden, welchen Einfluß die Verschiebung einer beweglichen kleinen Masse am Pendel auf die Schwingungsdauer ausübt. Geringe Bewegungen der Schneide selbst sind ja durch die Minimumeigenschaft unschädlich gemacht. Am Pendel befinden sich jedoch noch Spiegel und evtl. Abstimmsschrauben, und diese Teile können „wackeln“. Die Masse  $m'_z$  werde der Einfachheit halber wieder in erster Näherung als punktförmig angenommen. Die reduzierte Pendellänge ist für das Pendel

$$(19) \quad l' = \frac{K + K_{m'_z}}{D + D_{m'_z}}.$$

Die Masse  $m'_z$  befindet sich im Abstand  $z$  von der Schneide (s. Fig. 4), es ist

$$\begin{aligned} K_{m'_z} &= z^2 \cdot m'_z \\ D_{m'_z} &= z \cdot m'_z. \end{aligned}$$

Ändert sich der Abstand  $z$  um  $dz$ , wobei  $dz$  eine sehr kleine Größe ist, so wird (19) zu

$$(20) \quad \nu' + \Delta \nu'_z = \frac{K + K_{m'_z} \left(1 + \frac{2dz}{z}\right)}{D + D_{m'_z} \left(1 + \frac{dz}{z}\right)}$$

Aus (20) und (19) findet man mit der Relation

$$(21) \quad s' = j \cdot \nu' = \frac{D + D_{m'_z}}{M'}$$

für

$$(22) \quad \Delta \nu'_z = - \frac{m'_z}{j \cdot M'} \cdot dz \left\{1 - \frac{2z}{l}\right\}$$

bzw.

$$(22a) \quad \Delta T'_z = - \frac{m'_z}{j \cdot M'} \cdot \frac{dz}{l} \left\{1 - \frac{2z}{l}\right\} \cdot T.$$

Die Änderung  $\Delta T'_z$  ist in Fig. 13 graphisch für  $j = \frac{1}{2}$  (b, - - - - -) und  $j=1$  (a, —) dargestellt. Es ergibt sich zunächst ganz allgemein, daß für

$$z = \frac{l}{2}$$

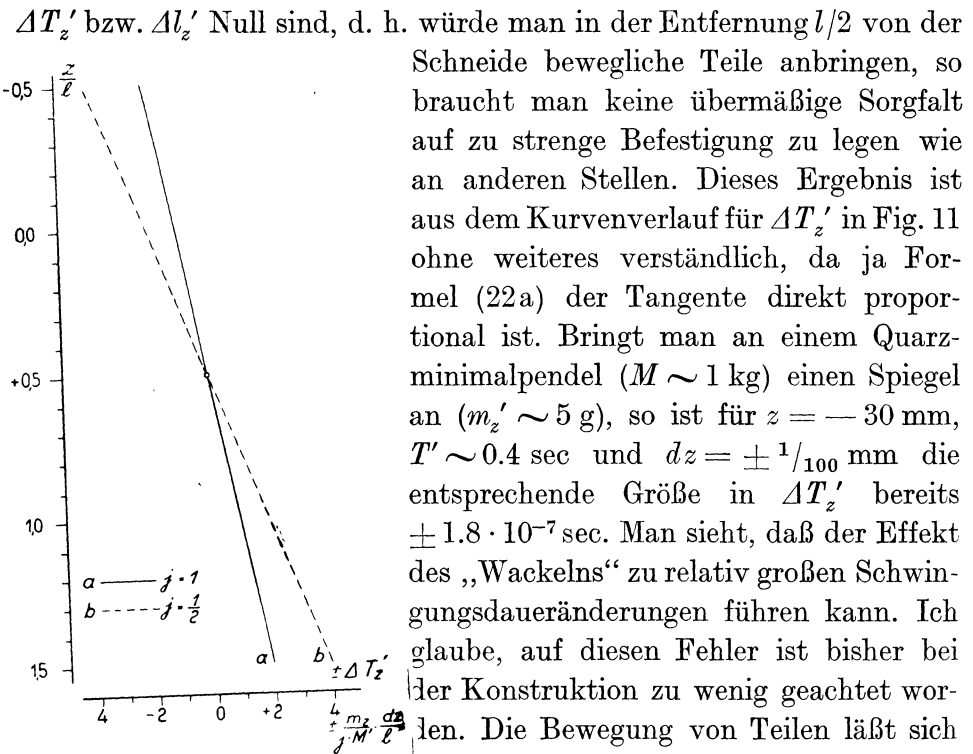


Fig. 13.

Schwingungsdaueränderung für bewegliche Teile am Pendel.

$\Delta T'_z$  bzw.  $\Delta \nu'_z$  Null sind, d. h. würde man in der Entfernung  $l/2$  von der Schneide bewegliche Teile anbringen, so braucht man keine übermäßige Sorgfalt auf zu strenge Befestigung zu legen wie an anderen Stellen. Dieses Ergebnis ist aus dem Kurvenverlauf für  $\Delta T'_z$  in Fig. 11 ohne weiteres verständlich, da ja Formel (22a) der Tangente direkt proportional ist. Bringt man an einem Quarzminimalpendel ( $M \sim 1$  kg) einen Spiegel an ( $m'_z \sim 5$  g), so ist für  $z = -30$  mm,  $T' \sim 0.4$  sec und  $dz = \pm 1/100$  mm die entsprechende Größe in  $\Delta T'_z$  bereits  $\pm 1.8 \cdot 10^{-7}$  sec. Man sieht, daß der Effekt des „Wackelns“ zu relativ großen Schwingungsdaueränderungen führen kann. Ich glaube, auf diesen Fehler ist bisher bei der Konstruktion zu wenig geachtet worden. Die Bewegung von Teilen läßt sich jedoch unschädlich machen, wenn man Schrauben parallel zur Pendellängsachse befestigt. Diese sozusagen auf der Hand

liegende Lösung ist bisher m. W. zum ersten Male bewußt bei den Jenaer Pendelkonstruktionen benutzt worden. Um diese Fehlerquelle bei Spiegeln — sofern sie nicht direkt auf das Pendel poliert oder durch Kathodenzerstäubung aufgebraucht werden — recht gering zu halten, muß man bei ihnen einen Paß von ca. einigen  $\frac{1}{1000}$  mm verlangen und ihr Gewicht ( $m'_z$ ) sehr klein halten, also möglichst keine Metallspiegel nehmen, die man auch aus anderen Gründen nicht immer als sehr günstig ansprechen kann. Nach Formel (22a) ist auch die senkrecht zur Schneide angebrachte Abstimmsschraube<sup>25)</sup> an STERNECK-Halbskundenpendeln nur bei äußerst guter Befestigung unbedenklich.

### § 5. Das Abgleichen der Pendel.

Die zusammengehörigen Pendel müssen für ihre Benutzung möglichst weitgehend gleich sein. Einmal möchte man für die Korrekturen dieselben Koeffizienten gebrauchen, und dann erfordert die annähernde Elimination des Mitschwingens für die Pendel gleiche Halbschwingungen ( $1 \dots$  bis  $10 \cdot 10^{-7}$  genau), gleiche Werte in  $s_i \cdot M_i$  und gleiche Dämpfungsfaktoren, die bei derselben Form, gleicher Masse und gleichen Schneiden erzielt werden. Für die Konstruktion, besonders von Minimalpendeln, sind somit drei Größen vorgegeben,

$$T, s \text{ und } M.$$

Die Masse ist in vielen Fällen bei den einzelnen Pendeln von selbst hinreichend gleich, wenn man die verschiedenen Körper aus demselben Material anfertigt und die einzelnen Maße streng einhält; somit wird man das Hauptaugenmerk nur auf die Abstimmung von  $T$  und  $s$  zu richten haben.

a) Berechnung. Will man nicht experimentell vorgehen, d. h. das Pendel sich nach einem Überschlag etwas größer anfertigen lassen und dann an einem Versuchsmodell die genauen Daten ermitteln, so müssen die einzelnen Teile berechnet werden. Dieser Weg soll nur formelmäßig angedeutet werden, um die Relationen für späteren Gebrauch gemeinsam abzuleiten. Das stabförmige Minimalpendel (s. Fig. 14) werde aus Gründen der Einfachheit in 5 Teilkörper zerlegt, es kommen folgende geometrische Formen in Frage:

1. der obere Zylinder mit dem Pendelprofil (I);

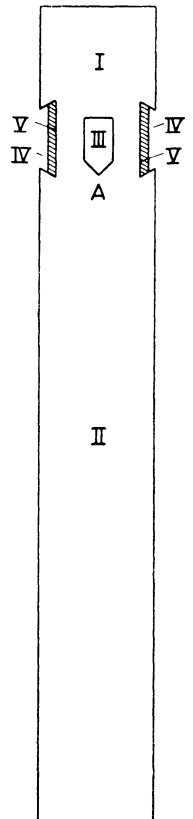


Fig. 14. Stabförmiges Minimalpendel.

2. der untere Zylinder mit dem Pendelprofil (II);
3. der Schneidenkörper, soweit wie er aus dem Pendel herausragt bzw. ein anderes spezifisches Gewicht besitzt (III);
4. der fehlende Körper für die Spiegeleinlassung (IV);
5. die Spiegel selbst (V).

Für die numerische Berechnung werden die auf die Achse  $A$  bezogenen Trägheitsmomente  $K_{iA}$ , die Momente  $D_{iA}$  und die Massen ( $M_i$ ) gegeben. Das spezifische Gewicht des Pendelmateriales wird eingesetzt; Teile aus anderen Stoffen erhalten einen Reduktionsfaktor  $\mathfrak{R}$

$$(23) \quad \mathfrak{R} = \frac{\text{spezifisches Gewicht des Teilkörpermateriales}}{\text{des Pendelmateriales}}.$$

1. u. 2. Der zylindrische Pendelkörper. Bezeichnet man das

Trägheitsmoment eines Zylinderquerschnittes mit  $i_q$ , wobei die Achse  $q$  (hier parallel der Schneide) sei, so errechnet sich das auf den Schwerpunkt des Zylinders (Höhe  $z$ -Achse) bezogene Trägheitsmoment  $K_{0z}$  nach dem EULERSchen Satz

$$(24) \quad K_{0z} = \int_{-h/2}^{+h/2} (i_q + z^2 \cdot F) dz,$$

wobei  $F$  den Flächeninhalt des Profils und  $h$  die Zylinderhöhe darstellt. Die Integration von (24) ergibt die bekannte Relation für

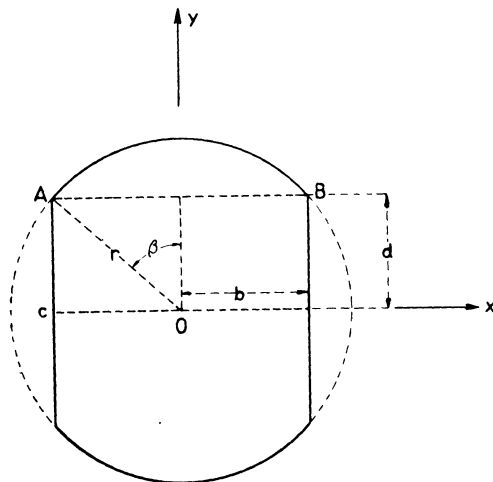


Fig. 15. Jenaer Minimalpendelprofil, 1:1.

das Zylinderträgheitsmoment, bezogen auf eine Achse  $q$  senkrecht zur Höhe

$$(25) \quad K_{0q} = i_q \cdot h + \frac{1}{12} \cdot F \cdot h^3.$$

Der Querschnitt des Pendelzylinders ist in Fig. 15 gegeben, die numerischen Daten sind

$$r = 20 \text{ mm} \quad d = \sqrt{r^2 - b^2} = 13.23 \text{ mm}$$

$$b = 15 \text{ mm} \quad \beta = \arcsin \frac{b}{r} = 0.8481.$$

Den Flächeninhalt  $F$  des Profils kann man sich aus zwei Sektoren  $OAB$  und dem viermal genommenen Dreieck  $OAC$  zusammengesetzt denken.

Es wird

$$(26) \quad F = 2r^2 \cdot \beta + 4 \frac{b \cdot d}{2} = 2(r^2 \cdot \beta + b \cdot d)$$

und numerisch  $F = 2 \{0.8480_8 \cdot 400 + 15 \cdot 13.22_9\} = 1075.33 \text{ mm}^2$ .

Das auf die  $x$ -Achse (parallel der Schneide) bezogene Trägheitsmoment  $i_x$  muß neu abgeleitet werden. Es ist das Trägheitsmoment einer Geraden  $y$  (hier =  $d$ ), auf die  $x$ -Achse bezogen  $\frac{1}{3} \cdot y^3$ , mithin wird das Gesamtflächenträgheitsmoment (s. Fig. 15)

$$(27) \quad i_{q=x} = \frac{2}{3} \cdot \int_{x=-b}^{x=+b} y^3 \cdot dx.$$

Da die Endpunkte ( $A$  bzw.  $B$ ) auf einem Kreis liegen, kann man

$$(28) \quad y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

setzen, es wird (27)

$$(29) \quad i_{q=x} = \frac{2}{3} \cdot \int_{x=-b}^{x=+b} (r^2 - x^2)^{3/2} dx.$$

Ausgeführt erhält man

$$(30) \quad \left\{ \begin{aligned} i_{q=x} &= \frac{4}{3} \left\{ b \cdot \left( \frac{5r^2}{8} - \frac{b^2}{4} \right) \cdot \sqrt{r^2 - b^2} + \frac{3r^4}{8} \arcsin \frac{b}{r} \right\} \\ &= \left( \frac{d^2}{3} + \frac{r^2}{8} \right) \cdot b \cdot d + \frac{r^4}{2} \cdot \beta = \frac{r^2}{4} \cdot F + \frac{b \cdot d^3}{3}. \end{aligned} \right.$$

Mit dem Werte für  $i_{q=x}$  (30) ist es nun auch möglich, über (25)  $K_{0q}$  in geschlossener Form anzugeben. Es wird

$$(31) \quad K_{0q} = F \cdot h \left( \frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right) + \frac{h \cdot b \cdot d^3}{3} = F \cdot h \left\{ \frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12} + \frac{b \cdot d^3}{6(b \cdot d + \beta \cdot r^2)} \right\}.$$

Für  $d = 0$  geht (31) richtig in die Formel für einen kreisförmigen Zylinder über. Man kann, wie KOHLSCHÜTTER<sup>23</sup>) verfährt, (31) für die angenäherte Berechnung bzw. Abstimmung zugrunde legen.

3. Schneidenkörper. Der Schneidenkörper (s. Fig. 16) wird nur auf die Länge  $L$ , wo er aus dem Pendel herausragt, in Rechnung gezogen, wenn  $\Re = 1$  ist (23). Für die Berechnung zerlegt man sich ihn in ein Prisma mit dem Dreiecksprofil  $ACB$  und ein weiteres Prisma mit dem rechteckigen Profil  $CBDE$ . Die Gesamtschneidenmasse  $m_A$  ist

$$(32) \quad m_A = \left( \frac{a \cdot c}{2} + a \cdot b \right) \cdot L \cdot \Re = \frac{a \cdot L}{2} (c + 2b) \cdot \Re.$$

Die numerischen Daten sind

$$\begin{aligned} L &= 60.00 \text{ mm} & b &= 10 \text{ mm} \\ a &= 10.12 \text{ mm} & c &= 5 \text{ mm} \end{aligned}$$

Das Trägheitsmoment  $K_{A\text{Sch}}$  wird ebenso aus zwei Teilen zusammengesetzt. Für das Dreiecksprisma  $ACB$  ist

$$(33) \quad K_{A\Delta} = \frac{a \cdot c \cdot L}{48} (12c^2 + a^2) \cdot \mathfrak{R}.$$

Bei dem Rechtecksprisma  $CBDE$  muß berücksichtigt werden, daß

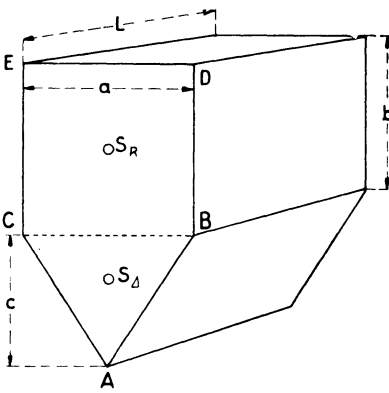


Fig. 16. Schneidenkörper.

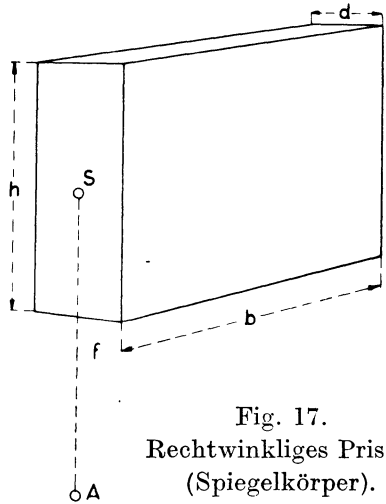


Fig. 17.  
Rechtwinkliges Prisma  
(Spiegelkörper).

der Schwerpunkt  $S_R$  den Abstand  $c + \frac{b}{2}$  von der Achse  $A$  hat, es ist demnach

$$(34) \quad \begin{cases} K_{RA} = \left\{ \frac{a \cdot b \cdot L}{12} (a^2 + b^2) + \frac{a \cdot b}{4} (2c + b)^2 \right\} \cdot \mathfrak{R} \\ = \frac{a \cdot b \cdot L \cdot \mathfrak{R}}{12} \{ a^2 + 4b^2 + 12c^2 + 12b \cdot c \}. \end{cases}$$

Das resultierende Trägheitsmoment  $K_{A\text{Sch}}$  für die Schneide wird

$$(35) \quad K_{A\text{Sch}} = \frac{L \cdot a \cdot \mathfrak{R}}{48} \{ c(12c^2 + a^2) + 4b(a^2 + 4b^2 + 12c^2 + 12b \cdot c) \}.$$

Der Schwerpunktsabstand  $s_{\text{Sch}}$  des Schneidenkörpers von  $A$  wird

$$(36) \quad s_{\text{Sch}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2c^2 + 3b^2 + 6b \cdot c}{c + 2b}.$$

4. u. 5. Der fehlende Körper und die Spiegel. Da es sich nicht lohnt, alle Einzelheiten des fehlenden Pendelkörpers für die Spiegelöffnung in Rechnung zu setzen, so sollen nur noch die Formeln



für ein Parallelepiped mit rechteckigem Querschnitt angenommen werden. Die numerischen Daten, die Mittelwerte sind, finden sich zu (s. Fig. 17)

$$\begin{aligned} h &= 24.0 \text{ mm} & b &= 23 \text{ mm} \\ d &= 6.5 \text{ mm} & f &= 18 \text{ mm} \end{aligned}$$

Das auf den Schwerpunkt  $S$  bezogene Trägheitsmoment ist

$$(37) \quad K_{0\text{Defekt}} = \frac{h \cdot d \cdot b}{12} (d^2 + h^2).$$

Da der Abstand von der Achse  $A$   $f$  beträgt, wird für beide Seiten

$$(38) \quad K_{A\text{Defekt}} = \frac{2h \cdot d \cdot b}{12} \{d^2 + h^2 + 12f^2\} \cdot \mathfrak{R}.$$

Der Faktor 2 rührt daher, daß man aus Symmetriegründen zwei Körper hat. Für die beiden Glasspiegel, deren numerische Werte

$$\begin{aligned} h' &= 23 \text{ mm} & b' &= 20 \text{ mm} & \mathfrak{R}' &= 0.29 \\ d' &= 3 \text{ mm} & f &= 18 \text{ mm} \end{aligned}$$

sind, erhält man analog

$$(38a) \quad K_{A\text{Spiegel}} = \frac{h' \cdot d' \cdot b' \cdot \mathfrak{R}'}{6} \cdot \{d'^2 + h'^2 + 12f^2\}.$$

Für eine konsequente Durchrechnung ist schon früher<sup>16)</sup> ein graphisches Näherungsverfahren angegeben, um auch leicht die Minimumbedingung mit einhalten zu können.

b) Experimentelle Abstimmung. Wenn auch die Berechnung von Pendelkörpern prinzipiell keine unüberwindlichen Schwierigkeiten bietet, so wird man die letzten Feinheiten beim Abgleichen der Pendel wohl stets experimentell ermitteln. Für die Minimalpendel sind drei Bedingungen vorgeschrieben,  $T$ ,  $s = l/2$  und  $M$  einem vorgegebenen Werte gleichzumachen. Abgesehen von  $M$  wird man hauptsächlich zwei Messungen vornehmen müssen, um  $T$  und  $s$  zu ermitteln. Im folgenden soll zunächst noch kurz auf die Bestimmung des Schwerpunktabstandes eingegangen werden.

a) Schwerpunktsbestimmung. Das übliche Verfahren der Schwerpunktsbestimmung<sup>3)</sup> nach der Wägungsmethode liefert eine für praktische Zwecke ausreichende Genauigkeit von 0.03—0.05 mm<sup>26)</sup>. Ein anderer Weg<sup>24)</sup> ergibt sich, wenn man nur Schwingungsdauerbeobachtungen benutzt. Man bestimmt  $s$  aus einer Schwingungsdauerbeobachtung mit einem Zusatzkörper  $Z$ . Dabei fällt in allen Abstimmformeln die absolute Schwere  $g$  näherungsweise heraus, und  $s$  wird rechnerisch in bezug auf die wirksame Schneidenlage gefunden.

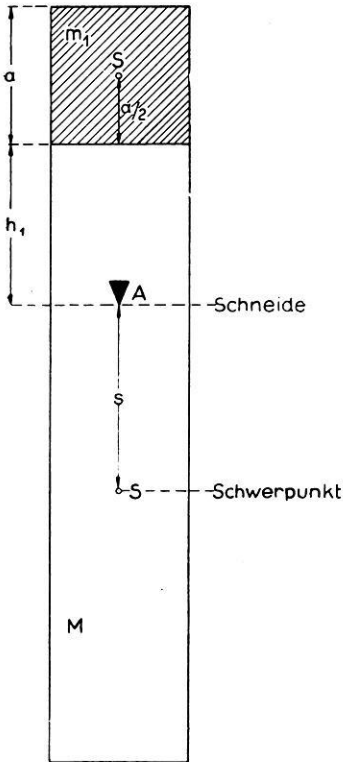


Fig. 18.  
Pendel mit Zusatzkörper.

Die reduzierte Pendellänge des Pendels sei  $l$ , der Schwerpunktsabstand  $SA = s$ , die Masse  $M$  und das Trägheitsmoment  $K$ ; dann ist

$$(39) \quad l \cdot s = \frac{K}{M}.$$

Bringt man durch „Aufsprengen“\*) auf die obere Pendelfläche die Masse  $m_1$ , so hat man für die neuen Größen  $l_1$  und  $s_1$

$$(40) \quad l_1 \cdot s_1 = \frac{K_1}{M_1} = \frac{K + K_{m_1}}{M + m_1},$$

wobei  $l_1$  sich aus der Schwingungsdauer  $T_1$  bestimmt. Für  $s_1$  ist (s. Fig. 18) definitionsgemäß ( $a/2$  ist der Abstand des Schwerpunktes  $S_1$  von der oberen Pendelkante)

$$(41) \quad s_1 = \frac{s \cdot M - \left(h_1 + \frac{a}{2}\right) \cdot m_1}{M + m_1}.$$

Werden (40) und (41) miteinander kombiniert, so erhält man

$$\frac{l_1 \cdot \left\{ s \cdot M - \left(h_1 + \frac{a}{2}\right) \cdot m_1 \right\} = K + K_{m_1}}{l \cdot s \cdot M = K}.$$

$$(l_1 - l) \cdot s \cdot M = K_{m_1} + \left(h_1 + \frac{a}{2}\right) \cdot m_1 \cdot l_1$$

Das Trägheitsmoment  $K_{m_1}$  schreibt sich, wenn  $q$  der Trägheitsradius ist (Achse parallel zur Pendelachse)

$$(42) \quad K_{m_1} = m_1 \cdot \left\{ q^2 + \left(h_1 + \frac{a}{2}\right)^2 \right\}.$$

Für die Berechnung von  $s$  findet sich schließlich

$$(43) \quad s = \frac{m_1}{M(l_1 - l)} \cdot \left\{ q^2 + \left(h_1 + \frac{a}{2}\right)^2 + l_1 \left(h_1 + \frac{a}{2}\right) \right\}.$$

\*) Schiebt man zwei Körper, wie bei Endmaßstäben, mit polierten Flächen aufeinander, so haften sie bei geringem Abstand ( $< 1 \mu$ ) mit großen Kräften (ca. 20—30 kg pro  $\text{cm}^2$ ) aufeinander. Das Aufeinanderbringen solcher besonderer Körper bezeichnet man mit „Aufsprengen“<sup>27)</sup>.

Die Genauigkeit von  $s$  ist durch die Genauigkeit von den Größen  $m_1/M$ ,  $T_1 - T_2$  und die entsprechenden Längendimensionen gegeben. Für eine Sicherheit von  $\pm 0.01$  mm bei den Jenaer Minimalpendeln<sup>16)</sup> ( $s \sim 80$  mm) müssen die angegebenen Größen auf mindestens  $10^{-4}$  genau bestimmt werden, d. h. es genügen Längenmessungen auf höchstens 0.01 mm, und die Zeitmessungen brauchen bei den im folgenden gewählten Zusatzkörpern nur bis zur fünften Dezimale bestimmt zu werden. Selbstverständlich steht einer Steigerung der Meßgenauigkeit nichts im Wege. Der Gang der Rechnung werde für zwei Beispiele gezeigt.

Für dasselbe Pendel Ni 2 wurde dieselbe Schwerpunktsbestimmung mit einem Metallkörper  $m_{1J}$  und einem Quarzglaskörper  $m_{1Q}$  durchgeführt. Die Zahlen sind

$$\begin{aligned}
 l &= 167.78_4 \quad (T = 0.41083_4 \text{ sec})\text{mm} \\
 h_1 &= 61.72 \text{ mm} \quad M = 2.534_0 \text{ kg} \\
 \text{a) Metallkörper } m_{1J} &= 435.85 \text{ g} \\
 &\text{Zylinderform} \\
 &\text{Profil nach Fig. 15: } 2r = 39.99_7 \text{ mm} \\
 &\qquad\qquad\qquad 2b = 29.99_6 \text{ mm} \\
 &\qquad\qquad\qquad \text{Höhe } a = 49.98_6 \text{ mm} \\
 &\qquad\qquad\qquad q^2 = 318.96 \text{ mm}^2 \quad (31) \\
 &\qquad\qquad\qquad l_1 = 225.47_9 \quad (0.47626_0 \text{ sec})\text{mm} \\
 \text{b) Quarzkörper } m_{1Q} &= 132.75 \text{ g} \\
 &\text{Zylinderform} \\
 &\text{Kreisförmiges Profil } 2r = 39.75_1 \text{ mm} \\
 &\qquad\qquad\qquad \text{Höhe } a = 48.58_3 \text{ mm} \\
 &\qquad\qquad\qquad q^2 = 295.45 \text{ mm}^2 \quad (31) \\
 &\qquad\qquad\qquad l_1 = 182.80_9 \quad (0.42883_6 \text{ sec})\text{mm}
 \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich nach (43) der Schwerpunktsabstand  
bei a) zu  $s = 81.65_1$  mm                      bei b) zu  $s = 81.64_6$  mm

Die Übereinstimmung der mit den verschiedenen Körpern  $m_1$  (Eisen-nickelstahl, Quarzglas) gewonnenen Zahlen ist sehr gut zu nennen.

$\beta$ ) Grobabstimmung. Wenn man sich nicht allzusehr auf die Berechnung verlassen will, wählt man das erste zu bauende Pendel in seinen Längsdimensionen etwas größer und bestimmt aus  $T$  und  $s$ , die gemessen werden, die anzubringenden Korrekturen an den beiden Endflächen. Das Abschleifen an den beiden Endflächen hat bei unseren stabförmigen Minimalpendeln den Nachteil, daß man die Schwingungsdauern nur verkleinern kann, wie sich aus Fig. 12 direkt ablesen läßt. Aus diesem Grunde soll das Abschleifen an den Endflächen nur für eine Grobabstimmung ( $\sim 10^{-5}$  sec) benutzt werden.

Die an den Endflächen abzuschleifenden Zylinder besitzen die Massen  $m_1$  und  $m_2$ , die Höhen seien  $v$  (oben) und  $u$  (unten), wobei die positive Zählrichtung nach der Pendelschneide gewählt wird. Die Größen des gemessenen Pendels haben keinen Index ( $T, l, s$ ), während die des vorgegebenen Minimalpendels ( $T_0, l_0, s_0$ ) den Index Null besitzen. Nach dem bekannten Ansatz [s. Formel (13 a), (19)] erhält man die ganz allgemeinen Abstimmgleichungen<sup>24)</sup> 1)

$$(44) \quad K_{1,2} - l_0 \cdot D_{1,2} = (l - l_0) \cdot s \cdot M$$

$$(45) \quad D_{1,2} - \frac{l_0}{2} \cdot m_{1,2} = \left(s - \frac{l_0}{2}\right) \cdot M,$$

wobei

$$K_{1,2} = K_1 + K_2$$

$$D_{1,2} = D_1 + D_2$$

$$m_{1,2} = m_1 + m_2$$

ist.

Näherungsweise kann man setzen

$$K_1 \sim m_1 \cdot h_1^2 \quad D_1 = -m_1 \cdot h_1$$

$$K_2 \sim m_2 \cdot h_2^2 \quad D_2 = m_2 \cdot h_2$$

Fig. 19. Pendel mit Abschleifkörpern.

Werden diese Werte in (44) und (45) eingeführt, so erhält man

$$(46) \quad \frac{m_1}{M} = \frac{(l - l_0) \cdot s \cdot \left(h_2 - \frac{l_0}{2}\right) - \left(s - \frac{l_0}{2}\right) \cdot h_2 \cdot (h_2 - l_0)}{h_2 \cdot (h_2 - l_0) \cdot \left(h_1 + \frac{l_0}{2}\right) + h_1 \cdot (h_1 + l_0) \cdot \left(h_2 - \frac{l_0}{2}\right)}$$

$$(47) \quad \frac{m_2}{M} = \frac{(l - l_0) \cdot s \cdot \left(h_1 + \frac{l_0}{2}\right) + \left(s - \frac{l_0}{2}\right) \cdot h_1 \cdot (h_1 + l_0)}{h_2 \cdot (h_2 - l_0) \cdot \left(h_1 + \frac{l_0}{2}\right) + h_1 \cdot (h_1 + l_0) \cdot \left(h_2 - \frac{l_0}{2}\right)}$$

Kennt man den Querschnitt  $F_i$  und das spezifische Gewicht  $\sigma_i$ , so findet man leicht die entsprechenden Höhen zu

$$(46 a) \quad v_i = \frac{m_1}{F_1 \cdot \sigma_1}$$

$$(47 a) \quad u = \frac{m_2}{F_2 \cdot \sigma_2}$$

Nur für Überslagsrechnungen, um die Größenordnung zu überprüfen, darf man hier die Relationen (11) für ein stabförmiges Minimalpendel

in erster Annäherung benutzen. Man erhält dann die Faustformeln

$$(48) \quad \frac{m_1}{M} = \frac{3(l - l_0) - 2\sqrt{3} \left( s - \frac{l_0}{2} \right)}{6l}$$

$$(49) \quad \frac{m_2}{M} = \frac{3(l - l_0) + 2\sqrt{3} \left( s - \frac{l_0}{2} \right)}{6l}.$$

Es ergibt sich nach (48) und (49) und (46) und (47), daß ein Abschleifen unmöglich wird, wenn  $l < l_0$  ist. An folgendem Beispiel werde der Gang der Rechnung gezeigt:

Pendel Ni 1

$l = 167.77_9$ mm	gemessen	berechnet nach	
$h_1 = 61.70$ mm	„	(46) ... $m_1 = 32.22$ g	(48) ... $m_1 = 33.96$ g
$h_2 = 226.56$ mm	„		
$s = 81.72$ mm	„ (43)	(47) ... $m_2 = 32.42$ g	(49) ... $m_2 = 34.47$ g
$M = 2535$ g	„	oder nach (46a) und (47a) umgerechnet	
$l_0 = 163.37_9$ mm	Sollwert	(46) ... $v = 3.70$ mm	(48) ... $v' = 3.90$ mm
$F = 10.751$ cm <sup>2</sup>		(47) ... $u = 3.73$ mm	(49) ... $u' = 3.98$ mm
$\sigma = 8.09_4$			

Die Berechnung nach den einfacheren Formeln (48) und (49) führt bei kleinen Abweichungen ( $u, v \ll l$ ) zu annähernd richtigen Werten. Es empfiehlt sich jedoch, nach (46) und (47) zu rechnen, damit man nicht zu viel von den Pendeln abnimmt.

γ) Feinabstimmung. Beim praktischen Minimalpendelbau ist es für ein bequemes Abstimmen sehr erwünscht, noch eine Nachstimmmöglichkeit zu besitzen, ohne jedesmal am Pendel die Endflächen abschleifen zu müssen. Die Formeln in § 3 b, β eignen sich auch für Feinabstimmung, wenn man die  $m_i$  analog bei KOHLSCHÜTTER<sup>23)</sup> durch Ringe sehr klein hält. Aber gerade bei diesem Verfahren<sup>26)</sup> zeigt sich so recht die Unbequemlichkeit, nach dem Vergolden wieder wie vorher abstimmen zu müssen und nochmals am Pendel herumzuschleifen, außerdem empfiehlt KOHLSCHÜTTER<sup>23)</sup> (S. 475) für Massenzunahme an besonderen Stellen stärker zu vergolden. Dieses Verfahren stellt an die Geduld und die Geschicklichkeit des Beobachters sehr große Anforderungen; da heute auf eine gute und auch technisch bequeme und schnelle Abstimmung der Pendel sehr großer Wert gelegt werden muß, möchte ich daher ein anderes Verfahren, das von mir bereits in großen Zügen<sup>24) 16)</sup> angedeutet ist, etwas näher beschreiben und an einem Beispiel erläutern.

Bei der Abstimmung am Pendelkörper sollen zunächst für die drei Forderungen ( $T$ ,  $s$ ,  $M$ ) beliebig viele ( $i$ ) Körper zur Verfügung stehen. Es bezeichnet dann:

	Gemessenes Pendel	Gesuchtes Minimalpendel	$i$ -ter Abstimmkörper
Masse, Moment, Träg- heitsmoment . . . . .	$M, D, K$	$M_0, D_0, K_0$	$m_i, D_i, K_i$
Trägheitsradius . . . . .	—	—	$q_i$
Abstand: Schneide- Schwerpunkt . . . . .	$s$	$s_0 = \frac{l_0}{2}$	$z_i$
Spezifisches Gewicht . .	$\sigma$	$\sigma$	$\sigma_i$

Aus dem üblichen Ansatz<sup>24)</sup>

$$(50) \quad \begin{aligned} l &= \frac{K}{D} & l_0 &= \frac{K - \sum_i K_i}{D - \sum_i D_i} & M_0 &= M - \sum_i m_i \\ s &= \frac{D}{M} & s_0 &= \frac{D - \sum_i D_i}{M - \sum_i m_i} \end{aligned}$$

erhält man die bekannten<sup>24)</sup> Gleichungen [entsprechend (44) u. (45)]

$$(51) \quad \sum_i K_i - l_0 \cdot \sum_i D_i = (l - l_0) \cdot s \cdot M$$

$$(52) \quad \sum_i D_i - \frac{l_0}{2} \cdot \sum_i m_i = \left( s - \frac{l_0}{2} \right) \cdot M$$

$$(53) \quad \sum_i m_i = M - M_0.$$

Um zu einem strengeren linearen Gleichungssystem in  $m_i$  zu kommen, geht man nicht wie unter 3b,  $\beta$  vor, sondern führt als prinzipiell neuen Gedanken die Voraussetzung ein, daß die Abstimmkörper (Schrauben) sich nur parallel zur Schneide (allgemein in einer Ebene senkrecht zur Pendellängsachse) bewegen können. Denn nach den Betrachtungen von § 4b muß man peinlichst alle Teile vermeiden, die sich senkrecht zur Schneide (längs  $z$ ) bewegen. Der Pendelbau geht jetzt also so vor sich, daß man für alle Pendel aus demselben Material ( $\sigma$ ) die Außen-dimensionen auf einige  $\frac{1}{100}$  mm gleichmacht, das Pendel mit einem Schutz-überzug versieht und dann nachträglich erst mit Abstimm-schrauben, die sich leicht auswechseln lassen und trotzdem definiert festsitzen, auf den richtigen Wert korrigiert.

Bezeichnet man den Trägheitsradius (parallel zur Längsachse  $B$ , s. Fig. 20) mit  $q_i$ , so wird

$$(54) \quad \begin{cases} D_i = m_i \cdot z_i \\ K_i = m_i \cdot \{q_i^2 + z_i^2\}. \end{cases}$$

Für die weitere Rechnung gehen durch (54) die Gleichungen (51) und (52) über in

$$(51a) \quad \sum_i m_i \{q_i^2 + z_i^2 - l_0 \cdot z_i\} = (l - l_0) \cdot s \cdot M$$

$$(52a) \quad \begin{aligned} \sum_i m_i \left\{ z_i - \frac{l_0}{2} \right\} &= \left( s - \frac{l_0}{2} \right) \cdot M \\ \sum_i m_i &= M - M_0. \end{aligned}$$

Da man meistens durch genaues Einhalten der äußeren Dimensionen bei den verwandten Materialien  $M$  automatisch gleichmacht, so soll nur noch die genauere Abstimmung auf gleiches  $T$  und gleiches  $s$  bei mehreren Pendeln gefordert werden. Das einfachste ist, wenn eine Schraube ( $m_1$ ) nur für die Schwingungsdauerregulierung und eine weitere Schraube ( $m_2$ ) nur für das Einhalten der Minimumbedingung gebraucht wird. Weiter soll noch verlangt werden, daß eine Regulierung an der einen Schraube ohne Einfluß auf die Wirkung der anderen ist, d. h. eine Schwerpunktsverlagerung soll die Schwingungsdauer unbeeinflußt lassen und eine Änderung am Gewicht der Schwingungsdauerschraube soll ohne Einfluß auf die Lage des Schwerpunktes bleiben. Für die Gleichungen (51a) bzw. (52a) erhält man die Bedingung, daß die entsprechenden Koeffizienten von  $m_i$  verschwinden müssen.

Es wird

$$(55) \quad m_1 \cdot (q_1^2 + z_1^2 - l_0 \cdot z_1) = (l - l_0) \cdot s \cdot M$$

und

$$(56) \quad m_2 \left( z_2 - \frac{l_0}{2} \right) = \left( s - \frac{l_0}{2} \right) \cdot M$$

mit den Zusatzbedingungen

$$(57) \quad \begin{cases} q_2^2 + z_2^2 - l_0 \cdot z_2 = 0 \\ z_1 - \frac{l_0}{2} = 0. \end{cases}$$

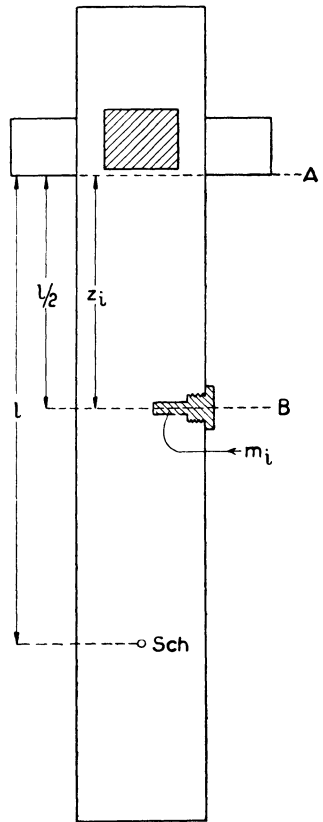


Fig. 20. Pendel mit Abstimmuschrauben.

Aus (57) erhält man

$$(58) \quad z_1 = \frac{l_0}{2}$$

$$(59) \quad \left. \begin{array}{l} \text{a} \\ z_2 = \left\{ \begin{array}{l} l_0 \cdot \left\{ 1 - 2 \left( \frac{q_2}{l_0} \right)^2 \right\} \\ 2 l_0 \cdot \left( \frac{q_2}{l_0} \right)^2 \end{array} \right\} \\ \text{b} \end{array} \right\} q_2 \ll l_0$$

d. h. der Abstimmkörper im Schwerpunkt ( $s = l_0/2$ ) bei Minimalpendeln eignet sich am besten zur Regulierung der Schwingungsdauer, es ist

$$(60) \quad m_1 = -M \frac{s \cdot (l - l_0)}{q_1^2 + \frac{l_0^2}{4}} = -\frac{4M \cdot s}{l_0} \cdot \frac{l - l_0}{l_0} \cdot \frac{1}{1 + \left( \frac{2q_1}{l_0} \right)^2}$$

Für die Abstimmung auf das Minimum kann man den ungefähren Schwingungspunkt  $Sch \left( z_2 = l_0 \left[ 1 - 2 \left( \frac{q_2}{l_0} \right)^2 \right] \right)$  mit (s. Fig. 20)

$$(61) \quad m_2 = 2M \cdot \frac{s - \frac{l_0}{2}}{l_0} \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{2q_2}{l_0} \right)^2}$$

oder die Gegend der Schneide  $A \left( z_2 = 2l_0 \cdot \left( \frac{q_2}{l_0} \right)^2 \right)$  mit

$$(62) \quad m_2 = -2M \cdot \frac{s - \frac{l_0}{2}}{l_0} \cdot \frac{1}{1 - \left( \frac{2q_2}{l_0} \right)^2}$$

benutzen. Die Größe der Wirkung ist, abgesehen vom entgegengesetzten Vorzeichen für  $m_2$ , dieselbe. Praktisch läßt sich für  $q_i \ll l_0$  das Ergebnis zusammenfassen:

Eine Zu- oder Abnahme der Schwingungsdauer erfolgt durch die Verkleinerung bzw. Vergrößerung (Auswechseln gegen eine schwerere) einer Abstimmerschraube ( $m_1$ ) im Abstand  $l_0/2$  von der Schneide, d. h. im Schwerpunkt bei Minimalpendeln.

Eine Verlagerung des Schwerpunktes erfolgt durch einen Körper ( $m_2$ ) an der Schneide, bzw. im Abstand  $l$  von der Schneide, im Schwingungspunkt. Diese beiden Schrauben kann man außerdem noch dazu benutzen, die Masse des Pendels zu regulieren. Die anzubringende Massenkorrektur ist, um den Schwerpunkt nicht zu verlagern, auf



beide Schrauben an der Schneide und im Schwingungspunkt gleichmäßig zu verteilen.

Damit ist das eingangs gestellte Abstimmproblem mit drei ausgezeichneten Schrauben, deren Achsen parallel einer Ebene senkrecht zur Pendellängsachse sind, theoretisch und praktisch gelöst. Diese Lösung überrascht keineswegs, da sie bereits durch Formel (16b) und Fig. 11 prinzipiell nahegelegt wird.

Es fragt sich für die praktische Ausführung, wie genau man die Lage der einzelnen Abstimmerschrauben einhalten muß, damit die Regulierungen mit  $m_1$  bzw.  $m_2$  voneinander unabhängig sind. Wird der Abstand auf 1% eingehalten (d. h. bei einem Minimalpendel für die Schraube im Schwingungspunkt auf 1.6 mm bei  $T \sim 0.4$  sec), so ist ein gegenseitiger Fehler in  $10^{-7}$  sec noch leicht vermeidbar. Für die Lage von  $m_1$  wird nach § 4b von selbst eine zu scharfe Fixierung unnötig. Aus diesem Grunde ist das Aus- und Einschrauben bei  $m_1$  recht ungefährlich, für  $m_2$  muß wegen (22a) bereits mehr Sorgfalt auf guten Sitz gelegt werden.

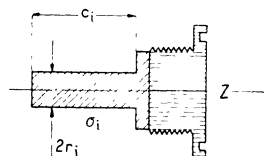


Fig. 21.  
Abstimmerschraube.

Um einen Überblick über die Abstimmgröße des Zylinders  $Z$  zu erhalten, werde (s. Fig. 21) für ein Minimalpendel (§ 3)  $\frac{s}{l_0} \sim \frac{1}{2}$  und die in Fig. 21 angegebenen Bezeichnungen gesetzt

$$m_i = r_i^2 \cdot c_i \cdot \sigma_i \cdot \pi.$$

Man bekommt aus (60) und (61) die äußerst einfachen Beziehungen

$$(60a) \quad \frac{m_1}{M} \sim -\frac{4s}{l_0} \cdot \frac{l-l_0}{l_0} \sim 4 \frac{T-T_0}{T_0}$$

$$(61a) \quad \frac{m_2}{M} \sim \frac{2s-l_0}{l_0}.$$

Um eine Korrektur von  $T - T_0 = 10^{-4}$  sec noch zu erfassen, beträgt die Massenänderung  $m_1 \sim 10^{-3} M$  bei  $T \sim 0.4$  sec. Es ist mithin für Invarpendel  $\sigma \sim 8$  und  $M \sim 2.5$  kg

$m_1 \sim 2.5$  g, d. h. für  $r_1 = 2.5$  mm,  $\sigma_1 \sim 8$  wird  $c_1 \sim 16$  mm,  
für Quarzpendel  $\sigma \sim 2.2$ ,  $M \sim 0.7$  kg

$m_1 \sim 0.7$  g, d. h. für  $r_1 = 2.5$  mm,  $\sigma_1 \sim 8$  wird  $c_1 \sim 7$  mm.

Um noch eine Einheit der siebenten Dezimale zu beherrschen, muß für  $T \sim 0.4$  sec  $m_1 \sim 10^{-6} M$  sein, d. h. bei Invarpendeln ist eine Masse von 2.5 mg zu entfernen. Dieser Betrag entspricht einer Loch-

länge von 1.6 mm und einem Durchmesser von  $\Phi = 0.5$  mm. Diese Größen lassen sich ohne Schwierigkeiten bequem einhalten.

Eine Sicherheit des Schwerpunktes für  $T = 0.4$  sec auf 0.01 mm erfordert ein  $m_2$  von  $10^{-4} M$ . Verglichen mit den obigen Zahlen besteht auch für diese Forderung keine prinzipielle Schwierigkeit, sofern man nur die Schneidenkorrektion (s. § 6,1) in dieser Größe halten kann. Die Massengleichheit der Pendel läßt sich bequem auf 0.1—1<sup>0</sup>/<sub>00</sub> erreichen. In dieser Größenordnung unterscheiden sich dann erst die einzelnen Mitschwingkoeffizienten.

Praktisch geht man so vor, daß man mehrere Schrauben  $m_i$  in das Pendel einsetzt und das richtige Gewicht aus den entsprechenden gemessenen Werten von  $T$  bzw.  $s$  interpoliert. Das Verfahren soll an einem Beispiel gezeigt werden:

Pendel Ni 1       $M = 2462$  g

$T = 0.405340$  bei einem Gewicht der Schraube im Schwerpunkt von 9.112 g

$T = 0.405400$  bei einem Gewicht der Schraube im Schwerpunkt von 7.528 g

$\Delta T = -0.000060$  sec entspricht einer Gewichtsverminderung von  $m_1 = 1.584$  g

während nach Formel (60a)  $\Delta T = -\frac{m_1}{4M} \cdot T$  man  $\Delta T$  zu  $-0.000061$  sec erhält.

## § 6. Die Pendelschneide.

1. Schneidenradius und Schwingungsdauer. Die invariablen Pendel schwingen um Schneiden. Der Einfluß des Schneidenradius auf die Schwingungsdauer ist bereits von BESSEL<sup>28)</sup> behandelt. HELMERT<sup>29)</sup> findet für die Schwingungsdauer

$$(62) \quad T_{\varrho, \varphi} = T_{\varrho=0, \varphi=0} \cdot \left\{ 1 - \frac{\varrho}{2s} + \frac{\varphi^2}{16} \left( 1 + \frac{\varrho}{4l} - \frac{\varrho}{2s} \right) \pm \dots \right\},$$

wenn die Schneide mit dem Krümmungsradius  $\varrho$  (als Kreiszyylinder gedacht) auf einer Ebene rollt. Solange wie man  $\varrho$  als hinreichend konstant annehmen kann, dürfte die feste Schneidenkorrektion für relative Schweremessungen belanglos sein. Die Schneidenradien sollen in der Größenordnung von mehreren  $\frac{1}{1000}$  mm liegen. Man hat sich nur wenig bemüht, diese Werte genau zu messen bzw. Veränderungen von  $\varrho$  systematisch nachzuweisen. Eine Methode für Waagebalkenschneiden stammt von GUGLIELMO<sup>30)</sup> (s. Fig. 22). Dieses Verfahren wurde von SCHMERWITZ wesentlich vereinfacht und verbessert. SCHMERWITZ legt einen Waagebalken  $AB$  auf die Schneide, dreht diese um den Winkel  $\delta$  und berechnet dann aus der entsprechenden Gleichgewichtsstörung

des Waagebalkens  $AB$  den Krümmungsradius  $\rho$ . Da der Winkel  $\delta$  sich genau ermitteln läßt, hat man eine einwandfreie Bestimmung von  $\rho$ . Vorläufige Untersuchungen von SCHMERWITZ nach seiner Methode haben Schneidenradien von der Größenordnung  $1/100$ — $1/300$  mm ergeben\*).

Auf die erhebliche Fehlermöglichkeit, durch eine evtl. Inkonstanz von  $\rho$  „Pendelsprünge“ zu erhalten, wurde auch im Zusammenhang mit Minimalpendeln bereits hingewiesen<sup>17)</sup>. Verwendet man stabförmige Minimalpendel, so wird sich eine Verkürzung der Schwingungszeit wohl stets eindeutig durch eine Verflachung der Schneide erklären lassen, während man bei dieser Erscheinung an STERNECKSchen Pendeln<sup>31)</sup> unter Umständen noch eine Verbiegung der dünnen Stange als Erklärung heranziehen konnte \*\*). Außerdem ist zu beachten, daß man bei zu stumpfen Schneiden bzw. bei Kugelaufgabe des Pendels für die Minimumabstimmung  $T_{\rho=0}$  in Rechnung setzen muß.

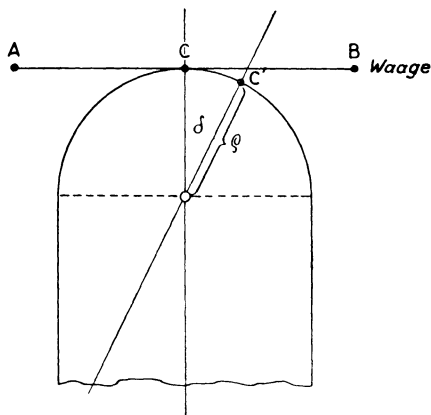


Fig. 22. Anordnung zur Bestimmung von Schneidenradien.

2. Das logarithmische Dekrement. Wenn auch die Schneide bei konstantem Radius  $\rho$  nicht direkt eine Schwingungsdauerkorrektur bedingt, so sind die Reibungsverluste die Ursache für eine Amplitudenabnahme. Der Schwingungsvorgang eines freien Pendels wird durch die bekannte Differentialgleichung

$$(63) \quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2k \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \frac{\pi^2}{T^2} \cdot \varphi = 0$$

beschrieben, wobei  $k$  die Dämpfungskonstante bezeichnet. Für die Lösung von (63) ist

$$(64) \quad \varphi = \Phi_0 \cdot e^{-k \cdot t} \cdot \cos \frac{\pi}{T} \cdot t$$

bei den üblichen Anfangsbedingungen. Die maximale Amplitude nimmt

\*) Die experimentellen Einzelheiten werden von Herrn Dr. SCHMERWITZ demnächst ausführlich veröffentlicht (voraussichtlich in der Zeitschrift für Instrumentenkunde Januarheft 1932).

\*\*\*) Die Schwingungsdaueränderungen bei PESONEN<sup>31)</sup> dürften trotzdem einleuchtend gedeutet sein.

nach einer  $e$ -Funktion ab. Der Dämpfungskoeffizient  $k^*)$  findet sich aus den maximalen Amplituden  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  zu den Zeiten  $t_1$  bzw.  $t_2$  zu

$$(65) \quad k = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \ln \left( \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right).$$

In der Physik rechnet man mit dem logarithmischen Dekrement  $\Delta$  entsprechend

$$(66) \quad \Delta = k \cdot T' = k \cdot 2T = \frac{2T}{t_2 - t_1} \cdot \ln \left( \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right).$$

Die Größe  $1/\Delta$  gibt nach (66) stets die Anzahl der vollen Perioden an, nach deren Ablauf die Anfangsamplitude auf den  $e(2.72)$ -ten Teil zurückgegangen ist\*\*). Das logarithmische Dekrement (das eine von der Schwingungsdauer unabhängige Definition darstellt) besitzt aber noch eine weitere anschauliche energetische Bedeutung. Beim freischwingenden Pendel beträgt bekanntlich

$$(67) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{die potentielle Energie } E_P = M \cdot g \cdot s \cdot (1 - \cos \varphi) \sim M \cdot g \cdot s \cdot \frac{\varphi^2}{2} \\ \text{die kinetische Energie } E_K = \frac{K}{2} \cdot \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2. \end{array} \right.$$

Die Gesamtenergie eines solchen Pendels ist

$$M \cdot g \cdot s \cdot \frac{\varphi_0^2}{2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{K}{2} \cdot \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)_0^2,$$

wenn  $\left( \frac{d\varphi}{dt} \right)_0$  die Geschwindigkeit beim Durchgang durch die Nullage bezeichnet. Berechnet man sich nach (63) das Verhältnis der während einer Periode ( $2T$ ) durch Reibung verlorenen Energie zur Gesamtenergie\*\*\*), so wird

$$(68) \quad \eta = \frac{\text{Verlustenergie}}{\text{Gesamtenergie}} = \frac{2k \cdot K \cdot \int_0^{2T} \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \cdot dt}{M \cdot g \cdot s \cdot \frac{\varphi_0^2}{2}}$$

wobei  $e^{-kT} \sim 1$  angenommen wird.

\*) Wegen der geringen Dämpfung lohnt es sich nicht, eine Auswertung direkt aufeinanderfolgender Maxima zu wählen.

\*\*) Die Zeit (Halbwertszeit)  $t' = \frac{1}{k} \ln 2$  bzw.  $t' = \frac{T'}{\Delta} \ln 2$  in Sekunden ist erforderlich, bis die Anfangsamplitude auf die Hälfte abgenommen hat.

\*\*\*) Man multipliziere (63) mit  $d\varphi/dt$  und integriere nach  $t$ .

Werden die Beziehungen (64) und (7) benutzt, dann kann man (68) schreiben (69)

$$\eta = 2k \cdot T = \Lambda$$

d. h. das logarithmische Dekrement gibt den Bruchteil der Gesamtenergie an, der während einer Periode verlorenght.

Um zu prüfen, ob das Pendel dem Ansatz (63) streng genügt, ist für das Pendel Ni Nr. 1 die Amplitude  $\varphi$  logarithmisch in Abhängigkeit von der Zeit aufgetreten. Innerhalb der Ausmeßgenauigkeit von  $\pm 0.05'$  ist, wie die Lage der Meßpunkte  $\circ$  auf einer Geraden zeigt, das lineare

Dämpfungsgesetz  $k \cdot \frac{d\varphi}{dt}$  streng erfüllt. Im Gegensatz dazu findet STELTER<sup>32)</sup> für die Luftdämpfung ein mit der Amplitude wachsendes Dekrement. Die Abweichungen sind bei unseren kleinen Amplituden ( $< 30'$ ) noch nicht be-

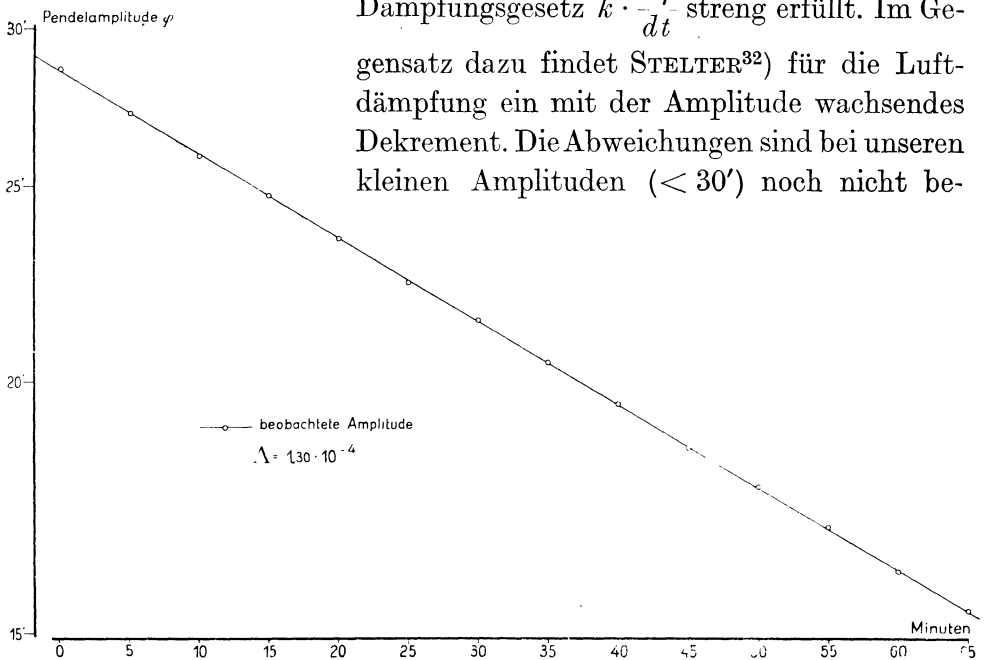


Fig. 23. Amplitudenabnahme.

merkbar, so daß die obigen einfachen Relationen für die hier erforderliche experimentelle Genauigkeit erfüllt sind.

Das logarithmische Dekrement eines schwingenden Pendels besteht aus zwei Anteilen: dem Dekrement  $\Lambda_L$  für die Reibungsverluste in der Luft und dem Dekrement  $\Lambda_S$ , das von der Lagerreibung herührt. Man kann beide Dekremente trennen, indem man das Pendel im luftverdünnten Raum schwingen läßt. Trägt man  $\Lambda$  in Abhängigkeit vom Druck  $p$  auf, so ergibt der Ordinatenschnittpunkt von  $\Lambda$  für  $p \sim 0$  mm die Lagerreibung  $\Lambda_S$ .

Nach den obigen Betrachtungen ist für dieselbe Pendelform und bei konstanter Schneidenreibung das Dekrement  $\Lambda$  bei verschiedenen

Pendeln proportional  $1/M \cdot s$ . Die Abhängigkeit von  $M$  zeigen folgende drei stabförmigen Minimalpendel ( $T \sim 0.4$  sec)

Messingpendel . .	$M = 2.86$ kg	$A = 1.30 \cdot 10^{-4}$
Aluminiumpendel .	$M = 0.99$ kg	$A = 4.0 \cdot 10^{-4}$
Quarzpendel . . .	$M = 0.68$ kg	$A = 5.0 \cdot 10^{-4}$

Diese Zahlen bestätigen in großen Zügen die Proportionalität von  $A$  mit  $1/M$ . Legt man für die neuen Minimalpendel die Dämpfung der üblichen STERNECK-Pendel zugrunde, so ist, da

$$\text{für STERNECK-Pendel } A \sim M \cdot T^2$$

$$\text{für Minimalpendel } A \sim \frac{M}{2} \cdot T^2,$$

zum Ausgleich unter Vernachlässigung der Lagerreibung ungefähr die doppelte Masse zu wählen. Aus diesem Grunde beträgt für die Jenaer Minimalpendel das Gewicht ca. 2.5 kg.

Selbstverständlich muß auf die Auswahl des Schneidenmaterials und die Größe des Schneidenradius große Sorgfalt verwendet werden. In der folgenden Zusammenstellung sind in ein Messingminimalpendel ( $T \sim 0.4$  sec,  $M \sim 2.6$  kg) verschiedene Schneiden eingesetzt worden; die entsprechenden Dekremente sind

Schneidenmaterial	Dekrement $A$
Stahl I, schlechter Schliff	$4.5 \cdot 10^{-4}$
Stahl II, guter Schliff	$1.4 \cdot 10^{-4}$
Achat, Schliff I	$2.0 \cdot 10^{-4}$
Achat, Schliff II	$1.8 \cdot 10^{-4}$
Stahl III, guter Schliff	$1.3 \cdot 10^{-4}$

Die weitere wesentliche Forderung ist, daß die Pendel hinsichtlich des Schneidenradius  $\rho$  auch über längere Zeit hinreichend konstant bleiben. Um dieser immerhin noch möglichen Fehlerquelle, die auch bei Minimalpendeln voll eingeht, zu begegnen, wird es sich empfehlen, stets gleichzeitig mit mindestens vier Pendeln zu arbeiten.

3. Schneide und Niveau. Für die Konstruktion wird man eine Angabe verlangen, wie genau die Schneide senkrecht zur Pendelachse sein muß. Die strengen Betrachtungen kann man bei HELMERT<sup>29)</sup> finden. Die Rechnungen im folgenden, die nur eine erste Näherung erstreben, gehen von der reduzierten Pendellänge aus. Ist die Schneide (s. Fig. 24  $\alpha$ ) nicht senkrecht zur Pendelachse  $BC$ , sondern um den Winkel  $i$  abweichend befestigt, so erhält man für  $T_0$  die Halbschwin-

gungsdauer

$$(69a) \quad T_i = T_0 \cdot \sqrt{\cos i} \sim T_0 \cdot \left\{ 1 - \frac{i^2}{4} \right\},$$

weil nur die Projektion  $l \cdot \cos i$  von  $l$  in (1) eingeht. Sofern  $i$  konstant bleibt ist eine falsche Justierung der Schneide ohne Einfluß auf die Schweremessung.

Hat jedoch die Schneidenauflage  $A' A''$  eine Abweichung  $i'$  von der Horizontalen (s. Fig. 24  $\beta$ ), so ergibt sich für ein falsches Niveau (um  $i'$ ) eine Halbschwingung

$$(69b) \quad T_{i'} = \frac{T_0}{\sqrt{\cos i'}} \sim T_0 \cdot \left\{ 1 + \frac{i'^2}{4} \right\}.$$

Die letztere Formel besagt, daß man eine Verlängerung der Schwingungsdauer erhält, wenn die Pendelunterlage nicht im Niveau ist, da dann das senkrechte Pendel in ein „Horizontalpendel“<sup>36)</sup> übergeht. Für  $i' = 1'$  wird die Korrektur  $T_0 \cdot \frac{i'^2}{4}$

in der Halbschwingung bereits  $2.1 \cdot T_0 \cdot 10^{-8}$  sec. Die Relation (69b) muß beachtet werden, wenn man die Niveauempfindlichkeit am Pendelapparat berechnet und die Forderungen für die Genauigkeit der Schneidenlager hinsichtlich ihrer Oberflächenpolitur angeben will.

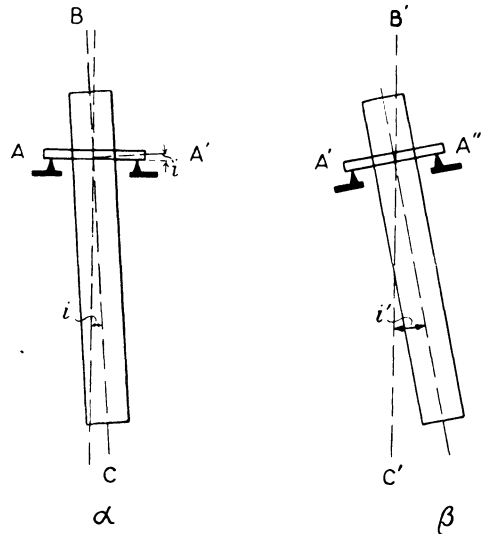


Fig. 24. Justierung der Pendelschneide ( $\alpha$ ) bzw. des Pendels ( $\beta$ ).

### § 7. Der Temperaturkoeffizient.

1. Das Pendelmaterial. Für die Auswahl des Pendelmaterials sind zwei wesentliche Forderungen maßgebend: Der Werkstoff muß so stabil sein, daß mit der Zeit auftretende innermolekulare Umlagerungen keine Änderung in der reduzierten Pendellänge  $l$  bedingen. Außerdem soll die Änderung der Schwingungsdauer für  $1^\circ$  Temperaturdifferenz möglichst gering sein, damit man auch bei relativ großen Wärmeschwankungen die Temperaturkorrektur noch sicher erfassen kann. Aus dem letzteren Grunde dürfen daher nur solche Stoffe zur Ver-

wendung kommen, die einen kleinen Wärmeausdehnungskoeffizienten  $\beta$  besitzen. Die „Stabilität“ des Materiales selbst kann man bei dem heutigen hohen Stand der Materialienkunde durch „künstliches Altern“ wesentlich erhöhen. Die Änderung in  $T$  bzw. in  $g$  beträgt für  $1^\circ$  Temperaturänderung annähernd

$$(70) \quad \Delta g_{1^\circ} = -\beta \cdot g$$

$$(71) \quad \Delta T_{1^\circ} = \frac{\beta}{2} \cdot T$$

Für Stoffe mit kleinem  $\beta$  wählt man Eisennickellegierungen und amorphen Quarz. Die entsprechenden Zahlen ( $0^\circ \dots 100^\circ$ ) sind in der folgenden Tabelle wiedergegeben:

	Stoff	$\beta$	$\beta \cdot g$ mgal
Eisennickel- legierungen	Indilatans	ca. $8-12 \cdot 10^{-7}$	0.8—1.2
	Invar	$6-7 \cdot 10^{-7}$	0.6—0.7
	Nilex	$2 \cdot 10^{-7}$	0.2
	Quarzglas	$3.9 \cdot 10^{-7}$	0.4

Der Einwand<sup>33)</sup>, daß man die günstigen Nickeleisenlegierungen wegen ihrer hohen Permeabilität für genaue Messungen nicht verwenden dürfe, ist nicht stichhaltig, da man stets eine entsprechende Korrektur leicht berücksichtigen kann (s. II, § 8). Als sonst geeignetes Material ist Quarzglas zu nennen. Mit Quarzpendeln ist aber für einigermaßen angenehmes Arbeiten die weitere Forderung verbunden, einen Vakuumapparat zu benutzen, da infolge des geringen spezifischen Gewichtes ( $\sigma = 2.2$ ) das logarithmische Dekrement entsprechend größer ist (s. § 6, 2).

2. Theorie der Temperaturkompensation bei invariablen Pendeln. Bei Verwendung von Quarzglaspendeln müssen die Temperaturen immerhin noch mit einer Genauigkeit von ca.  $1/5^\circ$  ermittelt werden. Beim Arbeiten im Zelt unter ungünstigen Verhältnissen dürfte sich diese Genauigkeit nicht immer erreichen lassen. Daher ist der Versuch naheliegend, die Schwerependel ähnlich den Uhrpendeln aus zwei Metallen mit verschiedenen Ausdehnungskoeffizienten herzustellen. Die Schwierigkeit besteht nur darin, die geschlossene stabile Form und die Minimumbedingung für die Schwingungsdauer beizubehalten.

Für den mathematischen Ansatz sind drei Bedingungen zu erfüllen:

1. Das Pendel soll eine bestimmte Schwingungsdauer besitzen, d. h.  $l$  ist vorgegeben.



2. Der Abstand: Schneide—Schwerpunkt ( $= s$ ) soll ebenfalls vorgegeben sein, d. h.  $s = l/2$  (Minimumbedingung), allgemein werde  $s = j \cdot l$  gesetzt.

3. Der Ausdehnungskoeffizient und die Dimensionen des Kompensationskörpers sollen so bestimmt werden, daß der resultierende Temperaturkoeffizient annähernd verschwindet.

Die Berücksichtigung aller drei Bedingungen führt auf ein unübersichtliches Gleichungssystem, dessen Auflösung eine baldige Spezialisierung für die Pendelform erfordert. Man macht die wesentliche Voraussetzung, daß die äußeren Dimensionen des Pendels bereits der Forderung 2 ( $s = j \cdot l$ ) entsprechen, d. h. man hat es z. B. mit der Form eines Minimalpendels zu tun; außerdem soll sich bei der weiteren praktischen Anwendung das Pendel in erster Annäherung durch einen Zylinder darstellen lassen.

Im Körper I des Pendels (s. Fig. 25) befindet sich der Kompensationskörper II an der unteren Pendelfläche befestigt, damit seine Ausdehnung wie ein negativer Temperaturkoeffizient wirkt. Die einzigen Voraussetzungen sind:

- a)  $h_2$  ist der einem Minimalpendel (bzw. für  $s = j \cdot l$ ) entsprechende Abstand: Schneide—Pendelerunterkante;
- b) der Körper II ist ein zylindrischer Stab;
- c) das Pendel hat einen mittleren Durchmesser von  $2r_m$ , eine mittlere Länge  $y \cdot l$ , wobei  $y$  ein Zahlenfaktor ist, und ein mittleres spezifisches Gewicht  $\sigma_m$ .

Im übrigen kann die Gestalt von Körper I beliebig sein, ebenso ist der Einfluß der Spiegel und der Schneide mit inbegriffen. Die bereits

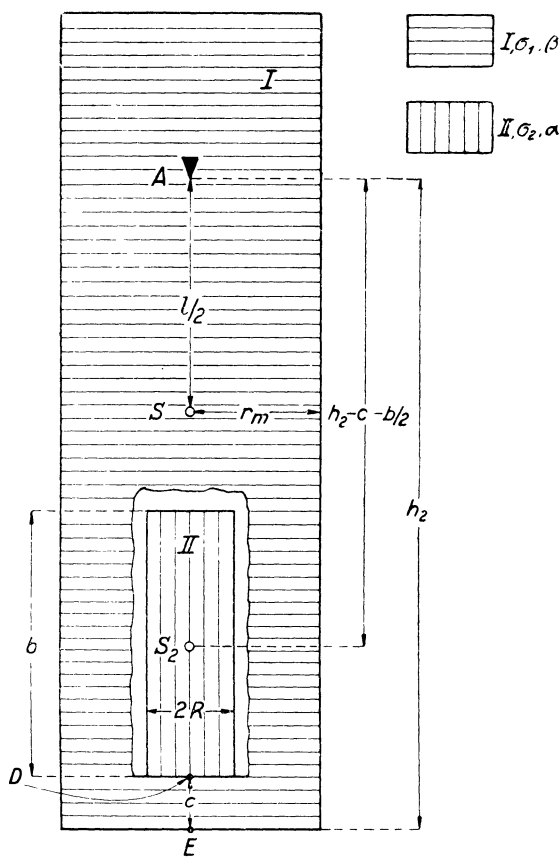


Fig. 25. Temperaturkompensiertes Pendel.

einem Minimalpendel (bzw.  $s = j \cdot l$ ) angehörende Länge  $h_2$  ist aus Versuchspendeln und theoretischen Überlegungen bekannt. Die der Rechnung zugrunde liegenden Daten sind nach Fig. 25:

- $c$  = Abstand des Körpers II von der Pendelunterkante.
- $h_2$  = Abstand der Schneide von der Pendelunterkante.
- $r$  = Zylinderradius, bzw.  $r_m$  mittlerer Zylinderradius des Zylinders I.
- $b$  = Länge des Zylinders II,  $R$  = Radius des Zylinders II.
- $\sigma_i$  = Spezifisches Gewicht.
- $\beta$  = Wärmeausdehnungskoeffizient von I  $\alpha > \beta$ .
- $\alpha$  = Wärmeausdehnungskoeffizient von II.
- $K_{0,i}$  = Trägheitsmoment, bezogen auf den Schwerpunkt.
- $K_{A,i}$  = Trägheitsmoment, bezogen auf die Pendelschneide  $A$ .
- $D_{A,i}$  = Einfaches Moment, bezogen auf die Pendelschneide  $A$ .
- $M$  = Gesamtmasse des Pendels,  $m_i$  = Einzelmassen der Körper  $i$ .

Die reduzierte Schwingungsdauer eines physischen Pendels ist nach (7)

$$(72) \quad l = \frac{K_A}{D_A} = \frac{K_{A,1} + K_{A,2}}{D_{A,1} + D_{A,2}}.$$

Um den Temperaturkoeffizienten von  $l$  zu berechnen, muß man die entsprechenden Werte für  $K_{A,i}$  und  $D_{A,i}$  angeben. Die Temperaturkoeffizienten eingeführt, erhält man

$$(73) \quad l_t = \frac{K_{A,1}(1 + 2\beta \cdot t) + K_{A,2}(1 - 2\varepsilon \cdot t)}{D_{A,1}(1 + \beta \cdot t) + D_{A,2}(1 - \gamma \cdot t)} =$$

$$= l_{t=0} \cdot \frac{1 + 2 \frac{\beta \cdot K_{A,1} - \varepsilon \cdot K_{A,2}}{K_{A,1} + K_{A,2}}}{1 + \frac{\beta \cdot D_{A,1} - \gamma \cdot D_{A,2}}{D_{A,1} - D_{A,2}}},$$

wobei  $\varepsilon$  und  $\gamma$  noch aus  $\alpha$  und  $\beta$  zu berechnen sind. Zur Berechnung von  $\gamma$  betrachte man

$$(74) \quad D_{A,2} = m_2 \cdot AS_2 = m_2 \cdot \left( h_2 - c - \frac{b}{2} \right).$$

Beachtet man, daß sich  $h_2$  und  $c$  mit  $\beta$  ausdehnen,  $b$  jedoch mit  $\alpha$ , so wird

$$(75) \quad \gamma = \frac{\alpha \cdot \frac{b}{2} - \beta (h_2 - c)}{h_2 - c - \frac{b}{2}}.$$

Das Trägheitsmoment  $K_{A,2}$  setzt sich aus  $m_2$ , dem Trägheitsradius

$$(76) \quad q = \sqrt{\left\{ \frac{b^2}{12} + \frac{R^2}{4} \right\}}$$

und der Strecke

$$AS_2 = h_2 - c - \frac{b}{2}$$

folgendermaßen zusammen

$$(77) \quad K_{A,2} = m_2 \cdot \left\{ q^2 + \left( h_2 - c - \frac{b}{2} \right)^2 \right\}.$$

Beachtet man, daß sich  $q$  mit  $\alpha$  ausdehnt und  $\left( h_2 - c - \frac{b}{2} \right)$  mit  $\gamma$ , so erhält man

$$(78) \quad \varepsilon = \frac{\alpha \cdot \left\{ \frac{b}{2} \left( h_2 - c - \frac{b}{2} \right) - q^2 \right\} - \beta \cdot (h_2 - c) \cdot \left( h_2 - c - \frac{b}{2} \right)}{q^2 + \left( h_2 - c - \frac{b}{2} \right)^2}.$$

In der Formel (73) sollen alle Größen vom Körper I durch die des Körpers II ausgedrückt werden. Es stehen die beiden Relationen (72) und (79) zur Verfügung

$$(80) \quad \left\{ \begin{array}{ll} l = \frac{K_{A,1} + K_{A,2}}{D_{A,1} + D_{A,2}} & (72) \quad K_{A,1} = l^2 \cdot j \cdot M - K_{A,2} \\ s = j \cdot l = \frac{D_{A,1} + D_{A,2}}{M} & (79) \quad D_{A,1} = l \cdot j \cdot M - D_{A,2}. \end{array} \right.$$

Es wird der Faktor von  $l_{t=0}$  in (73) gleich eins, wenn die Gleichung

$$(81) \quad 2(\beta + \varepsilon) \cdot K_{A,2} - l \cdot D_{A,2} \cdot (\beta + \gamma) = l^2 \cdot j \cdot M \cdot \beta$$

erfüllt ist. Die allgemeine Beziehung (81) stellt somit die Bedingung für den Kompensationszylinder dar. Wider Erwarten geben die Größen für  $\gamma$ ,  $\varepsilon$ ,  $K_{A,2}$  und  $D_{A,2}$  in (81) eingeführt eine sehr einfache Relation. Man beachte, daß

$$(82) \quad \beta + \varepsilon = (\alpha - \beta) \cdot \frac{\frac{b}{2} \cdot \left( h_2 - c - \frac{b}{2} \right) - q^2}{q^2 + \left( h_2 - c - \frac{b}{2} \right)^2}$$

und

$$(83) \quad \beta + \gamma = (\alpha - \beta) \cdot \frac{\frac{b}{2}}{h_2 - c - \frac{b}{2}}$$

ist. Benutzt man noch (74) und (77), so ergibt sich, (82) und (83) in (81) eingesetzt, die allgemeine Bestimmungsgleichung für Minimalpendel ( $j = \frac{1}{2}$ )

$$(84) \quad \left(\frac{b}{l}\right)^3 - \frac{3}{4} \left(\frac{b}{l}\right)^2 \cdot \left\{2 \frac{h_2 - c}{l} - 1\right\} + \frac{3}{4} \left(\frac{b}{l}\right) \cdot \left(\frac{R}{l}\right)^2 = -f$$

$$= -\frac{3}{4} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_2} \cdot \left(\frac{r_m}{R}\right)^2 \cdot \frac{y \cdot \beta}{\alpha - \beta}$$

wobei noch  $m_2 = \sigma_2 \cdot \pi \cdot b \cdot R^2$  und  $M = \sigma_m \cdot \pi \cdot y \cdot l \cdot r_m^2$  gesetzt worden ist. Der wesentliche Vorteil der Gleichung (84) besteht darin, daß die Zylinderlänge  $b$  sich aus einer rein numerischen kubischen Form ergibt.

Die gesamten Zahlenfaktoren — das lineare Glied  $\frac{3}{4} \left(\frac{b}{l}\right) \cdot \left(\frac{R}{l}\right)^2$  ist unbedeutend, da  $R \ll l$  — d. h.  $2 \frac{h_2 - c}{l}$  sind bereits konstruktiv vorgegeben.

Die einzigen Konstruktionsvariablen:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $R$  und  $\sigma_2$  sind in einer Größe

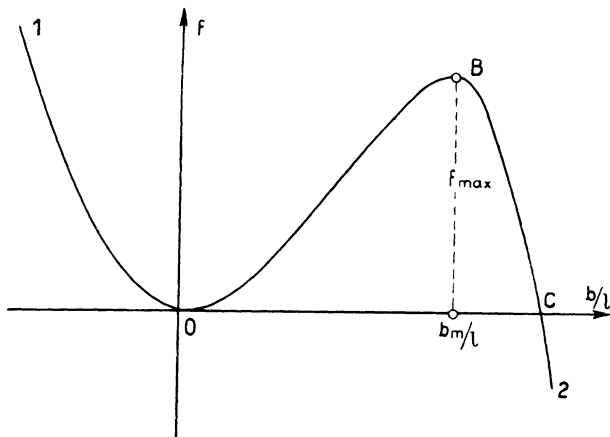


Fig. 26. Temperaturkompensationsgleichung.

$f$  auf der rechten Seite vereinigt. Um einen Überblick für die möglichen Werte  $(b/l)$  bei einem bestimmten  $f$  zu bekommen, betrachte man das graphische Bild in Fig. 26. Die Kurve 1...2 gibt in einem gewissen Bereich für ein bestimmtes  $f$  drei Lösungen. Zunächst fällt der Bereich 1...0 weg, da negative Werte von

$b/l$  keinen physikalischen Sinn haben, ebenso der Teil C...2, da  $\alpha$  stets größer als  $\beta$  sein soll. Mithin bleibt für eine physikalische Diskussion nur der Teil 0...B...C übrig. Zunächst interessiert die Lage des Maximums bei B, denn man wird  $(b/l)$  stets einem Wert  $f_{\max}$  zuordnen, weil hier die Konstruktionslänge  $b$  des Zylinders unempfindlich für kleine Fehler ist. Den Wert von B findet man, indem  $\frac{\partial f}{\partial (b/l)} = 0$  gesetzt wird (84). Es ergibt sich aus dieser Operation für

$$(85) \quad \left(\frac{b}{l}\right)_{\max.} = \frac{1}{2} \cdot \left\{2 \frac{h_2 - c}{l} - 1\right\} \cdot \left\{1 - 2 \left(\frac{R}{l}\right)^2 \cdot \frac{1}{\left[2 \frac{h_2 - c}{l} - 1\right]^2}\right\},$$

wobei man das Korrektionsglied in der Klammer ohne weiteres vernachlässigen darf. Der entsprechende Wert von  $f_{\max.}$  ist

$$(86) \quad f_{\max.} = \frac{1}{16} \cdot \left\{ 2 \frac{h_2 - c}{l} - 1 \right\}^3 \cdot \left\{ 1 - 6 \left( \frac{R}{l} \right)^2 \cdot \frac{1}{\left[ 2 \frac{h_2 - c}{l} - 1 \right]^2} \right\},$$

wobei das Klammerkorrektionsglied ebenfalls klein ist. Man hat somit für das Maximum die einfache Relation

$$(87) \quad \frac{3y}{4} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_2} \cdot \left( \frac{r_m}{R} \right)^2 \cdot \frac{\beta}{\alpha - \beta} = f_{\max.} = \frac{1}{16} \cdot \left\{ 2 \frac{h_2 - c}{l} - 1 \right\}^3.$$

Die geometrische Bedeutung von  $(b/l)_{\max.}$  ergibt sich aus (85) zu

$$b_{\max.} = h_2 - c - \frac{l}{2}.$$

Nach Fig. 25 ist  $AS = l/2$ ;  $SD = h_2 - c - l/2$ , d. h. die Strecke  $b_m$  liegt stets zwischen  $D$  und dem Gesamtschwerpunkt. Hat man die Pendelgestalt vorgegeben, so macht man  $b$  gleich der halben Länge, vermindert um die Länge  $c$  des Aufsatzstückes  $DE$ , und führt diese Größe  $(b_m/l)$  in (87) ein, um die Materialkonstanten zu überblicken.

Um die nötige numerische Übersicht zu gewinnen, soll ein zylinderförmiges Stabpendel ( $r_m \ll l$ ) ohne Spiegel und Schneiden betrachtet werden; es ist

$$(88) \quad h_2 = \frac{l}{2} \cdot \{\sqrt{3} + 1\}.$$

Die Gesamtlänge ist  $l \cdot \sqrt{3}$ , mithin  $y = \sqrt{3}$ , für  $c$  wird Null gesetzt; es ist dann (84)

$$\left( \frac{b}{l} \right)^3 - \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4} \left( \frac{b}{l} \right)^2 = - \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_2} \cdot \left( \frac{r_m}{R} \right)^2 \cdot \frac{\beta}{\alpha - \beta}$$

$$f_{\max.} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{16} = 0.324_8 \quad \left( \frac{b}{l} \right)_{\max.} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866.$$

Fig. 27 gibt die Abhängigkeit von  $(b/l)$  und  $f$  von der Pendelgestalt selbst an. Man sieht, daß eine Kompensation über den Schwerpunkt  $S$  hinaus keinen Erfolg mehr hat. Es ist zu beachten, daß eine Kompensation nur unterhalb von  $S$  wirksam ist, bzw. nur überhalb von  $S$ , wenn man die obere Pendelfläche zur Befestigung von Körper II wählt. Die Kompensationsmöglichkeiten hinsichtlich des Materials sind nicht sehr groß. Für den günstigsten Wert ist

$$(89) \quad f_{\max.} = 0.324_8 = 1.3 \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_2} \cdot \left( \frac{r_m}{R} \right)^2 \cdot \frac{\beta}{\alpha - \beta}.$$

Wählt man Pendel aus Invar ( $\beta = 0.6 - 1.3 \cdot 10^{-6}$ ) und den Körper II aus Messing ( $\beta = 18.6 \cdot 10^{-6}$ ), so kann man mit  $r_m = 20$  mm und  $R \sim 9 - 10$  mm leicht eine Kompensation erreichen. Quecksilber zu verwenden, dürfte sich nicht empfehlen.

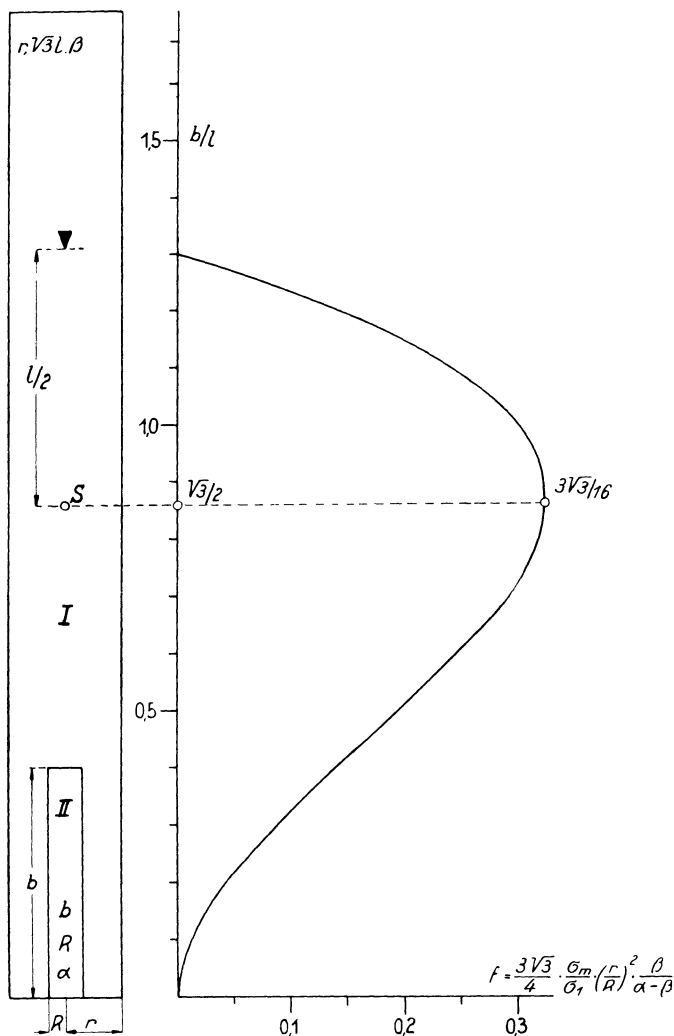


Fig. 27. Temperaturkompensationsgleichung für ein stabförmiges Minimalpendel.

Das Problem der Temperaturkompensation ist somit auch in ganz allgemeiner Form (84) für Minimalpendel bzw. alle Pendelformen ( $s = j \cdot l$ ) gelöst. Aus der physikalischen Bedeutung des Schwerpunktes (allgemein  $AS = l/2$ ) ergibt sich die beste Kompensationsmöglichkeit, wenn man den Körper II bis zur halben reduzierten Pendellänge (für

$j = \frac{1}{2}$  gleich dem Schwerpunkt) führt  $\left[ \frac{b}{l} = \frac{h_2 - c}{l} - \frac{1}{2} \right]$ . Dieses Ergebnis läßt sich an Hand der Fig. 11 bzw. 12 auch physikalisch leicht verständlich machen. Für die Variation stehen dann  $\frac{\sigma_m}{\sigma_2}$ ,  $\frac{\beta}{\alpha - \beta}$  und  $\frac{r_m}{R}$  zur Verfügung. Prinzipiell neu ist die Tatsache der Kompensation auch für Minimalpendel und die ganz allgemeine Angabe der konstruktiven Daten, ohne auf eine geschlossene und stabile Pendelform verzichten zu müssen\*).

3. Elektrische Temperaturmessung. a) Theorie. Um die Pendel im Laboratorium sehr genau auf ihren Temperaturkoeffizienten prüfen zu können, wurde bei dem neuen Jenaer Vierpendelapparat<sup>16)</sup> auf eine genaue Temperaturmessung sehr großer Wert gelegt. Würde man Quecksilberthermometer verwenden, so gestaltet sich die Ablesung auch während der Messung für die einzelnen Pendelkammern in einem Heizkasten recht schwierig. Es ist daher die Messung mit elektrischen Widerstandsthermometern ausgearbeitet worden. Die Ablesung braucht nicht am Pendelapparat zu geschehen und kann, ohne die Messungen zu stören, integrierend über die Pendelkammer vorgenommen werden. Die Genauigkeit ist entsprechend dem Ablesungsaufwand bei Quecksilberthermometern höher und bequemer zu erreichen. Der Widerstand wird in einer WHEATSTONESchen Brücke gemessen, deren Zusatzwiderstände als Temperaturgrade gezählt werden. Da m. E. diese elektrische Temperaturmessung evtl. auch bei anderen geophysikalischen Untersuchungen, wo eine genaue Überwachung der Temperatur sich erforderlich macht, mit Erfolg angewandt werden kann, seien im folgenden einige prinzipielle Einzelheiten angegeben<sup>34)</sup>.

Die Temperaturabhängigkeit eines elektrischen Widerstandes für einen Pt-Draht ist durch

$$(90) \quad w_t = w_0 \{1 + a' \cdot t + b' \cdot t^2\}$$

gegeben, wobei  $w_0$  der Widerstand bei  $0^\circ \text{C}$  bedeutet. Die Konstanten  $a'$  und  $b'$  haben in dem Bereich  $0^\circ - 100^\circ$  für fast chemisch reines Pt<sup>35)</sup> die Werte

$$a' = 3.88 - 3.92 \cdot 10^{-3}$$

$$b' = -0.6 \cdot 10^{-6}$$

Da die Charakteristik des Widerstandes eine Parabel ist, so muß man

\*) Die entsprechenden experimentellen Untersuchungen, die im Gange sind, sollen nach ihrem Abschluß mitgeteilt werden.

je nach dem Temperaturbereich die lineare Widerstandsumrechnung so wählen, daß die Korrekturen möglichst klein werden. Den linearen Bereich der Brückenkompensation kann man nach dem Vorgehen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt durch die Werte  $w_0$  und  $w_{100}$  definieren<sup>35)</sup>. Für die Pendelmessungen hingegen genügt ein Meßbereich von  $-10^\circ$  bis  $+40^\circ$  C. Die Ausgleichung geschieht nun nicht durch die Gerade  $b$  (Fig. 28), die durch  $w_{-10^\circ}$  und  $w_{40^\circ}$  gegeben ist, sondern

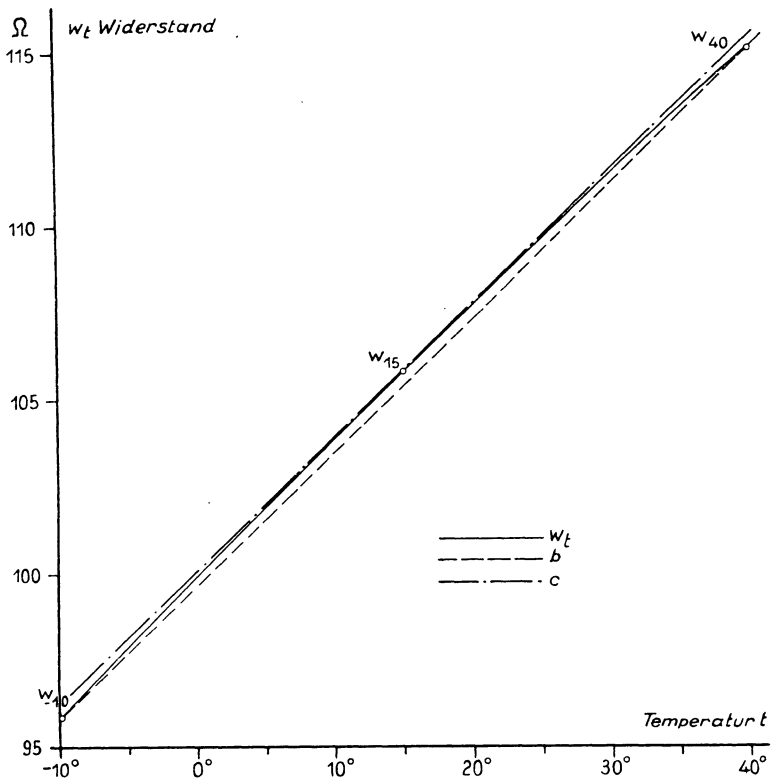


Fig. 28. Abhängigkeit eines Pt-Widerstandes von der Temperatur in schematischer Darstellung.

durch die entsprechende Parallele  $c$  in  $w_{15^\circ}$  an die Parabel. Man erreicht dann, daß die Korrekturen um  $15^\circ$  herum möglichst klein sind, d. h. in einem Bereich, wo die Messungen meistens vorgenommen werden. Für die elektrische Meßanordnung ergibt sich eine weitere Schwierigkeit: die verschiedenen Widerstandsthermometer sollen mit demselben Instrument ohne allzuviel Umrechnung gemessen werden. Man führt zweckmäßig ein mittleres Widerstandsthermometer ein, das man den Messungen selbst zugrunde legt. Die so anzubringenden Korrekturen sollen im folgenden abgeleitet werden.



Als Widerstandsthermometer kommen Pt-Thermometer zur Verwendung. Der Widerstand ist mit Rücksicht auf die Drahtdimensionen und das Galvanometer zu ca.  $100 \Omega$  bei  $0^\circ$  gewählt. Das Thermometer ist in eine WHEATSTONESche Brücke 1 : 1 geschaltet (s. Fig. 29), da bei Stromlosigkeit des Galvanometers  $G$  diese Kombination ihre größte Meßempfindlichkeit hat. Die Widerstandsänderung des Pt-Drahtes wird durch einen Stöpselwiderstand  $A$  gemessen, dessen einzelne Zusatzwiderstände ein bequemes Ablesen der Temperatur gestatten. Um die Thermometerzuleitung  $L$  zu eliminieren, wird der eine Brückenpunkt nach  $T'$  gelegt, so daß die Hin- und Rückleitung sich kompensieren.

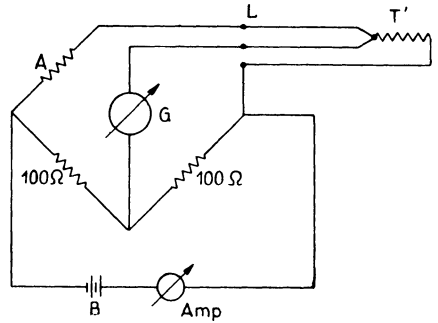


Fig. 29. WHEATSTONESche Temperaturmeßbrücke.

Die Auswertung der Widerstandsänderung soll an den nachstehenden Formeln gezeigt werden. Der Temperaturverlauf des Widerstandes ist durch einen quadratischen Ausdruck

$$(91) \quad w_t = w_0 \{1 + a' \cdot t + b' \cdot t^2\}$$

gegeben. Da die Pendelmessungen meistens bei einer mittleren Temperatur von  $15^\circ$ \*) stattfinden, wird man besser schreiben

$$(92) \quad w_t = w_{15^\circ} \cdot \{1 + a \cdot (t - 15^\circ) + b \cdot (t - 15^\circ)^2\},$$

wobei die neuen Konstanten  $a, b$  mit  $a', b'$  nach

$$(93) \quad \begin{cases} a = \frac{a' + 30b'}{1 + 15a' + 225b'} \\ b = \frac{b'}{1 + 15a' + 225b'} \end{cases}$$

zusammenhängen. Die Konstanten  $a, b$  werden durch Eichung mit einem bekannten Thermometer bzw. mit den gewöhnlichen Fixpunkten

\*) Für eine mittlere Temperatur  $t_m$  wird allgemein (91), (92) und (93)

$$(92a) \quad w_t = w_{t_m} \cdot \{1 + a \cdot (t - t_m) + b \cdot (t - t_m)^2\}$$

$$(93a) \quad \begin{cases} a = \frac{a' + 2b' \cdot t_m}{1 + a' \cdot t_m + b' \cdot t_m^2} \\ b = \frac{b'}{1 + a' \cdot t_m + b' \cdot t_m^2} \end{cases}$$

ermittelt. Die Brücke soll einen Meßbereich von  $-10^\circ\text{C}$  bis  $+40^\circ\text{C}$  haben. Die Widerstände, die in Temperaturgraden (Celsius) gezählt werden, sind so abzugleichen und zu bauen, daß eine Genauigkeit von  $\pm 2.0 \cdot 10^{-2}\text{C}^\circ$  erreicht wird und dabei die anzubringenden Korrekturen möglichst gering werden. Der Brückenwiderstand  $A$  besteht einmal aus einem festen Widerstand (s. Fig. 29), er entspricht einem Mittelwert der einzelnen Thermometer bei  $-10^\circ$ . Die zugestöpselte Temperatur wird nach

$$(94) \quad 10 \sim \left( \frac{w_{40^\circ} - w_{-10^\circ}}{50} \right)_{\text{Mittelwert}}$$

gezählt. Die Celsiusgradtemperatur ist aus  $(T^\circ_{\text{(für } W)} - 10^\circ)$  zu ermitteln. An dieser Angabe  $(T^\circ - 10^\circ)$  sind folgende Korrekturen anzubringen: eine feste Standkorrektur des Thermometers und die variable Korrektur für die Nichtlinearität der Widerstandscharakteristik. Für ein einzelnes Thermometer wird der Widerstandswert  $r$  für  $1^\circ$  Temperaturänderung, der einer linearen Charakteristik zugrunde gelegt wird,

$$(95) \quad r = a \cdot w_{15^\circ} = \frac{w_{40^\circ} - w_{-10^\circ}}{50}.$$

In der Brücke wird der Thermometerwiderstand  $T'$  (s. Fig. 29) durch den Widerstand  $A$  gemessen, es ist

$$A: W + r \cdot T^\circ = w_t = w_{15^\circ} \cdot \{1 + a(t - 15^\circ) + b(t - 15^\circ)^2\} = \underbrace{W_{-10^\circ} + \varepsilon + r \cdot T^\circ}_W.$$

Es gilt nun, die wahre Temperatur  $t^\circ$  aus der gemessenen Zahl  $T^\circ$  zu ermitteln. Man löst die obige Gleichung nach  $t$  auf und berücksichtigt, daß man in dem quadratischen Glied  $b(t - 15^\circ)^2$  näherungsweise bis auf Glieder höherer Ordnung  $(t - 15^\circ)$  durch  $(T^\circ - 25^\circ + a)$  ersetzen darf, wo

$$\alpha = 25 - \frac{w_{15^\circ} - w_{-10^\circ} - \varepsilon}{r}.$$

Man erhält

$$(96) \quad t = T^\circ - 10^\circ + \underbrace{\alpha}_1 - \underbrace{\frac{b}{a} (T^\circ - 25^\circ + a)^2}_2.$$

Im folgenden bezeichne man mit 1.  $\alpha$  die feste „Nullpunktkorrektur“, die durch die Abweichung  $\varepsilon$  von  $w_{-10}$  und das feste quadratische Glied  $\frac{b}{a} \cdot 625$  gemäß

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{r} - 625 \cdot \frac{b}{a}$$

gegeben ist; dazu kommt noch eine zweite Korrektur 2., die mit der Temperatur veränderlich ist und durch die nichtlineare Widerstandscharakteristik bedingt wird, man nenne sie „Parabelkorrektur“. Die Größe der Nullpunktkorrektur ist für die Auswertung nicht weiter hinderlich, da sie konstant ist. Für  $w_{15} \sim 100 \Omega$  wird  $r \sim 0.4 \Omega$ , man wird selbstverständlich  $\varepsilon$  nicht viel größer als  $0.5 \Omega$  werden lassen.

Das Glied  $\frac{b}{a} \cdot 625$  beträgt für die obigen Durchschnittswerte ca.  $0.09^\circ$ ,

es muß also immerhin mit berücksichtigt werden. Etwas unangenehmer ist die Parabelkorrektur, da sie mit der Temperatur sich ändert. Ihre

Werte sind für  $a \sim 0.4 \frac{b}{a} \sim -1.5 \cdot 10^{-4}$  überschlagsweise

$t$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$	$35^\circ$	$40^\circ$
Parabelkorr.	$0.000^\circ$	$0.004^\circ$	$0.015^\circ$	$0.034^\circ$	$0.060^\circ$	$0.094^\circ$

Für den praktischen Gebrauch kann man in dem Bereich von  $5^\circ \dots 25^\circ$  bei einer Genauigkeit von  $1/50^\circ$  auf die Parabelkorrektur verzichten. Beide Korrekturen 1. und 2. lassen sich leicht in einer Tabelle zusammenfassen.

Bei der praktischen Ausführung der elektrischen Temperaturmeßbrücke sollen gleichzeitig hintereinander mehrere Thermometer zu messen sein. Eine weitere Forderung ist auch hier, die Temperatur bequem zu ermitteln und die Korrekturen ohne viel Rechnung anzubringen. Die Brücke mit ihren in Temperaturgraden geeichten Zusatzstößelwiderständen ist auf ein sog. mittleres Thermometer dimensioniert. Zu den beiden angegebenen Korrekturen kommt dann noch eine dritte: die Korrektur für ein mittleres Thermometer. Da aus den Messungen in der Literatur  $b$  hinreichend bekannt ist und ferner in unserem kleinen Temperaturintervall fast eine Unsicherheit von 10% in  $b$  zulässig ist, soll der Koeffizient des quadratischen Gliedes für alle Widerstände als gleich angenommen werden. Der Widerstand  $w_{15}$  für das jeweilige Thermometer  $n$  sei

$$(97) \quad w_{15} \cdot (1 + q_n)$$

der entsprechende Temperaturkoeffizient  $a$

$$(98) \quad a \cdot (1 + p_n).$$

Die Bezeichnungen ohne Index beziehen sich auf ein mittleres Thermometer, das man so wählt, daß die Abweichungen gering sind und man eine Reihenentwicklung schon beim ersten Glied für den engen Temperaturbereich von  $-10^\circ$  bis  $+40^\circ$  abbrechen kann. Die neuen

Gleichungen lauten dann

$$(99) \quad W + T^\circ \cdot r = \\ = w_t = w_{15^\circ} \cdot (1 + q_n) \cdot \{1 + a \cdot (1 + p_n) \cdot (t - 15^\circ) + b \cdot (t - 15^\circ)^2\},$$

woraus man durch sukzessive Näherung erhält

$$(100) \quad t = T^\circ - 10^\circ + \alpha_n - \frac{b}{a} (T - 25^\circ + \alpha_n)^2 + (q_n + p_n)(T - 25^\circ + \alpha_n) *$$

indem man  $(t - 15^\circ) \sim (T^\circ - 10 + \alpha_n)$  setzt. Die Größe  $\alpha_n$  ist gegeben durch

$$(101) \quad \alpha_n = 25^\circ - \frac{w_{15^\circ} \cdot (1 + q_n) - W}{r}.$$

Damit der Fehler  $< 0.01^\circ$  ist, muß  $q_n + p_n < 4 \cdot 10^{-2}$  bei der hier angewandten Entwicklung sein.

Als letzter Fehler, der noch außer den Zuleitungen in der Brücke zu berücksichtigen bleibt, ist die Temperaturabhängigkeit von  $W$ . Dieser Widerstand ist aus Manganin gebaut, sein Temperaturkoeffizient ist nach der Literatur  $\alpha_{\text{Manganin}} = 0.00002$ . Die Korrektur muß in einer Zusatztablette für  $\alpha$  angegeben werden. Es ist

$$(102) \quad \alpha_{n_t} = 25^\circ - \frac{w_{15^\circ} (1 + q_n) - W_{15^\circ}}{r} + \alpha_{\text{Manganin}} \cdot W_{15^\circ} \cdot \frac{(t_w - 15^\circ)}{r},$$

wenn man mit  $t_w$  die Temperatur des Brückenthermometers bezeichnet. Für  $25^\circ$  maximale Temperaturänderung und  $W_{15} \sim 100 \Omega$  beträgt diese Korrektur  $-0.12^\circ$  hier. Da aber das verwandte Manganin in diesem Bereich einen negativen Temperaturkoeffizienten hat, so könnte man damit die Widerstandsänderung von 26 m Cu-Draht  $\Phi = 1.5 \text{ mm}$  kompensieren. Auf die entsprechende experimentelle Anordnung wird später eingegangen.

Zusammenfassend kann man also sagen: Beim Gebrauch derselben Brücke für verschiedene annähernd gleiche Thermometer ist leicht eine Genauigkeit von  $0.01^\circ$  bis  $0.02^\circ$  zu erreichen, die einzelnen Korrekturen

$$(103) \quad \begin{array}{l} \text{Nullpunktskorrektur} \quad \alpha_n = 25^\circ - \frac{1}{r} \{w_{15} (1 + q_n) - W\} \\ \text{Parabelkorrektur} \quad - \frac{b}{a} (T^\circ - 25^\circ + \alpha_n) \end{array}$$

Korrektur auf ein mittleres

$$\text{Thermometer} \quad - (q_n + p_n) \cdot (T^\circ - 25 + \alpha_n)$$

---


$$*) (t - 15^\circ) \cdot (1 + p_n) \cdot (1 + q_n) = T^\circ - \frac{w_{15^\circ} \cdot (1 + q_n) - W}{r} -$$

$$- \frac{b}{a} (1 + q_n) (t - 15^\circ)^2.$$

lassen sich einheitlich in nur eine Tabelle zusammenfassen, so daß man die am Stöpselrheostaten abgelesene Temperatur ohne Rechnung korrigieren kann. In dem folgenden Beispiel werden die Zahlen für eine ausgeführte Temperaturmeßbrücke gegeben.

b) Ausgeführte Apparatur. a) Thermometer. Für die Ausführung der Thermometer wurde Pt-Draht benutzt. Der Draht wurde auf Porzellankörper mit Gewinde aufgewickelt und entsprechend künstlich gealtert. Die Drahtdicke  $d$  (Durchmesser in mm) wurde so dimensioniert, daß bei der Verwendung eines geringen Meßstromes keine schädliche Erwärmung des Widerstandsthermometers eintritt. Beträgt der Belastungsstrom  $i$  (Amp.), so ist für den Fall, daß keine Wärmeableitung besteht und die gesamte zugeführte Wärmemenge wirksam wäre, die Temperaturerhöhung  $\Delta t^\circ$  für Pt-Draht in einer Sekunde<sup>37)</sup>

$$\Delta t^\circ = 0.06 \frac{i^2}{d^4}.$$

Als obere Grenze ergibt sich für

$i$ Belastungsstrom	Obere Grenze für die Temperaturerhöhung $\Delta t^\circ$	
	$d = 0.1$ mm	$d = 0.15$ mm
0.001 Amp.	0.0006°	0.0001°
0.002	0.0024	0.0005
0.004	0.0096	0.0019
0.005	0.0125	0.0030
0.010	0.0600	0.0120

In Verbindung mit der noch zu besprechenden Brückenempfindlichkeit konnte unbedenklich eine Drahtstärke von 0.1 mm gewählt werden, wenn der maximale Fehler  $\Delta t^\circ$  kleiner als  $1/100^\circ$  sein soll.

Die Eichung der einzelnen Widerstände wurde mit einem geeichten Thermometer (Ablesegenauigkeit  $1/100^\circ$ ) in einem Petroleumbad unter den üblichen Vorsichtsmaßregeln zwischen  $-10^\circ$  und  $+100^\circ$  vorgenommen. Die Widerstandswerte ließen sich bei  $0^\circ$  mit einer Genauigkeit von  $1^0/00$  auf  $100 \Omega$  abgleichen, indem man mit einem Stück Ag-Draht abstimmte. Aus den überschüssigen Beobachtungen wurden die Konstanten  $a'$ ,  $b'$  [s. (91)] durch Ausgleichung gewonnen. Setzt man näherungsweise

$$(104) \quad \begin{cases} w_0 = w_0' + A \\ a' \cdot w_0 = (a \cdot w_0)' + B, \end{cases}$$

so ergibt sich aus (91) das in  $A$  und  $B$  lineare Gleichungssystem

$$(105) \quad A + B \cdot t_i = w_{t_i} - \{w_0' + (a \cdot w_0)' \cdot t_i + b' \cdot w_0' \cdot t_i^2\} = \Delta w_i$$

wobei  $b' = 5.8 \cdot 10^{-7}$  angenommen wird. Selbst für Abweichungen in  $b'$  von 5% beträgt der Fehler in  $T^\circ$  für  $50^\circ$  noch  $< 0.02^{\circ}$ \*). Die Auflösung von (105) gibt

$$A = \frac{\sum_1^n i t_i \cdot \sum_1^n i w_i \cdot t_i - \sum_1^n i \Delta w_i \cdot \sum_1^n i t_i^2}{\left[ \sum_1^n i t_i \right]^2 - n \cdot \sum_1^n i t_i^2} \quad B = \frac{\sum_1^n i \Delta w_i \cdot \sum_1^n i t_i - n \cdot \sum_1^n i \Delta w_i \cdot t_i}{\left[ \sum_1^n i t_i \right]^2 - n \cdot \sum_1^n i t_i^2}.$$

Für fünf Pt-Widerstandsthermometer aus teilweise verschiedenen Pt-Drähten von 0.1 mm Stärke wurden gefunden

Nr.	$w_0$	$a' \cdot w_0$	$w_{15}$
1	100.037	0.3925	105.912
2	100.056	0.3943	105.958
3	100.016	0.3936	105.907
4	100.091	0.3930	105.973
5	100.010	0.3925	105.885

Die Abkühlungskonstante  $1/\tau$  [s. KOHLRAUSCH<sup>37)</sup>] wurde für einen Pt-Drahtwiderstand auf Porzellan zu  $\tau = 24^{\text{min}}$  ermittelt, d. h. die Temperaturdifferenz  $\Delta T^\circ = T^\circ_1 - T^\circ_0$  zwischen dem Thermometer ( $T^\circ_1$ ) und der Raumtemperatur ( $T^\circ_0$ ) ist in  $\tau$  Minuten auf ihren  $e$ -ten Teil abgesunken\*\*). Vergleichsmessungen über die Temperaturträchtigkeit der Pendel selbst stehen noch aus.

$\beta$ ) Meßbrücke. Die Dimensionierung der WHEATSTONESchen Brücke ist bereits durch die Größe der Widerstandsthermometer von  $100 \Omega$  gegeben. Die Genauigkeit der Temperaturbestimmung hängt von der Konstanz der Vergleichswiderstände  $A$  (s. Fig. 30) ab. Für alle Widerstände kam Manganin zur Verwendung, das nach den üblichen Vorschriften künstlich gealtert wurde. Die Manganinlegierung besitzt außer einer sehr kleinen Thermospannung gegen Kupfer noch einen sehr günstigen geringen Temperaturkoeffizienten. Die Fig. 31 zeigt

\*) Es ist  $\frac{dw_t}{db'} = w_0 \cdot t^2$ , andererseits kann man näherungsweise setzen  $T^\circ \sim t \sim \frac{wt}{a' \cdot w_0}$ , so daß  $dT^\circ \sim \frac{wt}{a' \cdot w_0}$  ist. Zieht man die einzelnen Relationen zusammen, so wird

$$dT^\circ \sim t^2 \cdot \frac{db'}{a'}.$$

Zahlenmäßig ist  $\frac{b'}{a'} = 1.5 \cdot 10^{-4}$ .

\*\*)  $T^\circ - T^\circ_0 = \Delta T^\circ \cdot e^{-\tau'/\tau}$ , wobei  $\tau'$  die Zeit und  $T^\circ$  die jeweilige Thermometertemperatur ist.

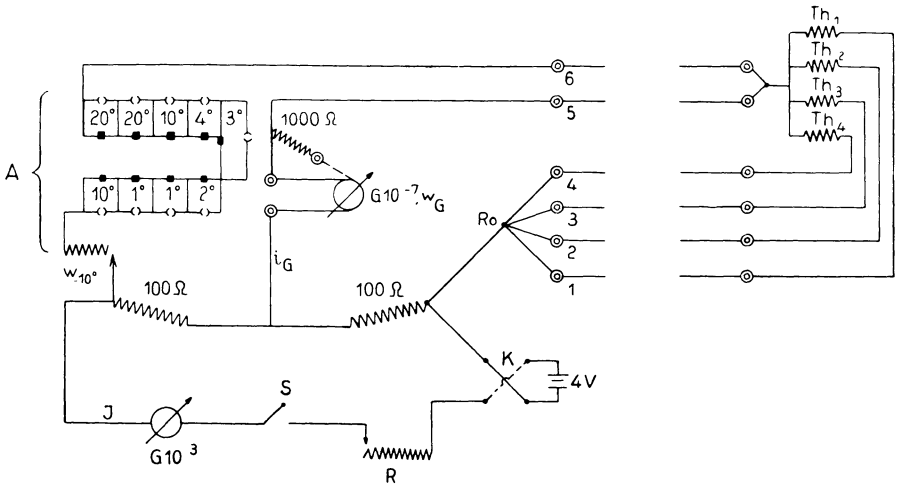


Fig. 30. Brückenschaltung.

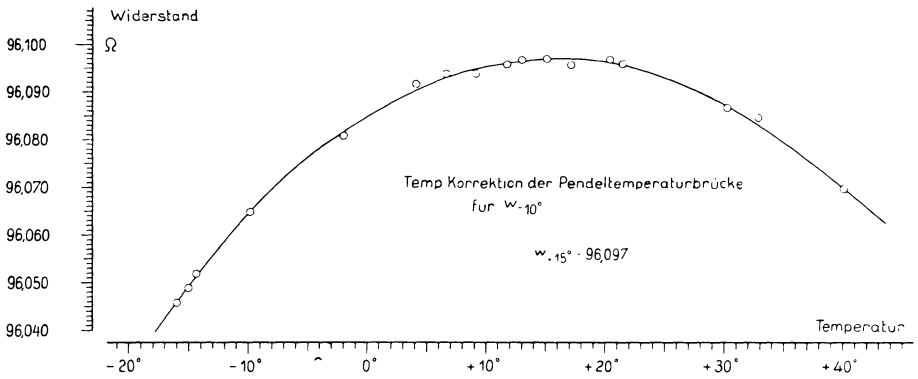


Fig. 31. Temperaturabhängigkeit des Brückenvergleichswiderstandes.

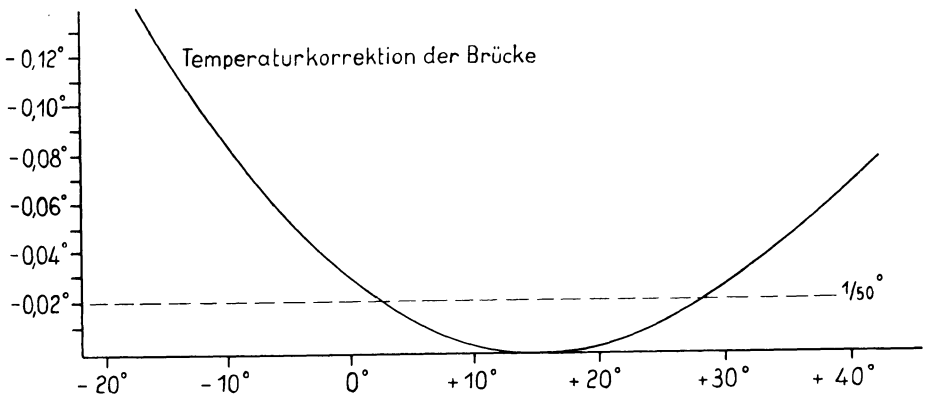


Fig. 32. Temperaturkorrektur der Brücke.

den Verlauf von  $w_{10^\circ}$  in Abhängigkeit von der Temperatur. Man sieht, daß auch in dieser Hinsicht die Brücke von selbst auf eine mittlere Temperatur von  $15^\circ$  kompensiert ist. In Fig. 32 ist mit der entsprechenden Widerstandsänderung des Pt-Drahtes ( $1^\circ \sim 0.393 \Omega$ ) die Temperaturkorrektur der Brücke berechnet. Man ersieht, daß für eine Meßgenauigkeit von  $1/50^\circ \text{ C}$  diese Temperaturkorrektur in dem Intervall von  $5^\circ$  bis  $25^\circ$  nicht berücksichtigt zu werden braucht. Das Verhältnis 1 : 1 der beiden Brückenwiderstände zu  $100 \Omega$  wurde auf  $10^{-5}$  gleichgemacht. Für die Berechnung eines „mittleren Temperaturwiderstandes“ wurden die folgenden Zahlen zugrunde gelegt:

$$w_0 = 100.000 \Omega \quad a' \cdot w_0 = 0.3930 \Omega \quad b' \cdot w_0 = -5.8 \cdot 10^{-5} \Omega.$$

Für die „Ersatzwiderstände“  $A$  bekommt man so bei  $1^\circ$  Temperaturdifferenz eine mittlere lineare Widerstandsänderung (95)

$$r = \frac{w_{40^\circ} - w_{-10^\circ}}{50} = \frac{1}{50} \{115.627 - 96.064\} = 0.3912_6 \Omega.$$

Der Ausgangswiderstand  $w_{-10}$  wird demnach zu  $w_{15} - 25 \cdot r = 96.100 \Omega$  zu wählen sein. Da aber der mittlere Wert  $w_0 = 100 \Omega$  von den obigen gemessenen Thermometern abweicht, wurde für  $w_{15}$  ein um  $0.032 \Omega$  größerer Wert zugrunde gelegt, so daß  $w_{-10} = 96.132 \Omega$  wird. Die in die Brücke eingebauten Stöpselwiderstände besitzen folgende Werte:

Bezeichnung	Sollwert $\Omega$	Gemessener Wert bei $20^\circ \text{ C}$	Drahtstärke*) $d \text{ mm}$
$w_{-10^\circ}$	96.132	96.132	0.2
$10^\circ : \Delta w_{10^\circ}$	3.913	3.912	0.5
$1^\circ : \Delta w_{1^\circ}$	0.391	0.392	1.0
$1^\circ : \Delta w_{1^\circ}$	0.391	0.391	1.0
$2^\circ : \Delta w_{2^\circ}$	0.783	0.783	0.8
$3^\circ : \Delta w_{3^\circ}$	1.174	1.173	0.8
$4^\circ : \Delta w_{4^\circ}$	1.565	1.565	0.8
$10^\circ : \Delta w_{10^\circ}$	3.913	3.910	0.5
$20^\circ : \Delta w_{20^\circ}$	7.825	7.823	0.5
$20^\circ : \Delta w_{20^\circ}$	7.825	7.824	0.5

Die Einzelwiderstände ergeben addiert  $123.904 \Omega$ , während man sie mit den Zuleitungen bei  $Th$  (s. Fig. 30) zu  $123.896 \Omega$  mißt, die Gesamtdifferenz von  $0.008 \Omega$  bzw.  $0.015 \Omega$  (gegenüber dem Sollwert  $123.911 \Omega$ ) entspricht erst einem maximalen Fehler von  $1/50^\circ$  an der

\*) An den Enden befinden sich teilweise Ag- bzw. Cu-Drähte zur Feinabstimmung.



Grenze bei 61°. Die Brücke findet jedoch nur zwischen  $-10^\circ$  und  $+40^\circ$  Verwendung, so daß dieser Fehler in der Praxis nicht erreicht wird. Die entsprechenden Korrekturen für die einzelnen Thermometerwiderstände werden zusammengefaßt, und man erhält schließlich folgende Tabelle\*):

Temperatur	Korr. für Nr. 1	Korr. für Nr. 2	Korr. für Nr. 3	Korr. für Nr. 4	Korr. für Nr. 5
$-10^\circ$	$+0.07^\circ$	$+0.06^\circ$	$+0.16^\circ$	$-0.06^\circ$	$+0.15^\circ$
$-5^\circ$	$+0.04^\circ$	$+0.02^\circ$	$+0.10^\circ$	$-0.09^\circ$	$+0.11^\circ$
$0^\circ$	$+0.02^\circ$	$-0.03^\circ$	$+0.07^\circ$	$-0.12^\circ$	$+0.09^\circ$
$+5^\circ$	$+0.01^\circ$	$-0.07^\circ$	$+0.05^\circ$	$-0.14^\circ$	$+0.07^\circ$
$+10^\circ$	$+0.01^\circ$	$-0.09^\circ$	$+0.03^\circ$	$-0.15^\circ$	$+0.07^\circ$
$+15^\circ$	$+0.01^\circ$	$-0.11^\circ$	$+0.02^\circ$	$-0.15^\circ$	$+0.07^\circ$
$+20^\circ$	$+0.02^\circ$	$-0.13^\circ$	$+0.02^\circ$	$-0.15^\circ$	$+0.08^\circ$
$+25^\circ$	$+0.03^\circ$	$-0.13^\circ$	$+0.02^\circ$	$-0.14^\circ$	$+0.10^\circ$
$+30^\circ$	$+0.06^\circ$	$-0.13^\circ$	$+0.03^\circ$	$-0.12^\circ$	$+0.13^\circ$
$+35^\circ$	$+0.09^\circ$	$-0.12^\circ$	$+0.05^\circ$	$-0.09^\circ$	$+0.16^\circ$
$+40^\circ$	$+0.13^\circ$	$-0.10^\circ$	$+0.07^\circ$	$-0.06^\circ$	$+0.20^\circ$

In Fig. 33 sind die Thermometerkorrekturen nochmals graphisch dargestellt, man sieht, daß alle Korrekturen kleiner als  $0.2^\circ$  sind. Fig. 32 gibt zu diesen Korrekturen schließlich noch die Temperaturabhängigkeit der Brücke selbst an.

\*) Am einfachsten lassen sich die Korrekturen ermitteln, wenn man den gleichen „Temperaturwerten“ entsprechende Widerstände gegenüberstellt, z. B. ist:

Temperatur $C^\circ$	Brückenwiderstand $\Omega$	Thermometerwiderstand Nr. 1. $\Omega$
$-10^\circ$	96.132	96.106
$-5^\circ$	98.088	98.073
$0^\circ$	100.045	100.037
$+5^\circ$	102.001	101.999
$+10^\circ$	103.958	103.956
$+15^\circ$	105.914	105.912
$+20^\circ$	107.870	107.864
$+25^\circ$	109.827	109.814
$+30^\circ$	111.783	111.760
$+35^\circ$	113.739	113.704
$+40^\circ$	115.695	115.644

Das Vergleichen der Widerstände erfolgt mit dem Galvanometer  $G \cdot 10^{-7}$  (s. Fig. 30). Der Galvanometerstrom  $i_G$  ist bei ca.  $0^\circ \text{C}$

$$(106) \quad i_G = \frac{J}{4} \cdot \frac{\Delta w}{100 + w_G},$$

wenn  $J$  den Strom im Instrument  $G \cdot 10^{-3}$  und  $w_G$  den Galvanometerwiderstand bedeutet. Für  $1^\circ$  Temperaturänderung ist  $\Delta w = 0.4 \Omega$ , für  $w_G \sim 400 \Omega$  ergeben sich folgende Werte

$J$ :	1	2	4	6	8	10	15	20	$\cdot 10^{-3}$ Amp.
$i_G$ :	2	4	8	12	16	20	30	40	$\cdot 10^{-7}$ Amp.

Da nun nach b,  $\alpha$ ) der für 0.1 mm dicken Pt-Draht zulässige Belastungsstrom ca.  $4 \cdot 10^{-3}$  Amp. betragen soll, so darf man für  $J$  einen Wert von

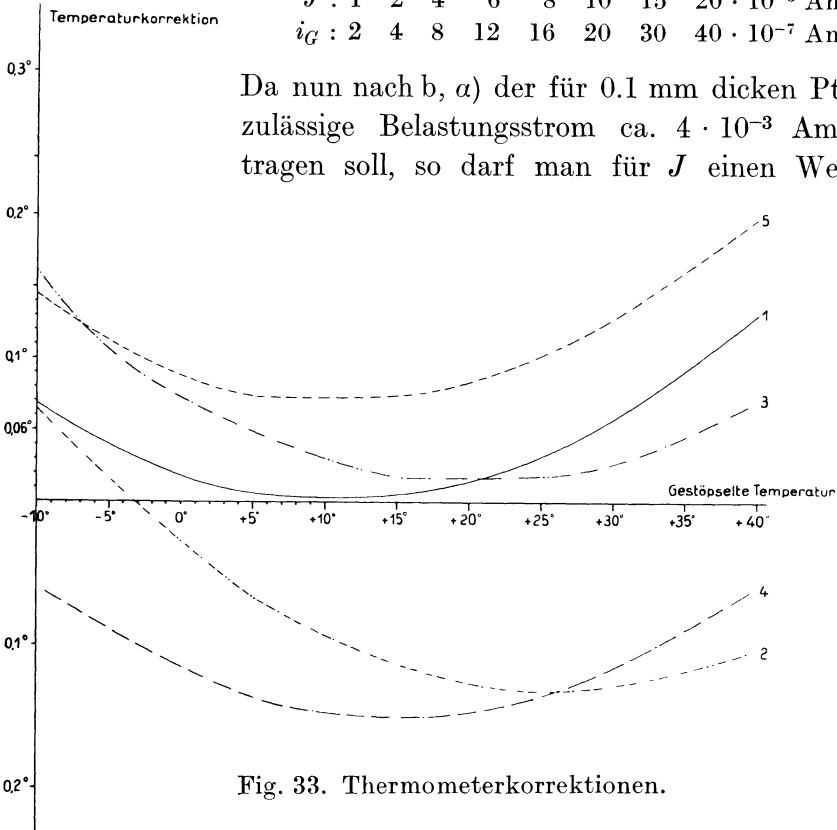
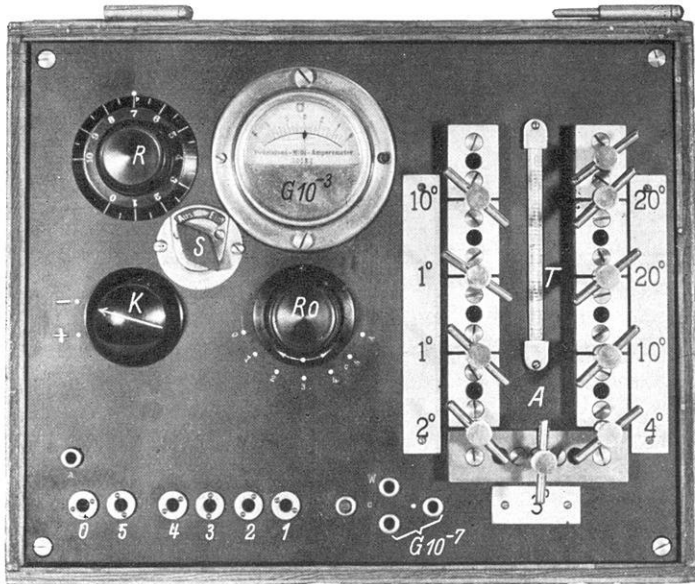


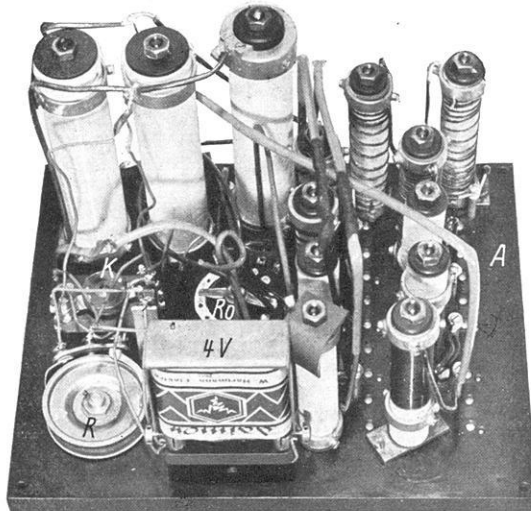
Fig. 33. Thermometerkorrekturen.

$8 \cdot 10^{-3}$  Amp. nicht überschreiten; ferner muß  $1/50^\circ$ , d. h. eine Stromstärke von  $3.2 \cdot 10^{-8}$  Amp. noch zu schätzen sein, d. h. das Galvanometer  $G \cdot 10^{-7}$  hat eine Stromempfindlichkeit von  $3.2 \cdot 10^{-7}$  Amp. für einen Skalenteil aufzuweisen. Für unsere Messungen wurde ein Zeigergalvanometer mit Bandaufhängung und einer etwas größeren Stromempfindlichkeit benutzt. Um die Interpolation bequem zu gestalten, kann man mit  $R$  (s. Fig. 30) den Strom  $J$  so einstellen, daß die Änderung des Brückenwiderstandes um  $0.393 \Omega$  im Galvanometer  $G \cdot 10^{-7}$  genau 10 Skalenteile gibt. Außerdem ist ein Kommutator  $K$

eingebaut, um den ganz geringfügigen Einfluß der Thermostrome und eine Veränderung des Nullpunktes von  $G \cdot 10^{-7}$  leicht zu eliminieren. Eine Schaltrosette  $Ro$  erlaubt, mit derselben Brücke schnell die verschiedenen Thermometer nacheinander abzulesen. Die Vergleichswiderstände (bei  $A$ , Fig. 30) werden in mittleren Temperaturgraden gezählt. Fig. 34 a zeigt die Brücke in der Aufsicht, während man in Fig. 34 b



a. 1 : 3.5.



b. 1 : 4.5.

Fig. 34 a, b. Temperaturmeßbrücke.  $R$  = Regulierwiderstand.  $G \cdot 10^{-3}$  = Milliampere meter.  $K$  = Kommutator.  $T$  = Brückenthermometer.  $Ro$  = Schaltrosette.  $A$  = Stöpselwiderstände.  $S$  = Schalter. 4 V-Trockenbatterie.

die einzelnen Schaltelemente von hinten sieht. Die Verbindung mit dem Pendelapparat geschieht über ein Mehrfachkabel mit Steckern.

4. Heizkasten. Um den Temperaturkoeffizienten der Pendel empirisch zu bestimmen, muß man sie bei verschiedenen Temperaturen

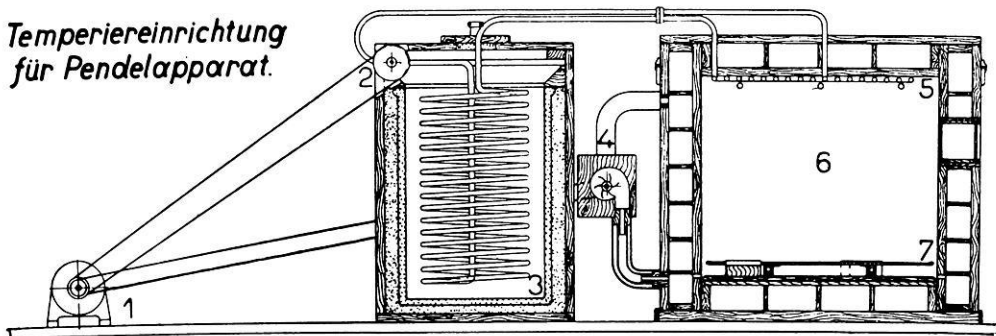


Fig. 35. Temperierapparat, 1 : 25.

1 = Motor. 2 = Pumpe. 3 = Kühlgefäß. 4 = Ventilator. 5 = Kühlrohre. 6 = Wärmeisolierter Raum. 7 = Grundplatte mit elektrischer Heizung.

Auf der inneren Wand

Auf der äußeren Wand

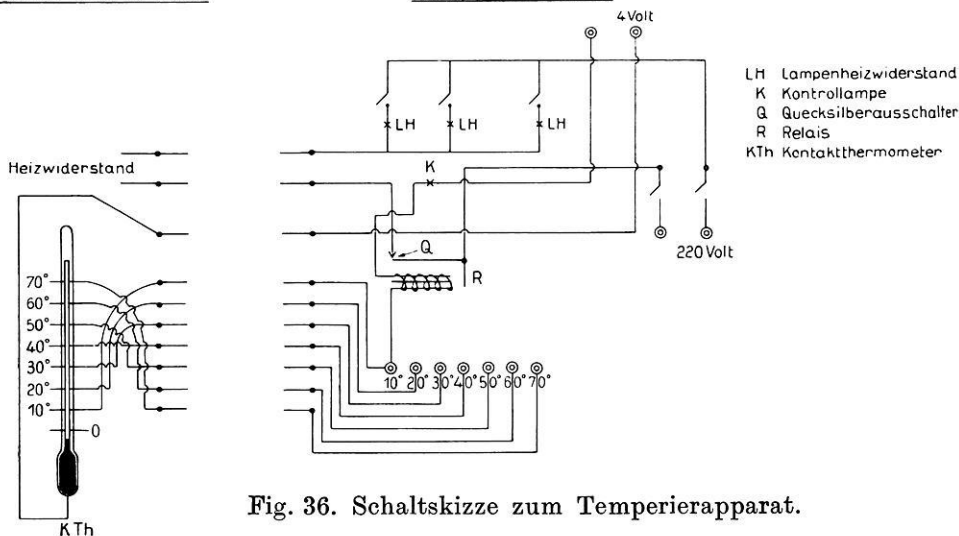


Fig. 36. Schaltskizze zum Temperierapparat.

schwingen lassen. Zu diesem Zweck bringt man den Pendelapparat in einen „Temperierapparat“. Ein solcher „Heizkasten“, wie er im Geodätischen Institut Potsdam verwandt wird, findet sich in einer Beschreibung von HAASEMANN<sup>38</sup>). Von der Firma ZEISS, Jena\*) wurde uns (s. Fig. 35) ein doppelwandig gut isolierter Raum (6) 70 × 70 × 70 cm

\*) Nach Angabe von Herrn Ob.-Ing. Dr. h. c. F. MEYER.

gebaut. Er läßt sich am Boden (7) elektrisch heizen. Oben befinden sich Rohre (5) aus Kupfer, in denen eine durch das Gefäß (3) gekühlte Flüssigkeit über eine Pumpe (2) zirkuliert. Um Temperaturschichtungen in (6) zu vermeiden, wird die Luft mit einem Ventilator (4) bewegt. Die Anlage wird von einem Motor (1) getrieben. Es ist so möglich, die Temperatur in (6) zwischen  $-10^\circ$  und  $+60^\circ$  zu verändern. Um die Heizung auf einer bestimmten Temperatur zu halten, ist noch ein Kontaktthermometer  $K$  mit einem Relais eingebaut (s. Fig. 36), so daß die Temperaturregelung (in Intervallen von  $10^\circ$  zu  $10^\circ$ ) automatisch erfolgen kann. Die Betätigung der entsprechenden mechanischen und elektrischen Auslösungen erfolgt von außen. Ebenso kann man bequem in jeder Pendelkammer und im Raum (6) die jeweilige Temperatur mit Widerstandsthermometern und der unter 3b beschriebenen Brücke messen. Nähere Einzelheiten mit Angabe der Wärmekapazitäten, Temperaturkoeffizienten der Pendel usw. werden in einer späteren Arbeit gegeben.

## § 8. Das Schwingungsdauer-Beobachtungsverfahren.

a) Theorie. 1. Das Prinzip. Für alle Zeitmessungen mit dem Pendel muß die Schwingungsdauer genau bestimmt werden. Man vergleicht bei absoluten Eichungen die Schwingungsdauer eines Pendels mit der einer Zeitnormale (bisher = einer astronomischen Uhr). Für die relativen Schweremessungen hingegen kommt es gemäß (2) nur darauf an, die Differenzen der Halbschwingungen an verschiedenen Punkten festzustellen. Das einfachste Verfahren, das sich selbstverständlich mit dem äußerst fruchtbaren Koinzidenzverfahren (Abschnitt II) an Eleganz nicht vergleichen kann, besteht darin, daß man den Zeitraum  $t_2 - t_1$  für  $n$  Schwingungen beobachtet und so

$$(107) \quad T = \frac{t_2 - t_1}{n}$$

findet. Die Genauigkeit  $\Delta T$  in  $T$  hängt einmal von der Zahl  $n$  und der Sicherheit  $\Delta t$  ab, mit der sich der jeweilige Nulldurchgang am Anfang und Ende erfassen läßt. Der zu erwartende Fehler ergibt sich zu

$$(108) \quad \Delta T = \frac{\Delta t \cdot \sqrt{2}}{t_2 - t_1} \cdot T.$$

Will man recht schnell beobachten und  $g$  [nach (2) und (108)] zu

$$(108a) \quad \Delta g = \frac{2\sqrt{2}g \cdot \Delta t}{t_2 - t_1}$$

auf einer Station noch mit einer Genauigkeit von 1.0 bzw. 0.2 mgal erhalten, so sind für  $\Delta t$  nach der beistehenden Tabelle (ohne Berücksichtigung der Häufung von Beobachtungswerten!)

$g = 1.0 \text{ mgal}$	{	$\Delta t \text{ sec:}$	0.1	0.01	0.001	0.0005	0.0002
		$(t_2 - t_1) \text{ min:}$	4700	470	47	23.5	9.4
$g = 0.2 \text{ mgal}$	{	$\Delta t \text{ sec:}$	0.1	0.01	0.001	0.0005	0.0002
		$(t_2 - t_1) \text{ min:}$	23500	2350	235	117.5	47

recht große Beobachtungsgenauigkeiten, d. h. kleine Werte für  $\Delta t$  anzustreben. Die Genauigkeitsgrenzen der später zu beschreibenden Hilfsmittel liegen bei einigen  $1/10000 \text{ sec}$  und sind nur bei photographischer Beobachtung zu erreichen. Das prinzipiell Wichtigste ist aber die Erfassung des Nulldurchganges bei den einzelnen Beobachtungsmomenten.

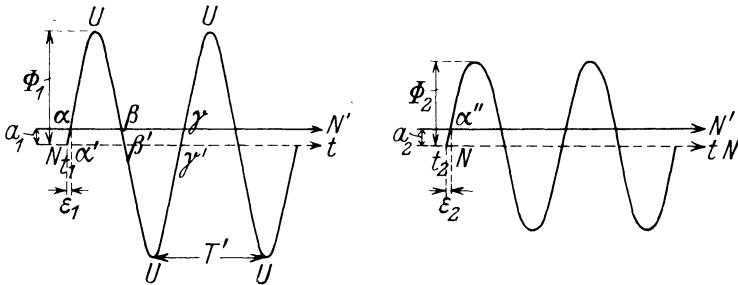


Fig. 37. Pendelschwingung.

Selbstverständlich genügt es nicht, den Nulldurchgang  $N$  aus den Umkehrpunkten  $U$  der Sinuskurve (s. Fig. 37) zu ermitteln, da diese Konstruktion nicht die erforderliche Schärfe liefert, wie man sich bei photographischen Registrierungen leicht überzeugt. Außerdem würde ein solches Verfahren wenig bequem und sehr zeitraubend sein.

2. Nulllinie und gedämpfte Schwingung. Um die Pendelschwingungen schnell und sicher ausmessen zu können, wird bei der Registrierung (s. § 8b) eine Nullmarke  $N'$  (s. Fig. 37) in der Kurve ausgeblendet. Da die Pendelschwingungen gedämpft sind, ergibt sich bei der Auswertung eine falsche Halbschwingung, wenn die Nullmarke  $N'$  (—) nicht mit der symmetrischen Zeitachse  $t$  ( $N \dots N$ ) zusammenfällt. Im folgenden soll die Korrektur berechnet werden, die bei der Ausmessung nach einer unsymmetrischen Nulllinie erforderlich ist.

Während der photographischen Aufnahme ist es nötig, daß die Apparatur: Pendelapparat, Lampe und Registrierapparat zueinander genau ( $\sim 1/10 \text{ mm}$ ) dieselbe horizontale Lage beibehalten. Der Film

kann einen seitlichen Spielraum haben, die Nullmarke jedoch muß gemäß der obigen Forderung fest sein. Sieht man von dem geringen Einfluß des Mitschwingens auf die Amplituden zweier gleicher gegeneinander schwingender Pendel ab, so beschreibt der Lichtzeiger (s. Fig. 37) eine gedämpfte sin-Kurve

$$(109) \quad \varphi = \Phi_0 \cdot e^{-kt} \sin \pi \frac{t}{T}.$$

Zur Zeit  $t_1$  soll die Kurve durch ihren wahren Nullpunkt  $N$  gehen. Die selbsttätig geschriebene Nullmarke  $N'$  (—) in  $\alpha$  wird erst zur Zeit  $t'_1 = t_1 + \varepsilon_1$  erreicht. Dasselbe wiederholt sich nach  $2n \cdot T$  sec bei  $t_2$  und  $t_2 + \varepsilon_2$ . Die Halbschwingung  $T$  bestimmt sich aus den Gleichungen

$$(110) \quad \begin{aligned} t'_1 &= t_1 + \varepsilon_1 \\ t'_2 &= t_2 + \varepsilon_2 \\ T_b &= \frac{t'_2 - t'_1}{2n} = T + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2n} \end{aligned}$$

Aus (110) sieht man, daß sich  $T$  stets zu groß ergibt, wenn die Linie  $N'$  nicht ihre Lage zu  $N$  bei der Anfangs- und Endbeobachtung wechselt. An dem ermittelten Wert  $T_b$  ist stets eine negative Korrektur  $\Delta T_N$

$$(111) \quad \Delta T_N = T - T_b = -\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2n}$$

anzubringen. Zur experimentellen Ermittlung dieser Korrektur stehen nur die Amplituden  $\Phi_1$  und  $\Phi_2$  und die Abweichung  $NN'$  zu  $a_1$  und  $a_2$  zur Verfügung (s. Fig. 37). Setzt man für  $\alpha$  und  $\alpha'$  die Werte in (109) ein, so ist

$$(112) \quad \begin{cases} \eta_1 = \frac{a_1}{\Phi_1} = e^{-k \cdot \varepsilon_1} \cdot \sin \frac{\pi}{T} \cdot \varepsilon_1 \\ \eta_2 = \frac{a_2}{\Phi_2} = e^{-k \cdot \varepsilon_2} \cdot \sin \frac{\pi}{T} \cdot \varepsilon_2. \end{cases}$$

Wird wegen der kleinen Werte von  $\varepsilon_i$  für den sin das Argument und für  $e^{-k \cdot \varepsilon_i} \sim 1$  gesetzt, so ergibt sich  $\Delta T_N$  aus den beiden relativen Nulllinienabweichungen  $\eta_1$  und  $\eta_2$  zu

$$(113) \quad \Delta T_N = -\frac{T}{\pi} \cdot \frac{\eta_2 - \eta_1}{2n}.$$

Drückt man  $\eta_2$  durch  $\eta_1$  mit aus, und wird das logarithmische Dekrement  $\Lambda = 2k \cdot T$  eingeführt, so wird (113)

$$(114) \quad \Delta T_N = -\eta_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \frac{e^{n \cdot \Lambda} - 1}{2n}.$$

Durch Reihenentwicklung findet sich

$$(115) \quad \Delta T_N = -\eta_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \frac{A}{2}.$$

Die praktischen Dekremente liegen bei ungefähr  $1.5 \cdot 10^{-4}$ , die Amplitude  $\Phi_1$  beträgt ca. 25 mm ( $\sim 25'$ ) auf dem Film, die Meßgenauigkeit ungefähr  $\pm \frac{5}{100}$  mm, also  $\eta_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ . Für  $T = 0.4$  wird der infolge der Ausmeßgenauigkeit noch mögliche Fehler in der Korrektur  $\Delta T_N \sim 2 \cdot 10^{-8}$  sec. Liegt die Nullmarke  $N'$  mehrere Millimeter abseits von  $N$ , so erhält man bereits beachtliche Korrekturen, die nicht vernachlässigt werden dürfen. Es ist aus diesen Gründen das Bestreben verständlich, eine Ausmeßmethode zu entwickeln, die frei von dieser

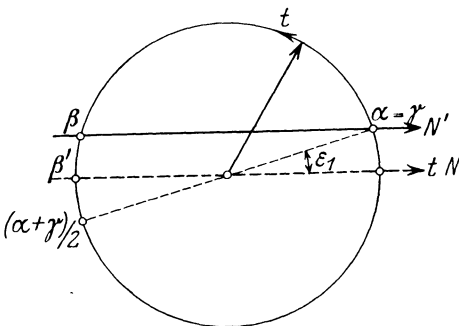


Fig. 38.

Vektorielle Darstellung der sin-Kurve.

Unbequemlichkeit und der scharfen Bedingung der Unverrückbarkeit der Apparaturteile ist und diesen Fehler automatisch eliminiert.

3. Elimination der Nullpunktskorrektur. a) Nulllinie parallel zur Zeitachse. Der Nullpunkt läßt sich experimentell wegen der Symmetrie der sin-Kurve aus mehreren besonderen Punkten bestimmen. Freilich ist dazu eine weitere Ausmessung der Registrierung nötig. Denkt man sich den Kurvenverlauf von Fig. 37 vektoriell dargestellt, so sieht man, daß der Punkt  $(t_\alpha + t_\gamma)/2$  nach der entgegengesetzten Seite von  $N'$  symmetrisch zur Nulllinie  $N$  liegt wie  $t_\beta$  (s. Fig. 38). Daher liegt das Mittel aus  $t_\beta$  und  $(t_\alpha + t_\gamma)/2$  auf der wirklichen Nullmarke  $N$ . Den Beweis zeigt die geometrische Darstellung in Fig. 38. Auch algebraisch ergibt sich diese Kombination. Die Zeiten  $t$  sind für die einzelnen Punkte

$$\alpha : t_1 + \varepsilon_1 \quad \gamma : t_1 + \varepsilon_1 + 2T \quad \beta : t_1 - \varepsilon_1 + T$$

$$(116) \quad \frac{(\alpha + \gamma)}{2} : t_1 + \varepsilon_1 + T \quad \beta' = \frac{\beta + \frac{\alpha + \gamma}{2}}{2} : t_1 + T = \frac{t_\beta}{2} + \frac{t_\alpha + t_\gamma}{4}.$$

Dieses letztere Verfahren hat den großen Vorteil, durch die Benutzung von drei Punkten die Auswertung von der Lage der Nulllinie  $N'$  und ihrer Konstanz über längere Zeiten (außer während einiger Halbschwingungen) unabhängig zu machen.



$\beta$ ) Nulllinie beliebig zur Zeitachse. Vom praktischen Gesichtspunkte erhebt sich sofort die Frage, ob dieses Dreipunktverfahren auch dann noch den richtigen Nullpunkt ergibt, wenn die Nullmarke  $N'$  nicht mehr parallel zur Zeitachse, sondern schief dazu verläuft. Die Punkte  $P_\alpha$ ,  $P_\beta$  und  $P_\gamma$  sollen ganz allgemein auf einer schiefen Geraden liegen. Es läßt sich auch für diesen Fall beweisen, daß die Zeit des Nulldurchganges

$$(117) \quad t_{P_{N_i}} = \frac{1}{4} (t_{P_i} + t_{P_{i+2}}) + \frac{1}{2} t_{P_{i+1}}$$

ist, wenn man  $\alpha, \beta, \gamma$  durch 1, 2, 3 bzw.  $i$  entsprechend ersetzt. Wollte

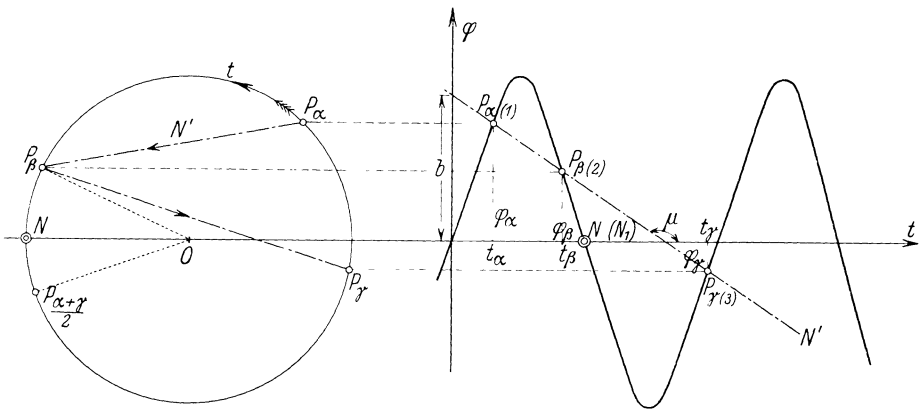


Fig. 39. Allgemeine Nullpunktskonstruktion.

man analytisch vorgehen, so soll bewiesen werden, daß drei aufeinanderfolgende Schnittpunkte der Geraden

$$(118a) \quad \varphi = t \cdot \operatorname{tg} \mu + b$$

und der Sinuskurve

$$\varphi = \Phi_0 \cdot \sin \frac{\pi}{T} \cdot t$$

oder drei aufeinanderfolgende Wurzeln der Gleichung

$$(118) \quad t \cdot \operatorname{tg} \mu + b = \Phi_0 \cdot \sin \frac{\pi}{T} \cdot t$$

in der Kombination (117) einen Punkt der Abszissenachse der Sinuskurve ergeben. Da eine Diskussion der transzendenten Gleichung (118) sich analytisch nicht bequem durchführen läßt, werde wieder die schon benutzte geometrische Betrachtungsweise angewandt. Damit die Nullpunktskonstruktion erfüllt ist, muß nach Fig. 39 sein

$$\sin N \hat{O} P_{\alpha+\gamma} = - \sin P_\beta \hat{O} N,$$

d. h.

$$(t_\alpha + t_\gamma) \cdot \frac{\pi}{2T} = \pi + t_\beta \cdot \frac{\pi}{T},$$

woraus sich die Forderung

$$(119) \quad t_\alpha + t_\gamma - 2t_\beta = 2T$$

ergibt. Es ist nun weiter zu zeigen, daß die in (119) aufgeführten Punkte  $P_\alpha, P_\beta, P_\gamma$  auch wirklich auf einer Geraden mit der Neigung  $\mu$  liegen. Aus (118a) folgt

$$(120) \quad t = (\varphi - b) \cdot \cos \mu.$$

Wird (120) in (119) eingeführt, so erhält man

$$(121) \quad \varphi_\alpha - \varphi_\beta + \varphi_\gamma - \varphi_\beta = 2T \cdot \operatorname{tg} \mu.$$

Ferner ist (119)

$$(119a) \quad t_\alpha - t_\beta + t_\gamma - t_\beta = 2T.$$

Werden die Formeln (121) und (119a) dividiert, so wird

$$(122) \quad \frac{\varphi_\alpha - \varphi_\beta}{t_\alpha - t_\beta} \cdot \frac{1 + \frac{\varphi_\gamma - \varphi_\beta}{\varphi_\alpha - \varphi_\beta}}{1 + \frac{t_\gamma - t_\beta}{t_\alpha - t_\beta}} = \operatorname{tg} \mu.$$

Da nun  $P_\alpha, P_\beta, P_\gamma$  auf einer Geraden liegen, so ist die Identität (122) erfüllt und somit die Nullpunktskonstruktion (117) ganz allgemein bewiesen. Es genügt, eine gerade Linie durch die Pendelschwingung zu ziehen bzw. bei der Aufnahme selbsttätig schreiben zu lassen und drei aufeinanderfolgende Schnittpunkte nach (117) zu kombinieren.

Im folgenden soll ein Beispiel zeigen, wie die nach dem obigen Dreipunktverfahren gewonnenen Nullpunkte für verschiedene Linien  $a, a', a'', a'''$  (s. Fig. 39a) stets innerhalb der Ausmeßgenauigkeit denselben Wert ergeben. Auf dem Film wurden optisch 0.05 bis 0.10 mm breite Streifen\*) ausgeblendet, die zur Nullmarkierung benutzt werden. Die einzelnen Werte  $t_i$  sind auf die 0-te Sekundenmarke bezogen. Man findet

Linie	$a$	$a'$	$a''$	$a'''$	
$t_1$	-0.0973 sec	-0.1458 sec	-0.1205 sec	-0.0772 sec	Mittelwert für den Nullpunkt
$t_3$	+0.7126 „	+0.6654 „	+0.6900 „	+0.7332 „	
$\frac{1}{2}(t_1 + t_3)$	0.3077 „	0.2598 „	0.2848 „	0.3280 „	
$t_2$	+0.3170 „	+0.3654 „	+0.3393 „	+0.2954 „	
Nullp.	0.3124 sec	0.3126 sec	0.3122 sec	0.3117 sec	$0.3122 \pm 2 \cdot 10^{-4}$ sec

\*) In der Reproduktion nicht zu sehen.

Der maximale Fehler einer einzelnen Messung beträgt  $\pm 4 \cdot 10^{-4}$  sec, wie man ihn sich auch aus der relativ langsamen Filmgeschwindigkeit von ca. 50 mm/sec und der Ausmeßgenauigkeit von  $\pm \frac{2}{100}$  mm praktisch errechnen kann. Trotz der verschiedenen Lage der „scheinbaren“ Nulllinien ist der errechnete Nullpunkt stets derselbe.

b) Registrierapparatur (technische Ausführung). 1. Lichtschreiber. Um die Beobachtungsgenauigkeit den praktischen Forderungen anzupassen, ist eine Registriergenauigkeit von einigen  $\frac{1}{10000}$  sec mit den üblichen Hilfsmitteln anzustreben. Das Schwingungsdauer-

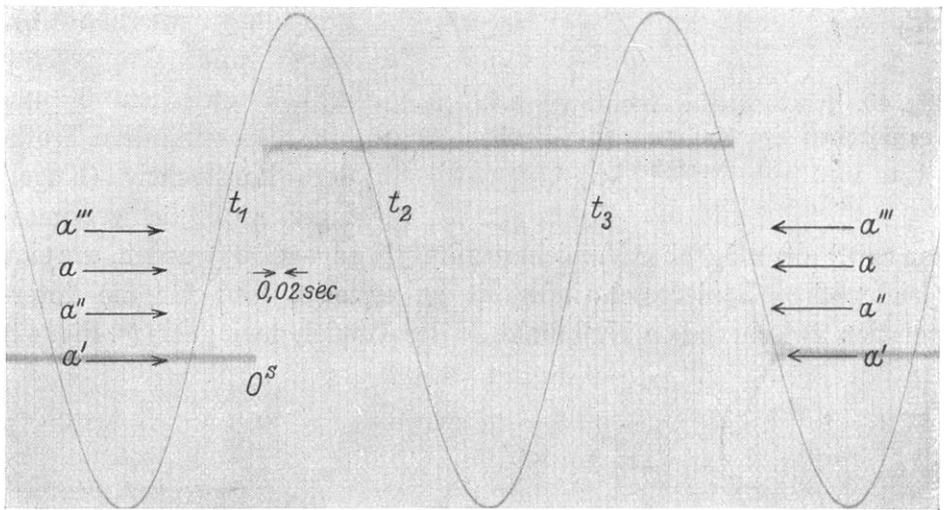


Fig. 39 a. Pendelfilm mit Nullmarken. 1:1.

Beobachtungsverfahren hat den großen Vorteil, für relative Schweredifferenzbeobachtungen an mehreren Stationen zugleich bei Verwendung gemeinsamer (drahtloser) Zeitzeichen den lästigen Uhrgang vollkommen zu eliminieren, da man über die gemeinsamen Zeitzeichen sozusagen die räumlich getrennten Pendelschwingungen zeitlich übereinanderlegen und so cum grano salis direkt die Schwingungsdauer bzw. die entsprechende Schweredifferenz ablesen kann\*).

Zur Aufnahme des von dem Pendelspiegel  $S$  reflektierten Lichtes einer 4-Volt-Einfadenlampe  $L$  dient ein Lichtschreiber  $Li$  (s. Fig. 40). Die Auswertung erfordert eine gleichmäßige Papiergeschwindigkeit des Filmes  $F$  und eine einwandfreie Optik, um scharfe, von Nebenbildern

\*) Der Gedanke des Differenzenverfahrens ist bereits alt, er wurde m. W. von v. STERNECK<sup>18)</sup>, BERROTH<sup>4)</sup>, BERGER u. MADER<sup>6)</sup> ausgeführt.

freie Registrierungen zu erhalten. Die für die Auswertung benötigte Nullmarke wird optisch als unbelichtete Stelle auf den Film gebracht. Fig. 41 a, b zeigen den Lichtschreiber mit Federuhrwerksantrieb *U*. Vor der Zylinderlinse *Z* befindet sich eine unter  $45^\circ$  geneigte feste Glasplatte *A* (s. Fig. 40), um auch während der Aufnahme stets auf der

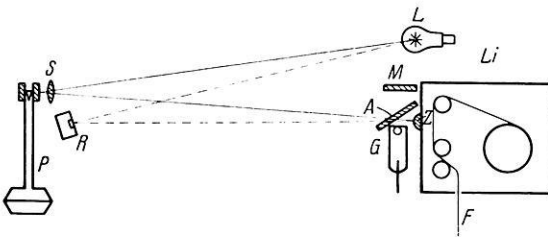


Fig. 40. Schematische Anordnung beim photographischen Schwingungsdauer-Beobachtungsverfahren.

Mattscheibe *M* den Lichtzeiger überwachen zu können. Die Papiergeschwindigkeit läßt sich durch Verstellen der Friktionskuppelung zwischen Uhrwerk und Papiergeber schnell zwischen 3 und 30 cm/sec verändern. Trotzdem konstruktiv (Kugellager, große Schwungmassen usw.) alle möglichen Vorsichtsmaßregeln angewandt wurden, um eine gleichmäßige Papiergeschwindigkeit zu erzielen, sind für die Interpolation zwischen dem Nullpunkt *N* der Pendelschwingung (s. Fig. 42)

alle möglichen Vorsichtsmaßregeln angewandt wurden, um eine gleichmäßige Papiergeschwindigkeit zu erzielen, sind für die Interpolation zwischen dem Nullpunkt *N* der Pendelschwingung (s. Fig. 42)

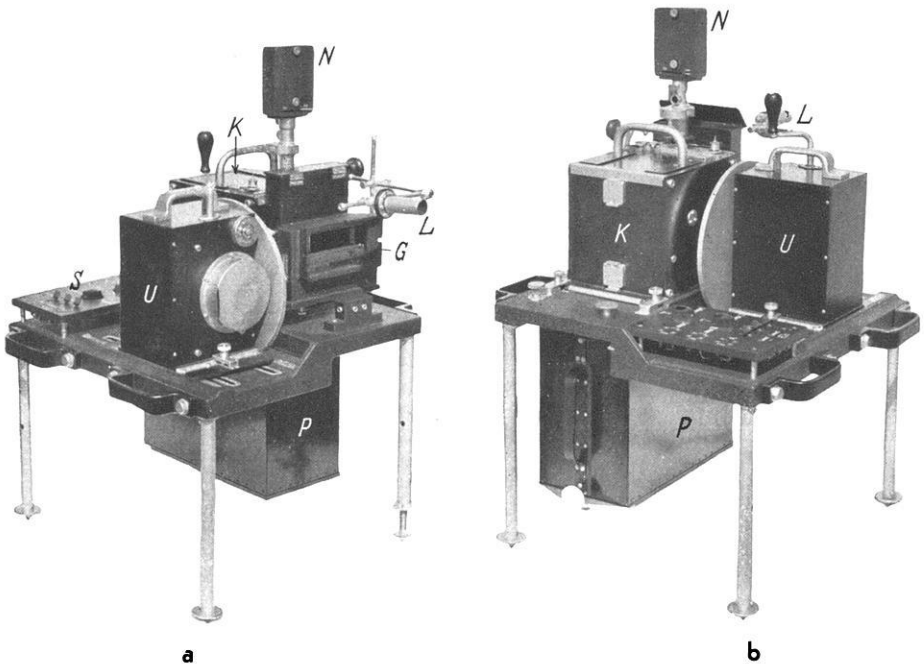


Fig. 41 a, b. Lichtschreiber, ca. 1:13.

*U* = Antriebsuhrwerk. *K* = Papiergeber. *P* = Transportkassette. *L* = Lampe. *N* = Filmnumerierungseinrichtung. *S* = Schaltbrett. *G* = Geißlerrohr.

und dem Zeitzeichen  $Z$  noch Zeitmarken auf dem Film erforderlich, die im Prinzip erst gestatten, die äußerste Genauigkeit von einigen  $1/10000$  sec für einen einzelnen Nulldurchgang  $N$  in Beziehung zur Sekundenmarke  $Z$  zu erzielen.

2. Zeitmarkierer. a) Stimmgabelzeitmarkierer. Für genaue Zeitmessungen benutzt man eine Stimmgabel, deren Zinken meistens am Rand oder auf der Kurve selbst die Stimmgabelschwingungen wiedergeben. Für längere Beobachtungszeiten ist ein Antrieb für die Stimmgabel erforderlich. Obgleich für die äußerste Frequenzkonstanz nur eine

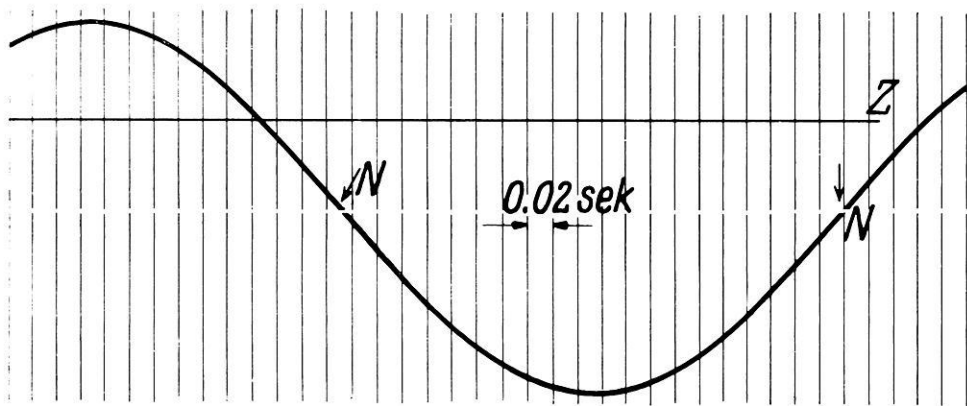
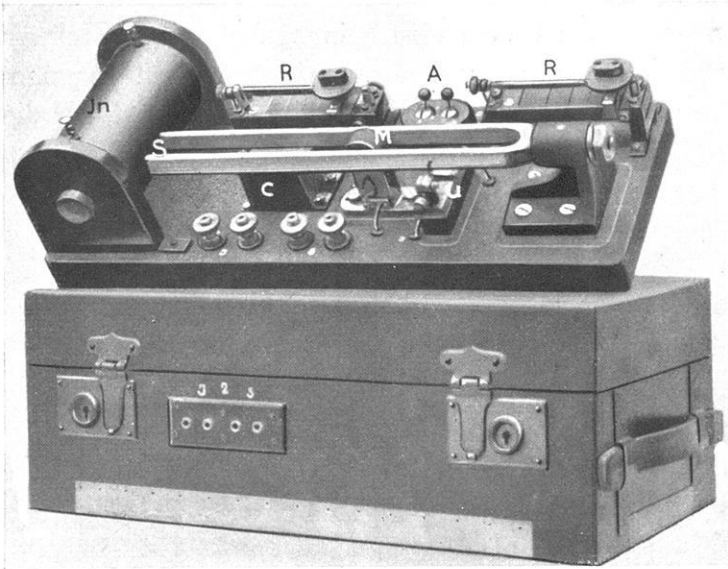


Fig. 42. Schematische Filmregistrierung. 1:1.

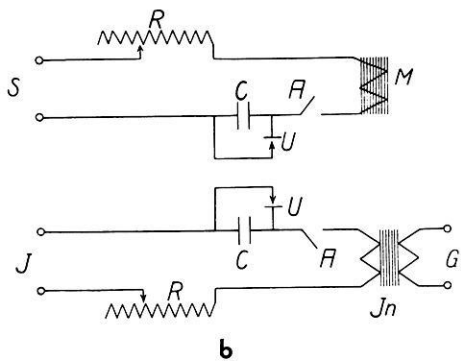
„Röhrenstimmgabel“ in Frage kommt<sup>39), 40)</sup>, so ist für unsere Zwecke die Genauigkeit eines elektromagnetischen Antriebes mit Kontakten noch völlig ausreichend, weil ja nur innerhalb einer Sekunde bzw. der relativ kurzen Beobachtungsintervalle eine Frequenzkonstanz von ca.  $5 \cdot 10^{-4}$  nötig ist und die Stimmgabel durch das Pendel bzw. die Sekundenmarken der Uhr jederzeit gleich mit geeicht wird. Die verschiedenen Fehlerquellen finden sich gründlich untersucht in der Arbeit von DADOURIAN<sup>41)</sup>. Die einzelnen Zeitmarken werden als schwarze Linien unmittelbar auf den Film von einem Geißlerrohr  $G$  geschrieben, wie es von v. ANGERER<sup>42)</sup> bereits früher angegeben wurde. Das Geißlerrohr  $G$  (s. Fig. 41 a) leuchtet im Takt der Stimmgabel  $S$  (s. Fig. 43 a, b) auf. Die Stimmgabel  $S$  betätigt zwei Kontakte  $U$ . Einer davon liegt im Stromkreis der Magnetspule  $M$  und erregt die Stimmgabel, während der andere den Primärstrom eines Induktors  $Jn$  unterbricht. An den Klemmen der Sekundärseite des Induktors liegt das Geißlerrohr  $G$ . Die gebräuchlichen Stimmgabeln sind aus Stahl und besitzen einen relativ hohen Temperaturkoeffizienten (ca.  $1.5 \cdot 10^{-4}$ ). Für unsere

Apparate wurde die von HENSEL<sup>39)</sup> untersuchte Chromnickelstahllegierung mit ca. 10% Cr verwandt, die sich durch einen erheblich kleineren Temperaturkoeffizienten auszeichnet. Die verwandten Stimmgabeln haben eine Eigenfrequenz von 50 Hertz. Um eine genaue Ab-



a 1:7.

Fig. 43 a, b. Stimmgabelzeitschreiber.  $R$  = Regulierwiderstand.  $C$  = Kapazität.  $U$  = Unterbrecher.  $A$  = Ausschalter.  $Jn$  = Induktor.  $M$  = Spule zur elektromagnetischen Erregung.



stimmung auf einige  $0.1^0/_{00}$  zu ermöglichen, können an den Enden der Zinken dünne Unterlegscheiben angebracht werden, deren Gewicht sich empirisch so bemessen läßt (s. Fig. 44), daß die obige geforderte Abstimmung schnell erreicht wird. Die Zeitmarken (s. Fig. 42) dienen zur sicheren Berechnung der Zeitabstände  $NZ$ . Um die Umrechnung der Stimmgabelzeitmarkenintervalle bequem zu gestalten, wird großer Wert darauf gelegt, daß die Frequenz 50.0 Hertz bzw. das Intervall 0.02 sec beträgt. Ist die Eigenfrequenz  $(50 \pm \nu)$  Hertz, so beträgt für  $p$  Intervalle die Intervallzeit  $(0.02 \mp 4 \nu \cdot 10^{-4}) \cdot p$  sec. In der folgenden Tabelle sind die Stimmgabelintervallkorrekturen  $4 \nu \cdot p \cdot 10^{-4}$  sec für ver-

Tabelle für Stimmgabelintervallkorrekturen.

$\nu$	$p$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0.005	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5
0.010	0.0	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.6	0.6	0.6	0.7	0.7	0.8	0.8	0.8	0.8	0.9	0.9	1.0
0.015	0.1	0.1	0.2	0.2	0.3	0.4	0.4	0.5	0.5	0.6	0.7	0.7	0.7	0.8	0.8	0.9	1.0	1.0	1.1	1.1	1.1	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4
0.020	0.1	0.2	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.0	1.1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.8	1.9	2.0
0.025	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.2	2.3	2.4	2.5
0.030	0.1	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.8	2.9	3.0
0.035	0.1	0.3	0.4	0.6	0.7	0.8	1.0	1.1	1.3	1.4	1.5	1.7	1.8	2.0	2.1	2.2	2.4	2.5	2.7	2.8	2.9	3.1	3.2	3.4	3.5	3.5
0.040	0.2	0.3	0.5	0.6	0.8	1.0	1.1	1.3	1.4	1.6	1.8	1.9	2.1	2.2	2.4	2.6	2.7	2.9	3.1	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.1	4.3
0.045	0.2	0.4	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.3	2.5	2.7	2.9	3.1	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.1	4.3	4.5	4.5
0.050	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.0
0.055	0.2	0.4	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.9	3.1	3.3	3.5	3.7	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.1	5.3	5.5	5.5
0.060	0.2	0.5	0.7	1.0	1.2	1.4	1.7	1.9	2.2	2.4	2.6	2.9	3.1	3.4	3.6	3.8	4.1	4.3	4.6	4.8	5.0	5.3	5.5	5.8	6.0	6.0
0.065	0.3	0.5	0.8	1.0	1.3	1.6	1.8	2.1	2.3	2.6	2.9	3.1	3.4	3.6	3.9	4.2	4.4	4.7	4.9	5.2	5.5	5.7	6.0	6.2	6.5	6.5
0.070	0.3	0.6	0.8	1.1	1.4	1.7	2.0	2.2	2.5	2.8	3.1	3.4	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8	5.0	5.3	5.6	5.9	6.2	6.4	6.7	7.0	7.0
0.075	0.3	0.6	0.9	1.2	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7	3.0	3.3	3.6	3.9	4.2	4.5	4.8	5.1	5.4	5.7	6.0	6.3	6.6	6.9	7.2	7.5	7.5
0.080	0.3	0.6	1.0	1.3	1.6	1.9	2.2	2.6	2.9	3.2	3.5	3.8	4.2	4.5	4.8	5.1	5.4	5.8	6.1	6.4	6.7	7.0	7.4	7.7	8.0	8.0
0.085	0.3	0.7	1.0	1.4	1.7	2.0	2.4	2.7	3.1	3.4	3.7	4.1	4.4	4.8	5.1	5.4	5.8	6.1	6.5	6.8	7.1	7.5	7.8	8.2	8.5	8.5
0.090	0.4	0.7	1.1	1.4	1.8	2.2	2.5	2.9	3.2	3.6	4.0	4.3	4.7	5.0	5.4	5.8	6.1	6.5	6.8	7.2	7.6	7.9	8.3	8.6	9.0	9.0
0.095	0.4	0.8	1.1	1.5	1.9	2.3	2.7	3.0	3.4	3.8	4.2	4.6	4.9	5.3	5.7	6.1	6.5	6.8	7.2	7.6	8.0	8.4	8.7	9.1	9.5	9.5
0.100	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6	4.0	4.4	4.8	5.2	5.6	6.0	6.4	6.8	7.2	7.6	8.0	8.4	8.8	9.2	9.6	10.0	10.0

schiedene  $\nu$  und  $p$  zusammengestellt, so daß man bei einfacher Umrechnung mit  $\frac{1}{50}$  sec für  $p$  Intervalle die Korrektion  $4 \nu \cdot p \cdot 10^{-4}$  sec sofort entnehmen kann.

Was die Konstanz der Stimmgabeln angeht, so hat sich herausgestellt, daß man bei pfleglicher Behandlung und sauberer Aufstellung mit einer Konstanz von einigen  $0.1^0/_{00}$  auch über längere Zeiträume und selbst bei dauerndem Gebrauch rechnen kann. Die obigen Zeitmarken haben den Vorteil, daß sie über die gesamte Filmbreite gehen, kein

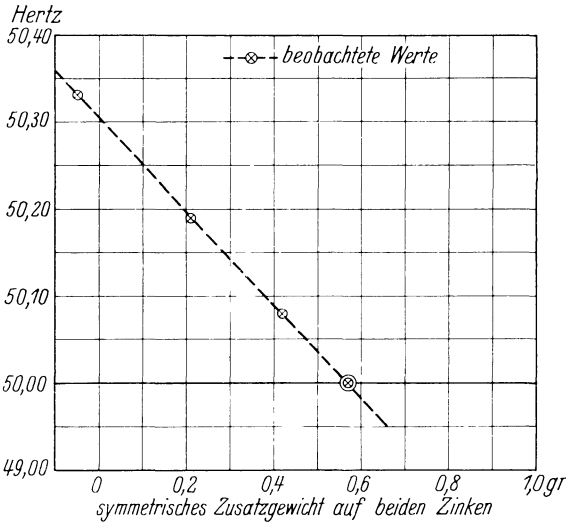


Fig. 44. Abstimmung einer Stimmgabel.

Kurvenstück ausblenden und sich bei richtiger Konstruktion des Geißlerrohres sogar mit einer Schärfe von ca.  $\frac{1}{20}$  mm noch herstellen lassen. Eine zusammenfassende ausführliche Darstellung des Lichtschreibers mit dem Stimmgabelzeitmarkierer soll später an anderer Stelle gegeben werden.

#### β) Resonanzrelais<sup>1)</sup>.

Zum Aufzeichnen der Uhrzeitmarken oder von drahtlosen Zeitsignalen werden Lautsprecher Systeme benutzt. An Stelle der Membran tritt ein Spiegelsystem, das die Ablenkungen der „Zunge“ (oder des „Ankers“) optisch auf den Film schreibt. Die Eigenfrequenz dieser Systeme (ca. 500 Hertz) liegt relativ hoch, so daß man entsprechend scharfe Einsätze erhält. Die Verwendung dieser „Resonanzrelais“ hat den weiteren Vorteil, daß auch drahtlose Zeichen bequem registriert werden können. Man läßt die Frequenz des Überlagerungsempfanges mit der Eigenfrequenz des Systems übereinstimmen und kann so wie mit einem „Vibrationsgalvanometer“ auch diesen Wechselstrom aufschreiben. Die Gleichstromempfindlichkeit beträgt ca. 1 mm Ausschlag bei einer Entfernung Spiegel—Film von 1 m und einer Stromstärke von  $\frac{1}{10}$  Milliamp.

Die Auswertung der Filme geschieht, wie bereits früher beschrieben<sup>1)</sup>, mit einem entsprechenden Ausmeßmikroskop (s. Fig. 45). Die einzelnen Einsätze bzw. Marken lassen sich noch auf  $\pm \frac{1}{100}$  Stimmgabelzeitmarkenintervall (0.02 sec) bei 20 cm/sec Filmgeschwindigkeit erfassen.



## § 9 Pendelapparat.

Der Vierpendelapparat (s. Fig. 46 a, b) ist bereits früher<sup>1), 16)</sup> ausführlich beschrieben worden, ebenso sind die Zusammenstellungen der gesamten Apparatur veröffentlicht<sup>43)</sup>\*). Die Einstellung der Amplituden erfolgt wie üblich mit Hebeln von außen. Die elektrischen Widerstandsthermometer sind in § 7 näher mit ihren Hilfseinrichtungen ge-

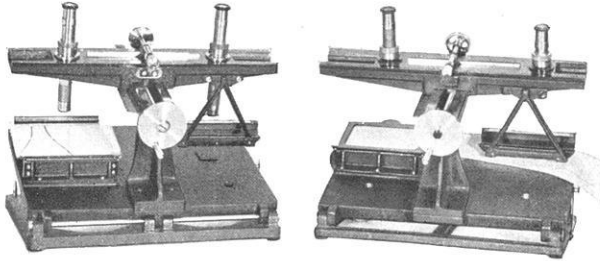
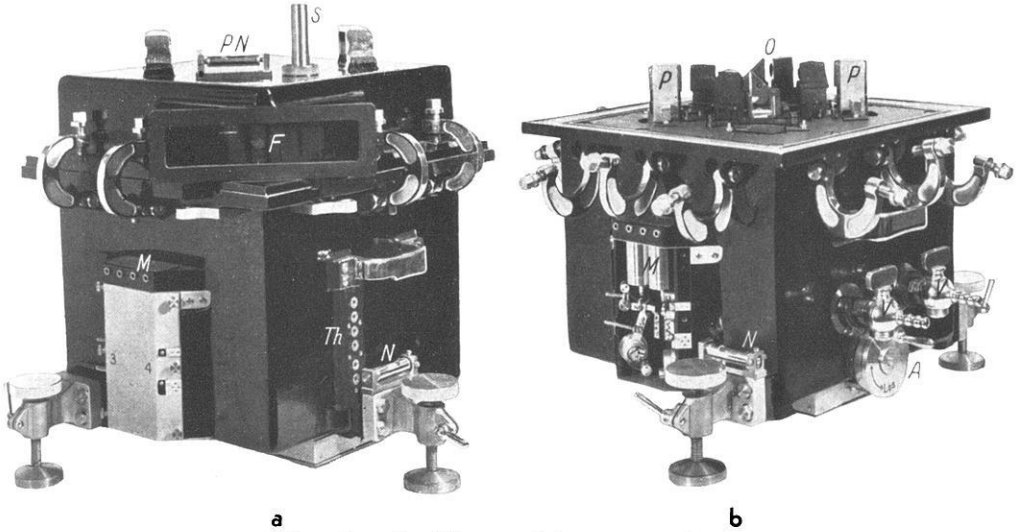


Fig. 45. Ausmeßmikroskope für Filme und Platten. 1:12.



a b  
Fig. 46 a, b. Vierpendelapparat. 1:8.

*A* = Arretierung. *V* = Lufthahn. *N* = Niveau. *PN* = Niveau zum Justieren.  
*M* = Auslösemagnet. *P* = Minimalpendel. *O* = Optik. *S* = Schraubenschlüssel.  
*F* = Beobachtungsfenster.

geben. Die Evakuierung des Pendelapparates hat einige Schwierigkeiten im Anfang gemacht, da der Guß aus Aluminium und die Auflagen des Deckels nicht ganz dicht waren. Immerhin hat sich erreichen lassen, daß das Vakuum bei allen von uns benutzten Apparaten den praktischen

\*) Der Pendelapparat und die übrigen in I und II beschriebenen Zubehörinstrumente werden zur Zeit von den Zeisswerken, Jena, neu konstruiert.

Anforderungen für Meßzeiten von mehreren Stunden genügt. Das von uns erstrebte Ziel ist, den Transport zwischen den einzelnen Stationen mit den Pendeln im Apparat bei vollem Vakuum zu machen. Der Druck wird mit einem verkürzten Hg-Manometer gemessen, das das Quecksilber auch in verkehrter Lage nicht ausfließen läßt. Die Pendelauslösung erfolgt elektromagnetisch ( $M$  in Fig. 46). Das Mitschwingen wird bei der üblichen Methode von zwei fast gleichen gegeneinander schwingenden Pendeln annähernd eliminiert. Zur Bestimmung des „Mitschwingens“ werden relative Schwingungsdauer-Beobachtungen verwendet. Ausführliche Beispiele sollen bei der Veröffentlichung der Konstantenbestimmung mitgegeben werden.

## II. Das photographische Koinzidenzverfahren und das Pendel als Zeitmesser.

H. Martin.

### § 1. Physikalische Meßmethoden zur Vergleichung zweier Schwingungsdauern.

#### a) Direktes Schwingungsdauerverfahren.

In der Physik bedient man sich verschiedener Methoden, wenn man die Dauer zweier Schwingungsvorgänge messend verfolgen will. Eine einfache und zugleich bequeme Methode ist die, daß man die beiden Schwingungen nebeneinander auf ein und demselben Film photographisch festhält. Wenn die Schwingungsdauer der einen Schwingung hinsichtlich ihrer Dauer und Konstanz bekannt ist, so ist die Genauigkeit der Bestimmung der unbekanntenen Schwingungsdauer abhängig von der Registriergeschwindigkeit, von der Konstanz dieser Registriergeschwindigkeit, von der Ausmeßgenauigkeit und der Größe des Paralaxenfehlers. Dabei braucht nicht der gesamte Verlauf aufgezeichnet zu werden, sondern es genügt sehr oft schon die Fixierung eines bestimmten Momentes der Schwingung. Ein Beispiel dafür gibt das in I, § 8 von O. MEISSER beschriebene Schwingungsdauerverfahren.

#### b) Das Schwebungsverfahren.

Ein anderes sehr viel benutztes Verfahren besteht darin, zwei Schwingungsdauern mit Sinuscharakter dadurch zu vergleichen, daß man die zwischen beiden Schwingungen auftretenden Schwebungen pro Sekunde mißt. Soweit es sich um eine akustische — oder an diese

sich anlehrende\*) — Bestimmung der Schwebungen handelt, ist diese begrenzt aus folgenden Gründen:

1. Das Ohr (Registrierinstrument) kann nur eine begrenzte Anzahl von Schwebungen/Sekunde wahrnehmen.
2. Es können nur Schwingungen, deren Frequenzen eng beieinander liegen — die dieselbe Oktave haben —, miteinander verglichen werden.
3. Sollen Schwingungen verschiedener Tonhöhen (Oktaven) verglichen werden, so müssen von der einen Schallquelle die Obertöne zur Bildung von Schwebungen herangezogen werden.

## § 2. Verallgemeinerung des Schwebungsverfahrens durch das Koinzidenzverfahren.

Die Nachteile des Schwebungsverfahrens, die in den oben aufgeführten Beschränkungen liegen, fallen bei dem sogenannten Koinzidenzverfahren fort. Das akustische Schwebungsverfahren ist ein Koin-

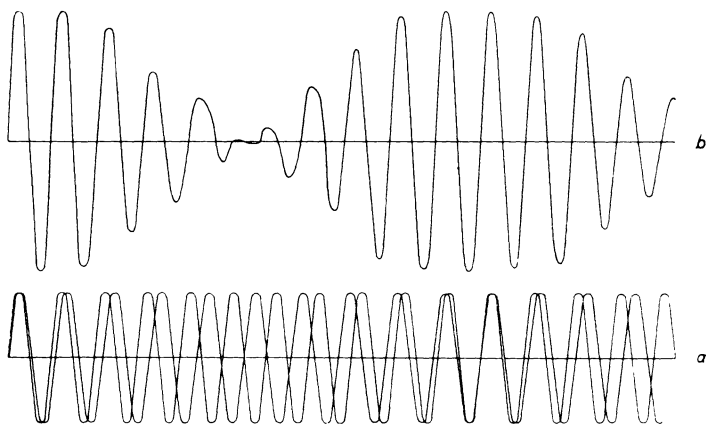


Fig. 1. Zusammensetzung von zwei Schwingungen, deren Frequenzen nicht sehr verschieden sind.

zidenzverfahren, aber es ist nicht jedes Koinzidenzverfahren ein Schwebungsverfahren. Diese Tatsache mögen die drei folgenden Figuren erläutern: In Fig. 1 a sind zwei Schwingungen gezeichnet, deren Schwingungsdauern nur sehr wenig voneinander verschieden sind. Die Schwe-

\*) Registrierung der Schwebungsfrequenzen durch ein Galvanometer nach Gleichrichtung durch einen Detektor (Röhre). Von den in der Hochfrequenztechnik benutzten Schwingungsdauerbestimmungsverfahren soll hier abgesehen werden.

bungskurve gibt Fig. 1 b. Diese zeichnet sich dadurch aus, daß die Zusammensetzung der beiden Schwingungen wieder eine einheitliche Schwingung gibt, deren Amplitude jedoch periodischen Schwankungen unterworfen ist (akustisch: an- und abschwilt). Ganz andere Verhältnisse bekommen wir, wenn wir zwei Schwingungen verschiedener Oktaven miteinander vergleichen wollen. Fig. 2a zeigt zwei Schwingungen, wo die Schwingungsdauer der langsameren Schwingung etwas länger ist als die dreifache Schwingungsdauer der schnelleren Schwingung. Wieder sehen wir in Fig. 2b die resultierende Schwingung, die sich als eine einfache Überlagerung der beiden Schwingungen ergibt.

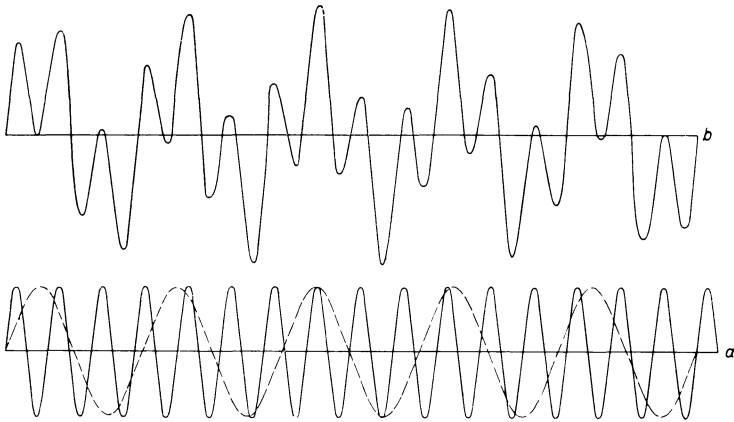


Fig. 2. Zusammensetzung von zwei Schwingungen, deren Frequenzen sich etwa wie 1 : 3 verhalten.

Akustisch lassen sich (bei Obertonfreiheit der Grundschwingung) zwei solche Schwingungen nicht miteinander vergleichen. Ein Vergleich ist jedoch durch Beobachtung der Koinzidenzen möglich. Dieses letztere Verfahren unterscheidet sich dadurch vom Schwebungsverfahren, daß die Beobachtung der resultierenden Kurve nicht dauernd vor sich geht, sondern nur innerhalb ganz bestimmter Zeitintervalle erfolgt.

Wir nehmen an, daß es sich um den Vergleich der Schwingungsdauern eines frei schwingenden Pendels ( $T_p$ ) und einer Uhr ( $T_U$ ) handeln möge. Diese beiden Schwingungsdauern mögen sich ungefähr wie 1:4 verhalten. Endlich möge die Stellung der Amplitude des frei schwingenden Pendels jedesmal dann kenntlich werden, wenn die Schwingung des Uhrpendels gerade durch den Nullpunkt geht (Punkte  $0_1, 0_2, 0_3$  in Fig. 3). Es ergibt sich dann eine Kurve (Koinzidenzkurve), wie sie in Fig. 3 durch die Punkte  $0_1', 0_2', 0_3'$  gekennzeichnet ist. Dieselbe Koinzidenzkurve würden wir jedoch dann erhalten, wenn die Schwin-

gungsdauer der Uhr  $T_U$  genau  $T_U/2$  wäre; wir bekämen dann unter denselben Bedingungen nur die doppelte Anzahl der Punkte. Wir haben es also mit genau der gleichen Koinzidenzkurve und damit mit dem gleichen Koinzidenzintervall zu tun, wenn wir das frei schwingende Pendel unter den angeführten Bedingungen einmal mit einer Uhr mit Sekundenpendel bzw. mit einem Halbsekundenpendel vergleichen. Nur müssen sich die Schwingungsdauern dieser beiden Vergleichspendel genau wie 1:2 verhalten.

Die oben dargelegten Verhältnisse lassen sich mathematisch folgendermaßen formulieren.

Die beiden zu vergleichenden Schwingungsdauern seien wieder  $T_P$  und  $T_U$ ,  $n$  sei das Schwebungsintervall in Sekunden,  $c$  das Koinzi-

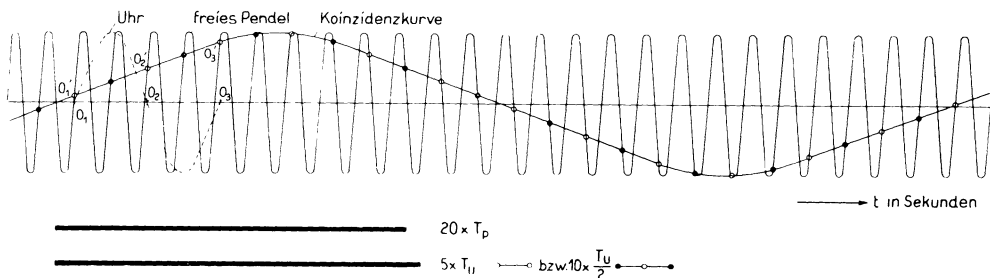


Fig. 3. Koinzidenzkurve.

denzintervall\*) in Sekunden,  $z$  das ungefähre Verhältnis der Schwingungsdauern  $T_P$  und  $T_U$ .

Dann haben wir es mit Schwebungen zu tun, wenn

$$T_P (n \pm 1) = n \cdot T_U$$

$$(1) \quad T_P = \frac{n \cdot T_U}{n \pm 1}$$

ist, und mit Koinzidenzen, wenn

$$T_P (z \cdot c \pm 1) = c \cdot T_U$$

$$(2) \quad T_P = \frac{c \cdot T_U}{z \cdot c \pm 1} = T_U \left( \frac{1}{z} \mp \varepsilon \right).$$

In dieser Formel ist auch zugleich die Bedeutung des Koinzidenzverfahrens gegeben; denn der Fehler von  $T_P$  ist

$$(3) \quad dT_P = \pm \frac{T_U}{(z \cdot c \pm 1)^2} \cdot dc.$$

\*) Es sei hier ausdrücklich darauf hingewiesen, daß  $c$  die Dauer der Koinzidenzhalbschwingung ( $\varphi = 180^\circ$ ) bedeutet, wofür sich in der Geophysik der Ausdruck Koinzidenzintervall eingebürgert hat.  $c$  und  $n$  erhalten die Dimension Sekunde, wenn  $T_U = 1$  gesetzt wird.

Er ist also von dem Quadrate des reziproken Wertes der Zeit des Koinzidenzintervalles abhängig.

Bei einem Halbsekundenpendel ( $z = 2$ ), einem Koinzidenzintervall  $c = 30$  Sekunden und einem  $d c$  von  $0.01$  sec ist  $d T_p = 2.7 \cdot 10^{-6}$  Sekunden.

Formel (1) geht in Formel (2) über, wenn  $z = 1$  ist.

Mit dieser Formel (2) werden wir uns nicht nur im folgenden, sondern auch in einer Reihe späterer Kapitel zu befassen haben. Dabei soll nicht allein ihre Anwendung in der Geophysik bei Pendelmessungen, sondern ihre Bedeutung bei jeder Art von Frequenzmessungen behandelt werden; denn auch die angeführten Meßbeispiele sind zum Teil rein physikalischer Natur ohne vorläufige Aussicht auf eine Anwendungsmöglichkeit in der Geophysik.

Fast alle bisher ausgeführten relativen Schweremessungen sind unter Zugrundelegung der Formel (2) ausgeführt worden, wobei ausschließlich Halbsekundenpendel benutzt worden sind. Formel (2) geht dann über in

$$(2a) \quad T_p = \frac{c \cdot T_r}{2c \pm 1} = T_r \left( \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2(2c \pm 1)} \right).$$

Je nach der Art, ob die Halbschwingungsdauer  $T_p$  etwas größer oder kleiner als eine halbe Sekunde ist, erhalten wir

$$(2b) \quad T_p = T_r \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2c + 1)} \right)$$

oder

$$(2c) \quad T_p = T_r \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2(2c - 1)} \right).$$

Dasselbe Koinzidenzintervall  $c$  kann somit zwei verschiedenen Halbschwingungsdauern zugeordnet werden. Graphisch ist der Zusammenhang in Fig. 4 dargestellt, und zwar für ein Pendel mit einer Frequenz von 2 und 2.5 Schwingungen/Sekunde. Als Ordinate ist das Schwebungsintervall  $c$  in Sekunden und als Abszisse die zugehörige Schwingungsdauer aufgetragen. Daraus sehen wir auch, daß keine Koinzidenzen stattfinden, wenn die Schwingungsdauer des Uhrpendels genau einem ganzen Vielfachen der Schwingungsdauer des Pendels ist. Eine Unterscheidung, ob wir es mit dem Fall (2b) oder (2c) zu tun haben, liegt bei visueller Beobachtung darin, daß der Verlauf von Pendelschwingung (Skala des Koinzidenzapparates) und der Koinzidenzpunkt bei  $T_p < 0.5$  in derselben Richtung, bei  $T_p > 0.5$  in entgegengesetzter Richtung verlaufen. Den Fall  $T_p < 0.5$  zeigt auch Fig. 3, wo die Schwin-

gungsrichtungen von Koinzidenzkurve und Pendelkurve im Moment der Koinzidenz immer dieselben sind. Eine zweite Möglichkeit der Unterscheidung ist dadurch gegeben, daß bei  $T < 0,5 T$  und  $c$  z. B. bei abnehmender Amplitude in demselben Sinne und bei  $T > 0,5$  in entgegengesetzter Richtung (s. Fig. 4) ihre Werte ändern.

Bei den bisher ausgeführten Pendelmessungen ist mit ganz wenig Ausnahmen neben dem v. STERNECKSchen Koinzidenzapparat auch dessen Beobachtungs- und Auswertungsmethode<sup>18)</sup> benutzt worden.

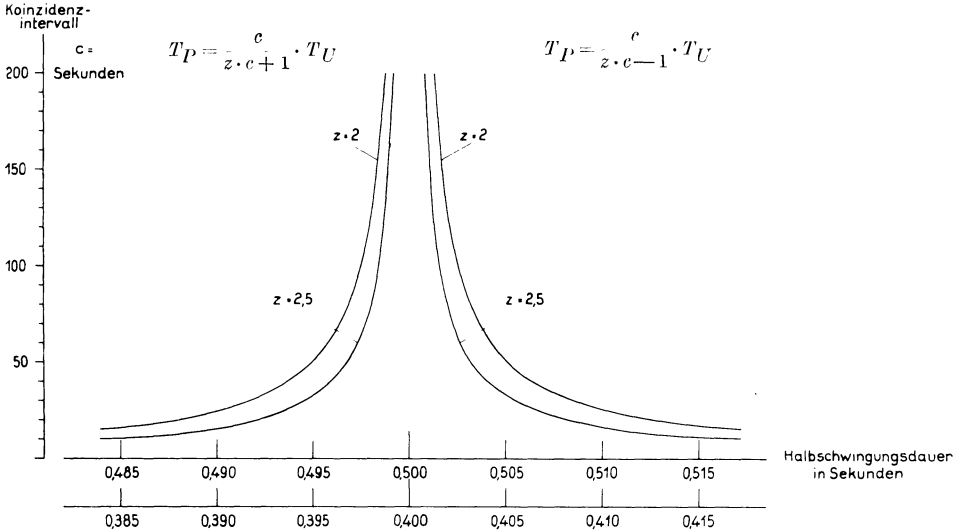


Fig. 4.

Zusammenhang zwischen Halbschwingungsdauer und Koinzidenzintervall.

Der Koinzidenzapparat besteht aus einem beleuchteten Spalt, wobei diese Beleuchtung durch einen mit einem Magneten verbundenen Hebel unterbrochen werden kann. Eine periodische Steuerung ist dann gegeben, wenn der Magnetstrom durch den Pendelkontakt einer Uhr betätigt wird. Die Koinzidenzdurchgänge werden mit Hilfe eines auf dem Koinzidenzapparat angebrachten Fernrohrs beobachtet. Den Koinzidenzmoment sucht man dadurch auf einige Zehntelsekunden zu erfassen, daß man den Abstand der beiden Lichtblitze vor und hinter dem Durchgang durch die Nulllinie zeitlich interpoliert.

Die Genauigkeit dieser Interpolation steigerte BERGER<sup>5)</sup> dadurch, daß er das Fadenkreuz des Beobachtungsokulars durch eine Strichplatte ohne Zahlen ersetzte. Es wird dann in ein vorbereitetes Blatt von einem zweiten Beobachter der zu der betreffenden Sekunde gehörende Skalenteil, wo der Blitz aufleuchtet, nach den Angaben des Be-

obachters notiert. Neben einer Verkleinerung des Ablesefehlers war die Möglichkeit einer Benutzung von mehr als zwei Punkten zur Bestimmung von ein und demselben Koinzidenzdurchgang gegeben. Da bis jetzt in der Literatur noch keine nach der BERGERSchen Methode gewonnene Meßreihe vorliegt, sei hier eine solche gegeben, die (s. Tabelle A) unter Benutzung eines gewöhnlichen Koinzidenzapparates aufgenommen wurde\*).

Beispiel für die Ermittlung eines Koinzidenzmomentes.

Koinzidenz Nr. 1.

Zeit:	Blitz erscheint auf Skalenteil
10 <sup>h</sup> 3 <sup>m</sup> 45 <sup>s</sup>	28
47	50
49	77
51	101

Die Bestimmung des Koinzidenzmomentes erfolgt graphisch, wie die Fig. 5 zeigt, und ergibt ihn bei 10<sup>h</sup> 3<sup>m</sup> 46.8<sup>s</sup>.

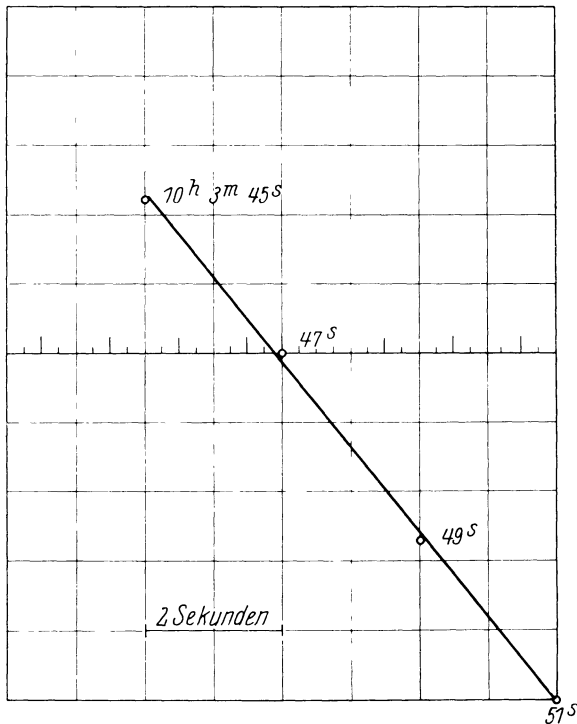


Fig. 5. Graphische Ermittlung des Koinzidenzmomentes.

\*) Beobachter: stud. phil. nat. H. G. KOCH und H. SCHMÜCKING.



Tabelle A.  
Vollständige Beobachtungsreihe nach dem BERGERSCHEN Verfahren.

Koinzidenz-Nr.	Erster Blitz beobachtet zur Zeit	Erster Blitz fiel auf Skalenteil	Weitere Blitze	Koinzidenzmoment	Koinzidenz-Nr.	Erster Blitz beobachtet zur Zeit	Erster Blitz fiel auf Skalenteil	Weitere Blitze	Koinzidenzmoment	Koinzidenzintervall	50 faches Koinzidenzintervall	Koinzidenzintervall
Nr.	zur Zeit	zur Zeit	Blitze	zur Zeit	Nr.	zur Zeit	Blitze	Blitze	zur Zeit	sec	sec	sec
1	10 <sup>h</sup> 3 <sup>m</sup> 45 <sup>s</sup>	28	50 77 101	10 <sup>h</sup> 3 <sup>m</sup> 46.88 <sup>s</sup>	51	10 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> 47 <sup>s</sup>	13	32 50 70 90	10 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> 50.88 <sup>s</sup>	2224.00	$c_0 = 44.4800$	
2	4 29	21	46 70 95	4 31.35	52	41 33	28	48 65 84	41 35.34	3.99	.4798	
3	5 13	16	40 63 88	5 15.86	53	42 17	22	41 60 80 100	42 19.91	4.05	.4810	
4	5 57	10	36 82	60.27	54	43 1	18	37 56 74 93	43 4.36	4.09	.4818	
5	6 43	28	52 77	6 44.82	55	45	13	32 51 70 90	48.91	4.09	.4818	
6	7 27	20	48 71 92	7 29.36	56	44 31	28	46 67 84	44 33.35	3.99	.4798	
7	8 11	18	42 63 87	8 13.79	57	45 17	17	42 61 80 100	45 17.84	4.05	.4810	
8	5 55	10	34 58	58.32	58	59	18	38 57 74 92	62.35	4.03	.4806	
9	9 41	27	52 76 100	9 42.83	59	46 45	33	52 70 90	46 46.90	4.07	.4814	
10	10 25	25	50 70 95	10 27.15	60	47 27	10	28 48 65 84	47 31.26	4.11	.4822	
$44.4809 \pm$												
$\pm 0.0008$												

Zeit: 10<sup>h</sup> 3<sup>m</sup> | Amplitude: 51' | Temperatur: 22° | Barometer: 746 mm | c = 44.4809 sec | T = 0.4954421 sec

10<sup>h</sup> 47<sup>m</sup> | 36' | 22° | 746 mm | dc = 0.0008 „ dT = 0.0000001 „

Gleichzeitig sei auch hier erwähnt, daß BERGER<sup>5)</sup> von dem Koinzidenzapparatprinzip abging und als Lichtgeber eine mit einem Spalt versehene rotierende Scheibe verwandte\*).

VENING-MEINESZ<sup>15)</sup> ging zum photographischen Koinzidenzverfahren über. Er registrierte auf einen Film die Pendelschwingungen und blendete aus dieser Kurve die Koinzidenzpunkte als weiße Punkte aus.

H. MARTIN<sup>10), 17)</sup> dagegen registrierte allein die Punkte der Koinzidenzkurve. Im folgenden soll die Apparatur beschrieben werden, die in der Zeit vom März 1929 bis September 1930 an der Reichsanstalt für Erdbebenforschung in Jena zur photographischen Registrierung von Koinzidenzkurven entwickelt worden ist. Neben einer objektiven Ermittlung der Resultate sollte eine mindestens 10fache Steigerung des Erfassens des Koinzidenzmomentes gegenüber dem visuellen STERNECKSchen Beobachtungsverfahren angestrebt werden. Da die Messungen später im Gelände vorgenommen werden sollten, wurden an die neue Apparatur folgende Forderungen gestellt:

1. Die photographische Aufnahme der Koinzidenzen soll vollkommen selbständig auf die Dauer einer Stunde gewährleistet sein.
2. Zur Ersparnis von Batterien soll die Bewegung der photographischen Platte mit einem Uhrwerk erfolgen.
3. Die Plattenführung soll auf mehr als  $\frac{1}{100}$  mm genau sein, da eine Ausmessung der Punkte auf  $\frac{1}{100}$  mm angestrebt wird.
4. Die Lampe soll höchstens eine Spannung von 8 Volt bei einer Stromstärke von 1 Amp. benötigen.

### § 3. Apparatur zur automatischen Aufnahme von Koinzidenzen.

Die Versuchsanordnung ist in Fig. 6 schematisch dargestellt. Dabei liegt die Annahme zugrunde, daß es sich um den Vergleich der Schwingungsdauer eines frei schwingenden Pendels und einer Pendeluhr handle. Der Strom der Batterie  $E_2$  wird von dem Pendelkontakt  $PK$  einer Pendeluhr periodisch geöffnet und geschlossen; in demselben Takte wird der Spalt  $Sp$ , auf den durch Verwendung der Linse  $L_1$  und des Spiegels  $S$  der von der Batterie  $E_1$  gespeiste Lampenfaden  $L$  abgebildet ist, beleuchtet. Das Bild des Spaltes  $Sp$  wird wiederum mit Hilfe der Linse  $L_2$  und dem Pendelspiegel  $S_2$  über die Zylinderlinse  $ZL$  auf

\*) Abgesehen von einem Patent der Askania-Werke, wo die  $\frac{1}{5}$  Sekunder einer Unruhe als Koinzidenzblitze ausgebildet worden sind.

die photographische Platte *PP* abgebildet. Der Spalt wird gerade dann beleuchtet, wenn sich der Magnethebel *MH* mit dem Spiegel *S* etwa in der Mitte zwischen den beiden Anschlängen *AA* befindet. Auf diese Weise erhält man beim Öffnen und Schließen des Pendelkontaktes auf der photographischen Platte je einen Lichtpunkt.

Um den einen Lichtpunkt (Schließungsblitz) auszublenden, kann man von dem Magnethebel *MH* einen Kontakt *LU* betätigen lassen. Dieser sorgt dafür, daß die Lampe *L* nur dann brennt, wenn der Magnethebel *MH* angezogen ist. Man erhält somit nur dann einen Lichtblitz,

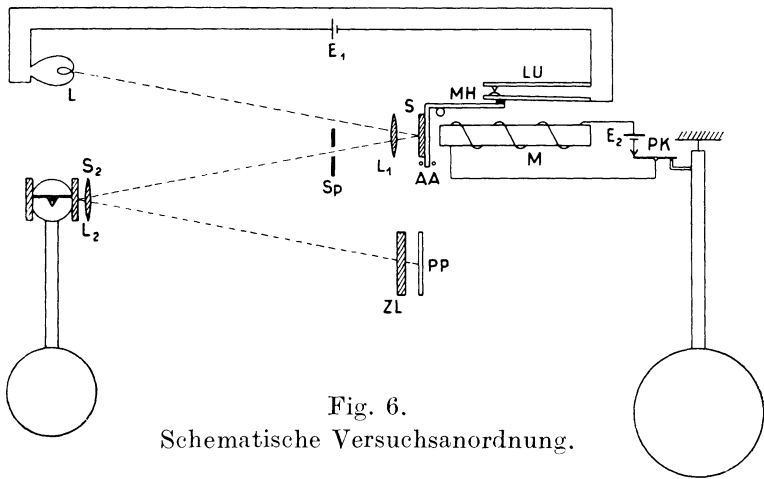


Fig. 6.

Schematische Versuchsanordnung.

wenn der Pendelkontakt *PK* den Magnetstrom unterbricht. Aus Gründen der Betriebssicherheit ist es vorteilhaft, diesen Lichtunterbrecher von einem zweiten Magneten bewegen zu lassen.

Die photographische Platte wird senkrecht zur Zeichnungsebene an der Zylinderlinse vorbeibewegt.

Ferner kann man von demselben Spaltbild *Sp* auch über zwei und mehr Pendelspiegel die Lichtblitze auf dieselbe photographische Platte abbilden.

Die Versuchsanordnung besteht also außer einer Uhr mit Pendelkontakt, der durch ein drahtlos gesteuertes Relais ersetzt werden kann, aus drei Teilen:

- Pendelapparat,
- Lichtgeber,
- Aufnahmeapparat.

Zum Ausmessen der Platten ist ein Meßmikroskop erforderlich.

## a) Der Pendelapparat.

Als Pendelapparat wurde ein Vierpendelapparat, der nach dem Muster des FECHNERSchen Pendelapparates in der Werkstatt der Reichsanstalt für Erdbebenforschung gebaut worden war, verwandt. Die ursprünglich zu subjektiver Beobachtung angebrachte Optik wurde nach dem Muster der von O. MEISSER<sup>16)</sup> beschriebenen Anordnung ersetzt. So war die Möglichkeit gegeben, beide Pendelapparate des Insti-

tutes entweder mit den schnelllaufenden Registrierapparaten oder mit dem photographischen Koinzidenzapparat und einem Registrierapparat zu kombinieren. An Halbsekundenpendeln standen zwei Messingpendel und vier Nickelstahlpendel zur Verfügung.

Außerdem konnte der Kopf des Vierpendelapparates durch eine andere Platte ersetzt werden, so daß unter Verwendung der gleichen Optik auch ein Arbeiten mit Minimalpendeln mit einer Schwingungsdauer von 0.4 Sekunden ohne weiteres möglich war (siehe Fig. 7).

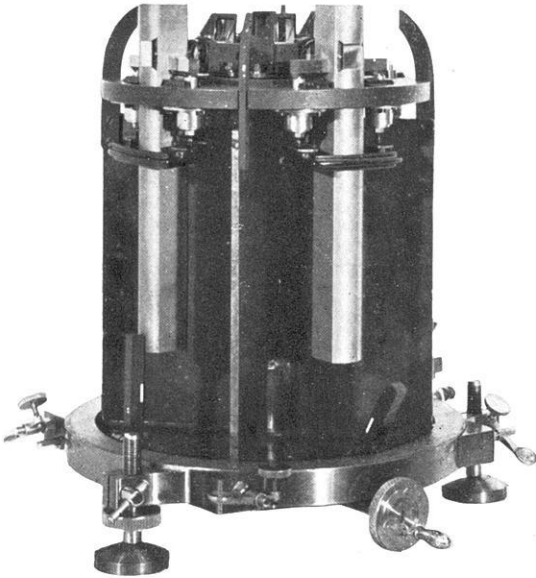


Fig. 7. Für Minimalpendel umgebauter Pendelapparat. 1:7.

Die Evakuierung erfolgte mit einer LEYBOLDSchen Ölkapselpumpe.

## b) Der Lichtgeber (Koinzidenzapparat).

Die Figuren 8a und 8b stellen eine Aufnahme von dem Lichtgeber dar. Die Lampe *L* war eine 8-Watt-Spirallampe. Der Magnet *M* bestand aus einem gewöhnlichen Telephonklappenschrankmagneten. Als Achse für den von dem Magnet bewegten Hebel *MH* diente ein ohne Verdrehung spannbarer Torsionsdraht (s. auch Fig. 6). Die Linse *L*<sub>1</sub> hatte eine Brennweite von 120 mm. Bei dem Spalt *Sp* wurde die Veränderung der Spaltbreite durch Verschieben der einen Backe bewirkt. Lampe, Magnet, Linse und Spalt waren in der Höhe und auf dem Grundbrett verschieb- und drehbar angeordnet, so daß die Justierung sehr einfach war. Ein Schaltbrett sorgte für eine bequeme Anschlußmöglichkeit mit Batterie und Uhr bzw. Relais.

## c) Der Registrierapparat.

Die Forderung bestand darin, daß die seitliche Verschiebungsmöglichkeit der Platte auf weniger als 0.01 mm garantiert sein sollte. Deshalb lief die Kassette mit der photographischen Platte auf einem Kugelschlitten, dessen vier Kugeln in der schematischen Zeichnung Fig. 9 an-

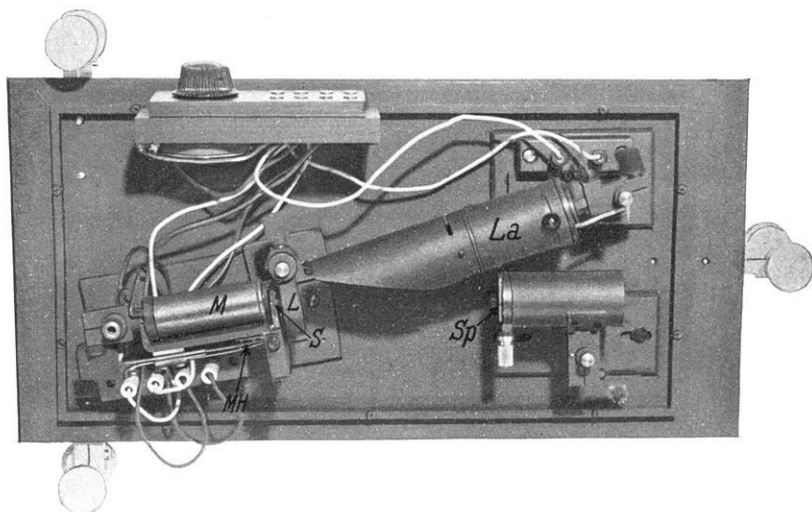


Fig. 8a. Lichtgeber, 1:5, ohne Schutzdeckel.  $M$  = Magnet,  $L$  = Linse,  $S$  = Spiegel,  $Sp$  = Spalt,  $La$  = Lampe (im Rohr).

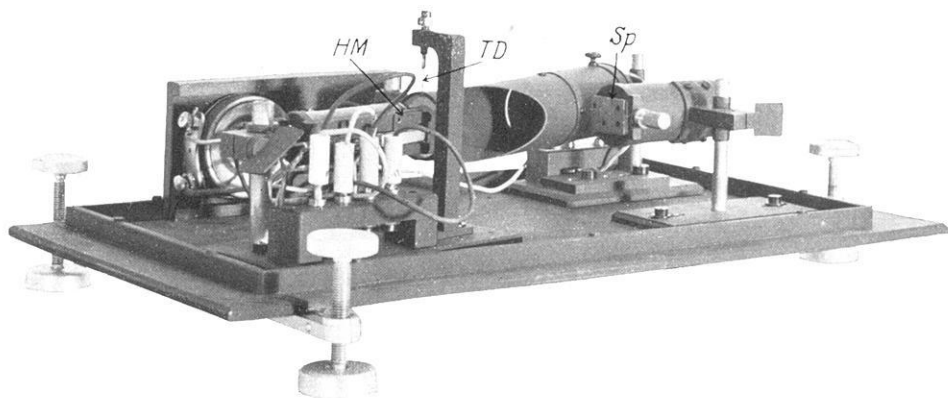


Fig. 8b. Lichtgeber.  $HM$  = Magnethebel,  $TD$  = Torsionsdraht,  $Sp$  = Spalt.

gegeben sind. Die Bewegung des Kassettenhalters wurde durch die Gegenmutter einer Leitspindel vermittelt, die mit einem Kugelgelenk ganz lose mit dem Kassettenhalter verbunden war. Die Leitspindel war oben in einem Kugellager gelagert und ruhte ebenfalls mit ihrem Ende auf einer Kugel. Die Drehung der Spindel besorgte ein Grammophonuhrwerk.

Durch Ansetzen von Triebrädern von verschiedenem Durchmesser ließ sich die Registriergeschwindigkeit zwischen 2—20 mm/Minute variieren. Die Übertragung vom Uhrwerk zum Registrierapparat erfolgte mit Hilfe einer Saitenschnur. Fig. 10a und 10b geben Vorder- und Rückenansicht des Registrierapparates wieder.

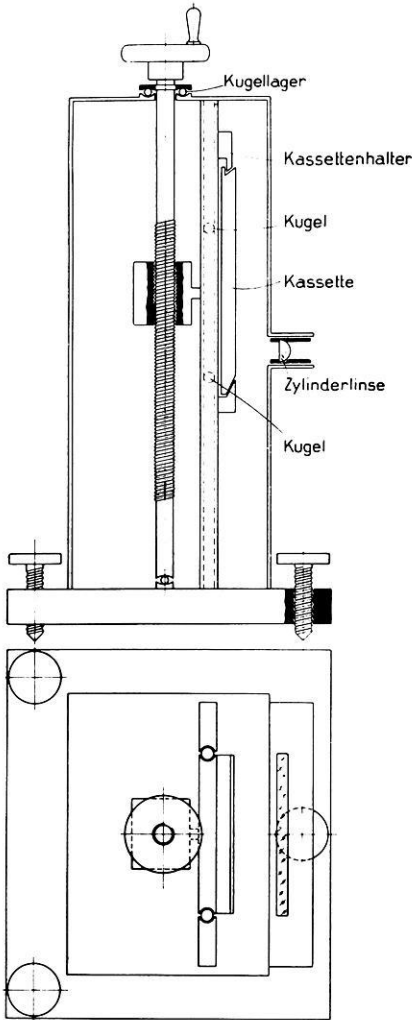


Fig. 9.

Schematische Zeichnung des Registrierapparates. Größe 1:5.

ansicht des Registrierapparates wieder. Endlich ist noch zu bemerken, daß die Kassette durch eine Mattscheibe ersetzt werden konnte, da durch geeignete Ausbrüche im Schlitten eine Beobachtung der Lichtpunkte auf der Mattscheibe möglich war. Die Spaltbilder wurden dabei durch die Zylinderlinse zusammengezogen, die ihrerseits in geringen Grenzen gegenüber der photographischen Platte verschoben werden konnte.

#### d) Aufnahmen.

Die folgenden Figuren stellen eine Reihe von Aufnahmen dar, wie sie mit der beschriebenen Apparatur gewonnen worden sind. Bei Fig. 11 sind durch starkes Nebenlicht neben den Koinzidenzkurven von Schließungs- und Öffnungsblitz des Pendelkontaktes infolge der schnellen Registriergeschwindigkeit auch die einzelnen Pendelschwingungen am Rande noch aufgelöst wiedergegeben. Damit ist der in Fig. 3 dargestellte Fall hier automatisch gewonnen worden. Dabei ist die Pendelkurve so stark zusammengezogen worden, daß sie nur als Strich erscheint. Zwischen je zwei Koinzidenzblitzen liegen etwas mehr als vier Halbschwingungen des freien Pendels.

In Fig. 12 ist einmal die Kurve der Pendelschwingung durch Abblendung unterdrückt. Andererseits ist nur die Kurve aufgenommen, die beim Öffnen des Pendelkontaktes entsteht, da der Schließungsblitz ausgeblendet worden ist. Die eingezeichnete Linie stellt die ungefähre

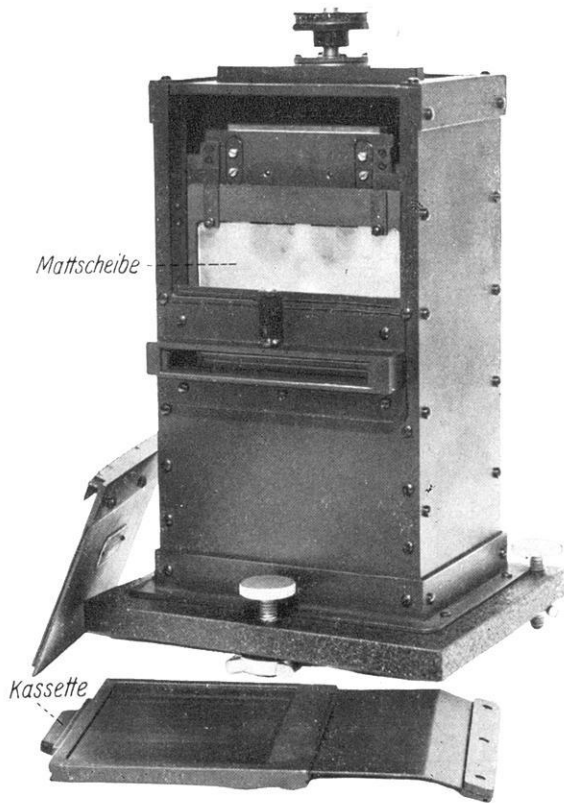


Fig. 10 a. Vorderansicht des Registrierapparates.

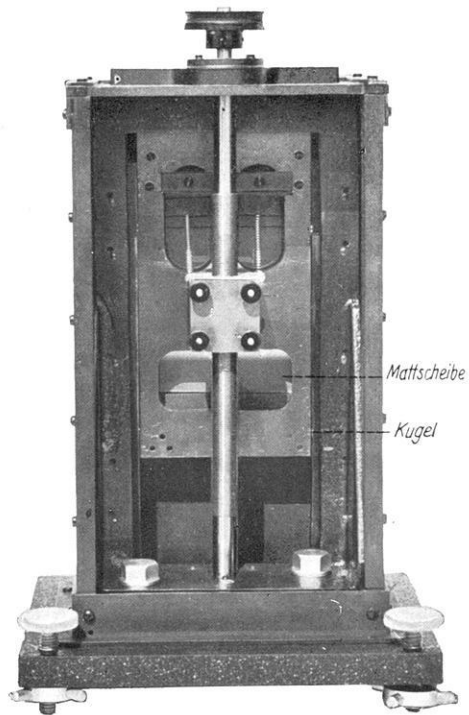


Fig. 10 b. Rückenansicht des Registrierapparates. 1:4.5.

Mittellinie dar, deren Richtung die Schlittenbewegung des Meßtischchens des Ausmeßmikroskopes folgen muß.

Fig. 13 stellt eine Registrierung von der Dauer einer Stunde dar. In Fig. 14 wurde jeder Blitz gleichzeitig von zwei Pendeln reflektiert und photographiert.

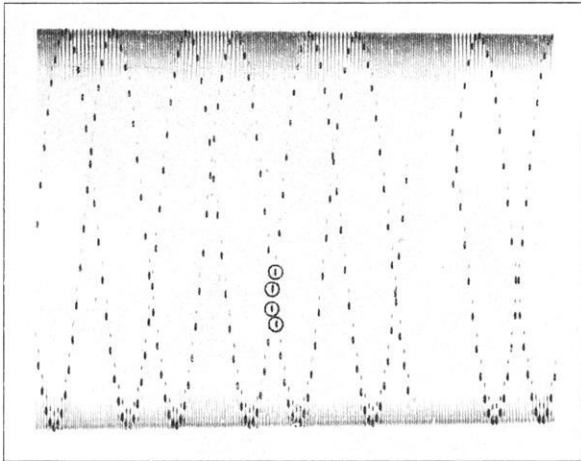


Fig. 11. Koinzidenzkurve von Schließungs- und Öffnungsblitz; die eingekreisten Punkte wurden zur Berechnung der Kontaktlänge (§ 10d) verwandt.

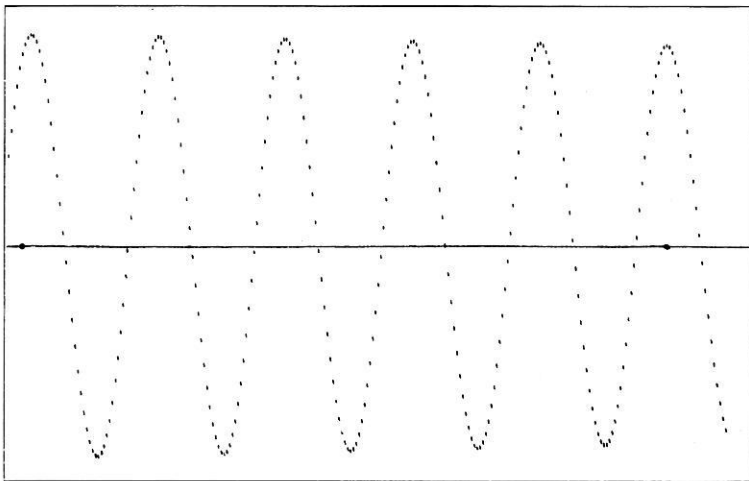


Fig. 12. Koinzidenzkurve des Öffnungsblitzes mit Einzeichnung der ungefähren Mittellinie.

Endlich stellt Fig. 15 eine Registrierung dar, bei welcher die Aufnahme der Koinzidenzpunkte zeitweilig unterbrochen worden ist.

Die Normierung der Koinzidenzblitze kann man sehr vorteilhaft so bewerkstelligen, daß man 3mal je 1 Blitz mit einem Zwischen-



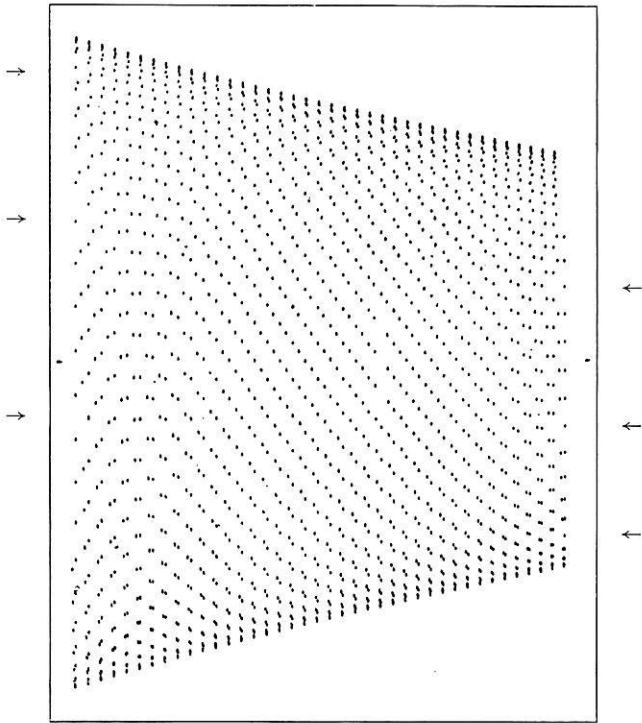


Fig. 13. Einstündige Registrierung\*) mit ausgeblendeten Punkten (→).

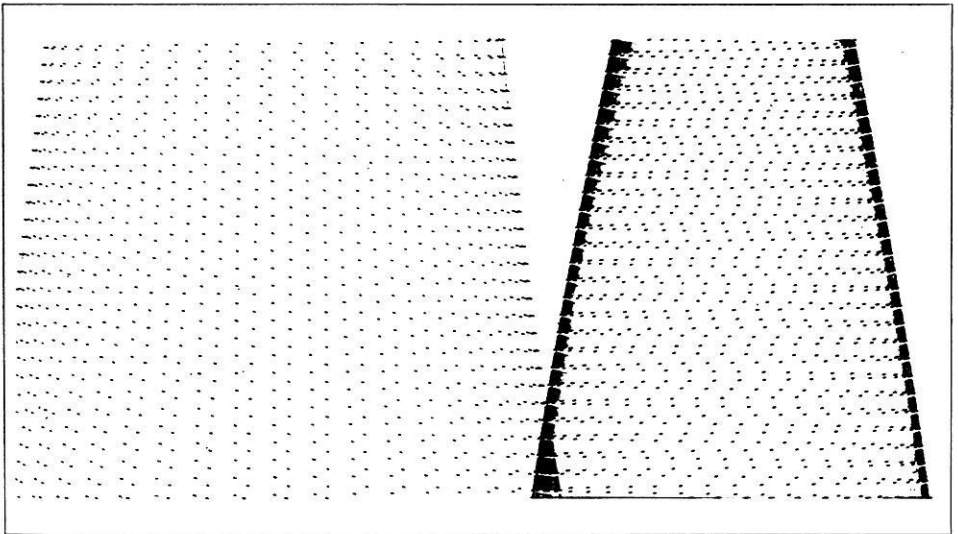


Fig. 14. Gleichzeitige Registrierung von einem Blitz durch zwei Pendel.

\*) Abstand Pendelspiegel—photogr. Platte bei allen Aufnahmen 122 cm. Abbildungen der Registrierungen 1:1.

raum von 10 Sekunden, also z. B. die 0., 10., 20. Sekunde ausblendet, wie dies in Fig. 13 geschehen ist. Das Ausblenden von drei Punkten ermöglicht auch dann eine Identifizierung dieser ausgeblendeten Punkte,

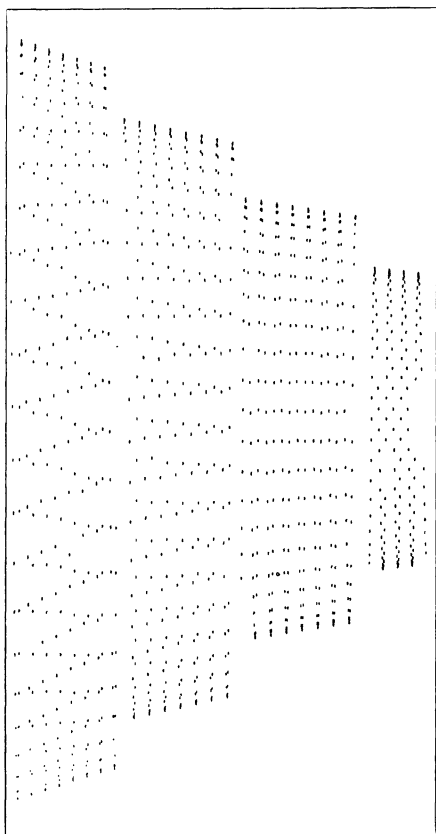


Fig. 15. Zeitweilige Unterbrechung der Aufnahme. (Man beachte auch hier die ausgeblendeten Punkte zu Anfang und Ende der Registrierzeiten.)

wenn bei geringer Registriergeschwindigkeit wie in Fig. 13 ein an den Endpunkten der Amplitude befindlicher nicht zu erkennen ist. Nimmt man eine solche Ausblendung am Anfang und am Ende einer einstündigen Registrierung vor, so ist es möglich, mit Hilfe des daraus berechneten Koinzidenzintervalles jeden in der Nähe der Mittellinie befindlichen Blitz hinsichtlich seiner absoluten Zeit zu bestimmen.

Zur Auswertung der Platten ist ein Meßmikroskop erforderlich. Mit großem Vorteil wurde dazu das Meßmikroskop C 650 benutzt, welches mir leihweise von der Firma CARL ZEISS zur Verfügung gestellt worden war. Es gestattet die Spindelstellung auf  $\pm 0.002$  mm sicher abzulesen, da die Spindel keinen toten Gang hat, wobei die Meßlänge allerdings nur 50 mm betrug. Die eingespannte Platte konnte in der dazu senkrechten Richtung mit Hilfe eines Schlittens verschoben werden. Die Vergrößerung wählt man vorteilhaft zwischen 10—15fach.

#### § 4. Auswertung von photographisch aufgenommenen Koinzidenzkurven.

##### a) Modifiziertes BERGERSches Verfahren.

In § 3 haben wir gesehen, daß durch die dort beschriebene Anordnung die Koinzidenzkurve der beiden Schwingungen aufgezeichnet wird. Es ist nun die Aufgabe, aus dieser Koinzidenzkurve das Koinzi-

denzintervall und damit die Schwingungsdauer zu bestimmen. Dabei ist zu beachten, daß wir von der Koinzidenzkurve nur eine durch Punkte dargestellte Kurve haben. Diese Punkte bzw. für die Auswertung Teile dieser Punkte — Anfang, Ende und Mittelpunkt — sind nach der Art ihrer Entstehung zeitlich genau definiert.

Nach der Definition ist das Koinzidenzintervall die Zeit, die zwischen zwei Nulldurchgängen der Kurve ( $\varphi = 180^\circ$ ) vergeht. Bei dem STERNECKSchen bzw. BERGERSchen Beobachtungsverfahren ist die

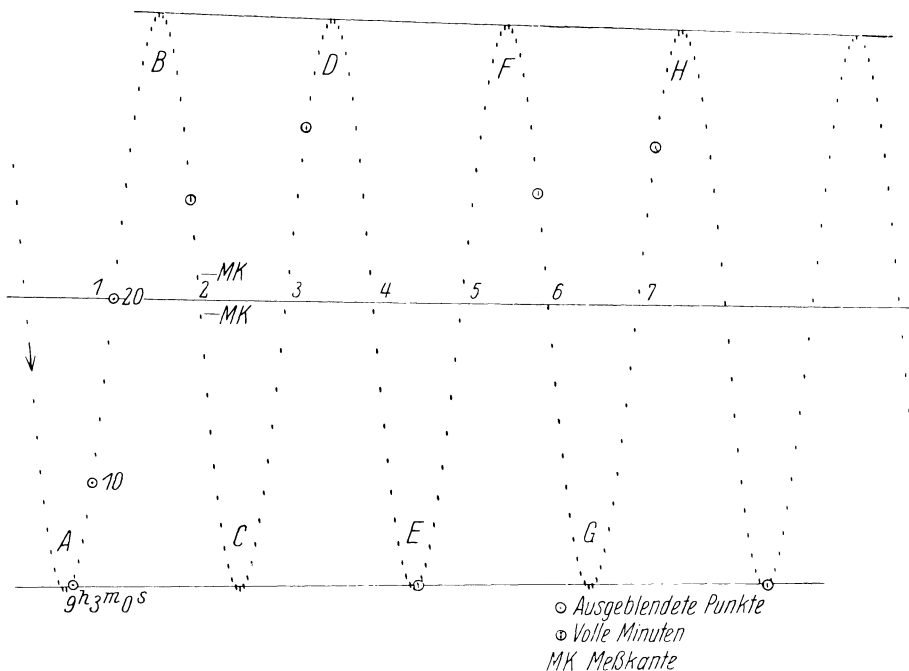


Fig. 16. Vergrößerung von Fig. 12. 1:2.3.

Nullinie durch die Justierung der Apparatur schon bei Beginn des Versuches festgelegt. Beim photographischen Koinzidenzverfahren ist diese Nullinie nachträglich zu ermitteln.

In Fig. 12 ist eine Koinzidenzpunktkurve, die durch eine große Geschwindigkeit der Platte im Registrierapparat stark auseinandergezogen worden ist, dargestellt. In der vergrößerten Kurve Fig. 16 ist durch direktes Zeichnen die Nullinie ermittelt worden. Dabei ist die Länge der Koinzidenzblitze berücksichtigt worden. Dies ist in Fig. 16 dadurch geschehen, daß als Bezugspunkt die untere Punktkante *MK* gewählt worden ist. Wenn wir nach Einzeichnen dieser Nullinie durch Schätzen der Abstände der beiden der Nullinie am nächsten gelegenen Punkte

die Durchgangszeit bestimmen, haben wir das alte STERNECKSche Auswertungsverfahren vor uns. Messen wir dagegen die Ordinatenabstände mit einem Maßstab aus und tragen diese Abstände, wie in Fig. 5 dargelegt, in ein Koordinatensystem ein, dann ist uns damit das BERGERSche Verfahren gegeben. Rechnerisch erhalten wir aus Fig. 16 bei Benutzung eines mm-Maßstabes für die einzelnen Koinzidenzmomente die Zeiten  $C$  aus der Formel

$$(4) \quad C = n + \Delta C = n + \frac{2 \cdot a}{b}$$

$a$  = Abstand des letzten Blitzes vor der Nulllinie;

$b$  = Abstand je zweier Punkte in der Nähe der Nulllinie, der einer Zeit von 2 Sekunden entspricht;

$n$  = letzte registrierte Sekunde vor dem Nulldurchgang;

$N$  = Nummer des Koinzidenzintervalls.

$N$	$a$	$b$	$\frac{2a}{b}$	$C_{N+1} - C_N$ (nur die Bruchteile)
2	7.0 mm	11.0 mm	1.27 sec	.16 sec
3	2.3	10.8	0.43	.19
4	8.7	10.7	1.62	.16
5	4.2	10.7	0.78	.18
6	10.3	10.5	1.96	.18
7	6.0	10.5	1.14	.17
8	1.6	10.4	0.31	

Rein rechnerisch läßt sich aus einer Registrierung, wie sie Fig. 12 darstellt, die Nulllinie folgendermaßen ermitteln. Man legt die Platte auf ein Stück Koordinatenpapier und richtet sie aus. An der Stelle der ungefähren Mittellinie bringt man auf der Platte einige Punkte an (s. . in Fig. 12). Dann wird die Platte unter dem Meßmikroskop so justiert, daß die Bewegung der Platte in der durch die markierten Punkte vorgegebenen Richtung erfolgt. Diese „Vorausrichtung“ ist jedoch nur dann erforderlich, wenn die Platte auf dem Objektisch nach allen Richtungen frei beweglich ist. Aus den Umkehrpunkten läßt sich entsprechend der Nullpunktsbestimmung bei einer Waage dann die Nulllinie genau ermitteln.

Als Beispiel legen wir wieder Fig. 12 zugrunde. Zur Auswertung stand ein ZEISSsches Meßmikroskop C 650 zur Verfügung. Die Vergrößerung war 15fach. Damit wurden folgende Ablesungen bei der in Fig. 12 bzw. in Fig. 16 dargestellten Platte in  $\frac{1}{100}$  mm gemacht:

Tabelle 1.

A 136		Nullpunkt: 2559	
	B 4967		<b>2558</b>
C 161		2557	
	D 4933		2556
E 190		2555	
	F 4905		2554
G 214		2553	
	H 4876		<b>2552</b>
J 241		2551	

Aus den Punkten A, B, C erhalten wir als Nullpunkt 2558 und entsprechend aus G, H, J 2552, d. h. die Platte hat demnach noch etwas schief unter dem Mikroskop gelegen. Die zu jeder Amplitude gehörenden Nullpunkte sind in der letzten Spalte der Tabelle 1 angegeben. Diese aus den beiden oben angegebenen Werten durch Interpolation gefundenen weichen von den direkt bestimmbaren nur innerhalb der Fehlergrenzen ( $\pm 0.01$  mm) ab.

Hier wäre nun noch ein Fehler zu erwähnen, der dadurch den wahren Amplitudenwert und damit den Nullpunkt etwas fälschen kann, daß wir nicht die gesamte Koinzidenzkurve selbst, sondern nur die durch Punkte\*) gegebene Kurve zur Auswertung zur Verfügung haben.

Wenn wir von der Dämpfung absehen, ist die Koinzidenzkurve gegeben durch

$$(5) \quad y = A \cdot \sin \frac{2\pi \cdot t}{2c}$$

wobei  $c$  die Dauer des Koinzidenzintervalles ist. Fällt nun der Spitzenpunkt so, daß

$$\varphi = \frac{2\pi \cdot t}{2c} = 90^\circ$$

bzw.  $270^\circ$  ist, so fällt er mit dem Maximalwert der Amplitude der Koinzidenzkurve zusammen. Der ungünstigste Fall tritt dann ein, wenn die

Phasenverschiebung von  $\varphi = 90^\circ$  bzw.  $270^\circ$  zur Zeit  $t = \frac{c}{2} \doteq 1$  Sekunde

erreicht wird. Wir erhalten in diesem Falle statt der wahren Amplitude

$$(6) \quad y_{\max} = A$$

die fehlerhafte Amplitude

$$(7) \quad y_{\max}^* = A \cdot \sin \frac{\pi}{c} \left( \frac{c}{2} \pm 1 \right) = A \cdot \cos \frac{\pi}{c} \cdot$$

\*) Ganz besonders vorteilhaft ist es, ein Okular mit Doppelfaden zu verwenden und den Punkt zwischen die beiden Striche einzuschließen.

Danach bekommen wir als größtmöglichen Fehler  $\Delta y$  der Amplitude bei einem Koinzidenzintervall von

$$\begin{aligned} c = 45 \text{ Sekunden} \quad \Delta y &= -0.2\% A \\ c = 30 \text{ Sekunden} \quad \Delta y &= -0.5\% A. \end{aligned}$$

Entsprechend (zur Hälfte) geht der Fehler dann auch in die Bestimmung des Nullpunktes und damit in das Ergebnis des Koinzidenzmomentes ein.

Bei der Auswertung der photographischen Koinzidenzkurven spielt, wie wir sehen werden, die Ersetzung der Sinuslinie in der Nähe des Nullpunktes durch die Tangente eine ausschlaggebende Rolle. Im folgenden soll erörtert werden, wie weit die Sinuslinie durch die Tangente ersetzt werden kann, oder welche Korrekturen zur Anwendung gebracht werden müssen.

Es ist die Zahl der zur Auswertung benutzbaren Punkte beschränkt durch die Forderung, die wir an die Genauigkeit der Bestimmung des Nulldurchganges der Koinzidenzkurven stellen; denn der Koinzidenzmoment soll mit einer Genauigkeit von  $\pm 0.01$  Sekunde erfaßt werden. Aus der Formel (4) erhalten wir für den Koinzidenzmoment die Zeit

$$(4) \quad n + \Delta C = n + \frac{2 \cdot a}{b}$$

und als Fehler für den zulässigen Ordinatenabstand

$$(4a) \quad \Delta a = \frac{\Delta C}{2} \cdot b = 0.01 \cdot \frac{b}{2},$$

d. h. aber nichts anderes, als daß die Werte der Tangente von denen der Sinuskurve nur um  $0.5\% b$  abweichen dürfen. Ist dies nicht der Fall, dann ist eine entsprechende Korrektur an den Werten der Sinuskurve, also an den ausgemessenen Werten anzubringen. Den Bereich der ohne Korrektur zur Auswertung benutzbaren Punkte erhalten wir aus folgender Überlegung: Bei einem Koinzidenzintervall von  $c$  Sekunden beträgt die Phasenverschiebung pro Sekunde

$$\varphi^\circ = \frac{180^\circ}{c}.$$

Also bei dem meistens benutzten Zeitintervall zwischen 2 Koinzidenzblitzen von 2 Sekunden

$$2\varphi^\circ = \frac{360^\circ}{c}.$$

Die Gleichung der Geraden durch den Nullpunkt der Sinuskurve, der

gleichzeitig der Achsenpunkt des Koordinatensystems sein möge, lautet:

$$(8) \quad y = \frac{\pi \cdot A}{c} \cdot t \quad t = -2, 0, +2,$$

während die Tangentengleichung der Sinuslinie die Form

$$(9) \quad y_T = \frac{A \cdot \pi}{c} \cdot \left( \cos \frac{\pi \cdot t}{c} \right) \cdot t$$

hat.

Auch hier ist wieder die Frage, wann weicht  $y$  von  $y_T$  um mehr als 1% ab. Dies ist der Fall, wenn  $\cos \frac{\pi \cdot t}{c}$  um  $1\% < 1$  ist. Dieser Fall tritt ein bei  $\varphi = 10^\circ$ , da  $\cos 10^\circ = 0.98$  ist und wir einen Fehler von  $\pm 1\%$  (bezogen auf die gleich 1 gesetzte Amplitude) zulassen\*). Demnach können wir ganz allgemein nur solche Punkte eines Koinzidenzintervalles ohne Korrektur zur Auswertung heranziehen, die innerhalb einer Phasenverschiebung von  $\frac{360}{c} \leq 10^\circ$  liegen. Somit dürfen wir bei einem Koinzidenzintervall von 45 Sekunden die 2 ( $\varphi = \pm 4^\circ$ ) bzw. 3 ( $\varphi = \pm 8^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ ) mittleren Koinzidenzpunkte ohne Korrektur zur Auswertung direkt verwenden.

Erweist es sich als notwendig, weitere Punkte der Sinuskurve zur Bestimmung des Koinzidenzmomentes zu benutzen oder infolge eines kleinen Koinzidenzintervalles ( $c < 45$  Sekunden) schon die allernächsten Punkte als von der Tangente zu abweichend zu betrachten, so sind deren Amplitudenwerte auf die entsprechenden Werte für die Nullpunktstangente umzurechnen. Diese Umrechnung soll das folgende Nomogramm (s. Fig. 16a) erleichtern. Links sind die Werte für die relativen Amplituden (Max.-Ampl. = 1) aufgetragen, rechts die anzubringende Korrektur  $\Delta y/y$  in Prozenten, wobei  $\Delta y$  für  $y - \sin y$  gesetzt ist. Danach ist die auf die Tangente bezogene Ordinate  $y_T = y_s (1 + \Delta y/y)$ .

Beispiel:

$$A = 24.22 \text{ mm} \quad y_s = 6.55 \text{ mm} \quad \text{Rel. Ampl. } 0.27.$$

Korrektur nach dem Nomogramm + 1.2%

$$y_T = 6.55 \left( 1 + \frac{1.2}{100} \right) = 6.55 + 0.08 = 6.63 \text{ mm.}$$

---

\*) Man kann natürlich die Fehlergrenze einschränken und die Korrekturen auch an Werten  $\varphi < 10^\circ$  anbringen, wenn der Meßfehler von  $\pm 0.01 \text{ mm}$  innerhalb von  $1\% \cdot b$  liegt.

Somit sind wir jetzt in der Lage, die in Fig. 12 dargestellte Koinzidenzkurve mit der erforderlichen Genauigkeit auswerten zu können, wobei wir die 4 bis 5 mittleren Koinzidenzpunkte benutzen werden. Die Null-

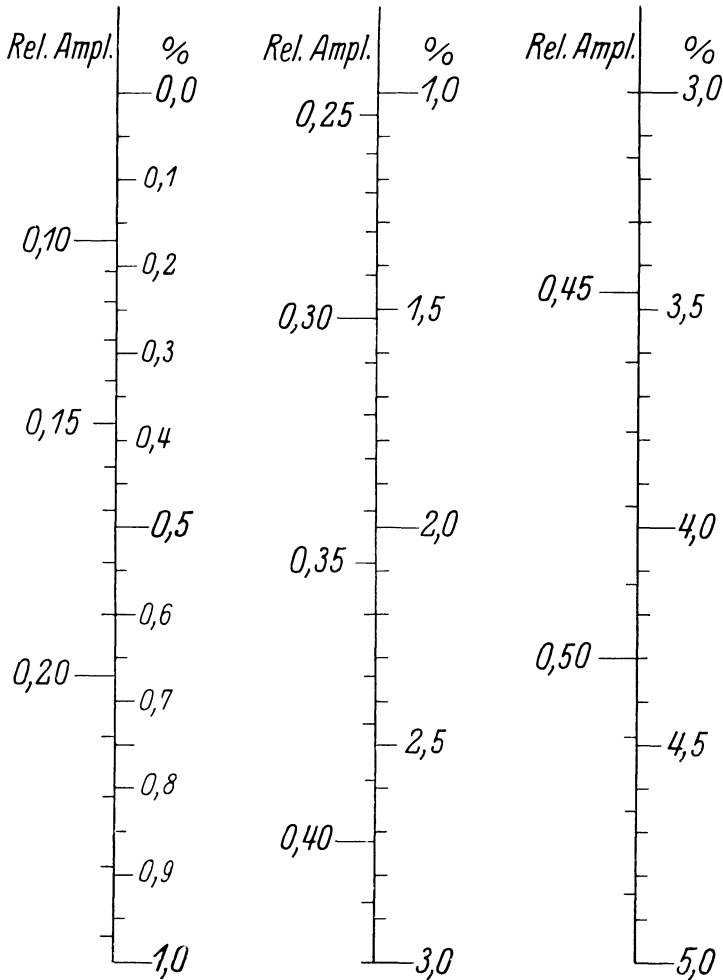


Fig. 16 a. Nomogramm zur Umrechnung von Sinuswerten in die entsprechenden Tangentenwerte.

punkte\*) sind der Tabelle 1 entnommen, aus der auch die Amplituden berechnet worden sind. Als Beispiel führen wir in der Tabelle 2 die 3. bis 6. Koinzidenz an (Amplitudenangaben in  $1/100$  mm).

\*) Es sei hier bemerkt, daß man die Ordinate der Nulllinie natürlich auch aus den Ordinatenwerten  $y_s$  der Koinzidenzpunkte ermitteln kann.



Tabelle 2.

Koinz. Nr.	Sek.	A*)	Y	Y <sub>0</sub>	y	Rel. Ampl.	Korr.		y <sub>T</sub>	Koinz. Moment
3	46	2385	1833	2556	723	0.30	1.5%	+11	734	50.44
	48		2157		399	.17	0.5	+ 2	401	.42
	50		2485		71				71	.43
	52		2817		-261	.11			-261	.43
	54		3142		-586	.25	1.0	- 6	-592	.44
								=3.32	50.43	
4	92	2371	3147	2556	591	.25	1.0	+ 6	597	95.62
	94		2822		266	.11			266	.61
	96		2493		- 63				- 63	.62
	98		2164		-392	.17	0.5	- 2	-394	.61
	100		1843		-713	.30	1.5	-11	-724	.61
								=3.30	95.61	
5	136	2358	1782	2555	773	.33	1.8	+14	787	140.78
	138		2099		456	.19	0.6	+ 3	459	.79
	140		2426		129				129	.78
	142		2755		-200				-200	.78
	144		3081		-526	.22	0.8	- 4	-530	.78
								=3.29	140.78	
6	182	2345	3193	2554	639	.27	1.2	+ 8	647	185.96
	184		2874		320	.14	0.3	+ 1	321	.96
	186		2548		- 6				- 6	.96
	188		2222		-332	.14	0.3	- 1	-333	.96
	190		2		1903	-651	.28	1.3	- 8	-659
								=3.27	185.96	

Wir erhalten somit als Differenz der Koinzidenzintervalle

$$4-3 \quad 45.18 \text{ sec} \quad 5-4 \quad 45.17 \text{ sec} \quad 6-5 \quad 45.18 \text{ sec}$$

Aus dem Beispiel geht eindeutig hervor, daß jede einzelne Bestimmung einen maximalen Fehler besitzt, der auf  $\pm 0.01$  Sekunden mit den anderen Werten übereinstimmt.

Ein Vergleich mit den vorher nach dem BERGERSchen Verfahren gewonnenen Werten zeigt eine sehr gute Übereinstimmung.

b) Bestimmung der Nulllinie und des Koinzidenzintervalles mit Hilfe der Tangentschnittpunkte.

Es besteht nun noch eine weitere Möglichkeit, sich die Nulllinie und dann daraus den Koinzidenzmoment zu verschaffen. In Fig. 17 ist schema-

\*) A = Maximalamplitude; Y = Amplitudenwert (Koordinatensystem des Meßmikroskopes); Y<sub>0</sub> = Ordinatenwert der Nulllinie; y<sub>s</sub> = y = Y - Y<sub>0</sub>.

tisch eine Sinuskurve aufgetragen, der ein Koinzidenzintervall von fast 17 Sekunden zugrunde gelegt ist. Dabei ist wieder vorausgesetzt, daß die Zeitdifferenz zwischen zwei Koinzidenzpunkten 2 Sekunden betragen möge. Ziehen wir an diese Sinuskurve in den Nullpunkten die Tangenten I, II und III, so schneiden sich diese in den Punkten  $S_1$  und  $S_2$ . Aus Symmetriegründen muß die Nulllinie auf jeden Fall durch den Mittelpunkt zwischen  $S_1$  und  $S_2$  gehen, der damit als Punkt der Nulllinie ( $N$ ) gekennzeichnet ist.

Zu dieser Nullpunktsbestimmung einer photographisch aufgezeichneten Koinzidenzkurve brauchen wir nun nicht alle Punkte auszuwerten

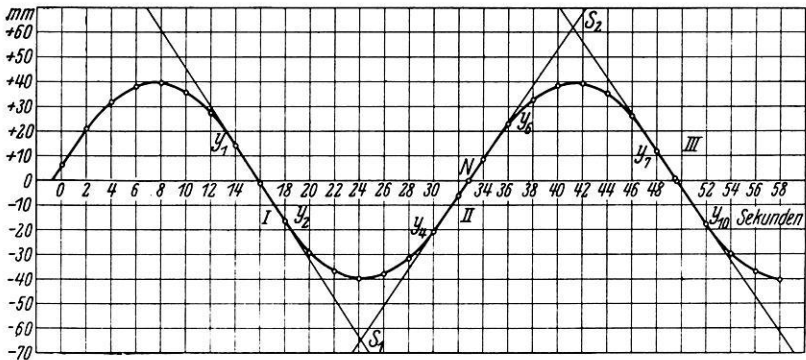


Fig. 17. Sinuskurve mit Tangenten.

und in stark vergrößertem Maßstab die Meßpunkte einzuzeichnen und dann entsprechend der Fig. 17 eine Bestimmung des Nullpunktes vorzunehmen. Es genügen dazu die der ungefähren Mittellinie am nächsten gelegenen Punkte. Beachten wir ferner, daß trotz einer Vergrößerung des Ordinaten- und Abszissenmaßstabes eine symmetrische Verkürzung des Koinzidenzabstandes an den Verhältnissen nichts ändert, so kommen wir zur Fig. 18; den Abszissenpunkten  $A, B, C, D$  entsprechen bei den einzelnen Tangenten I, II und III die Sekundenwerte, wie sie in der Tabelle B zusammengestellt sind.

Tabelle B.

	$A$	$B$	$C$	$D$
I	14	16	18	
II	30	32	34	36
III	46	48	50	52

Die Verkürzung der Abszisse beträgt im vorliegenden Falle je 16 Sekunden. Die Verhältnisse bleiben genau dieselben, wenn wir sie zu 14

bzw. 12 Sekunden gewählt hätten. Der Mittelpunkt zwischen  $S_1$  und  $S_2$  in Fig. 18 fällt genau wie der Mittelpunkt zwischen  $S_1$  und  $S_2$  in Fig. 17 auf 32.8 Sekunden.

Auf eine Tatsache muß hier jedoch ganz besonders hingewiesen werden. Es kann nämlich die Verkürzung des Abszissenmaßstabes eine ungerade Anzahl von Sekunden betragen, dann kann bei der Tangente II (Fig.18) eine Verschiebung der Abszisse um 1 Sekunde eintreten. Dies kommt daher: Ist  $m$  die ganze Zahl der zwischen

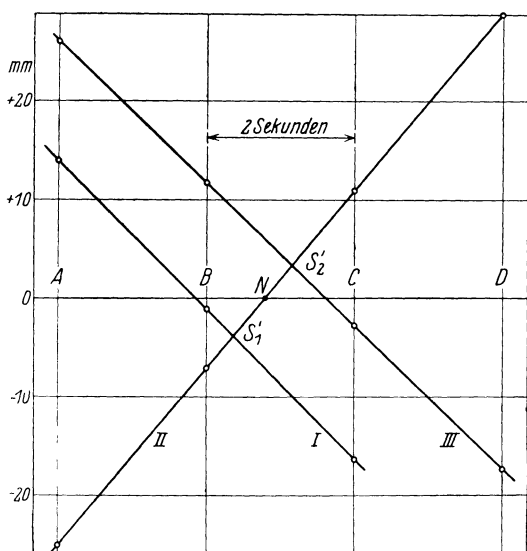


Fig. 18. Symmetrische Verkürzung des Abszissenmaßstabes von Fig. 17.

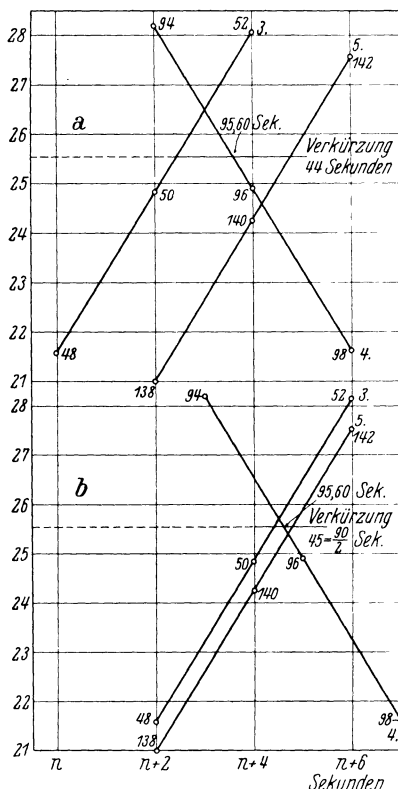


Fig. 19a und b. Verkürzung des Abszissenmaßstabes.

zwei Koinzidenzkurven (Intervall von  $2c$ ) liegenden Sekunden, so braucht  $\frac{m}{2}$  keine gerade Zahl zu sein. Da aber die Blitze alle 2 Sekunden erfolgen, also immer auf eine gerade Zahl kommen, so muß nach der Formel

$$\frac{m}{2} + 1 = 2u$$

( $u$  irgendeine ganze Zahl) die obenerwähnte Verschiebung um 1 Sekunde eintreten. In Fig. 19a und b ist einmal der doppelte Betrag der Verkürzung 88 Sekunden und dann 90 Sekunden. Dabei sind die Werte der

Tabelle 2 benutzt worden. Im letzteren Falle muß, wie auch Fig. 19b zeigt, die Verschiebung des Abszissenmaßstabes um 1 Sekunde für die mittlere Tangente erfolgen. Man hat mit Hilfe der so gewählten Verkürzung ein Mittel in der Hand, bei graphischer Auswertung und einer großen Zahl von aufeinanderfolgenden Koinzidenzdurchgängen mit einer verhältnismäßig kleinen Papierfläche auszukommen.

c) Bestimmung des Koinzidenzmomentes ohne Kenntnis der Nullinie.

Aus den Figuren 17 und 18 geht noch eine weitere Tatsache hervor. Der Punkt  $N$  als Mittelpunkt zwischen  $S_1$  und  $S_2$  bzw. zwischen  $S_1'$  und  $S_2'$  ist nicht nur ein Punkt der Nullinie, sondern er ist damit auch gleichzeitig der Punkt des Koinzidenzmomentes der Tangente II. Für die Ermittlung des Koinzidenzmomentes einer Tangente brauchen wir demnach nur die Abszissenwerte je zweier Schnittpunkte von drei benachbarten Tangenten zu kennen. Dann ist uns ohne weiteres der Koinzidenzmoment der mittleren Tangente als arithmetisches Mittel der beiden Abszissenwerte gegeben. Und sämtliche Fehler, die durch eine fehlerhafte Bestimmung der Nullinie in die Bestimmung des Koinzidenzmomentes eingehen, fallen weg.

Dieses Verfahren soll im folgenden durch ein Beispiel erläutert werden. Wir benutzen wieder Fig. 12. Je drei bzw. vier Ordinatenwerte für den 1. bis 8. Koinzidenzdurchgang sind die folgenden (vgl. auch Tabelle 2, in der die Werte teilweise enthalten sind):

Tabelle 3.

1. 2210	4. 2822	7. 2045
— 9 <sup>h</sup> 3 <sup>m</sup> 20 <sup>s</sup>	2493	2365
2884	2164	2686
		3007
2. 3093	5. 2099	8. 2921
2763	2426	2599
2433	2755	2278
2102		
3. 2157	6. 2874	
2485	2548	
2817	2222	

Wie überschlagsweise (siehe § 4d) festgestellt wurde, beträgt das Koinzidenzintervall etwa 45 Sekunden. Es ist also bei der Auswertung bei einer Verkürzung des Abszissenmaßstabes um  $90/2$  Sekunden

auf eine entsprechende Verschiebung des Abszissenmaßstabes für den einen Teil der Tangenten Sorge zu tragen.

Da wir den Koinzidenzmoment mit einer Genauigkeit von  $1/100$  bis  $2/100$  Sekunden erfassen wollen und dem Intervall von zwei Koinzidenzblitzen ein Abstand von ungefähr 2—4 mm entspricht, brauchen wir zur graphischen Auswertung ein Blatt Koordinatenpapier von mindestens  $40 \times 50$  cm. Der Sekunde geben wir einen Abszissenabstand von 5 cm. Dann entspricht  $1/2$  mm  $1/100$  Sekunde.

Die durchgeführte graphische Auswertung der acht Koinzidenzdurchgänge in Fig. 16, deren mittlere Ordinatenwerte sich in der Tabelle 3 befinden, zeigt Fig. 20 in 4facher Verkleinerung. Dabei entspricht der Durchmesser der Kreise dem doppelten Ausmeßfehler. Für die Schnittpunkte je zweier Tangenten, die in der Fig. 20 durch einen großen Kreis umschlossen sind, bekommen wir die in Tabelle 4 aufgeführten Abszissenwerte. In der letzten Spalte dieser Tabelle sind dann noch die sich aus je 2 Tangentenschnittpunkten als arithmetisches Mittel ergebenden Koinzidenzmomente der mittleren Tangente angegeben.

Tabelle 4.

Nummer der zum Schnitt gebrachten Tangente	Abszissenwerte dieser Schnittpunkte*)	Mittl. Tangente	Koinzidenzmoment*)
1/2	.15		
2/3	.34	2	.25 sec
3/4	.52	3	.43
4/5	.70	4	.61
5/6	.87	5	.79
6/7	.07	6	.97
7/8	.23	7	.15

Diese so bestimmten Koinzidenzmomente zeigen mit den in der Tabelle 2 (letzte Spalte) direkt berechneten Werten eine sehr gute Übereinstimmung, da die Abweichungen nur eine hundertstel Sekunde betragen und innerhalb der Fehlergrenze liegen.

Auch bei einer schwach gedämpften Sinusschwingung ist die graphische Ermittlung des Koinzidenzmomentes nach der beschriebenen Weise ohne weiteres möglich, wie eine rohe Überschlagsrechnung zeigt.

Zum Schlusse dieses Kapitels über die Ermittlung des Koinzidenzmomentes aus dem Mittelpunkt der beiden Schnittpunkte je zweier

\*) Es werden nur die Sekundenbruchteile angegeben.

Tangenten bleibt noch übrig zu zeigen, daß es auf das Ergebnis keinen Einfluß hat, wenn die bei der Auswertung fingierte Nulllinie (bestimmt durch das Koordinatensystem des Meßmikroskopes) gegenüber der wirklichen Nulllinie (Koordinatensystem der Platte) etwas verdreht ist.

Wir betrachten dazu Fig. 21 a und b. Darin seien wieder  $y_n$  bzw.  $y_n'$

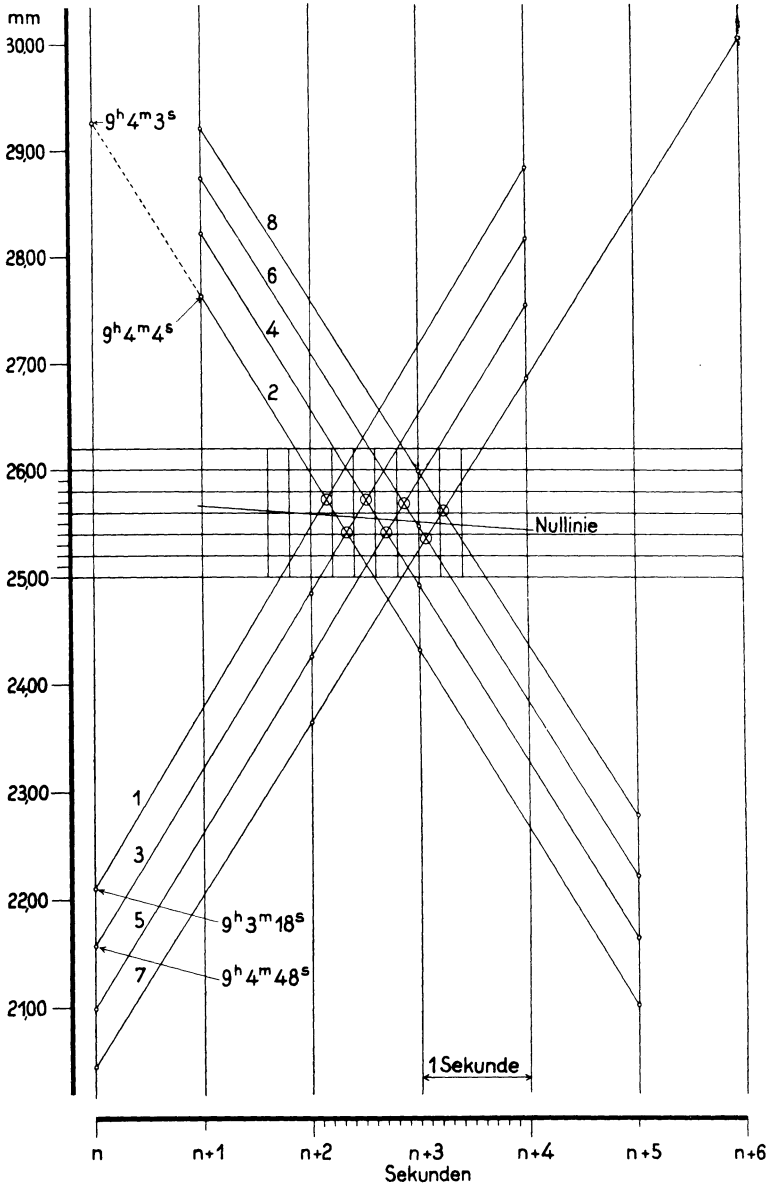


Fig. 20. Graphische Ermittlung eines Koinzidenzmomentes aus je zwei Tangentenschnittpunkten. Maßstab 1:4.

die Ordinatenwerte der ausgemessenen Koinzidenzpunkte dreier aufeinanderfolgender Koinzidenzdurchgänge im Koordinatensystem des Meßmikroskopes. Die wirkliche Nulllinie sei  $AB$  und die durch das Meßmikroskop vorgegebene Ausmeßrichtung  $A'B'$ . Wir setzen dann nur voraus, daß die Nulllinie der aufgenommenen Kurve zwischen  $y_2$  und  $y_3$  hindurchgehen möge. In der Fig. 21 ist die Auswertung angegeben,

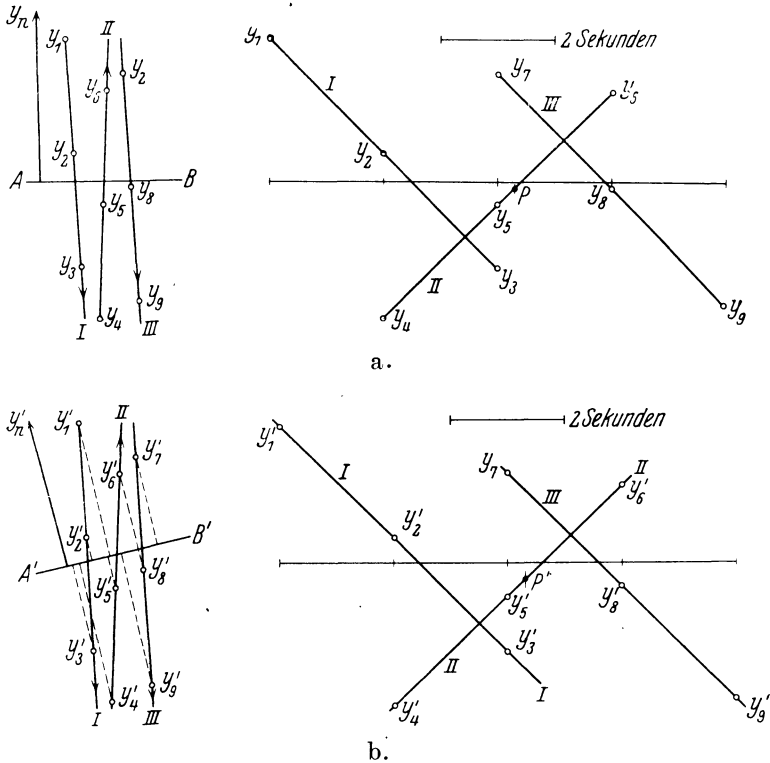


Fig. 21 a und b. Einfluß einer etwas verdrehten Platte.

wenn einmal die durch die Linie  $AB$  und dann die von  $A'B'$  gegebenen Ordinatenwerte benutzt werden. Es zeigt sich, daß die Abszissenwerte der beiden Mittelpunkte  $P$  und  $P'$  in beiden Fällen denselben Betrag haben, also genau dieselben Zeiten des Koinzidenzmomentes ergeben.

Diese Tatsache läßt sich auch folgendermaßen beweisen. Der Abszissenwert des Schnittpunktes  $S_1$  ist unter Benutzung von Fig. 17 und 21 a gegeben durch

$$(10) \quad x_{S1} = \frac{y_4(x_4 - x_6) - x_4(y_4 - y_6) - y_1(x_1 - x_3) + x_1(y_1 - y_3)}{(y_1 - y_3) - (y_4 - y_6)}.$$

Die Abszissenwerte  $x_n$  sind unabhängig vom verwandten Koordinatensystem, da sie als Zeiten definiert sind; die Differenzen  $(y_1 - y_3)$  und  $(y_4 - y_6)$  sind ebenfalls vom Koordinatensystem unabhängig, weil wir

dafür direkt den Abstand  $\Delta y_{(4,6)}$  bzw.  $\Delta y_{(1,3)}$  setzen können. Somit bleibt nur noch zu zeigen, daß auch der Ausdruck

$$y_4(x_4 - x_6) - y_1(x_1 - x_3)$$

unabhängig von einer Koordinatentransformation ist.

Da  $(x_1 - x_3) = (x_4 - x_6) = a$  Sekunden ist, können wir schreiben  $a(y_4 - y_1) = n$ .

$(y_4 - y_1)$  ist aber ebenfalls wieder als Ordinatenabstand  $y_{(4,1)}$  unabhängig vom Koordinatensystem.

Was vom Punkt  $x_{s1}$  gilt, gilt auch für den Punkt  $x_{s2}$  und damit auch für ihren Mittelpunkt.

Als Beispiel möge wieder die in Fig. 12 dargestellte Aufnahme dienen. Die Platte wurde absichtlich etwas gedreht unter das Meßmikroskop gelegt und dann ausgemessen. Entsprechend den Werten in Tabelle 3 erhalten wir jetzt als Ordinatenwerte für die 1.—8. Koinzidenz

Tabelle 5.

1. 2143	3. 2046	5. 1947	7. 1847
—	2372	2269	2166
2815	2705	2599	2490
		2925	2809
2. 2673	4. 2688	6. 2699	8. 2703
2342	2358	2371	2380
2011	2026	2045	2056

Die graphische Auswertung der so gemessenen Ordinatenwerte ist in Fig. 22 wiedergegeben. Trotzdem der Winkel zwischen der Nulllinie der Sinuslinie und der Bewegungsrichtung des Mikroskopschlittens etwa  $2^\circ$  betrug, der sich infolge der schnellen Registriergeschwindigkeit der Fig. 12 besonders stark bemerkbar macht, erhalten wir für die Koinzidenzmomente dieselben Zeiten wie aus Fig. 20, wenn wir sie aus dem Mittelpunkt je zweier Tangentschnittpunkte ermitteln. Es sind die Werte der Tabelle 6.

Vergleichen wir die Koinzidenzmomente dieser Tabelle mit denen der Tabelle 4, so zeigen beide eine ausgezeichnete Übereinstimmung. Die Abweichungen von  $\pm 0.01$  sec liegen wieder vollkommen innerhalb der Fehlergrenzen.

Damit dürfte der eindeutige Beweis erbracht sein, daß die graphische Ermittlung von Koinzidenzmomenten unter Ausschaltung der Bestimmung der Nulllinie ein äußerst elegantes Verfahren darstellt, welches ohne langwierige Rechnungen einwandfreie Ergebnisse liefert. Die Ordinatenwerte sind erst dann vor der Auswertung mit einer Korrektur zu versehen, wenn diese Korrektur größer ist als der Meßfehler.



Tabelle 6.

Nummer der zum Schnitt gebrachten Tangenten	Abszissenwerte dieser Schnittpunkte	Mittlere Tangente = Koinzidenz Nr.	Koinzidenzmoment
1/2	.09		
2/3	.40	2	.25 sec
3/4	.46	3	.43
4/5	.77	4	.62
5/6	.81	5	.79
6/7	.14	6	.98
7/8	.16	7	.15

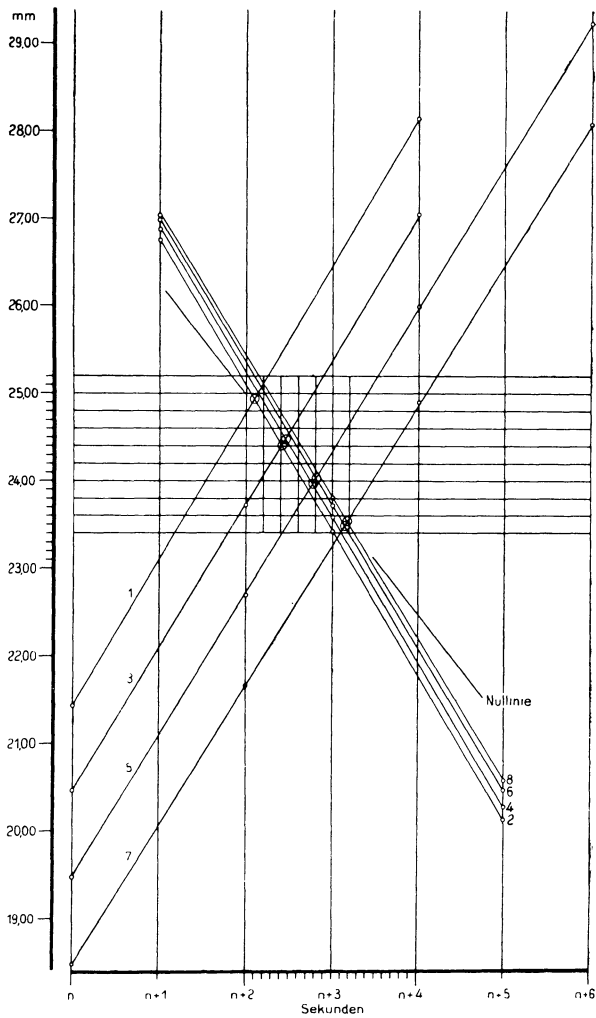


Fig. 22. Graphische Ermittlung eines Koinzidenzmomentes aus je zwei Tangentenschnittpunkten, wobei die Platte verdreht unter dem Meßmikroskop gelegen hatte. Maßstab 1:5.

d) Überschlagweises Bestimmen des Koinzidenzintervalles aus der Amplitude der Koinzidenzkurve und dem Abstand zweier aufeinanderfolgender Punkte.

Bis jetzt haben wir uns bei der Auswertung nur mit der Bestimmung der Sekundenbruchteile vom Koinzidenzintervall beschäftigt. Unter Umständen ist es nun auch manchmal nötig — z. B. wenn jede Auszählmöglichkeit fehlt (s. Fig. 13, wo in den Scheitelpunkten die Punkte nicht mehr getrennt werden können) oder eine Platte ohne jede Zeitmarkierung (ausgeblendete Punkte) ist —, womöglich bei einem völlig unbekanntem Koinzidenzintervall auch dessen ganzzahlige Sekundendauer zu ermitteln. Diese Bestimmung ist jedoch unter Benutzung der Amplitude und des Abstandes zweier mittlerer Koinzidenzpunkte einer photographisch aufgenommenen Koinzidenzkurve — natürlich nur mit entsprechender Genauigkeit — möglich.

Die Halbschwingungsdauer  $c$  der Koinzidenzkurve ist uns gegeben durch:

$$(11) \quad y = A \cdot \sin \frac{2\pi \cdot t}{2c}.$$

Was wir suchen, ist das Koinzidenzintervall  $c$  Sekunden. Für (11) können wir unter Ersetzung der Sinuskurve durch die Tangente schreiben:

$$(12) \quad c = \frac{\pi \cdot t \cdot A}{y}.$$

Der Zeit  $t$  von 2 Sekunden entspricht der Ordinatenabstand von 2 Koinzidenzblitzen. Benutzen wir als Beispiel die auf die Tangente korrigierten Werte der 3. Koinzidenz in Tabelle 2, so erhalten wir

$$t = 2, A = 23.85, 2y = 6.62.$$

Diese Werte in (12) eingesetzt ergeben  $2c = 90.54$  und damit die ganzzahlige Koinzidenzdauer zu  $c = 45$  sec. Das gesuchte Koinzidenzintervall ist also etwas größer als 45 Sekunden. Einem Fehler von  $dy = 0.01$  mm entspricht ein Fehler im Koinzidenzintervall von

$$dc = - \frac{\pi \cdot t \cdot A}{y^2} \cdot dy = - \frac{\pi \cdot 2 \cdot 23.85}{3.31 \cdot 3.31} = - 0.14 \text{ sec}$$

Mit der hier angegebenen Methode ist das Koinzidenzintervall also höchstens mit einer Genauigkeit von  $\pm 0.1$  sec zu bestimmen.

e) Berechnung der Amplitude der Koinzidenzkurve aus dem Koinzidenzintervall und dem Abstand zweier Punkte.

In manchen Fällen wird es erforderlich sein, die Größe der Amplitude zu bestimmen, ohne daß eine direkte Ausmessung möglich ist (zu

große Amplituden, Überlagerung mehrerer Kurven). Auch in diesem Falle kann man wieder mit Erfolg die Formel (12) anwenden. Darin ist jetzt die Unbekannte die Amplitude  $A$ , während alle anderen Größen bekannt sind. Die Amplitude  $A$  erhalten wir wieder, wenn wir die Sinuslinie durch die Tangente ersetzen zu:

$$A = \frac{y \cdot c}{\pi \cdot t}$$

Wieder unter Verwendung der Werte für die 3. Koinzidenz in Tabelle 2 und des Koinzidenzintervalles  $c = 45.18$  sec ist

$$A = \frac{3.31 \cdot 45.18}{\pi \cdot 2} = 23.80 \text{ mm.}$$

Der direkt gemessene Wert ist 23.85 mm. Diese Abweichung von 0.25% ist in der fehlerhaften Bestimmung des Ordinatenabstandes  $y$  begründet und liegt wieder vollkommen innerhalb der Fehlergrenzen.

f) Auswertung unter Benutzung der Einzelblitze.

Aus Tabelle 2 hatten wir als Differenz der Koinzidenzintervalle

4 — 3	die Dauer $c = 45.18$ sec,
5 — 4	45.17 sec,
6 — 5	45.18 sec gefunden.

Mit Hilfe der Formel (2b) erhalten wir daraus für die Schwingungsdauer des Halbskundenpendels die Halbschwingungsdauern

$$T_P = 0.49 \ 45 \ 27 \text{ bzw. } 0.49 \ 45 \ 26 \text{ sec.}$$

Diese Schwingungsdauer können wir nun noch auf eine andere Weise ohne Benutzung des Koinzidenzintervalles ermitteln. Das Pendel stellt ja in seinem schwingenden Zustand einen idealen Kurzzeitmesser dar. Von dieser Eigenschaft soll in Kap. 10 mehr gesagt werden. Jeder photographierte Koinzidenzpunkt stellt einen festdefinierten Zeitmoment dar. Andererseits können wir aus der Schwingungsdauer des Pendels und dem Ordinatenabschnitt eines solchen Punktes die Zeit berechnen, die das Pendel noch bis zum Nulldurchgang braucht. Dadurch ist der Zeitpunkt des Nulldurchganges der Pendelschwingung bekannt. Aus den Zeiten zweier solcher Nulldurchgänge und der Anzahl der Pendelschwingungen ist dann eine Berechnung der Schwingungsdauer des Pendels ohne Schwierigkeit möglich.

Auch hier möge ein Beispiel als Erläuterung dienen. Dem Ordinatenstück  $dy$  entspricht die Zeit  $dt$ , wobei wieder unter Benutzung der Tangente in der Nähe des Nulldurchganges

$$(13) \quad \Delta t = \frac{y_T \cdot T'}{2\pi \cdot A}$$

ist. Verwenden wir wiederum die Werte in der Tabelle 2, so erhalten wir, wenn wir die auf die Tangente korrigierten Ordinatenwerte  $y_T$  benutzen:

Koinz. Nr.	Ampl.	$\Delta t$ für 0.01 mm	$y_T$	Moment des Nulldurchganges der Pendelschwingung
3	23.85 mm	0.0000662	401	48.0265
			71	50.0047
			— 261	51.9827
4	23.71 mm	0.0000665	597	92.0397
			266	94.0177
			— 63	95.9958
5	23.58 mm	0.0000668	129	140.0086
			— 200	141.9866
			— 530	143.9642
4—3	92.0397	94.0177	95.9958	
	48.0265	50.0047	51.9827	
	44.0132	44.0130	44.0131	89 Halbschwingungen
	$T = 0.494530$	0.494528	0.494529	$T_P = 0.494529$
5—4	140.0086	141.9866	143.9642	
	92.0397	94.0177	95.9958	97 Halbschwingungen
	47.9689	47.9689	47.9684	
	$T_P = 0.494525$	0.494525	0.494520	$T_P = 0.494523$
5—3	140.0086	141.9866	143.9642	
	48.0265	50.0047	51.9827	136 Halbschwingungen
	91.9821	91.9819	91.9815	
	$T_P = 0.494527$	0.494526	0.494524	<u><math>T_P = 0.494526</math></u>

Es sind also dieselben mittleren Werte einmal mit Hilfe von Koinzidenzen und zum anderen aus der direkten Bestimmung der Schwingungsdauer ermittelt worden.

### § 5. Dauernder Vergleich der Schwingungsdauer einer astronomischen Pendeluhr mit der Schwingungsdauer eines frei schwingenden Pendels.

Bei diesen Versuchen sollte die Konstanz der Schwingungsdauer einer Pendeluhr mit Hilfe eines frei schwingenden Pendels dauernd kontrolliert werden. Die Schwingungsdauer des Pendels änderte sich allein durch die Abnahme der Schwingungsamplitude. Diese Änderung

ließ sich in ihrer vollen Größe berücksichtigen. Dagegen wurden Druck und Temperatur während der etwa einstündigen Registrierzeit immer konstant gehalten.

Wenn wir in Formel (2a) die Schwingungsdauer der Uhr ( $T_U$ ) als Unbekannte wählen, so erhalten wir

$$(14) \quad T_U = 2T_P + \frac{T_P}{c}$$

und als Fehler

$$(15) \quad dT_U = -\frac{T_P \cdot dc}{c^2}$$

Da wir ein Koinzidenzintervall mit einem Fehler von  $dc = \pm 0.01$  sec bestimmen können, so läßt sich bei einem Intervall von 10 Koinzidenzen die Genauigkeit auf den 10fachen Betrag steigern. Damit ist es möglich, aus einem Einzelintervall von 10 Koinzidenzen ( $c \sim 45$ ) die Schwingungsdauer einer astronomischen Uhr auf einige Einheiten der 7. Dezimale zu bestimmen; denn mit den Werten

$$dc = 0.001, \quad c = 45, \quad T_P^2 = 0.5$$

erhalten wir aus (15)

$$dT_U = -2.5 \cdot 10^{-7} \text{ sec.}$$

Die Versuchsanordnung ist in Fig. 6 schematisch dargestellt. Registriert wurde etwa eine Stunde lang. Die Auswertungen von drei solchen Registrierungen sind in Fig. 23 wiedergegeben. Die Uhr STRASSER-ROHDE betätigt in der Reichsanstalt für Erdbebenforschung die Zeitmarkierung der Seismometer. Sie wird hinsichtlich ihres Ganges nach Zeitsignalen reguliert. RIEFLER 478 dagegen wird nicht korrigiert und hatte zur Zeit der Registrierung einen Gang von  $+ 0.1$  sec. Im oberen Teil (A) der Fig. 23 sind als Ordinaten die Zeiten von je 10 Koinzidenzintervallen als Funktion des mittleren Koinzidenzintervalles aufgetragen. (Beispiel aus Tabelle 7: Dauer des 25.—15. Koinzidenzintervalles 45.513 Sekunden Abszisse 20. Koinzidenz.) Zwischen zwei Abszissenwerten liegt also die Zeit eines Koinzidenzintervalles. Die punktierte Kurve (Änderung der Schwingungsdauer des freien Pendels infolge der Abnahme der Amplitude) zeigt den Verlauf der Zeitintervalle, wenn der Gang der Uhr vollkommen konstant gewesen wäre. Die untere Kurve (B) gibt ein Maß für die Inkonstanz der Schwingungsdauer  $\Delta T_U$  der Pendeluhr. Wir sehen, daß die Fehler z. T. sehr erheblich über dem Meßfehler ( $dc = \pm 0.001$ ,  $\Delta T_U = \pm 0.0000002$  sec) liegen. Außerdem geht aus der Fig. 23 deutlich hervor, daß die Schwankungen der Schwingungs-

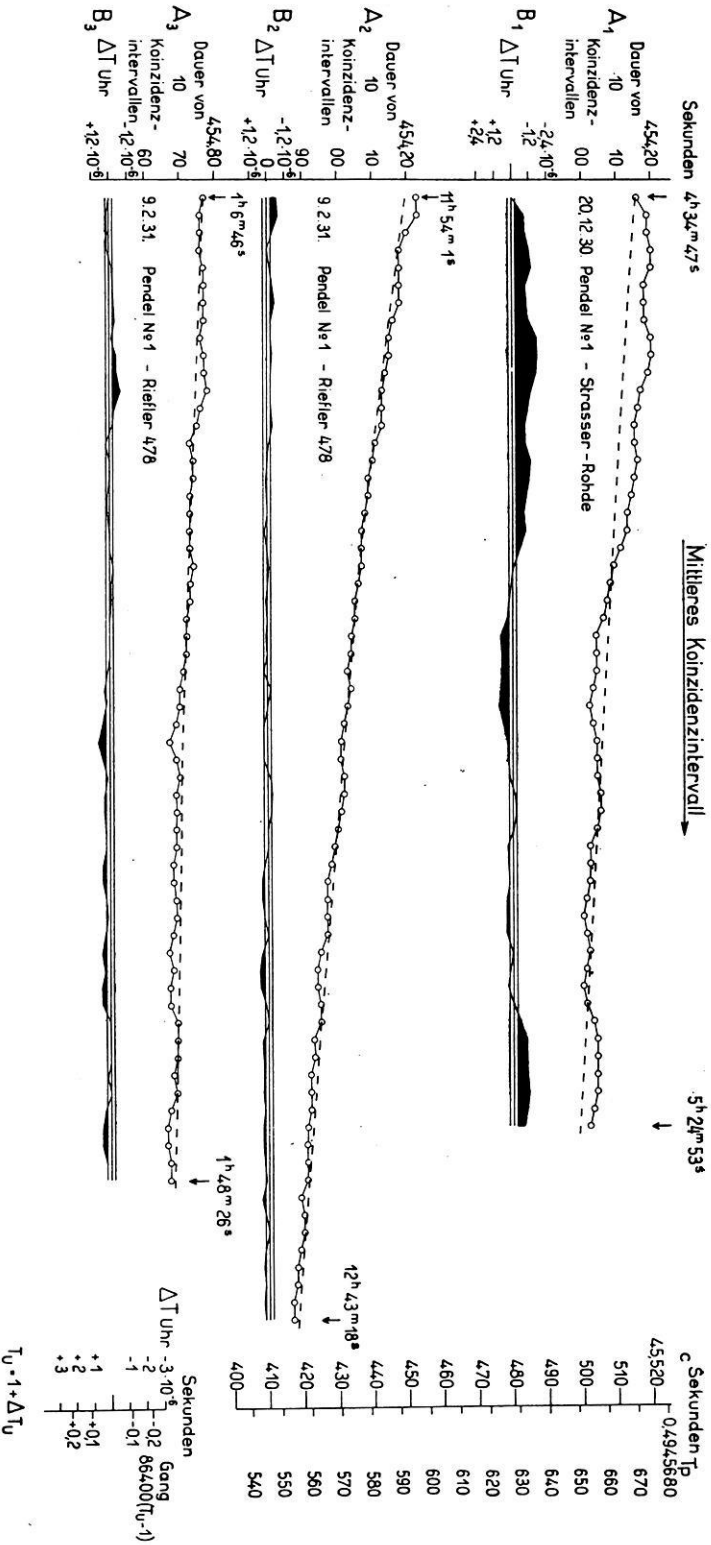


Fig. 23. Dauender Vergleich der Schwingungsdauer einer Pendeluhr mit der eines frei schwingenden Pendels. (Bei der Kurve A<sub>2</sub> muß es 455,20 Sekunden heißen.)

dauern und damit Gangschwankungen bei der Uhr STRASSER-ROHDE größer waren als bei der Uhr RIEFLER 478.

Als Nomogramme sind noch in der Fig. 23 der Zusammenhang zwischen der Schwingungsdauer  $T_p$  und der Zeit  $c$  eines Koinzidenzintervalles und der Einfluß der Schwingungsdaueränderung  $\Delta T_U$  auf den Gang der Uhr gezeichnet. In diesem Falle müßte allerdings die geänderte Schwingungsdauer 24 Stunden konstant bleiben, um die angegebenen Gangwerte zu erreichen.

Endlich sei hier fast das gesamte Zahlenmaterial (Tabelle 7) für die zweite Kurve ( $A_2$ ) in Fig. 23 wiedergegeben. Dieses zeigt vielleicht am besten die Genauigkeit und Leistungsfähigkeit des photographischen Koinzidenzverfahrens, mit dessen Hilfe hier zum ersten Male Gangschwankungen innerhalb von kurzen Zeiten (ca. 10 Minuten) nachgewiesen werden konnten.

9. Febr. 1931:

Platte Nr. III\*). RIEFLER 478. Pendel Nr. 1.  $c = 45.50$  sec.

Ausgeblendete Punkte  $11^h 49^m 10^s 20^s 30^s$ ,

Druck  $b = 753.4$  mm, Temperatur  $t = 8.6^\circ$ ;

Ausgeblendete Punkte  $12^h 47^m 0^s 10^s 20^s$ ,

Druck  $b = 753.4$  mm, Temperatur  $t = 8.6^\circ$ .

ZEISS-Meßmikroskop. Vergrößerung 15fach. LEITZ-Okular mit verstellbarem Doppelfaden:

$11^h 49^m 27.00^s$       2. Koinzidenzmoment,

$12^h 47^m 5.25^s$       78.            „

---

$57^m 38.25^s = 76$  Koinzidenzintervalle.

$76$  Koinzidenzintervalle =  $3458.25$  sec,

$c = 45.5034$  sec.

Max. Amplituden: 2. Koinzidenz  $52.86'$ ,

78.            „             $34.09'$ .

Log. Dekrement:

$$\vartheta_{T'} = \frac{2.303 [\log 52.86 - \log 34.09] \cdot 0.4946 \cdot 2}{76 \cdot 45.50} = 1.26 \cdot 10^{-4}$$

Amplitudenkorrekturen:

8. Koinzidenz       $dc = 0.0579$

18.            „            516

28.            „            460

38.            „            409

48.            „            364

---

\*) Es ist dies die in Fig. 13 dargestellte Aufnahme.

Tabelle 7.

Tangentenschnittpunkte	Abszissenwert	Koinzidenz Nr.	Koinzidenzmoment	Mittlere Koinzidenz	Differenz von 10 Koinzidenzintervallen	
2/3	.31					
3/4	.82	3	.57			
4/5	.35	4	.09			
5/6	.90	5	.63			
6/7	.42	6	.16			
7/8	.94	7	.68			
8/9	.45	8	.20	8	13.—3.	45.523 sec
9/10	.97	9	.71	9	14.—4.	. 23
10/11	.50	10	.24	10	15.—5.	. 20
11/12	. 2	11	.76	11	16.—6.	. 18
12/13	.54	12	.28	12	17.—7.	. 18
13/14	. 6	13	.80	13	18.—8.	. 18
14/15	.57	14	.32	14	19.—9.	. 18
15/16	. 8	15	.83	15	20.—10.	. 16
16/17	.60	16	.34	16	21.—11.	. 15
17/18	.12	17	.86	17	22.—12.	. 15
18/19	.63	18	.38	18	23.—13.	. 14
19/20	.14	19	.89	19	24.—14.	. 13
20/21	.65	20	.40	20	25.—15.	. 13
21/22	.17	21	.91	21	26.—16.	. 13
22/23	.68	22	.43	22	27.—17.	. 11
23/24	.19	23	.94	23	28.—18.	. 10
24/25	.70	24	.45	24	29.—19.	. 10
25/26	.21	25	.96	25	30.—20.	. 9
26/27	.72	26	.47	26	31.—21.	. 8
27/28	.22	27	.97	27	32.—22.	. 7
28/29	.73	28	.48	28	33.—23.	. 7
29/30	.24	29	.99	29	34.—24.	. 7
30/31	.74	30	.49	30	35.—25.	. 6
31/32	.24	31	.99	31	36.—26.	. 5
32/33	.75	32	.50	32	37.—27.	. 5
33/34	.26	33	.01	33	38.—28.	. 4
34/35	.77	34	.52	34	39.—29.	. 3
35/36	.27	35	. 2	35	40.—30.	. 3
36/37	.77	36	.52	36	41.—31.	. 4
37/38	.27	37	. 2	37	42.—32.	. 3
38/39	.77	38	.52	38	43.—33.	. 2
39/40	.27	39	. 2	39	44.—34.	. 1



Tabelle 7 (Fortsetzung).

Tangentenschnittpunkte	Abszissenwert	Koinzidenz Nr.	Koinzidenzmoment	Mittlere Koinzidenz	Differenz von 10 Koinzidenzintervallen	
40/41	.77	40	.52	40	45.—35.	45.501 sec
41/42	.28	41	.3	41	46.—36.	. 2
42/43	.78	42	.53	42	47.—37.	. 2
43/44	.28	43	.3	43	48.—38.	. 1
44/45	.78	44	.53	44	49.—39.	. 0
45/46	.28	45	.3	45	50.—40.	45.499
46/47	.79	46	.54	46	51.—41.	. 8
47/48	.28	47	.4	47	52.—42.	. 7
48/49	.77	48	.53	48	53.—43.	. 7
49/50	.26	49	.2	49	54.—44.	. 7
50/51	.76	50	.51	50	55.—45.	. 7
51/52	.25	51	.1	51	56.—46.	. 5
52/53	.75	52	.50	52	57.—47.	. 4
53/54	.25	53	.0	53	58.—48.	. 4
54/55	.75	54	.50	54	59.—49.	. 5
55/56	.24	55	.0	55	60.—50.	. 5
56/57	.73	56	.49	56	61.—51.	. 3
57/58	.22	57	.98	57	62.—52.	. 3
58/59	.72	58	.47	58	63.—53.	. 2
59/60	.21	59	.97	59	64.—54.	. 2
60/61	.70	60	.46	60	65.—55.	. 2
61/62	.18	61	.94	61	66.—56.	. 1
62/63	.67	62	.43	62	67.—57.	. 1
63/64	.17	63	.92	63	68.—58.	. 1
64/65	.67	64	.42	64	69.—59.	. 9
65/66	.16	65	.92			
66/67	.64	66	.40			
67/68	.13	67	.89			
68/69	.62	68	.38			
69/70	.10	69	.86			

## § 6. Vergleich der Schwingungsdauer einer Stimmgabel mit der eines freischwingenden Pendels.

Ein Stimmgabelunterbrecher  $SU$ , wie er in der schematischen Figur 24 dargestellt ist, unterbrach beim Schwingen der Stimmgabel zwei Stromkreise. Der eine Unterbrechungskontakt  $U_2$  diente zur Selbst-

erregung der Stimmgabelschwingungen, während der andere  $U_1$  einen Grahamhaken  $GH$  mit dem Drehpunkt um  $B$  mit Hilfe der zurückziehenden Spiralfeder im Takte der Stimmgabelschwingungen hin und her bewegte. Dadurch wurde das gezähnte Rad  $R$  in Drehungen versetzt. Durch den Kontaktstift  $KS$  wurde bei jeder Umdrehung die

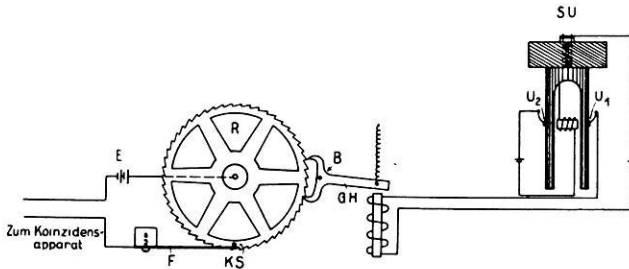


Fig. 24. Unterteilung der Schwingungen einer Stimmgabel.

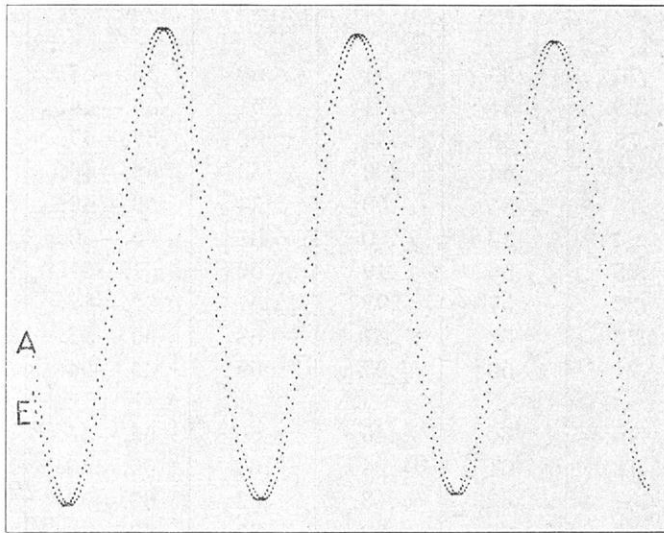


Fig. 25. Bestimmung der Schwingungsdauer einer Stimmgabel.

Feder  $F$  berührt. Hierdurch konnte ein Stromkreis für kurze Zeit geschlossen werden.

Die Stimmgabel hatte eine Frequenz von 50 Hertz und das gezähnte Rad 50 Zähne. Somit war der Kontakt zwischen  $KS$  und  $F$  im Betriebszustande vergleichbar mit einem Pendelkontakt eines Halbskundenpendels. Ließ man durch einen so geschlossenen Stromkreis den Spiegel des Koinzidenzapparates betätigen, so erhielt man bei Verwendung eines frei schwingenden Halbskundenpendels in der Versuchsanordnung der Fig. 6 — es ist der Pendelkontakt  $PK$  durch den Kontakt  $KS—F$  ersetzt — Kurven, wie sie die Fig. 25 darstellt.

Dabei wurde die Umdrehungsgeschwindigkeit der Treibspindel des photographischen Registrierapparates und damit die Laufgeschwindigkeit der photographischen Platte vergrößert, um eine deutliche Trennung von Schließungs- ( $E$ ) und Öffnungsblitz ( $A$ ) zu erreichen; denn bei der Kürze des Stromschlusses konnte der Schließungsblitz nicht ausgeblendet werden. Da jetzt jede Sekunde ein Blitz erfolgt, zeigt jede der beiden Kurven in Fig. 25 die doppelte Anzahl von Punkten gegenüber den sonstigen Aufnahmen. Der Abstand beträgt dann auch nur eine Sekunde zwischen je zwei Punkten.

Bezeichnen wir mit  $T_{50}$  die Dauer von 50 Schwingungen und mit  $T_{St}$  die Dauer der einzelnen Schwingung der Stimmgabel, dann erhalten wir aus (2)

$$(16a) \quad T_{50} = 2T_P + \frac{T_P}{c}$$

$$(16b) \quad T_{St} = \frac{2T_P + \frac{T_P}{c}}{50}.$$

Dabei ist  $T_P$  die Schwingungsdauer des frei schwingenden Pendels und  $c$  das Koinzidenzintervall.

$$\text{Unter Verwendung der Werte: } \begin{aligned} \pm dc &= 0.1 \\ c &= 50 \\ T_P &= 0.5 \end{aligned}$$

erhalten wir als Fehler

$$d T_{St} = \mp 4 \cdot 10^{-7} \text{ sec,}$$

d. h. wir können in Zwischenräumen von weniger als einer Minute Änderungen der Schwingungsdauer der Stimmgabel bis zu  $0.02\text{‰}$  angeben.

Aus der in Fig. 25 dargestellten Koinzidenzkurve (Ampl.  $38'$ ), die in diesem Falle zugleich auch die Schwebungskurve ist, erhalten wir aus den Schließungsblitzen die Intervalle

$$\left. \begin{array}{l} c = 49.8 \text{ sec} \\ 49.8 \text{ ,,} \\ 50.1 \text{ ,,} \\ 50.1 \text{ ,,} \\ 50.2 \text{ ,,} \end{array} \right\} \text{ Mittel } 50.0 \text{ sec}$$

und aus den Öffnungsblitzen

$$\left. \begin{array}{l} c = 49.8 \text{ sec} \\ 49.9 \text{ ,,} \\ 50.0 \text{ ,,} \\ 50.1 \text{ ,,} \\ 50.1 \text{ ,,} \end{array} \right\} \text{ Mittel } 50.0 \text{ sec}$$

Dabei ist zu beachten, daß nur ein Teil der zur Auswertung benutzten Öffnungs- und Schließungsblitze wegen der Länge des Kontaktschlusses und der Trägheit des Spiegelsystemes zusammen gehören. Deutlich geht aus dem Gang in den Längen der Koinzidenzintervalle hervor, daß während des Versuches sich die Dauer einer Stimmgabelschwingung um  $dT_{st} = -14 \cdot 10^{-7}$  sec verkleinert hat. Die Stimmgabelschwingung ist also während 6 Minuten bis auf  $0.07^0/_{00}$  konstant geblieben.

Die Auswertung einer Platte, die eine Stunde früher unter genau den gleichen Verhältnissen aufgenommen worden war, ergab für die Schließungsblitze

$$\left. \begin{array}{l} c = 49.6 \text{ sec} \\ 49.8 \text{ ,,} \\ 50.2 \text{ ,,} \end{array} \right\} \text{Mittel } 49.9 \text{ sec}$$

und für die Öffnungsblitze

$$\left. \begin{array}{l} c = 49.6 \text{ sec} \\ 49.7 \text{ ,,} \\ 50.2 \text{ ,,} \end{array} \right\} \text{Mittel } 49.8 \text{ sec}$$

Auch hier sehen wir wieder den Gang, d. h. ein Kleinerwerden der Schwingungsdauer der Stimmgabel.

Der hier angeführte Versuch sollte allein die Methode und ihre Leistungsfähigkeit zeigen. Eine Auswertungsgenauigkeit bis auf  $dc = \pm 0.01$  wird sich sicher erreichen lassen, wenn man den Grahamhaken und das Zahnrad durch einen Synchronmotor (LACOURSches Rad) ersetzt und die Stimmgabel ohne mechanische Kontakte arbeiten läßt, was nach den Arbeiten von HENSEL<sup>39)</sup> und BIEDERMANN<sup>40)</sup> ohne weiteres möglich ist.

### § 7. Amplitudenkorrektion.

Um die einzelnen Pendelmessungen unter- und miteinander vergleichen zu können, müssen sie auf gleiche Amplituden reduziert werden. Dazu wird als Bezugspunkt entweder die Amplitude Null oder eine mittlere Amplitude gewählt. Die Reduktion selbst kann nach drei verschiedenen Möglichkeiten (arithmetisches, geometrisches Mittel und strenge Formel) vorgenommen werden. Wenn die gesuchte Amplitude  $A$  und die am Anfang und Ende gemessenen Amplituden  $A_1$  und  $A_2$  sind, haben wir also als Korrektionsmöglichkeiten:

$$(I) \quad \text{arithmetisches Mittel} \quad A = \frac{A_1 + A_2}{2}$$

$$(II) \quad \text{geometrisches Mittel} \quad A = \sqrt{A_1 \cdot A_2}$$

$$(III) \quad \text{strenge Formel}^1) \quad A = \sqrt{\frac{(A_1 + A_2)(A_1 - A_2)}{2(\ln A_1 - \ln A_2)}}.$$

Wir wollen zeigen, daß bei der verlangten Genauigkeit allein die Formel (III) in Frage kommt.

In dem Beispiel vom 9. Febr. 1931 hatten wir als Amplituden für die 2. und 78. Koinzidenz die Werte

2. Koinzidenz	52.86',
78. „	34.09',

bei einem logarithmischen Dekrement von  $1.26 \cdot 10^{-4}$ . Danach erhalten wir für den 10. bis 19. und 60. bis 69. Koinzidenzdurchgang die Werte:

10.	50.46'	60.	37.82'
11.	.17	61.	.60
12.	49.88	62.	.39
13.	.60	63.	.17
14.	.31	64.	36.96
15.	.03	65.	.74
16.	48.75	66.	.53
17.	.46	67.	.32
18.	.19	68.	.11
19.	47.91	69.	35.91

Entsprechend den Formeln (I), (II) und (III) bekommen wir dann als mittlere Amplituden für den 35. bis 44. Koinzidenzdurchgang aus den entsprechenden Anfangs- und Endwerten

	I.	II.	III.
35.	44.14'	43.69'	43.94'
36.	43.89	.43	.69
37.	.64	.18	.43
38.	.39	42.94	.20
39.	.14	.69	42.93
40.	42.89	.44	.71
41.	.64	.20	.46
42.	.39	41.96	.20
43.	.15	.72	41.97
44.	41.91	.48	.72

Die aus dem arithmetischen Mittel sind die höchsten Werte. Sie weichen vom strengen Werte weniger ab als die aus dem geometrischen Mittel bzw. mit Hilfe des logarithmischen Dekrements ermittelten Werte. Als Differenzen bekommen wir im Mittel für

$$\text{III—I} = -0.20' \quad \text{III—II} = +0.25'.$$

Wenn wir mit der Amplitudenkorrektur noch die Schwingungsdauer auf  $2 \cdot 10^{-8}$  erfassen wollen, dürfen wir in der Amplitudenbestimmung nur einen Fehler von  $\pm 0.10'$  zulassen; denn es ist die Korrektur ge-

geben durch

$$(17) \quad \Delta T = \frac{A^2 \cdot T}{16 \cdot 3600 \cdot 57.3 \cdot 57.3} = 5.29 \cdot A^2 \cdot T \cdot 10^{-9},$$

wenn die Amplitude  $A$  in Minuten angegeben wird. Danach ist der Fehler

$$d\Delta T = 2A \cdot 5.29 \cdot T \cdot 10^{-9} dA.$$

Als erlaubten Fehler  $dA$  erhalten wir bei einer Amplitude von 40' und 0.5 sec Schwingungsdauer, wenn  $d\Delta T = 2 \cdot 10^{-8}$  sec sein soll,

$$dA = \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 10^9}{2 \cdot 40' \cdot 5.29 \cdot 0.5} = 0.095'.$$

Danach kommt also allein die strenge Formel (III) zur Korrektur der Amplitude in Frage.

Wir erhalten somit bei einem Intervall von 50 Koinzidenzen mit der Formel (III) wieder mit den Werten vom 9. Febr. 1931:

				50 c
10.	11 <sup>h</sup> 55 <sup>m</sup> 37.24 <sup>s</sup>	60.	12 <sup>h</sup> 33 <sup>m</sup> 26.46 <sup>s</sup>	2275.22
11.	.76	61.	.94	.18
12.	.28	62.	.43	.15
13.	.80	63.	.92	.12
14.	.32	64.	.42	.10
15.	.83	65.	.92	.09
16.	.34	66.	.40	.06
17.	.86	67.	.89	.03
18.	.38	68.	.38	.00
19.	.89	69.	12 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> 15.86	.97

c	Δ c	c <sub>0</sub>
45.5044	-0.0429	45.4615 sec
36	424	12
30	419	11
24	414	10
20	409	11
18	405	13
12	400	12
06	395	11
00	391	09
4994	386	08
		45.46112 sec

In der letzten Spalte von  $c_0$  zeigt sich deutlich ein Gang. Dieser kann einmal darauf zurückgeführt werden, daß die Uhr während der Messung hinsichtlich ihres Ganges nicht konstant geblieben ist. Der

Betrag ist allerdings ziemlich hoch; denn einer Änderung von  $dc = -0.0007$  sec entspricht eine Schwingungsdaueränderung der Beobachtungsuhr von

$$dT_c = -1.6 \cdot 10^{-7} \text{ sec.}$$

Dieser Wert entspricht einer Gangänderung von  $-0.02$  sec in 24 Stunden. Da er aber bereits in 40 Minuten erfolgt ist, erhalten wir 0.72 Gangänderung, ein Betrag, der reichlich hoch erscheint.

Dieser mehrfach beobachtete Gang in solchen Meßreihen wie in der letzten Spalte für  $c_0$  ließ die Vermutung aufkommen, ob die Amplitudenkorrektur  $\frac{A^2}{16}$  zur Reduktion auf die Amplitude 0 genüge oder ob noch weitere Korrekturen in Frage kämen. Das 3. Glied der Reihenentwicklung der elliptischen Funktion kommt dazu nicht

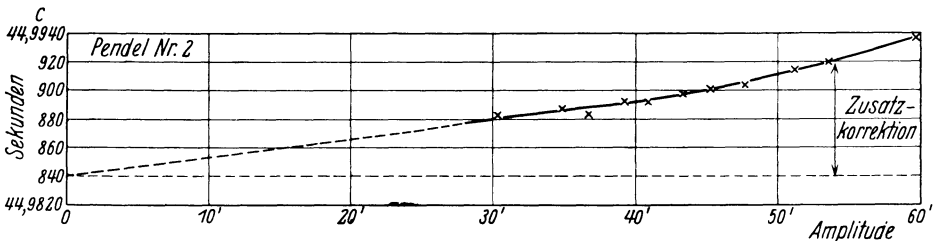


Fig. 26.

„Zusatzkorrektur“ bei Reduktion auf einen bestimmten Amplitudenwert.

in Frage, weil es bis zu Ausschlägen von  $\sim 2.5^\circ$  unter  $1 \cdot 10^{-7}$  bleibt. Aber die Form der Schneide, die sicher nicht in jeder Stellung denselben Krümmungsradius hat, kann einen Einfluß haben. Dieser müßte sich dann darin äußern, daß die Zusatzkorrektur für einzelne Pendel verschieden ist, da es wohl schwer möglich ist, daß die Schneidenform bei mehreren Pendeln genau übereinstimmt.

Um diese „Schneidenkorrektur“ zu prüfen, wurde folgendermaßen vorgegangen: Es wurde eine Aufnahme mit einer mittleren Amplitude gemacht. Dann erhielt das Pendel eine große Amplitude, und es wurden während des Abschwingens dauernd die Koinzidenzen photographiert. Aus Fig. 26 ist die Größe der „Zusatzkorrektur“ für das Pendel Nr. 2 zu entnehmen, da die gewöhnliche Korrektur schon angebracht worden ist. Tatsächlich haben die Versuche ergeben, daß diese „Zusatzkorrektur“ für jedes Pendel (jede Schneide) eine andere ist. Die Versuche sind jedoch noch nicht ganz abgeschlossen und sollen zwecks Ausschaltung von Fehlern im Uhrgang mit zwei Pendelapparaten wiederholt werden.

### § 8. Der Einfluß des magnetischen Feldes auf die Schwingungsdauer eines Nickelstahlpendels.

Die Frage nach der Größe des Einflusses der Variation des magnetischen Feldes der Erde auf die Schwingungsdauer eines Nickelstahlpendels ist so alt wie der Gebrauch der Nickelstahlpendel bei relativen Schweremessungen. Sie wurde von HAASEMANN<sup>38a)</sup> dahin beantwortet, „daß unter normalen Verhältnissen (das Pendel soll vor allen Dingen keine starke Eigenmagnetisierung besitzen) die erdmagnetische Einwirkung auf Nickelstahlpendel zu vernachlässigen ist“. Bestimmt wurde das magnetische Moment nach der Ablenkungsmethode und unter Benutzung eines Elektromagneten, in dessen Felde das Pendel schwang und entsprechend der Feldstärke seine Schwingungsdauer änderte.

Da sich die für das magnetische Moment aus den beiden Methoden ergebenden Werte um den mehr als 10fachen Betrag unterschieden und das verwandte Feld nicht homogen war, wurden die Messungen nach der zweiten Methode im Sommer 1930 in der Reichsanstalt für Erdbenenforschung wiederholt.

Das homogene magnetische Feld wurde durch Helmholtzspulen erzeugt. Zwei kurze Spulen von  $\sim 1$  m Durchmesser wurden im Abstände von 50 cm aufgehängt<sup>44) 45) 46)</sup>. In der Mitte wurde der Pendelapparat so aufgestellt, daß das Pendel etwa genau in der Achse der beiden Spulen hing. Fig. 27 gibt ein Bild von der Versuchsanordnung. Bei Anwesenheit des Pendels betrug die Inhomogenität des Feldes 3—4%. Die Feldstärke selbst hatte den Betrag für eine Spule  $Z = 0.921 I_{\text{Amp}}$  Gauß.

Es schwang dann das Pendel eine Zeitlang ohne Zusatzfeld; dann wurde das Feld eingeschaltet. Und zum Schluß unterlag die Schwingungsdauer wieder nur dem Erdfeld. Das Ein- und Ausschalten des Zusatzfeldes erfolgte außerhalb des Pendelraumes, der während der Versuchsdauer nicht betreten wurde. Zwei auf diese Weise gewonnene Aufnahmen zeigt Fig. 28. Und zwar betrug das Zusatzfeld 0.75 bzw. 0.5 Gauß gegen das Erdfeld.

Zunächst wurde mit verhältnismäßig starken Feldern bis zu 2.5 Gauß gearbeitet. Diese Messungen sind aber deshalb unbrauchbar, weil eine starke Remanenz sich dabei störend bemerkbar machte. So betrug der Unterschied der Schwingungsdauern bei einem Zusatzfeld von 2.3 Gauß, wenn das Feld einmal das Erdfeld verstärkte und dann schwächte, 326 bzw.  $125 \cdot 10^{-7}$  sec, aber auch die Schwingungsdauer ohne Zusatzfeld hatte sich um  $50 \cdot 10^{-7}$  sec geändert. Die Messungen wurden dann mit einem zweiten Pendel bei nur schwachem Felde wieder-



holt. Das Ergebnis stellt die Fig. 29 dar. Dabei ist als Abszisse das gesamte Feld (Erdfeld + 0.43 Gauß plus dem Zusatzfeld) und als Ordi-

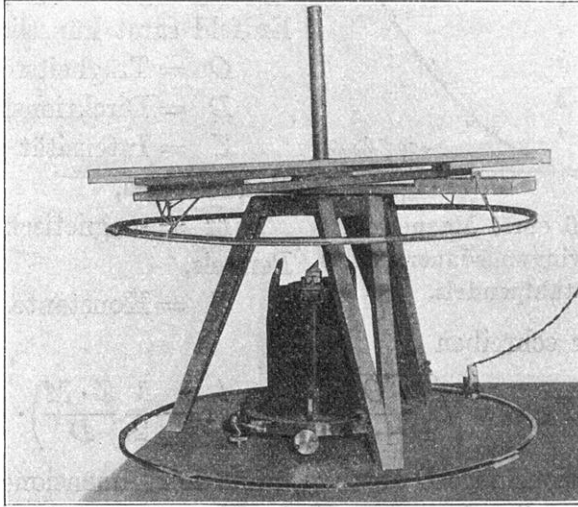


Fig. 27. Helmholtzspulenanordnung mit Pendelapparat, ca. 1:20.

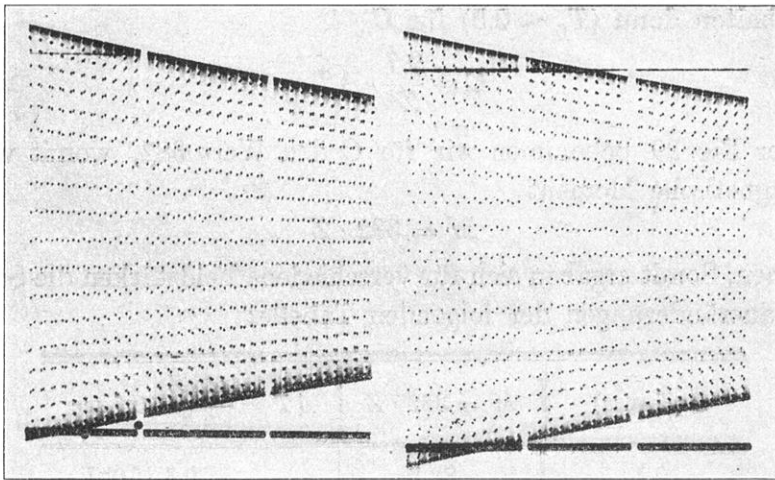


Fig. 28. Änderung der Schwingungsdauer unter dem Einfluß eines magnetischen Feldes.

nate die dadurch bedingte Veränderung der Schwingungsdauer  $\Delta T_M$  aufgetragen.

Bei Vorhandensein eines Magnetfeldes wird durch das auftretende magnetische Moment die Schwingungsdauer des Pendels verkürzt. Bezeichnen wir mit

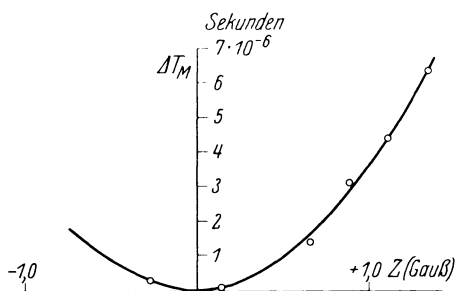


Fig. 29. Einfluß eines Magnetfeldes auf die Schwingungsdauer eines Nickelstahlpendels.

$T_0$  = Schwingungsdauer ohne Feld (Erdfeld = 0 Gauß),

$T_M$  = Schwingungsdauer bei Erdfeld samt künstlichem Feld,

$\Theta$  = Trägheitsmoment,

$D$  = Direktionskraft,

$Z$  = Intensität des vertikalen Magnetfeldes,

$M$  = magnetisches Moment des Pendels,

$C$  = Konstante,

so können wir schreiben

$$(18) \quad T_M = \pi \sqrt{\frac{\Theta}{D + ZM}} = T_0 \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{Z \cdot M}{D} \right).$$

Die Direktionskraft  $D$  ergab sich aus den Dimensionen des Pendels zu  $2.4 \cdot 10^{+7}$  cgs. Da das magnetische Moment von der Vertikalintensität abhängig ist, führen wir noch ein

$$(19) \quad M = C \cdot Z$$

und erhalten dann ( $T_0 \sim 0.5$ ) für  $C$

$$C = \frac{9.7}{Z^2} \cdot \Delta T.$$

Aus der Fig. 29 bekommen wir für  $C$  den Wert 382, womit wir für das magnetische Moment

$$M = 382 \cdot Z$$

berechnen. Somit ergaben sich für verschiedene Feldstärken die Schwingungsdaueränderungen der folgenden Tabelle:

$Z$ (Gauss)	$M = 382 \cdot Z$	$\Delta T = \frac{M \cdot Z}{9.7} 10^{-7} \text{ sec}$
0.1	38.2	$0.4 \cdot 10^{-7}$
0.2	76.4	2.0
0.3	114.6	3.5
0.4	152.8	6.3
0.5	191.0	9.8
0.6	229.2	14.2

RÖSSIGER<sup>33</sup>) bestimmte das magnetische Moment von Nickelstahlpendeln nach der Ablenkungsmethode bei 0.45 Gauß zu 170 cgs. Dieser Wert ergibt sich auch aus der obigen Tabelle. Danach ist also die Verti-

kalintensität auf  $400 \gamma$  genau zu bestimmen, wenn man bei relativen Schwermessungen die Genauigkeit von  $2 \cdot 10^{-8}$  sec erreichen will. Ebenso ist die Konstanz des magnetischen Momentes des Pendels dabei zu überwachen.

### § 9. Direkte Bestimmung der Schwingungsdauer einer Stimmgabel mit Hilfe von Koinzidenzen.

Bis jetzt war als „Normalpendel“ (Vergleichspondel) ein Halbskundenpendel bei den Versuchen verwandt bzw. in die Rechnungen eingesetzt worden. Wir haben gesehen, daß die große Zeitgenauigkeit

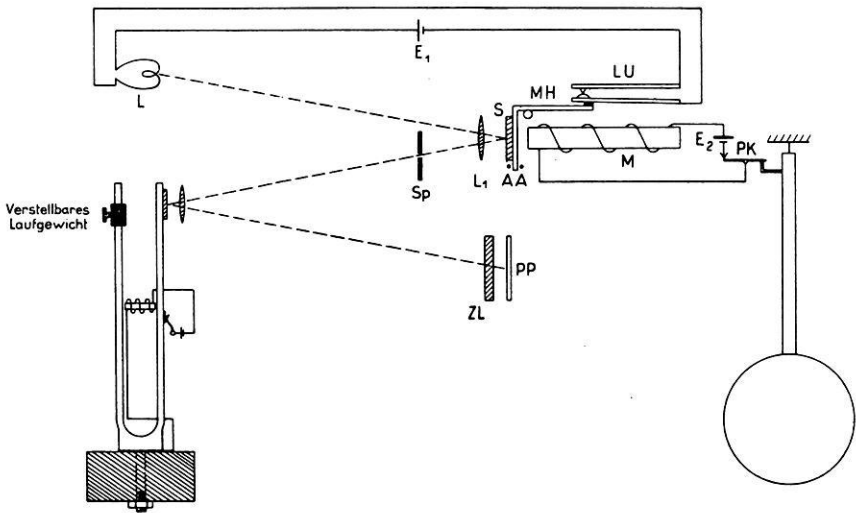


Fig. 30. Direkte Bestimmung der Schwingungsdauer einer Stimmgabel mit Hilfe von Koinzidenzen.

dadurch erreicht wird, daß das frei schwingende Pendel im Moment seiner größten Geschwindigkeit selbst als Zeitmesser (s. § 10) benutzt wird. Die erfaßbaren Zeiten bewegten sich bei Amplituden von 10—39 mm zwischen 0.00016 und 0.000041 Sek. (Ausmeßgenauigkeit  $\pm 0.01$  mm).

Sehr erheblich läßt sich diese Genauigkeit noch steigern, wenn man an Stelle des verhältnismäßig langsam schwingenden Pendels eine niedrigperiodische Stimmgabel, z. B. mit 100 Halbschwingungen bringt, wie das in der schematischen Figur 30 dargestellt ist. Denn bei dieser ist die Geschwindigkeit in der Nähe des Nulldurchganges 50mal so groß wie die bei einem Halbskundenpendel. Bei einer Amplitude von 30 mm und einer Halbschwingungsdauer von  $1/100$  Sekunde ent-

spricht einer Weglänge von 0.01 mm in der Nähe der Nulllinie die Zeit

$$dt = \frac{0 \cdot 01}{\pi \cdot 30 \cdot 100} = 1.1 \cdot 10^{-6} \text{ sec.}$$

Dementsprechend ist auch die Genauigkeit der Schwingungsdauerbestimmung mit Hilfe von Koinzidenzen groß. Wir erhalten jetzt für die Formel (2)

$$(2e) \quad T = T_0 \left( \frac{1}{100} \pm \frac{1}{100(100c \mp 1)} \right)$$

und für den Fehler

$$dT_{100} = \mp \frac{T_0 \cdot dc}{(100c \mp 1)^2}.$$

Entsprechend der Fig. 4 ist in Fig. 31 die Formel (2e) dargestellt. Schon der oberflächliche Vergleich der Figuren 4 und 31 zeigt die Steige-

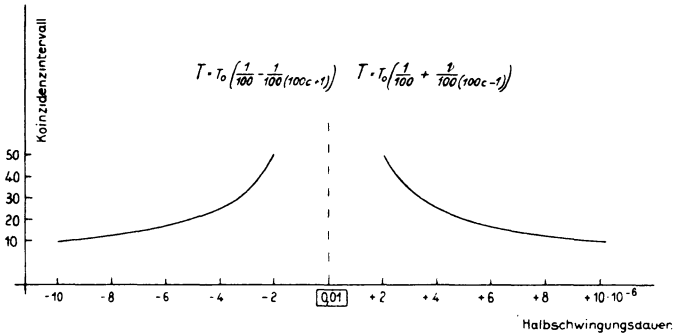


Fig. 31. Zusammenhang zwischen Halbschwingungsdauer und Koinzidenzintervall.

rung der Genauigkeit in der Bestimmung der Schwingungsdauer. Die Bedeutung der Bestimmung einer Schwingungsdauer mit Hilfe von Koinzidenzen liegt darin, daß die prozentuale Genauigkeit mit dem reziproken Werte der Schwingungsdauer wächst. In Fig. 4 ändert sich die Schwingungsdauer um 0.16% und in Fig. 31 um 0.008% zwischen dem 30. und 40. Koinzidenzintervall.

Auch hier möge ein Versuch zur Erläuterung dienen, der allein die Methode zeigen soll.

Das frei schwingende Pendel wurde durch eine sich elektromagnetisch selbsterregende KOHLsche Kontaktstimmgabel, die mir von Herrn Geheimrat WIEN freundlichst zur Verfügung gestellt worden war, ersetzt. Die Halbschwingungsdauer dieser Gabel betrug etwa  $1/128$  sec. An der einen Zinke wurde ein Spiegel befestigt, während an der anderen ein Laufgewicht angebracht war. Durch diese Zusatzmassen

wurde die Halbschwingungsdauer auf  $\sim 1/123$  sec vergrößert, wie durch direkte Registrierung der Schwingungen am Schlusse des Versuchs festgestellt wurde. Das Laufgewicht wurde so lange in ganz geringen Grenzen systematisch verschoben, bis auf der Mattscheibe des Registrierapparates ein genügend langes Koinzidenzintervall beobachtet wurde. Die Koinzidenzen wurden dann registriert. Das Ergebnis zeigt die Fig. 32. Darin sind auffallend die Länge der Blitze und der unregelmäßige Verlauf der Kurve. Die Länge der Blitze ist bedingt durch die große Geschwindig-

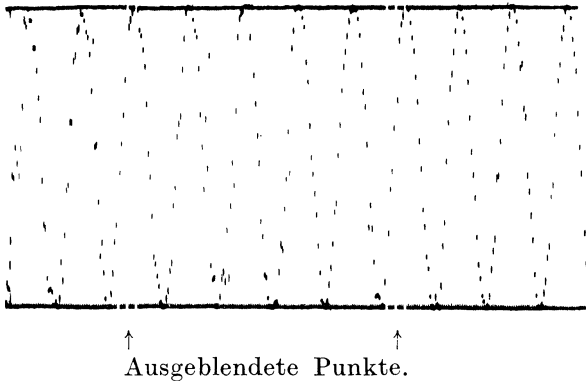


Fig. 32. Koinzidenzen zwischen den Schwingungen einer Pendeluhr ( $T = 1$  sec) und einer Stimmgabel ( $T = 1/123$  sec).

keit der registrierenden Stimmgabel. Ob die Unregelmäßigkeiten im Verlauf der Kurve noch andere Ursachen als Fehler in dem Pendelkontakt der verwandten Uhr und Schwankungen der Schwingungsdauer der Stimmgabel haben, sollen spätere Untersuchungen zeigen. Hier soll nur darauf hingewiesen werden, daß allein schon aus den Unterschieden in der Länge des Koinzidenzintervalles, welches im Mittel eine Länge von  $c = 30.2$  sec mit einem maximalen Fehler von  $\pm 2$  sec hat, deutlich die Schwankungen der Schwingungsdauer der Stimmgabelschwingungen hervorgehen. Aus

$$T = T_0 \left( \frac{1}{123} + \frac{1}{123(123c - 1)} \right)$$

mit  $T_0 = 1$  und  $c = 30$  sec erhalten wir

$$T = 0.008132284 \text{ sec}$$

und als Fehler

$$dT = \mp T_0 \cdot 7.3 \cdot 10^{-8} dc \quad (dc = 2 \text{ sec} \quad T_0 = 1)$$

$$dT = \mp 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ sec.}$$

Im Mittel wäre demnach die Schwingungsdauer auf

$$\frac{1.5 \cdot 10^{-7}}{0.00813228} = 0.020\text{‰}$$

konstant geblieben. Dabei ist natürlich nicht gesagt, daß sich die maximalen Schwankungen innerhalb dieser Grenzen halten. Prinzipiell, und das sollte dieser Versuch allein dartun, läßt sich durch eine so verwandte Stimmgabel die Genauigkeit in der Bestimmung der Schwingungsdauer und Einsatzzeiten in starkem Maße steigern oder die Beobachtungszeit entsprechend verkürzen.

### § 10. Das Pendel als Zeitmesser\*).

Wir haben schon in § 4f. darauf hingewiesen, daß sich ein schwingendes Pendel im Moment seiner größten Geschwindigkeit — also in der Nähe seiner Ruhelage — sehr gut eignet, den Einsatz eines periodischen Vorganges mit großer Genauigkeit zu messen bzw. dauernd zu kontrollieren. Die Pendelschwingung ist gegeben durch

$$(20) \quad y = A \cdot \sin \frac{\pi}{T} \cdot t.$$

In der Nähe des Nullpunktes entspricht einer Zeitdifferenz  $dt$  der Amplitudenunterschied  $dy$ , wobei

$$(21) \quad dt = \frac{T}{\pi \cdot A} \cdot dy$$

ist. In der folgenden Tabelle 8 sind die Zeitdifferenzen  $dt$  in Sekunden für ein Halbsekundenpendel ( $T = 0.5$ ) bei verschiedenen Amplituden für die Amplitudendifferenz  $dy = 0.01$  mm zusammengestellt.

Tabelle 8.

$A$ (mm)	$dt \cdot (10^7)$	$A$ (mm)	$dt \cdot (10^7)$	$A$ (mm)	$(dt \cdot 10^7)$
10	1592	20	796	30	530
11	1446	21	758	31	513
12	1327	22	724	32	497
13	1225	23	692	33	482
14	1137	24	663	34	468
15	1061	25	636	35	455
16	995	26	612	36	442
17	936	27	590	37	430
18	884	28	568	38	419
19	838	29	549	39	408

\*) Vergleiche z. B. MOON<sup>47)</sup>, der in ähnlicher Weise bei großen Amplituden für  $\frac{1}{50}$  sec Ordinatenabstände von 10 mm erhalten hat.

Hat das Pendel eine von 0.5 sec abweichende Schwingungsdauer, so ist eine entsprechende Korrektur anzubringen.

An einigen Beispielen wollen wir die Verwendbarkeit des Pendels als Zeitmesser erläutern.

a) Genauigkeit von Pendel und Relaiskontakt.

Bei der Aufnahme der Koinzidenzkurven (s. z. B. Fig. 13) ist die Regelmäßigkeit der Punktfolge allein durch das äußerst exakte Arbeiten des verwendeten Pendelkontaktes und des Relais gewährleistet. Andererseits ist es möglich, sich aus eventuell geringen Abweichungen in der Punktfolge ein Bild von dem Fehler zu machen, der beim Öffnen der Kontakte auftritt. Um dies zu zeigen, wurden die acht mittleren Punkte des 80. Koinzidenzdurchganges der Platte III vom 9. Febr. 1931 (s. Fig. 13) ausgemessen. Die gemessenen Werte sind unter  $Y$  in der Tabelle 9 aufgeführt worden.

Tabelle 9.  
80. Koinzidenz, Platte III. 9. II. 31.  $A = 23.87$  mm

$Y$ mm	$Y_0$	$y_s$	Rel. Ampl.	Korrektion	$Y_T$	Differenz mm	Fehler mm
34.04	23.33	+ 10.71	+ 0.45	+ 3.5% + 0.37	+ 11.08		
31.02		+ 7.69	+ .32	+ 1.7% + .13	+ 7.82	3.26	+ 0.01
27.85		+ 4.52	+ .19	+ 0.6% + .03	+ 4.55	.27	.00
24.59		+ 1.26	+ .05		+ 1.26	.29	— .02
21.29		— 2.04	— .09		— 2.04	.30	— .03
18.09		— 5.24	— .22	— 0.8% — .04	— 5.28	.24	+ .03
14.94		— 8.39	— .35	— 2.1% — .18	— 8.57	.29	— .02
11.99		— 11.34	— .48	— 4.0% — .46	— 11.80	.23	+ .04
						<u>3.27 ± 0.03</u>	

$$T = 0.495 \text{ sec}, \quad dt = \frac{0.01 \cdot 0.495}{\pi \cdot 23.87} = 0.000066 \text{ sec.}$$

Mit Hilfe der Nulllinie und unter Anbringung der entsprechenden Korrekturen, wobei die Verwendung des Nomogrammes in Fig. 16a gute Dienste leistet, erhalten wir die auf die Tangente bezogenen Amplitudenwerte in Spalte 6. Die Differenzen zwischen diesen Werten müßten innerhalb der Meßgenauigkeit ( $\pm 0.01$  mm) übereinstimmen. Die Abweichungen aber sind größer. Diese haben ihre Ursache im fehlerhaften Arbeiten des Pendelkontaktes und des Relais bzw. des Licht-

gebers. Und zwar beträgt der mittlere Fehler eines Einsatzes  $\pm 0.0002$  sec.

Um sich ein Bild von der Exaktheit zu machen, mit der Pendelkontakt und Relais bzw. Lichtgeber\*) arbeiten, kann man auch noch anders vorgehen. Betrachten wir die in Fig. 13 dargestellte Koinzidenzkurve, so sehen wir, daß z. B. die mittleren Punkte des 1., 5., 9. . . . und ebenso des 2., 6., 10. . . . Koinzidenzdurchganges auf einer der Nulllinie ungefähr parallelen Geraden liegen. Tragen wir die ausgemessenen Werte dieser Punkte graphisch auf, so erhalten wir für zwei Punktfolgen die in den Fig. 33 und 34 dargestellten Kurven. Auch hier geben etwaige Abweichungen von diesen Kurven Aufschluß über ein fehlerhaftes Arbeiten der Kontakte. In den Fig. 33 und 34 kommen sogar Fehler bis fast 0.001 vor. Dabei ist aber folgendes zu beachten: Bei den in der Tabelle 9 zusammengestellten Werten handelte es sich um Kontaktöffnungen, die unmittelbar aufeinanderfolgten. Dagegen wurde bei den in der Fig. 34 dargestellten Werten zwischen zwei aufeinanderfolgenden Punkten der Pendelkontakt und Relais  $4 \times 45/2$ , also 90mal geöffnet und geschlossen. Es braucht sich also die große Abweichung nicht auf einen einzigen fehlerhaften Öffnungsmoment zu beziehen. Andererseits zeigen aber die Fig. 33 und 34, daß die Abweichungen von der ausgezogenen Kurve allein auf Kosten der Kontakte und des Lichtgebers gehen, da sonst die Kurve einen Sprung machen müßte. Der Gesamtverlauf der beiden Kurven verdankt seine Entstehung einem etwaigen Gang der Kontaktuhr und der Änderung der Schwingungsdauer, die das frei schwingende Pendel infolge der Abnahme der Amplitude erfährt. Und als dritte für den Verlauf charakteristische Größe kommt noch die Lage der Platte unter dem Ausmeßmikroskop in Betracht, die für eine eventuelle Neigungsänderung maßgebend ist.

b) Genauigkeit eines Relais, welches durch Stromimpulse gesteuert wurde, die mit Hilfe eines frei schwingenden Pendels und einer Photozelle erzeugt wurden.

Diesem Versuch lag eine Kombination der Versuchsordnung von TH. GENGLER (s. III, § 6. 4) und der in § 3 beschriebenen Apparatur

---

\*) Ob die Abweichungen unter Umständen nur im Pendelkontakt zu suchen sind, soll später unter gleichzeitiger Verwendung von zwei vom selben Pendelkontakt betriebenen Apparaturen nachgewiesen werden.



zur Aufnahme von Koinzidenzen zugrunde. Es ergab sich so die in Fig. 35 schematisch dargestellte Versuchsanordnung.

Der Faden der Einfadenlampe  $EL_2$  wurde mit Hilfe der Linse  $L_3$  über den Pendelspiegel  $S_3$  auf den Spalt  $Sp_2$  abgebildet. Hinter dem Spalt befand sich eine Zerstreuungslinse  $L_4$  und die Photozelle  $PZ$ . Der bei Belichtung der Zelle sich ändernde Photostrom wurde in einem

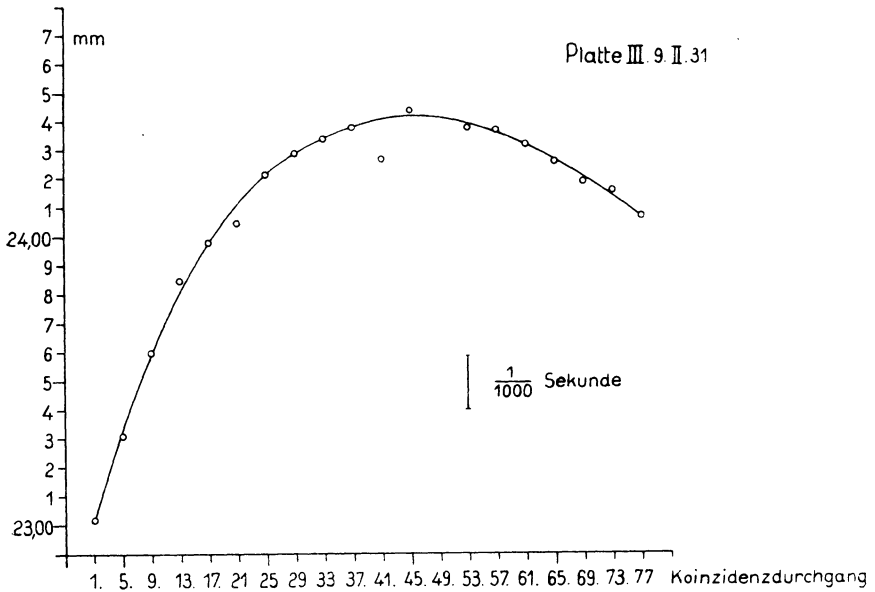


Fig. 33.

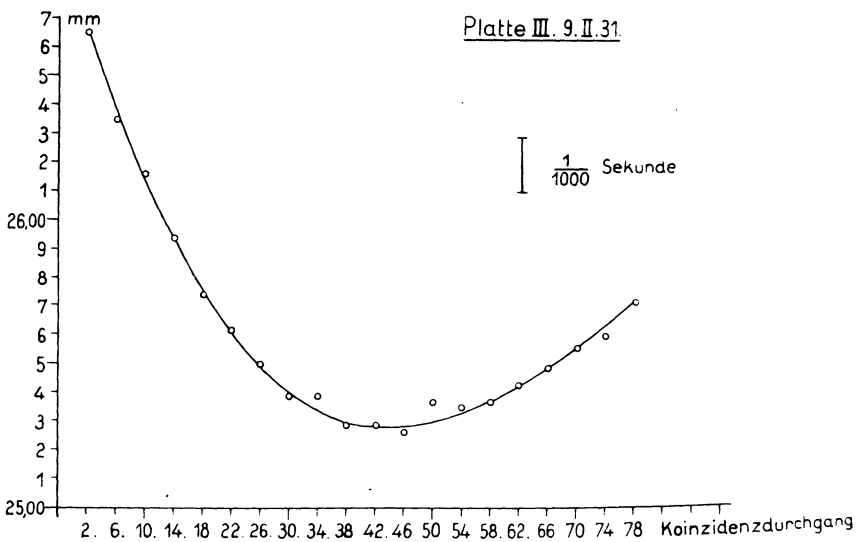


Fig. 34.

Fig. 33 und 34. Fehlerhaftes Einsetzen der Koinzidenzpunkte.

Einrohrverstärker so verstärkt, daß ein Relais damit betätigt werden konnte. Das Relais arbeitete mit Ruhestrom, d. h. der Magnethebel *MH* wurde angezogen, solange die Photozelle kein Licht erhielt. Im Moment der Belichtung der Zelle wurde der Magnethebel *MH* losgelassen, um sofort wieder angezogen zu werden; denn der mit Hilfe des Pendels II bewegte Lampenfaden beleuchtete nur einen Augenblick die Photozelle. Somit wurden bei jedem Fadendurchgang auf der photographischen Platte zwei Lichtpunkte erhalten, da sich wegen der kurzen Belichtungszeit der Zelle der eine Blitz mit der vorhandenen Anordnung nicht ausblenden ließ.

Die beiden Pendel I und II unterschieden sich in ihrer Schwingungsdauer um  $dT = 48 \cdot 10^{-5}$  sec. Eine mit Hilfe der in Fig. 35 dargestellten Versuchsanordnung aufgenommene Koinzidenzkurvenplatte zeigt Fig. 36.

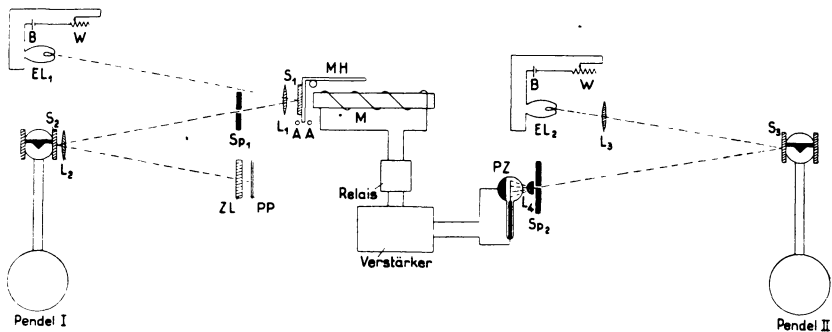


Fig. 35.

Vergleich der Schwingungsdauern von zwei frei schwingenden Pendeln.

Wir unterscheiden darauf die vier Kurven  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$  und  $B_2$ . Die Punkte der Kurven  $A_1$  und  $A_2$  zeigen einen regelmäßigen Verlauf und rühren von dem Belichtungsblitz her. Sie sind jedesmal dann entstanden, wenn infolge der Belichtung das Relais einen Augenblick angezogen und somit der Strom unterbrochen wurde, der den Magnethebel *MH* festhielt. Hört die Belichtung auf, dann regeneriert sich die Anordnung nicht ganz regelmäßig, was sich durch die starke Streuung der Punkte der Kurven  $B_1$  und  $B_2$  deutlich zeigt. Ja es ist sogar im Verlaufe der *B*-Kurven ein Sprung vorhanden. Es trat bis zu der Stelle *Z* (s. Fig. 36) eine Zieherscheinung infolge einer Änderung der Gitterspannung der Verstärkerröhre auf. Erst nachdem die Gitterspannung ein wenig nachreguliert worden war, arbeitete das Relais wieder einwandfrei. Deutlich geht nun aus Fig. 36 hervor, daß die „Belichtungskurve“ gegenüber der

„Regenerationskurve“ vom Betriebszustand des Verstärkers weniger abhängig ist.

Jedoch zeigten auch die Kurven  $A_1$  und  $A_2$  kleine Abweichungen. Diese Abweichungen sind auf Kosten des verwandten Relais zu setzen. Denn von der Photozelle samt Verstärker hat TH. GENGLER (s. III, § 6, 4) nachgewiesen, daß sie innerhalb der Meßgenauigkeit  $\pm 0.0002$  sec keine fehlerhaften Werte lieferten.

Um über die Fehler einen Aufschluß zu bekommen, die bei dem vorliegenden Versuche sicher nur durch das verwandte Relais verursacht

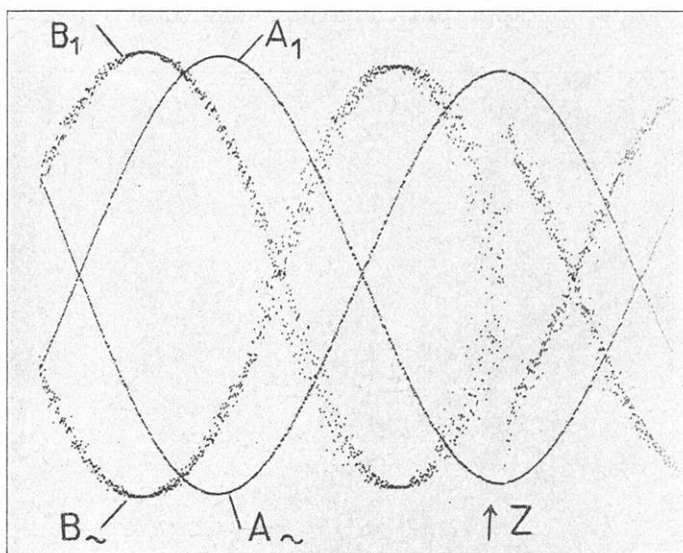


Fig. 36. Koinzidenzkurven von zwei frei schwingenden Pendeln.

wurden, wurde noch eine Aufnahme unter denselben Bedingungen gemacht. Dabei wurde die Registriergeschwindigkeit der photographischen Platte so vergrößert, daß eine Trennung der einzelnen Punkte leicht möglich war. Das Ergebnis zeigt die Fig. 37. Schon die oberflächliche Betrachtung der Fig. 37 zeigt in den Kurven  $A_1$  und  $A_2$  (s. Fig. 36) kleine Abweichungen. In Fig. 38 ist ein Teil der Kurven in Fig. 37 vergrößert wiedergegeben, wobei außerdem die Abweichungen von den Geraden  $AB$  und  $CD$  nochmals im doppelten Maßstabe gezeichnet worden sind. Aus den Kurven in Fig. 38 sehen wir, daß Abweichungen der Einsätze bis zu  $0.002$  sec bei der vorliegenden Versuchsanordnung vorgekommen sind, die, wie schon betont, auf Kosten des verwandten Relais zu setzen sind.

## c) Radkontakt von RIEFLER 479.

In Fig. 39 ist eine Aufnahme von Koinzidenzpunkten wiedergegeben, wo an Stelle des Pendelkontaktes der Radkontakt benutzt wurde. Wegen der kurzen Einschaltzeit konnte auch hier die Kurve der Schließungsblitze nicht unterdrückt werden. Die Fehler in den Einsätzen betragen bis zu 0.011 sec zwischen zwei aufeinanderfolgenden Einsätzen.

## d) Länge eines Kontaktes.

Aber nicht nur zur Bestimmung und Überwachung relativer Einsatzzeiten ist das photographische Koinzidenzverfahren geeignet, son-

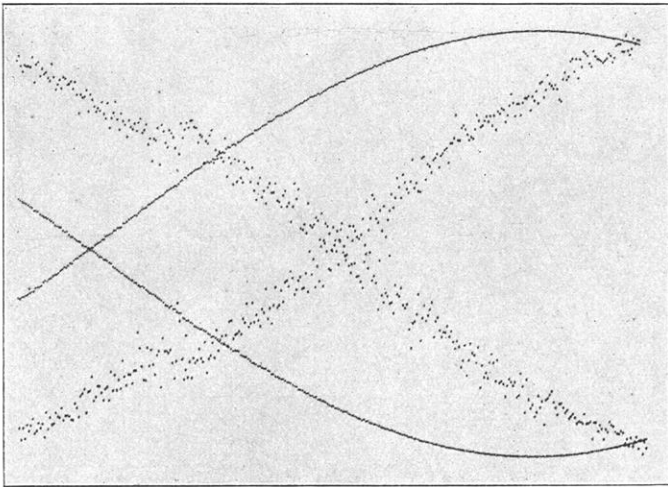


Fig. 37. Relaisfehler.

dern es gestattet auch in beschränktem Maße Kontaktlängen von einer bestimmten Dauer an mit großer Genauigkeit zu messen. Es möge sich darum handeln, die Schließungsdauer eines Pendelkontaktes zu messen\*).

Die Koinzidenzkurve der Schließungsblitze sei gegeben durch

$$(22) \quad y = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{c} \cdot t + \chi\right)$$

und die der Öffnungsblitze durch

\*) Wenn man die Pendelkontakte zweier Uhren hintereinanderschaltet, so zeigt die Änderung der Länge in der Kontaktschließungszeit den relativen Gang der beiden Uhren an.

$$(23) \quad y = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{c} \cdot t\right).$$

Nun läßt sich die Phasenverschiebung  $\chi$  der beiden Koinzidenzkurven nur dann genau feststellen, wenn die Kontaktlänge (Schließungs- bzw. Öffnungsdauer) des Pendelkontaktes bekannt ist.

Dagegen kann man aus den Amplituden der beiden zum Moment

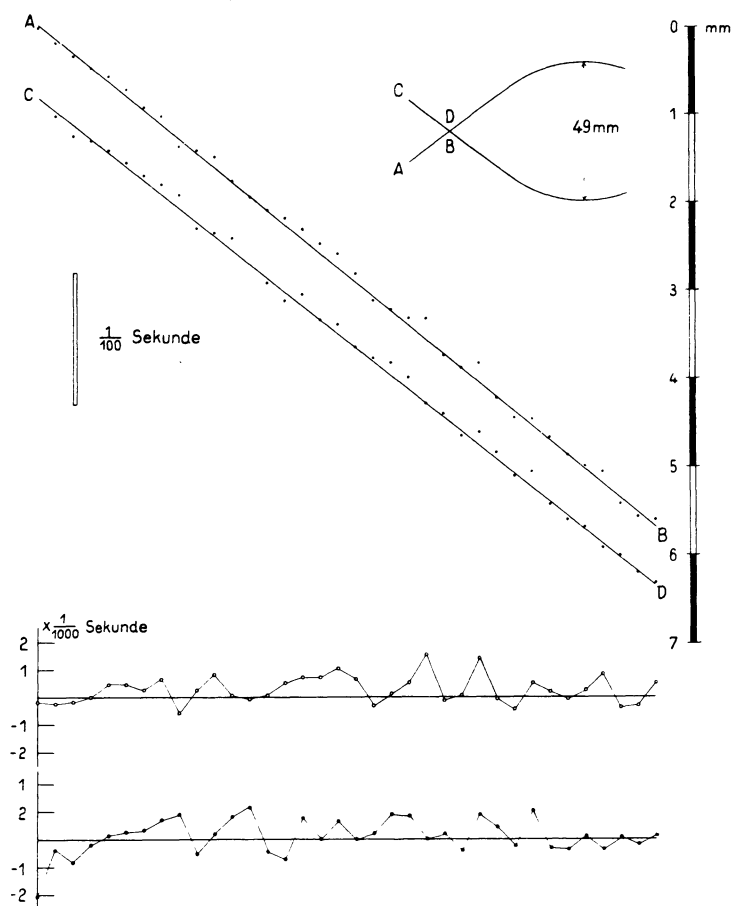


Fig. 38. Vergrößerte Wiedergabe von Fig. 37.

der Öffnung und Schließung gehörenden Blitzen die Kontaktlänge bestimmen.

Der Einschaltblitz ist gegeben durch

$$(24) \quad y_1 = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T'} + \varphi\right)$$

und der Öffnungsblitz durch

$$(25) \quad y_2 = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T'}\right).$$

Darin ist  $T'$  die Schwingungsdauer des Pendels.

Diese Phasendifferenz  $\varphi$  gibt uns direkt die Länge der Schließungszeit des Pendelkontaktes. Wir erhalten für

$$(26) \quad \cos \varphi = \frac{y_1 \cdot y_2}{A^2} \pm \frac{1}{A^2} \sqrt{(A^2 - y_1^2)(A^2 - y_2^2)}$$

und für die Schließungszeit\*)  $\Delta t$

$$(27) \quad \Delta t = \frac{\varphi \cdot T'}{360^\circ}.$$

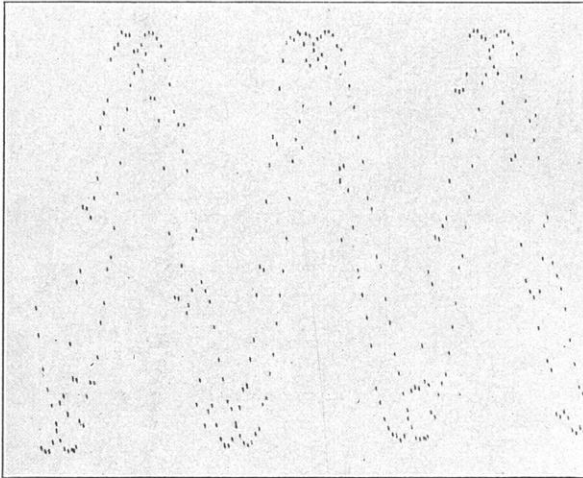


Fig. 39. Radkontakt von RIEFLER 479.

Man kann somit aus zwei zusammengehörenden Amplitudenwerten die Dauer von Kontaktlängen ermitteln. Welches Vorzeichen zu nehmen ist, erkennt man dadurch, daß man zwei Wertepaare auswertet, die dann bei richtiger Wahl der Vorzeichen übereinstimmen müssen, wie es das folgende Beispiel in der Tabelle 10 zeigt. Das + Vorzeichen gilt für Kontaktlängen von 0 bis  $T$  Sekunden, während das — Vorzeichen für Kontaktlängen  $> T < 2T = T'$  anzuwenden ist. In der Fig. 11 sind die zwei zur Auswertung benutzten Punktpaare durch Kreise gekennzeichnet.

\*) Darin ist noch die Reaktionszeit von Relaisfeder und Spiegelsystem des Lichtgebers enthalten.

Tabelle 10.

Platte vom 18. VI. 31. Messingpendel Nr. 41  $T = 0.5080$  sec.

$y_1$ mm	$y_2$ mm	$A$ mm	$\cos \varphi =$	$\varphi$ (in min)	Kontaktlänge
10.89	4.89	22.52	$0.1050 \pm 0.8544 = -0.7494$	-2488	$0.5080 \pm 0.1169$
9.12	6.80	22.52	$0.1223 \pm 0.8717 = -0.7494$	-2488	$= 0.6249$ sec

Andererseits kann man natürlich die Kontaktdauer dadurch ermitteln, daß man die Sinuswerte auf die Tangente umrechnet und die so ermittelten Zeiten ebenfalls von der Halbschwingungsdauer abzieht. Die Rechnung gibt Tabelle 11 wieder.

Tabelle 11.

$y_s$ mm	$A$ mm	Rel. Ampl.	Korrektion	$y_T$	$dt$ sec	$\Delta t$ sec	Kontaktlänge $0.5080 \pm \Delta t$
$y_1 = 10.89$	22.52	0.48	+ 4.0% + 0.44	11.33	0.0814		
$y_2 = 4.89$	22.52	0.22	+ 0.8% + 0.04	4.93	0.0354	0.1168	0.6248 sec
$y_1 = 9.12$	22.52	0.41	+ 2.9% + 0.26	9.38	0.0674		
$y_2 = 6.80$	22.52	0.30	+ 1.5% + 0.10	6.90	0.0496	0.1170	0.6250 ,,
$dt = \frac{0.5080}{\pi \cdot 22.52} \cdot 0.01 = 0.0000718$							0.6249 sec

Die auf zwei verschiedenen Wegen ermittelten Kontaktlängen stimmen überein.

Hier möchte ich auch noch darauf hinweisen, daß es mit Hilfe der eben angewandten Rechnungsarten möglich ist, aus zwei phasenverschobenen Koinzidenzkurven zu entscheiden, ob man es mit einer

Schwingungsdauer  $T <$  oder  $> \frac{1}{n}$  zu tun hat.

Durch eine Reihe von Beispielen hoffe ich kurz gezeigt zu haben, daß das Pendel und das photographische Koinzidenzverfahren in verschiedenen Kombinationen unter Verwendung einfacher Mittel sehr geeignet sind, bei der Ausführung von Zeitmessungen höchster Präzision gute Dienste zu leisten.

### III. Das freie Pendel als Zeitnormale äußerster Präzision.

Th. Gengler\*).

#### § 1. Die bisher erreichte Genauigkeit in der Bestimmung der Zeiteinheit.

Sowohl in der Astronomie als auch in der Geophysik und in der Physik sind die Beobachtungsverfahren, die mit Zeitmessung verbunden sind, mehr und mehr verfeinert worden. In diesen Wissenschaften ist das Bedürfnis immer stärker geworden, eine von unbeeinflussbaren äußeren Zufälligkeiten unabhängige Möglichkeit zu besitzen, zu beliebiger Zeit mit höchster Genauigkeit die Einheit unseres Zeitmaßes, die Sekunde, reproduzierbar darstellen zu können.

Das Urmaß, das uns für die Vergleichung einer technisch hergestellten Zeitnormale zur Verfügung steht, ist der Sterntag. Er wird von der Astronomie als die Zeitspanne gegeben, unter der wir das Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden oberen Kulminationen des Frühlingspunktes verstehen. Die Genauigkeit, mit der wir unsere Zeitmeßvorrichtungen zum Zweck einer Eichung an die durch die Natur vorgegebene Normale des Sterntages anschließen können, ist nur sehr gering. Selbst mit den vollkommensten Hilfsmitteln astronomischer Beobachtungstechnik wird die Zuverlässigkeit einer astronomischen Zeitbestimmung im besten Falle nicht höher als auf  $\pm 2 \cdot 10^{-2}$  sec zu veranschlagen sein. Die mannigfachen Einrichtungen zur Ausschaltung des Beobachters bei derartigen Messungen können sicherlich keine wesentliche Besserung der Verhältnisse herbeiführen<sup>48) 49) 50) 51)</sup>, denn jeder astronomischen Messung ist durch die Störungen infolge Refraktion und Szintillation in unserer Atmosphäre eine unüberwindbare Grenze gesetzt.

Zur Erreichung einer größeren Genauigkeit in der Zeitmessung ist zunächst versucht worden, die astronomischen Uhren zu verbessern. Eine solche Verbesserung war besonders deshalb sehr wichtig, weil durch Unstimmigkeiten, die sich in den beobachteten Längenorten unseres Sonnensystems feststellen ließen, Zweifel an der Gleichförmigkeit unserer Erdrotation laut wurden<sup>92)</sup>. War hier zunächst von seiten der Astronomen die Aufgabe gestellt, einen Zeitmesser für lange Betriebszeiten konstant zu erhalten, so trat fast gleichzeitig von der Geophysik aus das Bedürfnis hinzu, auch für kürzere Intervalle eine mög-

\*) Jenaer Diss. 1931, abgeschlossen 1930.



lichst große Genauigkeit des Zeitmaßes zu erreichen. Hier waren es die Schwermessungen mittels Pendelapparaten, die eine größere Genauigkeit der Zeitmessung verlangten.

## § 2. Die astronomischen Präzisionsuhren.

Die Bemühungen, die in der Astronomie gebräuchlichen Präzisionsuhren zu vervollkommen, haben eine Reihe von Untersuchungen der Uhrgänge an den verschiedensten Instituten sowie auch eine große Anzahl von Verbesserungsvorschlägen für die Uhren gebracht. Diejenigen Arbeiten, die auf eine Erreichung eines möglichst günstigen Resultats in der mittleren täglichen Gangvariation der Uhren abzielen<sup>52) 54)</sup>, müssen heute angesichts der bestehenden Anforderungen völlig unberücksichtigt gelassen werden, da eine durch rechnerische Ausgleichung jahrelanger Beobachtungen ermittelte Zahl kaum einen überzeugenden Beweis von der Qualität einer Uhr liefern kann. Viel wesentlicher sind die durch zufällige Schwankungen entstehenden Fehler. H. KIENLE hat bereits in einer früheren Untersuchung eine Zusammenstellung solcher Fehler gegeben<sup>55)</sup>, und zwar für eine Anzahl erfahrungsgemäß sehr guter Uhren. Die Fehlerquellen sind bei den Uhren bisheriger Konstruktion zu suchen in dem Pendel selbst bzw. in seinem Echappement, in den Einflüssen des Uhrwerks auf die Schwingungen des Pendels und in äußeren, nicht vorherzusehenden Beeinflussungen des Ganges. Die Größe des resultierenden zufälligen Fehlers hängt ab von dem mehr oder weniger günstigen Zusammenarbeiten dieser Fehlerquellen. Bei den verschiedenen Uhrtypen erster Qualität betragen die zufälligen täglichen Schwankungen  $\pm 0.070^s$ , bis zu  $\pm 0.014^s$  bezogen auf ein durchschnittliches Zeitbestimmungsintervall von 6.2 Tagen. Man erkennt, daß die Fehlergrenze in der Größenordnung derjenigen der astronomischen Zeitbestimmung liegt und wird so zu dem Schluß gedrängt, daß die Kontrolle bester astronomischer Präzisionsuhren durch die astronomischen Zeitbestimmungen nur noch eine bedingte Gültigkeit besitzen kann. Für völlig einwandfreie Untersuchungen wäre es zweckentsprechender, die Uhren gleichzeitig noch mit an eine andere Zeitnormale anzuschließen, deren zufällige Fehler praktisch auf Null gebracht werden können. Erst so ist es möglich, die Unregelmäßigkeiten der Uhr von denen der Zeitbestimmungen zu trennen, dann werden auch die von einer Ungleichförmigkeit der Erdrotation herrührenden Glieder experimentell erfaßbar<sup>64) 92)</sup>.

### 1. Die Fehler der bisherigen Konstruktionen.

Wenn die zufälligen Fehler einer Uhr oder einer anderen Zeitnormale durch eine geeignete Neukonstruktion beseitigt werden sollen, so sind hierbei alle möglichen Fehlerquellen auszuschalten. Stellen sich derartige Fehler bei den zur Zeit in Betrieb befindlichen Uhren ein, so werden wir sie zunächst an den Stellen suchen müssen, die bei der Uhr infolge ihrer konstruktiven Eigenart überhaupt nicht oder nur zum Teil physikalisch einwandfrei erfaßbar sind. Eine Beobachtung des Uhrganges in seiner Abhängigkeit von Temperatur und Druck allein wird hier nicht zum Ziele führen, da diese physikalischen Einwirkungen sicherlich nicht nur einen bestimmten Teil der Uhr beeinflussen, sondern meist einen ziemlich umfangreichen Störungskomplex auslösen werden. Dies erhellt schon aus der Betrachtung des wichtigsten Teiles der Uhr, des Pendels. Allgemein hat sich die Gepflogenheit eingebürgert, das schwere Uhrpendel an einer ziemlich schwachen, elastischen Stahlfeder aufzuhängen. Bei der hohen Materialbeanspruchung dieser Pendelfeder, die bei einer Sekundenpendeluhr täglich 86400 Biegungen ausgesetzt ist, ferner bei der starken Empfindlichkeit von elastischen Federn gegen Temperatureinflüsse kann hier von vornherein eine völlig gleichmäßige Arbeitsweise nicht erwartet werden. Man muß mit Verlagerungen des praktisch wirksamen Drehpunktes rechnen.

Aus der Formel für die Schwingungsdauer des Pendels können wir leicht die Änderung  $d T$  der Schwingungsdauer  $T$  berechnen, die einer durch Verlagerung des Aufhängepunktes gleichkommenden Längenänderung  $d l$  der Pendellänge  $l$  entspricht. Es wird [I, (8)]

$$dT = \frac{T}{2} \frac{dl}{l}.$$

Die Größenordnung von  $d l$  beträgt bei den astronomischen Uhren, deren Pendel an Federn aufgehängt ist, annäherungsweise 2 bis 3  $\mu$ . Dieser Verlagerung des Aufhängepunktes entspricht eine Schwingungsdaueränderung des Pendels von 10 bis 16  $\cdot 10^{-7}$  sec, was auf den ganzen Tag einen Uhrgang von 0.138<sup>s</sup> bedeutet. Da die gebräuchlichen Uhrpendel dem mathematischen Pendel in ihrer Form sehr nahekommen, dürften sich die Verhältnisse des letzteren ohne großen Fehler auch auf das Uhrpendel anwenden lassen. Die Änderungen in der Struktur der Pendelfeder und die daraus entstehenden Verlagerungen des Federknickpunktes sind theoretisch nicht vollständig erfaßbar, sondern sie

erfolgen teilweise unerwartet und sprunghaft. Treten auch diese Vorgänge nicht gleich in dem theoretisch möglich vollen Betrage ein, so dürfte doch gerade in der Pendelfeder eine recht namhafte Ursache für die zufälligen Fehler und für die an manchen Uhren oft wahrgenommenen Sprünge im Gang zu suchen sein. Daß durch die häufig gebrauchten Antriebe der Pendel durch eine zweite, neben die Pendelfeder gesetzte Antriebsfeder die Verhältnisse am Pendel nur noch verwickelter und unkontrollierbarer werden, versteht sich nach den geschilderten Verhältnissen von selbst<sup>56</sup>).

Ein weiterer, sehr wichtiger Faktor für den gleichmäßigen Gang einer Uhr ist die Konstanz der Amplitude des Pendels. Um diese herbeizuführen, ist das Pendel durch eine mehr oder weniger komplizierte Hemmung mit dem Werk verbunden. Hier liegt wieder eine Reihe von neuen Fehlerquellen für den Uhrgang, die sich ebenso wie die Vorgänge in der Pendelfeder einer genauen Kontrolle entziehen. Wenn wir davon absehen, daß durch ungleichmäßige Verteilung des Werköles oder infolge von Temperatureinflüssen Reibungsänderungen im Werk einen erheblichen Teil dieser Fehlerquellen ausmachen können, so ist es auch hier wieder die Pendelfeder, deren Elastizitätsänderungen die Amplitude wesentlich beeinflussen können. Vor allem die Erscheinung, daß die Amplitude mancher Uhrpendel mit zunehmender Temperatur wächst, kann auf molekulare Vorgänge in der Pendelfeder zurückgeführt werden, wie dies KIENLE in einer seiner Untersuchungen getan hat<sup>55</sup>). C. RIEFLER hat bei seinen Uhren die Aufhängung des Pendels so eingerichtet, daß es beim Durchgang durch die Nullage um einen tiefer gelegenen Punkt schwingt als bei seiner größten Ausladung. Hiermit ist eine Annäherung an das theoretisch synchrone Zykloidenpendel angestrebt. Es ist an manchen Uhren gelungen, den Einfluß der Amplitudenänderung auf den Uhrgang durch diese Vorrichtung völlig zu kompensieren. Die Tatsache, daß bei einigen Uhren auch eine Überkompensation, also eine Verkehrung des normalen Zustandes in das Gegenteil eintrat, ist eine natürliche Folgeerscheinung davon, daß bei derartig schwierigen Kompensationen die Erreichung des Idealzustandes schließlich weniger von dem feinmechanischen Geschick des Verfertigers, als vielmehr von dem Wohlwollen des Zufalls abhängig ist.

Die Einflüsse von Temperatur und Luftdichte auf das Uhrpendel allein lassen sich einwandfrei rechnerisch erfassen. Auch ist die Unschädlichmachung dieser Faktoren durch Einhaltung konstanten

Drucks im Uhrgehäuse und durch geeignete Kompensationsvorrichtungen weitgehend gelungen. Die so gefährliche und häufig erwähnte Temperaturschichtung im Uhrenraum zu beseitigen, ist bei den heutigen Hilfsmitteln ebenfalls mit keinerlei Schwierigkeiten mehr verbunden.

Über die bisher gebräuchlichen astronomischen Präzisionsuhren kann zusammenfassend gesagt werden, daß sie trotz aller Sorgfalt ihrer Konstruktion noch eine recht große Menge von Ursachen für zufällige Fehler enthalten. Aus diesem Grunde ist es auch keinesfalls angängig, die Gänge dieser Uhren auf längere Zeiten hinaus zu extrapolieren. KIENLE hat gezeigt<sup>55)</sup>, daß man damit für eine achttägige Extrapolation bestenfalls eine Genauigkeit von  $\pm 0.15^s$  bis  $\pm 0.12^s$  erreichen kann.

Hier muß noch ein für den praktischen Gebrauch der Uhr sehr wesentlicher Bestandteil behandelt werden, der Uhrkontakt. Für die gewöhnliche Benutzung wird es genügen, wenn der Kontakt mit seinen Angaben innerhalb der Fehlergrenzen bleibt, die für den Gang der verwandten Uhr zu erwarten sind. Aber schon für Untersuchungen der Eigenarten der Uhr selbst ist es wünschenswert, daß die Kontaktfehler zumindest eine Größenordnung unter derjenigen der zu erwartenden Uhrfehler liegen, damit das Ergebnis der Untersuchungen nicht durch eine weitere unwillkommene Fehlerquelle, die übrigens noch vom Mechanismus der Uhr selbst unabhängig auftritt, gestört wird. Daß dies letztere wenigstens für kürzere Zeitmessungen der Fall sein kann, hat FERRIÉ bereits vor Jahren vermutet<sup>80)</sup>. Eine Untersuchung des Radkontaktes einer RIEFLER-Uhr gegen einen als Wippe ausgebildeten Kontakt einer STRASSER-Uhr innerhalb kurzer Zeiten wurde an der Reichsanstalt für Erdbebenforschung in Jena vorgenommen und führte zu dem sehr wichtigen Ergebnis, daß beim RIEFLERSchen Radkontakt innerhalb des Umlaufs von einer Minute Fehler bis zu einer hundertstel Sekunde auftreten können. In der Figur 1 zeigt die obere Kurve die Verhältnisse des Radkontaktes. Sie stellt die Abweichungen der Kontaktangaben von den wahren Zeiten dar. Die maximale Abweichung beträgt  $0.011^s$ . Besser werden die Verhältnisse, wenn man nicht den RIEFLERSchen Radkontakt, sondern eine neben dem Pendel angebrachte Wippe als Kontakt verwendet, die nur nahe an der Stelle des größten Ausschlages für eine ganz kurze Zeit von dem Pendel angehoben wird. Die untere Kurve in der Figur 1 zeigt die Arbeitssicherheit einer derartigen Einrichtung an der gleichen Uhr. Die Kontaktfehler halten sich hier noch gut innerhalb mehrerer  $1/10000$  sec.

Es ist bei sachgemäßer Behandlung des Kontaktes und unter Vermeidung zu starker elektrischer Belastung noch möglich, die Genauigkeit bis auf  $\pm 1 \cdot 10^{-4}$  sec zu steigern<sup>10) 72)</sup>. Jedoch machte HAYN darauf aufmerksam, daß bei ungünstiger Konstruktion eines Kontaktes der beschriebenen Art eine nachteilige Beeinflussung der Abhängigkeit des Uhganges von der Amplitude eintreten kann<sup>56)</sup>.

Die astronomischen Präzisionsuhren können den astronomischen Anforderungen nur deshalb so lange Zeit genügt haben, weil die Beob-

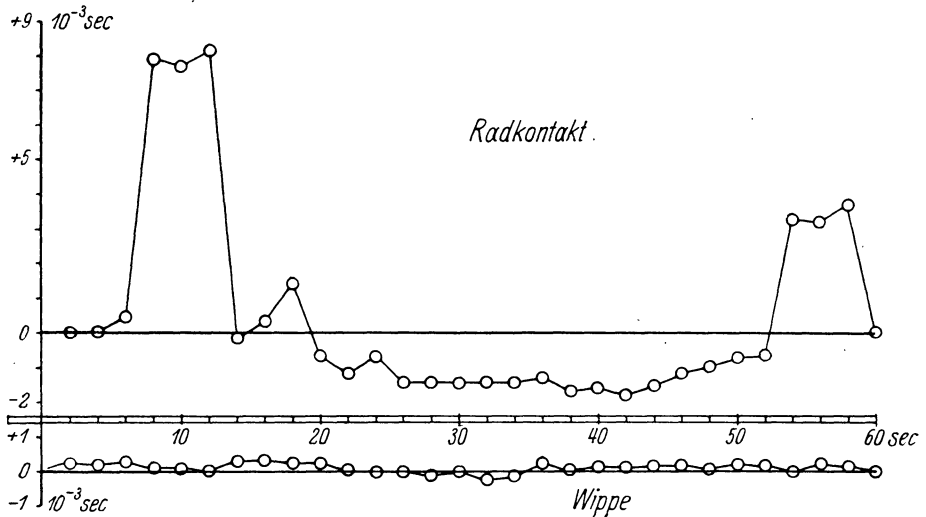


Fig. 1. Kontaktfehler an einem Radkontakt bzw. an einer Wippe.

achtungsgenauigkeit der astronomischen Zeitbestimmungen sehr beschränkt ist. Wenn heute die Forderung auftritt, an Hand der Angaben einer Uhr die bisher noch nicht erfaßbaren und zum Teil auch nicht vermuteten Unstimmigkeiten im astronomischen Zeitmaß mit Hilfe einer präzisen Zeitanlage zu kontrollieren, dann reichen die bisherigen Uhren infolge ihrer unkontrollierbaren Zufälligkeiten keinesfalls mehr aus. Noch stärker aber als in der Astronomie ist heute das Verlangen nach einem Zeitmaß geworden, das in der Physik für die Schaffung einer einwandfrei reproduzierbaren Frequenznormale und in der Geophysik für die relativen Schweremessungen hinsichtlich der Genauigkeit die bisherigen Grenzen weit überschreitet.

## 2. Neuere Konstruktionen astronomischer Uhren.

Man hat in jüngerer Zeit das Uhrenproblem so zu lösen versucht, daß man dazu überging, das Uhrwerk vom Pendel zu trennen<sup>53)</sup>. Man hat dadurch die aufgeführten Nachteile der bisherigen Konstruk-

tionen, vor allem die willkürliche, direkte Beeinflussung des Pendels durch das Werk vermieden. Das Pendel kann so als freies Pendel aufgefaßt werden. Dadurch, daß man sämtliche äußeren Einflüsse mit großer Sorgfalt beobachtet, kann eine Vorausberechnung des Verhaltens der Uhr unter veränderten Temperatur- und Druckverhältnissen erfolgen, die von den experimentell sich ergebenden Daten nur wenig abweichen wird. Eine solche Uhr befindet sich in mehrfacher Ausführung an der Sternwarte zu Greenwich<sup>66)</sup>. Nach den Angaben der Greenwicher Beobachter scheinen diese nach ihrem Verfertiger benannten SHORTT-Uhren die früheren Konstruktionen wesentlich zu übertreffen<sup>63)</sup>. Allerdings wird auch zugegeben, daß man selbst bei den SHORTT-Uhren noch mit Zufälligkeiten rechnen muß<sup>59) 60) 61) 20)</sup>, wenn auch in einem Maße, das gegenüber den alten Uhren als außerordentlich gering bezeichnet werden muß. Vor allem ist bei diesen Uhren das Pendel wieder an einer Pendelfeder aufgehängt, wodurch den bereits erwähnten Veränderungen in der Lage des Aufhängepunktes kein Einhalt geboten ist. Auch das Material der Pendel, das Invar, ist sprunghaften Strukturänderungen unterworfen, die sich in plötzlich auftretenden Längenänderungen äußern. Diesem Fehler kann man zwar durch ein künstliches Altern des Materials in weitgehendem Maße entgegenarbeiten, dennoch haben die Greenwicher Beobachter selbst schon Verdacht gegen das Invar gefaßt<sup>59) 60)</sup>, nachdem sich bei der einen der dortigen SHORTT-Uhren ein langsames aber stetiges Anwachsen der Pendellänge um etwa  $0.012 \mu$  pro Tag gezeigt hat. Im Gegensatz dazu möchte SCHULER das Zunehmen der Pendellänge auf Strukturänderungen in der Pendelfeder zurückgeführt wissen<sup>20) 65)</sup>. Eine Kontrolle der SHORTT-Uhren durch astronomische Zeitbestimmungen allein ist bei der hohen Genauigkeit dieser Instrumente nicht mehr ausreichend, da man wegen der Unsicherheit der Beobachtungen über lange Zeiträume interpolieren muß. Für die Vorgänge in der Zwischenzeit kann man wenigstens in erster Annäherung ein Bild erhalten, indem man mehrere Uhren gleichzeitig laufen läßt und diese unter sich in kurzen Intervallen vergleicht.

Das bei den SHORTT-Uhren gewählte Prinzip der Trennung von Pendel und Werk hat auch SCHULER bei seiner Neukonstruktion einer astronomischen Präzisionsuhr übernommen. Im übrigen jedoch ist SCHULERS Uhr aus einer Reihe systematischer Überlegungen heraus zu einem äußerst originellen Apparat geworden, der sich in einzelnen Teilen an die SHORTT-Uhr anlehnt. Darüber ist noch folgendes zu berichten. Zunächst hat SCHULER eine alte Gepflogenheit des Uhren-

baues verlassen und die Aufhängung des Pendels an einer Pendelfeder durch eine Schneidenlagerung ersetzt. Jedoch bereits in seiner ersten Veröffentlichung zeigte er, daß diese Änderung allein nicht zum Ziele führen kann<sup>62)</sup>, da auch durch Abnutzungsvorgänge an der Schneide noch starke Schwankungen in der wirksamen Pendellänge auftreten können. Deshalb wird auch der von RIEFLER unternommene Versuch<sup>58)</sup>, einer Uhr mit auf Schneiden schwingendem Pendel keine grundsätzliche Besserung bedeuten, abgesehen davon, daß bei dieser Konstruktion auch noch die erwähnten Störungserscheinungen, die aus der Verbindung von Pendel und Werk herrühren, auftreten. Das prinzipiell Neue an SCHULERS Uhr ist die unabhängige Einführung eines bereits von WILSING<sup>19)</sup> in anderer Form geäußerten Vorschlages. Danach ist das Pendel so zu gestalten, daß seine Schwingungsdauer von kleinen Verschiebungen des Aufhängepunktes unabhängig wird. Auf diese Weise gelang es SCHULER, die noch übrigbleibenden unkontrollierbaren Zufälligkeiten in dem Pendelsystem und deren Einfluß auf die Schwingungsdauer des Pendels auf ein Mindestmaß zu reduzieren. Die Einwirkungen von Temperatur- und Amplitudenänderungen auf den Gang seiner Uhr versucht SCHULER durch fortlaufende automatische Registrierung experimentell zu erfassen und dann rechnerisch zu eliminieren. Druckänderungen sind durch Einhaltung konstanten Drucks im Pendelgehäuse ausgeschaltet. Durch die Einführung von Wasserstoffgas von geringem Druck in das Pendelgehäuse ist die Reibung des Pendels am umgebenden Medium auf  $\frac{1}{14}$  des gleichen Betrages für Luft herabgesetzt und so durch Verringerung der Dämpfung nur eine sehr geringe Kraft für den Antrieb des Pendels nötig geworden. Dadurch wurden auch die durch eine Schwankung der Antriebsenergie auftretenden Störungen des Uhrgangs möglichst klein. Die Wasserstofffüllung des Pendelraumes hat außerdem noch den weiteren Vorteil, daß infolge der größeren Wärmeleitfähigkeit dieses Gases gegenüber der Luft der Ausgleich der Temperaturen von Pendel und umgebendem Medium wesentlich rascher vor sich geht und so die Wahrscheinlichkeit, mit der für das Gas abgelesenen Temperatur auch die wirkliche Temperatur des Pendels gemessen zu haben, größer ist, als dies bei einer Luftfüllung der Fall wäre. Es muß unbedingt anerkannt werden, daß die SCHULERSche Uhr einen erheblichen Fortschritt in der Entwicklung der astronomischen Präzisionsuhren bedeutet. Sicherlich hat es auch Berechtigung, wenn SCHULER die Vorzüge seiner Konstruktion gegenüber der der SHORTT-Uhr betont<sup>20)</sup> und darauf hin-

weist, daß die von J. JACKSON<sup>60)</sup> ausgesprochene Befürchtung, daß die Greenwicher Uhren zum Nachweis der in der Erdrotation zu suchenden Unstimmigkeiten der astronomischen Zeitbestimmungen nicht die erforderliche Genauigkeit besitzen werden, durch die Einführung seines neuen Pendels gegenstandslos werden könne. Aber SCHULER bemerkt selbst, daß zur Zeit ein praktischer Beweis dieser Behauptung nicht durchführbar sei, denn es bleiben ihm als Kontrollmaßstab immer nur die mit den bekannten Fehlern behafteten astronomischen Zeitbestimmungen. Die von SCHULER geplanten Versuche zur genauen Untersuchung seiner Uhr werden viele Jahre in Anspruch nehmen, da mangels anderer Vergleichsmaße ein klares Bild über die Auswirkung äußerer und innerer Einflüsse auf den Gang der Uhr erst durch langfristige Zeitbestimmungsintervalle und nach Ausführung einer weit-schweifigen Ausgleichsrechnung erhalten werden kann. Das gleiche gilt für die Abstimmung des Pendels auf die richtige Schwingungsdauer unter Beibehaltung aller physikalischen Erfordernisse.

### § 3. Die Anwendung des freien Pendels für Zeitmessungen und seine Korrekturen.

Die bestehenden Schwierigkeiten lassen sich beseitigen, wenn wir die Kontrolle des Uhrganges so vornehmen, daß wir in beliebig gewählten Intervallen mit Hilfe einer von der astronomischen Zeitbestimmung unabhängigen Zeitnormale Beobachtungen der Präzisionsuhr ausführen. Eine hierfür geeignete Zeitnormale gibt uns die Geophysik mit ihren Pendelapparaten für relative Schweremessungen. Wir müssen so verfahren, daß wir zur Feststellung der absoluten Zeit die Uhr innerhalb großer Zeitabschnitte an astronomische Zeitbestimmungen anschließen und uns für eine genaue Untersuchung der Vorgänge innerhalb des Intervalls zwischen zwei Zeitbestimmungen eines freien Pendels bedienen, dessen Schwingungszeit genau bekannt und sehr konstant ist, und das uns eine beliebig zu wiederholende Vergleichung seiner Schwingungsdauer mit derjenigen des Uhrpendels gestattet. So wird es möglich sein, von einer Präzisionsuhr zu jedem beliebigen Augenblick nicht nur die absolute Zeit, sondern auch jede Unregelmäßigkeit im Gang zu erfassen und unter Verwendung zweier voneinander unabhängiger Daten, des Sterntages und der bekannten Schwingungsdauer eines freien Pendels, zum Ziele zu gelangen. Allerdings werden wir bei der Benützung des freien Pendels als Kontrolle in kurzen Intervallen für die Beobachtungsmomente nicht den Stand der Uhr erhalten können.



sondern diese Vergleiche liefern uns lediglich die von Fall zu Fall bestehenden Gänge der Uhr. Wie aus Fig. 2 ersichtlich ist, erscheint es aber durchaus möglich, aus einer genügend häufigen Anwendung der Kontrollnormale mit ausreichender Annäherung einen Einblick in das Verhalten während der Zeiten zwischen zwei Zeitbestimmungen zu erhalten. Die in Fig. 2 gezogene Kurve sei der von der zu erwartenden linearen Änderung abweichende Gang der Uhr. Die in kurzen Zeitintervallen angestellten Schwingungsdauerkontrollen des Uhrpendels liefern uns dann an entsprechende Punkte dieser Kurve die Tangenten, aus deren Lage und Neigung wir uns das Bild der Kurve konstruieren müssen. Für eine Uhr, deren Gang auf sehr lange Zeiträume störungsfrei bleiben soll, ist der Beweis ihrer Brauchbarkeit dann geliefert,

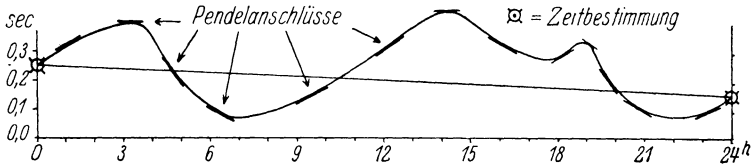


Fig. 2. Schematische Uhrgangkurve.

wenn die Kontrollen zu jeder Zeit das gleiche Resultat für die Schwingungsdauer des Uhrpendels ergeben. Die Gangkurve wird dann eine Gerade zwischen den beiden Absolutzeitbestimmungen am Meridiankreis.

Es ist ein günstiges Zusammentreffen zweier Aufgaben, das wir zur Lösung des vorliegenden Problems ausnützen können. Einerseits besteht das Bedürfnis einer beliebigen Uhrkontrolle für astronomische Untersuchungen und physikalische Eichanschlüsse, andererseits sind es die Aufgaben der Geophysik, für relative Schweremessungen die Arbeiten mit freien Pendeln weitgehend zu verfeinern (siehe I, § 1).

### 1. Das besonders invariable Minimalpendel.

Auf die Berechnung und Konstruktion der neuen, verbesserten Pendel, die die Minimumbedingung [I, (8a)] erfüllen, soll hier nicht nochmal eingegangen werden, da die verschiedenen Einzelheiten bereits in Teil I, § 3—5 ausführlich dargestellt worden sind.

### 2. Die Amplitudenkorrektion.

Beim frei schwingenden Pendel nimmt die Amplitude infolge des Mangels eines Antriebes ständig ab. Es ist daher notwendig, bei jeder

einzelnen Beobachtung die Amplitude des betreffenden Pendels genau festzustellen und eine entsprechende Korrektur an die beobachtete Schwingungsdauer anzubringen. Für die Reduktion der bei einer bestimmten Amplitude  $\varphi_0$  beobachteten Schwingungsdauer  $T_\varphi$  auf die für eine unendlich kleine Amplitude  $\varphi = 0$  geltende wahre Schwingungsdauer  $T_0$  gilt allgemein

$$(1) \quad T_\varphi = T_0 \left( 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\varphi_0}{2} + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\varphi_0}{2} + \dots \right).$$

Die Änderung der Schwingungsdauer  $T$  bei einem bestimmten Amplitudenbetrag  $\varphi_0$  ist gegeben durch

$$(2) \quad \Delta T_\varphi = T_\varphi - T_0,$$

aus Gleichung (1) wird

$$(3) \quad \Delta T_\varphi = T_0 \left( \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\varphi_0}{2} + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\varphi_0}{2} + \dots \right).$$

Die folgende Tabelle gibt die Werte für  $\Delta T_\varphi$  in  $10^{-7}$  sec für verschiedene Werte von  $\varphi$  zwischen  $10$  und  $180'$ . Für dieses Intervall kann mit genügender Genauigkeit die Reduktion von  $T_\varphi$  auf  $T_0$  in Gleichung (1) mit dem quadratischen Glied abgebrochen werden. Um dies zu beweisen, ist in der Tabelle von  $\varphi = 100'$  an das nächst höhere Glied noch mitberechnet worden. In der letzten Spalte der Tabelle ist der Fehler angeführt, der bei einer Vernachlässigung der Amplitudenkorrektur im Uhgang von  $24^h$  auftreten würde. Bei der Berechnung der Tabelle wurde das Halbsekundenpendel zugrunde gelegt. Für das Sekundenpendel verdoppeln sich die Werte der Tabelle mit Ausnahme der letzten Spalte, die für sämtliche Schwingungsdauern konstante Werte ergeben muß, da ja z. B. eine Verdoppelung der Schwingungsdauer die Zahl der an einem Tage ausgeführten Schwingungen wieder um die Hälfte verringert.

Die Tabelle zeigt, daß für Halbsekundenpendel das zweite Glied der Gleichung (3) in der Amplitudenkorrektur vernachlässigt werden darf, zumal es sich bei den Beobachtungen mit dem freien Halbsekundenpendel immer um kleine Amplituden,  $\varphi < 30'$  handelt. Bei Sekundenpendeln kann das quadratische Glied, das dann auf das Doppelte des in der Tabelle angegebenen Betrages anwächst, bei großen Amplituden bereits merkbar werden. Für ein  $\varphi = 180'$ , das bei Uhren vorkommt, würde der tägliche Fehler bei Vernachlässigung des zweiten Gliedes der Formel (3) statt  $14.8067$  sec nur  $14.8010$  sec betragen, ein Unterschied,

Tabelle der Amplitudenkorrektion.

$\varphi$	$T_0 \cdot \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\varphi_0}{2}$	$T_0 \cdot \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\varphi_0}{2}$	$\Delta T_\varphi \cdot 10^7 \text{ sec.}$	Tägl. Fehler
10'	$2.64 \cdot 10^{-7}$		2.64	0.0456 <sup>s</sup>
20	10.58		10.58	0.1828
30	23.80		23.80	0.4113
40	42.31		42.31	0.7311
50	66.11		66.11	1.1424
60	95.19		95.19	1.6449
70	129.56		129.56	2.2389
80	169.22		169.22	2.9242
90	214.17		214.17	3.7009
100	264.41	$+ 0.03 \cdot 10^{-7}$	264.44	4.5695
110	319.93	0.05	319.98	5.5293
120	380.73	0.07	380.80	6.5802
130	446.83	0.09	446.92	7.9027
140	518.20	0.12	518.32	8.9566
150	594.86	0.16	595.02	10.2819
160	676.81	0.21	677.02	11.6989
170	764.03	0.26	764.29	13.2069
180	856.54	$+ 0.33$	856.87	14.8067

der bei der von uns erstrebten Genauigkeit der Zeitbestimmung sehr wohl noch berücksichtigt werden muß.

Wenn wir uns die Frage vorlegen, wie genau die Amplitude für ein Normalpendel zu bestimmen ist, dann ergibt sich, daß wir im allgemeinen mit einer Beobachtungsgenauigkeit von 0.1' auskommen werden. Wenn wir aus der Tabelle für die Amplitudenkorrekturen vier Werte herausgreifen und für diese annehmen, daß die tatsächlichen Amplituden um den Betrag  $\varepsilon$  größer waren, als von uns beobachtet wurde, dann erhalten wir einen Fehler  $F_{\varphi_\varepsilon}$ , der sich aus der Differenz der wirklich anzubringenden und der angebrachten Korrektur errechnet. Es wird

$$(4) \quad F_{\varphi_\varepsilon} = \Delta T_{\varphi + \varepsilon} - \Delta T_\varphi.$$

Geben wir der Größe  $\varepsilon$  den Wert unserer Ablesegenauigkeit von 0.1', so erhalten wir für einige aus der vorhergehenden Tabelle entnommenen  $\varphi$ :

$\varphi$	$\Delta T_{\varphi+\varepsilon} \cdot 10^7 \text{ sec}$	$\Delta T_{\varphi} \cdot 10^7 \text{ sec}$	$F_{\varphi\varepsilon} \cdot 10^7 \text{ sec}$	Fehler im täglichen Gang
30'	23.95	23.80	0.15	0.0026 <sup>s</sup>
60	95.51	95.19	0.32	0.0055
120	381.44	380.80	0.64	0.0111
180	857.82	856.87	0.95	0.0164

Für  $\varphi < 60'$  genügt eine Beobachtung der Amplitude auf  $0.1'$ , um die Reduktion der Schwingungsdauer der Pendel auf eine Amplitude von  $0'$  vorzunehmen. Bei größeren Amplituden werden die Fehler erheblicher. Man sieht aus den Zahlen für  $\varphi = 180'$ , der Amplitude der meisten Uhren, daß die rohe Ablesevorrichtung für den Schwingungsbogen bei den gebräuchlichen Präzisionsuhren für eine genaue Untersuchung des Verhaltens des Pendels völlig unzureichend ist. Aber noch mehr sagen uns diese Zahlen. Infolge der Ablesefehler der Amplitude ist unserem Streben nach einer Uhr von höchster Präzision überhaupt eine Grenze gesetzt. Kommen wir bei einer Genauigkeit der Amplitudenbestimmung von  $0.1'$  bei einem  $\varphi = 120'$  bereits in die hundertstel Sekunden für den täglichen Gang, so müssen wir zur einwandfreien Beobachtung der  $10^{-3}$ ten Sekunde schon eine Genauigkeit von  $0.01'$  für die Amplitudenkonstanz und deren Bestimmung einführen. Damit dürfte man aber an die Grenze des beobachtungstechnisch Erreichbaren gekommen sein.

### 3. Der Temperaturkoeffizient (s. I, § 7<sup>1</sup>).

Für eine genaue Schwingungsdauerbestimmung des Normalpendels ist die Berücksichtigung der Temperatureinflüsse von wesentlicher Bedeutung. Durch geeignete Wahl des Materials für die Pendel kann man zunächst gröbere Temperaturkoeffizienten schon experimentell umgehen. Es gibt heute Nickeleisenlegierungen, deren Ausdehnungskoeffizient noch unter demjenigen des Quarzglas liegt. Leider besitzen diese stärker als die meisten anderen Metalle die unangenehme Neigung zu sprunghaften Strukturänderungen. Durch künstliches Altern in Form einer geeigneten Wärmeverbehandlung kann man jedoch dieser nachteiligen Erscheinung entgegenreten. Trotz der sehr geringen Empfindlichkeit des Materials gegen Temperaturschwankungen ist für den noch verbleibenden Rest einer Längenänderung der Pendel unter verschiedenen Temperaturen eine Korrektur an die beobachtete Schwingungsdauer anzubringen. Die bei einer Temperatur von  $t^0$  beobachtete Schwin-

gungsdauer  $T_{t^0}$  wird reduziert auf die wahre Schwingungszeit  $T_0$  um einen Betrag  $\Delta T_{t^0}$ , der gegeben ist durch

$$\Delta T_{t^0} = T_{t^0} - T_0.$$

Bezeichnet man den Ausdehnungskoeffizienten des Pendels mit  $\beta$ , mit  $t^0$  die Temperatur des Pendels während der Beobachtung, so erhält man in erster Näherung

$$(6) \quad \Delta T_{t^0} = \frac{\beta}{2} t^0 T_0.$$

Die Tabelle zeigt zahlenmäßig die Verhältnisse für verschiedene Pendelmaterialien und die Auswirkung einer Temperaturänderung von  $1^\circ$  auf die Schwingungsdauern des Halbsekunden- und des Sekundenpendels.

	Mes- sing	Wolf- ram	Inda- latan	Invar	Nilex	Berl. Porz.	Quarz	
$\beta \cdot 10^6$	18.4	4.8	1.0	0.6	0.2	3.0	0.5	
$\Delta T_{t^0} \cdot 10^7 \text{ sec}$	$\left\{ \begin{array}{l} T_0 = 0.5^s \\ T_0 = 1.0^s \end{array} \right.$	46.0	12.0	2.5	1.5	0.5	7.5	1.3
		92.0	24.0	5.0	3.0	1.0	15.0	2.5
Täglicher Fehler	7.9488	2.0736	0.4320	0.2592	0.0864	1.2960	0.2160	
$F_{t^0} \cdot 10^7 \text{ sec}$	9.20	2.40	0.50	0.30	0.10	1.50	0.25	
Fehler im tägl. Gang	0.7949	0.2074	0.0432	0.0259	0.0086	0.1296	0.0216	

In den letzten zwei Zeilen gibt die Tabelle die Werte für die Temperaturablesefehler von  $0.1^\circ$ . Es ist analog unserer Fehlerbetrachtung bei der Amplitudenkorrektur

$$(7) \quad F_{t^0} = \Delta T_{t^0 + \varepsilon} - \Delta T_{t^0}$$

In der Tabelle sind die Werte  $F_{t^0}$  für das Sekundenpendel und für  $\varepsilon = 0.1^\circ$  in Einheiten der  $10^{-7}$ ten Sekunde angegeben. Die letzte Zeile gibt die Auswirkung dieser Fehler auf den täglichen Gang. Sie gilt auch hier wieder allgemein für Pendel aller Schwingungsdauern. Die zahlenmäßige Zusammenstellung ergibt, daß man bei der Verwendung von Materialien mit geringen Ausdehnungskoeffizienten noch gut mit einer Beobachtung der Temperatur auf  $0.1^\circ$  auskommen kann.

Will man die rechnerische Korrektur des Temperaturfehlers vollkommen vermeiden, so läßt sich zeigen, daß es auch bei den Minimalpendeln nicht mit Schwierigkeiten verknüpft ist, eine sehr vollkommen arbeitende Kompensation gegen Temperaturschwankungen anzubringen, deren Vorhandensein die Minimumbedingung des Pendels völlig unbeeinflusst läßt. Für Uhren, die im allgemeinen eine feste Aufstellung in

besonders hierzu geschaffenen Räumen verlangen, vermeidet man Temperatureinflüsse am zweckmäßigsten durch Konstanthaltung der Temperatur im Uhrenraum. Eine automatisch sich regulierende Heizung in Verbindung mit Ventilatoren zur gründlichen Durchmischung der Luft zur Vermeidung von Temperaturschichtungen wird hier völlig zum Ziele führen können.

#### 4. Die Luftdichtekorrektion.

Das Auftreten eines von der Luftdichte abhängigen Gliedes in der Bestimmung der Schwingungsdauer unseres Pendels wird durch zwei Gesichtspunkte bedingt, durch den Luftkörper, den das Pendel bei der Ausführung seiner Schwingungen mitbewegt, und durch den dem Pendel erteilten Auftrieb, der von dem spezifischen Gewicht des Pendelmaterials abhängig ist<sup>52) 67)</sup>. Auf ein Sekundenpendel kommt durchschnittlich für 1 mm Druckänderung ein Effekt in der Schwingungsdauer von 1.39 bis  $1.85 \cdot 10^{-7}$  sec, was auf den Gang pro Tag 0.012—0.016 sec ausmacht. Man umgeht heute allgemein die Anbringung einer derartigen Korrektion dadurch, daß man die Pendelkammer für die Dauer der Betriebszeit mittels einer Luftpumpe auf ein konstantes Vakuum bringt oder ihn mit einer Gasfüllung von konstantem Druck versieht, wie dies von SCHULER ausgeführt worden ist. Die Anbringung einer Barometerkompensation am Pendel verbietet sich für freie Pendel von selbst und dürfte auch für Uhren infolge der damit verbundenen Komplikationen der Pendelform nicht ratsam sein.

#### 5. Das Mitschwingen des Pendelstativs.

Als letzten Faktor, der seitens der Apparatur die Schwingungsdauer eines Pendels verfälschend beeinflussen kann, haben wir noch auf das Mitschwingen des Pendelstativs einzugehen. Die Unterlage, auf der das Pendel schwingt, wird niemals völlig starr sein, sondern der Bewegung des Pendels je nach ihrer Konstruktion mehr oder weniger nachgeben. Dadurch wird die beobachtete Schwingungsdauer des Pendels gegenüber der wahren, auf ein absolut starres Stativ bezogenen Schwingungsdauer zu groß ausfallen. Wir können die namentlich in der Geophysik üblichen Methoden zur Bestimmung des Mitschwingens übergehen, weil es bei der Verwendung des freien Halbsekundenpendels als Zeitnormale möglich ist, das Mitschwingen des Stativs und damit dessen Einfluß auf die Schwingungsdauer des Pendels durch die Anordnung des Versuches fast gänzlich zu eliminieren. Für eine nur kurze Zeit in Betrieb befind-

liche Zeitnormale wird man so verfahren, daß man zwei Pendel von gleicher Masse und gleicher Schwingungsdauer gleichzeitig in einer Ebene auf dem gleichen Pendelstativ mit einer Phasenverschiebung von  $180^\circ$  schwingen läßt. Ein Mitschwingen wird auf diese Art vermieden, solange sich die Phasenverschiebung beider Pendel nicht um einen erheblichen Betrag ändert. SCHMEHL hat die gegenseitige Beeinflussung zweier auf demselben Stativ schwingender Pendel eingehend theoretisch untersucht<sup>68</sup>). Er hat dabei gezeigt, daß die Elimination des Mitschwingens durch zwei mit gleicher Amplitude und einer Phasendifferenz von  $180^\circ$  losgelassene Pendel sich für die Dauer einer Schwermessung noch verwenden läßt, wenn die Differenzen in den Schwingungsdauern einige Einheiten in der  $10^{-5}$ ten Sekunde nicht überschreiten. Eine derartige Abgleichung zweier Pendel auf gleiche Schwingungsdauer bereitet aber mit den heutigen technischen Hilfsmitteln keinerlei Schwierigkeiten mehr. Für die Verwendung des freien Pendels als Zeitnormale kommen überdies nur Betriebszeiten in Betracht, die wesentlich unter denen für die Schwermessungen liegen, so daß sich das Mitschwingen technisch ohne Schwierigkeiten beseitigen lassen wird.

Anders liegen die Verhältnisse bei den für lange Frist betriebenen Pendeluhren. Hier kann eine Eliminierung des Mitschwingens durch ein zweites Pendel nicht in Frage kommen, es bleibt jedoch der Wert, da es sich um eine feste Aufstellung handelt, konstant.

## 6. Der Einfluß des Mondes auf die Schwingungsdauer.

Wenn wir die Schwingungsdauerbestimmung eines Pendels als Normalwert auf einige Einheiten der  $10^{-7}$ ten Sekunde genau ausführen wollen, so kommt zu den bisher aufgeführten, in der Konstruktion unserer Zeitnormale liegenden Korrektionsgrößen noch eine weitere, außerhalb unserer Erde liegende Größe hinzu, nämlich der Einfluß des Mondes bzw. der Sonne auf die die Schwingungsdauer des Pendels bestimmende Erdschwere  $g$ . Dieser Mondeinfluß zerfällt in ein tägliches und in ein monatliches Glied. SCHWEYDAR hat versucht<sup>68</sup>), den Einfluß des Mondes auf unsere Erdschwere experimentell zu erfassen. Das Resultat seiner Untersuchungen dürfte jedoch wegen der Unzulänglichkeit der angewendeten Mittel nur größenordnungsmäßige Zuverlässigkeit besitzen, da er sein Trifilargravimeter nicht evakuierte und hinreichend temperaturkonstant hielt. Für unsere Zwecke genügt eine überschlägige Betrachtung der Einwirkung des Mondes auf die Schwingungsdauer der Pendel. HELMERT schätzt die maximale Schwankung der Erdschwere

kleiner als  $5 \cdot 10^{-7}$ . Für die Änderung der Schwingungsdauer des Pendels gilt allgemein

$$(8) \quad dT = \frac{dg}{g} \cdot \frac{T}{2}.$$

Setzt man den entsprechenden Wert für  $dg/g$  ein, so wird die durch den Mond ausgeübte Störung der Schwingungsdauer für ein Sekundenpendel  $< 3 \cdot 10^{-7}$  sec, für ein Halbsekundenpendel nur der halbe Betrag. Da an einem festen Beobachtungsort der Einfluß des Mondes für alle benutzten Pendel gleich groß ist, kann für eine gleichzeitige Vergleichung von mehreren Pendeln gleicher Schwingungsdauer untereinander und am selben Orte dieser Faktor wohl vernachlässigt werden. Nicht zu vernachlässigen ist er für eine Reihe von Eichungen, bei denen es sich um den Anschluß von irgendwelchen von der Schwere nicht abhängigen Schwingungen an das Normalpendel handelt, wie z. B. Stimmgabeln, schwingende Quarze und ähnliches.

#### 7. Die Korrektion auf Meereshöhe.

Ein letztes ebenfalls sehr kleines Korrektionsglied für die Reduktion der Schwingungsdauer auf einen Normalwert ist die Korrektion auf die Meereshöhe. Für eine Änderung der Höhe des Beobachtungspunktes um 30 cm ändert sich die Schwingungsdauer ohne Berücksichtigung der zwischenliegenden Gesteinsmassen um

$$(9) \quad dT = 10^{-7} \cdot \frac{T_0}{2}.$$

Für das Sekundenpendel ergibt dies einen Wert von  $5 \cdot 10^{-8}$  sec.

Da die Schwere auch von der Breite abhängt, muß auch noch die geographische Breite des Beobachtungsortes mit berücksichtigt werden. Beziehen wir die Beobachtung z. B. auf eine geographische Breite von  $\varphi = 45^\circ$ , dann ergibt sich für jede Abweichung um 125 m nach Norden oder Süden von diesem Breitenkreis ein  $dg/g$  von  $1 \cdot 10^{-7}$ , was nach Formel (8) in die entsprechende Schwingungsdaueränderung umzurechnen ist.

#### § 4. Die Chronographen hoher Präzision (vergl. I, § 8,b).

Um die Pendelschwingungen für Schwingungsdauerbestimmungen zu registrieren, bestehen bereits sehr gut durchgebildete Einrichtungen. Es wurde vor einigen Jahren in Jena an der Reichsanstalt für Erdbenenforschung ein Registriergerät zur Aufzeichnung von in kurzer Zeit verlaufenden Vorgängen entwickelt<sup>70)</sup>, das sich für die Beobachtung



sehr rasch verlaufender Vorgänge außerordentlich bewährt hat. Die Registrierung erfolgt hierbei photographisch auf einem mit genau einstellbarer Geschwindigkeit gleichmäßig abrollenden Filmstreifen. Fig. 3 zeigt schematisch die Anordnung dieser im Prinzip äußerst einfachen Apparatur.

In einem lichtdicht verschlossenen Kasten befindet sich die Rolle mit dem Registrierfilm *FR*, der durch einige weitere Rollen mit regulierbarer Geschwindigkeit hinter einer Zylinderlinse *Z* vorübergeführt wird. Am Kastenboden befindet sich eine Öffnung, durch die der belichtete Film direkt in seine Kasette läuft, die sich bei der Abnahme vom Kasten selbsttätig lichtdicht verschließt. Vor der Zylinderlinse ist eine unter  $45^\circ$  angebrachte Spiegelglasplatte, die das in den Registrierapparat geschickte Licht zum Teil ablenkt und so auf einer Mattscheibe *M* die zu registrierenden Vorgänge auch einer visuellen Kontrolle zugänglich macht. Um von den eventuellen Schwankungen des Filmablaufes unabhängig zu bleiben,

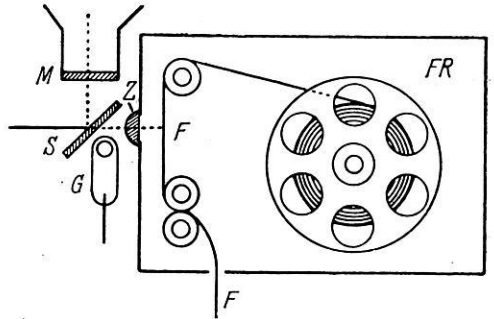


Fig. 3. Schematische Darstellung des Registrierapparates.

werden gleichzeitig mit dem zu registrierenden Vorgang die Zeitmarken einer 50periodigen Stimmgabel durch ein von derselben elektrisch erregtes Geißlerrohr *G* optisch parallaxenfrei auf den Film aufgezeichnet. Die maximale Geschwindigkeit des Films beträgt bei Uhrwerksantrieb bis zu 30 cm/sec.

Ein weiteres photographisches Verfahren, das von der Benützung des Chronographen unabhängig ist, wurde ebenfalls in Jena von H. MARTIN ausgearbeitet<sup>10)72)</sup> und ist in Teil II ausführlich beschrieben.

### § 5. Der berührungsfreie Kontakt.

Es wurde bereits im § 2, 1 darauf hingewiesen, daß eine der wesentlichsten Bedingungen für die praktische Erreichung höchster Zeitgenauigkeiten das Vorhandensein eines zuverlässigen Pendelkontaktes ist, der Einsätze von Zeitpunkten mit einer Genauigkeit von 1 bis  $2 \cdot 10^{-4}$  sec wiederzugeben gestattet. Diese Einrichtung wird dann erforderlich, wenn es sich darum handelt, mit der von den Pendelschwingungen verbürgten Genauigkeit einen Sender oder ein elektrisches

Relais zu betreiben. Es liegt nahe, daß man dafür mechanische oder mechanisch-elektrische Einrichtungen nicht mehr anwenden darf, denn wir zeigten ja schon im Zusammenhange mit unserer Betrachtung über die astronomischen Uhren die Mängel solcher Vorrichtungen. Es würde auch bei Anwendung eines durch Berührung mit dem Pendel arbeitenden Kontaktes die freie Schwingung des Pendels, die wir aus beobachtungstechnischen Gründen nicht aufgeben dürfen, beeinflußt werden und wir hätten bei unserer Zeitnormalen keine sauberen Schwingungsverhältnisse mehr. Es machte sich daher schon bei den bisherigen Uhren die Absicht bemerkbar, das Pendel mit einer Kontakteinrichtung zu versehen, die keinerlei mechanische Verbindung mit dem Pendel oder mit dem Uhrmechanismus selbst besitzt.

### 1. Der kapazitive Kontakt von LEJAY.

Bereits 1925 machten J. VILLEY und P. VERNOTTE den Vorschlag<sup>79)</sup>, mittels einer am Pendel angebrachten Kondensatorplatte einen elektrischen Schwingungskreis in Resonanz zu bringen und auf diese Art die Möglichkeit zu einer von dem Pendelmechanismus unabhängigen Registrier- und Kontakteinrichtung zu schaffen. P. LEJAY hat diesen Gedanken in einer ähnlichen Art wieder aufgenommen<sup>71) 73-75) 83-85) 7)</sup> und in praktische Form gebracht. Die Wirkungsweise des LEJAYschen Kontaktes besteht im wesentlichen darin, daß am unteren Ende des Pendels eine als kapazitive Brücke ausgestaltete Antenne angebracht ist, die zwischen der Antenne eines kleinen Senders und der Antenne eines danebenstehenden Empfängers im Augenblick des Durchgangs durch die Nulllage fest koppelt und so einen kräftigen Stromstoß im Empfänger hervorruft. LEJAY selbst hat mit dieser Anordnung eine Einsatzgenauigkeit von einigen  $10^{-4}$  sec für die einzelne Schwingung erreicht. Am geodätischen Institut in Potsdam wurde dieses Verfahren weiter ausgebildet<sup>87)</sup>. Eine Untersuchung der Vorrichtung hat gezeigt, daß eine Beeinflussung der Schwingungsdauer des Pendels durch den Betrieb der Kontakteinrichtung, wie sie von LEJAY in einer seiner älteren Arbeiten<sup>84)</sup> vermutet wurde, nicht vorhanden ist oder doch wenigstens innerhalb der Meßgenauigkeit des in Potsdam angewandten Verfahrens zur Bestimmung der Schwingungsdauer des Pendels liegt<sup>9)</sup>.

Durch LEJAYS Versuch ist eine Verwirklichung des berührungsfreien Pendelkontaktes entstanden, welche, wie aus den veröffentlichten Arbeiten hervorgeht, wohl geeignet ist, eine hohe Genauigkeit

in der Wiedergabe von Pendelschwingungen zu liefern. Für die Untersuchung von Uhren und Uhrkontakten bedeutet sie einen erheblichen Fortschritt. Man darf jedoch nicht außer acht lassen, daß die Anbringung der kapazitiven Brücke am Pendelende, die isoliert geschehen muß, einen Eingriff in die Form und in die Materialverhältnisse des Pendels zur Folge hat. Aus dem gleichen Grunde ist es auch nicht möglich, den LEJAYSchen Kontakt ohne weiteres an beliebigen anderen Pendeln anzubringen. Überdies dürfte die Schaltung der gesamten Vorrichtung und damit das Arbeiten des Kontaktes selbst stark von der Konstanz der verwendeten Röhren und der eingebauten Batterien abhängen.

## 2. Der photoelektrische Uhrkontakt von FERRIÉ.

Ein Weg, der besser als der von LEJAY begangene zum Ziele führt, ist der, daß ein über den Pendelspiegel gegangener Lichtstrahl benutzt und versucht wird, das Passieren dieses Lichtstrahles an einer ganz bestimmten Stelle seines Weges in mechanisch oder elektrisch nutzbare Energie umzuwandeln. Im Jahre 1923 begann FERRIÉ mit Arbeiten dieser Art an der Hauptuhr der Pariser Sternwarte<sup>76)</sup> <sup>80)</sup> <sup>81)</sup> <sup>86)</sup>. Der Grundgedanke war der, eine lichtelektrische Zelle durch einen vom Pendelspiegel der Uhr reflektierten Lichtstrahl zu erregen und den so entstandenen Photostrom nach entsprechender Verstärkung für den Betrieb eines Chronographen zu verwenden. Die ungünstige Lage der Versuchsuhr am Ende eines 10 m langen, 27 m unter der Erde gelegenen Ganges und der Wunsch, die Kontaktanlage jederzeit leicht zugänglich in einem der Räume des Pariser Instituts zu haben, brachten für FERRIÉ eine Reihe von Schwierigkeiten mit sich, die die optische und elektrische Ausführung des Versuchs recht kompliziert gestalteten. Der insgesamt 57 m lange Lichtweg von der Lampe bis zur Photozelle bedingte eine umständliche optische Anlage. Dadurch wurde der in der Zelle erzeugte lichtelektrische Effekt so gering, daß FERRIÉ eine verhältnismäßig hohe Verstärkung durch einen mehrstufigen Röhrensatz einbauen mußte<sup>76)</sup> <sup>77)</sup>. Über die Ergebnisse seiner Untersuchungen über das Arbeiten des lichtelektrischen Kontaktes im Vergleich zu den gewöhnlichen Uhrkontakten hat FERRIÉ bisher noch kein Zahlenmaterial veröffentlicht. Er weist jedoch darauf hin, daß sich noch Unstimmigkeiten bei der Auswertung seiner Beobachtungen zeigen, die zum Teil wohl auf den benützten Rußschreiberchronographen zurückzuführen sind<sup>80)</sup>. Die verbleibenden Unstimmigkeiten betragen bis zu  $7 \cdot 10^{-4}$  sec<sup>82)</sup>.

Es liegt auf der Hand, daß von einer Verbindung einer Räderuhr mit dem Photokontakt keine hohe Genauigkeit erwartet werden kann, da die zufälligen Fehler dieser Uhr die mit FERRIÉS Kontakt vermutlich erreichbare Genauigkeit keinesfalls zulassen dürften. Ein von FERRIÉS aus diesen Gründen nur für kurze Betriebszeiten konstruiertes Pendel, das, durch die Photozelle angetrieben, ohne Zuhilfenahme eines Uhrwerkes für einige Stunden in Gang gehalten werden kann, konnte angeblich eine Verbesserung der Verhältnisse erbringen<sup>82</sup>). Über diese Versuchszusammenstellung liegt ebenfalls bisher noch kein größeres Beobachtungsmaterial vor. Eine Anwendung der Versuchsanordnung für den genauen Vergleich von Uhren untereinander und für den Gebrauch im öffentlichen Zeitdienst ist nur in Aussicht gestellt.

Besonders ungünstig ist bei FERRIÉS Versuch die Anwendung des Rußschreiberchronographen. Wir haben bereits darauf hingewiesen, daß für Zeitregistrierungen von sehr hoher Genauigkeit schon sehr einwandfrei arbeitende Chronographen bestehen, bei deren Betrieb jede mechanische Betätigung eines Schreibers vermieden und die Registrierung auf rein optische Grundlage gestellt ist. Die Erfahrungen mit elektrischen Schreibhebelchronographen haben diese Umstellung weitgehend begründet<sup>57</sup>).

## § 6. Ein lichtelektrischer Kontakt für vielseitige Verwendung.

Der Kontakt, den wir für unsere Zeitnormale verwenden wollen, muß so konstruiert werden, daß er nicht an eine feste Aufstellung gebunden ist, sondern der Beweglichkeit der Pendelapparatur Rechnung trägt und auch in ungünstigen Aufstellungsverhältnissen, wie sie z. B. bei einer Verwendung auf Expeditionen in Frage kommt, mit derselben Sicherheit wie im Laboratorium arbeitet. Sieht man von dem LEJAYschen Verfahren wegen des erforderlichen Eingriffs in das Pendel ab und greift zur Verwendung einer Photozelle, dann hat man den Vorteil, ohne Änderung am Pendel in beliebiger Entfernung vom Pendelapparat zu registrieren, bzw. den Kontakt arbeiten zu lassen. Man hat so auch die Möglichkeit, beliebig geformte und beliebig viele Pendel zu untersuchen, sobald diese nur mit einem Spiegel ausgestattet sind. Möglichste Vereinfachung der elektrischen Kontakanlage wird die Bedienung der Apparatur erleichtern und die Möglichkeit von Fehlerquellen auf ein Minimum herabsetzen. Unter diesen Gesichtspunkten wurde in den Jahren 1929 und 1930 an der Reichsanstalt für Erdbebenforschung zu

Jena eine Reihe von Untersuchungen vorgenommen, über die im folgenden eingehender berichtet werden soll.

### 1. Die optische Anordnung.

Für die Arbeitsweise des elektrischen Kontaktes verlangen wir nach den bisher angestellten Betrachtungen eine Einsatzgenauigkeit von 1 bis  $2 \cdot 10^{-4}$  sec. Wenn wir zunächst Überlegungen über das geeignetste lichtelektrische Gerät und die Verstärkung des entstehenden Stromes außer acht lassen, dann ist die erste Aufgabe, die wir zur Erreichung des vorgegebenen Zieles zu erledigen haben, die Ausführung der Optik. Wir müssen eine Anordnung treffen, die es uns ermöglicht, das vom Pendelspiegel aus auf die lichtelektrische Schicht gelangende Licht mit einer Einsatzgenauigkeit von 1 bis  $2 \cdot 10^{-4}$  sec auf diese Schicht einwirken zu lassen. Wir erreichen dies, wenn wir das von

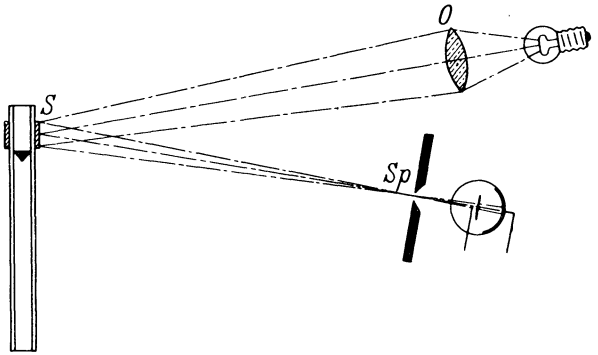


Fig. 4. Pendel und Photozelle.

der Lichtquelle ausgesandte Licht mit großer Geschwindigkeit hinter einer Blende hervor auf die Schicht gelangen lassen. Dabei muß die gesamte Lichtenergie plötzlich und mit ihrem vollen Betrag auftreffen und darf nicht erst allmählich zur Wirksamkeit gelangen. Es wurde daher eine Einfadenglühlampe mittels eines Objektivs *O* auf einem vor der lichtempfindlichen Schicht befindlichen Spalt *Sp* abgebildet, wobei der Lichtweg über den Pendelspiegel *S* geführt wurde. Die Fig. 4 veranschaulicht dies. Die Schärfe des Lichteintritts ist dann bedingt durch eine einwandfreie Beschaffenheit des Lampenfadens, der tadellos gerade sein muß, durch die Schärfe der Abbildung des Fadens auf dem Spalt und durch die Parallelstellung des Lichtfadens mit der Spaltbacke, hinter der der Eintritt erfolgt. Hinter dem Spalt *Sp* ist eine Sammellinse angebracht, um das bei größeren Lichtwegen ziemlich lange Bild des Fadens wieder auf die kleinere Fläche der Zelle zu vereinigen, damit kein Licht verlorengeht. An die Qualität dieser Sammellinse brauchen keine Anforderungen gestellt zu werden, da dieselbe auf die Exaktheit des Lichteintritts vor die lichtelektrische Schicht keinen

Einfluß hat und so eng zwischen Spalt und Photoschicht sitzt, daß durch Streuung kaum ein namhafter Lichtverlust eintreten kann.

Die Geschwindigkeit, mit der das Licht der Einfadenlampe vor den Spalt tritt, ist für konstante Entfernung des Pendels vom Spalt der Amplitude proportional. Am günstigsten gestalten sich die Verhältnisse, wenn die Amplituden des Pendels sehr groß genommen werden. Dem ist jedoch durch die Bedürfnisse einer hohen Meßgenauigkeit wegen der dann leicht nicht mehr ganz exakt erfaßbaren Amplitudenkorrekturen eine Grenze gesetzt. Eine zweite Möglichkeit zur Vergrößerung der Geschwindigkeit bietet die Aufstellung des Spaltes in größerer Entfernung vom Pendel; aber auch hier ist eine Grenze dadurch gegeben, daß dann das Bild des Fadens so stark vergrößert wird, daß man dem Spalt und der dahinterliegenden Linse allzu große Ausmaße erteilen müßte. In der Praxis hat sich ein Abstand von 1.5 bis 3.0 m als brauchbar erwiesen, wobei auch bei einer Amplitude des Pendels von 30', wie sie für unsere Zwecke meist in Frage kommt, eine genügende Eintrittsgeschwindigkeit des Lichtes in den Spalt herauskommt. Wir können diesen Wert leicht errechnen, wenn wir folgende Überlegung anstellen.

Betrachten wir den vom Pendel zum Spalt reichenden Lichtstrahl, so ist dessen Amplitude gleich dem doppelten Wert derjenigen des den Spiegel tragenden Normalpendels. Im praktischen Fall läßt sich die Amplitude an Hand einer neben dem Spalt angebrachten Millimeterskala mühelos ablesen. Wir werden dem Spalt stets eine solche Lage geben, daß das Lichtbündel gerade dann vor dem Spalt vorübergeht, wenn sich das Normalpendel in seiner Ruhelage befindet, denn dann ist die Geschwindigkeit des schwingenden Pendels am größten und die Impulse erfolgen symmetrisch. Wollen wir die Zeit angeben, die unser Lichtstrahl braucht, um in der Nähe der Ruhelage die Strecke  $dy$  zu durchlaufen, so gehen wir aus von der Formel für die Pendelschwingung

$$(10) \quad y = A \sin \frac{2\pi}{T'} t,$$

wobei  $y$  der vom Pendel durchlaufene Weg in Millimetern,  $A$  die Amplitude abgelesen am Spalt in Millimetern,  $T'$  die volle Schwingungsdauer und  $t$  die hierfür benötigte Zeit ist. Die Geschwindigkeit in der Nullage wird dann dargestellt durch

$$(11) \quad \frac{dy}{dt} = A \frac{2\pi}{T'}.$$

Für die Berechnung der Zeitdauer des Lichteintritts ist für  $dy$  die Dicke des abgebildeten Lichtfadens einzusetzen, die wir für 2 m Entfernung mit 0.6 mm gemessen haben,  $A$  wird bei 30' Amplitude des Normalpendels für den Lichtstrahl 35 mm, die Schwingungszeit  $T'$  ist für ein Halbsekundenpendel gleich 1 sec. Es ist also

$$dt = \frac{0.6}{35 \cdot 2\pi} = 0.0027^s.$$

In dieser Größenordnung wird die Eintrittszeit des Lichtes in dem Spalt stets bleiben, da bei größeren Entfernungen auch das Bild des Fadens vergrößert wird, so daß man mit der Einhaltung einer großen Entfernung zwischen Pendel und Spalt nur verhältnismäßig wenig gewinnen kann.

Es fragt sich also zunächst, ob unter der Voraussetzung, daß sich an unserem Spalt sowie an unserem Lichtfaden nichts ändert, die erwähnte Eintrittsgeschwindigkeit ausreicht, um hinterher eine Kontaktgenauigkeit von 1 bis  $2 \cdot 10^{-4}$  sec garantieren zu können. Dies wird der Fall sein, wenn in der Reaktionszeit der lichtelektrischen Schicht innerhalb der verlangten Zeitgenauigkeiten keine Schwankungen auftreten. Diese Bedingung läßt sich bei Verwendung guter Zellen und vor allem bei pfleglicher Behandlung derselben mühelos erreichen. Die Registriergenauigkeit wird dann nur noch abhängig von der Empfindlichkeit des verwendeten Galvanometers und von der Eigenschwingung der Meßschleife, dürfte also wohl kaum auf nennenswerte Schwierigkeiten stoßen.

## 2. Die Verstärkungsanlage für die lichtelektrischen Ströme.

Ein wichtiger Bestandteil des lichtelektrischen Pendelkontaktes ist die für die Erreichung genügend hoher Endströme erforderliche Verstärkeranlage. Von dieser verlangen wir auf Grund der vorhergehenden Überlegungen eine Konstanz ihrer Arbeitsweise innerhalb 6 bis 10%. Der Grad der anzuwendenden Verstärkung ist abhängig von der Größenordnung des durch die Belichtung der Zelle hervorgerufenen Stromes. Für Selenzellen beträgt die Größenordnung des Belichtungsstromes je nach der Art der verwendeten Zelle und angelegten Spannung zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-5}$  Amp., während sie bei den lichtelektrischen Kaliumzellen bei  $10^{-8}$  Amp. liegt. Während der Untersuchung über die geeignetsten Schaltungselemente für die Verstärkung wurde ein Relais von 4000  $\Omega$  Widerstand eingebaut und zur Bedingung gemacht, daß das Relais auf jeden Fall mit der Schaltanordnung ein-

wandfrei in Betrieb gehalten werden konnte. Hierfür war eine Stromstärke von 1 bis  $2 \cdot 10^{-3}$  Amp. ausreichend. Es war demnach erforderlich, den Verstärkungsfaktor für Selenzellen auf 100, für Photozellen auf 10000 zu bringen.

Die meisten über die Verstärkung von Photoströmen mittels Elektronenröhren veröffentlichten Ausführungen beziehen sich auf Laboratoriumsanordnungen<sup>89) 90)</sup> und würden daher für den Feldgebrauch zu umständlich sein. Es wird daher im folgenden eine einfache, auf die bestehenden Forderungen zugeschnittene Versuchsanordnung und Ausführung beschrieben, die sowohl der Bedingung einer leichten Verwendbarkeit im Gelände entspricht, als auch für die Zeitmessungen allgemein mit Vorteil angewendet werden kann.

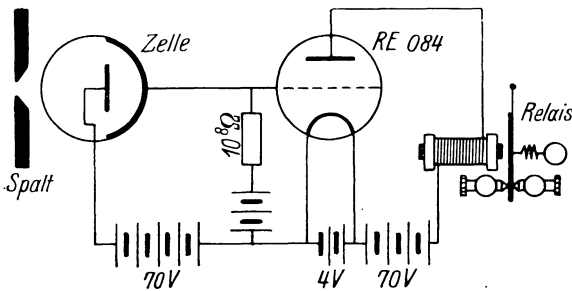


Fig. 5. Photozelle mit Verstärker und Relais.

Die Fig. 5 zeigt das schematische Schaltbild.

Es handelt sich um eine einfache Widerstandsverstärkung durch eine Telefunkenröhre RE 084. Diese Röhre hat eine sehr große Steilheit der Charakteristik.

Die Kathode der lichtelektrischen Zelle wurde an das Gitter der Röhre, die Anode an die Heizung gelegt. In dem Gitterkreis liegt ein hochohmiger Widerstand, der je nach der Leistung der angewandten lichtelektrischen Zelle dimensioniert wurde. Er betrug für Selenzellen  $10^6$  bis  $10^7 \Omega$ , für Photozellen zwischen  $10^8$  und  $10^9 \Omega$ . Die den Zellen gegebene Vorspannung richtete sich nach den von den Herstellern gegebenen Vorschriften. Hierbei wurden bei Selenzellen 40 V, bei Photozellen 90 V nicht überschritten. Ursprünglich war im Anodenkreis der Verstärkeranlage eine Kompensation vorgesehen, die den Zweck verfolgte, den Anodenstrom der betriebsfertigen Anlage vor dem Eintritt der Belichtung der Zelle auf Null zu halten. Es hat sich jedoch als praktisch erwiesen, hiervon wieder abzugehen, da hierdurch die Empfindlichkeit der Anlage gegen äußere Einflüsse, besonders gegen die Körperkapazität des Beobachters, sehr groß wurde. Um trotzdem den Anodenstrom bei unbelichteter Zelle auf Null zu bringen, wurde die Gittervorspannung entsprechend gewählt. Man kam damit auf der Charakteristik der Verstärkeröhre auf den untersten, im flachen Ende



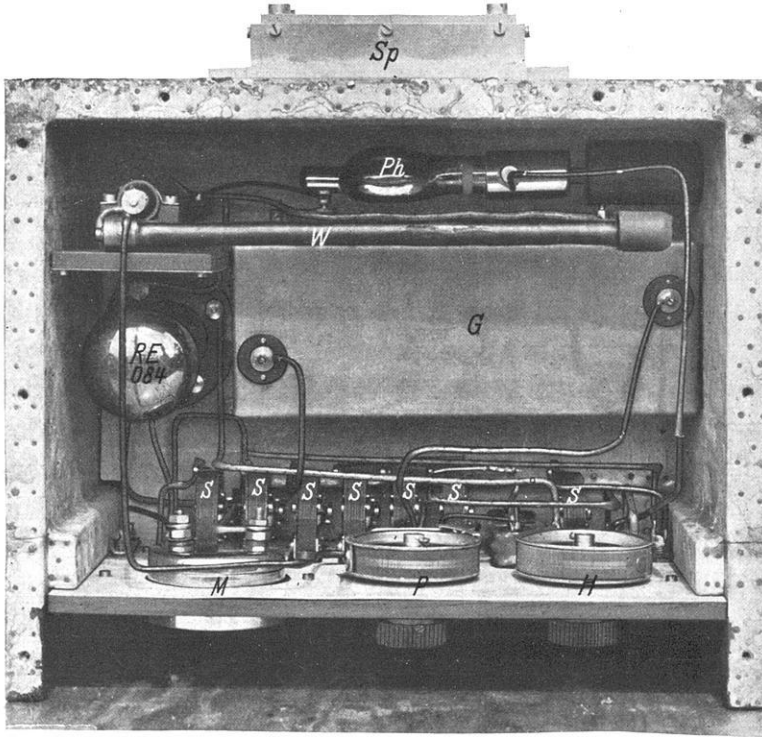
gelegenen Teil, konnte jedoch beim Auftreten des durch das Licht ausgelösten Zellenstromes die ganze Wirkung der Verstärkerröhre ausnützen. Mit der beschriebenen Anordnung gelang es sowohl bei Selen- als auch bei Photozellen für die Zeit der Belichtung durch die bereits behandelte optische Anordnung Ströme von 3 bis  $5 \cdot 10^{-3}$  Amp. im Anodenkreis zu erhalten.

Die gesamte Verstärkereinrichtung wurde zum statischen Schutz mit einem Blechgehäuse umgeben, das alle Einzelteile der Anordnung einschließlich der Gitterbatterie und der lichtelektrischen Zelle enthielt. So wurde die sonst erforderliche Erdung einzelner Teile der Apparatur vermieden. Für die endgültige Ausführung wurde das in Fig. 5 gegebene Schema der Schaltung voll beibehalten und noch einige Schalter für die Inbetriebsetzung jedes einzelnen Stromkreises fest eingebaut, ferner ein Milliampereometer zur ständigen Kontrolle der Anlage sowie einige Widerstände von  $10^3 \Omega$ , die zur Regulierung der Gittervorspannung in weiten Grenzen beliebig hinter das Potentiometer des Gitterkreises gelegt werden können. Für die Anschaltung der Zellenvorspannung, der Anodenspannung, der Heizung und des Hochohmrelais sind am Schaltbrett des Verstärkers Steckbuchsen angebracht. Fig. 6 bringt uns einen Blick in das Innere des mit Blech abgeschirmten Holzkastens, der die gesamte Anordnung enthält. Fig. 7 zeigt das Schaltbild.

An der Vorderwand sitzt vor einer unmittelbar vor der Photozelle  $Ph$  befindlichen Öffnung der Spalt  $Sp$  für die Definition des Lichteintrittes und dahinter die entsprechende Linse. Zuunterst blicken wir auf die Rückseite des Schaltbrettes (s. Fig. 6) mit Meßinstrument  $M$ , Potentiometer  $P$ , Heizwiderstand  $H$  und Schaltern  $S$ . In der Mitte liegt die Gittervorspannungsbatterie  $G$  von 32 V und links davon die Verstärkerröhre RE 084. Über der lichtelektrischen Zelle  $Ph$  liegt der Gitterwiderstand  $W$  von  $10^8 \Omega$ . Auf dem Deckel des Verstärkerkastens wurde der Teil der optischen Anordnung angebracht, der die Abbildung des Fadens der Einfadenlampe auf dem Spalt  $Sp$  bewirkt. Er besteht (s. Fig. 8) aus einem neigbaren Fernrohrtube  $F$ , der am Hinterende fokussierbar die Glühlampe trägt und am Vorderende mit einem Objektiv  $O$  von 32 cm Brennweite und hoher Lichtstärke ausgestattet ist. Die optische Achse dieses Fernrohres liegt mit der im Kasten angebrachten Zelle in einer Ebene, die senkrecht zum Spalt genau durch dessen Mitte verläuft. Um die gesamte Anordnung in eine der Höhe des Normalpendelapparates entsprechende Stellung bringen zu können, wurde sie auf einem Tisch untergebracht, der mittels einer Spindel in der

Höhe verstellbar ist. Auf diesem Tisch ist auch Platz für die zum Betrieb der Anlage erforderlichen Akkumulatoren und Trockenelemente.

Die Fig. 8 und 9 zeigen die betriebsfertige Gesamtanlage des lichtelektrischen Relais. Auf dem ersten Bild sehen wir die Anordnung von



- Ph* = Photozelle.
- Sp* = Spalt.
- W* = Widerstand.
- RE 084* = Röhre.
- S* = Schalter.
- M* = Meßinstrument.
- P* = Potentiometer.
- H* = Heizwiderstand.

Fig. 6. Photozelle und Verstärkeranordnung (Innenansicht), ca. 1:3.

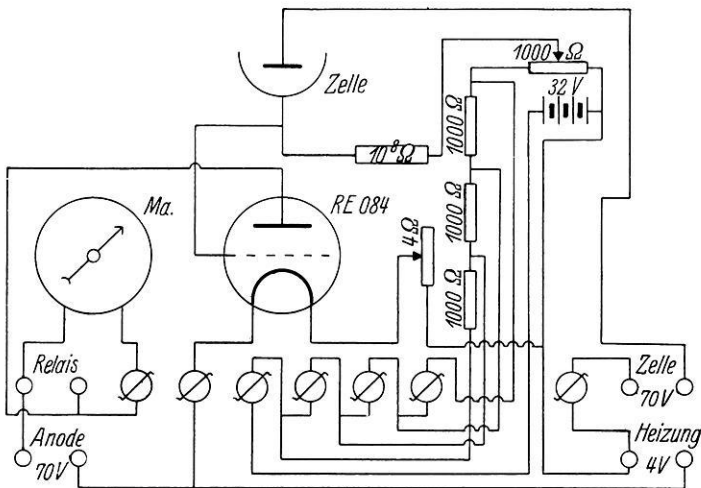


Fig. 7. Schaltbild.

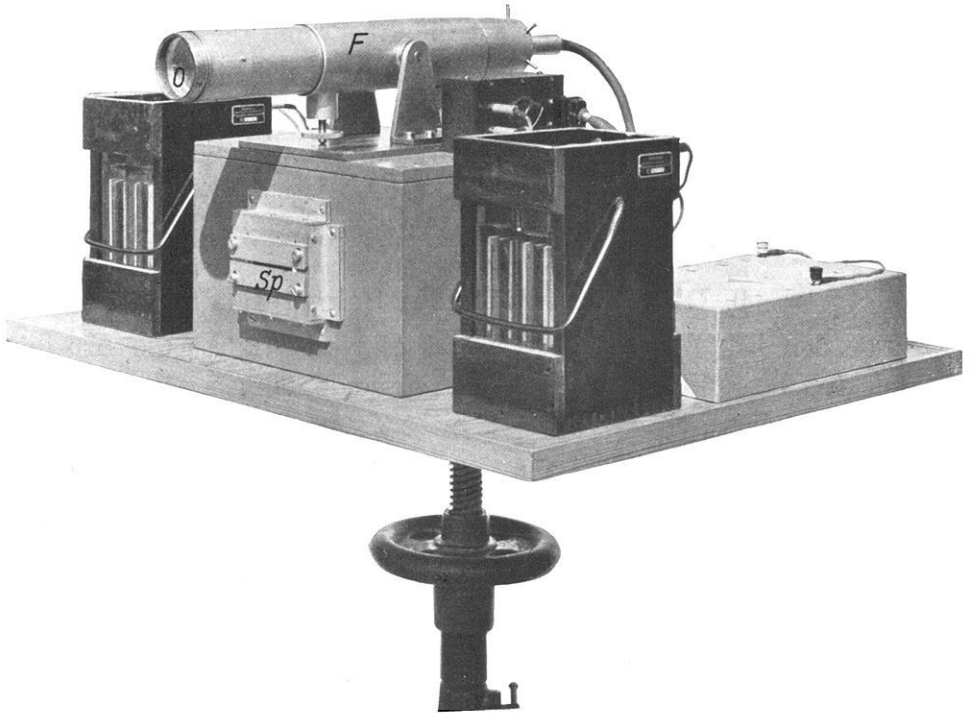


Fig. 8. Vorderansicht.

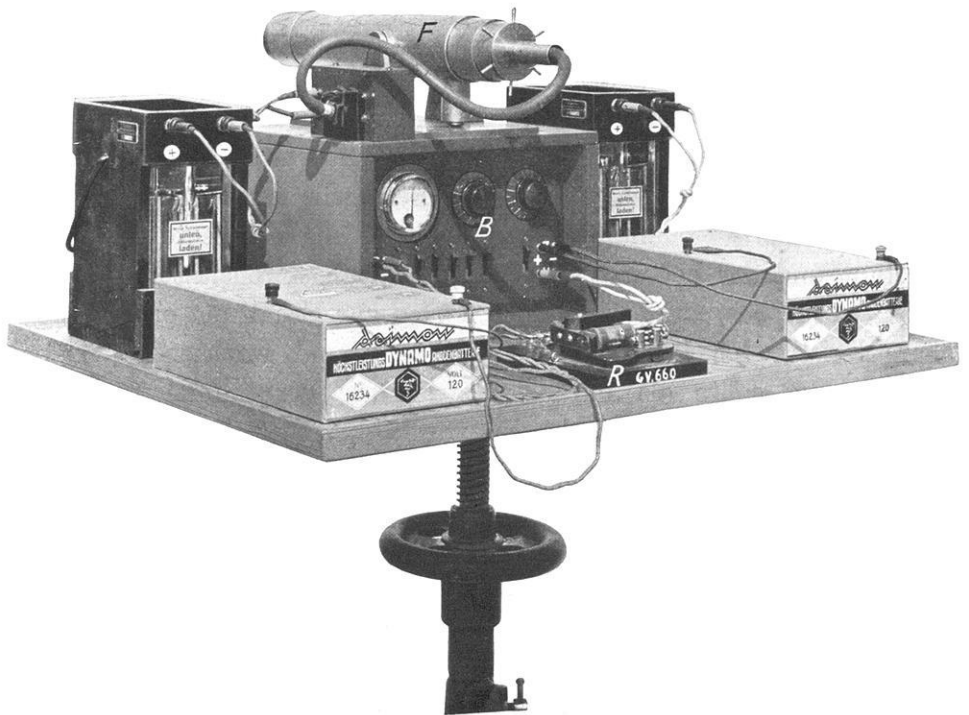


Fig. 9. Photozelle mit Verstärker, Rückansicht, ca. 1:8.

der Spaltseite, das zweite Bild zeigt die Rückwand der Verstärkereinrichtung mit dem Schaltbrett *B* und davor das für die Prüfung benutzte hochohmige Relais *R*. Der Einhaltung unserer oben gestellten Forderung nach möglicher Handlichkeit und Einfachheit der Apparatur ist weitestgehend Rechnung getragen, ebenso ist auch die Bedingung leichter Transportierbarkeit der Anordnung erfüllt.

### 3. Die Anwendung der Selenzelle.

Für den lichtelektrischen Kontakt sehr wichtig ist die Art der lichtelektrischen Zelle. Bei Arbeiten im Gelände können Fälle robuster Behandlung der Feldapparaturen nicht immer vermieden werden. Daher wurde zunächst von der Benutzung einer photoelektrischen Kaliumzelle abgesehen und an deren Stelle eine Selenzelle verwendet. Die Anforderungen, die wir an die Zellen stellen, sind zweierlei Art. Erstens muß die Ansprechzeit auf den plötzlich auftretenden Lichteinfall über längere Zeiträume innerhalb 6 bis 10% konstant bleiben, wenn sie nicht, was den Idealfall darstellen würde, innerhalb unbeobachtbar kleiner Größen verlaufen sollte; zweitens ist zu verlangen, daß die durch den Lichteinfall ausgelösten Ströme bei gleichbleibender Lichtintensität sich innerhalb derselben Größenordnung halten. Letztere Bedingung spielt besonders dann eine ausschlaggebende Rolle, wenn wir unser Relais zum Betrieb einer anderen elektrischen Einrichtung verwenden wollen, wobei es darauf ankommt, daß der Schwellenwert innerhalb einer vorgeschriebenen Zeit erreicht wird.

Es wurde also zunächst von einer Selenzelle der Firma Zeiss eine Charakteristik aufgenommen. Einmal blieb die angelegte Spannung konstant und der bei verschiedenen Belichtungsintensitäten fließende Strom wurde bestimmt. Ein anderer Weg zur Erhaltung einer Zellencharakteristik bei konstanter Beleuchtung und wachsender Zellenvorspannung sollte als Paralleluntersuchung vorgenommen werden. Um die Zelle nicht zu überlasten, wurde zunächst die Vorspannung sehr gering gewählt, sie betrug nur 4 V. Die Belichtung geschah mit einer Glühlampe von 4 V Betriebsspannung und etwa 1.5 HK Intensität. Die Glühlampe war zu Beginn des Versuchs in 20 cm Entfernung von der Zelle angebracht. Hieraus berechnet sich die auf die Zelle wirkende Lichtintensität zu 37.5 Lux. Der durch die unbelichtete Zelle fließende Strom betrug bei 4 V Vorspannung  $0.3 \cdot 10^{-6}$  Amp., im Augenblick der Belichtung stieg er auf  $16.2 \cdot 10^{-6}$  Amp. an, blieb jedoch, obgleich die Belichtung konstant gehalten wurde, nicht in dieser Höhe.

sondern nahm sofort stetig an Intensität ab. Nach 75 Sekunden betrug die Galvanometerablesung nur noch  $15.3 \cdot 10^{-6}$  Amp., nach 90 Sekunden war sie bereits auf  $14.9 \cdot 10^{-6}$  Amp. gefallen. Innerhalb 30 Sekunden hatte die Intensität des Zellenstromes also um 8% abgenommen. Die nachfolgende Tabelle gibt die weitere Abnahme des Zellenstromes zahlenmäßig und prozentual wieder.

sec	$10^{-6}$ Amp.	% Ab- nahme	sec	$10^{-6}$ Amp.	% Ab- nahme	sec	$10^{-6}$ Amp.	% Ab- nahme
60	16.2	—	300	11.3	30.3	840	8.8	45.7
75	15.3	5.6	330	11.1	31.5	900	8.7	46.3
90	14.9	8.0	360	10.8	33.3	1200	8.1	50.0
105	14.3	11.7	390	10.6	34.6	1500	7.8	51.9
120	13.8	14.8	420	10.5	35.2	1800	7.5	53.7
135	13.6	16.1	450	10.3	36.4	2100	7.3	54.9
150	13.3	17.9	480	10.1	37.7	2400	7.1	56.2
165	13.0	19.8	510	10.0	38.3	2700	6.9	57.4
180	12.8	21.0	540	9.9	38.9	3000	6.8	58.0
195	12.5	22.8	570	9.7	40.1	3600	6.6	59.3
210	12.3	24.1	600	9.6	40.7	4200	6.5	59.9
225	12.1	25.3	660	9.4	42.0	4800	6.3	61.1
240	12.0	25.9	720	9.2	43.2	5400	6.2	61.7
270	11.7	27.8	780	9.0	44.5	6000	6.2	61.7

In der ersten Spalte ist die Anzahl der seit dem Belichtungsbeginn verflossenen Sekunden, in der zweiten die mittels eines Galvanometers von  $3 \cdot 10^{-7}$  Amp. Meßgenauigkeit angestellten Ablesungen, in der dritten Spalte die prozentuale Abnahme des Stromes gegen die erste, 60 Sekunden nach Beginn der Belichtung vorgenommene Ablesung angegeben. Die Tabelle beginnt erst mit dem 60 Sekunden nach Beginn der Belichtung abgelesenen Wert, da infolge der geringen Dämpfung des Galvanometers der Zeiger desselben erst nach dieser Zeit zur Ruhe kam.

Der Versuch wurde mit geringerer Lichtintensität wiederholt. Hierbei zeigte sich, daß die Zelle innerhalb der nächsten Stunden nach der Dauerbelichtung nicht mehr fähig war, die ursprüngliche Empfindlichkeit wieder zu erreichen. Nachdem sie jedoch länger als 24 Stunden in völliger Dunkelheit ausgeruht hatte, stellte sich der alte Zustand wieder her.

Die Fig. 10 veranschaulicht die Veränderung des Zellenwiderstandes während zweier Versuchsreihen mit Dauerbelichtung von konstanter Intensität während der einzelnen Reihe. Die Angaben des Diagramms

enthalten alle wesentlichen Versuchsdaten. Ein weiteres Beispiel zeigt Fig. 11. Diese Kurven sind beide unter völlig gleichen äußeren Verhältnissen mit gut ausgeruhter Zelle aufgenommen. Sie geben grund-

verschiedene Verhältnisse, sowohl hinsichtlich der Empfindlichkeit der Zelle, als auch hinsichtlich der zeitlichen Änderung des inneren Zellenwiderstandes wieder.

Trotz dieser Erfahrungen wurde doch zunächst der Versuch unternommen, die Selenzelle als stromgebendes Lichtrelais in die beschriebene

Verstärkervorrichtung einzubauen. Es handelt

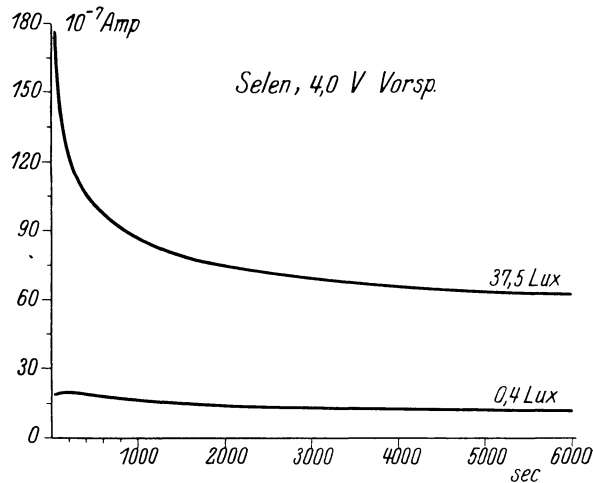


Fig. 10.

sich ja hierbei nicht um eine Dauerbelichtung der Zelle, sondern um eine der Spaltöffnung entsprechend nur jeweils sehr kurze intermittierende Be-

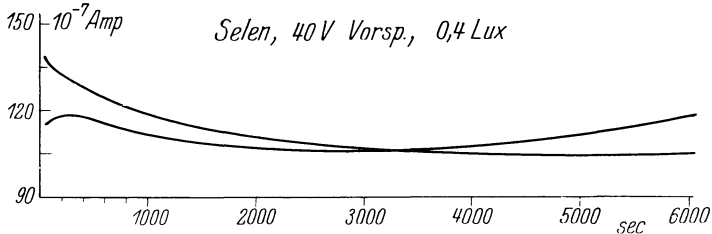


Fig. 11. Ermüdungserscheinungen an Selenzellen.

lichtung mit einer Periode von  $0.5^s$ . Es kamen hierfür also Werte in Frage, die auf den in den Fig. 10 und 11 gezeigten Kurven nicht ersichtlich waren, da bei jenen Versuchen das Verhalten der Zelle unmittelbar nach der Belichtung wegen der langsamen Einstellzeit des Galvanometers nicht für eine visuelle Beobachtung zugänglich war. Für die Messung des Stromes innerhalb der kurzen Belichtungszeit wurde daher ein Saitengalvanometer benutzt, dessen Fadenausschläge mit dem in einem früheren Abschnitt beschriebenen Registrierapparat aufgezeichnet und dann hinterher mittels eines geteilten Glasmaßstabes gemessen wurden. Die Empfindlichkeit des Galvanometers war so eingestellt worden, daß einer Meßgenauigkeit von 0.1 mm eine Strom-

stärke von  $0.07 \cdot 10^{-3}$  Amp. entsprach. Die Zelle wurde durch ein Halbskundenpendel mit 30' Schwingungsbogen fortgesetzt mit Lichtblitzen beschickt und aller 15 Minuten einige Sekunden lang der Ausschlag des in den Anodenkreis der Verstärkung eingeschalteten Saitengalvanometers registriert. Um die Länge der Einzelbelichtungen nicht zu großen Schwankungen auszusetzen, wurde aller 7.5 Minuten die Amplitude wieder auf ihren anfänglichen Betrag gebracht, ein Vorgang, der sich an einer an dem der Zelle vorgesetzten Spalt angebrachten Millimeterskala genau kontrollieren ließ. Wir geben in nachfolgender Tabelle das Resultat dieses Versuches wieder:

Zeit	$10^{-3}$ Amp.	Zeit	$10^{-3}$ Amp.
9 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup>	2.43	11 <sup>h</sup> 00 <sup>m</sup>	3.60
15	2.75	15	3.60
30	3.16	30	3.64
45	3.07	45	3.74
10 00	3.07	12 00	3.63
15	2.99	15	3.49
30	3.33	30	3.48
45	3.60	45	3.47
		13 00	3.24

In Spalte 1 findet man die Zeitpunkte der Registrierung, in Spalte 2 die aus jeweils 10 Messungen abgeleiteten Werte für den Anodenstrom. Die Fig. 12 gibt uns die Werte der Tabelle graphisch wieder. Wenn man die registrierten Änderungen des Anodenstroms als Schwankungen der Konstanz der Selenzelle betrachtet, so war nach einer intermittierenden Belichtung von 2 Stunden und 45 Minuten die Empfindlichkeit der Zelle um 54% ihres Anfangsbetrages gestiegen und setzte dann zum Abklingen deutlich an. Der maximale Wert hatte nach einer weiteren Stunde und 15 Minuten bereits wieder um 15% abgenommen.

Diesen experimentellen Feststellungen an der Selenzelle entsprach völlig das Verhalten des hochohmigen Relais, welches als letzter Versuch an Stelle des Saitengalvanometers in den Anodenkreis des mit der Selenzelle ausgestatteten lichtelektrischen Kontaktes gelegt wurde. Das Relais konnte, nachdem es für eine bestimmte Stromstärke eingestellt worden war, den Betrieb nur kurze Zeit aufrechterhalten und versagte dann seinen Dienst, weil infolge der Widerstandsänderungen der Selenzelle der im Anodenkreis fließende Betriebsstrom für das Relais in immer andere Bereiche rückte und so das Relais nicht mehr gleichmäßig betreiben konnte.

## 4. Die Anwendung der Photozelle.

Unter den geschilderten Umständen wurde von weiteren Versuchen mit der Selenzelle abgesehen. Eine Untersuchung über die Konstanz der Reaktionszeit erübrigte sich schon dadurch, daß durch diese Zellen eine Betriebssicherheit hinsichtlich einer gleichmäßigen Stromlieferung nicht verbürgt war. Die schlechten Erfahrungen mit den Selenzellen führten so schließlich doch zur Verwendung der allerdings gegen rauhe Behandlung viel empfindlicheren

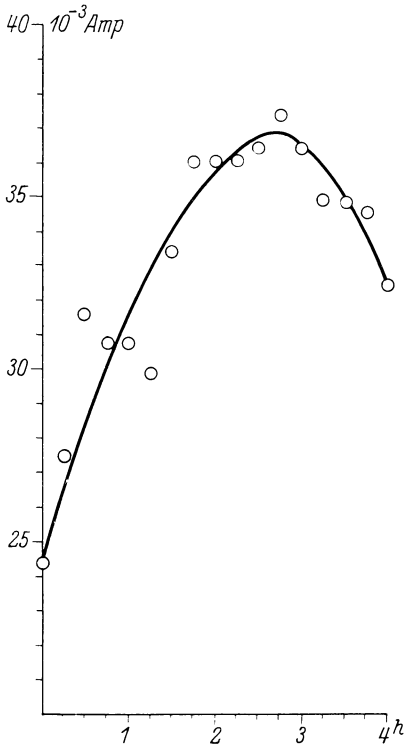


Fig. 12. Empfindlichkeitskurve einer Selenzelle.

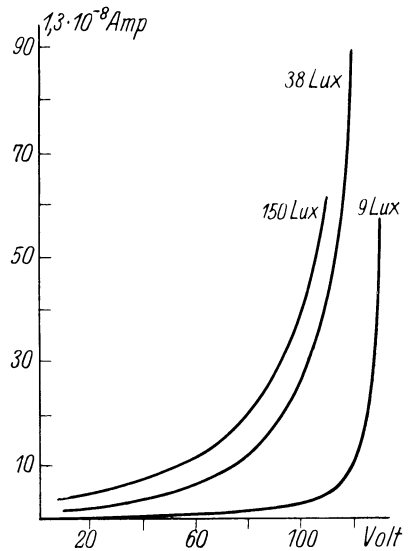


Fig. 13. Zellencharakteristik.

Photozelle. Der Gang der Untersuchungen auf die Eignung dieser Geräte für unseren Zweck war im wesentlichen derselbe wie bei der Selenzelle.

Zur Untersuchung kamen zwei von O. PRESSLER in Leipzig hergestellte, fast völlig gleichartige Photozellen der Type GKE, deren lichtelektrische Schicht aus hydriertem Kalium besteht. Beide Zellen haben eine Neon-Helium-Gasfüllung.

Die Fig. 13 zeigt die Charakteristik der Photozelle. Ihr Dunkelwiderstand wurde durch wiederholte Messungen zu  $2,6 \cdot 10^{-8}$  bestimmt. Die Kurven der Fig. 13, die zuerst ganz flach verlaufen, zeigen für die größeren Beleuchtungsintensitäten bereits bei 100 V, die Kurven für die geringere Intensität bereits bei 120 V Vorspannung ein steiles Ansteigen der Empfindlichkeit der Zelle. Dies entspricht der bekannten



Erfahrung, daß die Zellen der untersuchten Art ihren günstigsten Arbeitsbereich 15 bis 30 V unter der Glimmspannung besitzen. Geht man mit der Zellenvorspannung nahe an die Glimmspannung heran, so zeigt sich schon bei ganz schwacher Beleuchtung der Zelle die Nähe der Glimmentladung dadurch an, daß der durch die Zelle fließende Strom immer stärker ansteigt. Bei nicht zu starker Belichtung der Zelle konnte ohne Gefahr die Vorspannung noch bis auf 120 V gesteigert werden. Dieser Wert wurde für geringere Beleuchtungsstärken als Höchstgrenze für die Zellenvorspannung festgelegt, um so die Zelle vor den ihre Lebensdauer und ihre Konstanz schädigenden Glimmentladungen zu schützen. Bei großen Lichtstärken, z. B. der Einwirkung von Tageslicht, mußte allerdings diese obere Grenze von 120 V noch um 40 bis 60 V erniedrigt werden, falls die Belichtung der Zelle länger als etwa  $\frac{1}{30}$  sec andauerte, da in diesen Fällen bei höherer Vorspannung noch immer die Gefahr einer plötzlich auftretenden Glimmentladung mit ihren schädlichen Folgen vorhanden ist. Wenn man diese Vorsichtsmaßnahmen beachtet, zeigt schon die Aufnahme der Charakteristik der Photozelle ihre Brauchbarkeit für unseren Zweck als lichtelektrischen Kontakt. Die selbst nach Stunden dauernder Belichtungszeit noch völlige Konstanz des Photostromes, ferner die jederzeit wieder reproduzierbaren Meßergebnisse zeigen den erheblichen Vorzug vor der Selenzelle. Die Verbindung der Photozelle mit der Verstärkeranlage führte zu einer Neuaufnahme der Charakteristik. Dabei wurde die Schwankung des Anodenstromes der Verstärkereinrichtung als Abhängige von der veränderlichen Zellenvorspannung beobachtet. Aufgenommen wurden wieder die Kurven für dieselben Lichtintensitäten wie bei der Ausführung des Versuchs ohne Verstärkung. Die Einstellung der Verstärkung während der Aufnahme aller drei Kurven blieb unverändert. Das Resultat zeigt Fig. 14.

Wir erhalten hier im Vergleich mit der unverstärkten Charakteristik einen für alle drei Kurven früheren und steileren Anstieg. Dies erklärt sich einfach aus dem Umstand, daß sich bei der Verstärkung die Charakteristik der Verstärkerröhre mit überlagert. Das Aussehen der Kurvenzüge für die verstärkte Charakteristik wird stets von der Art der verwendeten Verstärkerröhre abhängen. Die Kurven der Fig. 14 hören bereits weit unter der als Grenze gesetzten maximalen Zellenspannung auf. Dies hat zwei Gründe. Einerseits hatten wir schon früher angegeben, daß im Anodenkreis eine Stromstärke von  $3 \cdot 10^{-3}$  Amp. unseren Anforderungen vollständig Genüge leistet. Wir

besitzen somit einen ausreichenden Überblick über die für unsere Untersuchungen in Frage kommenden Verhältnisse, wenn wir unsere Anlage bis auf  $5$  oder  $6 \cdot 10^{-3}$  Amp. Anodenstrom prüfen, da wir praktisch diese Werte von der Anlage schon nicht mehr verlangen. Mit einem Anodenstrom von etwas über  $7 \cdot 10^{-3}$  Amp. ist der Sättigungsstrom der Verstärkerröhre erreicht und die Kurven steigen nicht mehr weiter an. Für den normalen Gebrauch unseres lichtelektrischen Pendelkontaktes hat sich eine Zellenspannung von  $50$  bis  $80$  V als völlig genügend erwiesen.

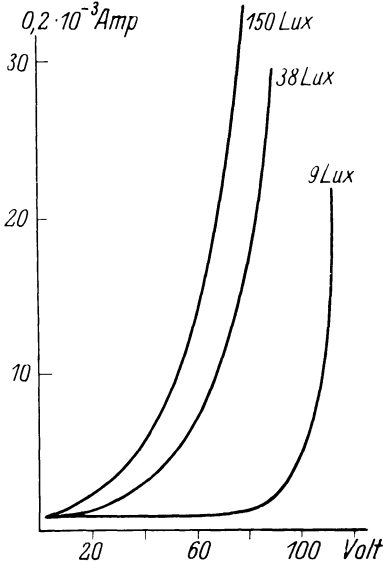


Fig. 14. Charakteristik der Photozelle mit Verstärker.

Die Verbindung des hochohmigen Relais mit dem photoelektrischen Kontakt, der von einem Halbsekundenpendel eines Normalpendelapparates erregt wurde, erbrachte den Beweis seiner Brauchbarkeit sowohl für kurze, als auch für lange Zeiträume. Das Relais, einmal auf die Stromstärke von  $3 \cdot 10^{-3}$  Amp. eingestellt, versagte seinen Dienst auch nach stundenlangem Betrieb nicht, selbst wenn die Amplitude des Pendels infolge der Dämpfung und damit die Belichtungsdauer der Zelle starken Änderungen unterworfen war, da sich die elektrischen Betriebsbedingungen hierdurch ja nur bessern konnten. Durch Ansetzen eines Dreiröhrenverstärkers war es sogar möglich, einen gewöhnlichen HIPPSchen Chronographen zu betreiben und so die Beobachtung der Koinzidenzen des Normalpendels mit einer astronomischen Pendeluhr auf einfache mechanische Grundlage zu stellen. Die hierbei erzielte Genauigkeit der Bestimmung der Schwingungsdauer des Normalpendels konnte allerdings nicht den modernen Forderungen genügen. Der Grund hierfür liegt in der bereits in der Einleitung zu dieser Arbeit eingehend besprochenen Unzuverlässigkeiten, vor allem in der unkontrollierbaren sprunghaften Änderung der Arbeitsweise des Chronographen und in der ungenauen Ablesemöglichkeit seiner Registrierstreifen. Die Verbindung des neuen Kontaktes mit einem Chronographen alter Bauart kann höchstens die Genauigkeit des alten visuellen STERNECKschen Verfahrens liefern, wie nachfolgendes Beispiel zeigen soll.

Die Tabelle gibt die Werte für  $93$  Koinzidenzen und die daraus

Die Tabelle gibt die Werte für  $93$  Koinzidenzen und die daraus

93 <i>c</i>	<i>c</i>	93 <i>c</i>	<i>c</i>
3117.1 sec	33.517 sec	3116.7 sec	33.513 sec
3116.7	513	3116.7	513
3116.7	513	3117.0	516
3117.0	516	3116.5	511
3116.7	513	3116.8	514
3117.2	517	3116.4	510
3116.8	514	3117.2	33.517

Mittel  $33.514 \pm 0.002$  sec

$$T = 0.5075725 \pm 0.0000005 \text{ sec.}$$

berechnete Schwingungsdauer des Normalpendels, wie sie aus dem geschilderten Versuch erhalten wurden. Aus dem berechneten Koinzidenzintervall  $c$  zwischen dem Normalpendel und dem Uhrpendel erhält man die Schwingungsdauer  $T$  des Normalpendels mit der Formel

$$(12) \quad T = \frac{c}{2c \pm 1},$$

wobei vorausgesetzt ist, daß es sich bei der Uhr um ein Sekunden-, bei dem Normalpendel um ein Halbsekundenpendel handelt.

Mit dem soeben beschriebenen Versuch ist der Beweis geliefert, daß man mit einer auch nur teilweisen Anwendung der alten Hilfsmittel nicht mehr weiterkommen kann.

Daß der Photokontakt den im Laufe dieser Arbeit wiederholt gestellten Ansprüchen einer Genauigkeit von 1 bis  $2 \cdot 10^{-4}$  sec für jeden einzelnen Einsatz genügt, wird durch seine Verbindung mit dem photographischen Registrierapparat einwandfrei erwiesen. Die Bestätigung hierfür lieferte eine Versuchsreihe, die so angestellt wurde, daß auf den Film des Registrierapparates gleichzeitig die Sinusschwingungen des Normalpendels und die mit einem Saitengalvanometer hervorgebrachten Ausschläge, die der Belichtung der Zelle entsprachen, zur Abbildung gebracht wurden. Man hat mit diesem Verfahren auf ein und demselben Film zwei Möglichkeiten der Schwingungsdauerbestimmung des Pendels, nämlich die von O. MEISSER vorgeschlagene<sup>10)</sup> ( $P$ ) und eine weitere durch Vermessung der Galvanometerangaben ( $G$ ). Fig. 15 zeigt ein Stück des so erhaltenen Films. Wenn die Wirkungsweise des lichtelektrischen Kontaktes innerhalb der geforderten Grenzen einwandfrei ist, dann müssen die Differenzen zwischen den Einsätzen entsprechender Schwingungen Null bzw. konstante Größen sein. Als Hilfsmaßstab wurden, wie dies bei der Verwendung des beschriebenen Registrierapparates immer üblich ist, die Zeitmarken einer Stimmgabel von

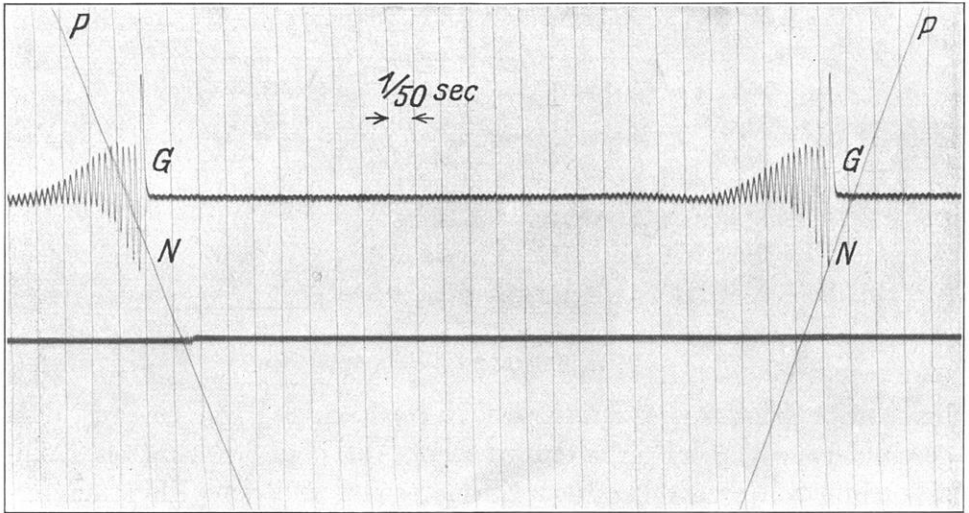


Fig. 15. Lichtelektrische Pendelregistrierung. 1:1.

50 Perioden verwendet. Ausgemessen wurden von 35 Einsätzen die Zeitdifferenzen zwischen den Nulldurchgängen (*N*) der Pendelschwingungen und den Ausschlägen des Galvanometers (*G*). Nebenstehend

seien die ersten zehn der gemessenen Werte gegeben.

Gerade Durchgänge	Ungerade Durchgänge
$\Delta t = 0.0047 \text{ sec}$	$\Delta t = 0.0004 \text{ sec}$
0048	0004
0048	0004
0049	0003
0048	0005
0047	0003
0048	0004
0047	0004
0046	0004
0.0048	0.0003

Mit Hilfe der beschriebenen Einrichtung wird es also möglich sein, sowohl eine Beobachtung als auch eine Übertragung von Zeitmomenten mit der für genaueste Zeitmessungen erforderlichen Zuverlässigkeit von einigen Einheiten der  $10^{-4}$ ten Sekunde für jeden einzelnen Einsatz durchzuführen.

### § 7. Literaturanhang.

1. Bisherige Zeitgenauigkeit: 18, 48, 49, 50, 51.
2. Uhren älterer Konstruktion: 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58.
3. Uhren neuerer Konstruktion: 59, 60, 61, 20, 62, 63, 64, 65, 66.
4. Freies Pendel: 19, 67, 32, 68, 69, 16.
5. Präzisionschronographen: 70, 71, 10, 72, 73, 74, 75.
6. Berührungsfreie Pendelkontakte: 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87.
7. Sonstige Arbeiten: 88, 89, 90, 91, 92, 93.

## IV. Literaturverzeichnis.

1. Eine zusammenfassende Darstellung auch der älteren Literatur findet sich in MEISSER, O., Die Instrumente der gravimetrischen Aufschlußmethoden in GUTENBERG, B., Handbuch der Geophysik VI, 1. Lieferung 1931, 238—312.
2. Z. f. Geophysik VI, 2, 127. 1930. Einführung des Begriffs „Halbschwingung“ bei Zeitmessern.
3. KÜHNEN, F., u. FURTWÄNGLER, PH., Bestimmung der absoluten Größe der Schwerkraft zu Potsdam mit Reversionspendeln. Veröff. d. K. Preuß. Geodät. Inst. Neue Folge Nr. 27. 1906.
4. BERROTH, A., Referenzpendelmessungen am Salzhorst Oldau-Hambühren. Z. f. Geophysik 3, 1—3. 1927.
5. BERGER, E., Drahtlose Fernsteuerung von Koinzidenzapparaten bei relativen Schweremessungen. Z. f. Instrumentenk. 48, 366—374. 1928.
6. BERGER, E., u. MADER, K., Relative Schwerkraftmessungen nach der Referenzmethode mit drahtloser Fernsteuerung der Koinzidenzapparate und erstmalige Messungsergebnisse. Gerlands Beitr. z. Geophysik 21, 355—365. 1929.
7. LEJAY, P., Die genaue Bestimmung der Schwingungsdauer eines Pendels. Deutsche Uhrmacherzeitung 52, 899—901, 981—982. 1928.  
— Ein Schritt zur Beseitigung der Kontakte in den Präzisions-Pendeluhrn. Deutsche Uhrmacherzeitung 53, 23—25, 43—44. 1929.
8. MAHNKOPF, H., Die Registrierung von Pendelschwingungen mittels kapazitiver Kontakte. Z. f. Geophysik V, 49—52. 1929.
9. SCHMEHL, H., Die Registrierung der Schwingungen eines Schwerkraftpendels mittels hochfrequenter elektrischer Schwingungen und ihre Rückwirkung auf das Pendel. Z. f. Geophysik V, 53—58. 1929.
10. MEISSER, O., u. MARTIN, H., Erhöhung der Beobachtungsgenauigkeit bei relativen Pendelmessungen. Z. f. Geophysik V, 145—151. 1929.
11. BESSEL, F. W., Attraction eines Parallelepipedums. Abhandlungen, herausgegeben von R. ENGELMANN, II, 353—354, Leipzig 1876; dieselbe Aufgabe behandelt bei KÖVESLIGETHY, R. DE, Studi vulcanogravimetrici, Modena 1920; NOUMEROV, B., Fondements théoriques de l'application des méthodes gravimétriques à la géologie (russ.). Veröff. d. Geolog. Komm., XLIV, Nr. 3, 331—347. 1925.
12. NAGAOKA, H., Invariable Pendulum of tungsten for relative measurement of gravity. Proc. of the Imperial Acad. 2, 5, 198—200. 1916.
13. KOHLSCHÜTTER, E., Der neue Pendelapparat des Preuß. Geodät. Inst. Verhandl. d. Tag. d. Balt. Geodät. Komm. in Riga, S. 91—96. Helsinki 1928.
14. LENNOX-COYNGHAM, The Cambridge Pendulum Apparatus. The Geograph. Journ. 63, 4, 326—341. 1929.
15. VENING-MEINESZ, F. A., Theory and practice of pendulum Observations at sea. Publ. of the Netherlands Geodetic Commission. Delft 1929.
16. MEISSER, O., Ein neuer Vierpendelapparat für relative Schweremessungen. Z. f. Geophysik VI, 1—12. 1930.

17. MEISSER, O., u. MARTIN, H., Beitrag zur Schaffung einer Zeitnormale äußerster Konstanz. Physik. Z. 32, 233—243. 1931.
18. STERNECK, R. v., Der neue Pendelapparat des k. k. militär-geographischen Instituts. Z. f. Instrumentenk. VIII, 157—171. 1888.
19. WILSING, J., Über eine besondere Form invariabler Pendel. Z. f. Instrumentenk. XVII, 109—114. 1897.
20. SCHULER, M., Ein neues Pendel mit unveränderlicher Schwingungszeit. Z. f. Physik XLII, 547—554. 1927.
21. LICHTENECKER, K., Zur Lehre vom physischen Pendel. Z. f. d. physikal. u. chem. Unterricht XXXV, 110—113. 1922.
22. KOHLSCHÜTTER, E., Über Pendelformen. Verhandl. d. balt. geodät. Komm., Anlage 9, 81—90. Helsinki 1928.
23. — Die Invariabilität und Abstimmung von Minimumpendeln. Z. f. Geophysik VI, 466—476. 1930.
24. MEISSER, O., Bemerkung zu der Arbeit „23“. Z. f. Geophysik VI, 476 bis 477. 1930.
25. RÖSSIGER, M., Über eine Abstimmvorrichtung der Halbsekundenpendel STÜCKRATHScher Form. Z. f. Instrumentenk. 50, 552—554. 1930.
26. KOHLSCHÜTTER, E., Erwiderung zu „24“, ibidem.
27. BLOCK, W., Technische Präzisionsmessungen in AUERBACH-HORT Handb. d. physikal. u. techn. Mechanik I,<sub>1</sub>. Leipzig 1929.
28. BESSEL, F. W., Untersuchungen über die Länge des einfachen Sekundenpendels. OSTWALD'S Klassiker der exakt. Wiss., Nr. 7. Herausgeg. von H. BRUNS, Leipzig 1889.
29. HELMERT, F. R., Beiträge zur Theorie des Reversionspendels. Veröff. d. K. Preuß. Geodät. Inst. Potsdam 1898.
30. GUGLIELMO, G., Lincei Red. (5), 11, 263. 1902. (Übers.: Über zwei Formen zur Bestimmung des Krümmungsradius der Schneidenfläche bei Waagen und Pendeln.)
31. PESONEN, U., Relative Bestimmungen der Schwerkraft in Finnland 1926—1929. Veröff. d. Finn. Geodät. Inst., Nr. 13. Helsinki 1930.
32. STELTER, C., Die Dämpfung des physikalischen Pendels. Diss. Hannover 1927.
33. RÖSSIGER, M., Über den Einfluß des erdmagnetischen Feldes auf die Schwingungszeiten von Nickelstahlpendeln. Z. f. Instrumentenk. 50, 551—552. 1930.
34. JAEGER, W., Elektrische Meßtechnik. Leipzig 1922.
35. HOLBORN, L., SCHEEL, K., u. HENNING, F., Wärmetabellen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Braunschweig 1919.
36. GALITZIN, B., Vorlesungen über Seismometrie. Deutsche Bearbeitung, herausgeg. von O. HECKER, Leipzig u. Berlin 1914. Kap. V, Theorie des Horizontalpendels.
37. KOHLRAUSCH, F., Lehrbuch der praktischen Physik. 16. Aufl. Leipzig u. Berlin 1930.
38. HAASEMANN, L., Veröff. d. K. Preuß. Geodät. Inst. Neue Folge, Nr. 71. Berlin 1916.
- 38a. — Veröff. d. K. Preuß. Geodät. Inst. Neue Folge, Nr. 41. Berlin 1909.

39. HENSEL, W., Untersuchungen über die Konstanz elektrisch erregter mechanischer Schwingungen. Diss. Leipzig 1928.
40. BIEDERMANN, F. W., Untersuchungen über die Frequenz von Röhren-Stimmgabeln. Diss. Leipzig 1930.
41. DADOURIAN, H. M., On the characteristics of electrically operated tuning forks. *Phys. Rev.* 13, 337—359. 1919.
42. ANGERER, E. v., Ein registrierendes Saitengalvanometer von großer Registriergeschwindigkeit. *Z. f. Instrumentenk.* 52, 1—6, 1922.
43. MEISSER, O., Die Jenaer Pendelapparaturen und Beobachtungsverfahren für genaue relative Schwermessungen. *Verhandl. d. 5. Tag. d. Balt. Geodät. Komm.* S. 154—160. Helsinki 1931.
44. GEHRCKE, E., u. WOGAN, M. v., Magnetische Messungen. *Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellschaft* 11, 664—681. 1909.
45. WINKELMANNS Handbuch d. Physik. IV, 263. 2. Aufl.
46. NAGAOKA, H., Magnetic Field of Circular Currents. *Phil. Mag.* 41, 377 bis 388. 1921.
47. MOON, CH., A precision method of calibrating a tuning fork by comparison with a pendulum. *Bureau of Standards. Journ. of Res.* 4, 213—219. 1930.
48. STRÖMGREN, B., Photoelektrische Registrierung von Sterndurchgängen. *AN* 226, 81. 1925.
49. — Photoelektrische Registrierung von Sterndurchgängen. *VJS* 61, 199. 1926.
50. BOCCARDI, Sur la précision de la détermination de l'heure. *JO* 11, 101. Marseille 1928.
51. LITTELL, F. B., and WILLIS, J. E., A new method of determining time. *AJ* 40, 6. 1929.
52. WANACH, B., Über die Ausgleichung von Uhrgängen. *AN* 167, 65. 1905.
53. HAYN, F., Das elektrische Pendel der Leipziger Sternwarte. *AN* 192, 149. 1912.
54. KIENLE, H., Die beiden Riefleruhren der Münchener Sternwarte. *AN* 204, 281. 1917.
55. — Untersuchungen über Pendeluhren. *Neue Ann. d. Münch. Sternwarte* V, Heft 2. 1926.
56. HAYN, F., Einige Erfahrungen mit Pendeluhren. *AN* 229, 133. 1927.
57. — Genauigkeit der Zeitmessung mit Uhren und Chronographen. *AN* 233, 113. 1928.
58. BOCK, H., Die Riefleruhr mit Schwerkrafthemmung. *Z. f. Instrumentenk.* 50, 109. 1930.
59. SAMPSON, R. A., The present-day performance of clocks. *Roy. Soc.* June 4. 1928. Edinburgh.
- 59a. Referat zu „59“. *Nat.* 122, 81. 1928.
60. JACKSON, J., u. BOWYER, W., The Shortt Clocks at the Royal Observatory Greenwich. *MN* 88, 465. 1928.
61. — Ähnlicher Aufsatz. *Nat.* 121, 868. 1928.
62. SCHULER, M., Ein neues Pendel mit unveränderlicher Schwingungszeit. *Z. f. Physik* 42, 547. 1927.

63. SOCHER, H. v., Die Shortt-Uhren mit freiem Pendel. Deutsche Uhrmacherzeitung 53, 663. 1929.
64. JACKSON, J., Shortt Clocks and Earth's Rotation. MN 89, 239. 1929.
65. SCHULER, M., Die Fehler unserer Zeitmessung und ein Vorschlag zur Verbesserung der astronomischen Uhren. Physikal. Z. 30, 884. 1929.
66. JACKSON, J., u. BOWYER, W., The Shortt Clocks at the Royal Observatory Greenwich with special reference to the effect of the variation of arc. MN 90, 268. 1930.
67. BOCK, H., Über den Einfluß der Luft auf die Schwingungsdauer des Pendels. Z. f. Instrumentenk. 44, 431. 1924.
68. SCHEMEHL, H., Über den Einfluß der Elastizität des Pendelstativs auf die Schwingungszeiten zweier gleichzeitig auf demselben Stativ schwingender Pendel. Z. f. Geophysik 3, 157. 1927.
69. DUBROWSKY, K., Über die Anwendung des freien Pendels in der astronomischen Praxis. RAJ 4, 286. 1928.
70. MEISSER, O., u. MARTIN, H., Zur Registrierung von schnell verlaufenden Vorgängen für geophysikalische Untersuchungen. Z. f. Geophysik 2, 269. 1926.
71. LEJAY, P. S. J., Un chronographe de précision. Etude des irrégularités des pendules astronomiques. JO 12, 137. 1929.
72. MARTIN, H., Zum photographischen Koinzidenzverfahren. Z. f. Geophysik 5, 316. 1929.
73. LEJAY, P., S. J., Un chronographe de précision. JO 12, 137. 1929.
74. — Sur un chronographe enregistreur de dix-millième de seconde et son application à la mesure des irrégularités des pendules astronomiques. CR 188, 1089. 1929.
75. — Ein Chronograph hoher Präzision. Deutsche Uhrmacherzeitung 53, 624. 1929.
76. FERRIÉ, G., JOUAUST, R., and MESNY, The amplification of the current of photoelectric by means of lamps with severed electrodes. CR 178, 1117. 1924.
77. — — The amplification of the current of photoelectric cells by means of lamps with severed electrodes. Nat. 113, 676. 1924.
78. FERRIÉ, G., Application des propriétés des cellules photoélectriques à l'enregistrement des oscillations d'une pendule. BA I, 4, 445. 1926.
79. VILLEY, J., et VERNOTTE, P., Entretien électrique d'oscillations pendulaires sans contact matériel. CR 180, 1100. 1925.
80. FERRIÉ, G., et JOUAUST, R., L'emploi des cellules photoélectriques à l'observation et à l'entretien des pendules astronomiques. CR 180, 1145. 1925.
81. — Dasselbe. BA 4, 445. 1925.
82. — Sur un pendule libre entretenu par un courant photoélectrique et sur son application au problème de l'heure. CR 184, 56. 1927.
83. LEJAY, P., S. J., Vers la suppression des contacts dans les pendules de précision. JO 10, 153. 1927.
84. — Sur un procédé d'enregistrement des oscillations de pendule libre et son application aux mesures de gravité. CR 186, 1827. 1928.



85. LEJAY, P., S. J., Détermination précise de la durée d'oscillation d'un pendule. Methode d'enregistrement et comparaisons de haute précision sans chronographe. JO 11, 205. 1928.
86. FERRIÉ, G., L'enregistrement des oscillations d'un pendule sans liaisons materielles. MN 89, 713. 1929.
87. MAHNKOPF, H., Die Registrierung von Pendelschwingungen mittels kapazitiver Kontakte. Z. f. Geophysik 5, 49. 1929.
88. SCHWEYDAR, W., Beobachtung der Änderung der Intensität der Schwerkraft durch den Mond. Sitzungsbericht d. K. Preuß. Akad. d. Wiss. XIV. 1914.
89. ROSENBERG, H., Sternphotometrie mit Photozelle und Verstärkerröhre. Naturwiss. 9, 359. 1921.
90. PREL, G. DU, Über Verstärkung von photoelektrischen und Ionisationsströmen mittels Elektronenröhren. Ann. d. Physik 70, 199. 1923.
91. VENING-MEINESZ, F. A., Observations de pendule dans les pays-bas. Publ. de la commiss. géodésique neerlandaise. Delft 1923.
92. MEYERMANN, B., Die Schwankungen unseres Zeitmaßes. Ergebn. d. exakt. Naturwiss. 7, 92. 1928.
93. ISHIMOTO, M., u. TUZI, K., Variations diurnes de marche d'une horloge astronomique et leurs relations avec l'apparation des tremblements de terre. Proc. of the Imp. Academy 5, 17. Tokio 1929.

Jena, 1931.

Reichsanstalt für  
Erdbebenforschung.