ZEITSCHRIFT

FÜR

GEOPHYSIK

Herausgegeben im Auftrage der

Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft

von

W. Dieminger, Lindau über Northeim

unter Mitwirkung von *B. Brockamp*, Münster i. W. — *A. Defant*, Innsbruck — *W. Hiller*, Stuttgart
K. Jung, Kiel — *O. Meyer*, Hamburg — *F. Möller*, München — *H. Reich*, Göttingen

Jahrgang 28 1962 Heft 5

PHYSICA-VERLAG · WÜRZBURG

Postverlagsort Würzburg

INHALTSVERZEICHNIS

Mal, A. K.: On the fild of an electric dipole in presence of a layered media 209
Brockamp, B.: Barographisch-topographische Höhenkurve 219
Ghosh, M. L.: Reflection of Love Wave from a rigid obstacle 223
Siebert, M.: Die Zerlegung eines zweidimensionalen Magnetfeldes in äußeren und inneren Anteil mit Hilfe der CAUCHYschen Integralformel 231
Friedmann, H.: Von neuen Erfindungen, Verstärkerschaltung zur Reflexionsüberhöhung für seismische Registrierungen 237
Dolezalek, H.: On the Measurement of Mobility and Conductivity in the Mesosphere . 239
Buchbesprechungen 244

DIE ZEITSCHRIFT FÜR GEOPHYSIK

erscheint in Jahrgängen zu je 6 Heften. Der Bezugspreis beträgt je Jahrgang 40,— DM, Einzelhefte je nach Umfang. Abonnements verlängern sich jeweils um einen Jahrgang, falls keine ausdrückliche Abbestellung zum Ende eines Jahrgangs vorliegt.

In der Zeitschrift werden Originalarbeiten, die weder im In- noch im Ausland veröffentlicht wurden und die der Autor auch anderweitig nicht zu veröffentlichen sich verpflichtet, aus dem Gebiet der reinen und angewandten Geophysik sowie aus den Grenzgebieten aufgenommen. Mit der Annahme des Manuskriptes geht das ausschließliche Verlagsrecht an den Verlag über.

Die Autoren werden gebeten, die Manuskripte in Maschinenschrift mit handschriftlich eingetragenen Formeln druckfertig einzureichen und gesondert eine „Anweisung für den Setzer" beizufügen, aus der zu ersehen ist, wie kursiver, gesperrter oder fetter Satz und griechische, gotische oder einander ähnliche Typen und Zeichen kenntlich gemacht sind (z. B. durch farbige Unterstreichung). Die Vorlagen für die Abbildungen sollen reproduktionsfertig (Tuschzeichnung) möglichst im Maßstab 2:1 eingesandt werden. Die Beschriftung der Abbildungen soll auf einem lose vorgeklebten, durchsichtigen Papier erfolgen. Fußnoten sind fortlaufend zu numerieren und am Ende des Manuskriptes zusammenzustellen; bei Zitaten sind neben Autornamen, Titel und Zeitschriftentitel auch Bandnummer, Erscheinungsjahr und Seitenzahl anzugeben.

Jeder Arbeit ist eine „Zusammenfassung" in deutscher und englischer oder französischer Sprache beizufügen.

Der Verfasser liest von der Arbeit in der Regel nur eine Korrektur; etwaige Autorenkorrekturen können nur als Fußnoten bzw. am Schluß des Artikels gebracht werden. Umfangreiche Änderungen bedürfen der Zustimmung des Herausgebers und können nur gebracht werden, wenn sich der Autor bereit erklärt, die Korrekturkosten zumindest teilweise zu tragen.

Von seiner Arbeit erhält der Verfasser 50 Sonderdrucke ohne Umschlag kostenlos. Weitere Sonderdrucke liefert der Verlag gegen Erstattung der Selbstkosten. Eine Honorierung der Beiträge erfolgt nicht.

Für die *Zeitschrift für Geophysik* bestimmte Manuskripte und redaktionelle Anfragen bitten wir an den Herausgeber zu richten:
***Prof. Dr. Walter Dieminger*, Max-Planck-Institut für Aeronomie, 3411 Lindau über Northeim (Hann.)**

Anschrift der *Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft:*
2 Hamburg 13, Von-Melle-Park 6, 14. Stockwerk, Postscheck: Hamburg Nr. 55983

Es ist ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, fotografische Vervielfältigungen, Mikrofilme, Mikrofotos u. ä. von den Zeitschriftenheften, von einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen.

Bekanntmachung lt. Bayer. Pressegesetz: Verlag: PHYSICA-VERLAG Rudolf Liebing K.-G., Würzburg, Münzstr. 12. Pers. haft. Ges.: Rudolf Liebing, Arnulf Liebing und Hildgund Holler, sämtlich Buchhändler in Würzburg. Kommanditisten: Friedr. Gäbler, Buchhändler, und Charl. Kuhnert, beide Würzburg.

Druckerei: R. Oldenbourg, Graph. Betriebe GmbH, München

Printed in Germany

©

PHYSICA-VERLAG, Würzburg 1962

On the field of an electric dipole in presence of a layered media

By A. K. MAL, Howrah [1])

Eingegangen am 10. Mai 1962

Zusammenfassung: Mittels der Green'schen Funktion wird der Ausdruck für den Hertz'schen Vektor eines vertikal schwingenden Dipols für den Fall abgeleitet, daß eine Schicht relativ geringer Leitfähigkeit über einem gut leitenden Medium liegt. Für den speziellen Fall, daß die Trennfläche zwischen beiden Medien leicht gegen die Trennfläche zwischen oberem Medium und Luft geneigt ist, wird das gleiche Problem zweidimensional behandelt. Es wird gezeigt, daß — abhängig von der Natur des oberen Mediums und der Schichtdicke — die direkten und reflektierten Wellenanteile begleitet sind von einem stärkeren Sekundärfeld, das gegenüber jenen phasenverschoben ist. Diese Erscheinung wurde von BRANT bei praktischen geophysikalischen Untersuchungen beobachtet.

Summary: The expression for the Hertzian vector of the field of a vertical oscillating dipole in presence of a layer of comparatively low conductivity overlying a highly conducting medium has been obtained by the application of Green's Function Technique. In a particular case where the surface of separation between these two media is slightly inclined to the plane surface separating the upper medium and air the same problem has been treated as a two-dimensional one. It has been shown that depending on the nature of the upper medium as well the depth of the layer, the direct and reflected waves will accompany a still more prominent secondary field not in phase with the former ones. This phenomenon has been observed by BRANT in practical Geophysical explorations (cf. J. R. WAIT [7]).

Introduction

The classical investigation of the effect of a finitely conducting plane upon the radiation from an oscillating dipole was made by A. SOMMERFELD. Since that time various authors have investigated the propagation of radio waves along the plane interface separating a dilectric and a good conductor. Pekeris (5) solved the similar problem for a vertical antenna the current in which had the form of a delta-function. The solutions of these problems involved Bessel's Functions which were also used by LAMB [4].

In the first part of this paper we shall find out an expression for the field of an oscillating vertical dipole in presence of a layered medium, the lower medium being of high conductivity. The field will be described in terms of the Hertzian Vector and the solution will be effected with the help of Green's functions.

[1]) A. K. MAL, Department of Mathematics and Geophysics, Bengal Engineering College, Howrah, West Bengal, India.

It has been pointed out by BRANT that in many practical applications out of phase secondary fields arise from the electric modes of an oscillating dipole. As an explanation it was given by WAIT [7] that the phase angles involved could be of the order of $300/\delta$, if the distance involved between the current dipole and the source be 300 meters and if δ be the skin depth. This could be as large as $\pi/2$. In the second part of the paper we shall try to explain the presence of prominent out of phase secondary fields when the place of observation has a layer of comparably low conductivity overlying a highly conducting medium, the thickness of the layer being gradually decreasing towards a certain direction. We shall assume that the magnetic field of the incident waves has only one component, namely the component which is perpendicular to the plane of the paper (c.f. CARLSON and HEINS [1]). The field will be assumed to be independent of y, the x-axis being the line of intersection of the horizontal plane with the vertical plane through the greatest slope of the inclined surface.

1. Let us take the origin on the vertical dipole situated at a point on the upper surface of the layer and z-axis vertically downwards. The field of a dipole can be represented by an axial complex Hertzian Vector $\vec{\Pi}$ which satisfies the equation (c.f. STRATTON [6] P. 573),

$$(\nabla^2 + k^2)\vec{\Pi} = 0 \tag{1}$$

where

$$k^2 = \mu\omega^2\left(\varepsilon - i\frac{\sigma}{\omega}\right) \tag{2}$$

the time part of Π being of the form $\exp(i\omega t)$.

The electric and magnetic fields are given by,

$$\left.\begin{aligned} \vec{E} &= \operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{\Pi} + k^2\vec{\Pi} \\ \vec{H} &= (k^2/i\mu\omega)\operatorname{curl}\vec{\Pi} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

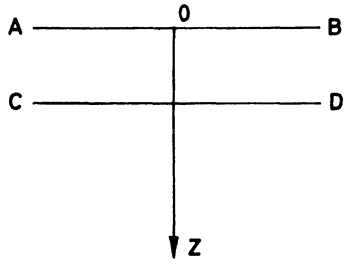
If Π be the z-component of the Hertzian Vector, omitting the time factor,

$$E_r = \frac{\partial^2\Pi}{\partial r\partial z}, \qquad H_\varphi = -\frac{k^2}{i\mu\omega}\frac{\partial\Pi}{\partial r} \tag{4}$$

(r, φ, z) are the cylindrical coordinates of the point of observation. Continuity of E_r and H_φ on the boundary AB are equivalent to

$$\left.\begin{aligned} \left[\frac{\partial\Pi}{\partial z}\right]_1 &= \left[\frac{\partial\Pi}{\partial z}\right]_2 \\ \frac{k_1^2}{\mu_1}\Pi_1 &= \frac{k_2^2}{\mu_2}\Pi_2 \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

where the suffixes "1" and "2" denote the values of the quantities in air and the layer respectively. The constants of integration vanish due to the fact that the functions and their derivatives vanish as $r \to \infty$. $\frac{\partial \Pi}{\partial z}$ vanishes on the lower boundary CD.



FIGUR 1

The Green's Function $G(\vec{r} \mid \vec{r_0})$ due to a source at $\vec{r_0}$ satisfies the inhomogeneous Helmholtz equation,

$$(\nabla^2 + k^2) G(\vec{r} \mid \vec{r_0}) = -4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r_0}) \tag{6}$$

and Π satisfies,

$$(\nabla^2 + k^2) \Pi(\vec{r}) = -4\pi\delta(\vec{r} - 0). \tag{7}$$

These two equations give,

$$\iiint (\Pi \nabla^2 G - G \nabla^2 \Pi)\, d\tau_0 = 4\pi \iiint G(\vec{r} \mid \vec{r_0})\, \delta(\vec{r} - 0)\, d\tau_0 - 4\pi \iiint \Pi \delta(\vec{r} - \vec{r_0})\, d\tau_0$$

the space integrals being taken over all the source points. Applying Green's identity to the left hand side, we get,

$$\Pi(\vec{r}) = \frac{1}{4\Pi} \iint G(\vec{r} \mid \vec{r_0^s}) \frac{\partial \Pi}{\partial n}(\vec{r_0^s})\, dS_0 + \iiint G(\vec{r} \mid \vec{r_0})\, \delta(\vec{r} - 0)\, d\tau_0 \tag{8}$$

where the surface integral is carried over the boundary surfaces enclosing the region considered, $\vec{r_0^s}$ is a point on the bounding surface and $\delta\vec{n}$ is the element of normal to the surface drawn away from the region.

Applying (8) to the regions above and below AB and assuming, the dipole to be situated just above the surface AB, we have,

$$\Pi_1(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iint_{AB} G_1(\vec{r} \mid \vec{r_0^s}) \frac{\partial \Pi_1}{\partial n_1}\, dS_0 + G_1(\vec{r} \mid 0)$$

$$\Pi_2(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \iint_{AB} G_2(\vec{r} \mid \vec{r_0^s}) \frac{\partial \Pi_2}{\partial n_2}\, dS_0.$$

On AB,

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial n_1} = -\frac{\partial \Pi_2}{\partial n_2} = -\frac{\partial \Pi_1}{\partial z} \tag{9}$$

Therefore,

$$\left.\begin{aligned} \Pi_1(\vec{r}) &= -\frac{1}{4\pi}\iint_{AB} G_1(\vec{r} \mid \vec{r}_0^s)\left[\frac{\partial \Pi_1}{\partial z}\right]_{z=0} dS_0 + G_1(\vec{r} \mid 0) \\ \Pi_2(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi}\iint_{AB} G_2(\vec{r} \mid \vec{r}_0^s)\left[\frac{\partial \Pi_1}{\partial z}\right]_{z=0} dS_0 \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

The other boundary condition on AB is,

where

$$\left.\begin{aligned} &\lambda_1 \Pi_1 = \lambda_2 \Pi_2 \\ &\lambda_1 = k_1^2/\mu_1, \qquad \lambda_2 = k_2^2/\mu_2 \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

This gives us,

$$\iint_{AB}\left[\{G_1(\vec{r} \mid \vec{r}_0^s) + \chi G_2(\vec{r} \mid \vec{r}_0^s)\}\frac{\partial \Pi_1}{\partial z}\right]_{z=0} dS_0 = 4\pi\left[G_1(\vec{r} \mid 0)\right]_{z=0} \tag{12}$$

where

$$\chi = \lambda_2/\lambda_1 . \tag{13}$$

If (x, y, z) be the Cartesian co-ordinates of the field point the Green's function in the first medium due to a source at $\vec{r}_0^s$ $(x_s, y_s, 0)$ can be written as

$$G_1(\vec{r} \mid \vec{r}_0^s) = \frac{2 \cdot e^{ik_1 R}}{R}$$

where

$$R^2 = (x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + z^2 .$$

The factor 2 is due to the contribution of the image of the source just below AB. The Green's function in the 2nd medium can be written by considering images, as,

$$G_2(\vec{r} \mid \vec{r}_0^s) = 2\left[\frac{e^{ik_2 R}}{R} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{ik_2 R_n}}{R_n}\right]$$

where

$$R_1^2 = (x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-2h)^2$$
$$R_2^2 = (x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z+2h)^2$$

and so on.

Also,

$$G_1(\vec{r} \mid 0) = 2 \cdot e^{ik_1 R_0}/R_0$$
$$G_2(\vec{r} \mid 0) = 2\left[\frac{e^{ik_2 R_0}}{R_0} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{ik_2 R_{0n}}}{R_{0n}}\right]$$

where,

$$R_0^2 = x^2+y^2+z^2 = r^2+z^2$$
$$R_{01}^2 = r^2+(z-2h)^2$$
$$R_{02}^2 = r^2+(z+2h)^2,$$

and so on.

It is possible to write,

$$\frac{e^{ikR_0}}{R_0} = \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda r)}{\sqrt{\lambda^2-k^2}} e^{\sqrt{\lambda^2-k^2}\,z} \lambda d\lambda \qquad z<0$$

$$= \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda r)}{\sqrt{\lambda^2-k^2}} e^{-\sqrt{\lambda^2-k^2}\,z} \lambda d\lambda \qquad z>0$$

We therefore have,

$$G_1(\vec{r}\,|\,0) = 2\int_0^\infty \frac{J_0(\lambda r)}{\alpha_1} e^{\alpha_1 z} \lambda d\lambda \tag{14}$$

$$G_1(\vec{r}\,|\,\vec{r}_0^{\,s}) = 2\int_0^\infty \frac{J_0(\lambda r_0^s)}{a_1} e^{\alpha_1 z} \lambda d\lambda \tag{15}$$

$$G_2(\vec{r}\,|\,0) = 2\int_0^\infty \frac{J_0(\lambda r)\cosh\alpha_2(z-h)}{\alpha_2 \sinh\alpha_2 h} \lambda d\lambda \tag{16}$$

$$G_2(\vec{r}\,|\,\vec{r}_0^{\,s}) = 2\int_0^\infty \frac{J_0(\lambda r_0^s)\cosh\alpha_2(z-h)}{\alpha_2 \sinh\alpha_2 h} \lambda d\lambda \tag{17}$$

where

$$\left.\begin{aligned} r_0^{s2} &= (x-x_s)^2+(y-y_s)^2 \\ r^2 &= x^2+y^2 \\ \alpha_1 &= \sqrt{\lambda^2-k_1^2} \\ \alpha_2 &= \sqrt{\lambda^2-k_2^2} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

By equation (12)

$$\int_0^{2\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty \left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{x}{\alpha_2}\coth\alpha_2 h\right) J_0(\lambda r_0^s)\left[\frac{\partial \Pi_1}{\partial z}\right]_{z=0} \lambda d\lambda r_0 dr_0 d\Phi_0$$

$$= 4\pi \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda r)}{\alpha_1}\cdot \lambda d\lambda . \tag{19}$$

where

$$r_0^{s^2} = r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \Phi_0$$

Φ_0 being the angle between the radius vectors to the points (x, y) and (x_s, y_s).

We can write the expansion for $J_0(\lambda r_0^s)$ as,

$$J_0(\lambda r_0^s) = \sum_{m=0}^{\infty} J_m(\lambda r) \cdot J_m(\lambda r_0) \cos m\Phi_0 \tag{20}$$

Consequently,

$$\int_0^{2\pi} J_0(\lambda r_0^s)\, d\Phi_0 = 2\pi J_0(\lambda r) J_0(\lambda r_0). \tag{21}$$

Equation (19) can then be written, with the help of (20) and (21) as,

$$\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\left[\left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{x}{\alpha_2}\coth \alpha_2\lambda\right)J_0(\lambda r_0)\left[\frac{\partial \Pi_1}{\partial z}\right]_{z=0} r_0 dr_0 - \frac{2}{\alpha_1}\right]J_0(\lambda r)\,\lambda d\lambda = 0.$$

Transformation of the above equation gives,

$$\int_0^{\infty} J_0(\lambda r_0)\left[\frac{\partial \Pi_1}{\partial z}\right]_{z=0} r_0 dr_0 = \frac{2}{1+\dfrac{\chi\alpha_1}{\alpha_2}\coth \alpha_2 h}$$

Applying the Fourier-Bessel transform,

$$\left[\frac{\partial \Pi_1}{\partial z}\right]_{z=0} = 2\int_0^{\infty} \frac{1}{1+\dfrac{\chi\alpha_1'}{\alpha_2'}\coth \alpha_2' h} J_0(\lambda' r_0)\,\lambda' d\lambda'$$

where

$$\alpha_1' = \sqrt{\lambda'^2 - k_1^2}$$

$$\alpha_2' = \sqrt{\lambda'^2 - k_2^2}$$

We finally get the expression for Π in the layer as:

$$\Pi_2(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \frac{J_0(\lambda r_0^s)\cosh \alpha_2(z-h)}{\alpha_2 \sinh \alpha_2 h}\cdot\left[\frac{\partial \Pi_1}{\partial z}\right]_{z=0} r_0 dr_0 d\Phi_0$$

$$= \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \frac{J_0(\lambda r) J_0(\lambda r_0)\cosh \alpha_2(z-h)}{\alpha_2 \sinh \alpha_2 h}\cdot\left[\frac{\partial \Pi_1}{\partial z}\right]_{z=0} r_0 dr_0 .$$

$$= 2\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\int_0^{\infty} \frac{J_0(\lambda r) J_0(\lambda r_0) J_0(\lambda' r)\cosh \alpha_2(z-h)}{\alpha_2 \sinh \alpha_2 h\left(1+\dfrac{\chi\alpha_1'}{\alpha_2'}\coth \alpha_2' h\right)}\cdot \lambda d\lambda \lambda' d\lambda' r_0 dr_0$$

But we know that

$$\int_0^\infty \int_0^\infty J_0(\lambda r_0) J_0(\lambda' r_0) f(\lambda') \lambda' d\lambda' r_0 dr_0 = f(\lambda).$$

$$\Pi_2(r) = 2 \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda r) \cosh \alpha_2 (z-h)}{(\alpha_2 + \chi \alpha_1 \coth \alpha_2 h) \sinh \alpha_2 h} \lambda d\lambda \tag{22}$$

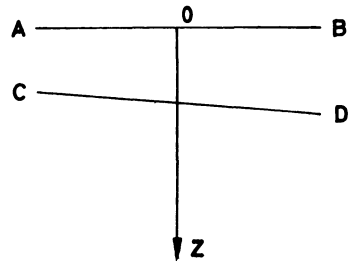
A similar integral expression for the Hertzian vector in the upper medium may be obtained from equation (9).

2. We shall now assume the plane boundary of the lower media to be slightly inclined to the upper surface, the angle of inclination being Θ. As pointed out earlier we shall treat this case as a two-dimensional one. The axis of x is taken as the line where the upper surface and the vertical plane through the line of greatest slope intersect. The differential equation satisfied by the z-component of the Hertzian Vector is,

$$(\nabla_1^2 + k^2)\Pi = 0$$

where,

$$\nabla_1^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$



FIGUR 2

All the equations (5) to (12) of the previous part will be valid for this configuration also, and the values of G_1 and G_2 will be given by (c.f. GHOSH, 1962 [3], DASGUPTA [2]),

$$G_1(\vec{r} \mid \vec{r}_0^s) = 2i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{if(x-x_s)+k_1 z}}{\alpha_1} df$$

$$G_2(\vec{r} \mid \vec{r}_0^s) = 2i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{if(x-x_s)}}{\alpha_2} \left[\frac{e^{\alpha_2(z-h)} + e^{-\alpha_2(z-h)}}{e^{\alpha_2 h} - e^{-\alpha_2 h}} \right.$$

$$\left. + \Theta \cdot 2ih \frac{(e^{\alpha_2 z} + e^{-\alpha_2 z})(e^{\alpha_2 h} + e^{-\alpha_2 h})}{(e^{\alpha_2 h} - e^{-\alpha_2 h})^3} - 2\alpha_2 x_s \Theta \cdot \frac{e^{\alpha_2 z} + e^{-\alpha_2 z}}{(e^{\alpha_2 h} - e^{-\alpha_2 h})^2} \right] df$$

neglecting higher powers of Θ where,

$$\alpha_1 = \sqrt{f^2 - k_1^2}$$

$$\alpha_2 = \sqrt{f^2 - k_2^2}.$$

In the expression for G_2, the third term is of lower order than the others and we shall neglect this term in the following steps. Equation (13) gives,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{-ifx_s} \left[\frac{\partial \Pi_1}{\partial z} \right]_{z=0} \left\{ 1 + \frac{\chi \alpha_1}{\alpha_2} \coth \alpha_2 h (1 + \Theta \cdot ifh \operatorname{cosech}^2 \alpha_2 h) \right\} - \frac{4\pi}{\alpha_1} \right] e^{ifx} dx_s df = 0.$$

The inverse transform of this equation yields,

$$\left[\frac{\partial \Pi_1}{\partial z} \right]_{z=0} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{if'x_s}}{1 + \frac{\chi \alpha_1'}{\alpha_2'} \coth \alpha_2' h (1 + \Theta \cdot if' h \operatorname{cosech}^2 \alpha_2' h)} df'$$

where

$$\alpha_1' = \sqrt{f'^2 - k_1^2}$$

$$\alpha_2' = \sqrt{f'^2 - k_2^2}.$$

Hence substituting this value of $\left[\frac{\partial \Pi_1}{\partial z} \right]_{z=0}$ in the expression for Π_2, we obtain, neglecting Θ^2, by virtue of the relation

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i(f-f')x_s} dx_s = 2\pi \delta (f - f')$$

the expression for Π_2 as,

$$\Pi_2 = 2i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ifx} \cosh \alpha_2 (z-h)}{\alpha_2 \sinh \alpha_2 h \left(1 + \frac{\chi \alpha_1}{\alpha_2} \coth \alpha_2 h \right)} df$$

$$- 2h\Theta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f e^{ifx} \left[\frac{\chi \alpha_1}{\alpha_2} \cdot \frac{\cosh \alpha_2 z \cosh^2 \alpha_2 h}{\sinh \alpha_2 h} - \sinh \alpha_2 z \sinh \alpha_2 h \right]}{\alpha_2 \sinh^3 \alpha_2 h \left(1 + \frac{\chi \alpha_1}{\alpha_2} \coth \alpha_2 h \right)^2} df$$

If the point of observation be on the upper surface the component of the magnetic field will be given by

$$H_y = -\frac{k_2^2}{i\mu_2\omega}\left[\frac{\partial \Pi_2}{\partial x}\right]_{z=0} = \frac{i\lambda_2}{\omega}\left[-2\int_{-\infty}^{\infty}\frac{fe^{ifx}\cosh\alpha_2 h\,df}{\alpha_2\sinh\alpha_2 h\left(1+\frac{\chi\alpha_1}{\alpha_2}\coth\alpha_2 h\right)}\right.$$

$$\left.-2ih\Theta\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f^2 e^{ifx}\frac{\chi\alpha_1}{\alpha_2}\cosh^2\alpha_2 h}{\sinh^4\alpha_2 h\left(1+\frac{\chi\alpha_1}{\alpha_2}\coth\alpha_2 h\right)^2}\right| \tag{23}$$

In the upper medium which is air, the imaginary part of λ, is very small ($\sigma_1 \approx 0$) and in the lower medium the imaginary part of λ_2 is small. The evaluation of the above integrals involves the calculation of the residues at the points obtained by solving the dispersion equation

$$\tanh\alpha_2 h + \frac{\lambda_2\alpha_1}{\lambda_1\alpha_2} = 0 \tag{24}$$

putting,

$$\alpha_2 = i\alpha \tag{25}$$

we may write (24) as

$$\tan\alpha h = \frac{\lambda_2\sqrt{f^2-k_1^2}}{\lambda_1\alpha} \tag{26}$$

If

$$\sqrt{k_2^2-f^2} \approx \pi, 2\pi, 3\pi, \cdots \tag{27}$$

and $f^2 \approx k_1^2$, the equation (26) is approximately satisfied. This corresponds to

$$h \approx n\pi/\sqrt{k_2^2-k_1^2}\,(n=1,2,\cdots). \tag{28}$$

For the first mode of waves,

$$h\sqrt{k_2^2/k_1^2-1} \approx \frac{\pi}{k_1}.$$

Also when

$$\sqrt{k_2^2-f^2}\,h \to n\pi$$

$$\sin\sqrt{k_2^2-f^2} \to 0.$$

In order to evaluate the two integrals in (23) we choose the contour as the real axis and infinite semicircle with necessary cuts at the branch points $\pm k_1$, $\pm k_2$. In k_1 if we introduce a small conductivity term, the positive root of (26) goes a little above the real axis and the negative a little below, that is outside the countour chosen.

Writing

$$F(f)=\frac{\lambda_1 \tan \alpha h}{\alpha_1}-\frac{\lambda_2}{\alpha} \tag{29}$$

we can write,

$$H_y=\frac{2i\lambda_2}{\omega}\left[\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\lambda_1 f e^{ifx}df}{\alpha\alpha_1 F(f)}-h\Theta\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\lambda_1\lambda_2 f^2 e^{ifx}df}{\alpha\alpha_1\{F(f)\}^2\sin^2\alpha h}\right] \tag{30}$$

Hence if we calculate the residues of the integrals at the points given by (27) and (28) the contributions due to the second integrals in (30) will give rise to the secondary field, the amplitudes of which will not be small due to the presence of $\sin^2 \alpha h$ in the denominator. The first integral accounts for the usual direct and reflected waves and it will differ in phase from the secondary field due to the presence of complex λ_2 in the second integral by an angle.

$$\pi-\tan^{-1}\frac{\varepsilon_2\omega}{4\pi\sigma_2 c}.$$

If σ_2 is small, the phase difference may rise to $\pi/2$.

Acknowledgement

I take this opportunity to express my gratitude to Dr. S. C. DASGUPTA, D. Sc., for suggesting the investigations and his helpful guidance at various stages of the work.

References

[1] CARLSON, J. F., and A. E. HEINS: Quart. App. Math. IV 1946.

[2] DASGUPTA, S. C.: Gerlands Beitr. Geophys. 1962 (In press).

[3] GHOSH, M. L.: Geophys. J. 1962 (In press).

[4] LAMB, H.: Phil. Trans. Roy. Roc. A. 1904, 203, 1—42.

[5] PEKERIS, C. L.: J. Appl. Phys. 28 (1957).

[6] STRATTON: Electromagnetic Theory (McGraw, New York) 1941.

[7] WAIT, J. R.: Geophysics 25 1960.

Barographisch - topographische Höhenkurve

Von B. BROCKAMP, Münster[1])

Eingegangen am 10. Mai 1962

Zusammenfassung: Nachstehende Ausführungen beziehen sich auf die Gewinnung von Höhenkurven des Grönländischen Inlandeises; sie gelten mutatis mutandis auch für andere Gebiete.

Summary: The recording of hypsometric profiles of the inland ice of Greenland is described. Similar methods may be used elsewhere.

Höhe und Oberflächenform des Inlandeises sowie seine Änderungen im Laufe der Zeit möglichst genau zu erfassen, ist ein wichtiges Anliegen der Polarforschung, um Gesetzmäßigkeiten seiner Bewegung, seines Massenhaushaltes usw. zu erkennen. Ferner müssen Höhe und Lage aller Beobachtungspunkte, an denen Messungen irgendwelcher Art angestellt werden, bekannt sein. Hieraus geht Bedeutung und Umfang der Vermessungsarbeiten auf Expeditionen hervor. Lage und Höhe der Routenpunkte wurden auf älteren Inlandsreisen mit Sextant und Aneroid bestimmt. Ein trigonometrisches Nivellement über das Inlandeis wurde m. W. erstmalig auf der Wegener-Expedition 1931 in Angriff genommen und auf späteren Expeditionen nach 1945 verschiedentlich durchgeführt (z. B. Exp. polaires francaises; SIPRE; British Northgreenlandexp.).

Jetzt stehen der Forschung zusätzlich neben den klassischen Vermessungsausrüstungen in automatischen Nivelliergeräten und im Tellurometer Mittel zur Verfügung, die bei erheblicher Erhöhung der Genauigkeit ein schnelles Arbeiten auch unter extremen Klimabedingungen erlauben. Tellurometer und Ni 2 wurden mit Erfolg auf der Internationalen Grönlandexpedition 1959 eingesetzt.

Bei voller Würdigung des mit den alten und neueren Methoden und Geräten Erreichten und Erreichbaren erschien es mir wichtig, eine Methode zur Anwendung zu bringen, bei der die Höhenkurve der durchfahrenen Strecke lückenlos ohne besonderen Arbeitsaufwand und ohne zusätzliche Beobachter „quasi nebenbei" geliefert wird: es wird dieses erreicht durch *den Einsatz von Barographen im fahrenden Transportmittel; die Barographen müssen bei ausreichender Empfindlichkeit und genügend großem Papiervorschub einwandfreie, gut lesbare, reproduzierbare Schriebe ergeben; sie müssen deshalb mit einer Dämpfung versehen sein.*

Diese barographischen Arbeiten schließen an Versuche der Wegener-Expedition an.

Von Münster aus unternahm ich (1957/58) Fahrten mit Ballonhöhenschreibern älterer Bauart und Schiffsbarographen. Mit einem Ballonbarographen mit kleiner Empfindlichkeit wurden gute Aufzeichnungen gewonnen (z. B. bei Berg- und Talfahrten in der Jungfraujochbahn); der Schiffsbarograph lieferte auf einer Autofahrt Münster—Sauerland—Siegerland ein Barogramm, das alle Feinheiten der Topographie erkennen läßt und es auch unter geologischen petrographischen Gesichtspunkten interessant macht. Treten größere Höhenunterschiede im Untersuchungsgebiet auf, muß der Barograph für verschiedene Höhenbereiche eingestellt werden können.

[1]) Professor Dr. B. BROCKAMP, Münster, Steinfurter Straße 107.

Für den Einsatz in Grönland wählte ich Barographen der Firma Fuess, Berlin-Steglitz, an denen dank des Entgegenkommens des Instrumentenamtes Hamburg des Deutschen Wetterdienstes eine Vorrichtung für die Einstellung auf 4 Höhenbereiche und eine Flüssigkeitsdämpfung eingebaut wurde. Diese Änderungen haben sich gut bewährt[3]).

Abb. 1 bringt einen Ausschnitt aus dem etwa 840 km langen W-E-profil, das sich vom westlichen bis zum östlichen Rand des Inlandeises erstreckt; auch für das 400 km lange NS-Profil liegt ein vollständiges barographisch-topographisches Höhenprofil für Hin- und Rückreise vor. Abb. 1 zeigt Reproduzierbarkeit und Genauigkeit. Einzelheiten sind der Beschriftung zu entnehmen.

Die untere Kurve, die ich dem Entgegenkommen von Herrn Dipl.-Ing. MÄLZER, dem Leiter der Gruppe Nivellement, verdanke, stellt die bei 50 bis 100 m Zieldistanz gewonnenen Höhen dar.

Ergänzend sei bemerkt, daß bei diesen Fahrten stabile Druckverteilung herrschte; Korrekturen für zeitliche Druckänderung, horizontalen Druckgradienten, Temperatur sind nicht berücksichtigt.

Im Verfolg dieser Arbeiten wurden im Institut für reine und angewandte Geophysik Münster 1959 von Dipl.-Phys. F. THYSSEN eine Apparatur entwickelt und gebaut (Vididose, photoelektrischer Meßwertumformer — Kompensationsschreiber) die große Empfindlichkeit mit großer Robustheit vereinigt und deshalb u. a.[2]) auch für den Einbau in Fahrzeugen sehr geeignet ist.

Abb. 2 zeigt ein Fahrtbarogramm Münster—Altenberge für Hin- und Rückfahrt. — Einzelheiten ergibt die Legende zu Abb. 2.

Ein Vorzug der barographisch-topographischen Höhenkurve liegt ferner darin, daß die Registrierung sofort einen Vergleich mit den in den verschiedenen Fahrzeugen aufgenommenen Kurven ermöglicht. Auch fahrtechnisch kommt dieser Tatsache eine gewisse Bedeutung zu: Muß ohne Sicht- und Radioverständigung (mit der Expeditionsbasis) derselbe Weg nochmals durchfahren werden, so bietet ein Vergleich der alten mit der gerade aufgeschriebenen Kurve häufig die Möglichkeit, sich zu überzeugen, ob die Route richtig eingehalten wird.

Was hier für Inlandeis-Expeditionen gesagt wurde, gilt naturgemäß auch für geologisch-geographisch-hydrologische usw. Unternehmungen in anderen Gebieten, besonders da einfach zu wartende Geräte hoher Empfindlichkeit mit großer Zeit-(Weg-) auflösung vorhanden sind, so daß auch morphologische Feinheiten erfaßt werden.

An der Fahrt Münster—Siegerland—Münster nahmen die Herren R. ARNDT und F. THYSSEN teil. An den Arbeiten in Grönland war Herr R. HOISL und besonders Herr R. ARNDT mitbeteiligt.

Für die Registrierungen von Fahrtbarogrammen sei noch vermerkt: Es werden am besten 2—3 Barographen in verschiedene Fahrzeuge, die in Abständen von etwa 10 km hinterein-

[2]) Mit einem Gerät gleicher Bauart wurden die Luftdruckschwankungen der Atombombe vom 30. 10. 1961 in Münster registriert. (Z. f. Geophsik — Jahrg. 28, Heft 4.)

[3]) Eine ausführliche Darstellung der auf der EGIG von der Gruppe Geophysik gewonnenen topographisch-barographischen Höhenkurve wird im Expeditionswerk erscheinen.

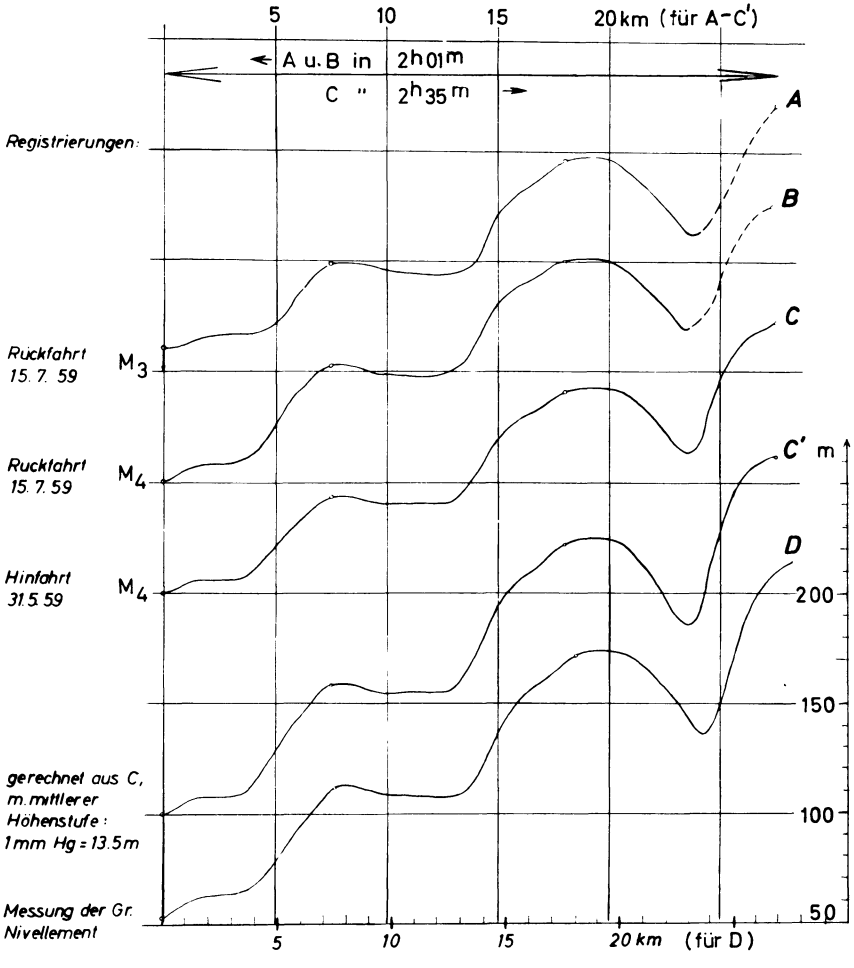


Abb. 1. Ausschnitt a. d. Barographenkurven des W-E-Profiles des grönländischen Inlandeises.

ander fahren, eingebaut; während der Fahrt werden nach verabredeten Zeiten gleichzeitig Zeit-(Weg-)marken gegeben (und mehrere ausgewählte Aneroide abgelesen), um für eine Höhenberechnung vom zeitlichen Druckgang unbeeinflußte Druckwerte zu haben. Falls Zeit zur Verfügung steht, überholen sich die Fahrzeuge in festgelegter Folge; Temperaturregistrierung erfolgt mittels eines Widerstandsthermometers, das in einiger Höhe über dem Fahrzeug angebracht ist.

Die Fahrten sollen möglichst bei konstanter Hochdrucklage durchgeführt werden, um die Korrekturen klein zu halten.

Fahren die Fahrzeuge nebeneinander in $\sim$10 km Abstand, um parallele Höhenprofile zu gewinnen, müssen am besten ortsfeste Barographen unter der Oberfläche alle 50—100 km aufgestellt werden, um den zeitlichen Druckgang zu erfassen.

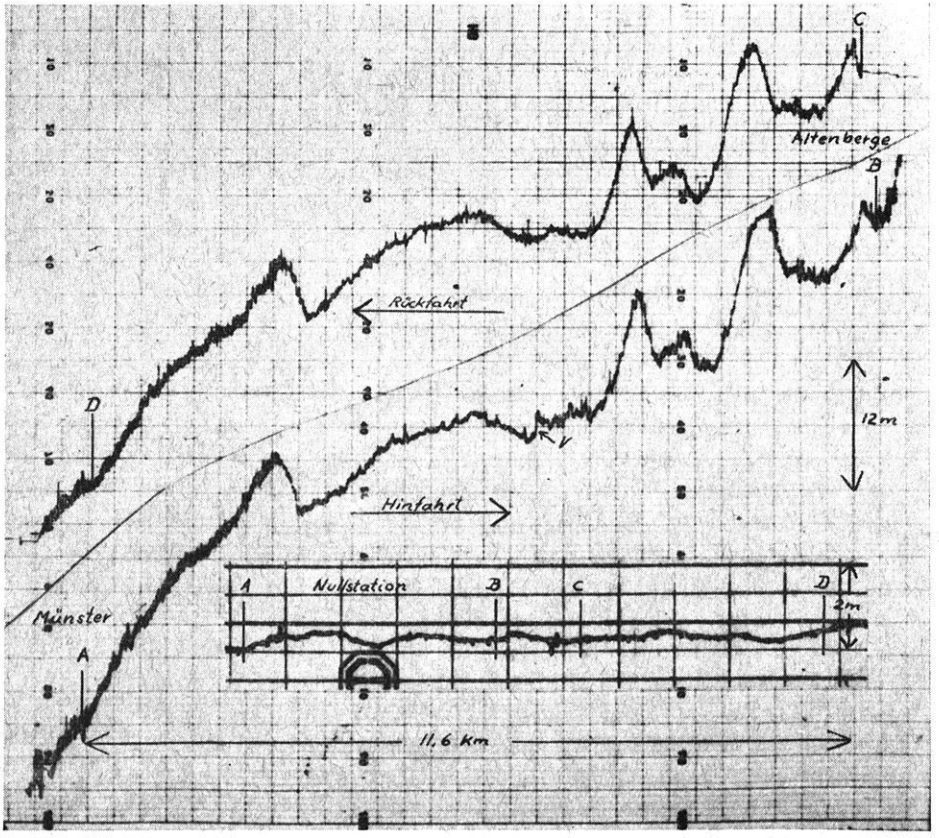


Abb. 2. Fahrtbarogramm: Münster—Altenberge und zurück, aufgenommen mit M 11
Fahrtgeschwindigkeit: 31±0,8 km/h H Hinfahrt, R Rückfahrt, V Versatz
Basisstation: Institut Münster, aufgenommen mit M 10
Unruhe: durch Lastkraftwagen verursachte Druckschwankung (Verkleinerung 1:3,5)

Die Gewinnung der barographisch-topographischen Höhenkurve kann auch mit der gleichzeitigen Registrierung anderer geophysikalischer Größen (Magnetfeld, Radioaktivität usw.) verbunden werden.

Literatur

[1] WEGENER, K.: Wissenschaftliche Ergebnisse der Deutschen Grönland-Expedition ALFRED WEGENER 1929 und 1930/1931 —Bd. 1 — Leipzig 1933.

[2] BROCKAMP, B.: Erweiterter Nachtrag zu den wissenschaftlichen Ergebnissen der Deutschen Grönland-Expedition ALFRED WEGENER — Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Heft 48, München 1959.

Reflection of Love Wave from a rigid obstacle

By M. L. GHOSH, Howrah[1])

Eingegangen am 10. Mai 1962

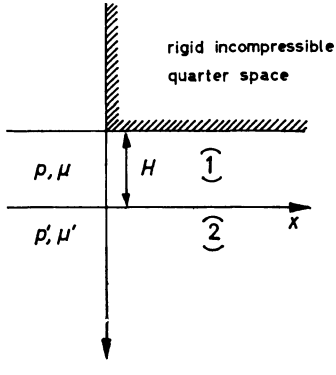
Zusammenfassung: Mittels des WIENER-HOPE-Verfahrens wird untersucht, wie sich die Kopplung eines starren Hindernisses an ein halbseitig unendliches Medium auf eine einfallende LOVE-Welle auswirkt. Es wird gezeigt, daß wegen der Kopplung LOVE-Wellen aller Ordnungen reflektiert werden und daß gleichzeitig *SH*-Wellen entstehen.

Summary: In this paper, the effect of coupling of a rigid obstacle to a semi infinite elastic medium on an incident Love wave has been studied by using the WIENER-HOPE Technique. It has been shown that due to the coupling Love waves of all the modes are reflected, and scattered SH-waves are also formed.

Introduction

Recently following the WIENER-HOPE Technique FREDRICKS and KNOPOFF (1960) have investigated the effect of the coupling of a high impedance obstacle to an elastic half space by means of a thin film of inviscid fluid on an incident Rayleigh wave. They have shown that due to the coupling a Rayleigh wave of a different amplitude is reflected, and scattered P and S waves are also obtained due to the presence of the corner. They have also found out the ratio of the amplitudes of the incident and reflected Rayleigh wave.

In this paper, using the same technique we have studied the effect produced on the incident Love wave by the coupling of a rigid incompressible quarter-space to an



[1]) M. L. GHOSH, Department of Mathematics, Bengal Engineering College, Howrah, West Bengal, India.

elastic two layered semi infinite medium. Integral expression for the displacement has been obtained. Evaluation of the integrals are difficult; but inference can be drawn regarding the character of the waves. It has been shown that the effect of coupling of a rigid quarter-space on the incident Love wave of a particular mode is to produce reflected Love waves of all the modes and scattered *SH*-waves are also formed due to the presence of the corner.

1. Consider a two layered semi infinite medium; ϱ, μ are the density and coefficient of rigidity of the first layer and ϱ', μ' the same for the second layer. X-axis is taken along the interface and Z-axis downwards into the medium. Consider the displacement due to an incident Love wave in the medium. The displacement v_{01} and v_{02} in the upper and lower medium respectively satisfy the equations

$$\nabla^2 v_{01} = \frac{\varrho}{\mu} \frac{\partial^2 v_{01}}{\partial t^2} \tag{1}$$

and

$$\nabla^2 v_{02} = \frac{\varrho'}{\mu'} \frac{\partial^2 v_{02}}{\partial t^2}.$$

Taking $v_{01} = V_{01} e^{i\zeta t}$ and $v_{02} = V_{02} e^{i\zeta t}$, we obtain equation for V_{01} and V_{02} in the form

$$(\nabla^2 + k_1^2) V_{01} = 0 \tag{2}$$

and

$$(\nabla^2 + k_2^2) V_{02} = 0$$

where

$$k_1^2 = \frac{\varrho \zeta^2}{\mu} \quad \text{and} \quad k_2^2 = \frac{\varrho' \zeta^2}{\mu'} \tag{3}$$

We take solutions of these equations in the form

$$V_{01} = (e^{p_1 Z} + A e^{-p_1 Z}) e^{i\xi_1 x} \tag{4}$$

and

$$V_{02} = C e^{-p_1' Z} \cdot e^{i\xi_1 x}$$

where

$$p_1 = (\xi_1^2 - \beta^2 \zeta^2)^{\frac{1}{2}} \quad \text{and} \quad p_1' = (\xi_1^2 - \beta'^2 \zeta^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\beta^2 = \frac{\varrho}{\mu} \quad \text{and} \quad \beta'^2 = \frac{\varrho'}{\mu'} \tag{5}$$

ξ_1 is the first mode solution of the Love wave dispersion equation for given ζ. Boundary conditions at the free surface ($z = -H$) viz., $T_{yz} = 0$ gives $A = e^{-2p_1 H}$ and from the continuity of V and T_{yz} at $z = 0$, we obtain

$$C = \frac{-\mu p_1}{\mu' p_1'}(1 - e^{-2p_1 H}) = (1 + e^{-2p_1 H}) \tag{6}$$

Suppose that a rigid quarter space is now coupled to the elastic half-space as in the figure. Displacements V_1 and V_2 in the medium (1) and (2) respectively are taken in the form

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{01} + \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} [D(\xi)\, e^{pZ} + E(\xi)\, e^{-pZ}]\, e^{i\xi x} d\xi \\ V_2 &= V_{02} + \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} F(\xi)\, e^{-p'Z} \cdot e^{i\xi x} d\xi \end{aligned} \tag{7}$$

where

$$p = (\xi^2 - \beta^2\zeta^2)^{\frac{1}{2}} \text{ and } p' = (\xi^2 - \beta'^2\zeta^2)^{\frac{1}{2}}$$

$D(\xi)$, $E(\xi)$ and $F(\xi)$ are to be determined from the following boundary conditions.

$$\begin{aligned} T_{yz}(x, -H) &= 0 \qquad -\infty < x < 0 \\ V_1(x, -H) &= 0 \qquad 0 < x < \infty \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} V_1(x, 0) &= V_2(x, 0) \qquad -\infty < x < \infty \\ \left[\mu \frac{\partial V_1}{\partial z} - \mu' \frac{\partial V_2}{\partial z}\right]_{z=0} &= 0 \qquad -\infty < x < \infty \end{aligned} \tag{8}$$

The last two conditions give

$$D + E = F$$

and

$$\mu p (D - E) = -\mu' p' F$$

From these two equations

$$E = \frac{D(\mu p + \mu' p')}{(\mu p - \mu' p')} \tag{9}$$

Therefore the expression for V_1 becomes

$$V_1 = V_{01} + \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D[(\mu p - \mu' p')\, e^{pZ} + (\mu p + \mu' p')\, e^{-pZ}]}{(\mu p - \mu' p')} e^{i\xi x} d\xi \tag{10}$$

$T_{yz} = 0$ i.e. $\mu \dfrac{\partial V_1}{\partial Z} = 0$ at $Z = -H\ (-\infty < x < 0)$ gives

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D[p(\mu p - \mu' p')\, e^{-pH} - p(\mu p + \mu' p')\, e^{pH}]\, e^{i\xi x}}{(\mu p - \mu' p')} d\xi = 0 \quad (-\infty < x < 0) \tag{11}$$

and $V_1(x, -H) = 0\ (0 < x < \infty)$ gives

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{D[(\mu p - \mu' p')\, e^{-pH} + (\mu p + \mu' p')\, e^{pH}]}{(\mu p - \mu' p')} e^{i\xi x} d\xi + 2e^{-p_1 H} e^{i\xi_1 x} = 0$$

$$(0 < x < \infty) \tag{12}$$

Equations (11) and (12) are the dual integral equations for the determination of $D(\xi)$.

To solve equations (11) and (12) for $D(\xi)$ we use the integral representation

$$\frac{1}{2\pi_i}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_+(\xi)}{N_+(\xi_1)} \frac{e^{i\xi x}}{\xi - \xi_1} d\xi = e^{i\xi_1 x}, \quad (x > 0) \tag{13}$$

where $N_+(\xi)$ is any algebraic function having all of its singularities in the lower half plane $Im(\xi) < 0$ (or on the negative real axis in the degenerate case of no dissipation in the elastic medium). The integral in equation (13) thus supplies an analytic continuation of the left hand side of equation (12) for negative values of x. Equations (12) and (13) together lead to

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{D\{(\mu p - \mu' p')\, e^{-pH} + (\mu p + \mu' p')\, e^{pH}\}}{(\mu p - \mu' p')} + \frac{2e^{-p_1 H} N_+(\xi)}{N_+(\xi_1)(\xi - \xi_1)}\right] e^{i\xi x} d\xi = 0$$

$$(-\infty < x < \infty) \tag{14}$$

Since $D(\xi)$ and $N_+(\xi)$ are not zero everywhere on the path of integration, therefore it follows that

$$D(\xi) = \frac{-2e^{-p_1 H} N_+(\xi)(\mu p - \mu' p')}{N_+(\xi_3)(\xi - \xi_1)[(\mu p - \mu' p')\, e^{-pH} + (\mu p + \mu' p')\, e^{pH}]} \tag{15}$$

Substituting the value of $D(\xi)$ in equation (11) we obtain

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2e^{-p_1 H} N_+(\xi)\left[p(\mu p+\mu' p')\, e^{pH} - p(\mu p-\mu' p')\, e^{-pH}\right]}{N_+(\xi_1)(\xi-\xi_1)\left[(\mu p-\mu' p')\, e^{-pH}+(\mu p+\mu' p')\, e^{pH}\right]} e^{i\xi x} d\xi = 0$$

$$(-\infty < x < 0) \tag{16}$$

This is an integral equation for the determination of $N_+(\xi)$

If we introduce a slight frictional term in the equation of motion i.e. we write $\xi + i\varepsilon$ for ξ in the solution for V_1 and V_2 and make ε tend to zero, then all the singularities residing on the positive part of ξ-axis moves a little upwards and those residing on the negative part of the ξ-axis goes a little downwards below the real axis. So none of the singularities of the integrand of the above integral equation lies on the real axis.

Now consider a contour in the complex ξ-plane ($\xi + i\eta$), consisting of the real ξ-axis from $-\infty$ to $+\infty$ and a large semicircular arc in the lower half plane. The integral along the real axis vanishes according to the equation and the integral along the semicircular arc also vanishes due to the exponential term which tends to zero as the radius of the circle tends to infinity. Therefore the integrand has no singularity in the lower half plane. But by our assumption all the singularities of $N_+(\xi)$ lie in the lower half-plane. So if we write

$$K(\xi) = \frac{(\xi-\xi_1)\left[(\mu p-\mu' p')\, e^{-pH}+(\mu p+\mu' p')\, e^{pH}\right]}{p\left[(\mu p+\mu' p')\, e^{pH}-(\mu p-\mu' p')\, e^{-pH}\right]} \tag{17}$$

and if it be possible to write $K(\xi) = K_+(\xi) \cdot K_-(\xi)$ where $K_+(\xi)$ is an analytic function in the upper half plane and $K_-(\xi)$ is analytic in the lower half plane, then $K_+(\xi)$ must be a factor of $N_+(\xi)$.

It is known (cf. Noble) that $K(\xi)$ can be broken up into $K_+(\xi) \cdot K_-(\xi)$ provided $K(\xi) \to 1$ as $|\xi| \to \infty$.

$A_s\, |\xi| \to \infty$, the expression $K(\xi)$ tends to

$$\frac{(\xi-\xi_1)(\mu p+\mu' p')\, e^{pH}}{p(\mu p+\mu' p')\, e^{pH}} = \frac{(\xi-\xi_1)}{\sqrt{\xi^2-k_1^2}} \to 1.$$

Therefore we write

$$K(\xi) = K_+(\xi) \cdot K_-(\xi) \text{ and } N_+(\xi) = \frac{K_+(\xi) \cdot P(\xi)}{\xi^{\frac{1}{2}}}$$

where

$$\log K_+(\xi) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\log K(z)}{Z-\xi} dz$$

C is the contour consisting of real axis from $-\infty$ to $+\infty$ and a semicircle in the lower half plane. $P(\xi)$ is a polynomial in ξ to be so chosen as to satisfy the continuity of $V_1(x, z)$ everywhere on $z = -H$ and $P(\xi_1)$ does not vanish.
Hence

$$D(\xi)=\frac{-2e^{-p_1H}K_+(\xi)(\mu p-\mu' p')P(\xi)\xi_1^{\frac{1}{2}}}{K_+(\xi_1)(\xi-\xi_1)[(\mu p+\mu' p')e^{pH}+(\mu p-\mu' p')e^{-pH}]P(\xi_1)\xi^{\frac{1}{2}}}$$

and

$$E(\xi)=\frac{-2e^{-p_1H}K_+(\xi)(\mu p+\mu' p')P(\xi)\xi_1^{\frac{1}{2}}}{K_+(\xi_1)(\xi-\xi_1)[(\mu p+\mu' p')e^{pH}+(\mu p-\mu' p')e^{-pH}]P(\xi_1)\xi^{\frac{1}{2}}} \tag{18}$$

$$N_+(\xi)=\frac{K_+(\xi)P(\xi)}{\xi^{\frac{1}{2}}}$$

has a branch point at the origin and all the singularities of it are in the lower half of the complex ξ-plane.

Putting the value of $D(\xi)$ in the equation (12) we obtain displacement V_{1s} on the surface as

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{-2e^{-p_1H}K_+(\xi)P(\xi)\xi_1^{\frac{1}{2}}\cdot e^{i\xi x}}{\xi^{\frac{1}{2}}K_+(\xi_1)(\xi-\xi_1)P(\xi_1)}\,d\xi+2e^{-p_1H}e^{i\xi_1 x} \tag{19}$$

This expression should be equal to zero for $0 < x < \infty$ and in order that V_s may be continous, it should tend to zero as x tends to zero from the left hand side.

Consider a contour C in the complex ξ-plane consisting of the real axis from $-R$ to $-r$ and a small semicircular arc of radius r in the upper half plane, real axis from r to R and a large circular arc of radius R in the upper half plane.

As r tends to zero, then the integral over the small semicirular arc is of the order

$$\frac{K_+(re^{i\theta})P(re^{i\theta})\cdot r}{r^{3/2}}$$

This tends to zero as r tends to zero as $K_+(\xi)$ is finite at the origin and the integral over the large circular arc tends to zero (for $x > 0$) due to the presence of the exponential term.

Therefore the integral from $-\infty$ to $+\infty$ is equal to the residue at $\xi = \xi_1$ and so V_{1s} is equal to zero for $x > 0$. When x is negative and tends to zero from the left hand side, the integral from $-\infty$ to $+\infty$ is equivalent to the residue at $\xi = \xi_1$ minus the contribution of the integral over the large semicircular arc in the upper half plane,

the radius of which tends to infinity. The integral over the large semicircular arc is of the order

$$\frac{K_+(Re^{i\theta})\,P(Re^{i\theta})\cdot R}{R^{3/2}}$$

Since $K_+(Re^{i\theta})$ is finite, therefore the above expression tends to zero as R tends to infinity provided $P(\xi)$ is only a constant.

So we take

$$D(\xi)=\frac{-2e^{-p_1H}K_+(\xi)(\mu p-\mu' p')\,\xi_1^{1/2}}{K_+(\xi_1)(\xi-\xi_1)\left[(\mu p+\mu' p')\,e^{pH}+(\mu p-\mu' p')\,e^{-pH}\right]\xi^{1/2}}$$

and

$$E(\xi)=\frac{-2e^{-p_1H}K_+(\xi)(\mu p+\mu' p')\,\xi_1^{1/2}}{K_+(\xi_1)(\xi-\xi_1)\left[(\mu p+\mu' p')\,e^{pH}+(\mu p-\mu' p')\,e^{-pH}\right]\xi^{1/2}} \tag{20}$$

Therefore the expression V_1 for displacement is

$$V_1=V_{01}+\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{-2e^{-p_1H}K_+(\xi)\left[(\mu p-\mu' p')\,e^{pZ}+(\mu p+\mu' p')\,e^{-pZ}\right]e^{i\xi x}}{K_+(\xi_1)(\xi-\xi_1)\left[(\mu p+\mu' p')\,e^{pH}+(\mu p-\mu' p')\,e^{-pH}\right]}d\xi$$

Therefore the displacement V_{1s} on the surface ($z=-H$) is

$$V_{1s}=V_{01}+\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{-2e^{-p_1H}K_+(\xi)}{K_+(\xi_1)(\xi-\xi_1)}e^{i\xi x}d\xi\,.$$

3. Exact evaluation of this integral is difficult. But an inference can be drawn regarding the character of the waves. To find out the displacement at a point $x(x<0)$, a semicircular contour is the lower half plane is to be considered so that the integral over the large semicircular arc may tend to zero. Therefore the integral from $-\infty$ to $+\infty$ is equal to the sum of the residues of the poles of $K_+(\xi)$ and the contribution from the branch points of it. From the expression for $K(\xi)$ it is evident that the points $\xi=-\xi_1, \pm\xi_2, \pm\xi_3, \pm\xi_4 \ldots$ etc. are the poles of it and $\xi=\pm\beta\zeta, \pm\beta'\zeta$ are its branch points where $-\xi_1, \pm\xi_2, \pm\xi_3 \ldots$ etc. are the roots of the dispersinn equation for Love waves corresponding to its first, second, third ... modes respectively. $+\xi_1$ which is the first mode solution of the characteristic equation of Love wave is not the pole of $K(\xi)$. Therefore the poles of $K_+(\xi)$ are $-\xi_1, -\xi_2, -\xi_3, -\xi_4, \ldots$ etc. and $-\beta\zeta, -\beta'\zeta$ are the branch points of it. This shows that the integral when evaluated will take the form

$$V_{1s} = V_{01} + \sum_{n=1,2,3\ldots} \frac{F(\xi_n)\, e^{-p_1 H} e^{-i\xi_n x}}{K_+(\xi_n)(\xi_n + \xi_1)} +$$

+ (contribution from the branch points $\xi = -\beta\zeta, -\beta'\zeta$)

Therefore due to the coupling of a high impedence obstable with the semi-infinite elastic medium, Love waves of all the modes including the mode of the incident one are reflected and the contribution from the branch points give scattered *SH*-waves.

References

[1] NOBLE, B.: Methods based on Wiener Hope Technique for the solution of partial differential equations.

[2] FREDRICK and KNOPOFF: Geophysics, 25 (1960) 1195—1202.

Die Zerlegung eines zweidimensionalen Magnetfeldes in äußeren und inneren Anteil mit Hilfe der CAUCHYschen Integralformel[1])

Von M. SIEBERT, Göttingen[2])

Eingegangen am 2. Juli 1962

Zusammenfassung: Durch Verwendung der CAUCHYschen Integralformel und ihrer Erweiterung für den Fall, daß der Aufpunkt auf dem Integrationsweg liegt, werden die Formeln für die Zerlegung eines zweidimensionalen Magnetfeldes in äußeren und inneren Anteil auf einem einfachen und kurzen Weg hergeleitet. Abschließend werden einige Anmerkungen zur praktischen Benutzung der Zerlegungsformeln gegeben.

Summary: Using CAUCHY's integral formula and its extension for a point on the contour, the formulas for separating a two-dimensional magnetic field into its external and internal parts are derived in a simple and short way. A few remarks on the practical use of the separation formulas conclude the paper.

Die quantitative Behandlung der durch erdmagnetische Tiefensondierung erschlossenen Leitfähigkeitsanomalien macht die Zerlegung des im Einflußbereich einer Anomalie an der Erdoberfläche beobachteten Feldes einer erdmagnetischen Störung in äußeren und inneren Anteil erforderlich. Da die zeitliche Änderung der induzierenden ionosphärischen Ströme langsam genug erfolgt, um den Verschiebungsstrom — und damit die Retardierung — im Beobachtungsbereich vernachlässigen zu können, reduziert sich der Induktionsvorgang auf einen quasistationären Ablauf. Die dann für jeden Zeitpunkt getrennt durchführbare Zerlegung des Störungsfeldes wird zu einer Aufgabe der Potentialtheorie. Diese Aufgabe ist von verschiedenen Autoren unter unterschiedlichen Voraussetzungen und Bedingungen gelöst worden.

Die große norddeutsche Leitfähigkeitsanomalie, über die am ausführlichsten SCHMUCKER [5] berichtet, ist ein Beispiel dafür, daß sich die Aufgabe der Zerlegung des Störungsfeldes in hinreichender Näherung auf ein zweidimensionales Problem reduzieren kann. Dies dürfte immer dann der Fall sein, wenn die Anomalie eine ausgeprägte horizontale Vorzugsrichtung hat. SIEBERT und KERTZ [6] haben ein halbgraphisches Verfahren dafür angegeben, aus einem flächenhaft gegebenen Störungs-

[1]) Gekürzt mitgeteilt auf dem Symposium „Erdmagnetische Tiefensondierung" der Deutschen Forschungsgemeinschaft am 1. Februar 1962 in Kassel.

[2]) Dr. MANFRED SIEBERT, Göttingen, Geophysikalisches Institut der Universität, Herzberger Landstraße 180.

feld „erlaubte Profile" aufzufinden[3]), auf denen die Zerlegung näherungsweise nur noch von der Profilrichtung und der Vertikalrichtung abhängt, wodurch der für die Zerlegung erforderliche Rechenaufwand stark herabgesetzt wird. Weitere Betrachtungen über die Anwendbarkeit der zweidimensionalen Beschreibungsweise liegen neuerdings von HARTMANN [2] vor.

Die Aufstellung der Zerlegungsformeln in [6] erfolgt über das FOURIER-Theorem und die Verwendung des schon von KERTZ in [3] definierten Kommutierungsoperators K, von dem sich dann herausstellte, daß er bis auf das Vorzeichen die Bedeutung einer HILBERT-Transformation hat. Die Beweisführung in [6] ist insofern unpraktisch, als von den Feldkomponenten einerseits verlangt wird, daß sie der zweidimensionalen LAPLACE-Gleichung genügen und damit Potentialfunktionen sind, dann aber für den Beweis nur ihre Darstellbarkeit durch ein FOURIER-Integral benutzt wird. Sinnvoller ist es, auch hier die Methoden der Potentialtheorie heranzuziehen. So hat HARTMANN [2] die Zerlegungsformeln hergeleitet durch Lösung der NEUMANNschen Randwertaufgabe mit Hilfe der GREENschen Funktion der durch eine Gerade begrenzten Halbebene.

Für die Lösung eines zweidimensionalen Problems der Potentialtheorie bietet sich jedoch in erster Linie die Funktionentheorie an. Im folgenden wird gezeigt, daß auf diesem Wege eine sehr einfache und kurze Herleitung der Zerlegungsformeln existiert. Dazu wird aus der Funktionentheorie die CAUCHYsche Integralformel benötigt: Ist $f(\zeta)$ eine in einem bestimmten Bereich regulär analytische Funktion der komplexen Variablen $\zeta = x + iz$, so ergibt die Integration über eine geschlossene Kurve in der komplexen Ebene, wenn die Kurve ganz im Regularitätsbereich von $f(\zeta)$ verläuft, u im Innern der Kurve liegt und der Umlaufssinn positiv ist:

$$\oint \frac{f(\zeta)}{\zeta - u} d\zeta = 2\pi i f(u) \tag{1}$$

Für das Folgende interessiert nun gerade der Fall, daß u nicht im Innern, sondern *auf* der Kurve liegt. In diesem Fall ist der Wert des Integrals nur noch halb so groß wie in (1) angegeben. Diese seltener benutzte Erweiterung der CAUCHYschen Integralformel läßt sich nach Abb. 1 unschwer einsehen. Bei einer Integration längs des dort ange-

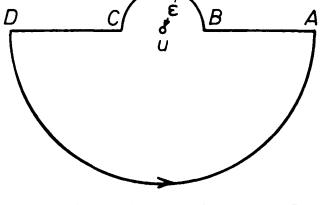


Abb. 1: Integrationsweg in der komplexen Ebene zur Herleitung von (2) aus (1).

[3]) Herrn Dipl.-Geophys. D. VOPPEL danke ich für den Hinweis, daß sich die in [6] angegebenen Formeln (5a, b) zur Bestimmung der Richtung erlaubter Profile wegen $\mathrm{rot}_z \mathfrak{F} = 0$, d. h. $\partial X/\partial y = \partial Y/\partial x$, auf eine einfachere Form bringen lassen.

gebenen Weges gilt zunächst (1). Zerlegt man den Integrationsweg in die vier Strecken: AB, $\overset{\frown}{BC}$, $\overline{CD}$, $\overset{\frown}{DA}$, so läßt sich die Integration über den Halbkreis $\overset{\frown}{BC}$ unmittelbar ausführen, indem man $f(\zeta)$ um u in eine TAYLOR-Reihe entwickelt und $\zeta - u = \varepsilon \exp(i\vartheta)$ setzt. Im Grenzübergang $\varepsilon \to 0$ ergibt dieser Weg den Beitrag $i\pi f(u)$, während die Integrationen längs $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ gleichzeitig bis zur Singularität $\zeta = u$ zu erstrecken sind. Dabei gehen die beiden Integrationswege $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ bei u glatt ineinander über. Nachdem also der Beitrag des infinitesimalen Halbkreises um u ein für allemal bekannt ist und in (1) berücksichtigt wird, kann von A nach D über u integriert werden, wobei entsprechend $\varepsilon \to 0$ für die Berechnung des Integrals an der singulären Stelle der CAUCHYsche Hauptwert zu nehmen ist. Aus (1) folgt dann also

$$\oint_u \frac{f(\zeta)}{\zeta - u} d\zeta = \pi i f(u) \tag{2}$$

Dabei bedeutet u unter dem Integralzeichen, daß dieser Punkt auf dem Integrationsweg liegt und die Integration hier im Sinne des CAUCHYschen Hauptwertes zu erfolgen hat.

Das an der Erdoberfläche (theoretisch richtiger etwas über der Erdoberfläche) beobachtete zweidimensionale Magnetfeld $\mathfrak{H}$ hänge von den reellen Variablen x und z ab, wobei x die horizontale Koordinate in Profilrichtung und z die vertikale Koordinate (positiv nach oben, im Gegensatz zu der sonst üblichen Festsetzung bei Problemen dieser Art) bezeichnet. Das Feld $\mathfrak{H}$ habe nur die Horizontalkomponente $X(x, z)$ in Profilrichtung und die Vertikalkomponente $Z(x, z)$. Wegen des lokalen Charakters des zu untersuchenden Störungsfeldes wird die Erdoberfläche als eben angenommen. Es sei dann $z = 0$ die Beobachtungsebene etwas über der Erdoberfläche; und es darf angenommen werden, daß in einem Bereich $-z_0 \leq z \leq +z_0$, $-\infty < x < +\infty$ keine elektrischen Ströme fließen [1], [4]. Im Rahmen der quasistationären Näherung ist dann rot $\mathfrak{H} = 0$, woraus $\partial X/\partial z = \partial Z/\partial x$ folgt. Da ferner wegen div $\mathfrak{H} = 0$ auch $\partial X/\partial x = -\partial Z/\partial z$ ist, genügen X und Z den CAUCHY-RIEMANNschen Differentialgleichungen und lassen sich zusammensetzen zu einer analytischen Funktion

$$F(\zeta) = X + iZ \tag{3}$$

der komplexen Variablen $\zeta = x + iz$. Gemäß den Voraussetzungen ist $F(\zeta)$ in $-z_0 \leq z \leq +z_0$ singularitätenfrei. Dagegen besitzt $F(\zeta)$ außerhalb dieses Streifens mit Sicherheit Singularitäten, entsprechend den primären Strömen in der Ionosphäre und den induzierten Strömen im leitfähigen Erdinnern. Dann ist folgende Aufspaltung möglich:

$$F(\zeta) = F_e(\zeta) + F_i(\zeta) \tag{4}$$

Dabei soll F_e nur Singularitäten für $z > z_0$ und F_i nur Singularitäten für $z < -z_0$ haben. Diese Aufspaltung gilt nach (3) auch für X und Z und bedeutet, daß X_e und

Z_e von den ionosphärischen Strömen und X_i und Z_i von den induzierten Strömen herrühren.

Wird nun (2) auf $f = F_e$ angewandt, so kann als geschlossener Integrationsweg im singularitätenfreien Gebiet von F_e ein beliebiges Stück der x-Achse gewählt werden, dessen Enden durch einen Halbkreis in der unteren Ebene verbunden sind (Abb. 2).

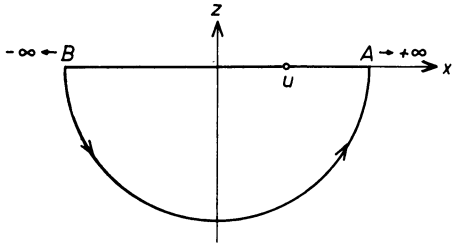


Abb. 2: Integrationsweg in der komplexen Ebene zur Herleitung von (5) aus (2).

Der Punkt u liege auf dem Abschnitt der x-Achse, der zum Integrationsweg gehört. Wird nun der Integrationsweg teilweise ins Unendliche verlegt ($A \to +\infty$, $B \to -\infty$ in Abb. 2), so verschwindet F_e für $|\zeta| \to \infty$, und (2) reduziert sich auf

$$F_e(u) = -\frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F_e(x)}{x-u}\, dx \tag{5}$$

Analog findet man aus (2) für $f = F_i$, wenn in dem für F_i singularitätenfreien Gebiet längs der x-Achse und längs eines Halbkreises in der oberen Ebene integriert wird und der Integrationsweg wieder teilweise ins Unendliche verlegt wird ($A \to +\infty$, $B \to -\infty$ in Abb. 3),

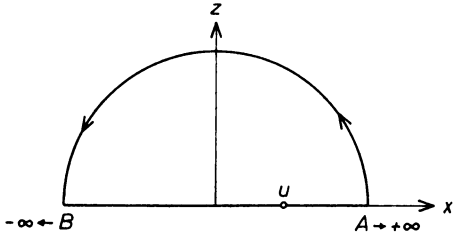


Abb. 3: Integrationsweg in der komplexen Ebene zur Herleitung von (6) aus (2).

$$F_i(u) = \frac{1}{\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F_i(x)}{x-u}\, dx \tag{6}$$

Aus (5) und (6) folgt mit (3)

$$F_e(u) - F_i(u) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(x)}{x-u}\, dx = -iKF \tag{7}$$

Der durch (7) definierte Integraloperator K ist identisch mit dem Kommutierungsoperator K in [6] und hat bis auf das negative Vorzeichen die Bedeutung einer HILBERT-Transformation, wie aus (7) ersichtlich ist.

Aus (4) und (7) berechnen sich F_e und F_i zu

$$2F_e = F - iKF \tag{8a}$$

$$2F_i = F + iKF \tag{8b}$$

Aufspaltung von (8a) und (8b) nach (3), das entsprechend auch für F_e und F_i getrennt gilt, ergibt die gesuchte Zerlegung des Feldes auf der x-Achse in Operatorschreibweise:

$$X_e = \frac{1}{2}(X + KZ); \qquad X_i = \frac{1}{2}(X - KZ) \tag{9a}$$

$$Z_e = \frac{1}{2}(Z - KX); \qquad Z_i = \frac{1}{2}(Z + KX) \tag{9b}$$

Die so mit Hilfe der CAUCHYschen Integralformel und ihrer Erweiterung (2) gewonnenen Zerlegungsformeln (9a) und (9b) stimmen mit denen in [6] völlig überein.

Die Anwendung von (9a) und (9b) auf das beobachtete Feld $\mathfrak{F}$ macht die Berechnung von KX und KZ erforderlich. Es sei $\varphi(x)$ eine reelle Funktion, für die je nach Bedarf X oder Z eingesetzt werden kann. Die Anwendung von K auf φ bedeutet dann nach (7) die Berechnung von

$$K\varphi(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(x)}{u - x}\, dx = \psi(u) \tag{10}$$

In der Praxis muß der Wert des Integrals für jedes u nach einem numerischen Verfahren bestimmt werden. An der singulären Stelle $x = u$ ist dabei die Berechnung im Sinne des CAUCHYschen Hauptwertes[4]) vorzunehmen, wie sich aus der Herleitung von (2) ergeben hat. Die unmittelbare Umgebung von $x = u$ liefert dann bei stetigem φ höchstens einen endlichen Beitrag, der aber nicht in jedem Fall verschwindet, wie in [6] fälschlich angenommen wurde. Dieser Beitrag verschwindet lediglich an den Stellen $d\varphi/dx = 0$, also auch dann, wenn φ für die numerische Integration durch eine Treppenfunktion ersetzt wird und so an die Stelle des Integrals eine Summe tritt mit abschnittsweise konstantem φ. Gleichzeitig wird zu einem in der Praxis immer vorliegenden endlichen Integrationsbereich übergegangen. Im Rahmen dieser Näherung ist auch das in [6] gegebene Schema der Magnetfeldzerlegung korrekt. Wie HARTMANN [2] jedoch gezeigt hat, lassen sich die Fehler, die bei einer Approximation von φ durch eine Treppenfunktion auftreten, ohne wesentliche Vermehrung des Rechenaufwandes merklich reduzieren, wenn φ in jedem Summationsintervall Δx_ν durch eine TAYLOR-Entwicklung ersetzt wird, die außer $\varphi(x_\nu)$ auch noch das Glied mit $d\varphi(x_\nu)/dx$ enthält.

---

[4]) $\int_{-\infty}^{+\infty} = \lim_{\varepsilon \to 0} \left(\int_{-\infty}^{u-\varepsilon} + \int_{u+\varepsilon}^{+\infty} \right)$

Zur Berechnung von $K\varphi$ genügt es dann im allgemeinen, die Ableitung von φ nur an der Stelle $x = u$ zu berücksichtigen, da die übrigen Ableitungen mit sehr kleinen Gewichten in die Summe eingehen. Bei Aufspaltung des Integrationsbereiches in $2N + 1$ Teilbereiche, die für die praktische Rechnung gleich lang gewählt werden: $\Delta x_\nu = \Delta x$, erhält man dann für (10) die näherungsweise Darstellung

$$\psi(u_\mu) = K\varphi(x) \approx \frac{1}{\pi} \sum_{\substack{\nu=-N \\ \neq\mu}}^{+N} \left(\frac{\varphi(x_\nu)}{\mu - \nu} \right) - \frac{1}{\pi} \frac{d\varphi(u_\mu)}{dx} \Delta x \tag{11}$$

$$\mu = -N,\ -N+1,\ \cdots +N$$

Dabei wird $\psi(u)$ an denselben Stellen bestimmt, an denen $\varphi(x)$ abgelesen wird. An der Stelle $\mu = \nu$ liefert die Summe nach dem Vorherigen keinen Beitrag, sondern nur die Ableitung von φ. Dieser zusätzliche Term tritt in (11) gegenüber dem entsprechenden Ausdruck (22) in [6] neu hinzu. Wegen der weiteren noch in (11) enthaltenen Vernachlässigungen und deren Abschätzung sei nochmals auf [2] verwiesen.

Aber auch wenn alle Bedingungen für die Anwendung von (11) erfüllt sind, bleibt die prinzipielle Schwierigkeit, daß wegen des lokalen Charakters der zu untersuchenden Leitfähigkeitsanomalien der mit Stationen dicht besetzte Beobachtungsbereich — und damit das in der Praxis verwendete „erlaubte Profil" — klein ist gegen die räumliche Erstreckung des induzierenden Magnetfeldes, wie es etwa von dem ionosphärischen Stromsystem einer Baystörung verursacht wird. Man ist hier gezwungen, über die Fortsetzung des beobachteten Feldes über die beiden Profilenden hinaus geeignete Annahmen zu machen. Solche Annahmen und ihre Anwendung finden sich in [5] und [6]. Um die Brauchbarkeit der verschiedenen Annahmen und die Güte der Approximationen genauer beurteilen zu können, ist ihre Anwendung bei Modellversuchen vorgesehen.

Literatur

[1] CHAPMAN, S. und J. BARTELS: Geomagnetism II, 18. 9.; Oxford University Press 1951.

[2] HARTMANN, O.: Behandlung lokaler erdmagnetischer Felder als Randwertaufgabe der Potentialtheorie. Abhandl. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. Beitr. Internat. Geophys. Jahr, H. 9, 1963.

[3] KERTZ, W.: Modelle für erdmagnetisch induzierte elektrische Ströme im Untergrund. Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. Abt. IIa, 1954, S. 101—110.

[4] MAUERSBERGER, P.: Mathematische Beschreibung und statistische Untersuchung des Hauptfeldes und der Säkularvariation. Geomagnetismus und Aeronomie III, 10.28; Herausgeber G. Fanselau. Deutsch. Verl. Wiss. Berlin, 1959.

[5] SCHMUCKER, U.: Erdmagnetische Tiefensondierung in Deutschland 1957/59: Magnetogramme und erste Auswertung. Abhandl. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. Beitr. Internat. Geophys. Jahr, H. 5, 1959.

[6] SIEBERT, M. und W. KERTZ: Zur Zerlegung eines lokalen erdmagnetischen Feldes in äußeren und inneren Anteil. Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl. Abt. IIa, 1957, S. 87—112.

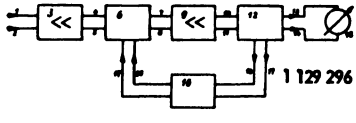
Von neuen Erfindungen

Verstärkerschaltung zur Reflexionsüberhöhung für seismische Registrierungen

Von H. FRIEDMANN, Berlin-Wilmersdorf[1])

Eingegangen am 24. Juni 1962

Ziel der Neuerung war es, durch eine kurzzeitige Empfindlichkeitssteigerung Reflexionen im Seismogramm besonders gut erkennbar zu machen. Hierzu wurden neue Wege beschritten, indem man den an sich bekannten Knick in der Kurve der Leitfähigkeit von Dioden benutzte, der abweichend von dem Üblichen nicht bei der Spannung Null, sondern merklich davon entfernt im Gebiet der positiven Spannung liegt. Die neue Schaltung bewirkt eine verzögerte automatische Amplitudenregelung oder Dynamikregelung durch einen innerhalb des geregelten Teiles des Verstärkers angeordneten ohmschen Spannungsteiler. Der eine Teil besteht aus der Parallelschaltung eines veränderlichen Widerstandes mit zwei ebenfalls parallel, aber gegensinnig geschalteten Gleichrichtern. Der Knickpunkt liegt merklich im positiven Gebiet, so daß durch Spannungszuwachs eine Verminderung des Teilerverhältnisses erfolgt.



Die Zeichnung zeigt das Blockschema eines Verteilers mit automatischer Regelung. An den Klemmen (1) und (2) liegt die vom Geophon kommende Spannung. Sie wird in der Verstärkerstufe (3) vergrößert und über die Leitungen (4) und (5) zum Reduzierungsglied (6) der automatischen Regelung geführt. Über die Leitungen (7) und (8) wird die Verbindung mit dem Verstärkerteil (9) hergestellt. Hier liegt der neuartige Spannungsteiler. Die Leitungen (10) und (11) führen zu dem Glied (12), das einerseits den Ausgangstransformator enthält, der über die Leitungen (13) und (14) die Meßschleife (15) speist, und andererseits den Gleichrichter zur Erzeugung der Regel-

[1]) Dr. H. FRIEDMANN, Berlin-Wilmersdorf, Ruhrstraße 20.

spannung enthält, die über die Leitungen (16) und (17), dem Verzögerungsglied (18) und über die Leitungen (19) und (20) dem Reduzierungsglied (6) zugeführt wird. Die mit einer solchen Schaltung erzielbare Regelkurve läßt erkennen, daß die Ausgangsspannung bei Änderung der Eingangsspannung über mehrere Zehnerpotenzen nur wenig ansteigt, also nahezu denselben Wert behält. Ein besonderer Vorteil dieser Verstärkerschaltung ist es, daß durch sie die Überhöhung nicht beliebig groß werden und zur Selbsterregung führen kann, sondern daß sie begrenzt ist. Sie kann nicht größer werden, als sie durch die Aufhebung der vom Spannungsteiler bewirkten Reduzierung erreicht wird. Bei der praktischen Anwendung dieser Schaltung muß man einen Punkt im Verstärker suchen, an dem die Wechselspannung beim eingeregelten Zustand etwas größer als die Knickspannung der Dioden ist. Bei Siliziumdioden liegt diese z. B. bei etwa $+0{,}2$ Volt.

DBP.-Anm.: 1129296, Kl. 42c, 42, veröffentlicht: 10. 5. 1962. Anmelder: Seismos GmbH, Hannover, Wilhelm-Busch-Straße 4.

On the Measurement of Mobility and Conductivity in the Mesosphere

By H. DOLEZALEK, Wilmington[1])

Eingegangen am 25. Juni 1962; in endgültiger Fassung am 27. Juli 1962

Summary: When applying the GERDIEN method for the measurement of the electrical conductivity in an atmosphere of very low pressure, this method should be modified in two ways: the place of the entrance of the ions in the condenser should be well defined, and the path of the ions in the condenser must be elongated by introducing a third agent in addition to the electric field and the air velocity.

Zusammenfassung: Für die Anwendung der GERDIENschen Methode der Messung der elektrischen Leitfähigkeit einer Atmosphäre sehr geringen Druckes werden zwei Modifikationen vorgeschlagen: die Eintrittsstelle der Ionen in den Aspirationskondensator sollte genauer definiert werden, und der von den Ionen im Kondensator zurückgelegte Weg muß verlängert werden. Das letztere läßt sich durch die Einführung einer weiteren auf die Ionen wirkenden Kraft zusätzlich zum elektrischen Gleichfeld und zu der Luftgeschwindigkeit, erreichen.

Résumé: Pour l'application de la méthode GERDIEN pour la mesure de la conductibilité électrique dans une atmosphère d'une pression très faible deux modifications sont proposés: le point oú les ions entrent dans l'appareil doit être defíné plus exactement; et le parcours des ions dans l'appareil doit être élongé. Ce dernier bout peut être atteindu par l'application d'une force tierce en addition aux forces du mouvement de l'air et électrique.

In this Journal S. C. CORONITI, H. DOLEZALEK, and H. ISRAËL [2] recently published a short paper emphasizing the necessity to measure the electrical conductivity and the mobility of the ions in altitudes between 30 and about 80 kilometers. The practical execution of these measurements involves some difficulties since the GERDIEN condenser in its usual form becomes more and more inappropriate when the density of the air decreases. The mean free path of the ions still is sufficiently small, compared with the geometrical measures of the usual aspiration condenser, as applied in the GERDIEN method [3] up to altitudes of more than 70 kilometers. But the mobility of the ions becomes so great, that in a regular condenser all existing ions are deposited on the receiving electrode without any distinction as to mobility. Consequently neither mobility nor conductivity can be measured in this way; the application of the GERDIEN

[1]) H. DOLEZALEK, AVCO, Research and Advanced Development Division, Wilmington, Mass. USA.

method provides only the number of ions per unit of volume. To count the ions in this way is not satisfactory for a better understanding of the electrical features of the atmosphere in these altitudes, since it is just here where the mobility of the ions begins to show very different values.

Figure 1 shows in a simplified form the formation of small ions in the lower atmosphere. By an ionizing radiation the neutral air molecule "*a*" is split up into a positive primary ion "*b*" and an electron "*c*". The latter one unifies itself in a time t_1 with

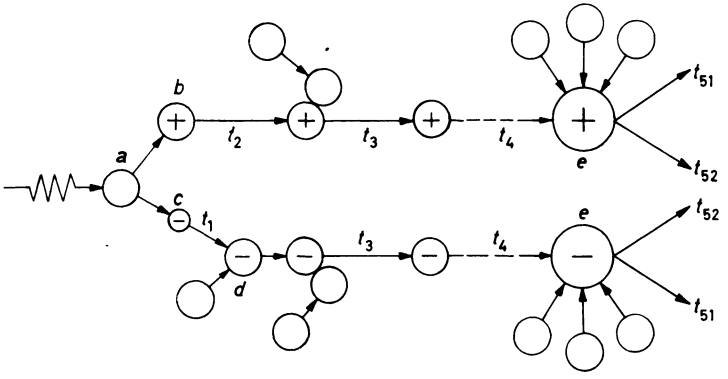


Fig. 1: The formation of small ions in the atmosphere (modified after [6]).

another neutral molecule, thus forming a negative primary ion "*d*". In a series of other processes, executed in the times t_2, t_3, t_4 these primary ions attract up to 10 or even 20 other neutral molecules, thus forming the "small ions" "*e*". These small ions may be attached to condensation nuclei after a time t_{51}, or they may meet each other and disappear by recombination after a time t_{52}. In the lower atmosphere up to 30 km and more, the periods t_1 to t_4 are very much shorter than the average period t_{51}or t_{52}. Consequently, we do not find ions of the types "*b*", "*c*", and "*d*"; and practically all ions, which have a mobility great enough to be moved by the electrical field of the atmosphere, are of the type "*e*". These conditions change when we ascend to greater altitudes. The periods t_1 to t_4 are extended. Consequently, we may expect to find ions of the intermediate stages "*c*" and "*d*" and of the stages between "*d*", "*b*", and "*e*" in increasing numbers. Furthermore, direct recombinations between these earlier stages will occur. There is still another reason for a differentiation in mobility, unknown in lower altitudes: When primary ions are essential besides "clusters" of type "*e*", the different diameters of the chemical components of the atmosphere may play a role. Finally, the number of these components increases with altitudes since atomaric ions will exist.

We derive from these facts the necessity to measure the mobility of ions in the altitudes between 30 and 80 kilometers. If we try to do this with a regular GERDIEN condenser, we find that the critical mobility of this instrument k_g becomes relatively

so small that no distinction between different mobilities is possible. It can be tried to adapt the instrument by increasing the diameter and the air velocity, and by decreasing the length and the voltage applied to the external electrode; and this certainly should be done, using low pressure chambers and wind tunnels for the experiment. But we expect that already below an altitude of 80 km we will reach the limit: The voltage must remain above the unavoidable electrical noise level (Volta-Effect), the air velocity must be small enough to avoid heavy turbulence, and the geometrical measures cannot be changed to the extremes.

To overcome this difficulty the path of the ions in the condenser should be elongated. There are, basically, at least, three different methods to do this:

(a) bending the paths of the ions by the application of a magnetic field;

(b) oscillating the paths of the ions by the application of an a.c. voltage increasing along the length of the condenser; and (c) oscillating of the paths of the ions by an a.c. voltage increasing with time and allowing the entrance of the ions only in very short time intervals. Additional modifications can be applied to further increase the possibilities of mobility separation: a change of the d.c. voltage with time or/and distance, and a change of air velocity along the radius of the condensor.

For the differentation of the mobilities, the well-known methods will be attempted in the experiment, as sweeping the working voltage (d.c. voltage applied to the external electrode of the condenser), and subdivision of the receiving electrode.

As long as the number of ions is sufficient, or as the measuring of a very small current still can be made, the method could be modified in another direction by providing a defined point of entrance for the ions to be measured. Without disturbing the flow of the air too much, an idea of HÖGL [4] may be applied for this purpose. He puts into the entrance opening of the aspiration condenser a series of short coaxial cylinders and with the exemption of the space between two of these cylinders he applies alternate voltage differences to adjacent cylinders. Thus, the air may flow but no ions may penetrate the gap between these cylinders, with the single exemption of the case where there is no voltage difference applied.

The experimental verification of these ideas in low pressure wind tunnels is intended.

A short survey on the magnitudes involved could be started from some simplifications and assumptions. The first simplification is the assumption that the field inside the aspiration condensor is homogeneous. The error introduced by this simplification is not small, but not essential for this survey (with the condensor described below, after equ. (3), the field strength varies from 13.4 to 161 V/m, while the homogeneous field strength would be 33.3 V/m). The second simplification is the assumption that the mobility does not depend on the field strength or on the ratio of field strength and pressure. With the rather extremely shaped condensor described below this assumption would not hold for all ions to be expected at 80 km and for the maximum field strength of 161 V/m, but it might be permissible for the present survey.

The pre-assumption to be made for any calculation is an estimation of the ionic mobility to be expected at 80 km. All equations which could be derived are based on some pre-assumptions the validity of which at 80 km is not known. Again we take the simplest form, starting from the mobility k_0 at n.t.p. and deriving the mobility k in the altitude according to

$$k = k_0 (p_0/p)(T/T_0) ; \tag{1}$$

p being the pressure in mb or Torr,
T being the temperature in degrees Kelvin.
With the figures of C. N. WARFIELD [7] and $k_0 = 1.5 \cdot 10^{-4}$ m/s per V/m we arrive at

$$(k_{80})_{cl} = 5 \text{ m/sec per V/m} \tag{2a}$$

for an ion of the form common close to ground. Allowing a factor of 5 for the disintegration of clusters etc. we get

$$k_{80} = 25 \text{ m/sec per V/m} \tag{2b}$$

as a possible value of ionic mobility at 80 km.
Taking this as the "critical mobility" k_g of an aspiration condensor and using the well-known formula (see, e.g. H. ISRAËL [5], p. 272, equ. (285) modified)

$$k_g = \frac{v(R^2 - r^2)}{2LU} \ln \frac{R}{r} ; \tag{3}$$

we may introduce the following numbers:

k_g = critical mobility = 25 m/sec per V/m
v = air velocity in the condensor = 226 m/sec
R = outer radius of condensor = 0.3 m
r = inner radius of condensor = 0.025 m
L = length of condensor = 0.1 m
U = working voltage = 10 V.

It is difficult to see how such a condensor could be made operating well.

The time to pass the distance from the outer to the inner electrode for an ion of the mobility k_g would be $3.6 \cdot 10^{-4}$ sec. If we intend to have an ion with the mobility $3\,k_g$ to contact the inner electrode, while all ions with smaller mobilities are forced to return before contact, a quarter period of an a.c. voltage applied across the condensor should have $1.2 \cdot 10^{-4}$ sec, in other words, the frequency of the a.c. should be 2.1 kHz. This frequency is easy to handle, and all possible modifications which will cause a change in this frequency would not bring it into the ranges of ELF or HF. In determining this frequency we again made a simplification, assuming that the working voltage would be constant during the quarter period in consideration.

Many secondary problems are involed. The a.c. voltage must be filtered out from the measured current. This can be made with a very narrow bandwidth by using active filters, since the oscillation to be filtered out is generated in the same instrument. The measuring effect would not be too small: assuming an ion number of $2.5 \cdot 10^8$ m^{-3} and a smaller windspeed of 22.6 m/sec, and assuming that all ions are captured we arrive at a current to be measured of about $3 \cdot 10^{-10}$ A. Permitting only 1/10 of the opening to let pass ions and resolving the ions in ten ranges of mobility we still have about $3 \cdot 10^{-12}$ A to be measured.

Another problem is connected with *all* types of measurements with rockets or bodies falling in these altitudes: the possible variation of the natural conditions by the shock-wave generated by the high velocity (see for this and other related discussions R. E. BOURDEAU, E. C. WHIPPLE, JR., and J. F. CLARK [1]). The application of ejectable carriers for the instrument, and of inflatable bodies and/or parachutes may approach to a starting velocity of almost zero at 80 km and a decreased acceleration. Again, we find ourselves at the limit of present possibilities also in this respect.

References

[1] BOURDEAU, R. E., E. C. WHIPPLE JR., and J. F. CLARK: Analytic and Experimental Conductivity between the Stratosphere and the Troposphere. Journ. Geophys. Res. 64, 1363—1370 (1959).

[2] CORONITI, S. C., H. DOLEZALEK, and H. ISRAËL: On the Electrical Feature of the Higher Stratosphere and Mesophere, Zs. f. Geophysik 67, 301—305 (1961).

[3] GERDIEN, H.: Demonstration eines Apparates zur absoluten Messung der elektrischen Leitfähigkeit der Luft. Physik. Zs. 6, 800—801 (1905).

[4] HÖGL: Personal communication kindly given by Prof. Dr. M. Knoll, Munich (1961).

[5] ISRAËL, H.: Atmosphärische Elektrizität, Teil I. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig KG, 370 p. (1957).

[6] WAIT, G. R.: Ions in the air. Carnegie Inst. of Wash. News Service Bulletin, III, No. 12, 87—91 (1934).

[7] WARFIELD, C. N.: NACA Technical Note No. 1200 (1947).

Buchbesprechungen

Lehrbuch der Angewandten Geologie, herausgegeben von Prof. Dr. A. BENTZ. Erster Band: Allgemeine Methoden: Kartierung, Petrographie, Paläontologie, Geophysik, Bodenkunde. XII u. 1071 S., 468 Abb., 75 Tab., 3 Taf. Ferd. Enke, Stuttgart 1961.

Das Lehrbuch der Angewandten Geologie, herausgegeben von ALFRED BENTZ, bearbeitet von zahlreichen Fachkennern und Spezialisten auf den verschiedenen Gebieten, erläutert die heute in der Angewandten Geologie benutzten Untersuchungsmethoden und stellt damit Fortführung und Neubearbeitung des (seinerzeit maßgeblichen, heute überholten) „Lehrbuchs der praktischen Geologie" von K. KEILHACK dar (1. Auflage 1896, letzte Auflage 1921/22).
Der vorliegende erste, hier zu referierende Band befaßt sich mit der Grundlage bzw. den allgemeinen Methoden der angewandten Geologie (Grundlagen der Hydrologie werden hier nicht behandelt). In fünf Hauptkapitel wird der Band gegliedert, die scharf gerafft sind, vielleicht aber doch verbindende Worte vermissen lassen.

1. Die geologische Geländeaufnahme,
2. mineralogische, petrographische und geochemische Untersuchungsmethoden,
3. paläontologische Untersuchungsmethoden,
4. Methoden der angewandten Geophysik und
5. bodenkundliche Untersuchungsmethoden.

Der großen Bedeutung der angewandten Geophysik für die angewandte Geologie wird dadurch Rechnung getragen, daß fast die Hälfte dieses ersten Bandes der Besprechung von Methoden der angewandten Geophysik gewidmet wird. Mit Recht weist der Redakteur des Teiles „Methoden der angewandten Geophysik" darauf hin, daß die Darstellung — obwohl für Geologen bestimmt — doch nicht von Geologen geschrieben werden konnte. Die Autoren der einzelnen Kapitel sind Geophysiker, Physiker oder Mathematiker. Man kann dieses Experiment als geglückt bezeichnen, zumal alle Autoren praktische Erfahrungen in den von ihnen behandelten Methoden der angewandten Geophysik gesammelt haben und so tatsächlich aus der Praxis für die Praxis geschrieben haben.
Die Hauptgebiete der angewandten Geophysik werden in 9 Abschnitten von verschiedenen Autoren behandelt. Das geschieht in folgender Reihenfolge:

1. Gravimetrie,
2. Geomagnetik,
3. seismische Verfahren,
4. geoelektrische Verfahren,
5. Isotopengeophysik,
6. Geothermik,
7. Bohrlochmeßverfahren,
8. physikalische Bodenluftuntersuchungen,
9. physikalische Untersuchungen von Porosität und Durchlässigkeit von Gesteinen.

Obwohl, wie schon erwähnt, die einzelnen Teile von verschiedenen Autoren dargestellt worden sind, so fügen sich doch diese Einzelbeiträge zu einem einheitlichen Werke zusammen, welches einen homogenen Eindruck hinterläßt. Das ist natürlich zunächst dadurch bedingt, daß das Objekt der Forschungen in den verschiedenen Gebieten wenigstens teilweise dasselbe ist, zum Teil aber auch dadurch, daß der Aufbau eines jeden Beitrages offensichtlich nach demselben Plan vorgenommen worden ist. Jeder Teil beginnt mit einer Erläuterung physikalischer Grundlagen und der zu benutzenden Grundbegriffe. Es folgt dann eine Besprechung der anzuwendenden Geräte und Instrumente. Im weiteren wird ausführlich die Anlage und Durchführung der Messungen im Gelände bzw. im Labor besprochen, und es werden die Probleme

der Interpretation diskutiert. Gut ausgewählte und instruktive Beispiele bilden gewöhnlich den Abschluß jedes Teiles. Auch der Verzicht auf mathematische Entwicklungen trägt erheblich dazu bei, dem Werk einen ausgewogenen Charakter zu verleihen. Dem Geophysiker könnte dieser Verzicht manchmal bedauerlich erscheinen. Berücksichtigt man aber die Tatsache, daß diese Darstellungen sich an Geologen wenden, so kann man vielleicht sogar konstatieren, daß dieser Verzicht auf die Mathematik nicht überall rigoros genug durchgeführt worden ist, um so mehr, da es geglückt ist, die mathematischen Zusammenhänge durch Figuren ausreichend zu erläutern und damit klare Vorstellungen zu vermitteln.

Als ganz besonders angenehm wird es vom Referenten empfunden, daß auch Gebiete, die sich noch in einem relativ frühen Stadium ihrer Entwicklung befinden, in diesem Werk ausführlich dargestellt werden. Obwohl dem Umfange nach Seismik, Geoelektrik, Geomagnetik und Gravimetrie dominieren, so werden auch die anderen Gebiete angemessen dargestellt. Die Bebilderung ist durchweg ausgezeichnet.

Auf Einzelheiten kann im Rahmen dieser kurzen Besprechung nicht eingegangen werden. So möge nur auf einige Gegenstände hingewiesen werden, die dem Referenten besonders interessant zu sein scheinen und auch einige wenige kritische Bemerkungen angeführt werden.

In den Ausführungen über die Gravimetrie sind die Gangbestimmungen besonders klar und ausführlich dargestellt worden. Als weniger erfreulich muß die Terminologie bei den Reduktionen der Schweremessung angesehen werden. Man spricht von Korrekturen nur dann, wenn es sich um Eliminieren instrumenteller Fehler handelt. Anderenfalls benutzt man, jedenfalls im deutschen Schrifttum, den Ausdruck Reduktion. Man spricht also von Freiluftreduktion, Bougersche Reduktion usw. Die Diskussion der Problematik bei den Bougerschen Reduktionen ist von großer Bedeutung. Dagegen fehlt bei der Besprechung der isostatischen Reduktion die Beziehung zur Praxis. Schließlich möge darauf hingewiesen sein, daß nicht VENING-MEINESZ, sondern daß HECKER die ersten gravimetrischen Beobachtungen auf See gemacht hat.

Im magnetischen Teil sind die Ausführungen über den Gesteinsmagnetismus von besonderem Interesse, und ebenfalls verdienen die Bemerkungen über die Interpretation geomagnetischer Messungen hervorgehoben zu werden.

In dem Abschnitt über die seismischen Methoden werden auch weniger bekannte Zusammenhänge erläutert. Das gilt insbesondere bei der Besprechung der Anisotropie von Gesteinen. Es muß allerdings darauf aufmerksam gemacht werden, daß die ersten Untersuchungen über die Ausbreitung von Wellen in anisotropen Gesteinen von Rudski durchgeführt wurden.

Die modernsten Methoden werden, wenn auch gelegentlich etwas kurz, behandelt, wie z. B. die Benutzung der Magnetbandtechnik, die Anwendung der Flächen- und Dichteschrift, die Benutzung von Analog- und Digitalrechnern und die Berechnung synthetischer Seismogramme. Ein Versehen sei erwähnt: Im Text wird das Produkt Dichte · Geschwindigkeit als Schallhärte bezeichnet. Dieses Produkt ist aber der Schallwiderstand, während die Schallhärte gleich dem Produkt aus Schallwiderstand und Kreisfrequenz der Welle ist.

In dem Beitrag über Geoelektrik verdienen die ausgezeichneten Diagramme hervorgehoben zu werden. Auch die Anwendbarkeit der einzelnen geoelektrischen Methoden wird sehr schön diskutiert. Ob allerdings ein mit den Theorien nicht vertrauter Leser des Buches die Methode der Hilfspunkte verstehen lernt, scheint zweifelhaft zu sein. Der Absatz über das Verfahren der induzierten Polarisation ist ein wenig zu knapp dargestellt worden.

Bei der Isotopengeophysik werden die Grundlagen ganz hervorragend dargestellt. Auch die Methoden der Altersbestimmung werden außerordentlich klar diskutiert. Sehr erfreulich ist es, daß auch die Fragen der möglichen Strahlenschädigungen erörtert werden.

Der Abschnitt über Isotopengeologie vermittelt neben klaren Vorstellungen über die Grundlagen auch die für die Anwendung wesentlichen Daten.

Die restlichen 4 Teile der Darstellungen sind relativ knapp gehalten, da die in diesen Abschnitten besprochenen Methoden z. T. nicht in demselben Umfang angewandt werden, wie

die übrigen Verfahren und zum Teil in ihren physikalischen Grundlagen bereits an früherer Stelle besprochen worden sind.

Der Begriff Thermistor (Heißleiter) ist wohl nicht so allgemein bekannt, als daß eine Erläuterung nicht notwendig gewesen wäre.

Bei den Bohrlochmessungen verdient die sorgfältige und ausführliche Diskussion der Anwendbarkeit und der Grenzen der einzelnen Verfahren hervorgehoben zu werden.

Im ganzen gesehen handelt es sich bei diesem Werk um eine erfreuliche Bereicherung des deutschen Schrifttums. Diese Darstellung der angewandten Geophysik dürfte nicht nur von Geologen, sondern auch von Geophysikern gern zur Hand genommen werden.

H. MENZEL, Clausthal-Zellerfeld

Schwerkraftverfahren in der Angewandten Geophysik von Dr. KARL JUNG, o. Professor für Geophysik an der Universität Kiel. Mit 217 Abb. und 39 Tab., XIV, 348 S., Preis 48,— DM. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig KG, Leipzig 1961.

Die Monographie „Schwerkraftverfahren in der Angewandten Geophysik" stellt eine zusammenfassende, auch für fortgeschrittene Leser bestimmte Einführung in die Grundlagen der gravimetrischen Methoden dar. Das Werk ist in die nachstehend aufgeführten 7 Kapitel eingeteilt:

Kapitel 1: „Das Schwerefeld" (17 S.)

Es werden die potentialtheoretisch begründeten Begriffe behandelt, die für das Verständnis der Gravimetrie von Wichtigkeit sind, so z. B. Schwerevektor, Schwerepotential, Niveauflächen und ihre Krümmung, Schweregradient, „Zweite Ableitung".

Kapitel 2: „Die Messung von Schwereunterschieden mit Gravimetern" (30 S.)

Einer allgemeinen Theorie der Federgravimeter schließt sich die Beschreibung von 4 felderprobten Gravimetertypen an. Die Feldmessung wird in den Abschnitten „Gravimeternetze" und „Nebenarbeiten" beschrieben.

Kapitel 3: „Die EÖTVÖSSche Drehwaage" (8 S.)

In sehr knapper Form werden Prinzip und Grundgleichungen der Drehwaage sowie die Bestimmung der Feldgrößen behandelt. — Der geringe Umfang des Kapitels trägt der heutigen Bedeutung dieses klassischen Instruments vollauf Rechnung.

Kapitel 4: „Die Reduktion der Messungen" (27 S.)

Nach einer kurzen Diskussion von Prinzip und Ziel der Schwerereduktionen erfolgt eine Schilderung ihrer Ausführung in den Abschnitten „Normalschwere", „Niveauwirkung", „Massenwirkung" und „Bestimmung der Gesteinsdichte".

Kapitel 5: „Vorbereitende Maßnahmen zur Deutung" (45 S.)

Das Kapitel gibt einen Überblick über die Grundlagen und die Methoden einer mathematischen Bearbeitung der Meßdaten für die Interpretation. Es werden ausführlich behandelt die Beseitigung des regionalen Feldes, die Glättung von Wertereihen und -netzen sowie die Bestimmung der Feldgrößen aus den Beobachtungswerten; hierbei sind insbesondere die Ergebnisse der letzten 15 Jahre ausführlich referiert.

Kapitel 6: „Die Wirkung gegebener Massen auf das Schwerefeld" (67 S.)

Das Kapitel beginnt mit einer Darlegung der grundlegenden Beziehungen für beliebig geformte und „zweidimensionale" Massen sowie für Flächenbelegungen. Es folgen die ele-

mentare Behandlung des Δg-Feldes und die Benutzung von Diagrammen für die Bestimmung der gesuchten Wirkung. Ein weiterer Abschnitt ist der Berechnung der Geländewirkung gewidmet. Den Abschluß des Kapitels bildet eine Zusammenstellung einfach geformter Massen, deren Wirkung durch geschlossene Integration berechnet werden kann.

Kapitel 7: „Die Deutung der Schwereanomalien" (66 S.)

Nach einer kurzen Schilderung der Probleme und Wege der Deutung wird den direkten Auswertungsverfahren breiter Raum gegeben: Der Abschnitt über einfache Abschätzungen und Faustregeln bringt z. B. Grenzwerte für die Tiefe eines Störungskörpers, Abschätzungen über Tiefenschwankungen, Ersatz wirklicher Störungsmassen durch einfache Massenformen usw. In dem Abschnitt über ebene Flächenbelegungen als Störungsmassen werden u. a. die Verwendung von Fourier-Reihe und Fourier-Integral, die Entwicklung mit Hermiteschen Polynomen, das analytische Verfahren von Bullard und Cooper, das $(\sin x)/x$-Verfahren von Tomoda und Aki behandelt. Den Schluß des Kapitels bilden Ausführungen über variable Dichte und Tiefe sowie statistische Fragen.

Anhang: (58 S.)

Hier wird eine Reihe von Ergänzungen des Hauptteils zusammengestellt, so u. a.: Potential und Schwere in Zylinderkoordinaten, Entwicklung in Potenzreihen und nach orthogonalen Funktionen, Fourier-Integral, Wahrscheinlichkeit herausfallender Beobachtungswerte, Integrale, Tabellen, Interpolation.

Die Darstellung des Stoffes ist klar und straff, so daß sie sowohl für die Hochschule als auch für die Praxis von großem Wert ist. Das Buch vermittelt neben einer guten Einführung in die Grundlagen auch die Möglichkeit zu schneller Information über die gängigen Methoden zur Bearbeitung von Spezialfragen; im Zusammenhang hiermit bietet das umfangreiche Literaturverzeichnis einen recht leichten Eingang in das Schrifttum. — Das Werk kann allen denjenigen, die an der Gravimetrie interessiert sind, nur empfohlen werden. O. ROSENBACH

ANDREAE, H., *Hydrometrische Verfahren und Fernmeßgeräte, ihre Aufgaben im Dienste der Landeskultur.* Dt. Vlg. d. Wissenschaften, Berlin 1961, 96 S., 34 Abb., 1 Tab., DM 14,70.

Das Buch besteht aus zwei Teilen; es wird mit je einem Geleitwort von Prof. Dr.-Ing. E.h. WECHMANN und Prof. Dr. DENNER eingeleitet. Der erste Teil befaßt sich mit der Bedeutung des Grundwassers und seiner Messung nach bisherigen und neu geschaffenen Verfahren. Im wesentlichen ist hier der gleiche Stoff dargeboten wie in dem vorher im gleichen Verlag erschienenen Büchlein: ANDREAE, H.: Grundwassermessungen, ihre Aufgaben und Verfahren im Dienste der Landeskultur. — Im zweiten Teil behandelt der Autor die übrigen hydrologischen Meßmethoden, die meist verbessert oder neu entwickelt worden sind. Zum Schluß befindet sich eine kurze Betrachtung „Zur Situation in der Hydrologie".

Neben einer allgemeinen Betrachtung über die Bedeutung des Wassers wird vor allem der Anstieg des industriellen und häuslichen Wasserverbrauchs herausgestellt. Der Verfasser verweist auf das reichliche Vorkommen und qualitativ wertvolle Wasser im Alluvium und Diluvium, besonders in den Urstromtälern.

Der meßtechnische Teil beginnt mit einer Betrachtung über die Grundwassermessungen im Dienste der Landeskultur. Dabei werden die mit der Grundwasserabsenkung verbundene landwirtschaftliche Ertragssteigerung sowie die Be- und Entwässerung von Kulturland gestreift; außerdem wird auf eine verstärkte Speicherwirtschaft (Oberflächen- und Grundwasserspeicherung) und eine mehrfache Benutzung des Wassers (Abwasseraufbereitung und Umlaufwasserbeschickung in der Industrie) hingewiesen.

An der Auswertung der Grundwassermessungen — abgesehen von Einzelfällen — wird Kritik geübt, da sie schleppend und unplanmäßig vorgenommen wird.

Die neu geschaffene Temperaturregistrierung benutzt ein elektrisch aufgeheiztes Quecksilberthermometer, das sich isoliert im Grundwasser befindet. Die Zeitdauer des Aufheizens über der Wassertemperatur bis zu einem fest eingebauten Kontakt im Thermometer (über 15°C) läßt sich registrieren und dient als Maß für die Wassertemperatur.

Die elektrische Grundwasserstandsmeßsonde benutzt — wie bei dem herkömmlichen Verfahren — ein Metallbandmaß mit angehängtem Kupfergewicht, das unter Spannung von 4 V steht und gleichzeitig geerdet ist. Das Berühren der Grundwasserfläche wird durch ein in den Stromkreis geschaltetes Milliamperemeter angezeigt (Lichtlot), und am Bandmaß wird die entsprechende Wassertiefe abgelesen.

Die beschriebene Meßsonde kann auch mit einem Fernmeßgerät gekoppelt werden. Das Kupfergewicht wird jetzt durch einen Synchronmotor herabgelassen, der sich beim Berühren der Wasserfläche ausschaltet. Ein parallel laufender zweiter Synchronmotor in einem entfernt liegenden Gebäude zeigt durch seine Laufzeit die Grundwasserstandshöhe an. Durch elektrische Entkopplung von Seiltrommel und Antrieb wird das am Drahtseil befestigte Kupfergewicht in die Nullstellung zurückgebracht. Eine vollautomatische Fernregistrierung ist als weitere Anlage beschrieben; sie gestattet eine graphische Aufzeichnung mehrerer Meßstellen über $^1/_2$ Jahr. Eine kleine UKW-Sende- und -Empfangsstation kann mit diesem vollautomatischen Gerät gekoppelt werden, so daß man in begrenzten Meßgebieten von den Übertragungsleitungen unabhängig ist.

Ein elektrischer Strömungsgeschwindigkeitsmesser wird weiter noch beschrieben.

Im zweiten Teil des Buches werden einige konstruktive Änderungen der im ersten Teil beschriebenen Verfahren besprochen. Ein Anzeigegerät für mehrere Momentanmessungen, das sowohl bei Oberflächen- und Grundwasserstandsmessungen erprobt wurde (Modell Wendenschloß) wird in seiner Arbeitsweise erläutert. Die bereits erwähnte UKW-Übertragung kann noch durch ein mit endlosem Tonband ausgerüstetes Speichergerät ergänzt werden, das von 10 Stationen die Impulse regelmäßig aufnimmt und durch telefonischen Abruf selbständig weitergibt. Werden zu vereinbarten Zeiten Telefonverbindungen zwischen der Speicherstelle und dem Ort der Registrierung hergestellt, so können die übertragenen Impulse das an die Telefonleitung angeschlossene Registriergerät steuern. Die auf dem Tonband befindlichen Impulse werden nach der Übertragung gelöscht und die Apparatur ist für die nächste Messung einsatzbereit.

Wasserstandsfernübertragungen verschiedenster Art sind schon seit Jahren bekannt; so z. B. benutzt man bei der Wasser- und Schiffahrtsdirektion Hamburg seit 1954 Telefonleitungen zur Übertragung von Mehrfachregistrierungen zur fortlaufenden Aufzeichnung von Wasserständen.

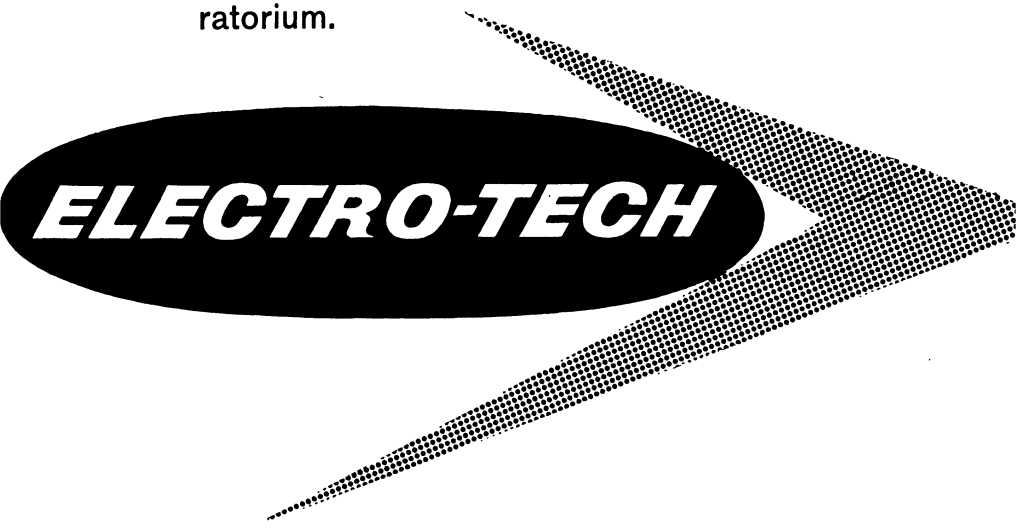
Ein neu entwickelter Niederschlagsmesser mit elektrischer Fernregistrierung (100 cm^2 Auffangfläche, aus Vergleichsgründen wären besser 200 cm^2 gewählt worden), leitet den Regen in ein Wasserstandselektrodengefäß, wodurch ein Stromschluß erfolgt und eine Dosierungspumpe (Hub 0,2 cm^3) eingeschaltet wird. Die Anzahl der Pumpenhübe gestattet die Regenwassermenge genau zu erfassen. In der kalten Jahreszeit ist eine elektrische Heizung vorgesehen, die bei über 5°C durch ein Bimetall eingeschaltet wird. Das Gerät muß an die Netzspannung angeschlossen werden. Leider ist das ungelöste Wind-, Verdunstungs- und Benetzungsproblem auch bei diesem Niederschlagsmesser nicht berührt worden.

Zum Schluß vertritt der Verfasser den Standpunkt, daß die hydrologische Grundlagenforschung unbedingt zu verstärken ist. PLEISS

Geophysikalische Geräte für

Gravimetrie
Seismik
Bohrloch-Messungen

für wissenschaftliche Grundlagenforschung, für die Aufsuchung von Bodenschätzen und für Baugrunduntersuchungen, für Feldmessungen und für die Auswertung von Seismogrammen im Laboratorium.



Die „Electro-Tech"- geophysikalischen Apparate und „Widco"-Bohrloch-Meßgeräte der Mandrel Gesellschaften sind robust konstruiert und haben sich auch unter schwierigen Bedingungen in vielen Ländern bei schnellen Übersichts-Erkundungen und für gründliche Erforschungen bewährt.

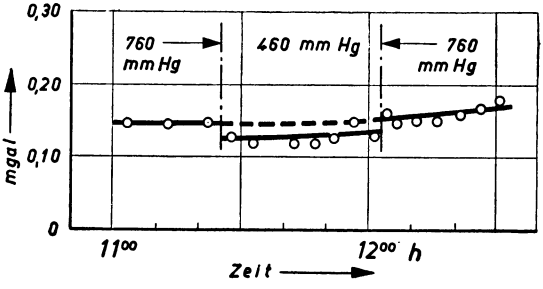
Mandrel Industries, Inc.,
5234, Glenmont Drive,
Houston 36, Texas,
und
Mandrel Cie.,
59, Avenue des Romains,
Annecy (Haute Savoie)

Vertretung für die Bundesrepublik Deutschland und die Österreichische Republik:
Friederich Justus & Co.,
2000 Hamburg 1,
Heidenkampsweg 74,
Sachsenburg, 11. Stock,
Fernsprecher: 242400,
Fernschreiber: 0211614, riensch hmb,
Telegrammanschrift: Heidmira.

Ist Ihre Gravimeteranzeige wirklich unabhängig von Luftdruckveränderungen?

ASKANIA

Askania-Gravimeter haben einen Luftdruck-einfluß von höchstens 0,01 mgal pro 100 mm Hg



Verlauf der Meßwerte bei einer plötzlichen Druckänderung von 760 mm Hg auf 460 mm Hg bei druckdichtem Gravimeter

Weitere Instrumente:

- Feldwaagen
- Torsionsmagnetometer
- Magnet. Reisetheodolite
- Normaltheodolite
- Mikrobarometer
- Mikrobarographen

Verlangen Sie unsere ausführlichen Informationen

4-315

CONTINENTAL ELEKTROINDUSTRIE AKTIENGESELLSCHAFT

ASKANIA-WERKE · BERLIN-MARIENDORF

Thesaurus Mathematicae

Neudrucke wichtiger mathematischer Werke
Reprints of important mathematical works

Band 1:

Handbuch der Kugelfunctionen
Thorie und Anwendungen. Von E. HEINE.
2. umgearbeitete und erweiterte Auflage. 2 in 1 Band.
1878—1881. Neudruck 1961. XVI, 484 und XII, 380 Seiten. Leinen DM 78,—

Band 2:

Diophantische Approximationen
Eine Einführung in die Zahlentheorie.
Von H. MINKOWSKI. Mit 82 Abbildungen. 1907.
Neudruck 1961. 235 Seiten. Leinen DM 27,—

Band 3:

Traité des sections coniques
faisant suite au traité de géométrie superieur.
Von M. CHASLES. Teil 1 (alles Erschienene). Mit 5 Tafeln. 1865. Neudruck 1962. XII, 368 Seiten.
Leinen DM 56,—

Band 4:

Formeln und Lehrsätze zum Gebrauch der elliptischen Funktionen
von K. WEIERSTRASS.
Herausgegeben von H. A. SCHWARZ. 2. Ausgabe.
1893. Neudruck 1962. 96 Seiten. Leinen DM 22,—

Physica-Verlag · Würzburg

GEOPHYSICS

A Journal of General and Applied Geophysics

Published Quarterly by
SOCIETY OF EXPLORATION GEOPHYSICISTS

Box 1536 Tulsa, Oklahoma

- The official journal of the leading international group of prospecting geophysicists
- Devoted to current problems in seismograph, gravity, magnetic and other methods of geophysical prospecting for oil and other minerals
- Covers geophysical instrumentation

SUBSCRIPTION RATES

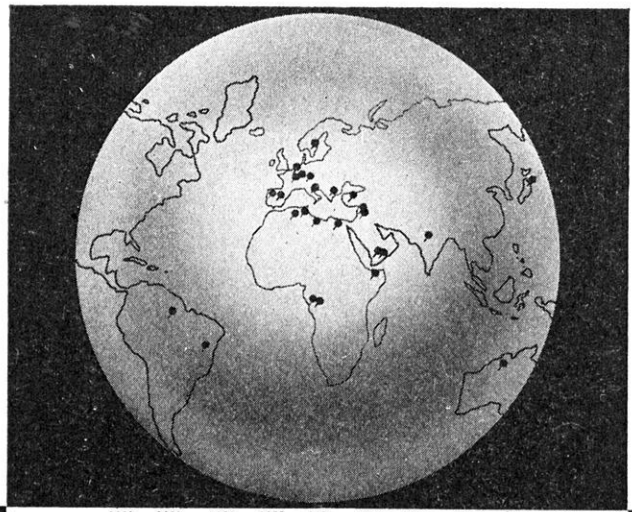
ONE YEAR (4 issues) $ 10.00,
foreign $ 10.50 (payment with order)

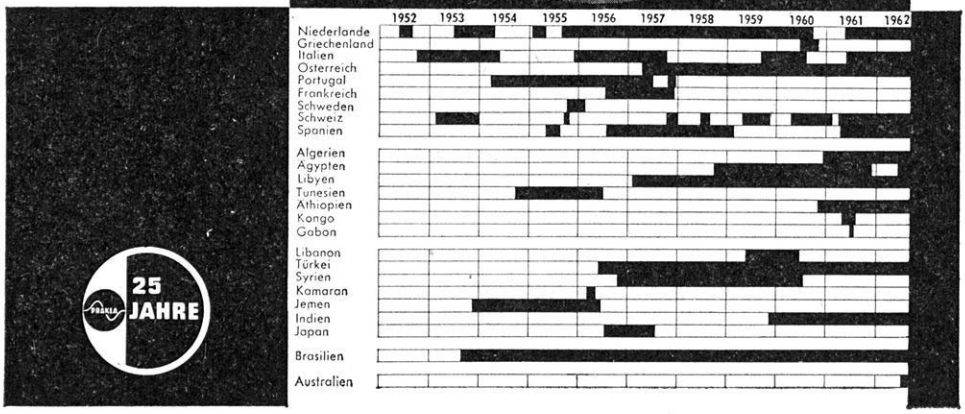
Also available on microcards

SEISMOS

beschafft für Sie Informationen aus dem Untergrund

Seismos G.m.b.H.,
Wilhelm-Busch-Straße 4,
Hannover.
Fernruf 7 08 31
Fernschreiber 09 22419





In einem Jahrzehnt

arbeiteten wir in 25 Ländern der Erde
mit zeitweise
bis zu sieben Meßtrupps
in einem Land

Wir stellen aus auf der **„inter-oil"**

PRAKLA

HANNOVER · HAARSTRASSE 5 · RUF: 88 66 61 · FERNSCHREIBER: 092 2847 · DRAHT: PRAKLA