
Gebirgskinematische Analyse
unter Nutzung der räumlichen Statistik

Von der Fakultät für Geowissenschaften, Geotechnik und Bergbau
der Technischen Universität Bergakademie Freiberg

genehmigte

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

(Dr. – Ing.)

vorgelegt

von Dipl.-Ing. Wojciech Naworyta

geboren am 21. Februar 1969 in Maków Podhalański, Polen

Gutachter: Prof. Dr. –Ing. Joachim Menz, Freiberg

Prof. Dr. –Ing. habil. Anton Sroka, Freiberg

Prof. Dr. –Ing. habil. Edward Popiołek, Krakau

Prof. Dr. –Ing. Axel Preuße, Aachen

Tag der Verteidigung: 21. Januar 2005

Inhaltverzeichnis

Inhaltverzeichnis.....	2
Vorwort.....	5
1 Einleitung	6
1.1 Die bergbauinduzierten Bodenbewegungen.....	6
1.2 Die markscheiderischen Modelle zur Vorausberechnung der bergbauinduzierten Bodenbewegungen	8
1.3 Die Diskrepanz zwischen den prognostizierten, vorausberechneten und beobachteten Werten der Bodenbewegungselemente	10
2 Aufgabe und Ziel der Untersuchung	15
3 Die Methoden zur Vorausberechnung der bergbauinduzierten Bodenbewegungen, die auf der Theorie der stochastischen Medien nach Litwiniszyn (1956) basieren.	17
3.1 Das Modell der stochastischen Medien von Litwiniszyn.....	17
3.2 Die Theorie nach Knothe	21
3.3 Das Ruhrkohle-Verfahren	35
4 Genauigkeit der markscheiderischen Vorhersagen	38
4.1 Modellfehler	39
4.2 Anteil des Messfehlers in der gemessenen Zerrung und Pressung	40
4.3 Die stochastischen Schwankungen der beobachteten Werte der relativen horizontalen Längenänderung	43
4.4 Einfluss der Messbasislänge auf die Größe der beobachteten Werte der relativen horizontalen Längenänderung	45
5 Bisherige Untersuchungen der Genauigkeit markscheiderischer Vorhersagen	48
5.1 Gebirgsmodell zur Beschreibung der Verformung der Tagesoberfläche. Variabilitätsfaktor der Pressung und Zerrung nach Batkiewicz.....	48
5.2 Statistische Untersuchungen zur Ableitung des Variabilitätsfaktors der Zerrung nach Popiołek.....	51
5.3 Variabilität der Bodenbewegungselemente nach Klein	54
5.4 Zusammenstellung der bekannten Formeln für den Variationskoeffizient der relativen horizontalen Längenänderung	56
6 Analyse der Variabilität der beobachteten relativen horizontalen Längenänderung in der Zerrungszone im Zusammenhang mit den Abbau- und Gebirgsparametern.....	59

7	Einführung in die Theorie der regionalisierten Variablen.....	63
7.1	Geostatistische Modellannahmen.....	63
7.2	Stationarität einer Zufallsfunktion.....	65
7.3	Das Variogramm und seine Kennwerte.....	66
7.4	Zusammenhang zwischen Variogramm und Kovarianzfunktion und deren Spektraldarstellung.....	68
7.5	Zur Wahl der Modellannahmen	70
7.6	Kovarianzfunktionen der Senkung, Schiefelage und Krümmung unter der Annahme eines Konstanten Trends	73
8	Räumliche Analyse der gemessenen Bodenbewegungselemente	77
8.1	Ziel der Analyse	77
8.2	Abbauggebiet und Messdaten - Beschreibung	78
8.3	Die räumliche Analyse der gemessenen Bodenbewegungselemente.....	82
8.4	Die Analyse der Mikrovariabilität der gemessenen Zerrung und Pressung.....	85
8.5	Die Mikrovariabilität der relativen horizontalen Längenänderung im Zusammenhang mit der Größe der Zerrung und der Pressung.....	89
8.6	Die Analysen zur Bestimmung des Messfehleranteils in den Werten der relativen horizontalen Längenänderung	92
8.7	Räumliche Analyse des Quotienten $B=U/T$	96
9	Simulation der bergbauinduzierten Bodenbewegungen.....	102
9.1	Die Beschreibung des Verfahrens	103
9.2	Simulation der Abbau- und Gebirgsparameter.....	108
9.3	Simulation der Senkung	112
9.4	Ableitung der horizontalen Bodenbewegungselemente.....	114
9.5	Das Ergebnis der Simulation.....	117
9.6	Diskussion zum Simulationsverfahren.....	120
10	Fallstudie - Steinkohlenbergwerk Czechtot.....	125
10.1	Beschreibung des Abbauggebietes und der Messdaten.....	125
10.2	Auswahl der Simulationsparameter.....	127
10.3	Simulation der Senkung	131
10.4	Einfluss der simulierten Abbau- und Gebirgsparameter auf die berechneten Senkungen.	134

10.5	Untersuchung der Varianz der Modellparameter mittels der Ausgleichsrechnung .	
	138
11	Zusammenfassung.....	144
	Quellenverzeichnis.....	147
	Abbildungsverzeichnis.....	150
	Tabellenverzeichnis.....	153
	Anlage 1.....	154
	Anlage 2.....	164

Vorwort

Die vorliegende Dissertation wurde am Institut für Markscheidewesen und Geodäsie der TU Bergakademie Freiberg angefertigt. Mein Promotionsstudium wurde mit den Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Graduiertenkollegs „Räumliche Statistik“ TU Bergakademie Freiberg finanziert.

Während des Studiums habe ich von mehreren Personen freundliche Unterstützung bekommen. Dazu gehört meine Familie in Polen, die Mitarbeiter der Fakultät für Bergbau und der Fakultät für Markscheidewesen und Umweltschutztechnik der TU Berg- und Hüttenakademie Kraków, die Mitarbeiter des Institutes für Markscheidewesen und Geodäsie sowie des Institutes für Stochastik der TU Bergakademie Freiberg.

Allen, die mich unterstützt und gefördert haben, möchte ich für die Geduld, die Ermutigung, die Anregungen, sowie für die zur Verfügung gestellte Daten und Unterlagen als auch für jedes gute Wort meinen herzlichen Dank aussprechen.

Mein besonderer Dank für die Betreuung und wertvollen Hinweise und Anregungen, die zur Bearbeitung dieses Dissertationsthemas führten, gilt:

Herrn *Prof. Dr. -Ing. Joachim Menz* und

Herrn *Prof. Dr. -Ing. habil. Anton Sroka* - meinen Doktorvätern

als auch

Herrn *Prof. Dr. rer. nat. habil. Dietrich Stoyan* – dem Sprecher des Graduiertenkollegs „Räumliche Statistik“.

1 Einleitung

1.1 Die bergbauinduzierten Bodenbewegungen

Die Bergbautätigkeit wirkt sich vielseitig auf die Umwelt aus. Zu den negativen Veränderungen, deren Ursachen direkt im Zusammenhang mit dem untertägigen Bergbau stehen, gehören die sogenannten Bodenbewegungen. Die Entnahme der Untertage liegenden Massen verändert den natürlichen Spannungszustand des Gebirges, was in der Konsequenz zu einer Bewegung der darüber liegenden Gesteinmassen führt. Diese Bewegungen können sich in unterschiedlichen Formen auf die Tagesoberfläche auswirken. In Abhängigkeit von mehreren Faktoren, wie der Geometrie des entstandenen Hohlraumes, der Abbauteufe und den Eigenschaften des Gebirges, kommt es zu plötzlichen Tagesbrüchen, entstehen Pingens, oder senkt sich das Gebirge allmählich, was zur Entwicklung einer regulären Senkungsmulde führt (Abb. 1-1). Die Bodenbewegungen verursachen Schäden an Gebäuden, Verkehrseinrichtungen, Versorgungsleitungen und Kanalisationen, was zur Erhöhung der Bergbaukosten wesentlich beiträgt. Außerdem verschlechtern sie die Akzeptanz des Bergbaus in der Öffentlichkeit.

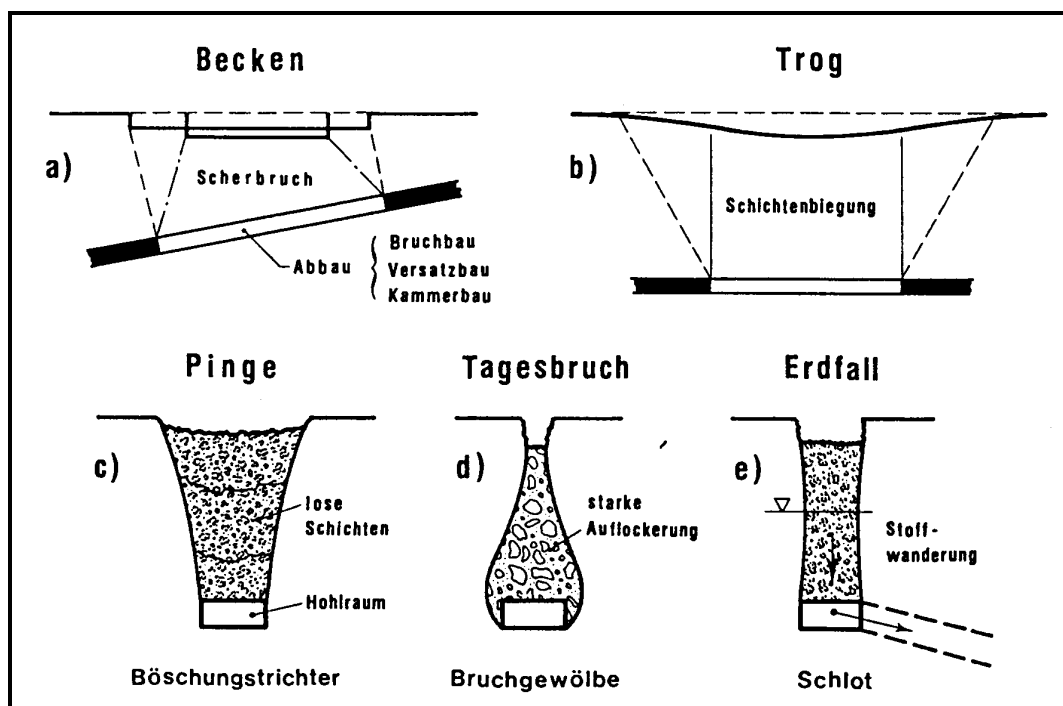


Abb. 1-1 Die verschiedenen Arten der Abbaueinwirkung auf die Erdoberfläche (Kratzsch 1997).

Die vorliegende Arbeit betrachtet die Auswirkungen des Abbaus von flözartigen Lagerstätten. Derartiger Abbau führt zur Entstehung der regulären Tröge, die sich mit bestimmter Genauigkeit vorhersagen und mittels stetiger Funktionen beschreiben lassen (Abb. 1-1 b).

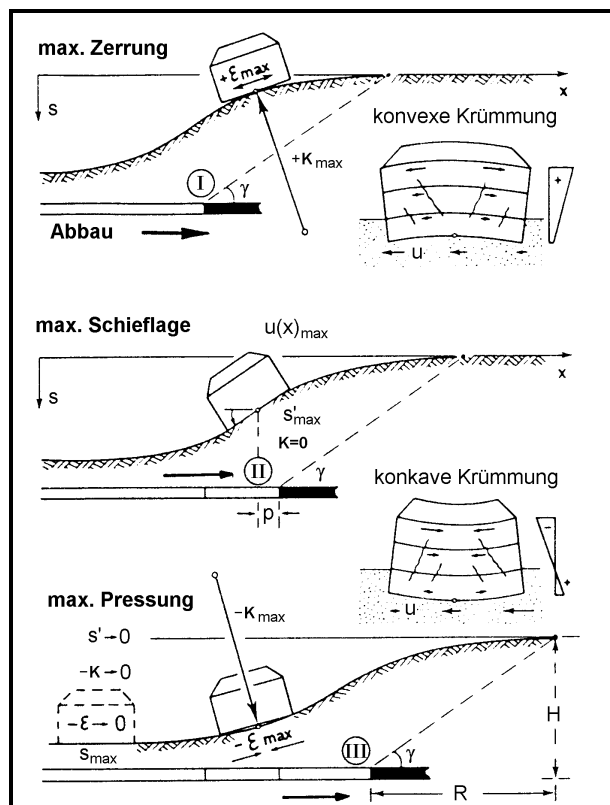


Abb. 1-2 Auswirkung der Bergbautätigkeit auf die bebaute Tagesoberfläche (Kratzsch 1997).

Die Bergbauauswirkungen, die zu un stetigen Formen, wie Pingen, Tagesbrüche und Becken, an der Tagesoberfläche führen (Abb. 1-1 a, c, d, e) werden in dieser Arbeit nicht betrachtet.

Abb. 1-2 stellt die Auswirkungen des Abbaus einer Steinkohlenlagerstätte auf die bebaute Tagesoberfläche dar. Es werden drei Etappen der Unterbauung eines Gebäudes gezeigt. Jeder Teil der Abb. 1-2 stellt eine charakteristische Phase der Bodenbewegung dar, in der sich einzelne Elemente dieses Prozesses auf das Gebäude in ihrer maximalen Größe auswirken. In der ersten dargestellten Phase des Abbaus (Abb. 1-2 Teil 1) liegt das Gebäude in der Zone des Bergbaueinwirkungsbereiches, wo maximale Zerrungen zusammen mit maximalen konvexen Krümmungen auftreten.

Wenn sich das Gebäude gerade über der Abbaukante befindet (Abb. 1-2 Teil 2), verschwinden die Auswirkungen der Zerrung und der konvexen Krümmungen. Gleichzeitig wird aber das Gebäude maximal schief gestellt. Konkaven Krümmungen und negative

Längenänderungen erreichen ihre maximalen Werte in dargestellten Zustand III (Abb. 1-2 Teil 3). Das Gebäude wird gepresst und gleichzeitig konvex gekrümmt.

Nachdem die Abbaufont weiter verschoben wurde und die Senkungsprozesse nachgelassen haben, liegt das Gebäude tiefer als vor dem Abbau. Ansonsten treten keine anderen bergbauinduzierten Auswirkungen mehr auf. Die Abb. 1-3 stellt die theoretischen Verläufe der Bodenbewegungselemente dar.

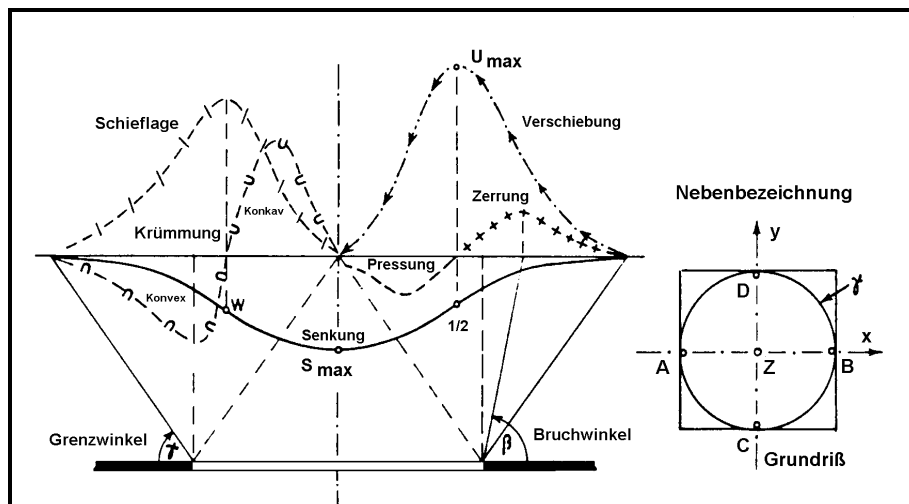


Abb. 1-3 Die Bodenbewegungselemente über einer Abbauvollfläche. Linke Hälfte: Lotrechte Elemente (Senkung, Schiefelage, Krümmung); rechte Hälfte: Waagerechte Elemente (Verschiebung, Zerrung, Pressung), (Kratzsch 1997).

1.2 Die markscheiderischen Modelle zur Vorausberechnung der bergbauinduzierten Bodenbewegungen

Seit über 100 Jahren erforschen die Markscheider das Phänomen der bergbauinduzierten Bodenbewegung. Über den Abbaufeldern werden Messlinien oder einzelne Messpunkte angelegt, die die Überwachung der Bodenbewegungen ermöglichen. Anhand des gesammelten Messmaterials und der Erfahrungen wurden die Bodenbewegungstheorien bzw. – methoden entwickelt, die den Zusammenhang zwischen dem Abbau als Ursache und der Senkung als Wirkung beschreiben.

Anhand der entwickelten Bodenbewegungsmodelle lassen sich die Senkungen und die daraus resultierenden weiteren lotrechten und waagerechten Bodenbewegungselemente, wie Schiefelagen, Krümmungen sowie horizontale Verschiebungen und relative horizontale Längenänderungen, vorausberechnen. Durch eine genaue Vorausberechnung lassen sich

entsprechende prophylaktische Gegenmaßnahmen vor oder während des Abbaus einleiten, die die negativen Auswirkungen des Bergbaus vermindern.

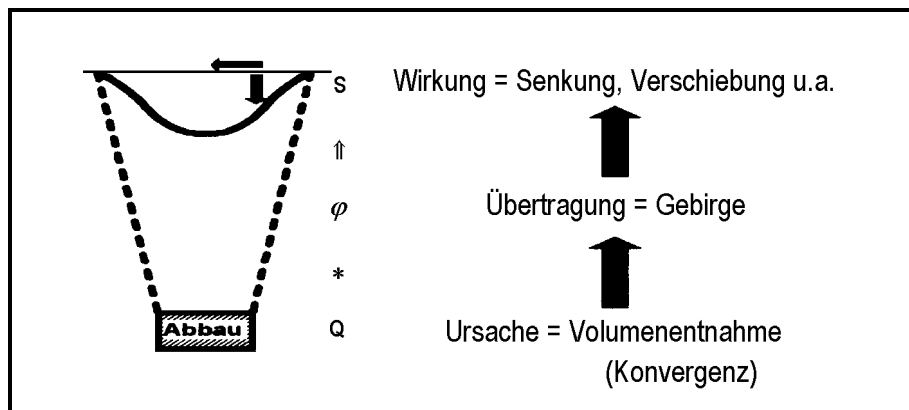


Abb. 1-4 Ursache – Übertragung – Wirkung.

Die bisher entwickelten Modelle zur Prognose abbaubedingter Bodenbewegungen lassen sich in drei Hauptgruppen einteilen:

- die geometrisch-integralen Modelle,
- die Modelle der kontinuierlichen Medien und
- die stochastischen Modelle.

Zu der ersten Gruppe gehören die empirischen Verfahren, wie z.B. das saarländische Schnittwinkelverfahren (Loos 1960), die aus den gemessenen Bodenbewegungswerten abgeleitet werden. Die Positionen des Senkungsmaximums und anderer charakteristischer Punkte der Senkungsprofilkurve werden mit Hilfe der empirisch bestimmten Schnittwinkel zeichnerisch ermittelt.

Gebirgsmechanisch begründete Verfahren ermöglichen die Berechnung der Durchbiegung des gesamten hangenden Gebirgskörpers. Die Beträge der Bodenbewegungen können aus der Verformung der Oberfläche des kontinuummechanischen Gebirgsmodells abgeleitet werden. Beispielsweise verwendet die Methode der finiten Elemente schichteigene Verformungsgrößen (Elastizitätsmodul, Querdehnungszahl und Dichte), um die Gebirgsschichtung in einem inhomogenen, elastischen Gebirgsmodell zu beschreiben (Kratzsch 1997).

Stochastische Modelle – sind auf der Basis der Theorie der stochastischen Medien nach Litwiniszyn (1956) entstanden. Das Gebirge wird in solchen Modellen als eine Zusammensetzung aus spröden, brechenden Teilen beschrieben, die sich in Richtung des Hohlraumsystems, als Folge der Schwerkraft, bewegen. Das mathematische Modell von

Litwiniszyn beschreibt das Deformationsphänomen als den Bewegungsprozess mit größter Wahrscheinlichkeit. Das Verfahren nach Knothe (1953) erfüllt die Anforderungen der stochastischen Medien von Litwiniszyn und kann als ein Sonderfall der Theorie des stochastischen Mediums betrachtet werden.

Die Berechnungen in der vorliegenden Arbeit lehnen sich an die von Knothe entwickelte Methode an. Die Theorie von Knothe (1953) und die Theorie der stochastischen Medien nach Litwiniszyn (1956) werden ausführlich im Kapitel 3 erläutert.

1.3 Die Diskrepanz zwischen den prognostizierten, vorausgerechneten und beobachteten Werten der Bodenbewegungselemente

Ziel der Vorausberechnung ist es, anhand der bekannten abbautechnischen- und geologischen Daten, die zukünftigen Bodenbewegungselemente abzuschätzen:

$$\Phi = F(M, H, N, a, \gamma, c, x, y, x_p, y_p), \quad (1.1)$$

wobei:

- Φ –ein Bodenbewegungselement (z.B. Senkung, Schiefelage oder Krümmung),
- F –eine Funktion,
- M –die Mächtigkeit des abgebauten Flözes,
- H –die Abbauteufe,
- N –die Mächtigkeit des lockeren Deckgebirges,
- a , –der Absenkungsfaktor,
- γ –der sog. Grenzwinkel, ein Kennwert des Gebirges,
- c –der Zeitfaktor,
- x, y –die Koordinaten eines Berechnungspunktes der Tagesoberfläche und
- x_p, y_p – die Punktkoordinaten des Hohlraumes

sind.

Mit einem markscheiderischen Verfahren können die Werte beliebiger Bodenbewegungselemente berechnet werden (Abb. 1-3). Trotz der über hundertjährigen Erfahrung sind die entwickelten Vorausberechnungstheorien oder -verfahren nicht in der

Lage, die zu erwartenden Bodenbewegungselemente genau vorzuberechnen. Das Gebirge - Medium in dem die Bodenbewegungsprozesse stattfinden - charakterisieren komplexe und einmalig im geologischen Prozess gebildete Eigenschaften, die sich mit kleiner Anzahl von Parametern nicht beschreiben lassen. In den markscheiderischen Modellen zur Vorausberechnung der bergbauinduzierten Bodenbewegungen werden die Gebirgseigenschaften jedoch meistens nur mit zwei bzw. drei Parametern beschrieben. Mit dieser Vereinfachung lassen sich die Senkungen selbst relativ genau abschätzen; doch im Fall der anderen Gebirgsbewegungselemente, die aus den Senkungen resultieren, wie Krümmungen oder Verformungen, werden große Unterschiede zwischen den prognostizierten und den beobachteten Größen festgestellt. Die zahlreichen Ergebnisse von Messungen, die mit verschiedenen Messmethoden, GPS-Messung eingeschlossen, durchgeführt wurden, bestätigen, dass sich die Reaktion des Gebirges auf den Abbau nicht genau vorhersagen lässt.

In den 70er Jahren wurden von Popiołek (Popiołek 1976, Popiołek, Hejmanowski 1999) anhand der Messdaten von mehreren Senkungsmulden in polnischen Bergbaurevieren die Differenzen zwischen den beobachteten Bodenbewegungselementen und den nach Knothe „angepassten“ Werten untersucht (Abb. 1-5).

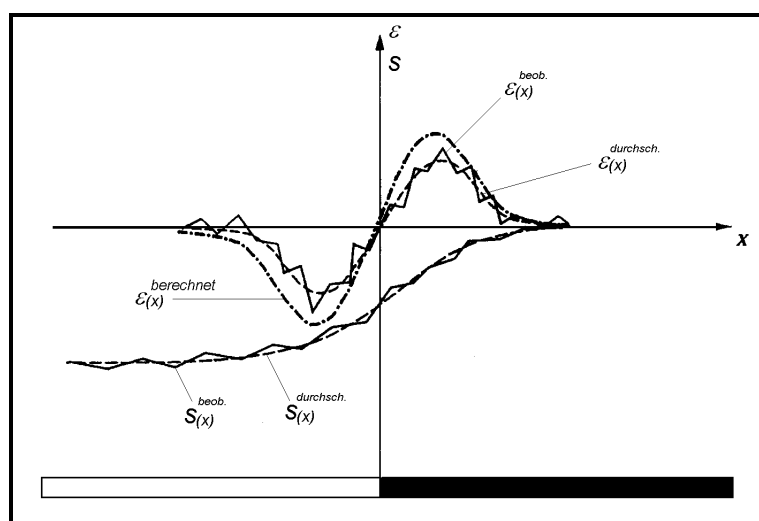


Abb. 1-5 Beobachtete und durchschnittliche Verläufe der Senkungen, Zerrungen und Pressungen (Popiołek, Hejmanowski 1999)

Es wurden die folgende Genauigkeitsmaße definiert:

- der Variabilitätsfaktor, der die stochastische Streuung der gemessenen Bodenbewegungselemente charakterisiert und

- der systematische Fehler des Modells.

Der Variabilitätsfaktor der Senkung wurde als das Verhältnis der Standardabweichung der Differenzen zwischen den beobachteten Werten und dem angepassten Modell, zu dem Wert der maximalen beobachteten Senkung definiert:

$$M_s = \frac{\sigma_s}{s_{\max}} \cdot 100 \quad [\%]. \quad (1.2)$$

Die Variabilitätsfaktoren der anderen Bodenbewegungselemente wurden analog berechnet. In der Tab. 1-1 wurden die Werte der Variabilitätsfaktoren und in der Tab. 1-2 die Werte der Modellfehler für die Deformationskennziffern zusammengestellt.

Nr	Bodenbewegungselemente	Variabilitätsfaktor M [%]
1	Senkung S	± 4
2	Schiefelage T	±13
3	Krümmung K	± 43
4	Horizontale Verschiebung U	± 13
5	Zerrung ε^+	± 20
6	Pressung ε^-	± 30

Tab. 1-1 Statistische Durchschnittsstreuung der Bodenbewegungselemente in den polnischen Steinkohlenrevieren (Popiołek, Hejmanowski 1999)

Die Ergebnisse statistischer Analyse weisen darauf hin, dass sich die Senkung ausreichend genau vorhersagen lässt, was aber im Fall der anderen Größen, wie Schiefelage, Krümmung, horizontale Verschiebung sowie Zerrung und Pressung, nicht gilt. Dabei ist zu beachten, dass die genaue Vorausberechnung der Krümmung, Zerrung und Pressung aus bergschadenkundlicher Sicht viel wichtiger ist, als die der Senkung. Die Differenzen zwischen den prognostizierten und gemessenen Werten sind im Fall der relativen horizontalen Längenänderung besonders sichtbar.

Nr	Bodenbewegungselemente	Systematischer Fehler des Modells [%]
1	Senkung S	+ 2
2	Schiefelage T	- 13
3	Krümmung K	- 34
4	Horizontale Verschiebung U	+ 32
5	Zerrung und Pressung ε (Bruchbau)	+ 28
6	Zerrung ε^+ (Spülversatz)	+ 100

Tab. 1-2 Systematischer Fehler der Bodenbewegungselemente für die Theorie von Knothe in den polnischen Steinkohlenrevieren (Popiołek, Hejmanowski 1999)

Die von Szpetkowski (1979) publizierte Arbeit, in der die Messdaten aus 29 Senkungsmulden aus dem polnischen Oberschlesien und aus der Donezk-Steinkohlenregion analysiert wurden, weist auf große Unterschiede zwischen den nach Knothe vorhergesagten maximalen Werten der relativen horizontalen Längenänderung und den entsprechenden Beobachtungen hin. Die festgestellten Differenzen liegen im Bereich von $-4,8$ bis $+5,0$ mm/m, und der Varianzkoeffizient:

$$M_{\varepsilon_{\max}}^{\text{Szp.}} = \frac{\Delta\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_{\max}} \cdot 100\% \quad (1.3)$$

nimmt die Werte von -40% bis $+40\%$, im Betrag durchschnittlich ca. $19,7\%$ an.

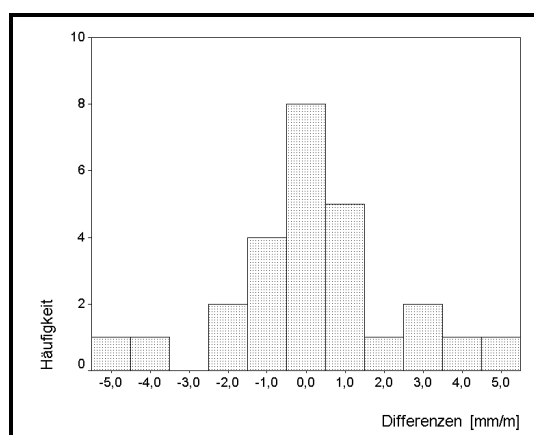


Abb. 1-6 Differenzen [mm/m] zwischen den beobachteten und prognostizierten maximalen Werten der relativen horizontalen Längenänderungen (nach Szpetkowski 1979).

Die Größe der relativen horizontalen Längenänderung zeigt die größte Korrelation mit den registrierten Bergschäden an baulichen Objekten auf. Aus diesem Grund ist es notwendig, die Ursachen dieser Differenzen zu erforschen. Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit wird deshalb auf die Untersuchung der horizontalen Bodenbewegungselemente gelegt – insbesondere auf die relative horizontale Längenänderung ε .

2 Aufgabe und Ziel der Untersuchung

Ziel der Arbeit ist es, anhand der Messdaten und der bisher entwickelten Theorien bzw. Verfahren eine umfassende Analyse der Ursachen, die einen Einfluss auf die Qualität der Vorausberechnung der bergbauinduzierten Bodenbewegungselemente haben, durchzuführen. Insbesondere soll eingeschätzt werden, wie sich die Unsicherheiten in der Bestimmung des Gebirgs- und Lagerstättenparameter auf die Genauigkeit der Vorausberechnungen auswirken. In der Analyse der Messdaten sollen die Methoden benutzt werden, die auf den geostatistischen Annahmen basieren. Dabei handelt es sich besonders um die variographische Analyse, durch die sich die räumliche Veränderlichkeit der gemessenen Bodenbewegungselemente untersuchen lässt.

Da die Vorhersage der horizontalen Bodenbewegungselemente aus bergschadenkundlicher Sicht von großer Bedeutung ist, werden sich die Überlegungen auf diese Elemente konzentrieren. Im Hinblick auf die Genauigkeit der Prognose wird der relativen horizontalen Längenänderung besondere Aufmerksamkeit gewidmet.

Um die Aufgabe lösen zu können, werden zunächst die bereits entwickelten Theorien und Verfahren zur markscheiderischen Vorausberechnung dargestellt. Es werden diejenigen Vorhersagenverfahren in Betracht genommen, die auf dem stochastischen Modell des Gebirges basieren (Modell der stochastischen Medien von Litwiniszyn (1956), Die Theorie von Knothe (1953), Das Ruhrkohle-Verfahren (Erhard, Sauer 1961)). Auf die früher entwickelten geometrischen Verfahren als auch auf die Verfahren, die auf den kontinuierlichen Medien basieren, wird absichtlich verzichtet.

Anschließend werden die Faktoren genannt, die die Differenzen zwischen den prognostizierten und den beobachteten Größen verursachen. Darunter sind Messgenauigkeit, Modellfehler, äußere wetterbedingte Faktoren, die die Stabilität der Messpunkte negativ beeinflussen als auch der Abstand zwischen den benachbarten Messpunkten.

Die in der vorliegenden Arbeit dargestellten Analysen basieren auf den bisherigen Forschungsergebnissen der Markscheider, die sich mit dem Problem der Genauigkeit der markscheiderischen Vorausberechnung befasst haben. Insbesondere wird auf die Ergebnisse und Schlussfolgerungen von Batkiewicz (1971, 1976), Popiołek (1976) und Klein (1979) eingegangen.

Anhand der von Popiołek (1976) zusammengestellten Daten werden die Zusammenhänge zwischen der Streuung der relativen horizontalen Längenänderung und der Einflussgrößen wie: Abbauteufe, Einwirkungsradius, maximale Senkung, Abbaufaktor, Mächtigkeit des lockeren Deckgebirges untersucht.

Den integralen Teil der Arbeit bildet die Auswertung der markscheiderischen Messdaten. Darunter sind die Bodenbewegungsbeobachtungen aus dem polnischen Kupfererzbergbaugebiet (LGOM – Lubin-Głogów Kupfererzrevier), die mehrere Senkungsmulden umfassen, und die Messdaten aus dem polnischen Steinkohlenbergbau.

Anhand der Messdaten aus LGOM werden geostatistische Analysen durchgeführt. Insbesondere wird die Mikrovariabilität der gemessenen relativen horizontalen Längenänderungen analysiert. Mittels der berechneten Variogramme wird der Messfehleranteil in der gesamten Mikrovariabilität der Zerrung und der Pressung geschätzt.

Das Verhältnis der horizontalen Verschiebung zur Schiefelage, das in den markscheiderischen Verfahren als Konstante B zur Berechnung der horizontalen Bodenbewegungselemente verwendet wird (Hypothese von Aviershin), wird anhand der Quotienten U/T im gesamten Abbaueinflussbereich (in LGOM) untersucht. Es wird eine räumliche Analyse der Quotienten U/T durchgeführt.

Kern der Arbeit bildet eine computergestützte Methode zur Simulierung der Bodenbewegungselemente. Das Programm, dessen Algorithmen auf der Theorie von Knothe basieren, berechnet die Einflüsse, die von den einzelnen Abbauelementen resultieren und diese anhand des Superpositionsgesetzes aufsummiert. Die in Vorausberechnungsverfahren verwendeten Abbau- und Gebirgsparameter werden als Zufallsfunktionen betrachtet und mittels der geostatistischen Verfahren im Abbaueinflussbereich als regionalisierte Variable simuliert.

Mit der angenommenen Varianz der Abbau- und Gebirgsparameter liefert das Programm den wahrscheinlichsten Verlauf der Bodenbewegungsparameter. Anhand der Simulationsergebnisse kann die Überschreitungswahrscheinlichkeit von angenommenen Schwellenwerten berechnet werden, was in Hinblick auf die Beurteilung der abgeleiteten prophylaktischen Maßnahmen sehr wichtig ist. Die Anwendbarkeit des Programms wird in Fallstudien geprüft.

3 Die Methoden zur Vorausberechnung der bergbauinduzierten Bodenbewegungen, die auf der Theorie der stochastischen Medien nach Litwiniszyn (1956) basieren.

Das im Bergbau meistbenutzte Verfahren zur Vorausberechnung der Bodenbewegungen wurde von Knothe im Jahr 1953 veröffentlicht. Die empirischen Untersuchungen der bergbauinduzierten Bodenbewegungen brachten ihn auf die Idee, dass die Profilkurve eines Senkungstrogens einer Gaußschen Integralkurve ähnlich ist. Er vermutete, dass die Senkungsprozesse einen stochastischen Charakter aufweisen. Diese Idee hat einen Durchbruch in der Bergschadenkunde gebracht. Die daraus, mit etlichen Verbesserungen, entwickelte Theorie von Knothe wird von Markscheidern zur Vorausberechnung der bergbauinduzierten Bodenbewegungen benutzt. Die mathematische Begründung des stochastischen Charakters der Senkung wurde von Litwiniszyn (1953) vorgestellt. Die Richtigkeit statistischer Methoden wurde anhand experimenteller Untersuchungen in einem stochastischen Medium, wie z.B. Sand, nachgewiesen (Litwiniszyn 1956).

3.1 Das Modell der stochastischen Medien von Litwiniszyn

„Das Gebirge ist charakterisiert durch Inhomogenität und Anisotropie als auch die Diskontinuität der mechanischen Eigenschaften. Es treten Systeme von Sprüngen, Klüften und Schichten auf. Der Abbauprozess und damit die induzierten Gebirgsbewegungen verwandeln das Gebirge in eine „Makro-Trümmerstätte“, bestehend aus einer Anhäufung mehr oder weniger loser Felsblöcke. Ein derartiges Medium bewahrt bei Bewegung keinesfalls die Bedingung der Kontinuität der Transformierungen, die diese Bewegung beschreiben. Diese Bedingung wird aber von den klassischen Methoden kontinuierliche Medien gefordert. (...) Zahlreiche Ansammlungen von Felstrümmern haben eine riesig große Anzahl von Freiheitsgraden. Die klassische Mechanik erlaubt grundsätzlich, für ein derartiges mechanisches System die Bewegungsgleichungen aufzuschreiben. In der Praxis wäre jedoch die Bestimmung der Bahnen der einzelnen Blöcke unmöglich, ähnlich wie dies im Falle einer Sammlung von Gasatomen unmöglich ist (Litwiniszyn 1958).

Litwiniszyn folgert, dass die Gebirgsbewegungsvorgänge zufallsbedingt und nur in geringem Maße von den Eigenschaften der Gebirgselemente abhängig sind. Zur Bestimmung der Größe der Bewegungen innerhalb dieses Mediums wird eine Differenzialgleichung abgeleitet, deren Randbedingungen durch den Abbau vorgegeben werden.

Durch ein unbewegliches, horizontales Flächenelement ΔS , das dem Punkt Q zugeordnet ist, hat sich ein bestimmtes Volumen des Mediums verschoben. Für diese vertikale Bewegung gilt:

$$\lim_{\Delta S \rightarrow Q} \frac{\Delta V(\Delta S)}{\Delta S} = s(Q). \quad (3.1)$$

Es soll ein mathematischer Operator F gefunden werden, der es ermöglicht, der Elementarmulde im Niveau z_1 (mit Punkt Q), die Elementarmulde im Niveau z_2 (mit Punkt P) zuzuordnen:

$$s(P, z_2) = F[s(Q, z_1); Q, z_1; P, z_2] \quad z_2 \geq z_1, \quad (3.2)$$

wo:

$$\lim_{z_2 \rightarrow z_1} s(P, z_2) = s(Q, z_1). \quad (3.3)$$

Folgende Anforderungen werden an den Operator F gestellt:

- Transitivität,
- Eindeutigkeit,
- Linearität,
- Nichtnegativität und
- Superposition.

Transitivität:

Der Übergang vom Niveau z_1 zu z_3 ist identisch mit dem Übergang vom Niveau z_1 zu z_2 und von z_2 zu z_3 .

$$F[s(x, z_1), z_1, z_3] = F\{F[s(x, z_1), z_1, z_2], z_2, z_3\} \quad (3.4)$$

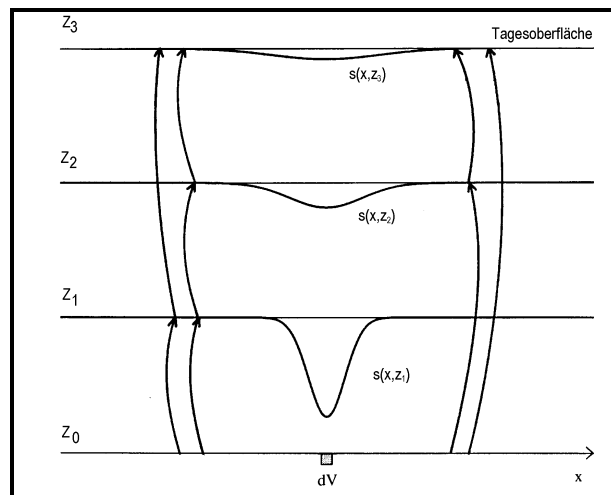


Abb. 3-1 Transivitätsprinzip (aus Kateloe 2002)

Eindeutigkeit:

Der Operator F ist ein eindeutiger Operator. Das bedeutet, dass der Grenzwert des Operators F beim Übergang vom Niveau z_1 nach z_2 genau der Senkung im Niveau z_1 entspricht (3.3).

Linearität:

Die Größe der Gebirgsbewegung hängt linear mit der Größe der Hangendbewegung über dem Abbau zusammen, die der abgebauten Mächtigkeit M des Flözes proportional ist. Der Abbau der n -fachen Mächtigkeit M verursacht die n -fache Senkung s .

$$F[n \cdot s(x_1, z_1), z_1, z_2] = n \{ F[s(x_1, z_1), z_1, z_2] \} \quad (3.5)$$

Nichtnegativität:

Der Operator ist nichtnegativ, transformiert jede nichtnegative Funktion wieder in eine nichtnegative Funktion. Das bedeutet, dass die Senkung keine Hebung in einem höheren Niveau verursachen kann.

Superposition:

Die Gesamtwirkung einer Anzahl unabhängiger Ursachen entspricht der Summe der durch diese Ursachen jeweils erzeugten Einzelwirkungen:

$$F\{[s_1(x_1, z_1) + s_2(x_1, z_1) + \dots + s_n(x_1, z_1)], z_1, z_2\} = \quad (3.6)$$

$$F[s_1(x_1, z_1), z_1, z_2] + F[s_2(x_1, z_1), z_1, z_2] + \dots + F[s_n(x_1, z_1), z_1, z_2]. \quad (3.7)$$

Diese Bedingungen werden durch partielle Differentialgleichungen beschrieben. Die allgemeinste Lösungsform lässt sich nach Litwiniszyn durch folgende Vektorgleichung im nichthomogenen, anisotropen Medium beschreiben:

$$\frac{\partial w_k}{\partial x^3} = \sum_{i=1}^3 \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{\beta=1}^2 \frac{\partial^2}{\partial x^\alpha \partial x^\beta} (w_i K_{\alpha\beta}^{ik}) + \sum_{i=1}^3 \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\partial}{\partial x^\alpha} (w_i M_\alpha^{ik}) + \sum_{i=1}^3 w_i N^{ik} \quad (3.8)$$

Die Größen $K_{\alpha\beta}^{ik}$, M_α^{ik} , N^{ik} (mit $i, k = 1, 2, 3$ und $\alpha, \beta = 1, 2$) beschreiben die Materialeigenschaften des Gebirges. Die Variablen w_1, w_2, w_3 stellen die Erwartungswerte der drei Komponenten des räumlichen Verschiebungsvektors dar. Aus der Kombination der Indizes (i, k, α, β) folgt, dass zur vollständigen Beschreibung der Gebirgseigenschaften nach Litwiniszyn 63 Kennwerte notwendig werden (3.8).

Unter Annahme, dass das Gebirge homogen und horizontal geschichtet ist, lässt sich die Gleichung (3.8) vereinfachen:

$$\frac{\partial s}{\partial z} = B_1(z) \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + B_2(z) \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + A_1(z) \frac{\partial s}{\partial x} + A_2(z) \frac{\partial s}{\partial y} + N(z)s. \quad (3.9)$$

Die tiefenabhängigen Koeffizienten $B_1(z)$, $B_2(z)$, $A_1(z)$, $A_2(z)$, und $N(z)$ beschreiben die Eigenschaften des Mediums.

Für den idealisierten, zweidimensionalen Fall, nimmt die Gleichung zur Beschreibung der elementaren Senkungsmulde folgende Form an:

$$\frac{\partial s}{\partial z} = B(z) \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + A(z) \frac{\partial s}{\partial x} + N(z)s, \quad (3.10)$$

wo:

- B(z) - der tiefenabhängige Kennwert des Gebirges ist,
- A(z) - der sogenannte Deviationskoeffizient. Für die horizontal gelagerten Schichten des Gebirges nimmt er den Wert $A(z)=0$ an.
- N(z) - der Gebirgskennwert ist. Bei $N(z)=0$ kommt keine Volumenänderung vor.

Für den zweidimensionalen Fall, wenn die Eigenschaften des Gebirges richtungsunabhängig sind ($B_1(z)=B_2(z)$) und die Schichten des Gebirges sind horizontal gelagert ($A_1(z)=A_2(z)=0$), kann die Gleichung (3.10) in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\frac{\partial s}{\partial z} = B(z) \left(\frac{\partial^2 s}{\partial(x)^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial(y)^2} \right) + N(z)s. \quad (3.11)$$

Die fundamentale Lösung der Differenzialgleichung für diesen Fall lautet:

$$s(x, z) = \frac{G}{\sqrt{4\pi b(z)}} \exp \left(-\frac{[x - x_0 + a(z)]^2}{4b(z)} + n(z) \right). \quad (3.12)$$

Mit der obigen Gleichung ist die elementare Senkungsmulde beschrieben, die durch den Abbau eines differentiellen Abbauelementes entsteht. Die Parameter $b(z)$, $a(z)$ und $n(z)$ sind teufenabhängige Gebirgsparameter, deren Bedeutung den Parametern $B(z)$, $A(z)$ und $N(z)$ entspricht

$$b(z) = \int_0^z B(s) ds \quad ; \quad a(z) = \int_0^z A(s) ds \quad ; \quad n(z) = \int_0^z N(s) ds.$$

Die Anfangsbedingung zur Lösung der Gleichung beim Grenzübergang $z \rightarrow z_0$ tritt in der Form der Dirac'schen Funktion auf:

$$\bar{s}(x, 0) = G \delta(x - x_0), \quad (3.13)$$

wobei

$\delta = \delta(x - x_0)$ - die Dirac-Funktion ist, mit den Eigenschaften:

$\delta(x - x_0) = 0$ - wenn $x \neq x_0$ und

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_0) dx = 1.$$

$G = M \cdot \Delta x$ - ist die Fläche, die dem Produkt der Mächtigkeit des Abbauelementes M und seiner Breite Δx entspricht.

3.2 Die Theorie nach Knothe

Die Theorie von Knothe, die auf dem stochastischen Modell des Gebirges basiert, erfüllt die von Litwiniszyn (1953, 1956) formulierten Bedingungen: Transitivitätsprinzip, Eindeutigkeit,

Linearitäts- und Superpositionsprinzip und Nichtnegativität der Lösung. Darüber hinaus wurden von Knothe die Annahmen gestellt und zwar:

- dass, die Einflüsse der untertätigen Abbaue im Gebirge normal verteilt sind,
- der Verschiebungsvektor $u(x)$ laut der Hypothese von Aviershin (1947) dem Schiefelagevektor $T(x)$ proportional wird:

$$u(x) = -B \cdot T(x) \quad (3.14)$$

- und es findet keine Volumenänderung des Mediums statt (Knothe 1984).

Die Herleitung und die Bedeutung des Proportionalitätsfaktors B wird im Kapitel 3.2.2 ausführlich erläutert.

In geometrischen Theorien für die Bodenbewegungsvorausberechnung wird angenommen, dass die Entnahme eines Volumens der Lagerstätte dV mit der Fläche dP , beschrieben durch die Koordinaten x_p, y_p , eine elementare Bewegung im Punkt $A(x,y)$ im Abbaueinflussbereich verursacht. Diese Senkung kann mit folgender Funktion beschrieben werden:

$$ds_A(x, y) = s_{\max} \cdot f(x_p - x, y_p - y) dP, \quad (3.15)$$

wenn:

- ds_A – die elementare Senkung im Punkt A,
- s_{\max} – die maximale Senkung [m],
- dP – die Fläche des Abbauelementes und
- f – die Einflussfunktion ist.

Mit der Anwendung des Superpositionsgesetzes kann die Senkung im Punkt A als die Summe aller elementarer Senkungen, die von den Abbauelementen aus dem Einflussbereich resultieren, berechnet werden:

$$s_A = s_{\max} \iint_P f(x_p - x, y_p - y) dP. \quad (3.16)$$

Von der Form der Einflussfunktion hängt die Gestalt der berechneten Senkungsmulde ab. Der Theorie von Knothe liegt die Analyse zahlreicher Senkungsmulden zugrunde. Nach der Analyse des Messmaterials hat Knothe folgende Schlussfolgerung formuliert (1953):

„Die Analyse mehrerer Senkungsmulden hat mich (Knothe) 1950 auf die Idee gebracht, dass die Profilkurve der Senkungsmulde in Form der Gaußschen Integralkurve dargestellt werden kann. [...]. Somit kann angenommen werden, dass die Gleichung der Einflussfunktion, die eine Differenzialkurve des Senkungsprofiles ist, dem Verlauf der Gaußschen Kurve ähnlich ist.“

In Folge dessen nimmt die Gleichung der Einflussfunktion die Gestalt:

$$f(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \exp(-h^2 x^2) \quad (3.17)$$

an.

Die in Gleichung (3.17) benutzte Größe h ist ein Parameter, der die Dispersion der Einflüsse beschreibt. Wenn man die Funktion $f(x)$ durch ein Dreieck substituiert, dessen Fläche der Fläche unter der Einflusskurve entspricht (Abb. 3-2), bekommt man:

$$h = \frac{\sqrt{\pi}}{r} \quad (3.18)$$

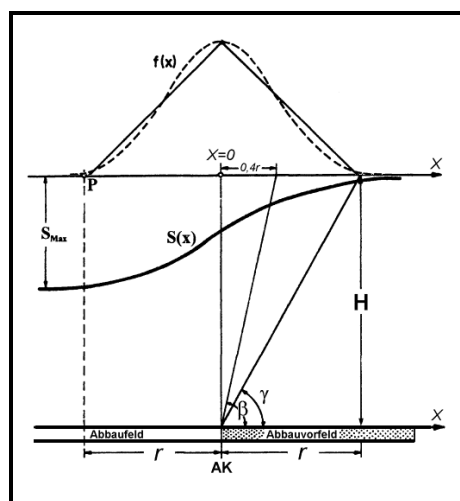


Abb. 3-2 Senkungsfunktion $S(x)$ und Einflussfunktion $f(x)$ nach Knothe (Dżegniuk/Fenk/Pielok 1987)

Mit Berücksichtigung der Beziehung (3.18), nimmt die Gleichung der Einflussfunktion folgende Form an:

$$f(x) = \frac{1}{r} \exp\left(-\pi \frac{x^2}{r^2}\right). \quad (3.19)$$

Der Parameter r wurde von Knothe als Haupteinwirkungsradius bezeichnet. Diese Größe steht im Zusammenhang mit dem Gebirgsparameter, der die Eigenschaften des Gebirges mit dem Haupteinwirkungswinkel γ_K beschreibt:

$$\tan \gamma_K = \frac{H}{r}, \quad (3.20)$$

wo:

H – die Abbauteufe [m] ist.

Bemerkung

Der nach Knothe festgelegte Haupteinwirkungswinkel wurde in polnischen Veröffentlichungen mit dem Symbol β bezeichnet. In deutschen Arbeiten dagegen wird mit dem Symbol β ein Bruchwinkel benannt und für den Grenzwinkel das Symbol γ reserviert. Diese Bezeichnung der Winkel, wie in der Abb. 3-2 zu sehen, wird auch in dieser Arbeit gelten.

3.2.1 Die Bodenbewegungselemente im Verfahren nach Knothe

Für die Herleitung der Bodenbewegungselemente, die aus der Bodensenkung resultieren, werden die Überlegungen in einer theoretischen Abbausituation - in der Form der Halbebene - durchgeführt. Mit der Einführung dieses Begriffes können die Betrachtungen auf den eindimensionalen Fall beschränkt werden, indem man die Einflüsse der übrigen drei Abbaukanten vernachlässigt. Zusätzlich wird angenommen, dass die theoretische Lagerstätte und das Gebirge flach und waagrecht geschichtet werden.

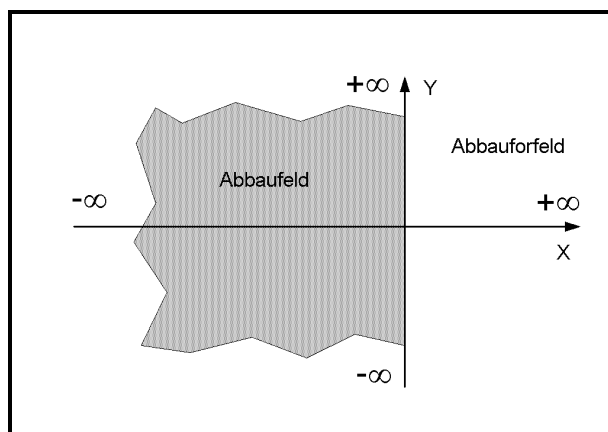


Abb. 3-3 Der Abbau in der idealisierten Form einer Vollfläche.

Mit obigen Annahmen und der Einführung der Variablen λ nimmt die Gleichung (3.16) die folgende Form an:

$$s(x) = s_{\max} \int_x^{+\infty} f(\lambda) d\lambda \quad (3.21)$$

wobei

$$s_{\max} = a \cdot M, \text{ wo}$$

M - die Mächtigkeit des Flözes und

a - der Absenkungsfaktor (siehe Kap. 3.2.2) ist.

Mit der Einführung der Einflussfunktion (3.19) bekommt man folgende Gleichung der Senkungsmulde:

$$s(x) = \frac{s_{\max}}{r} \int_x^{+\infty} \exp\left(-\pi \frac{\lambda^2}{r^2}\right) d\lambda. \quad (3.22)$$

Für die flache Lagerung des abgebauten Flözes werden die Schiefelage und die Krümmung als erste und zweite Ableitung der Senkung berechnet:

- die Schiefelage:

$$T(x) = \frac{\partial s}{\partial x} = -\frac{s_{\max}}{r} \exp\left(-\pi \frac{x^2}{r^2}\right) \quad [\text{mm/m}], \quad (3.23)$$

- die Krümmung:

$$K(x) = \frac{\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}}{\left[1 + \left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^2\right]^{3/2}} \approx \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}. \quad (3.24)$$

Da die erste Ableitung der Senkung relativ klein ist und vernachlässigt werden kann, nimmt die Gleichung der Krümmung folgende Form an:

$$K(x) = \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = 2\pi \cdot \frac{s_{\max}}{r^2} \cdot \frac{x}{r} \exp\left(-\pi \frac{x^2}{r^2}\right) \quad [\text{km}^{-1}]. \quad (3.25)$$

Mit Berücksichtigung der Hypothese von Aviershin (3.14) und des von Budryk (1953) hergeleiteten Wertes des Proportionalitätsfaktors B (Kap. 3.2.2.)

$$B = \frac{r}{\sqrt{2\pi}} \cong 0,4 \cdot r \quad (3.26)$$

kann die horizontale Verschiebung mit folgender Gleichung ausgedrückt werden:

$$u(x) = s_{\max} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\pi \frac{x^2}{r^2}\right) \quad [\text{mm}]. \quad (3.27)$$

Die horizontale relative Längenänderung wird als die Ableitung der Verschiebungsfunktion hergeleitet:

$$\varepsilon(x) = \frac{du}{dx} = -s_{\max} \sqrt{2\pi} \frac{x}{r^2} \exp\left(-\pi \frac{x^2}{r^2}\right) \quad [\text{mm/m}]. \quad (3.28)$$

Aus (3.23, 3.25, 3.27, 3.28) lassen sich nach Knothe die Formel für die Abschätzung der maximalen Werten der Bodenbewegungselementen ableiten. Das sind

- maximale Schiefelage

$$T_{\max} = \frac{s_{\max}}{r} \quad \text{für } x=0, \quad (3.29)$$

- maximale horizontale Verschiebung

$$u_{\max} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot s_{\max} \approx 0,4 s_{\max} \quad \text{für } x=0, \quad (3.30)$$

- maximale Krümmung

$$K_{\max} = \pm \sqrt{\frac{2\pi}{e}} \cdot \frac{s_{\max}}{r^2} = \pm 1,52 \frac{s_{\max}}{r^2} \quad \text{für } x = \pm \frac{1}{\sqrt{2\pi}} r \quad (3.31)$$

- und maximale relative horizontale Längenänderung

$$\varepsilon_{\max} = \pm \frac{s_{\max}}{r} e^{-\frac{1}{2}} \quad \text{für } x = \pm \frac{1}{\sqrt{2\pi}} r. \quad (3.32)$$

3.2.2 Der zeitliche Verlauf des Senkungsprozesses

Die Theorie von Knothe wurde zuerst für die Beschreibung des statischen Zustandes der Gebirgsdeformation entwickelt. Kurz danach wurden auch die Grundlagen für die Berücksichtigung der Zeit im Verlauf des Senkungsprozesses formuliert (Knothe 1953).

Der Theorie liegt die Annahme zugrunde, dass die Geschwindigkeit der Senkung der Differenz zwischen der Endsenkung s_E und der Senkung in dem Zeitpunkt t proportional ist

$$\frac{\partial s(t)}{\partial t} = c[s_E - s(t)] \quad (3.33)$$

wo

c - der von Knothe eingeführte Zeitfaktor ist.

Die Lösung der Gleichung (3.33) bei der Annahme, dass der Abbau eines betrachteten Teils der Lagerstätte (für $t=0$, $s(t)=0$) unendlich schnell stattfindet, und s_E konstant ist, nimmt die Form der Gleichung

$$s(t) = s_E [1 - \exp(-ct)] \quad (3.34)$$

an.

Die Gleichung beschreibt die Senkung eines Punktes der Tagesoberfläche in Abhängigkeit von der Zeit t , die seit der Beendigung des Abbaus im Abbaueinflussbereich dieses Punktes abgelaufen ist. Die Entwicklung des Senkungsprozesses in der Zeit, hängt von der Eigenschaften des Gebirges, die in (3.34) mit dem Zeitfaktor c beschrieben sind, ab. Die Abb. 3-4 stellt den Verlauf des Senkungsprozesses für drei unterschiedliche Werte des Zeitfaktors c dar.

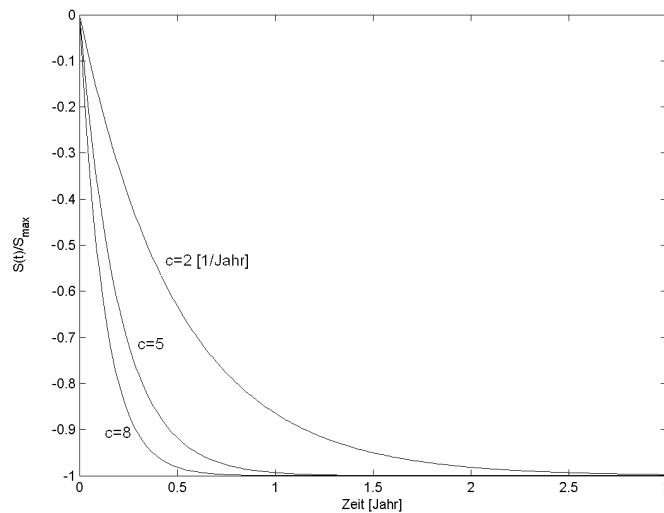


Abb. 3-4 Verlauf des Senkungsprozesses in der Zeitfunktion. Drei Kurven entsprechen den drei verschiedenen Werten des Zeitfaktors c .

3.2.3 Die Parameter des Verfahrens nach Knothe

Die Grundtheorie von Knothe beinhaltet zwei bzw. drei Parameter, die die Eigenschaften des Gebirges und das Abbausystem beschreiben. Das sind der Absenkungsfaktor a und der Haupteinwirkungswinkel γ .

3.2.3.1 Der Absenkungsfaktor a

Die maximale mögliche Senkung, die in den Gleichungen (3.22-3.32) mit dem Symbol s_{\max} bezeichnet ist, wird als ein Produkt zweier Größen, der Mächtigkeit des abgebauten Flözes M und des Absenkungsfaktors a , definiert:

$$s_{\max} = a \cdot M . \quad (3.35)$$

Nach dem Abbau kommt es im Laufe des Senkungsprozesses zur Auflockerung des Gebirges. Der im Abbauprozess entstandene Hohlraum verteilt sich im Gebirge so, dass die auf der Tagesoberfläche beobachtete maximale Senkung s_{\max} , nie die Größe erreicht, die der Mächtigkeit des abgebauten Flözes M entspricht.

Allgemein wird der Absenkungsfaktor als Verhältnis des Volumens der Senkungsmulde V_s zu dem Volumen des abgebauten Volumens V_H , definiert:

$$a = \frac{V_s}{V_H}. \quad (3.36)$$

Daraus folgt der Wertebereich dieses Parameters:

$$0 < a < 1. \quad (3.37)$$

Die Größe des Absenkungsfaktors steht im Zusammenhang mit dem Abbausystem, genauer - wie man nach dem Abbau mit einem entstandenen Hohlraum umgeht. Deshalb wird diese Größe auch Abbaufaktor genannt. In Tab. 3-1 werden die mittleren Werte dieses Faktors mit dem System der Verfüllung des Hohlraumes zusammengestellt.

	Abbausystem	a
1	Abbau ohne Versatz (Bruchbau) ¹	0,70
2	Abbau mit Teilversatz	0,60
3	Abbau mit Vollversatz (Handversatz)	0,50
4	Abbau mit Vollversatz (Blas- und Schleuderversatz)	0,30
5	Spülversatz	0,15
6	Spülversatz unter Druck	0,08

Tab. 3-1 Werte des Absenkungsfaktors in Abhängigkeit von Abbausystem (nach Szpetkowski 1972).

Der Wert des Parameters a wird praktisch aus dem Quotienten bestimmt:

$$a = \frac{S_{\max_mitt.}}{M_{mitt.}}, \quad (3.38)$$

wobei:

S_{\max_mitt} - der mittlere Wert der gemessenen maximalen Senkung für den Abbau der sogenannten Vollfläche und

M_{mit} - die mittlere Mächtigkeit des abgebauten Flözes ist.

¹ In deutschen Steinkohlenrevieren an der Ruhr- und im Saarrevier nimmt der Absenkungsfaktor a den Wert $a=0,9$ (Bruchbau) an.

Szpetkowski (1974) gibt eine empirische Formel zur Bestimmung des Absenkungsfaktors an, mit der sich die Größe des Faktors a aus der Abbauteufe H und der Mächtigkeit des Deckgebirges h berechnen lässt. Diese Formel wurde nach der Auswertung der Messdaten aus 18 Senkungsmulden hergeleitet und gilt für den Bruchbau von Steinkohlenflözen im zuvor nicht untergebauten Gebirge.

$$a = 1,11 \left(\frac{H-h}{M} \right)^{-0,1} \quad (3.39)$$

Die somit vorausberechneten Werte des Absenkungsfaktors weichen von den mit (3.38) berechneten wesentlich ab. Die Abweichungen für die Daten aus 18 Senkungsmulden betragen –8 bis 11% im Betrag durchschnittlich 5,08%. Damit ist diese Formel mit allen oben genannten Beschränkungen praktisch kaum anwendbar. Sie zeigt lediglich die naturgemäße Abhängigkeit des Auflockerungsgrades von den Eigenschaften des Gebirges.

3.2.3.2 Der Haupteinwirkungswinkel γ_K

Der Haupteinwirkungswinkel γ_K charakterisiert, in der Theorie von Knothe, die Eigenschaften des Gebirges im Hinblick auf die Reaktion des Gebirges auf den untertätigen Abbau. Die Abbildung (Abb. 3-2) stellt den Zusammenhang zwischen der Größe dieses Winkels und der horizontalen Ausdehnung der Senkungsmulde dar. In den Formeln (3.22-3.32), mit denen sich die Senkung und andere Bodenbewegungselemente berechnen lassen, tritt der Parameter r (Haupteinwirkungsradius) auf, der im Zusammenhang mit dem Haupteinwirkungswinkel γ_K und der Abbauteufe steht:

$$r = H \cdot \operatorname{ctg} \gamma_K. \quad (3.40)$$

Die Größe des Haupteinwirkungswinkels gibt an, wie das Gebirge auf den Abbau reagiert. Diese Reaktion hängt von seinen Eigenschaften ab. In einem Gebirge, das zum Beispiel aus festen Karbonschichten gebildet wird, breiten sich die Abbaueinflüsse weit aus. Die Fläche, auf der sich die Senkungen auswirken, ist relativ groß. Gleichzeitig aber nehmen die anderen Bodenbewegungselemente wie Krümmung und Schiefelage relativ kleine Werte an. Dagegen beschränkt sich in den lockeren Gesteinen (mächtiges Deckgebirge, das über den Karbonschichten gelagert ist, und aus jüngeren Sedimenten aus dem Tertiär und dem Quartär gebildet ist) bei gleichen Abbaubedingungen (gleiche Mächtigkeit des abgebauten Flözes und

gleiche Geometrie des entstandenen Hohlraumes) der Abbaueinflussbereich auf eine verhältnismäßig kleine Fläche. Gleichzeitig aber sind die Flanken der Senkungsmulde steiler und die maximalen Krümmungen und Zerrungen nehmen größere Werte als im ersten Fall an. Diese Beziehung ist in den Formeln (3.31, 3.32) sichtbar.

Die Abhängigkeit des Parameters γ_K von den Eigenschaften des Gebirges wurde sowohl an der Tagesoberfläche als auch im Gebirge, anhand der empirischen Daten festgestellt (Kowalski 1985).

Das in der Abb. 3-5 dargestellte Streudiagramm umfasst Daten aus 49 Senkungsmulden, die von Popiołek (1976) zusammengestellt wurden. Es ist eine sichtbare exponentielle Abhängigkeit zwischen den Eigenschaften des Gebirges und der horizontalen Ausdehnung der Senkungsmulde festzustellen, die hier mit Hilfe des Parameters $\tan \gamma_K$ ausgedrückt wurde. Für jede Senkungsmulde wurden Quotienten:

$$n = \frac{N}{H - N} \quad (3.41)$$

berechnet mit:

N – Mächtigkeit des Deckgebirges,

H – Abbauteufe

und dem $\tan \gamma_K$ gegenübergestellt. Der Zusammenhang zwischen den Größen N und H wurde in der Abb. 3-6 dargestellt.

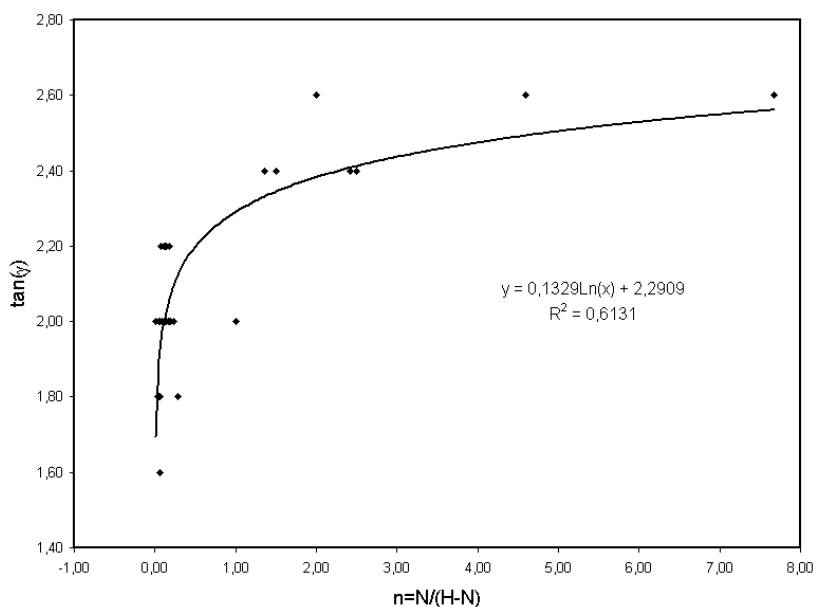


Abb. 3-5 Abhängigkeit der Ausdehnung der Senkungsmulde ($\tan \gamma_K$) von den Eigenschaften des Gebirges, die mit dem Quotient n (3.41) definiert sind. Die Analyse umfasst Daten aus 49 Senkungsmulden (Daten aus Popiołek 1976).

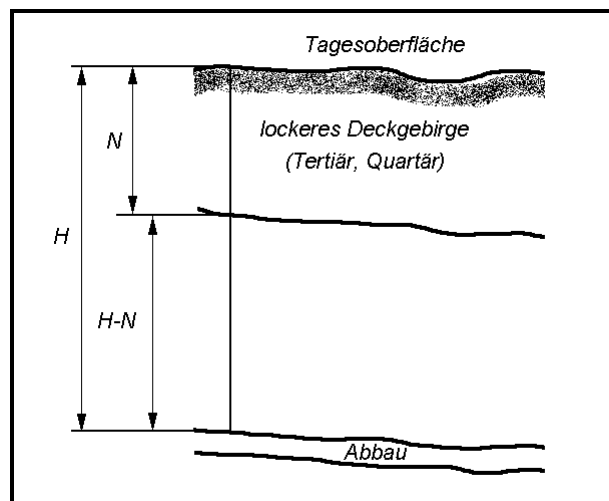


Abb. 3-6 Die festen Schichten (z.B. Karbon) mit der Mächtigkeit $M_K=N-H$ und das lockere Deckgebirge $M_D=N$ über einer Lagestätte.

Aus der von Knothe abgeleiteten Gleichungen (3.23, 3.28, 3.32) folgt:

Je weiter sich die Abbaueinflüsse an der Tagesoberfläche ausbreiten (je größer der Haupteinwirkungsradius r , bzw. je kleiner der Haupteinwirkungswinkel γ ist), um so kleinere Werte nehmen die horizontalen Bodenbewegungselemente an.

3.2.3.3 Der Proportionalitätsfaktor B

Nach Aviershin (1948) ist der Vektor der horizontalen Verschiebung $u(x)$ eines Punktes im Gebirge und an der Tagesoberfläche dem Schieflegevektor $T(x)$ proportional. Die nachfolgende Formel mit dem Proportionalitätsfaktor B , der in den Theorien von Litwinskiy (1956-1) und Knothe (1953) als auch im Ruhrkohle-Verfahren verwendet wird, beschreibt diese Beziehung.

$$u(x) = B \cdot T(x), \quad (3.42)$$

wobei die Funktion der Schiefelage $T(x)$ der ersten Ableitung der Senkungsfunktion $s(x)$ entspricht:

$$T(x) = \frac{\partial s(x)}{\partial x}. \quad (3.43)$$

Da die Funktion der horizontalen relativen Längenänderung gleich der ersten Ableitung der horizontalen Verschiebung $u(x)$ ist

$$\varepsilon(x) = \frac{\partial u(x)}{\partial x}, \quad (3.44)$$

ergibt sich auch aus (3.25) und (3.44):

$$\varepsilon(x) = B \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = B \cdot K(x). \quad (3.45)$$

Der Wert des Parameters B wurde von Budryk (1953) auf Grund theoretischer Überlegungen hergeleitet und nach ihm benannt.

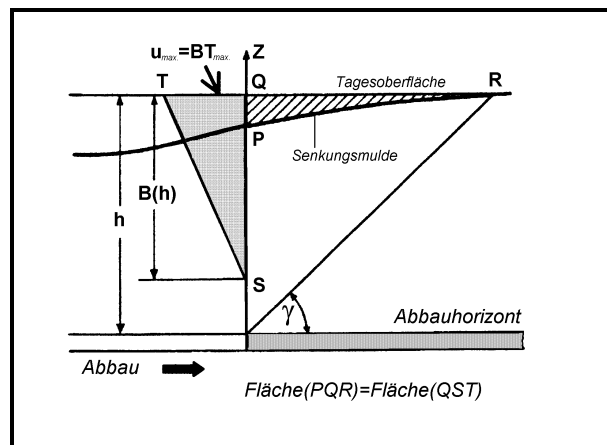


Abb. 3-7 Die Ableitung von $B(z)$ aus der Volumengleichheit der Flächen PQR und QST (nach Budryk 1953)

Die Größe des Proportionalitätsfaktors B wird aus dem Vergleich der Flächen zweier Dreiecke abgeleitet (Abb. 3-7).

Angenommen, dass während des Senkungsprozesses keine Volumenänderung stattfindet, wird die Senkungsfläche PQR der Verschiebungsfläche QST gleich. Die maximale Verschiebung ergibt sich nach Aviershin aus der Kenngröße B und der Schiefelage T :

$$u_{\max} = B \cdot T_{\max}. \quad (3.46)$$

Die Fläche des Dreieckes QST lautet somit:

$$F(QST) = \frac{1}{2} B^2 \cdot T_{\max}. \quad (3.47)$$

Im Dreieck PQR wird die Fläche bestimmt durch:

$$F(PQR) = \int_0^{\infty} F(x) dx \quad (3.48)$$

$$F(x) = \frac{u_{\max}}{2} \cdot \frac{2}{r} \int_x^{\infty} \exp(-\pi \frac{s^2}{r^2}) ds \quad (3.49)$$

$$F(PQR) = \frac{1}{2\pi} s \cdot r \cdot \quad (3.50)$$

Da die Flächen der Dreiecke QST und PQR gleich sind, ergibt sich:

$$\frac{1}{2} B^2 T = \frac{1}{2\pi} \cdot r \cdot s_{\max} \quad (3.51)$$

$$T_{\max} = \frac{s_{\max}}{r} \quad (3.52)$$

Daraus ergibt sich für die Kenngröße B :

$$B_{theor} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} r = 0,564r \quad (3.53)$$

Nach empirischen Untersuchungen hat Budryk den Ausdruck wie folgt geändert.

$$B_{empir.} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} r = 0,4r \quad (3.54)$$

Der mit (3.54) berechnete Proportionalitätsfaktor B entspricht besser den beobachteten Werten. Weitere empirische Untersuchungen haben jedoch gezeigt, dass die mit (3.45) und (3.54) berechneten Werte der horizontalen Längenänderung einen systematischen Fehler im Vergleich zu den Messwerten aufweisen. Das Ausmaß des Fehlers beträgt für die Pressung und Zerrung ca. +28% (Tab. 1-2).

Um den wahrscheinlichsten Verlauf der horizontalen relativen Längenänderung anhand der Senkungswerte vorhersagen zu können, wurde von manchen Markscheidern, auf der Basis von Messergebnissen und unterschiedlichen Annahmen, eine Korrektur des von Budryk hergeleiteten Parameters vorgeschlagen (3.55). Ihre Größe beträgt zwischen 0,65 und 0,80, abhängig von der Abbauregion, wo die Messungen durchgeführt worden sind (3.56-3.58).

$$B = \lambda \cdot B_{\text{empir.}} \quad (3.55)$$

$$\lambda = 0,65 \text{ (Sroka 1976)} \quad (3.56)$$

$$\lambda = 0,80 \text{ (Popiołek, Ostrowski 1978)} \quad (3.57)$$

$$\lambda = 0,70 \text{ (Hegemann 2003)} \quad (3.58)$$

Eine interessante Methode wurde von Niedojadło (1984) vorgestellt. Das Verhältnis zwischen der Schiefelage $T(x)$ und der horizontalen Verschiebung $u(x)$ wurde als Funktion $B(x)$ betrachtet:

$$B(x) = \chi \left\{ 1 - \exp \left[0,1\pi \frac{(x^2 - 2bx)}{r^2} \right] \right\}, \quad (3.59)$$

wo

$$\chi = B_0 \left[1 - \exp \left(-0,1\pi \frac{b^2}{r^2} \right) \right]^{-1} \quad (3.60)$$

und

$$B_0 = \frac{u_{\max}(\text{berechnete})}{u_{\max}(\text{beobachtete})}. \quad (3.61)$$

Der Parameter b liegt im Wertebereich von r und muss geschätzt werden (nach Angabe des Autors beispielweise $b = 1,1r$). Mit einer durchgeführten Nachberechnung wird eine Anpassung zwischen Berechnung und Messung erreicht.

3.3 Das Ruhrkohle-Verfahren

Das Verfahren nach Erhard/Sauer (1961), das auch als Ruhrkohle-Verfahren (Standardverfahren der RAG für flache Lagerung) bekannt ist, basiert so wie das Verfahren nach Knothe auf der modifizierten Gaußschen Dichtefunktion. Der Unterschied zwischen beiden Verfahren liegt in einer anderen Definition des Einflusswinkels.

Die elementare Senkungsfunktion für die flache Lagerung lautet:

$$ds(x, y) = ds_{\max} \cdot \exp\left(-k \cdot \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{R_{E/S}^2}\right), \quad (3.62)$$

mit

$$ds_{\max} = \frac{k}{\pi} \cdot \frac{aM}{R_{E/S}^2} \cdot dP \quad (3.63)$$

wobei

dP - die Fläche eines Abbauelementes,

k - eine Konstante – Parameter der Theorie und

$R_{E/S}$, - der sog. Vollflächenradius - der Parameter der Theorie ist.

Für den kreisförmigen Abbau, dessen Radius r beträgt, wird die Senkung eines Punktes P , der sich genau über dem Mittelpunkt des Abbaukreises befindet, wie folgt berechnet:

$$s_p(r) = aM \left[1 - \exp\left(-k \frac{r^2}{R_k^2}\right) \right]. \quad (3.64)$$

Wenn die Absenkung des Punktes $P(S=0,99aM)$ beträgt, entspricht der Abbauradius r dem Vollflächenradius $R_{E/S}$ (Abb. 3-8):

$$s(r = R_{E/S}) = 0,99aM, \quad (3.65)$$

wobei das Produkt aM , wie im Verfahren nach Knothe, der maximalen möglichen Senkung s_{\max} entspricht.

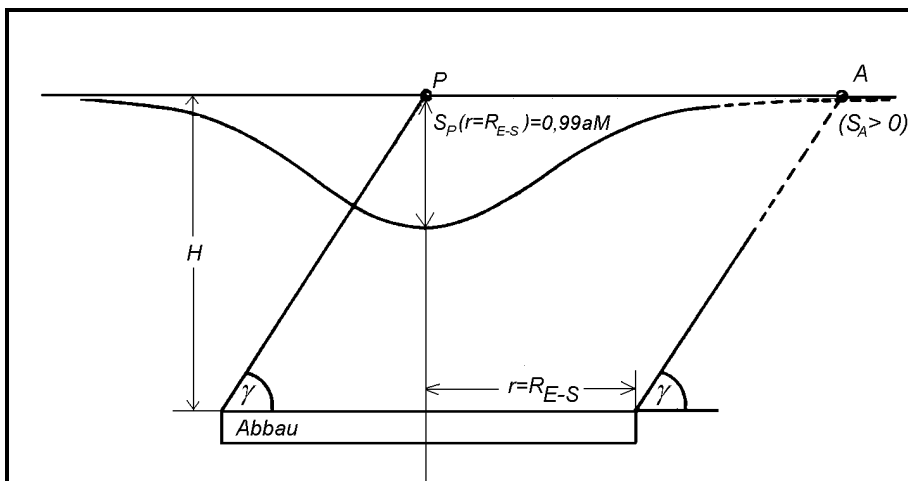


Abb. 3-8 Parameter des Verfahrens nach Erhard/Sauer (Sroka, Schober 1986)

Der Abb. 3-8 kann entnommen werden, dass es sich hier nicht um den gleichen Radius und Winkel handelt, wie im Verfahren nach Knothe. Der Grenzwinkel $\gamma_{E/S}$ ist in diesem Fall zwischen der Lotrechten auf einer Abbaukante und dem Schenkel, der von dieser zu dem Punkt weist, bei dem $S=0,99aM$ ist, zu finden. Der so definierte Grenzwinkel bezieht sich auf das Innere des Abbaukreises ($s=99\%s_{max}$) und ist damit zur Beschreibung des Senkungsrandes nicht geeignet. Die Konstante k kann mit der Lösung der Gleichung

$$s_p(r = R_{E/S}) = 0,99aM = aM \left[1 - \exp \left(-k \left(\frac{r = R_{E/S}}{R_K = R_{E/S}} \right)^2 \right) \right] \quad (3.66)$$

berechnet werden, woraus

$$k = -\ln 0,01 = \frac{2}{\log e} = 4,60517 \quad (3.67)$$

(Sroka, Schober 1986).

4 Genauigkeit der markscheiderischen Vorhersagen

In der Tab. 4-1 wurden die Grenzwerte von drei Bodenbewegungselementen zusammengestellt. Das sind die Schiefelage T , die Krümmung K , die mit dem Radius R , der dem Krümmungskehrwert entspricht, ersetzt wurde, und die horizontale relative Längenänderung ε . Die angegebenen Größen bestimmen die zulässigen Grenzwerte von Bodenbewegungselementen für bestimmte Objektkategorien.

Objekt Kategorie	T_{Gr} [mm/m]	R_{Gr} [km]	ε_{Gr} [mm/m]	Beispiele für Bebauung
0	1,0	50	0,5	historische Bauwerke, Chemieanlagen, Großkraftwerke
I	2,5	20	1,5	Industrieanlagen, Denkmäler
II	5,0	12	3,0	städt. Bebauung, Bahngleise, Rohrleitungen
III	10,0	6	6,0	Flachbauten, Straßen, Kabel
IV	15,0	4	9,0	Lagerhallen, Massivbauwerke

Tab. 4-1 Kategorisierung von Objekten in Bezug auf Bodenbewegungselemente (Grün, 1998).

Die Aufgabe der Markscheider ist es, anhand der Abbaudaten und markscheiderischen Vorkenntnissen vorzuberechnen, ob der geplante Abbau eine Bedrohung für die bestimmte Kategorie der Objekte an der Tagesoberfläche hervorrufen wird.

Die Bodenbewegungselemente, deren Größe aus der bergschadenkundlichen Sicht für die Sicherheit der Gebäude von großer Bedeutung sind, nach statistischen Untersuchungen von Popiolek, lassen sich nicht genau vorausberechnen. Die Analyse eines umfassenden Messmaterials weist auf die großen Unterschiede zwischen den prognostizierten und den beobachteten Werten hin. Das betrifft sowohl den systematischer Fehler (Modellfehler), als auch die Abweichungen, die einen stochastischen Charakter aufweisen. Der Variabilitätsfaktor, der ein Maß für die stochastische Abweichungen bildet, liegt im Bereich von $\pm 13\%$, für die Schiefelage $\pm 20\%$, für die Zerrung, $\pm 30\%$ für die Pressung, wobei im Fall der Krümmung wurde sogar auf $\pm 43\%$ geschätzt (Tab. 1-1).

Der systematische Fehler (Tab. 1-2) der Vorausberechnungsverfahren nach Knothe liegt im Wertebereich von -13% für die Schiefelage bis zu $+100\%$ im Fall der Zerrung (Spülversatz). Die beobachtete maximale Werte der Schiefelage erreichen im Durchschnitt um 13% größere Werte als die prognostizierte. Die nach Knothe prognostizierte maximale Krümmung wird dagegen nach Angaben von Popiolek um 34% unterschätzt, wobei im Fall der Zerrung und der Pressung (Bruchbau) fallen die prognostizierten Werte um 28% höher als die maximalen beobachteten Werte aus.

Die Angaben von Szpetkowski (Abb.1-6 - Szpetkowski 1979), der die maximale beobachtete Werte der relativen horizontalen Längenänderung mit den prognostizierten Werten verglichen hat, bestätigen das Maß der festgestellten Unterschiede.

Im nachfolgenden Kapitel werden Ursachen analysiert, die diesen Differenzen zugrunde liegen.

4.1 Modellfehler

Die mathematischen Modelle des Gebirges nach Knothe und nach RAG-Verfahren (Kapitel 3.3), beschreiben den Gebirgskörper als homogenes und isotropes Medium, dessen Eigenschaften lediglich mit zwei bzw. drei Parametern charakterisiert werden. Darüber hinaus wird Volumenkonstanz des Gebirges und die lineare Superposition der Abbaueinwirkungen angenommen. Die Vereinfachungen in der Beschreibung des Mediums, in dem der Bewegungsprozess stattfindet, führt zu den Unterschieden zwischen dem durchschnittlichen Verlauf der beobachteten Bodenbewegungselemente und dem vorausberechneten Modell. In der Abb. 4-1 wurde beispielweise die beobachtete relative horizontale Längenänderung zusammen mit dem vorausberechneten Modell dargestellt. An die Beobachtungswerte wurde eine Regressionskurve angepasst. Bei der Analyse des Modellfehlers handelt es sich um die Unterschiede zwischen den beiden Kurven – dem Modell und der Regression. Die Abweichungen, die an den einzelnen Messpunkten zu sehen sind, bilden den Gegenstand der weiteren Überlegungen (Kap. 4.3).

Wenn man die maximalen Werte (Max. der Regression) des durchschnittlichen Verlaufes der relativen horizontalen Längenänderung (Regressionskurve) den maximalen Werten des Modells (Max. des Modells) gegenüberstellt, ergibt sich ein systematischer Fehler des Rechenmodells.

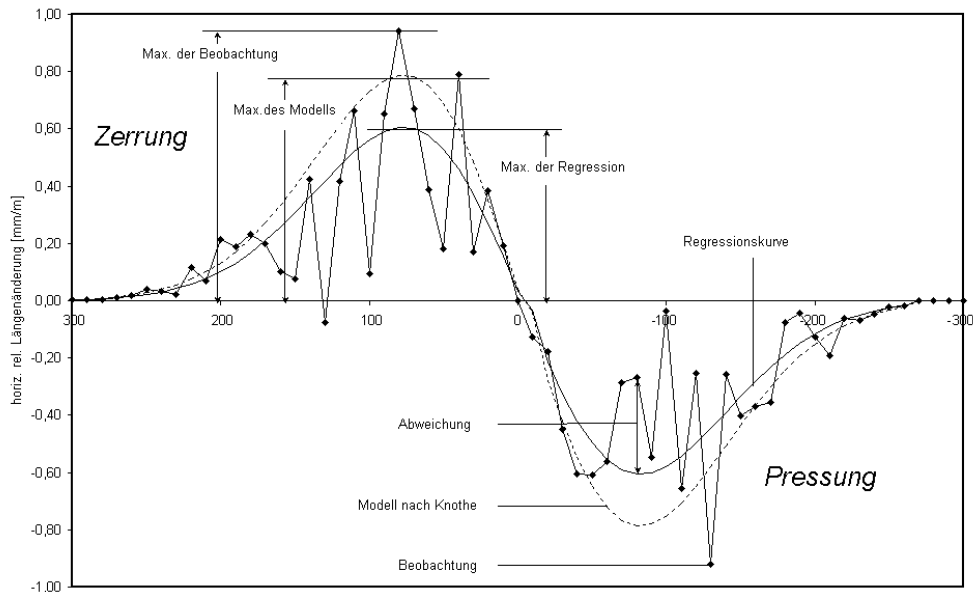


Abb. 4-1 Zerrung und Pressung – Beobachtete Werte, Regressionskurve und das Modell

Nach Popiołek und Hejmanowski (1999) berechnet man mit dem Verfahren nach Knothe, im Fall des Bruchbaus, im Durchschnitt um 28% größere Werte der maximalen Zerrungen und Pressungen. Das von Knothe und Budryk vorgestellte Verfahren lässt also die Werte der Zerrung und Pressung mit einer Sicherheitsreserve vorhersagen. Es besteht eine geringe Wahrscheinlichkeit, dass die prognostizierten Werte unterschätzt werden. Von einem Vorausberechnungsverfahren erwartet man aber eine Prognose, die möglichst gut den Verlauf des natürlichen Phänomens wiedergibt.

Eine genauere Vorausberechnung ermöglicht die ins Modell eingeführte Korrektur (3.56-3.58).

4.2 Anteil des Messfehlers in der gemessenen Zerrung und Pressung

Die beobachtete Größe der Bodenbewegungselemente ist, wie alle Messwerte, mit dem Messfehler belastet. Die Bedeutung des Messfehlers ist für die Auswertung der Messdaten der Bodenbewegungselemente unterschiedlich. Abgesehen von der Messmethode ist der Anteil des Fehlers in der gemessenen Größe im Fall der Senkung wesentlich kleiner, als im Fall der relativen Größen wie Krümmung K oder relative horizontale Längenänderung ε .

Die Abb. 4-2 stellt die Messergebnisse der relativen horizontalen Längenänderung dar. Die Messung wurde in zwei Messepochen über einem Steinkohlenabbaufeld durchgeführt. Die erste Kurve, die die Messpunkte zwischen $x=0\text{ m}$ und $x=1050\text{ m}$ umfasst, repräsentiert den Vergleich, den ersten vom Abbaubeginn zweier Längenmessungen. In diesem Fall wurden die Messarbeiten durchgeführt, bevor sich die Einflüsse des Abbaus an der Tagesoberfläche ausgewirkt haben. Die zufälligen Schwankungen der ersten Kurve, sind dem Messfehler zu zuordnen. Seine Standardabweichung beträgt $\sigma_\varepsilon=0,12\text{ mm/m}$. Den gleichen Effekt sieht man an der zweiten Kurve für $x=1800\text{ m}$ bis $x=2700\text{ m}$ in einer Entfernung von der Abbaukante, in der kein Einfluss des Abbaus zu erwarten ist. Die Fehlerbalken umfassen den $\pm 2\sigma_\varepsilon$ -Bereich der zweiten Kurve.

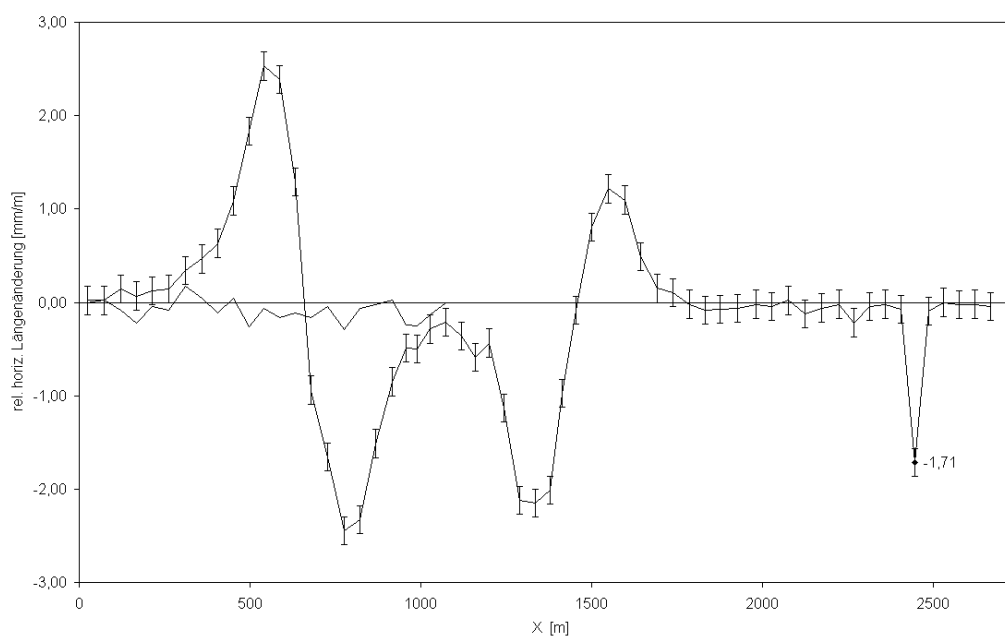


Abb. 4-2 Relative horizontale Längenänderung – Messergebnis mit Messfehlerbalken. Beispiel aus dem Steinkohlenbergbau.

Auffallend ist das Messergebnis für den Punkt $x=2450\text{ m}$, wo die Pressung überraschend den Wert $-1,71\text{ mm/m}$ erreicht. Die Ursache eines solchen Messergebnisses ist nicht klar. Möglicherweise hängt die unerwartet große Pressung mit einer Unstetigkeit des Gebirgskörpers zusammen.

Die nächste Abb. 4-3 demonstriert die Auswirkungen eines verschobenen Messpunktes innerhalb der Messlinie, im Bereich der Zerrung (markierte Punkte mit den Werten: $1,89\text{ mm/m}$ und $-0,26\text{ mm/m}$). Die vom Abbaueinfluss unabhängige Bewegung des Messpunktes in

Richtung der Messlinie verursacht eine sprunghafte Senkung des Zerrungswertes für die links von dem Punkt liegende Messstrecke und gleichzeitig eine sprunghafte Erhöhung der Zerrung für die Messstrecke, die rechts vom verschobenen Messpunkt liegt. Die Ursache einer solchen Störgröße in dem Messergebnis ist eindeutiger als die in dem ersten Beispiel (Abb. 4-2). Mit der gestrichelten Linie wurde eine Korrektur in der Abb. 4-3 eingeführt, die den Einfluss der vom Abbau unabhängigen Störgröße beseitigt.

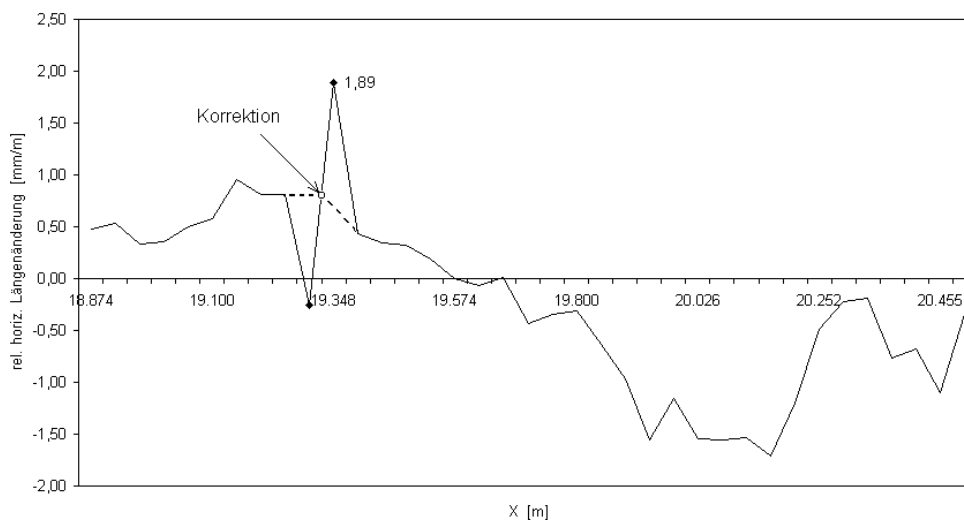


Abb. 4-3 Relative horizontale Längenänderung mit einer Störgröße an der Stelle $x=19\,348\text{ m}$, deren Ursache in der vom Abbau unabhängigen Verschiebung des Messpunktes liegt. Beispiel aus LGOM.

4.2.1 Der theoretische Messfehler der Pressung und Zerrung

Der Messfehler einer relativen Größe, wie der horizontalen relativen Längenänderung, hängt von der Genauigkeit der Messung der einzelnen Komponenten ab.

Aus der Definition der relativen horizontalen Längenänderung ergibt sich:

$$\varepsilon = \frac{l_2 - l_1}{l_1} = \frac{l_2}{l_1} - 1, \quad (4.1)$$

wo l_1 und l_2 – die gemessenen Abstände zwischen den Messpunkten in zwei verschiedenen Messepochen sind.

Der Messfehler, der so definierten Größe ε , ergibt sich, aus der Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes als:

$$s_\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{1}{l_1}\right)^2 \cdot s_l^2 + \left(\frac{l_2}{l_1^2}\right)^2 \cdot s_l^2}, \quad (4.2)$$

wobei s der Messfehler der Strecke l_i ist.

Unter der Annahme, dass der Quotient $\frac{l_2}{l_1} \approx 1$ ist, bekommt man entgültig:

$$s_\varepsilon = \frac{s_l \sqrt{2}}{l_1}. \quad (4.3)$$

Die Formel drückt die Abhängigkeit des Messfehlers der relativen horizontalen Längenänderung von der Messgenauigkeit s_l der einzelnen Messstrecke aus.

Bei einer gewöhnlichen Messung mit dem Messband auf einer Standardstrecke von $l=25 \text{ m}$ kann eine Messgenauigkeit von ± 3 bis $\pm 5 \text{ mm}$ erreicht werden. Damit ergibt sich, laut Formel (4.3), die theoretische Standardabweichung des Messfehlers s_ε der relativen Längenänderung im Bereich von $0,16$ bis $0,28 \text{ mm/m}$. Da die gemessenen maximalen Werte der relativen Längenänderungen nicht selten im Wertebereich von $1,5$ bis $3,0 \text{ mm/m}$ liegen, bewegt sich der Messfehleranteil s_ε zwischen 5% und 10% des maximalen Zerrungs- bzw. Pressungswertes.

4.3 Die stochastischen Schwankungen der beobachteten Werte der relativen horizontalen Längenänderung

Die Werte der gemessenen horizontalen Längenänderungen weisen oft Schwankungen auf, deren Maß bedeutend über 10% der maximalen Werte der gemessenen Längenänderung liegt (Abb. 4-4).

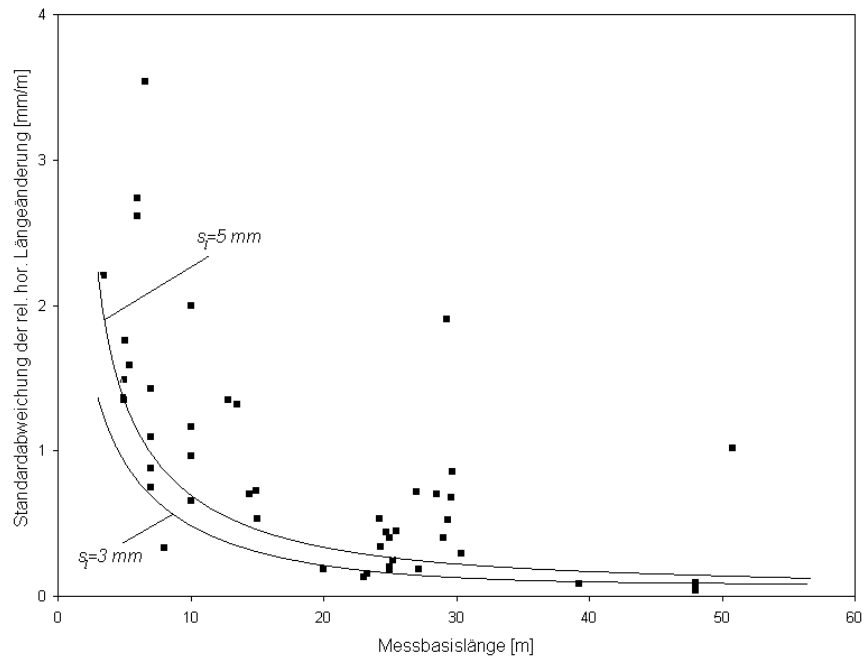


Abb. 4-4 Die Standardabweichung der gemessenen relativen horizontalen Längenänderung. Die Kurven stellen die Größe des theoretischen Messfehlers s_ε (4.3) für den Streckenmessungsfehler $s_l=3$ und $s_l=5$ mm dar. Daten aus (Popiolek 1976)

Jeder der 49 Punkte in der Abb. 4-4 repräsentiert eine Standardabweichung der gemessenen horizontalen relativen Längenänderung (in der Zerrungszone) entlang einer von 49 ausgewerteten Messlinien. Die Berechnung der Standardabweichung der Zerrung wird in Kapitel 5.2 erläutert. Die Kurven entsprechen dem theoretisch nach (4.3) berechneten Messfehler für einen Streckenmessungsfehler von $s_l=3$ mm und $s_l=5$ mm.

In 43 Fällen (88%) nimmt die Standardabweichung der Zerrung größere Werte als der entsprechende Messfehler ($s_l=3$ mm) an. In etwa 67% Fällen nimmt die Standardabweichung die Werte an, die über der zweiten Messfehlerkurve ($s_l=5$ mm) liegen.

Da die Dispersion der beobachteten Zerrung meistens deutlich höher als die aus den schon hoch angenommenen Messfehlern berechnete ist, weist es darauf hin, dass die Ursache dieser Abweichungen außerhalb des Messprozesses liegt.

Nach Batkiewicz (1971) liegt die Ursache der Schwankungen in den Eigenschaften des Gebirges und dem daraus resultierenden Verlauf des Verformungsprozesses (Kap. 5.1).

Einen Einfluss auf das Messergebnis der Längenänderung hat auch die Stabilität der Messpunkte. Die Messarbeiten werden in großen Zeitabständen durchgeführt, wobei die

Messpunkte dem Einfluss der äußeren wechselnden Wettereinwirkungen wie Frost, Sonne, Grundwasser unterliegen. In nachfolgenden Messergebnissen macht sich die Reaktion der Messpunkte auf diese Einflüsse in Form der zufälligen Abweichungen sichtbar.

4.4 Einfluss der Messbasislänge auf die Größe der beobachteten Werte der relativen horizontalen Längenänderung

Die Genauigkeit der Messung der horizontalen Längenänderung ist abhängig vom Abstand zwischen den Messpunkten.

Das Problem des optimalen Abstandes zwischen den benachbarten Messpunkten ist eine Frage der Messgenauigkeit auf der einen und der Kosten des Messaufwandes auf der anderen Seite. Die Frage, die man sich dabei stellen muss, ist – wie lang die Messbasislänge sein kann, damit man bei möglichst kleinen Messkosten möglichst viele Informationen über die Gebirgsverformungen erhält? Mit dieser Frage haben sich viele Markscheider beschäftigt (Batkiewicz 1971, Klein 1979, Pielok 1982). In den 70er-Jahren hat man in Polen eine standardisierte Messbasis mit der Länge $l_0 = 25 \text{ m}$ angenommen, mit der die meisten Messungen über oberschlesischen Abbaufeldern durchgeführt wurden. Diese Vorgehensweise, ohne Rücksicht auf die Abbauteufe und die Gebirgsbedingungen in den verschiedenen Abbaufeldern, führte in einem Fall zu höheren Messkosten und in anderen Fällen zum Verlust von Informationen.

Der Abstand zwischen den benachbarten Messpunkten wirkt sich auf das Messergebnis doppelt aus. Während sich eine große Messbasislänge l bezüglich des Messfehlers positiv auf das Messergebnis auswirkt, weil sich der Einfluss des Messfehlers reduziert (4.3), so führt sie andererseits zu einem Verlust an Informationen über den Charakter des Verformungsprozesses. Die Kurve der relativen horizontalen Längenänderung wird geglättet, die zufälligen Schwankungen verschwinden und die beobachteten maximalen Zerrungen und Pressungen erhalten niedrigere Werte. Um dieses Phänomen zu erklären, nimmt man an, dass sich die Länge der Messlinie L aus n gleichen Messbasislängen l_0 zusammensetzt.

$$L = n \cdot l_0 \quad (4.4)$$

Das einzelne Messergebnis setzt sich aus drei Teilen zusammen: dem deterministischen, dem stochastischen und dem Messfehler. Der deterministische Teil der Gleichung (4.5) entspricht dem Wert der Anpassungskurve (Abb. 4-1) im Punkt x_i . Die beiden anderen Komponenten entsprechen zusammen der Abweichung von diesem mittleren Wert, die der Messwert ausweist.

$$\varepsilon_{l_0}^{mess}(x_i) = \frac{\overline{\Delta l_0}(x_i)}{l_0} + \frac{\Delta l_0^Z(x_i)}{l_0} + \xi(l_0) \quad (4.5)$$

Bedeutung der angewandten Bezeichnungen:

$\overline{\Delta l_0}(x_i)$ - der deterministische Anteil der Verlängerung (bzw. Verkürzung) der Messstrecke l_0 ,

$\overline{\Delta l_0^Z}(x_i)$ - der zufällige Anteil der Verlängerung (bzw. Verkürzung) der Messstrecke l_0 ,

l_0 - der ursprüngliche Abstand zwischen den Messpunkten und

$\xi(l_0)$ - der zufällige Fehler der Längenänderungsmessung.

Eine Messung des gleichen Phänomens mit der Basislänge al für $a=1,2,3\dots$ bringt den Effekt des Durchschnittes (4.6). Die einzelnen Teile der Gleichung werden summiert und durch die Anzahl a der ursprünglichen Messbasislängen l_0 dividiert. Die zufälligen Anteile (zweiter Teil) der Gleichung (4.5) sind mit unterschiedlichen Vorzeichen belastet; deshalb geht ihr Durchschnitt bei der großen Messbasislänge ($a \gg 1$) gegen Null. Auch der deterministische Anteil der Messung wird immer kleiner und unter dem zu erwartenden maximalen Wert liegen. Hier trifft auch der Durchschnittseffekt zu. Die theoretische Abhängigkeit der Größe des Messfehlers von der Messbasislänge drückt die Formel (4.3) aus.

$$\varepsilon_{al_0}^{mess}(x_s) = \frac{1}{al_0} \sum_{i=1}^a \overline{\Delta l}(x_s) + \frac{1}{al_0} \sum_{i=1}^a \Delta l_0^Z(x_s) + \xi(al_0) \quad (4.6)$$

Der Durchschnittseffekt führt zum Informationsverlust und kann zur Unterschätzung des Ausmaßes der Bodenverformung führen. Auf den Abbildungen (Abb. 4-5 und Abb. 4-6) sind zwei simulierte Messergebnisse dargestellt, die den Einfluss der Messbasislänge auf die gemessene relative horizontale Längenänderung für die zwei Messbasislängen $l_1=15\text{ m}$ und

$l_2=50\text{ m}$ zeigen. Die punktierte Linie stellt das Messergebnis dar, wobei die durchgezogene Linie dem deterministischen Teil (dem ersten Teil der Gleichung 4.6) des gemessenen Bodenbewegungselementes entspricht.

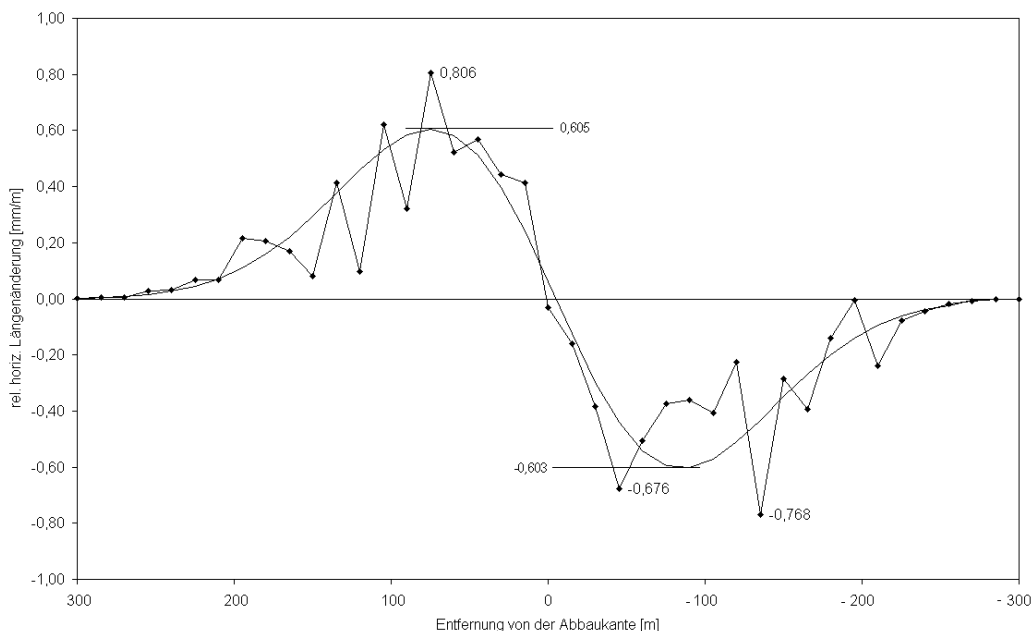


Abb. 4-5 Einfluss der Messbasislänge auf das Messergebnis der relativen horizontalen Längenänderung. Simulation für $l=15\text{ m}$.

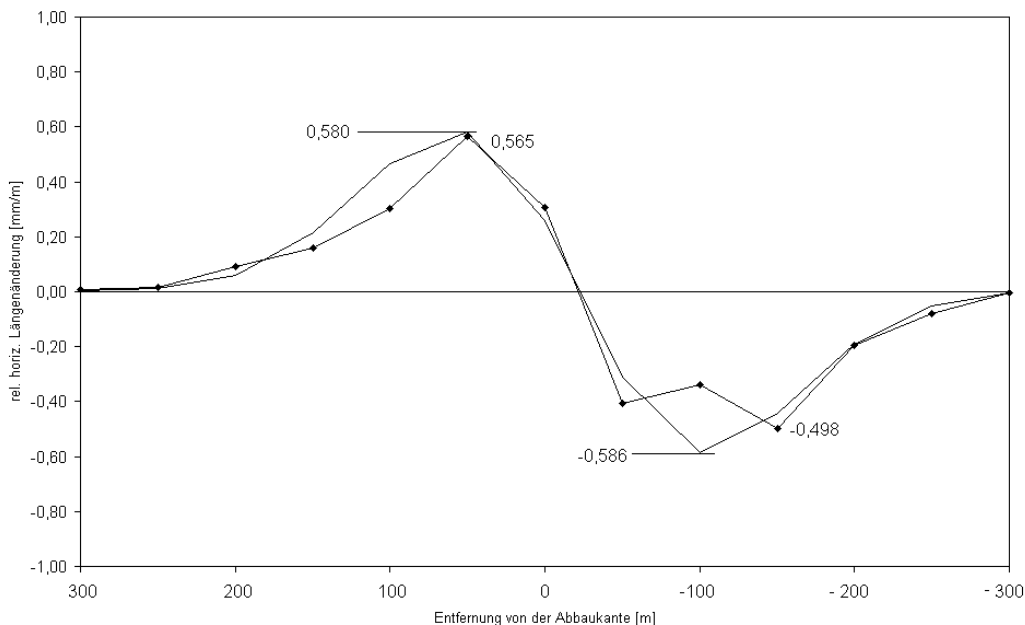


Abb. 4-6 Einfluss der Messbasislänge auf das Messergebnis der relativen horizontalen Längenänderung. Simulation für $l=50\text{ m}$.

5 Bisherige Untersuchungen der Genauigkeit markscheiderischer Vorhersagen

5.1 Gebirgsmodell zur Beschreibung der Verformung der Tagesoberfläche. Variabilitätsfaktor der Pressung und Zerrung nach Batkiewicz

Für die Beschreibung der Variabilität der beobachteten relativen horizontalen Längenänderung, stellt Batkiewicz (1971) eine eigene Theorie der Entstehung der Verformungen vor.

Infolge des untertägigen Abbaus bricht das Gebirge in Blöcke, die rotieren und sich in Richtung des abgebauten Hohlraumes verschieben. Während der Bewegung erfahren die Gesteinsblöcke keine Form- und Dimensionsänderungen. In Folge der Bewegung verschieben sich die Blöcke voneinander weg oder aufeinander zu. Die Längenänderungen, die man an der Tagesoberfläche beobachten kann, entstehen als Folge der Spalten, die zwischen den Gesteinsblöcken, während des Senkungsprozesses, entstanden sind. Die Größe der Zerrung hängt von der Menge und der Breite der Spalten, die auf der betrachteten Länge auftreten, ab. Bei der anschließenden Pressung werden die Spalten mehr oder weniger geschlossen (Abb. 5-1).

Den Annahmen zufolge wird die relative horizontale Längenänderung ε als:

$$\varepsilon = \frac{s_1 + s_2 + s_i \dots + s_n}{l} \quad (5.1)$$

definiert, wenn

- s_i – die Breite der i -Spalte,
- n – die Anzahl der Spalten und
- l – die ursprüngliche Messstrecke ist.

Weiter wird angenommen, dass die Breite und die Anzahl der Spalten Zufallsgrößen sind. Die Breite als stetige Größe ist normalverteilt mit dem Erwartungswert m und der Standardabweichung σ_s . Für die Anzahl der Spalten wurde eine binomiale Verteilung angenommen, mit dem Erwartungswert N und der Standardabweichung σ_l . Es wurde angenommen, dass beide Zufallsvariablen voneinander unabhängig sind.

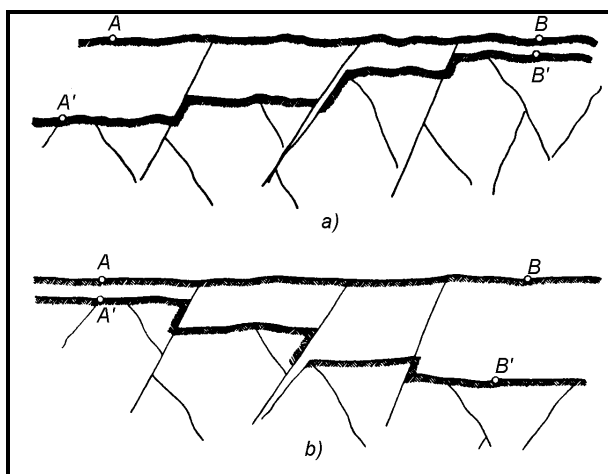


Abb. 5-1 Der Mechanismus der Entstehung der bergbaubedingten Verformungen an der Tagesoberfläche, a) die Zerrungen ($AB < A'B'$), b) die Pressungen ($AB > A'B'$). (nach Batkiewicz 1971).

Mit dem Einsatz des Varianzfortpflanzungsgesetzes wurde die Varianz der oben definierten relativen Längenänderung (5.1) abgeleitet:

$$\sigma_{\varepsilon_{\max}}^2 = \varepsilon_{\max}^2 \left(\frac{\sigma_l^2}{N^2} + \frac{\sigma_s^2}{Nm^2} \right), \quad (5.2)$$

wo:

ε_{\max} die maximale horizontale Längenänderung ist.

Der Variationskoeffizient der relativen Längenänderung M_ε wurde somit als:

$$M_\varepsilon = \frac{\sigma_\varepsilon}{\varepsilon} = \sqrt{\nu^2 + \frac{\mu^2}{N}} \quad (5.3)$$

definiert, wobei:

ε - das Maximum der Regressionskurve, die an die Messdaten angepasst wurde,

ν - der Variationskoeffizient der Spaltenanzahl, $\nu = \frac{\sigma_l}{N}$ und

μ - der Variationskoeffizient der Spaltenbreite, $\mu = \frac{\sigma_s}{m}$ ist.

Nach zahlreichen Umformungen, auf die an dieser Stelle verzichtet wird, leitet Batkiewicz die Formel für den Variationskoeffizient der relativen horizontalen Längenänderung ab:

$$M_\varepsilon = 1,15 \sqrt{\frac{1}{n}}. \quad (5.4)$$

Nach Batkiewicz, wie aus (5.4) folgt, hängt der Charakter des Verformungsprozesses hauptsächlich von der Menge der Spalten ab, die auf der betrachteten Strecke infolge des Senkungsprozesses entstanden sind. Bricht das Gebirge während der Senkung in mehrere kleine Gesteinblöcke, dann weist der Verformungsprozess einen regelmäßigen Charakter auf. Die Anzahl der Spalten n hängt von den Eigenschaften des Gebirges, von dem Charakter des Abbauprozesses und von der Länge der Messstrecke l , auf der die Längenänderung gemessen wird, ab. Obige Formel kann auch anders ausgedrückt werden:

$$M_{\varepsilon}(l) = \frac{K}{\sqrt{l}}, \quad (5.5)$$

wobei K – eine Konstante ist, die die Eigenschaften des Gebirges und den Charakter des Abbauprozesses beschreibt. Wäre es möglich, die Konstante K als Funktion der bekannten bergbau-geologischen Parameter auszudrücken, könnte das Maß der Schwankungen der vorhergesagten Werte der Längenänderung mit der Standardabweichung σ_{ε} oder dem Variationskoeffizient M_{ε}

$$\sigma_{\varepsilon} = \varepsilon \cdot \frac{K}{\sqrt{l}} \quad (5.6)$$

geschätzt werden (5.5, 5.6).

Eine auf empirischen Erfahrungen basierende Lösung dieser Aufgabe wurde von Batkiewicz vorgestellt. Die Eigenschaften des Gebirges und der Charakter des Abbauprozesses wurden mit Hilfe der im Verfahren nach Knothe benutzten Parameter r und a beschrieben:

$$M_{\varepsilon} = \frac{4}{3} \frac{a \cdot r}{\sqrt{H \cdot l}} \quad [\%] \quad (5.7)$$

- a - Absenkungsfaktor,
- r - Einflussradius nach Knothe [m] und
- H - Abbauteufe [m].

Eine andere Lösung wurde für den Abbau mit der Abbauteufe bis zu 500 m von T. Bartosik-Sroka und A. Sroka (1978, in Pielok 1982) vorgeschlagen:

$$M_{\varepsilon}(l) \approx \pm 0,6 \frac{r}{\sqrt{a \cdot M \cdot l}} \quad [\%], \quad (\text{für } H < 500 \text{ m}) \quad (5.8)$$

wo:

M - die Mächtigkeit des abgebauten Flözes ist [m].

Sowohl (5.7)- nach Batkiewicz, als auch (5.8) - nach Bartosik-Sroka und Sroka sind empirische Formeln, die auf Messungen und Erfahrungen der Verfasser basieren.

5.2 Statistische Untersuchungen zur Ableitung des Variabilitätsfaktors der Zerrung nach Popiołek.

In den Siebziger Jahren wurden von Popiołek statistische Untersuchungen zu den beobachteten horizontalen relativen Längenänderungen durchgeführt. Das Messmaterial beinhaltete ca. 50 Messlinien aus 4 Bergbaurevieren Polens - darunter 35 Senkungsmulden aus dem Steinkohlenrevier in Oberschlesien, 5 aus Niederschlesien (Steinkohle), 5 aus dem Eisenerzbergbauggebiet im Łęczyca-Revier und 4 aus dem Kupfererzbergbaurevier in Lubin. Die Analyse beschränkt sich auf die Zerrungszone der relativen horizontalen Längenänderung. Jede Messlinie, die über einem Abbau angelegt wurde, ist mit folgenden Daten charakterisiert:

a - Absenkungsfaktor,

M - Mächtigkeit des Flözes,

s_{max} - beobachtete maximale Senkung,

H - Abbauteufe,

N - Mächtigkeit des Deckgebirges,

γ_K - Grenzwinkel nach Knothe,

l - Messbasislänge,

ε_{max}^{beob} - maximale beobachtete Zerrung,

$\varepsilon_{max}^{approx}$ - Maximum der Regressionskurve, die an die Messdaten angepasst wurde,

$\sigma_{\varepsilon}^{approx}$ - Standardabweichung der approximierten Zerrung und

$M(\varepsilon)$ - Variationskoeffizient der Zerrung.

Für jede Messlinie wurde eine Kurve konstruiert, die die beobachteten Werte der Zerrung ε^{beob} darstellt (Abb. 5-2). An die Beobachtungswerte wurde eine Regressionskurve angepasst.

Anhand der Differenzen zwischen den Messwerten und den entsprechenden Werten der Regressionskurve wurde die Standardabweichung und der Variationskoeffizient für jede Messlinie wie folgt berechnet:

$$\sigma_{\varepsilon}^{approx} = \sqrt{E[\varepsilon(x_i) - \bar{\varepsilon}(x_i)]^2} \quad (5.9)$$

$$M_{\varepsilon} = \frac{\sigma_{\varepsilon}^{approx}}{\varepsilon_{max}} \cdot 100\%, \quad (5.10)$$

wobei:

$\bar{\varepsilon}(x_i)$ - der Wert der Regressionsgleichung an der Stelle x_i und

$\varepsilon(x_i)$ - der gemessene Wert der Zerrung an der Stelle x_i ist.

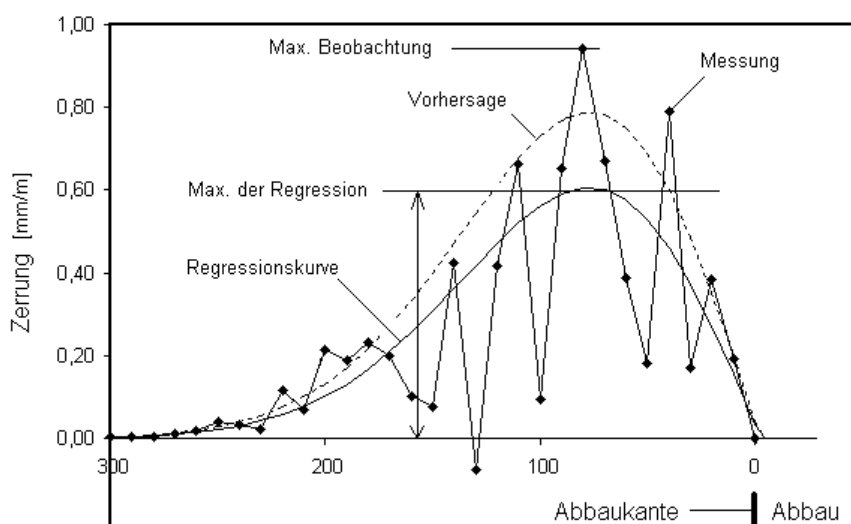


Abb. 5-2 Messwerte, Regressionskurve und Modell der relativen horizontalen Längenänderung (Untersuchungen von Popiołek wurden auf sich auf die Zerrungszone beschränkt).

Die Regressionskurve, die an die Beobachtungswerte angepasst wurde, entspricht der Gleichung für die relative horizontale Längenänderung, die aus der Einflussfunktion nach der Theorie von Knothe abgeleitet wurde (Kap. 3.2). Die Parameter s und r verlieren ihre ursprüngliche Bedeutung und spielen in der Regressionsgleichung nur eine mathematische Rolle. Die Einführung der zusätzlichen Parameter b und c sollte die Güte der Anpassung erhöhen.

$$\varepsilon(x) = \sqrt{2\pi} \cdot s_{\max} \cdot \frac{x-c}{r^2} \cdot \exp\left[-\pi\left(\frac{x-c}{r}\right)^b\right] \quad (5.11)$$

$$\varepsilon(x-c) = -\varepsilon(c-x) \quad (5.12)$$

Die anhand der Messdaten berechneten Parameter σ_ε und M_ε weisen von Fall zu Fall eine große Streuung auf. Die Standardabweichung σ_ε nimmt Werte von $\pm 0,04 \text{ mm/m}$ bis $\pm 3,53 \text{ mm/m}$ (im Durchschnitt $\pm 0,90 \text{ mm/m}$) an. Der Variabilitätsfaktor M_ε liegt im Bereich von $\pm 4\%$ bis $\pm 54\%$ (im Durchschnitt $\pm 19\%$). Man kann feststellen, dass der zufällige Anteil in den beobachteten Werten der horizontalen relativen Längenänderung im Zerrungsbereich durchschnittlich 20% beträgt. Der Charakter der Deformation hängt streng von dem Bergbaurevier ab. In der Tab. 5-1 sind die Werte der Standardabweichung und des Variationskoeffizienten für die untersuchten Bergbaureviere Polens zusammengestellt.

Bergbaurevier	Zahl der Messlinien	Standardabweichung σ_ε [mm/m]			Variationskoeffizient M_ε [%]		
		Min.	Max.	Mittelwert	Min.	Max.	Mittelwert
Oberschlesien	23	0,08	2,00	0,78	5,1	53,6	22,6
Niederschlesien	5	0,13	1,32	0,48	12,0	29,6	19,0
Rybnik-Revier	7	0,40	1,26	0,68	05,6	49,6	18,4
Eisenerzrevier	10	0,74	3,53	1,86	4,0	22,6	12,2
Kupfererzrevier	4	0,04	0,09	0,07	9,3	16,8	11,6

Tab. 5-1 Standardabweichung und Variationskoeffizient der relativen horizontalen Längenänderung in der Zerrungszone für 5 Bergbaureviere Polens (Popiołek 1976).

Nach der statistischen Analyse der Daten hat sich herausgestellt, dass hauptsächlich 3 der bergbau- und geologischen Faktoren einen wesentlichen Einfluss auf den Wert der Varianz der beobachteten Zerrungen haben. Das sind: die Abbauteufe H , die Mächtigkeit des lockeren Deckgebirges N und die maximale Endsenkung s_{\max} . Diesen Zusammenhang drückt Formel (5.13) aus, die mit der Methode der Mehrfachregressionsanalyse ermittelt wurde,

$$M_{\varepsilon^+} = \frac{5}{\sqrt{l}} \cdot (0,14 + 0,0006 \cdot H - 0,008 \cdot N - 0,6 \cdot s_{\max}), \quad (5.13)$$

wobei

- l – die mittlere Basislänge [m],
- H – die Abbauteufe [m],
- N – die Mächtigkeit des Deckgebirges [m] und
- s_{\max} – die maximale Senkung [m] ist.

Die Abhängigkeit des Variationskoeffizienten von der Messbasislänge l wurde, aufgrund der Theorie von Batkiewicz (5.5), in die Gleichung eingeführt (5.13). Vor der Durchführung der Analyse wurden die Variationskoeffizienten M_{ε} für alle untersuchten Messlinien auf die meist im polnischen Oberschlesien verwendete Messbasislänge $l = 25 \text{ m}$ normiert.

Wegen der unterschiedlichen abbautechnischen und geologischen Bedingungen, die die verschiedene Bergbaureviere charakterisieren, kann das Ergebnis der Mehrfachanalyse nicht überall und kritiklos verwendet werden. Die Gleichung gibt jedoch einen Aufschluss über die Faktoren, die den Verformungsprozess beeinflussen. Die gleiche Analyse wurde von Popiołek für verschiedene Fälle, mit Einteilung in die Bergbaureviere und in die verschiedenen Abbauteufen, wiederholt. Die Ergebnisse, die in Tabellen (Popiołek 1976) zusammengestellt wurden, unterscheiden sich wesentlich voneinander und beweisen, dass sich die Variabilitätsfaktoren der relativen horizontalen Längenänderung anhand bekannte Abbau- und Gebirgsparameter nicht eindeutig vorausberechnen lassen.

5.3 Variabilität der Bodenbewegungselemente nach Klein

Klein (Klein 1979) setzte die Theorie von Litwiniszyn fort. Mit der Annahme, dass der Gebirgskörper die Eigenschaften des stochastischen Mediums erfüllt, versuchte er, das Problem der Variabilität der Bodenbewegungselemente theoretisch zu lösen. In seinen Überlegungen geht er davon aus, dass die Realisierung einer Randbedingung (Anfängliche Senkung des Hangenden auf dem Niveau $z=0$) sich aus der erwarteten Realisierung \bar{s} und deren Fluktuation \tilde{s} zusammensetzt:

$$s_z(x,0) = \bar{s}(x,0) + \tilde{s}(x,0). \quad (5.14)$$

Der Erwartungswert der Fluktuation ist gleich Null. Die Größe der Fluktuation kann durch ihre Varianz charakterisiert werden, indem man annimmt, dass die Realisierung dieser Randbedingung unter gleichen äußeren Bedingungen n -mal wiederholt worden wäre. Für die Realisierung der Randbedingung (5.14) kann die Varianz der Fluktuation wie folgt angegeben werden:

$$D^2[\tilde{s}(x,0)] = E[\tilde{s}_z(x,0)]^2 = \frac{1}{2} \int_{-e}^e [\tilde{s}(\lambda,0)]^2 d\lambda = K, \quad (5.15)$$

wobei

e – die durchschnittliche Breite des elementaren Abbauelementes ist.

Mit der Anwendung der Senkungsfunktion nach Litwiniszyn und zahlreichen Umformungen hat Klein die theoretischen Gleichungen für den Variationskoeffizient der relativen horizontalen Längenänderung im Zerrungs- und Pressungsbereich abgeleitet. Zur genauen Ableitung der Formeln wird auf (Klein 1979) verwiesen. Danach sind die Variationskoeffizienten für die Zerrung

$$M(\varepsilon_{\max}^+) = \sqrt{\sqrt{2}\Theta(-\sqrt{2})} \exp(0,5) \frac{\sqrt{K \cdot r(H)e_0}}{L\bar{s}_0} = 0,55 \frac{\sqrt{K \cdot r(H)e_0}}{L\bar{s}_0} \quad (5.16)$$

und für die Pressung

$$M(\varepsilon_{\max}^-) = \sqrt{\sqrt{2}\Theta(\sqrt{2})} \exp(0,5) \frac{\sqrt{K \cdot r(H)e_0}}{L\bar{s}_0} = 1,88 \frac{\sqrt{K \cdot r(H)e_0}}{L\bar{s}_0}, \quad (5.17)$$

wobei:

$$\Theta(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp(-\frac{\xi^2}{2}) d\xi,$$

K - siehe Gleichung (5.18),

$r(H)$ - der Einwirkungsradius,

L - die Messbasislänge und

\bar{s}_0 - maximale theoretische Senkung ist.

Obwohl die von Klein vorgestellten Formeln, die auf theoretischen Überlegungen basieren, wegen der nicht messbaren Größe K , sich nicht anwenden lassen, weisen sie jedoch auf den

bedeutenden Unterschied zwischen der Variabilität von Zerrung und Pressung hin. Anhand des Vergleichs der Formeln (5.16) und (5.17) sollte nach Klein die Variabilität der relativen horizontalen Längenänderung die 3-fache Variabilität der Zerrung überschreiten.

5.4 Zusammenstellung der bekannten Formeln für den Variationskoeffizient der relativen horizontalen Längenänderung

Die im obigen Kapitel abgeleiteten Formeln für den Variationskoeffizient der relativen horizontalen Längenänderung werden hier zusammengestellt.

Variationskoeffizient nach Batkiewicz (1971, 1976)

$$M_{\varepsilon} = \frac{\sigma_{\varepsilon}}{\varepsilon} = \frac{K}{\sqrt{l}} \quad (5.18)$$

mit

K - eine Konstante, die den Abbaucharakter und die Gebirgseigenschaften in einem bestimmten Abbaurevier beschreibt,

l - die Messbasislänge.

Die auf den empirischen Erfahrungen basierende Gleichung für den Variationskoeffizient (Batkiewicz 1971)

$$M_{\varepsilon} = \frac{4}{3} \frac{a \cdot r}{\sqrt{H \cdot l}} = \frac{4}{3} a \cot \gamma \sqrt{\frac{H}{l}} \quad (5.19)$$

mit

a - Absenkungsfaktor,

r - Haupteinwirkungsradius nach Knothe [m]

γ - Haupteinwirkungswinkel nach Knothe [gon] und

H - Abbauteufe [m].

Der empirisch abgeleitete Variationskoeffizient (T. Bartosik-Sroka und A. Sroka 1978)

$$M_{\varepsilon}(l) \approx \pm 0,6 \frac{r}{\sqrt{a \cdot M \cdot l}}, \quad (5.20)$$

wo

M - Mächtigkeit des abgebauten Flözes ist.

Die Gleichung (5.24) gilt für Abbauteufe $H < 500$.

Der aus den Messdaten mit der Mehrfachregressionsmethode abgeleitete Variabilitätsfaktor für die Zerrung (Popiolek 1976)

$$M_{\varepsilon^+} = \frac{5}{\sqrt{l}} \cdot (0,14 + 0,0006 \cdot H - 0,008 \cdot N - 0,6 \cdot s_{\max}). \quad (5.21)$$

Die theoretisch abgeleiteten Variationskoeffizient für die Zerrung und die Pressung (Klein 1979)

Variationskoeffizient der Zerrung

$$M(\varepsilon_{\max}^+) = 0,55 \frac{\sqrt{K \cdot r(H) e_0}}{L \bar{s}_0} \quad \text{und} \quad (5.22)$$

Variationskoeffizient der Pressung:

$$M(\varepsilon_{\max}^-) = 1,88 \frac{\sqrt{K \cdot r(H) e_0}}{L \bar{s}_0}. \quad (5.23)$$

Bedeutung der angewandten Symbole siehe Kap. 5.3.

In der Tabelle 5-2 werden die Formeln (5.19, 5.20, 5.21, 5.22 und 5.23) qualitativ verglichen. Die Pfeile bezeichnen den Einfluss bestimmter Faktoren auf die Größe der Variabilität der

relativen horizontalen Längenänderung. Das Zeichen \downarrow (bzw. \uparrow) bedeutet, dass mit wachsendem Einfluss von $l, H, N \dots$ der Variationskoeffizient M_ε sinkt (bzw. steigt).

<i>Variationskoeffizient nach:</i>	l	H	N	s_{max}	r	a
Batkiewicz (1971, 1976)	\downarrow	\uparrow			\uparrow	\uparrow
Bartosik-Sroka und Sroka (1978)	\downarrow			\downarrow	\uparrow	
Popiolek (1976)	\downarrow	\uparrow	\downarrow	\downarrow		
Klein (1979)	\downarrow	\uparrow		\downarrow		

Tab. 5-2 Qualitativer Vergleich der Formeln für den Variationskoeffizient der relativen horizontalen Längenänderung.

6 Analyse der Variabilität der beobachteten relativen horizontalen Längenänderung in der Zerrungszone im Zusammenhang mit den Abbau- und Gebirgsparametern

Anhand der Daten, die zusammen mit der Variabilitätsfaktoranalyse der Zerrung veröffentlicht wurden (Popiołek 1976), werden die Zusammenhänge zwischen den Bergbau- und Gebirgseigenschaften und der Standardabweichung der beobachteten Größe der relativen horizontalen Längenänderung analysiert. Jeder Punkt, in der Abbildung 6-1, repräsentiert eine von 49 ausgewerteten Messlinien, die über einem Abbaufeld angelegt wurden. Die Genese und Charakteristik der in einem Datensatz zusammengestellten Informationen wurde im Kapitel 5.2 erläutert.

Abb. 6-1 stellt den Zusammenhang zwischen den berechneten Werten der empirischen Standardabweichung der Zerrung s_{ε} und den maximalen Werten der Regressionskurve, die an die Messwerte der Zerrung angepasst wurde, dar. Trotz der großen Streuung der Daten zeigt sich eine sichtbare Abhängigkeit zwischen dem Wert der Zerrung und ihrer Dispersion. Umstritten ist die Bedeutung der Punkte in der Nähe des Ursprungs des Koordinatensystems, wo sowohl Zerrung, als auch empirische Standardabweichung sehr kleine Werte aufweisen. Der Variabilität der Zerrung in diesem Ausmaß liegt wahrscheinlich ein Messfehler zugrunde.

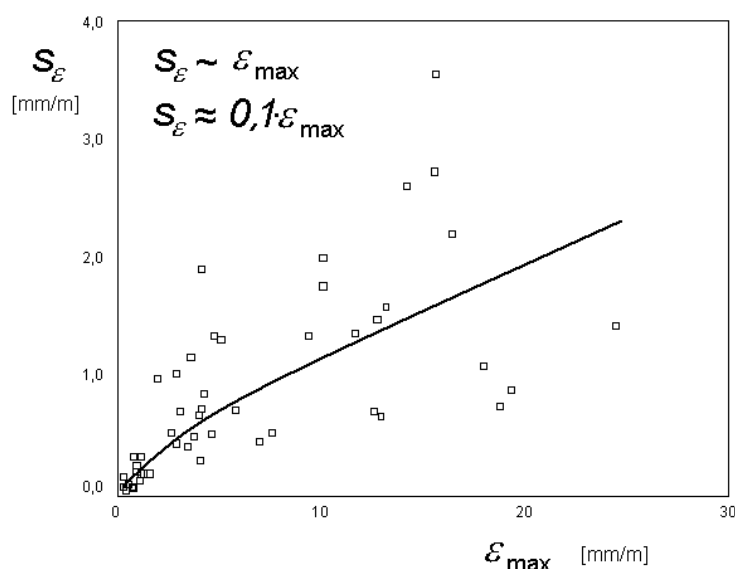


Abb. 6-1 Empirische Standardabweichung der Zerrung als Funktion der maximalen approximierten Zerrung. Streudiagramm mit der exponentiellen Regressionskurve.

Der in der Abb. 6-1 dargestellte Zusammenhang wird in der Abb. 6-2, im logarithmisierten Koordinatensystem noch mal deutlicher gezeigt. Der Regressionskoeffizient nimmt den Wert $R=0,73$ an.

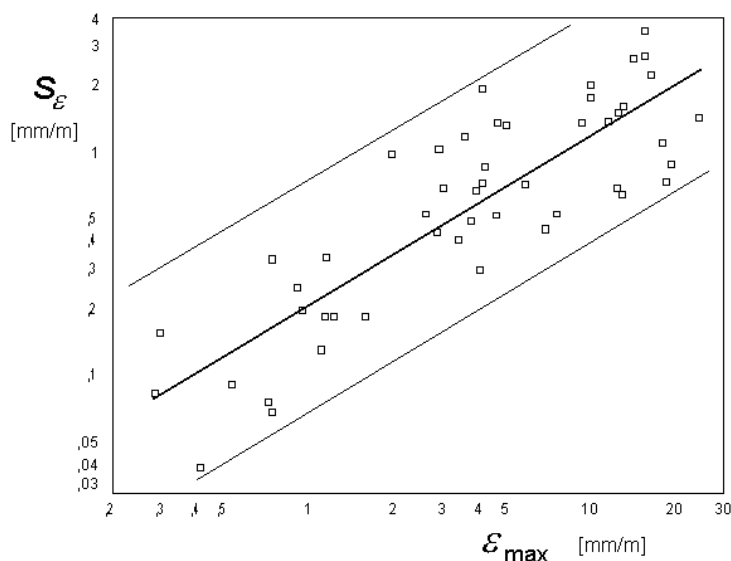


Abb. 6-2 Empirische Standardabweichung der Zerrung als Funktion der maximalen approxmierten Zerrung. Streudiagramm mit der exponentiellen Regressionskurve in der logarithmischen Skala.

Aus der in der Abb. 6-1 dargestellten Beziehung folgt der Zusammenhang der Streuung der Zerrung mit der Abbauteufe. Bei größeren Abbauteufen verbreiten sich die Einflüsse der Bergbautätigkeit auf entsprechend größeren Flächen. In der Konsequenz nehmen die Maxima der relativen horizontalen Längenänderung relativ kleine Werte an (Kapitel 3.2.2.2). Nach dem in der Abb. 6-1 sichtbaren Gesetz, weisen kleine Werte der Deformation auch eine entsprechend kleine Dispersion auf. Da die Werte des Haupteinwirkungsradiuses streng mit der Abbauteufe korreliert sind, sind die Abb. 6-4 und Abb. 6-3 ähnlich. Die Regressionskoeffizienten nehmen entsprechend die Werte: $R_{(s\epsilon/H)}=0,75$ (Abb. 6-3), und $R_{(s\epsilon/R)}=0,74$ (Abb. 6-4) an.

Die Streudiagramme (Abb. 6-5) und (Abb. 6-6) weisen sowohl von der maximalen Senkung s_{max} als auch von der Mächtigkeit des lockeren Deckgebirges N keine signifikante Abhängigkeit der Dispersion der Zerrung auf. Der Anteil des Deckgebirges wirkt sich nicht eindeutig auf die Streuung der beobachteten Werte der relativen horizontalen Längenänderung aus. Einerseits vermindert das lockere Deckgebirge die Reichweite des Abbaueinflusses (Abb. 3-5), was zu größeren Werten der Zerrung und Pressung führt.

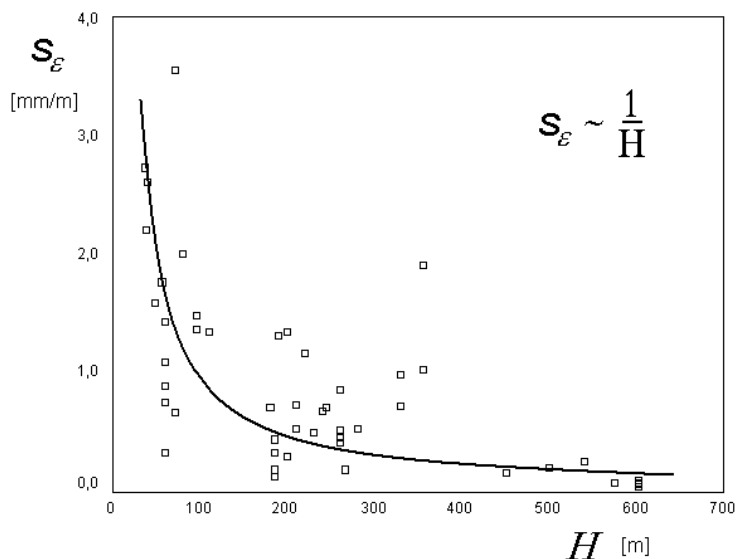


Abb. 6-3 Inverse Abhängigkeit der empirischen Standardabweichung der Zerrung von der Abbauteufe. Streudiagramm mit Regressionskurve.

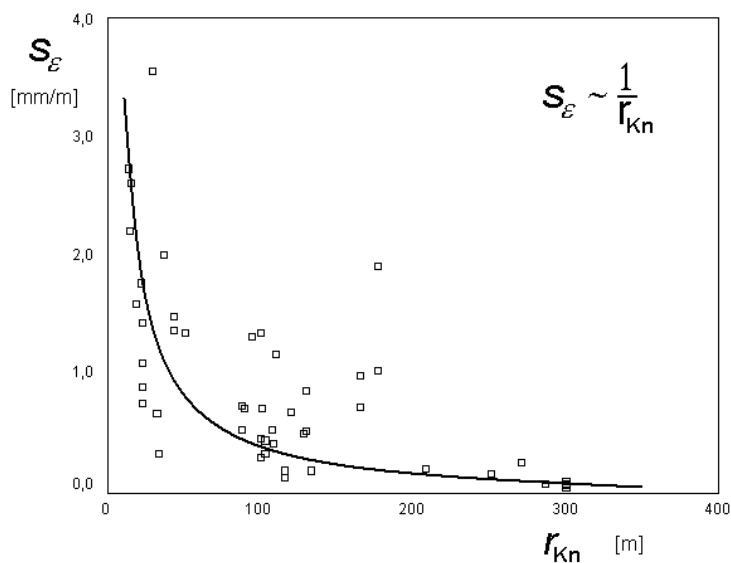


Abb. 6-4 Inverse Abhängigkeit der empirischen Standardabweichung der Zerrung von dem Haupteinwirkungswinkel nach Knothe. Streudiagramm mit der Regressionskurve.

Andererseits nimmt der Verformungsprozess der Tagesoberfläche bei großem Anteil des lockeren Deckgebirges einen stetigen Charakter an, was die Varianz der Verformung theoretisch vermindern sollte. In der Abb. 6-6 sind zwei getrennte Punktwolken sichtbar. Für eine Mächtigkeit des lockeren Deckgebirges $N < 100$ m wächst die Dispersion der

beobachteten Zerrung. Bei einem größeren Anteil der lockeren Schichten $N > 100$ m nimmt dagegen die Variabilität der Zerrung ab.

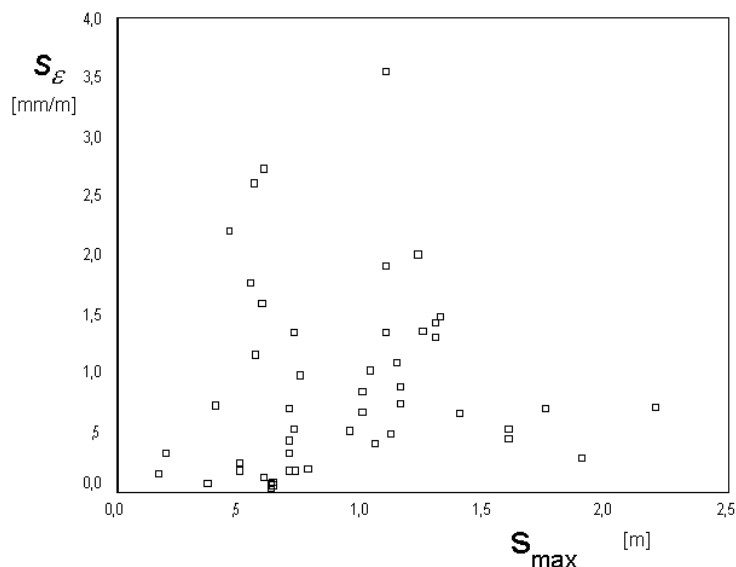


Abb. 6-5 Empirische Standardabweichung der Zerrung und beobachtete maximale Senkung s_{max} - Streudiagramm.

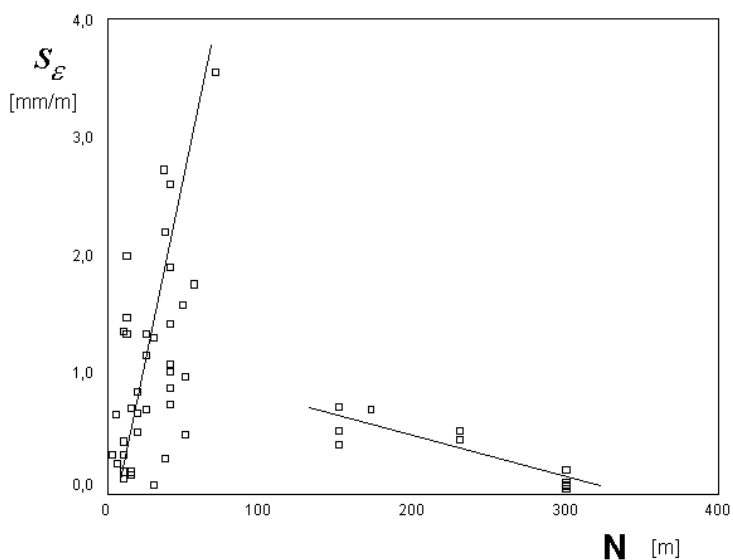


Abb. 6-6 Die empirische Standardabweichung der Zerrung und die Mächtigkeit des lockeren Deckgebirges. Streudiagramm.

7 Einführung in die Theorie der regionalisierten Variablen

Im nächsten Kapitel werden Analysen dargestellt, die auf geostatistischen Annahmen basieren. Die Messdaten werden als sog. regionalisierte Variablen betrachtet und mit den Mitteln, die die Geostatistik bietet, analysiert. Aus diesem Grund ist es an dieser Stelle notwendig, einige Begriffe der Geostatistik zu erläutern.

Die Theorie der Geostatistik wurde von Matheron in den 50er Jahren entwickelt. Ursprünglich wurden geostatistische Methoden für die Schätzung der Lagerstätten entwickelt und angewandt. Zu diesen klassischen bergbaugeologischen Anwendungen sind heute viele weitere Einsatzbereiche hinzugekommen, wie z. B. Anwendungen im Umweltschutz, Metallurgie, Bodenkunde, Forst- und Landwirtschaft, Geodäsie, Hydrogeologie, Medizin u.a. Im Allgemeinen umfasst die Geostatistik Verfahren und Methoden zur Erkundung und Modellierung der ortsabhängigen Variablen, bei denen von stochastisch-deterministischen Modellannahmen ausgegangen wird (Menz 1990).

7.1 Geostatistische Modellannahmen

Das zu untersuchende räumlich verteilte Merkmal $z(\underline{x})$ wird in der Geostatistik als regionalisierte Variable bezeichnet und als die Realisierung einer schwach stationären Zufallsfunktion $S(\underline{x})$, der Störgrößen R und Trends $m(\underline{x})$ überlagert sein können. Damit ist $z(\underline{x})$ eine Realisierung aus dem Modell

$$Z(\underline{x})=S(\underline{x})+m(\underline{x})+R. \quad (7.1)$$

Von der in der Natur ausgebildeten Realisierung $z(\underline{x})$ liegen im Allgemeinen nur wenige Beobachtungen z_1, z_2, \dots, z_n vor, die z. B. in Rahmen der markscheiderischen Überwachung der Tagesoberfläche von Grubenbauen an den Stellen $\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_n$ ermittelt worden sind. Das Besondere an derartigen Beobachtungen ist dabei ihre zeitliche Veränderlichkeit, so dass die beobachteten regionalisierten Variablen z eigentlich Funktionen des Ortes und Zeit sind.

Beschränkt man sich bei der Auswertung der Beobachtung auf bestimmte Zeitpunkte t_k und auf die zu diesen Zeitpunkten ausgebildeten Senkungsmulden

$$z_k = f_k(\underline{x}, t_k = \text{const.}), \quad (7.2)$$

so vereinfacht sich die Auswertung.

Geometrisch interpretieren lässt sich die Senkungsmulde zum Zeitpunkt t_k als eine ideelle Fläche im Raum

$$z_k = f_k(x, y), \quad (7.3)$$

deren Verlauf anhand der zum Zeitpunkt t_k durchgeführten Senkungsmessungen

$$z_k(x_i, y_i) \quad \text{mit } i=1(1)n \quad (7.4)$$

geometrisch untersucht und vorhergesagt werden kann. Die Beobachtungen (7.4), die vereinfacht mit z_1, \dots, z_n bezeichnet werden sollen, sind die Differenzen aus den Nivellementshöhen an den Stellen $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, die zu den Zeiten t_0 und t_k durchgeführt worden sind:

$$z_i = H_0(x_i, y_i) - H_k(x_i, y_i) \quad \text{mit } i=1(1)n. \quad (7.5)$$

Dabei ist t_0 der Zeitpunkt vor Beginn des Abbaus.

Die Ergebnisse der Gebirgs- und Lagerstättenmodellierung lassen sich sehr gut durch Flächen im Raum visualisieren. Dabei unterscheidet man in Menz (2001) zwischen real existierenden Flächen und ideellen Flächen. Wenn die real existierenden Flächen, wie die Tagesoberfläche $H(x, y)$ zu den Zeiten t_0, t_k , sichtbar sind, wird die messtechnische Erfassung leichter, als bei der verdeckten Flächen, wie den Trennflächen, geologischen Schichten, oder bei ideellen (gedachten) Flächen, wie z. B. den Senkungen, Mächtigkeiten und Niveauflächen.

Unter geostatistischen Modellvorstellungen für die abgebaute Flözmächtigkeit M , für den Absenkungsfaktor a und für den Haupteinwirkungswinkel γ , die bisher in die markscheiderischen Vorausberechnungsverfahren lediglich als konstante Parameter eingegangen sind, verändern sich die Vorausberechnungsmethoden entsprechend. In der vorliegenden Arbeit soll der Einfluss der Variabilität dieser Parameter a, M , und γ auf die Ausbildung der Senkungsmulde mit den Mitteln der geostatistischen Simulation abgeschätzt werden.

Mit den Mitteln der geostatistischen Simulation können künstlich weitere Realisierungen $z_j(\underline{x})$ mit $j=1(1)m$ des zu untersuchenden Merkmals $Z(\underline{x})$ erzeugt werden, die aus stochastischer Sicht die gleichen Eigenschaften wie die von der Natur ausgebildete einzige Realisierung $z_0(\underline{x})$ besitzen sollte. Nach Menz (1996) stellt man sich unter geostatistischen Modellannahmen vor:

„Könnte die Herausbildung einer Lagerstätte beliebig oft wiederholt werden, dann würden die an den Erkundungspunkten gemessenen Werte des Lagerstättenparameters durch gewisse Zufälligkeit in der Überlagerung vieler gesetzmäßiger Einflüsse so schwanken, wie die Realisierung einer Zufallsgröße“.

7.2 Stationarität einer Zufallsfunktion

Eine Zufallsfunktion $Z(x)$ heißt *stationär im engeren Sinne*, wenn ihre ein- und mehrdimensionalen Verteilungsfunktionen translationsinvariant sind und *stationär im weiteren Sinne* oder *schwach stationär*, wenn man die Translationsinvarianz nur von den ersten beiden Momenten, der Mittelwert- und Kovarianzfunktion, fordert. Man spricht in diesem Fall von „*Second order covariance stationarity*“ und versteht darunter, dass die Erwartungs- oder Mittelwertfunktion konstant ist

$$EZ = \mu = \text{const.} \quad (7.6)$$

und dass die Varianzfunktion nur vom Abstandsvektor s abhängt

$$\text{Cov}(Z(x), Z(x+h)) = \text{Cov}(s) = \sigma(s). \quad (7.7)$$

Oft reicht es in der Geostatistik wenn die Differenzen $\Delta Z = Z(x+h) - Z(x)$ stationär sind. Man spricht von der „*Second order variogram stationarity*“ oder auch von *intrinsischer Stationarität* wenn die Erwartungswerte der Differenzen gleich Null und ihre Varianzen translationsinvariant sind:

$$E(\Delta Z) = 0 \quad (7.8)$$

$$\frac{1}{2} \text{Var}(Z(x+h) - Z(x)) = \gamma(s) \quad (7.9)$$

Die Größe $\gamma(h)$ bezeichnet man als Semivariogramm.

Im Weiteren wird für das Semivariogramm der Begriff Variogramm verwendet.

7.3 Das Variogramm und seine Kennwerte

Das Variogramm gibt an, wie sich im Durchschnitt die Werte der Zufallsfunktion $Z(x)$ voneinander unterscheiden, die an der Stellen x und $x+h$ gemessen worden sind. Die Angaben zur Berechnung des empirischen Variogramms sind der geostatistischen Literatur zu finden (z.B. in Akin, Siemens 1988, Cressie 1991). Heute wird die zeitaufwendige Rechenarbeit von Rechnern übernommen. Auf dem Markt sind viele Programme, die geostatistische Auswertungen der Daten ermöglichen (z.B. *Isatis*, *GeoEAS*, *Variowin*, *Surfer*).

Die Abb. 7-1 stellt ein aus den Messdaten berechnetes experimentelles Variogramm dar. Durch das Dividieren mit dem Wert der gesamten Varianz wurde das experimentelle Variogramm standardisiert (bzw. normiert).

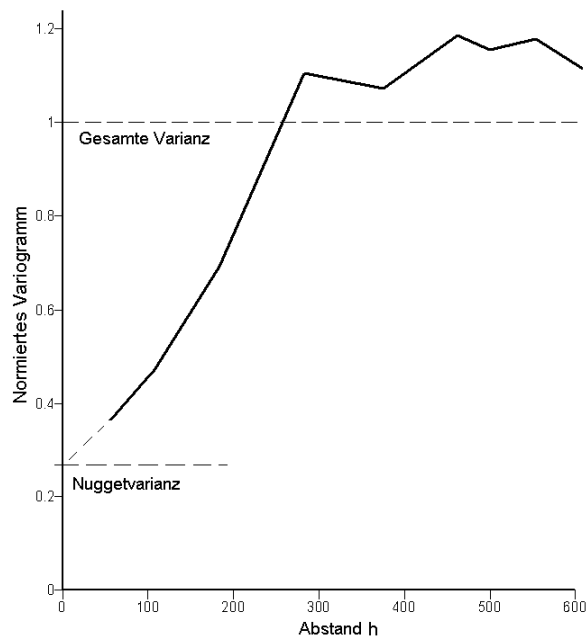


Abb. 7-1 Das standardisierte empirische Variogramm.

Wichtige Kenngrößen des Variogramms sind sein Verhalten im Ursprung, der Schwellwert (Sill) und die Reichweite der Nachbarschaftsbeeinflussung.

Bei der Analyse der Daten mittels Variogramm erkennt man an seinem Verhalten bei $h=0$, ob eine Störgröße R vorkommt. Durch einen Sprung von $\gamma=0$ auf $\gamma = \sigma_R^2$ zeigt sich die Varianz der Störgröße R , die in der Geostatistik als Nuggetvarianz bezeichnet wird. Man spricht vom Nuggeteffekt, wenn die interpolierte Variogrammfunktion die Variogrammachse bei dem Wert $\gamma(0) > 0$ schneidet (Abb. 7-1). In der Störgröße R werden Messfehler und Mikrovariabilität zusammengefasst. Aus der Sicht der Einbeziehung von Ableitungsinformationen in die geostatistischen Verfahren (z. B. Kriging) ist die Stetigkeit und die Differenzierbarkeit des Variogramms im Ursprung von Interesse.

Der Schwellwert entspricht der halben Varianz unkorrelierter Werte Z_i bzw. Z_j der Zufallsfunktion $Z(x)$. Aus der Reichweite des Variogramms kann abgeleitet werden, bis zu welchem Abstand h zweier Punkte eine signifikante Nachbarschaftsbeeinflussung erfolgt.

Für die Durchführung der geostatistischen Verfahren (z.B. Kriging) wird eine an die empirischen Variogramme angepasste Variogrammfunktion (Modell) verwendet. Von den in der Literatur angegebenen Variogrammodellen (z.B. Chiles, Delfiner 1999) werden in der vorliegenden Arbeit nur zwei Typen benutzt, das Gaußsche und das sphärische Modell.

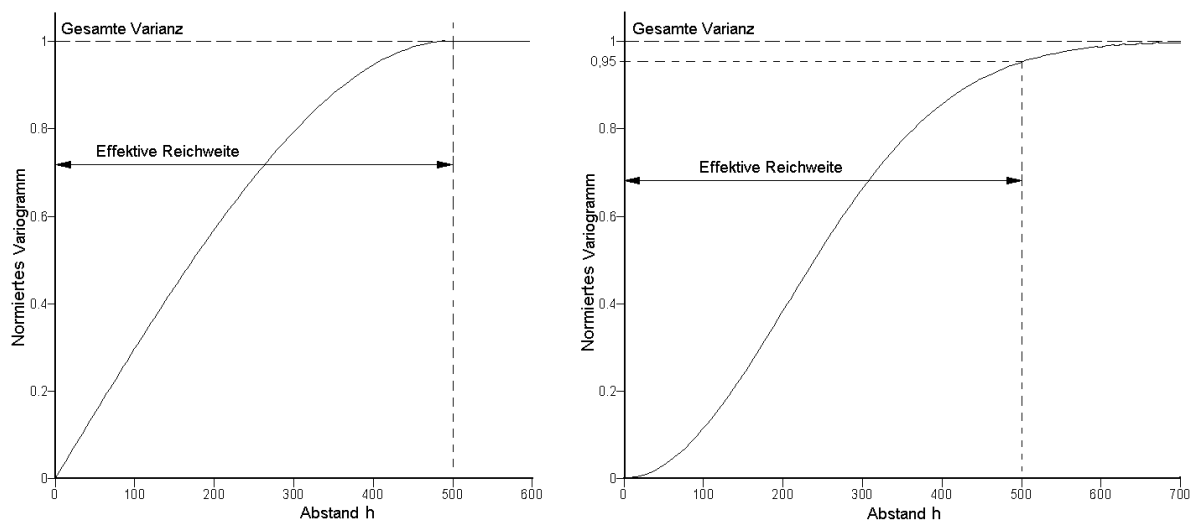


Abb. 7-2 Das sphärische und Gaußsche Modell des Variogramms

In der Tabelle 7-1 wurden Gleichungen der Variogrammodellen zusammengestellt (Tonn 1996). In der letzten Spalte wurde in Bezug auf den Modellparameter a die effektive

Reichweite der Variogrammmodelle eingegeben. Der in der Arbeit verwendete Begriff *Reichweite des Variogramms* bezieht sich auf diese effektive Reichweite (Abb. 7-2).

Variogrammtyp	Gleichung des Semivariogramms (a bezeichnet die Reichweite)	effektive Reichweite
Gaussch	$\gamma(h) = C \left[1 - \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right) \right]$	$\sqrt{3}a$
sphärisch	$\gamma(h) = \begin{cases} C \left[1,5 \frac{h}{a} - 0,5 \left(\frac{h}{a}\right)^3 \right] & : h \leq a \\ C & : h > a \end{cases}$	a

Tab. 7-1 Berechnungsformeln der Modellfunktionen (Tonn 1996)

7.4 Zusammenhang zwischen Variogramm und Kovarianzfunktion und deren Spektraldarstellung

Wenn die Modellannahmen enger gefasst und „Second order covariance stationarity“ wie in der folgenden Arbeit vorausgesetzt werden, dann besteht zwischen Variogramm $\gamma(h)$ und Kovarianzfunktion $\sigma(h)$ der einfache Zusammenhang

$$\sigma(h) = \sigma^2 - \gamma(h). \quad (7.10)$$

Die beiden Funktionen dürfen die folgenden Definitionsbereiche nicht überschreiten

$$-\sigma^2 \leq \sigma(h) \leq \sigma^2, \quad (7.11)$$

$$0 \leq \gamma(h) \leq 2\sigma^2, \quad (7.12)$$

was leider in vielen Softwarelösungen wie z. B. in *Isatis*, im *Surfer* oder in *GeoEAS* bei der Schätzung der empirischen Funktionen nicht berücksichtigt wird. In (Menz 1990) wird deshalb auf die Schätzung der Korrelationsfunktion über

$$\hat{\rho}(h) = \frac{\sum (Z(x) - \bar{Z}(x)) \cdot (Z(x+h) - \bar{Z}(x+h))}{\sqrt{\sum (Z(x) - \bar{Z}(x))^2 \cdot \sum (Z(x+h) - \bar{Z}(x+h))^2}}, \quad (7.13)$$

orientiert, die immer im Definitionsbereich

$$-1 \leq \bar{\rho}(h) \leq 1 \quad (7.14)$$

liegt und aus der unter Einhaltung von (7.11) und (7.12) $\sigma(h)$ und $\gamma(h)$ über

$$\sigma(h) = \sigma^2 \rho(h) \quad (7.15)$$

$$\gamma(h) = \sigma^2 \Gamma(h) = \sigma^2 (1 - \rho(h)) \quad (7.16)$$

abgeleitet werden können. Dabei wird $\Gamma(h)$ in der Geostatistik als normiertes oder standardisiertes Variogram bezeichnet

$$\Gamma(h) = \frac{\gamma(h)}{\sigma^2} = 1 - \rho(h), \quad (7.17)$$

so wie $\rho(h)$ auch normierte bzw. standardisierte Kovarianzfunktionen heißt:

$$\rho(h) = \frac{\sigma(h)}{\sigma^2}. \quad (7.18)$$

Unter den enger gefassten Modellannahmen (7.6) und (7.7) kann man auch das entsprechende spektrale Modell des zu untersuchenden Merkmals $S(x)$ zur Interpretation der aus den Messungen abgeleiteten empirischen Kovarianzfunktionen nutzen (Menz (1990)). Danach ergibt sich $\sigma(h)$ aus der Spektraldarstellung

$$\sigma(h) = \sum_k \frac{EA_k^2}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_k} k\right), \quad (7.19)$$

in der A_k die zufälligen Amplituden der Schwingungen mit den Wellenlängen λ_k und mit den in $[0, 2\pi]$ gleichverteilten zufälligen Phasen Φ_k sind, aus denen sich das Merkmal $S(x)$ wie folgt zusammensetzt:

$$S(x) = s_0 + \sum_k A_k \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_k} x + \Phi_k\right), \quad (7.20)$$

wobei hier mit $s_0 = ES(x) = \text{konst.}$ bezeichnet werden soll (7.6).

Durch eine schnelle Fouriertransformation FFT der Messungen kann man sich ein Bild über die in der Realisierung $s(x)$ dominanten Wellenlängen und Amplituden verschaffen und daraus über eine erneute FFT die Kovarianzfunktionen bestimmen. Wie dabei im Detail vorzugehen ist, wird in (Menz (1990) beschrieben. Hier ist wichtig, dass man erkennt, dass sich die in den Senkungströgen vorhandenen Schwingungen mit ihren Wellenlängen und Amplituden so wie in (7.19) angegeben, auch in den empirischen Kovarianzfunktionen widerspiegeln müssen, die sich aus den Senkungsmessungen ableiten lassen, wenn man annimmt, dass die Senkungen $s(x)$ Realisierungen einer schwach stationären Zufallsfunktion $S(x)$ sind. Für $h=0$ liefert übrigens (7.19)

$$\sigma^2 = \sum_k \frac{EA_k^2}{2}, \quad (7.21)$$

so dass damit auch für das Variogramm über (7.10) nach

$$\gamma(h) = \sigma^2 - \sigma(h) \quad (7.22)$$

eine Spektraldarstellung vorgelegt werden kann, wenn in (7.22) rechts (7.21) und (7.19) eingesetzt wird.

7.5 Zur Wahl der Modellannahmen

In Abschnitt 7.1 wurde mit der Beziehung (7.1) das auch bei der Nachrichtenübertragung benutzte Signal+Trend+Rauschen-Modell eingeführt, mit dem sich die zu untersuchenden Merkmale in den meisten Fällen recht gut modellieren lassen. Dieses Modell liegt auch der

Kollokation zugrunde, einer verallgemeinerten Methode der Ausgleichsrechnung, die nach Menz & Pilz (1994) dem universellen Kriging (UK) in der Geostatistik äquivalent ist, wo man sie unter der Bezeichnung duales Kriging (Cressie 1991) wieder finden kann.

In (7.1) sollen die Signale $S(\underline{x})$ die gegenseitig abhängigen, unregelmäßig-systematischen Anteile in den Beobachtungen und die Trends $m(\underline{x})$ die funktional beschreibbaren, regelmäßig-systematischen Anteile erfassen.

Über das Rauschen R müssen darüber hinaus die durch Messfehler und Infravariabilitäten des Merkmals verursachten zufälligen Störgrößen der Messungen (die Nuggeteffekte) ihre Berücksichtigung finden.

Während bei der Ausgleichung geodätischer Messungen das als Trend zu berücksichtigende funktionale Modell im Allgemeinen gut bekannt ist, muss man sich bei der geostatistischen Vorhersage geologischer Merkmale im UK mit angenommenen Trendfunktionen begnügen, weil sich deren Berechtigung auf der Basis einer einzigen Realisierung nicht statistisch begründen lässt (Menz 2001). Für die in dieser Arbeit geostatistisch zu untersuchenden bergbauinduzierten Senkungen an der Tagesoberfläche gibt es markscheiderische Vorausberechnungsverfahren, mit denen man den Trend in den Senkungsbeobachtungen bestimmen und abspalten könnte. Die auf diese Weise reduzierten Beobachtungen, Residuen $z_i - m$ mit $i=1(1)n$ sind dann eine Stichprobe aus einer Realisierung des Modells

$$Z(x) - m(x) = S(x) + R \quad (7.23)$$

mit

$$ES(x) = 0, ER = 0 \quad (7.24)$$

und

$$\text{Cov}((S(x), S(x+h))) = \sigma_s(h), \quad (7.25)$$

$$\text{Cov}((R(x), R(x+h))) = \sigma_R(h) = \begin{cases} \sigma_R^2 & \text{für } h = 0, \\ 0 & \text{für } h \neq 0. \end{cases} \quad (7.26)$$

Wenn man auf diese Weise den Trend definiert, zeigen die Residuen geringe Streuungen und auch geringe Reichweiten der Nachbarschaftsbeeinflussung, so dass eine geostatistische Bearbeitung keine allzu markanten Verbesserungen bringt.

Mitunter stehen wie in dieser Arbeit Senkungsbeobachtungen der Tagesoberfläche aus Bergbaurevieren zur Verfügung, aber die erforderlichen Angaben über die zeitliche und räumliche Abbauführung, die für die markscheiderische Vorausberechnung der Senkungströge notwendig sind, fehlen, so dass die Trends nicht berechnet, sondern nur anhand der Daten übergleitende Mittel geschätzt werden können. Dabei spielt die Wahl der Fenstergröße, in dem gemittelt werden soll, eine entscheidende Rolle. Recht elegant lassen sich über lokales Kriging, bei dem der Radius des Einwirkungsbereiches (EWB) die Fenstergröße definiert, die Mittelwerte bestimmen, und zwar dann, wenn in (7.1) bzw. (7.23)

$$m(x) = \mu = \text{konst.} \quad (7.27)$$

gewählt und μ wie bei der Kollokation auch beim UK mitbestimmt wird. Das so bestimmte μ ist übrigens das Gleiche, dass man durch „Kriging the Mean“ (Wackernagel, 1996) im EWB erhalten würde.

Wenn man dieses Verfahren zur Elimination der Trends in den Messungen gemäß (7.23) benutzt, stellt man fest, dass sich mit der Vergrößerung des EWB auch die Reichweite der Nachbarschaftsbeeinflussung vergrößert. In der Abb. 7-3 werden die Variogramme der Senkungen im polnischen Kupferrevier LGOM gezeigt, die für die 3 Radien der EBW 150 m, 300 m und 600 m aus den 1300 Beobachtungen abgeleitet worden sind.

So gesehen unterliegt auch dieses Verfahren einem subjektiven Einfluss, denn man kann je nach der Wahl des EWB Reichweiten w zwischen Null und w_{max} erzeugen:

$$0 \leq w \leq w_{max} \cdot \quad (7.28)$$

Die Reichweite w_{max} ergibt sich, wenn man für μ den globalen Mittelwert aus allen Beobachtungen benutzt. Dabei sei bemerkt, dass w_{max} durch die Ausbildung der Senkungströge bestimmt wird.

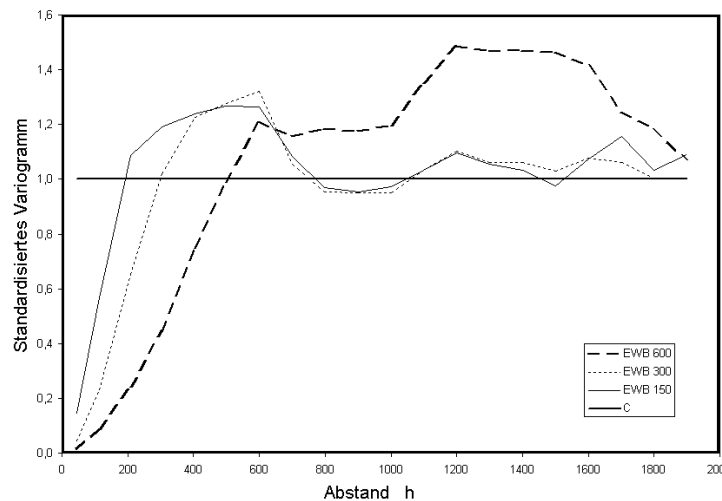


Abb. 7-3. Variogramme der trendbereinigten Beobachtungen der Senkung. Der Trend wurde mit 3 Radien der EBW (150, 300 und 600 m) aus den ca. 1300 Beobachtungen abgeleitet (LGOM).

Nach diesen Erörterungen erhebt sich die Frage, ob es denn nicht auch interessant wäre, die geostatistische Untersuchung der Senkungen mit einem konstanten globalen Mittelwert als Trend zu beginnen. In diesem Fall fasst man die Undulationen der Senkungsmulde nach (7.20) als Schwingungen um diesen im gesamten Untersuchungsgebiet konstanten Mittelwert $s_0 = \mu$ auf. Bei der Ableitung der Kovarianzfunktion werden sich wie in (7.19) diese Schwingungen mit ihren Wellenlängen und Energieanteilen in $\sigma(h)$ widerspiegeln, was im nächsten Abschnitt an Anschauungsbeispielen gezeigt werden soll.

7.6 Kovarianzfunktionen der Senkung, Schiefelage und Krümmung unter der Annahme eines Konstanten Trends

In diesem Abschnitt sollen Profile der Senkung mit ihren ersten und zweiten Ableitungen, die die Schiefagen und Krümmungen repräsentieren, punktweise vorausberechnet werden, und zwar unter der Annahme, dass die Einflussparameter folgende Werte haben

$$M = 1000 \text{ mm}$$

$$a = 1$$

$$R = 200 \text{ m}$$

so dass die Maximalsenkung

$$s_{max} = 1000 \text{ mm}$$

bei einer Länge von

$$x = 2,8 R = 560 \text{ m},$$

erreicht wird. Dabei soll sich die Maximalsenkung in der Variante 1 über eine Länge $d=0 \text{ m}$ erstrecken, in der Variante 2 über $d=2,8 R$ und in der Variante 3 über $d=5,6 R \text{ m}$.

In der Anlage 1 werden die vorausberechneten Profile und die dazu mit *Isatis* abgeleiteten empirischen Kovarianzfunktionen gezeigt. Zwecks besserer Interpretation des Verhaltens der Kovarianzfunktionen sind diese ebenfalls über den gesamten Ausdehnungsbereich des Senkungstrog mit ihren $\pm\sigma^2$ Grenzen dargestellt worden. In Abständen von $1,4 R$ zeigt der Senkungstrog markante Punkte, so dass diese Längeneinteilung auch in die Kovarianzfunktionen übertragen worden ist. Schließlich muss man wissen, wo der konstante Mittelwert im Senkungsprofil liegt, um die Nulldurchgänge der Kovarianzfunktionen besser einordnen zu können. In der Tabelle A-1-1 sind für die 3 Varianten die Mittelwerte der Senkung und die Streuungen von Senkung, Schiefelage und Krümmung zusammengestellt worden. Die Mittelwerte von Schiefelage und Krümmung wurden weggelassen, weil sie im vorliegenden Falle Null sind.

Nach den bisherigen Ausführungen kann die Senkung als eine volle Schwingung um den konstanten Mittelwert interpretiert werden, die sich in der Kovarianzfunktion widerspiegelt. Das Gleiche gilt für die Schiefelage. Bei der Krümmung sind es jedoch 2 volle Schwingungen, die sich ebenfalls in deren Kovarianzfunktion zeigen. Dabei ist zu beachten, dass sich mit der Vergrößerung von d die Senkungsmulde auseinanderzieht und nicht mehr harmonisch zum Mittelwert verläuft. Auch dieser Effekt hat Auswirkungen auf das Verhalten der Kovarianzfunktion und bewirkt, dass sich ihre Reichweite bis zum ersten Nulldurchgang, die mit h_0 bezeichnet werden soll, vergrößert, so wie es in Tabelle A-1-2 zu sehen ist. Typisch für die Kovarianzfunktionen in der Variante $d=0$ ist der ausgeprägte Holeffekt, der jedoch in den Kovarianzfunktionen der Senkung und Schiefelage bei zunehmendem d verschwindet. Im

Anfangsbereich ähneln die Kovarianzfunktionen der Senkung und der Schiefelage sehr dem Verlauf einer *cos*-Funktion, deren Approximation sogar die Bedingung

$$\sigma_{\text{Schiefelage}}(h) = -\frac{\partial^2 \sigma_{\text{Senkung}}(h)}{\partial h^2} \quad (7.29)$$

erfüllen würde, aber leider nicht mehr die Bedingung

$$\sigma_{\text{Krümmung}}(h) = -\frac{\partial^2 \sigma_{\text{Schiefelage}}(h)}{\partial h^2} \quad (7.30)$$

Denn in den Kovarianzfunktionen der Krümmungen, die in allen Varianten einen ausgeprägten Holeffekt mit ca. gleichem h_0 zeigen, ist jedoch diese Reichweite bis zum ersten Nulldurchgang um mehr als die Hälfte kleiner geworden.

Ein geeignetes Modell für die Kovarianzfunktion der Senkung, das die Bedingungen (7.29) und (7.30) erfüllt und zu den empirischen Kovarianzfunktionen von Schiefelage und Krümmungen passt, konnte nicht gefunden werden. Der Versuch 1 mit einem *Gauß-cos*-Modell

$$\sigma_{\text{Senkung}}(h) = C \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2b}h\right), \quad (7.31)$$

bei dem

$$C = 170\,000 \text{ mm}^2,$$

$$a = 600 \text{ m und}$$

$$b = 235 \text{ m}$$

gewählt worden sind, wird in der Anlage 2 gezeigt. Zum Vergleich wird auch der Versuch 2 mit einem Gauß-Modell gezeigt

$$\sigma_{\text{Senkung}}(h) = C \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right), \quad (7.32)$$

bei dem

$$C = 170\,000 \text{ mm}^2,$$

$$a = \sqrt{3} \cdot 235 = 135,7 \text{ m}$$

gewählt worden sind.

Der Schwerpunkt der in Kapitel 8 dargestellten Analysen wird auf die Mikrovariabilität (Infravariabilität) des untersuchten Merkmals gelegt. Dafür ist die gute Anpassung des Variogrammodells im Anfangsbereich der empirischen Variogrammfunktion von Bedeutung. Deswegen werden in der weiteren Arbeit Gaussche Modelle an den Verlauf der empirischen Variogrammfunktion der Senkung im Anfangsbereich des empirischen Variogramms angepasst, obwohl sie die Bedingungen (7.29) und (7.30) in den theoretischen Anschauungsbeispielen der Anlage 1 nicht erfüllt haben. Im Fall der relativen horizontalen Längenänderung werden sphärische Modelle verwendet, weil sie besser dem anfänglichen Verlauf des experimentellen Variogrammes entsprechen.

8 Räumliche Analyse der gemessenen Bodenbewegungselemente

8.1 Ziel der Analyse

Die Bodenbewegungselemente werden anhand der über den Abbaufeldern angelegten Messlinien gemessen. Im Fall des Steinkohlenbergbaus sind das meist nur eine oder zwei, höchstens drei Linien, aus denen der Charakter der Bodenbewegung in den zwei Hauptrichtungen abgeleitet werden kann.

In der Kupferbergbauregion im Südwesten Polens werden dagegen die bergbaubedingten Bodenbewegungen mit einem ausgebauten System von Messlinien gemessen. Durch das Beobachtungssystem werden mehrere Senkungsmulden erfasst.

Weil der Abbau des Kupfererzes in dieser Region erst seit den 60er Jahren stattfindet und sich auf 1 Flöz beschränkt, sind die gemessenen Werte im Gegensatz zum Steinkohlenbergbau, wo mehrere Steinkohlenflöze innerhalb von Jahrhunderten abgebaut wurden, homogen und vergleichbar. Die Abbau- und die geologischen Bedingungen sind im ganzen Abbaugbiet ähnlich. Zur Homogenität der Messwerte hat darüber hinaus eine im ganzen Gebiet angewandte gleiche Messtechnik beigetragen.

Anhand dieser Messdaten wird das räumliche Verhalten der einzelnen Bodenbewegungselemente im gesamten Abbaugbiet analysiert. Mit der Anwendung der berechneten Variogramme wird die räumliche Variabilität der Senkung und der relativen horizontalen Längenänderung geprüft. In der Analyse wird der Akzent auf die Mikrovariabilität der Zerrung und Pressung gelegt. Mit dem Begriff - Mikrovariabilität werden hier zufällige Abweichungen von dem erwarteten Verlauf des untersuchten Bodenbewegungselements bezeichnet.

Die Beziehung zwischen den Größen der beobachteten Schiefelage T und der horizontalen Verschiebung U wird besonders analysiert. Das Verhältnis wird in den markscheiderischen Vorausberechnungsverfahren für bestimmte Abbaubedingungen als konstant angenommen und zur Vorhersage der horizontalen Bodenbewegungselemente eingesetzt (3.42, 3.43).

8.2 Abbauggebiet und Messdaten - Beschreibung

Das polnische Kupfererzbergbauggebiet befindet sich im Südwesten Polens in der Nähe der Städte Legnica und Głogów. Seit Anfang der 60er Jahre wird das Kupfererz abgebaut. Die Lagerstätte, deren Mächtigkeit zwischen 50 cm und 20 m liegt, liegt von 400 m bis 1500 m unter der Tagesoberfläche. Die erzhaltigen Schichten bilden Dolomit, Kalk und Sandstein der Zechsteinserie. Die Lagerstätte liegt unter den 20 bis 380 m mächtigen Sandsteinschichten. Das Deckgebirge bilden Tertiär ($220 - 420\text{ m}$) und Sedimente des Quartär ($50 - 150\text{ m}$). Das Einfallen der erzhaltigen Schichten beträgt 3° bis 5° in der Richtung NE.

Für die Gewinnung des Erzes wurden innerhalb von 40 Jahren verschiedene Abbausysteme eingesetzt. Heute wird das Kammer-Pfeilersystem angewandt.

Die analysierten Daten umfassen den Einwirkungsbereich von zwei Bergwerken – Lubin und Polkowice. Dieser breitet sich mit einer Länge von ca. 19 km und Breite von ca. 6 km in Richtung SO-NW aus. Die angelegten Messlinien, die sich aus über 1300 Messpunkten zusammensetzen, schließen 11 Senkungsmulden ein. Die durchschnittliche Messbasislänge beträgt 48 m . In manchen Fällen wurden die Messpunkte auch 24 m entfernt voneinander vermarktet. Die gesamte Länge der analysierten Messlinien beträgt fast 62 km .

Die maximalen Senkungen erreichen Werte von bis zu 3500 mm . Im ganzen Gebiet beobachtet man eine zusätzliche großräumige Senkung von bis zu 260 mm , deren Ursache in der großräumigen Grundwasserabsenkung liegt.

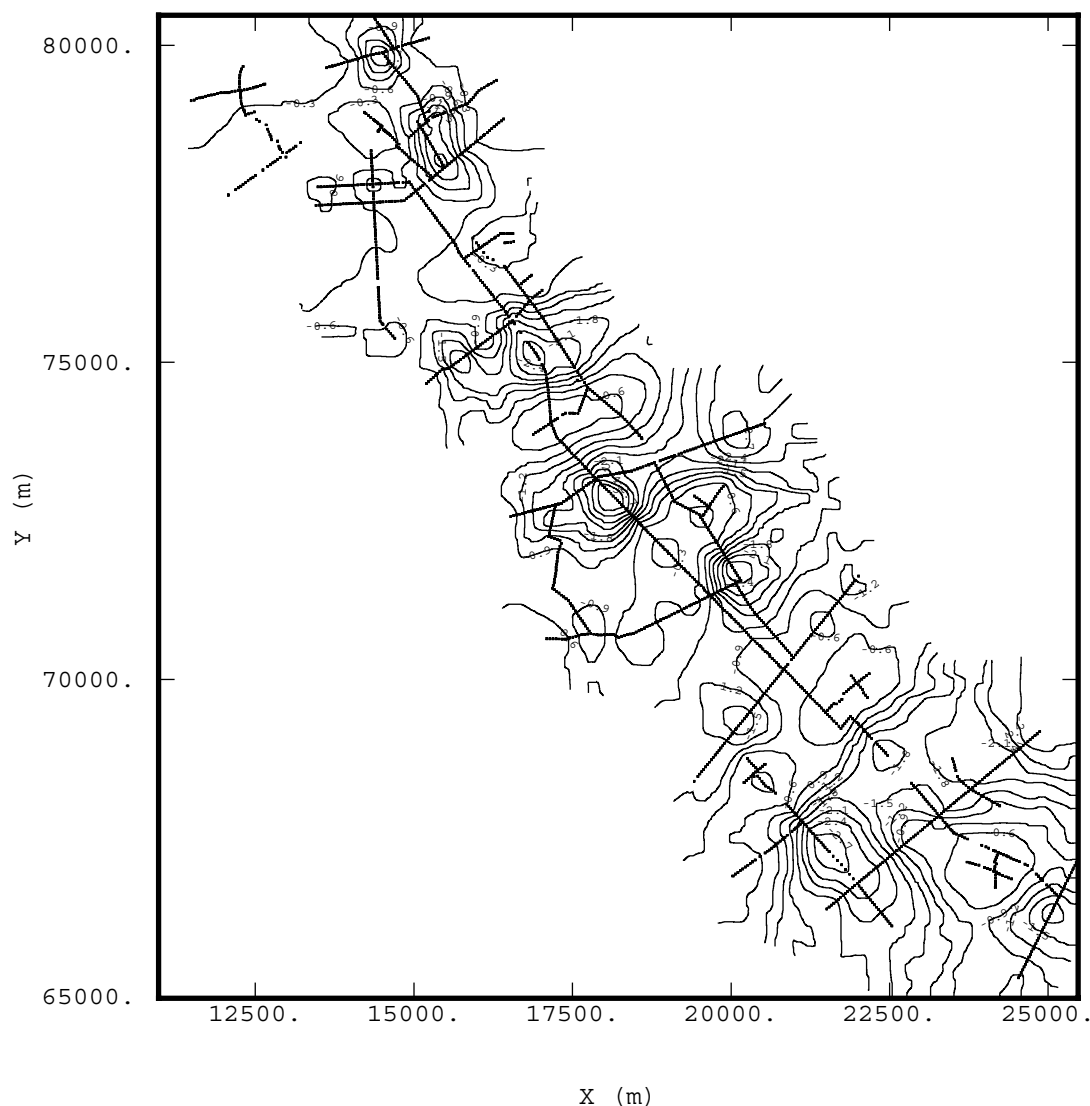


Abb. 8-1 System der Messlinien mit den Senkungsgleichen im polnischen Kupfererzabbaurevier (LGOM).

Die Abbildung 8-1 stellt das Abbaugelände mit den Messlinien dar. Die Senkungsgleichen wurden anhand der Senkungswerte mit der Methode Inverse Distanz interpoliert.

Die gemessenen Senkungen, als auch die Längenänderungen, beziehen sich auf die ersten Messungen, die im Jahr 1967 durchgeführt wurden. In den 90er Jahren wurde für die Senkungsmessung GPS-Technik eingesetzt. Die Streckenmessung wurde zuerst mit dem Messband durchgeführt. Seit 1990 wird für die Längenmessungen ein elektromagnetischer Entfernungsmesser eingesetzt, was die Messgenauigkeit deutlich gesteigert hat. Nach Angaben der Messdienste liegt der durchschnittliche Messfehler der horizontalen Längenänderung bei 0,01 mm/m (Banasiak, Kurpiński 1995).

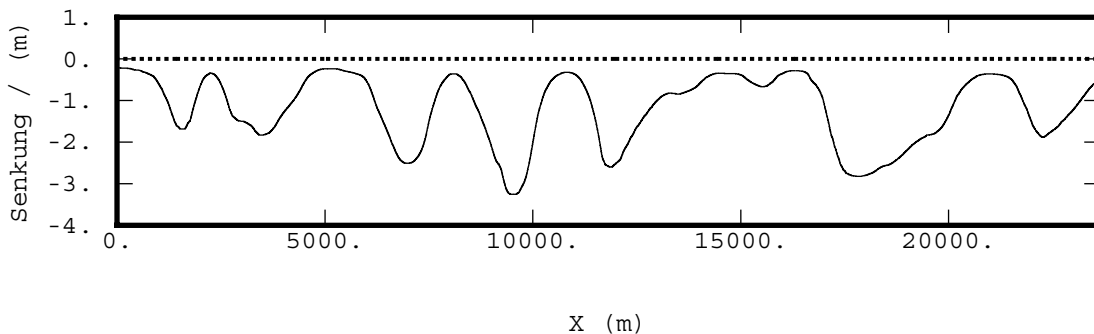


Abb. 8-2 NW-SO Senkungsprofil über das System der Senkungsmulden in LGOM.

In dem Profil, das entlang der längsten Messlinie gezeichnet wurde, sind mehrere Senkungsmulden und eine großräumige Entwässerungssenkungsmulde sichtbar. Die Abb. 8-3 bis Abb. 8-7 stellen Beispiele der gemessenen vertikalen und horizontalen Bodenbewegungselemente entlang einer ausgewählten Messlinie dar.

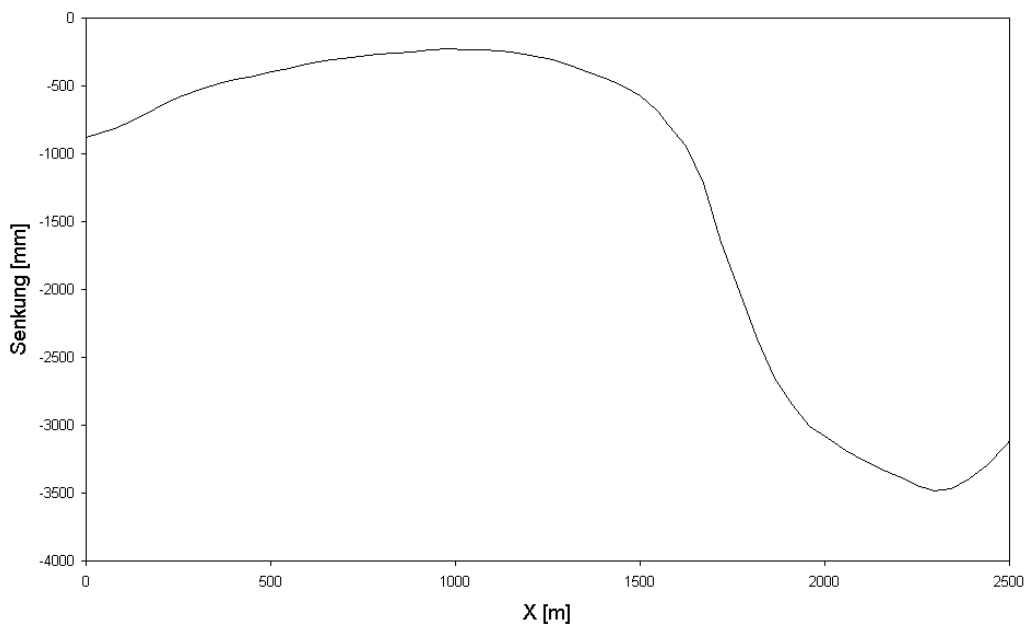


Abb. 8-3 Das Profil einer Senkungsmulde im Randbereich - Messergebnis.

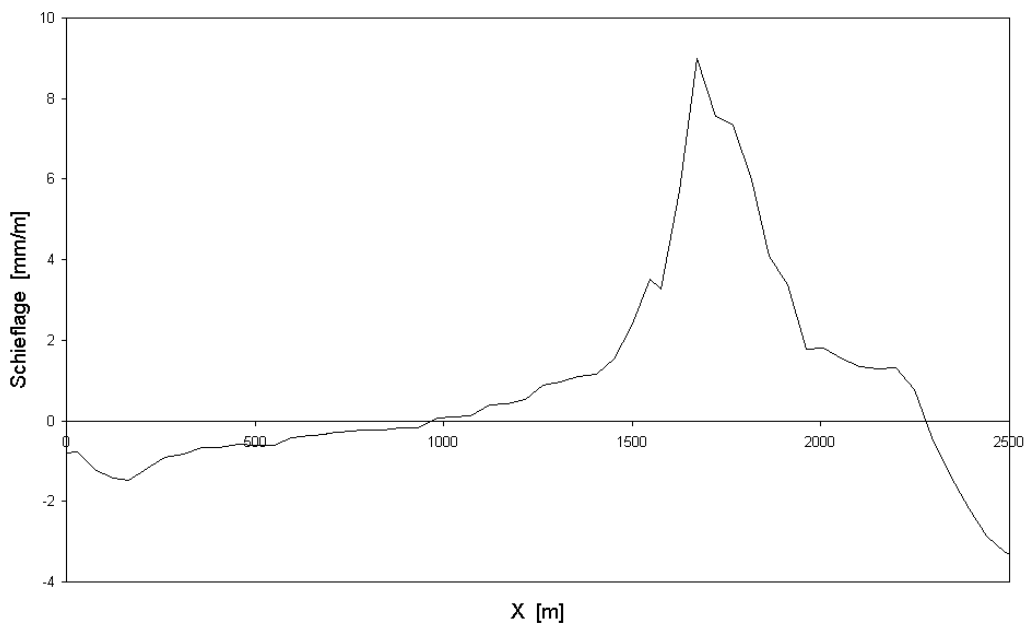


Abb. 8-4 Die aus der Senkungsmessung abgeleitete Schieflage.

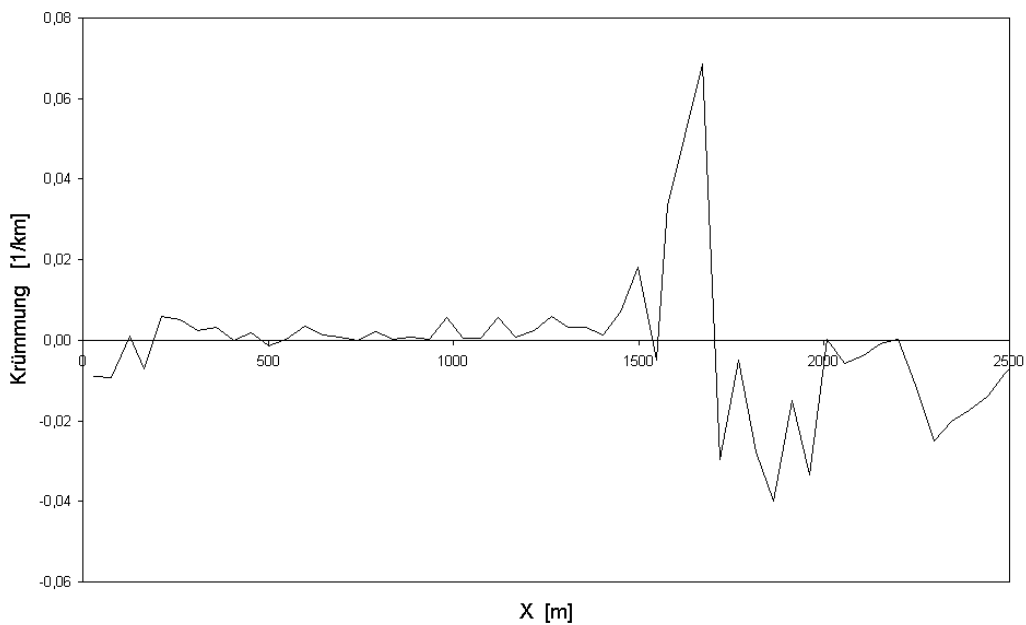


Abb. 8-5 Krümmung - Zweite Ableitung der gemessenen Senkung.

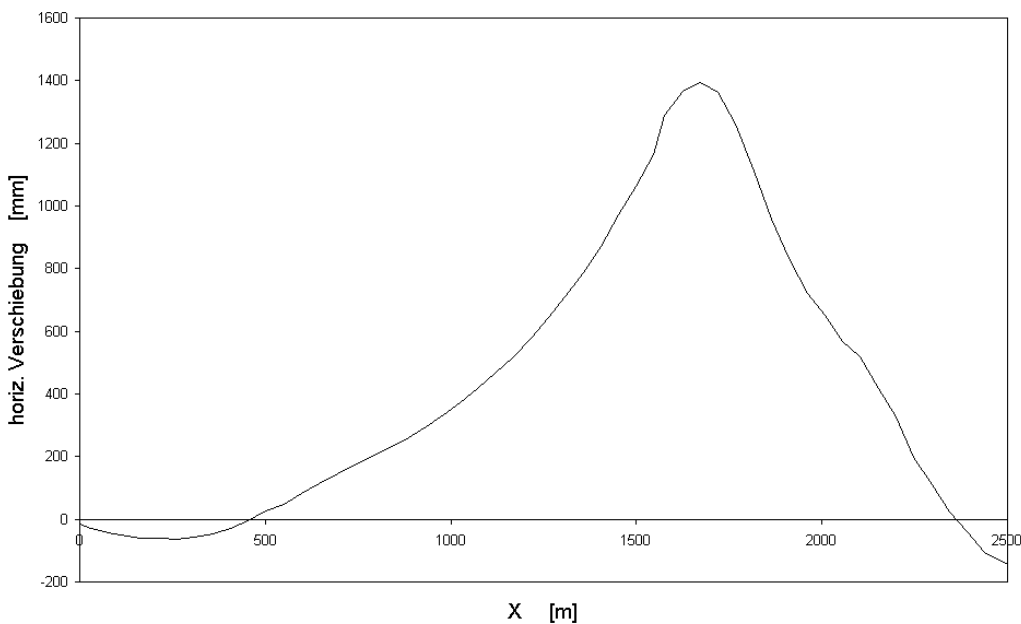


Abb. 8-6 Die aus der gemessenen Längenänderungen abgeleitete horizontale Verschiebung.

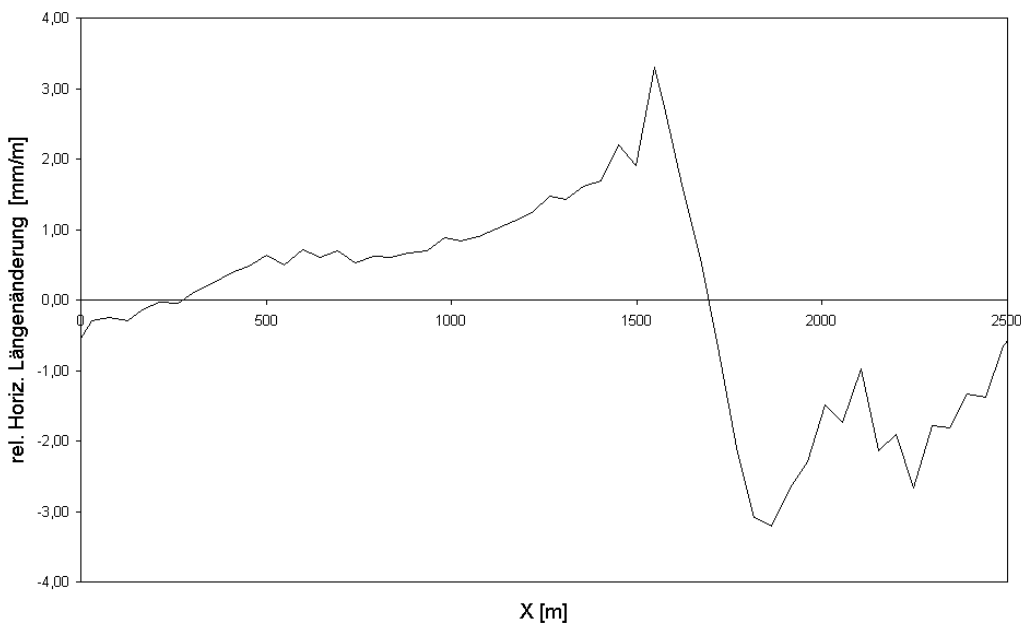


Abb. 8-7 Relative horizontale Längenänderung.

8.3 Die räumliche Analyse der gemessenen Bodenbewegungselemente

Der Charakter des räumlichen Verhaltens der gemessenen Größen wird mit Hilfe der Variogrammfunktion untersucht.

$$\gamma(h, x) = \frac{1}{2N} \sum_1^N [z(x_i) - z(x_i + h)]^2 \quad (8.1)$$

Besondere Aufmerksamkeit wird in den in Kap. 8.4, 8.5 und 8.6 dargestellten Analysen auf den Variogrammwert $\gamma(l)$ gelegt, der für die Punktepaare, die in einem Abstand $h=48 \text{ m}$ voneinander vermarktet sind, berechnet wird. Der Abstand $h=48 \text{ m}$ entspricht der durchschnittlichen Messbasislänge l , die meist im ganzen Untersuchungsgebiet verwendet wurde. Über 90% der Messpunkte in LGOM wurden in dieser Entfernung voneinander vermarktet.

Die untersuchten Merkmale weisen eine geringe Anisotropie auf. Sie ist aus den unterschiedlichen Reichweiten der Richtungsvariogramme abzulesen (Abb. 8-8). Da sich die Richtungsvariogramme nur wenig voneinander unterscheiden, wurden die weiteren Analysen richtungsunabhängig durchgeführt.

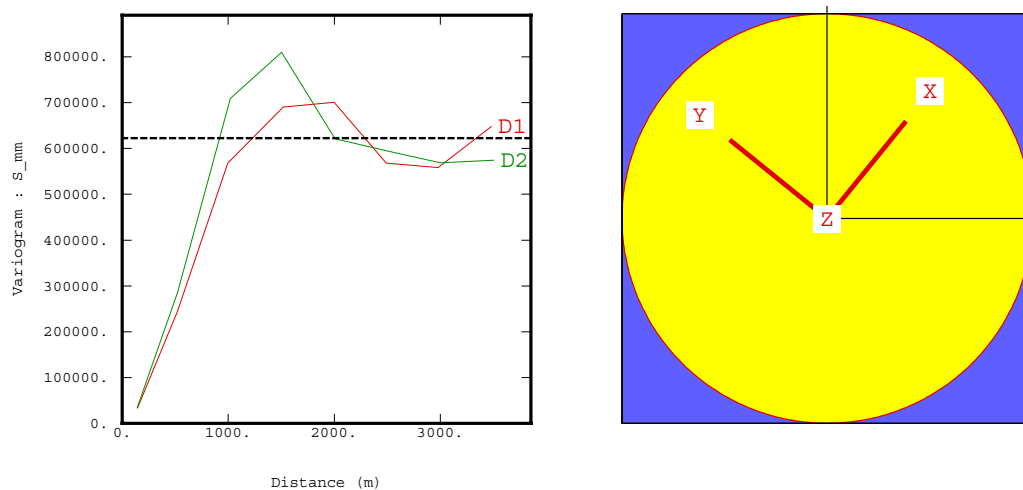


Abb. 8-8 Das für zwei Richtungen X und Y berechnete empirische Variogramm der Senkung (links). Die Linien ZX und ZY sind die Achsen des transformierten Koordinatensystems, wobei die Richtung Y der Lage der meisten Messlinien entspricht (rechts).

Der Variogrammwert $\gamma(l)$ beschreibt die mittlere Variation, der an benachbarten Punkten gemessenen Merkmale. Diese Varianz setzt sich aus dem deterministischen Trend der gemessenen Bodenbewegungselemente, den stochastischen Abweichungen, als auch aus dem Messfehler zusammen.

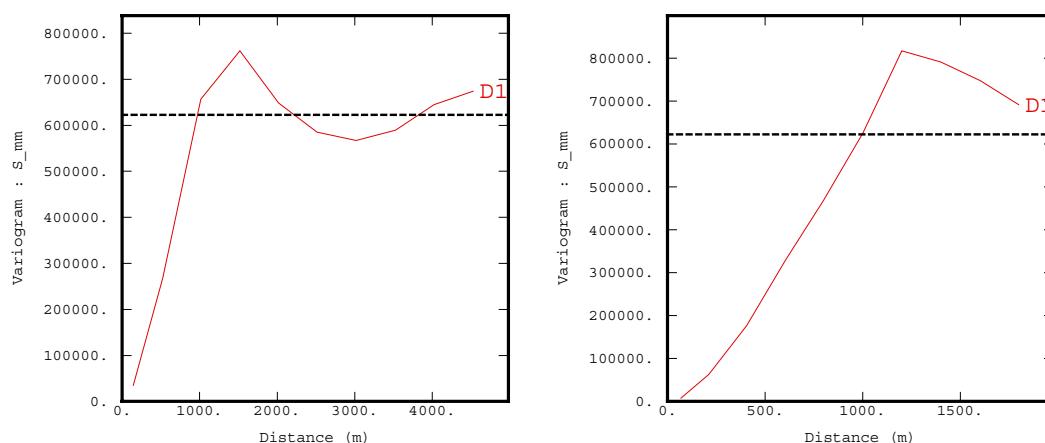


Abb. 8-9 Die empirische Variogrammfunktion der Senkung. Die gestrichene Linie stellt das Niveau der gesamten Varianz der Senkungswerte dar.

Die effektive Reichweite des empirischen Variogramms liegt bei 1300 m, was etwa dem zweifachen durchschnittlichen Einwirkungsradius nach Knothe im Untersuchungsgebiet entspricht. Erwartungsgemäß sind die Werte der Senkung auf einer Länge, die dem Randbereich der Senkungsmulde entspricht, miteinander korreliert.

Im dem Locheffekt (Holeffekt) spiegeln sich die zyklischen Wiederholungen der großen und kleinen Werte der gemessenen Senkungen wieder (Journel 1978). Diese Perioden sind in dem Profil (Abb. 8-2) deutlich sichtbar. Im Ursprung steigen die Werte der Variogrammfunktion allmählich und langsam. Es ist keine Nuggetvarianz zu sehen, was auf die sehr geringe Mikrovariabilität der Senkungsmesswerte hinweist. Der Messfehleranteil in der gesamten Varianz der gemessenen Senkung lässt sich damit vernachlässigen.

Das empirische richtungsunabhängige Variogramm der relativen horizontalen Längenänderung (Abb. 8-10) hat im Vergleich zu dem Variogramm der Senkung eine unterschiedliche Gestalt.

Die effektive Reichweite liegt im Bereich der Hälfte des für die Senkung berechneten Variogramms ($R_{\gamma(e)}=650 \text{ m}$). Auf diese Proportionalität wurde in dem Kapitel 7.6 in dem im Anhang 2 dargestellten Beispiel der theoretischen Kovarianzfunktionen der Senkung und der Krümmung hingewiesen. Da der Verlauf der relativen horizontalen Längenänderung dem Verlauf der Krümmung proportional ist, können die Schlussfolgerungen auf das Verhalten des Variogrammes der relativen horizontalen Längenänderung übernommen werden.

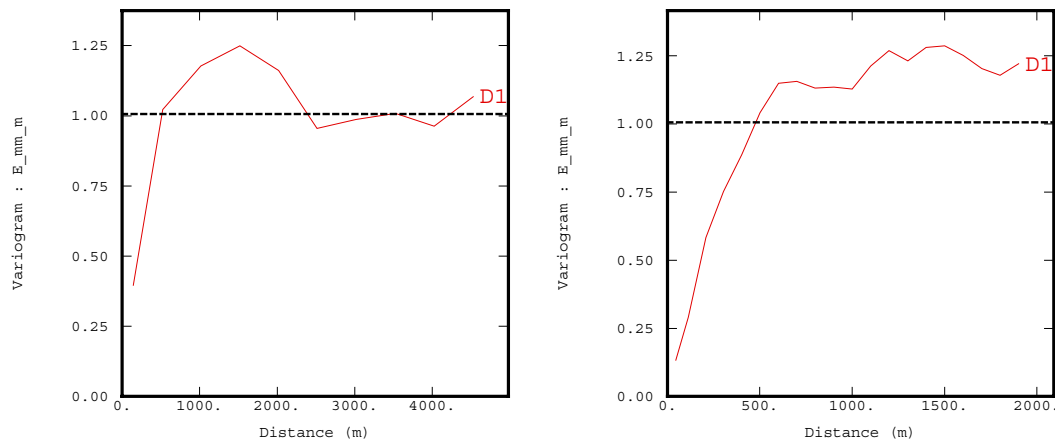


Abb. 8-10 Das empirische Variogramm der relativen horizontalen Längenänderung. Die gestrichelte Linie stellt das Niveau der gesamten Varianz der untersuchten Werte dar.

Auf die Proportionalität der Reichweite des Variogrammes des gemessenen Bodenbewegungselemente und des Einwirkungsradius weist Nofal (2003) hin. Für die genaue Bestimmung dieses Zusammenhanges werden die Abbaudaten für jede einzelne Senkungsmulde benötigt, die mit einem experimentellen Variogramm für jede Senkungsmulde einzeln verglichen werden sollen. Da diese Abbaudaten nicht vorhanden sind, wird in der vorliegenden Arbeit darauf verzichtet.

Die Variogrammwerte steigen steil an und erreichen schnell das Niveau der gesamten Varianz der gemessenen Längenänderung. Der Locheffekt hat die gleiche Ursache wie im Fall der Senkung. Die zyklischen Wiederholungen der großen und der kleinen Werte spiegeln sich in der Variogrammfunktion wieder.

Die interpolierte Variogrammfunktion im Bereich der Distanzen, die kleiner als die kleinste Entfernung zwischen den Messpunkten ist, schneidet die Variogrammachse im Wert $\gamma(0) > 0$. Diese sichtbare Nuggetvarianz und die Gestalt des Variogramms weisen auf eine große Mikrovariabilität (Infravariabilität) der gemessenen Zerrung und Pressung hin.

8.4 Die Analyse der Mikrovariabilität der gemessenen Zerrung und Pressung

Anhand der berechneten Variogrammfunktionen wird die Mikrovariabilität der gemessenen relativen horizontalen Längenänderung einzeln für die Zerrung und für die Pressung untersucht. Darüber hinaus wird der Zusammenhang zwischen diesen Größen analysiert. Ziel dieser Analyse ist es, festzustellen, ob sich die Variabilität der Pressung von der Variabilität

der Zerrung im untersuchten Gebiet wesentlich voneinander unterscheidet. Auf diesen Unterschied wurde in Klein (1979) hingewiesen (Formel 5.22 und 5.23).

Für die weitere Untersuchung wurde das Messgebiet in 4 Bereiche geteilt (Abb. 8-11). Sie entsprechen jeweils zwei Teilen der Abbaueinflussgebiete (Nord-West und Süd-Ost) der Bergwerke Lubin und Polkowice. Die maximalen und minimalen Werte der Bodenbewegungselemente, die in den entsprechenden Abbaueinflussgebieten gemessen worden sind, wurden in der Tab. 8-1 zusammengestellt.

Region	Wert	S [mm]	T [mm/m]	U [mm]	ε [mm/m]
Lubin NW	Minimum	-1927	-6,4	-433	-3,0
	Mittelwert	-557	0,0	-35	0,0
	Maximum	-115	5,9	537	1,9
Lubin SE	Minimum	-2613	-5,8	-1516	-3,7
	Mittelwert	-1007	-0,2	-86	0,2
	Maximum	-283	5,6	695	2,1
Polkowice NW	Minimum	-3484	-6,9	-954	-3,3
	Mittelwert	-1270	0,4	20	-0,1
	Maximum	-162	9,0	1394	3,3
Polkowice SE	Minimum	-3032	-4,9	-1172	-2,3
	Mittelwert	-1224	0,2	71	-0,1
	Maximum	-273	2,7	1392	2,8
Allgemein	Minimum	-3484	-6,9	-1515	-4,2
	Mittelwert	-1103	0,2	11	0,0
	Maximum	-115	9,0	-1394	3,3

Tab. 8-1 Statistik der Bodenbewegungselemente in den untersuchten Messregionen

Die statistischen Charakteristika der in den Messgebieten gemessenen Zerrung und Pressung beinhaltet Tab. 8-2.

Die beobachtete Pressung erreicht im Durchschnitt um 26% größere Beträge, als die Zerrung (Mittelwertvergleich, Tab. 8-2), wobei in jedem von 4 untersuchten Messgebieten dieses Verhältnis unterschiedliche Werte von 21 bis zu 43 % annimmt.

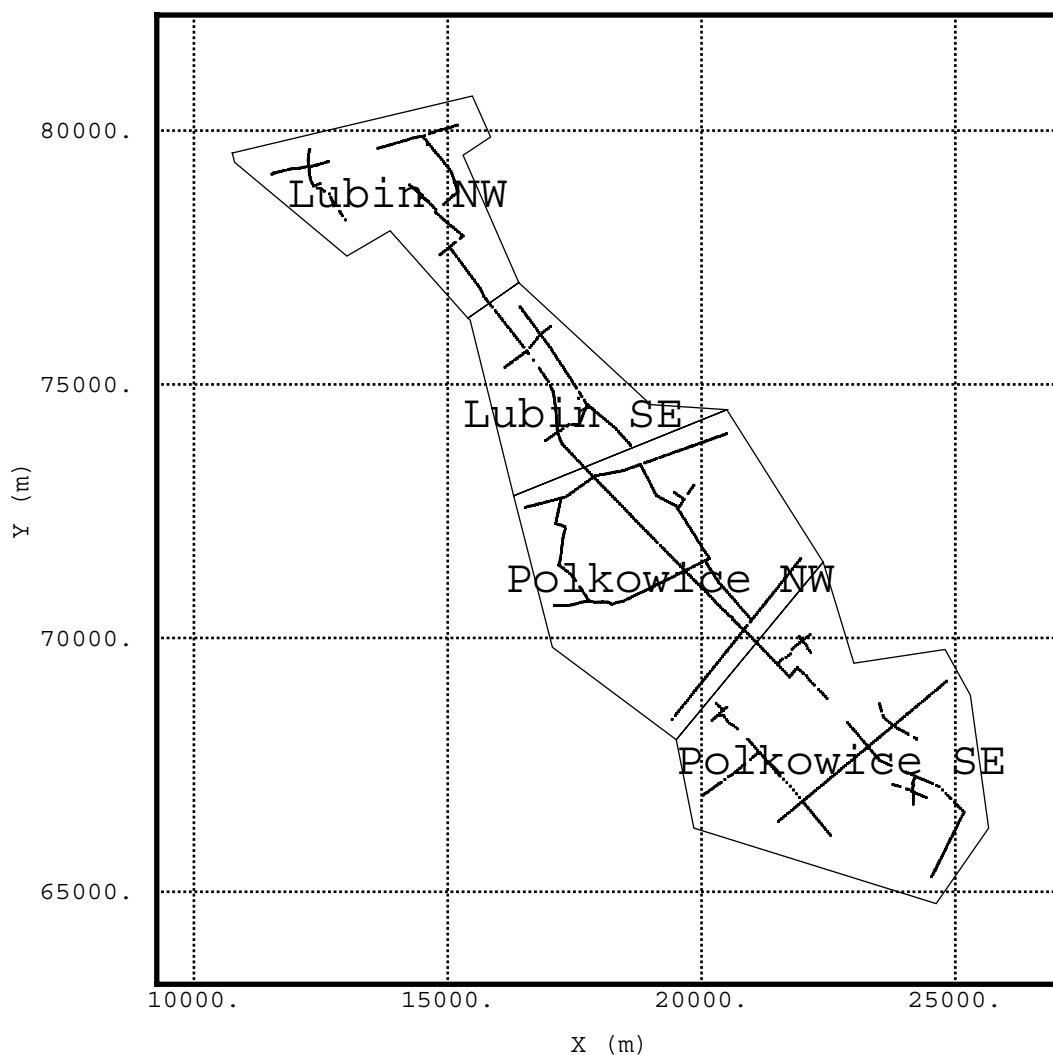


Abb. 8-11 Einteilung des untersuchten Messgebietes.

Region	Pressung Zerrung	ϵ_{max} [mm/m]	Mittelwert ϵ [mm/m]	Standard- Abweichung [mm/m]	Mittelwerts- Vergleich Z/P
Lubin NW	P	-3,0	-0,72	0,78	0,67
	Z	1,9	0,48	0,46	
Lubin ES	P	-3,7	-1,34	0,92	0,57
	Z	2,1	0,76	0,47	
Polkowitz NW	P	-3,3	-0,96	0,80	0,79
	Z	3,3	0,76	0,59	
Polkowitz ES	P	-2,3	-0,69	0,52	0,78
	Z	2,8	0,54	0,50	
Allgemein	P	-3,7	-0,89	0,76	0,74
	Z	3,3	0,66	0,54	

Tab. 8-2 Explorative Analyse der Zerrung und der Pressung in den untersuchten Messgebieten.

Region		$\gamma(l)$	$s = \sqrt{2\gamma(l)}$	$M_1 = \frac{s}{\varepsilon_{\max}} \cdot 100\%$	$M_2 = \frac{s}{\varepsilon_{\text{mitt}}} \cdot 100\%$	$\frac{M_2(Z)}{M_2(P)}$
Lubin NW	P	0,09	0,42	14,1	59,4	0,84
	Z	0,03	0,24	13,0	50,0	
Lubin ES	P	0,18	0,59	16,0	44,2	1,00
	Z	0,06	0,34	16,1	44,5	
Polkowice NW	P	0,13	0,49	15,0	51,6	1,01
	Z	0,08	0,39	12,0	52,0	
Polkowice ES	P	0,04	0,28	12,3	41,0	1,09
	Z	0,03	0,24	8,5	44,5	
Allgemein	P	0,10	0,44	11,9	49,2	1,00
	Z	0,05	0,33	9,9	49,2	

Tab. 8-3 Variationsanalyse der Zerrung und der Pressung in den untersuchten Messgebieten anhand der Variogrammwerte für $l=48 \text{ m}$.

In jedem Untersuchungsgebiet wurden einzeln für die Pressung und die Zerrung empirische Variogrammfunktionen berechnet. Die Variogrammwerte $\gamma(l)$, die der mittleren Varianzen zwischen der an den benachbarten Messpunkten gemessenen Zerrung (bzw. Pressung) entsprechen, sind in der Tab. 8-3 zusammengestellt. Anhand dieser Werte $\gamma(l)$ wurden zwei Maße der relativen Variabilität wie folgt definiert:

- der erste bildet einen Quotienten der Standardabweichung s und der maximalen Werte der Zerrung (bzw. der Pressung)

$$M_1 = \frac{s}{\varepsilon_{\max}} \cdot 100\%, \quad (8.2)$$

- und der zweite beschreibt ein Verhältnis der Standardabweichung zum Mittelwert der Zerrung (bzw. der Pressung)

$$M_2 = \frac{s}{\varepsilon_{\text{mitt}}} \cdot 100\%. \quad (8.3)$$

Der Variabilitätsfaktor M_2 , als das Verhältnis zweier stochastischer Größen, beschreibt die relative Variabilität des untersuchten Merkmals besser, als der Variabilitätsfaktor M_1 , in dem

die Standardabweichung dem maximalen Wert der Pressung oder der Zerrung gegenübergestellt wurde.

Die mit dem Faktor M_2 festgestellte Variabilität fällt relativ groß aus. Nach der Aufteilung der Daten auf die Zerrung ($\varepsilon > 0$) und die Pressung ($\varepsilon < 0$) wurden die Punkte aus den Messlinien ausgefiltert, die mit den unterschiedlichen Vorzeichen belastet sind. Mit der Vorgehensweise wurden die Messdaten im Bereich wo die relative horizontale Längenänderung um den Nullwert schwankt im Sinne der durchgeführten Analyse gefälscht. In die Berechnung der Variogrammwerte $\gamma(l)$ werden nur die Punktepaare einbezogen, die im Abstand l voneinander vermarktet wurden. Wenn also infolge der Aufteilung der benachbarte Punkt $A_{(x)}$ ausgefiltert wurde, wird der Punkt $B_{(x+l)}$ in der Berechnung des Variogrammwertes $\gamma(l)$ nicht berücksichtigt. Stattdessen wird sein Wert ($\varepsilon_B \approx 0$) in die Berechnung des Mittelwertes einbezogen. Damit wird im Verhältnis zu dem Variogrammwert $\gamma(l)$ der Mittelwert ε_{mitt} kleiner ausfallen, was sich auf den Wert des Variabilitätsfaktors M_2 auswirkt. Diese Verfälschung hat aber kein Einfluss auf die nächste, in der letzten Spalte der Tab. 8-3 dargestellte, relative Größe. Hier wurden die Variabilitätsfaktoren M_2 für die Pressung und für die Zerrung aus jedem Messgebiet verglichen. Aus dem Vergleich erhält man, dass sich die festgestellte relative Variabilität der Pressung von der Zerrung (in LGOM) nicht wesentlich unterscheidet. Trotz der gravierenden Unterschiede, die man zwischen den Mittelwerten der Pressung und der Zerrung feststellen kann (Tab. 8-2), ist die *relative Mikrovariabilität* der beiden Größen gleich.

8.5 Die Mikrovariabilität der relativen horizontalen Längenänderung im Zusammenhang mit der Größe der Zerrung und der Pressung

Im Kapitel 6 (Abb. 6-1, 6.-2) wurde anhand der aus den mehreren Senkungsmulden zusammengestellten Daten die Proportionalität zwischen den maximalen Werten der Zerrung und deren Streuung festgestellt. Ziel der folgenden Analyse ist es, diese Proportionalität anhand der Messdaten aus LGOM zu prüfen.

Da für die Messdaten keine Abbaudaten vorliegen und sich die bestimmte Abbaueinwirkungen miteinander beeinflussen, ist die Anpassung einer Regressionskurve an die Messdaten der Zerrung und Pressung unmöglich, deswegen muss für die Analyse eine andere als die im Kapitel 6 dargestellte Untersuchungsmethode angewandt werden. Die

Mikrovariabilität der relativen horizontalen Längenänderung wird mittels der Variogrammwerte untersucht.

Die Werte der Zerrung und der Pressung wurden jeweils in drei Größenklassen aufgeteilt. Damit entstehen 6 unabhängige Untersuchungsfelder, die die Messpunkte beinhalten, deren Werte der relativen horizontalen Längenänderung einer von 6 Größenklassen entsprechen.

Für die Messpunkte in jedem Untersuchungsfeld wurde einzeln ein Variogramm berechnet (Tab. 8-4). Wie in der im Kapitel 8.4 dargestellten Analyse wurde die Variabilität der Zerrung (bzw. Pressung) innerhalb einer Größenklasse mit Hilfe des Variogrammwertes $\gamma(l)$ bestimmt.

Die Standardabweichung $\sigma(l)$ wurde als Wurzel aus der Varianz $\sigma^2(l) = 2\gamma(l)$ berechnet.

In der Analyse wurde auf die Bestimmung der Nuggetvarianz verzichtet. Die Nuggetvarianz $\gamma(0)$ im Gegensatz zum berechneten Variogrammwert $\gamma(l)$ muss geschätzt werden und die Genauigkeit dieser Schätzung hängt streng von der Genauigkeit der Modellanpassung ab.

In der Tab. 8-4 wurden die Variogrammwerte für bestimmte Größenklasse der Zerrung und der Pressung zusammengestellt. In der letzten Spalte wurde die Anzahl der, für die Bestimmung der Varianzen $\gamma(l)$, angewandten Punktpaare angegeben. Eine größere Anzahl der Punktpaare sorgt für eine höhere Genauigkeit und Zuverlässigkeit der berechneten Variogrammwerte.

Wertebereich [mm/m]		Mittelwert	Varianz	Variogramm $\gamma(l)$	Standardabw. $\sigma(l)$	Zahl der Punktpaare
< - 2	Pressung	-2,58	0,22	0,101	0,45	43
- 2 ÷ - 1		-1,39	0,09	0,045	0,30	90
- 1 ÷ 0		-0,43	0,07	0,023	0,21	295
0 ÷ 1	Zerrung	0,43	0,07	0,018	0,18	446
1 ÷ 2		1,36	0,06	0,031	0,25	92
> 2		2,43	0,12	0,076	0,39	11

Tab. 8-4 Die für jeweils 3 Größenklassen der Zerrung und der Pressung berechnete Variogrammwerte. Angegebene Werte entsprechen dem kleinsten Abstand zwischen den Messpunkten $l=48$ m.

Die Varianzen in der Abb. 8-12 wurden den Werten der relativen horizontalen Längenänderung gegenübergestellt. Die berechneten Variogrammwerte entsprechen jeweils der Größenklasse für die sie berechnet wurden und sind in der Abb. 8-12 über den Mittelwerten der repräsentierten Klassen gezeichnet.

Die mit dem Variogramm geschätzte Mikrovariabilität der relativen horizontalen Längenänderung wächst proportional zu den wachsenden Werten der Zerrung und der Pressung (vergl. Abb. 6-1). Da in dem untersuchten Gebiet die Pressung größere Werte als die Zerrung annimmt, ist die Variabilität der Pressung im Vergleich zu der Zerrung proportional größer.

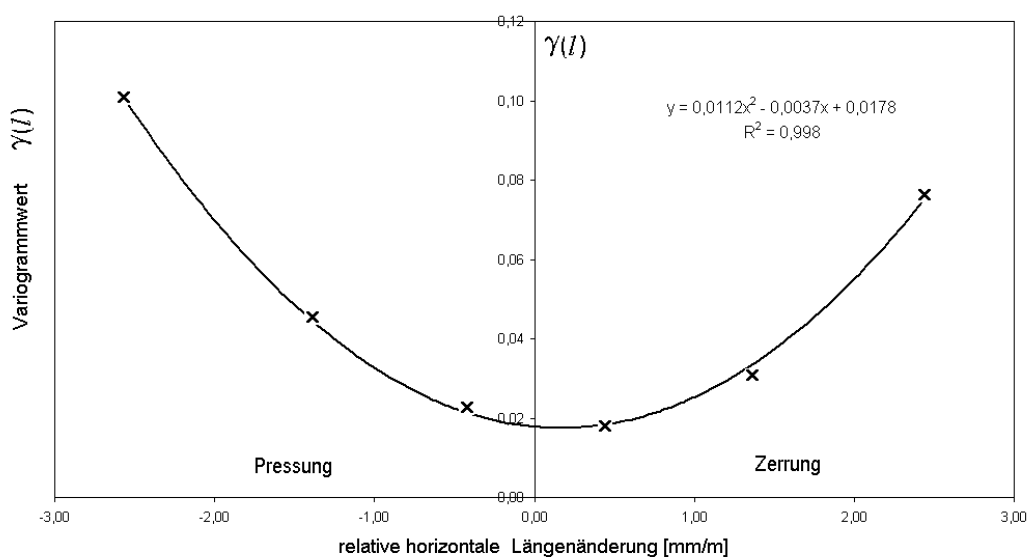


Abb. 8-12 Zusammenhang zwischen der Variabilität der relativen horizontalen Längenänderung und der Größe der Zerrung und der Pressung (Tab. 8-4). Jeder Punkt repräsentiert den Mittelwert einer Klasse. An die Werte wurde eine parabolische Trendkurve angepasst.

Die angepasste parabolische Regressionskurve schneidet die Y-Achse in dem Punkt $\gamma(l)=0,018 \text{ (mm/m)}^2$. Das entspricht der Varianz $\gamma(l)=0,018 \text{ (mm/m)}^2$ des, für die Werteklasse $\epsilon \in (-0,5 \div 0,5 \text{ mm/m})$, berechneten empirischen Variogramms (Abb. 8-13).

Das Ergebnis der Analyse bestätigt die Hypothese, dass die Streuung der relativen horizontalen Längenänderung dem Wert der Zerrung (bzw. Pressung) proportional ist (vergleiche Abb. 6-1). Einen Einfluss auf die mit dem Variogramm festgestellte Variabilität der Zerrung (Pressung) hat außer den stochastischen Abweichungen und dem Messfehler auch der deterministische Anteil (Trend), der vor der Analyse aus der Daten nicht abgespalten

wurde (vergl. Kap. 7.5). Wegen der angewandten Methode sind die Ergebnisse der Analyse mit den im Kapitel 6 dargestellten Ergebnissen qualitativ aber nicht quantitativ vergleichbar.

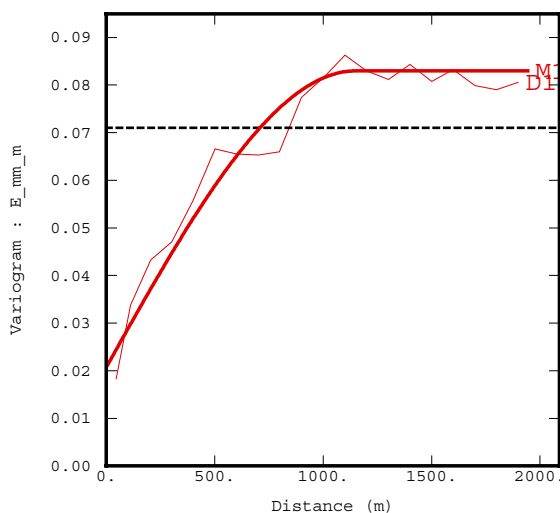


Abb. 8-13 Das empirische Variogramm mit dem Modell für die Werte der relativen horizontalen Längenänderung im Wertebereich von $-0,5$ bis $0,5$ mm/m. Gesamte Varianz $s^2(\varepsilon)=0,07$ (mm/m)², Mittelwert $\mu(\varepsilon)=0,01$ mm/m, Nuggetvarianz $\gamma(0)=0,02$ (mm/m)².

8.6 Die Analysen zur Bestimmung des Messfehleranteils in den Werten der relativen horizontalen Längenänderung

Die in einem empirischen Variogramm sichtbare Nuggetvarianz weist auf die in dem untersuchten Zufallsfeld vorhandene Mikrovariabilität (Rauschen) hin, in die auch der Einfluss des Messfehlers eingeht (Kap. 7). Die folgende Analyse zeigt, dass im Fall des untersuchten Zufallsfeldes der gemessenen relativen horizontalen Längenänderung neben Messfehlern auch anderen Faktoren vorliegen, die Einfluss auf das in Nuggetvarianz sichtbare Rauschen haben.

Zuerst wurde das experimentelle Variogramm des Zufallsfeldes der relativen horizontalen Längenänderung berechnet. Das angepasste sphärische Modell schneidet die Variogrammachse im Wert $\gamma(0)=0,018$ (Abb. 8-14). Die aus dieser Nuggetvarianz berechnete Standardabweichung liegt bei $0,13$ mm/m.

Die nächsten zwei Variogramme wurden geteilt, für die Zerrung und die Pressung im gesamten Messgebiet, berechnet (Abb. 8-15).

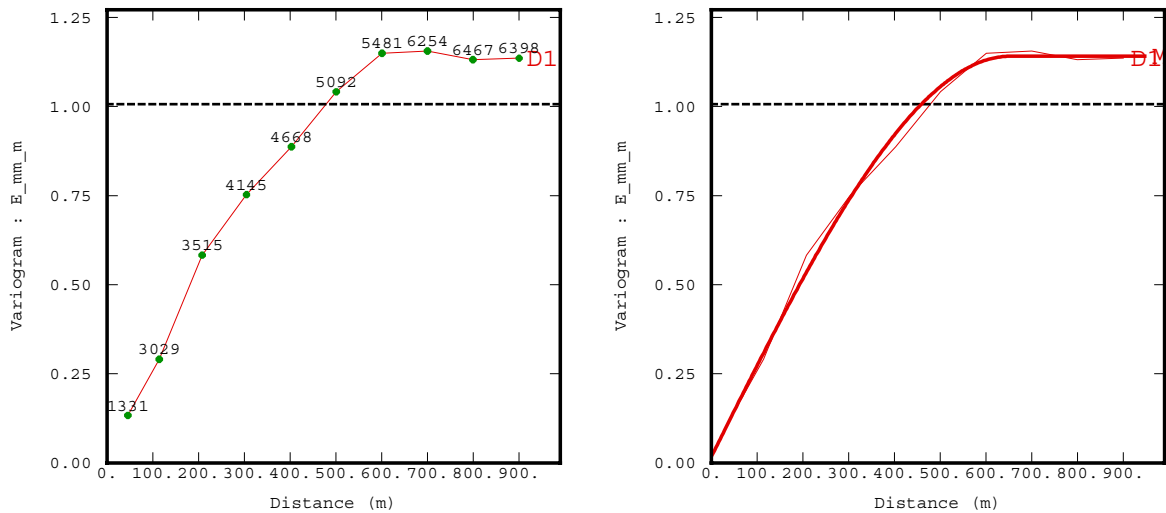


Abb. 8-14 Das Variogramm der relativen horizontalen Längenänderung im ganzen Untersuchungsgebiet (links) und das sphärische Modell mit der Nuggetvarianz $\chi(0)=0,018 (mm/m)^2$ und der effektiven Reichweite $R=653 m$ (rechts).

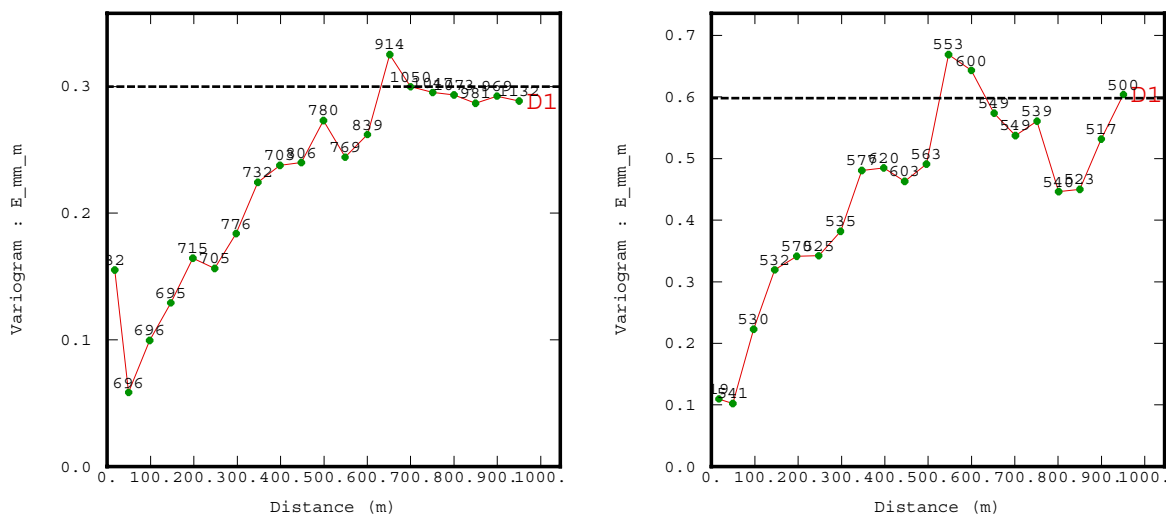


Abb. 8-15 Variogramme der Zerrung (links) und Pressung (rechts) getrennt berechnet für das gesamte Untersuchungsgebiet. Es wird auch die zur Berechnung der Variogrammwerte benutzte Anzahl der einbezogenen Punktepaare angegeben.

Aus den Variogrammen sind die statistischen Charakteristika der untersuchten Werte der Zerrung und Pressung abzulesen. Die mit der gestrichelten Linie markierte gesamte Varianz ist für die Pressung $Var(P)=0,6$ doppelt so groß, wie im Fall der Zerrung $Var(Z)=0,3$. Das gleiche Verhältnis gilt für die Nuggetvarianzen, die man mit der Interpolation der Variogramme für die kleinen Distanzen $h < 50 m$ abschätzen kann. Die für die Zerrung

geschätzte Nuggetvarianz beträgt ca. $\gamma(0)=0,05 \text{ (mm/m)}^2$, wobei die für die Pressung bei $\gamma(0)=0,1 \text{ (mm/m)}^2$ liegt.

Die unterschiedlichen Größen der Nuggetvarianz weisen darauf hin, dass es sich hier nicht um einen Messfehler handeln kann. Es ist nicht zu erwarten, dass es bei der gleichen angewandten Messtechnik zu solchen gravierenden Unterschieden in der Messgenauigkeit der Messung der verkürzten und der verlängerten Strecken kommen kann. Außer dem Messfehler treten andere Faktoren auf, die die Größe der Nuggetvarianz beeinflussen. Für die Abschätzung des Messfehleranteils müssen zusätzliche Annahmen getroffen werden.

Der Messfehler lässt sich am besten in den kleinen Werten der Zerrung und der Pressung erfassen, die um den Nullwert schwanken (siehe Kap. 4.2). Diese Werte werden in den Randbereichen der Senkungsmulde gemessen, wo der Einfluss des Abbaus gering ist. Für die dabei festgestellte zufällige Variabilität der gemessenen Werte ist der Messfehler zuständig. Diesen Annahmen zufolge wurden aus der Datenbank die Messpunkte ausgefiltert, an denen man niedrige Werte der Zerrung und Pressung gemessen hat.

Für die Abgrenzung des Wertebereiches wurde im Kap. 4.2 die geschätzte Standardabweichung des Messfehlers angewandt. Somit lagen die ausgefilterten Werte der Längenänderung im Wertebereich:

$$\begin{aligned} \mu_\varepsilon - 3\sigma_m < \varepsilon < \mu_\varepsilon + 3\sigma_m \\ -0,34 \text{ mm/m} < \varepsilon < 0,26 \text{ mm/m} \end{aligned}$$

Um den Einfluss der deterministischen Variabilität (des Trends) zu vermindern, wurden aus dem Datensatz die Messpunkte mit einer großen Schiefelage T und horizontalen Verschiebung U herausgenommen. Der Abb. 1-3 ist zu entnehmen, dass die Maxima der beiden Größen an der Stelle auftreten, wo die Zerrung in die Pressung übergeht. Obwohl die Werte der relativen horizontalen Längenänderung an dieser Stelle bei einem Wert nahe Null liegen, handelt es sich hier um die deterministische Variabilität und nicht um die zufällige Schwankung, die auf den Messfehler zurückgeführt werden kann. Um diese Werte auszufiltern, wurde der Wertebereich der Schiefelage T und der horizontalen Verschiebung U auf den 1σ -Bereich beschränkt. Die Messpunkte, die höhere Werte T und U ausgewiesen haben, sind in die Berechnungen nicht einbezogen worden. Die gefilterte Datenbank beinhaltete somit ca. 300

Punkte aus der ursprünglichen Grundgesamtheit von 1300 Messpunkten. Anhand der ausgefilterten Daten wurde das Variogramm berechnet (Abb. 8-16).

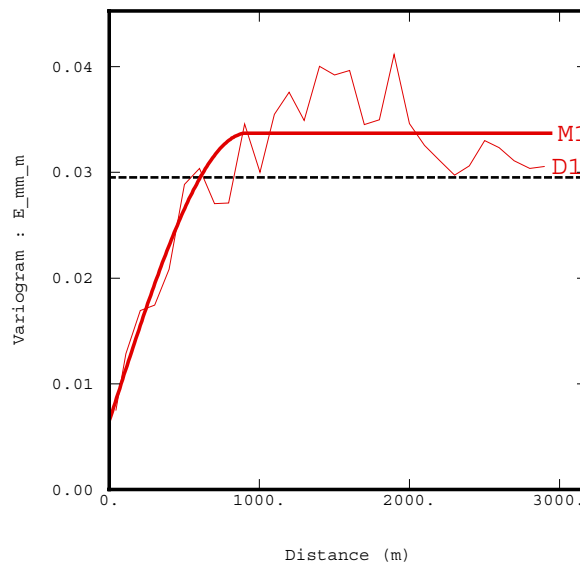


Abb. 8-16 Das empirische Variogramm für die ausgefilterten kleinen Werte der Längenänderung (von $-0,34 \text{ mm/m}$ bis $0,26 \text{ mm/m}$) mit dem angepassten sphärischen Modell. Nuggetvarianz $\gamma(0)=0,006 \text{ (mm/m)}^2$.

In der Struktur des Variogramms (Abb. 8-16), das anhand der ausgewählten kleinen Werte der Zerrung und Pressung berechnet worden ist, ist immer der deterministische Anteil in der gesamten Variabilität deutlich zu erkennen.

Die Standardabweichung des Messfehlers der relativen horizontalen Längenänderung, die sich mit der Nuggetvarianz des Variogramms erfassen lässt, beträgt:

$$s_m^\varepsilon = 0,08 \text{ mm/m},$$

und liegt deutlich höher, als die Ordnungsgröße des angegebenen Messfehlers $s_m=0,01 \text{ mm/m}$. Mit der Anwendung der Formel, die für die theoretische Berechnung des Messfehlers abgeleitet wurde (Formel 4.3, Kap. 4.2.1), kann der theoretische Messfehler der Streckenmessung geschätzt werden:

$$s_l = \frac{s_m^\varepsilon \cdot l}{\sqrt{2}} = 2,7 \text{ mm}.$$

Der mit dem Variogramm geschätzte Messfehler der relativen horizontalen Längenänderung umfasst in den untersuchten Messgebieten 30% bis 47% der gesamten Mikrovariabilität der Zerrung und 20% bis 40% im Fall der Pressung.

Im Durchschnitt ca. 30% der Mikrovariabilität der relativen horizontalen Längenänderung in LGOM geht auf die Messgenauigkeit zurück.

8.7 Räumliche Analyse des Quotienten $B=U/T$.

Die Bedeutung des Proportionalitätsfaktors B für die Vorausberechnung der horizontalen Bodenbewegungselemente wurde in Kap. 3.2.3.3 erläutert.

Anhand der gemessenen Senkungen und horizontalen Verschiebungen wurde der Quotient $B=U/T$ in dem Messgebiet berechnet und als ortsabhängige Variable untersucht.

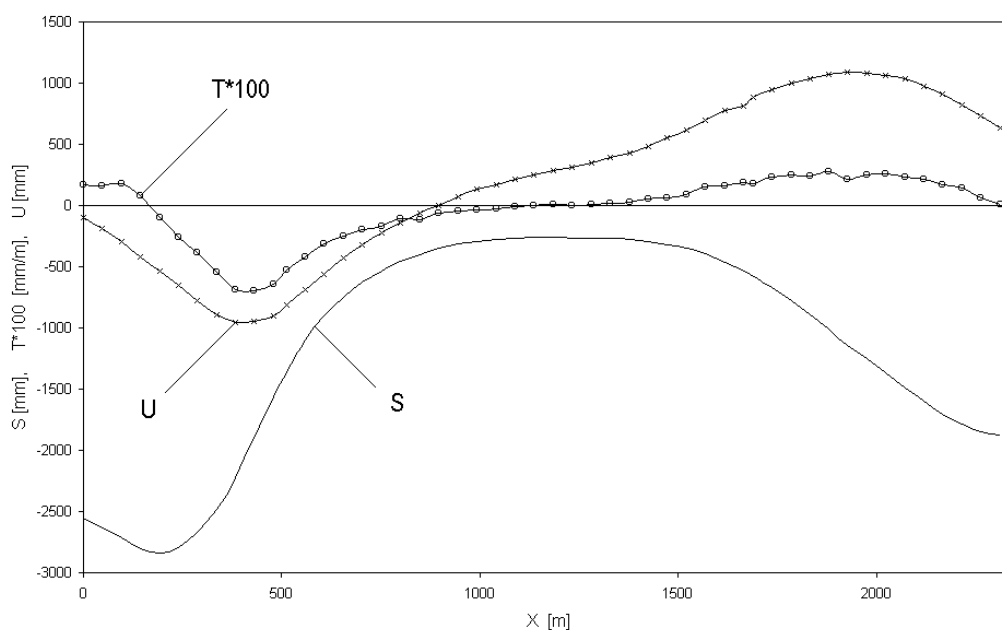


Abb. 8-17 Senkung S , Schiefelage T und horizontale Verschiebung U . Die Schiefelage wurde mit dem Faktor 100 multipliziert. Ein Messergebnis aus einer Messlinie, die über zwei benachbarten Senkungsmulden angelegt wurde - Beispiel.

Die in der Abb. 8-17 dargestellte Schiefelage T wurde numerisch aus den Senkungen abgeleitet

$$T_{i+1,i} = \frac{S_{i+1} - S_i}{l_{i+1,i}}, \quad (8.4)$$

wobei

- $T_{i+1,i}$ - die Schiefelage der Strecke zwischen den Messpunkten i und $i+1$,
- S_i - die Senkung am Messpunkt i ,
- S_{i+1} - die Senkung am Messpunkt $i+1$ und
- $l_{i+1,i}$ - der Abstand zwischen den Messpunkten i und $i+1$ ist.

Die horizontale Verschiebung der Punkte in der Richtung des gemessenen Profils wurde aus den Längenänderungen der Strecken berechnet.

Die Abb. 8-18 stellt ein Streudiagramm der beiden zu untersuchenden Größen U und T dar.

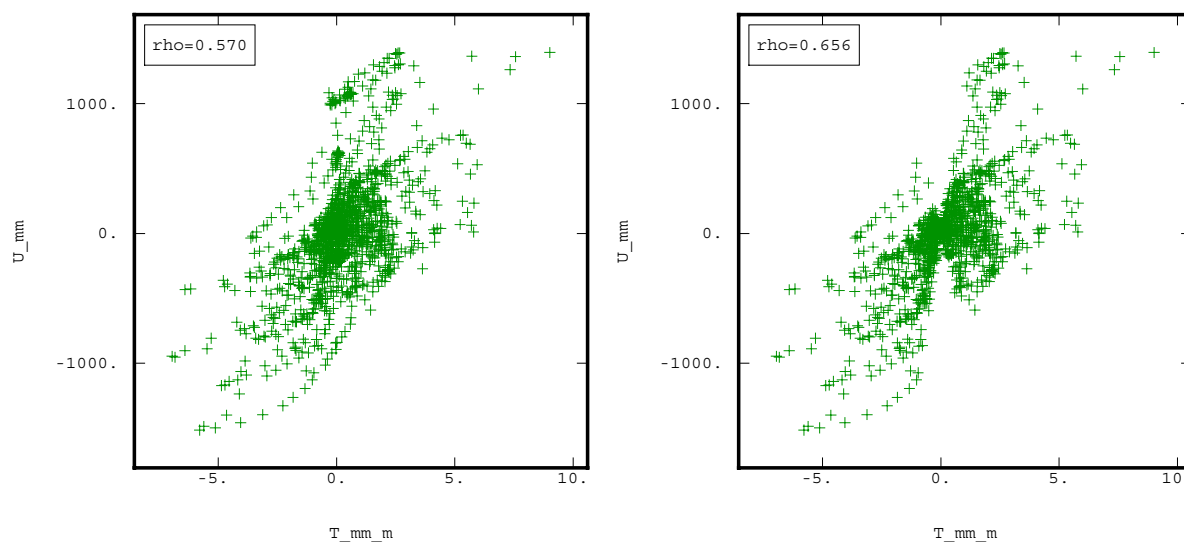


Abb. 8-18 Das Streudiagramm der Schiefelage T und der horizontalen Verschiebung U (links). Streudiagramm nach der Filterung der Ausreißer (rechts).

Für jeden Messpunkt wurden Quotienten bestimmt

$$B(x) = \frac{U(x)}{T(x)}. \quad (8.5)$$

Im mittleren Bereich der Abb. 8-17, zwischen zwei Senkungsmulden, weist die Schiefelage $T(x)$ Werte auf, die nahe Null liegen. Die Division (8.5) mit diesen Werten bringt extrem große Zahlen. Die davon resultierenden Ausreißer ($B < -782 \cup B > 1145$) wurden ausgefiltert.

Da aus der Sicht der markscheiderischen Vorausberechnung das absolute Verhältnis zwischen den Größen $U(x)$ und $T(x)$ von Bedeutung ist, wurde ein Betrag von $B(x)$ weiter untersucht. In der Tab. 8-5 und in dem Kastendiagramm (Abb. 8-19) wurden statistische Kenngrößen zusammengestellt.

Zahl der Punkte	Mittelwert	Standardabweichung	Minimum	Max	Perzentile		
					25	50	75
1089	274,3	241,2	0,3	1111,1	83,5	201,4	410,3

Tab. 8-5 Die Häufigkeiten der Quotienten B (Betrag B) [m].

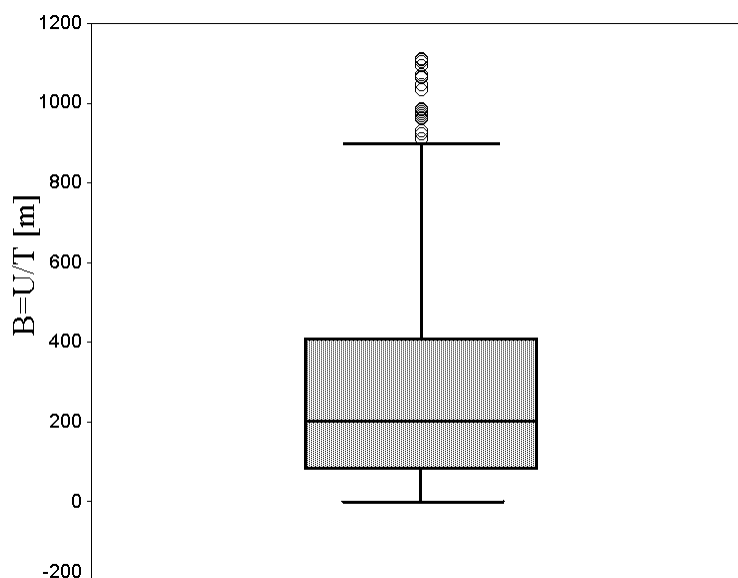


Abb. 8-19 Quotienten B nach Betrag – Kastendiagramm. Es werden Median, Viertelwerte und die Ausreißer dargestellt [m].

Theoretisch sollte das Verhältnis zwischen den beobachteten Größen U und T nach der Formel (3.53, 3.55-3.58), abhängig von der Abbauteufe und den Gebirgseigenschaften, räumlich verteilt werden. Die Abbauteufe in dem untersuchten Gebiet variiert zwischen 700 m und 950 m , wobei Gebirgseigenschaften, die mit dem Tangens des Haupteinwirkungswinkels $\tan\gamma$ bezeichnet werden, im ganzen Abbaugelände relativ stabil sind und den Wert $\tan\gamma=1,33$ (Sroka 1976) bzw. $\tan\gamma=1,5$ (Hejmanowski 2004) annehmen. Der daraus resultierende Proportionalitätsfaktor B liegt im Bereich von 210 m bis 285 m nach der Formel von Budryk (3.54) oder von 168 m bis 228 m nach der modifizierten Formel von Popiołek (3.57).

Die aus den Messdaten berechneten Quotienten $B=U/T$ haben eine große Streuung. Das Streudiagramm (Abb. 8-20), auf dem den Quotienten B die Werte der Zerrung und Pressung gegenübergestellt worden sind, zeigt, dass im ganzen Wertebereich der Zerrung und Pressung die Quotienten B Werte von 0 bis 1000 m annehmen. Die Kurve (Abb. 8-20) zeigt den Mittelwert B , der für 10 Klassen der Zerrung und Pressung berechnet wurde. Obwohl der Median (Tab. 8-5, Abb. 8-19) in dem theoretisch berechneten Wertebereich enthalten ist

$$210 \text{ m} < B_1 < 285 \text{ m} \quad \text{nach (3.54)}$$

oder

$$168 \text{ m} < B_2 < 228 \text{ m} \quad \text{nach (3.57)}$$

weisen die Quotienten B in jeder Klasse der Zerrung und Pressung bedeutende Streuungen auf (Abb. 8-20).

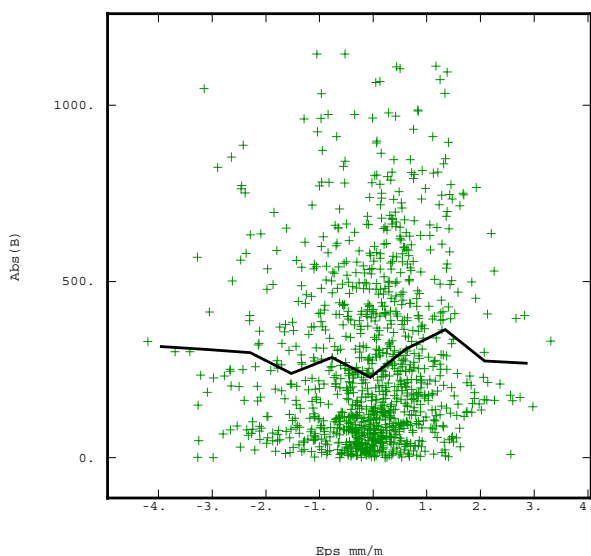


Abb. 8-20 Das Streudiagramm – relative horizontale Längenänderung und Quotienten B (nach Betrag). Die Kurve zeigt die für 10 Klassen der Längenänderung berechneten Mittelwerte B . Die Zahlen entsprechen der Anzahl der für die Mittelwertberechnung einbezogenen Punkte.

Die räumliche Verteilung der Quotienten $B=U/T$ stellt die Abb. 8-21 dar. Neben dem räumlichen Verlauf der interpolierten Werte werden die Messpunkte gezeigt, anhand derer die Quotienten berechnet wurden.

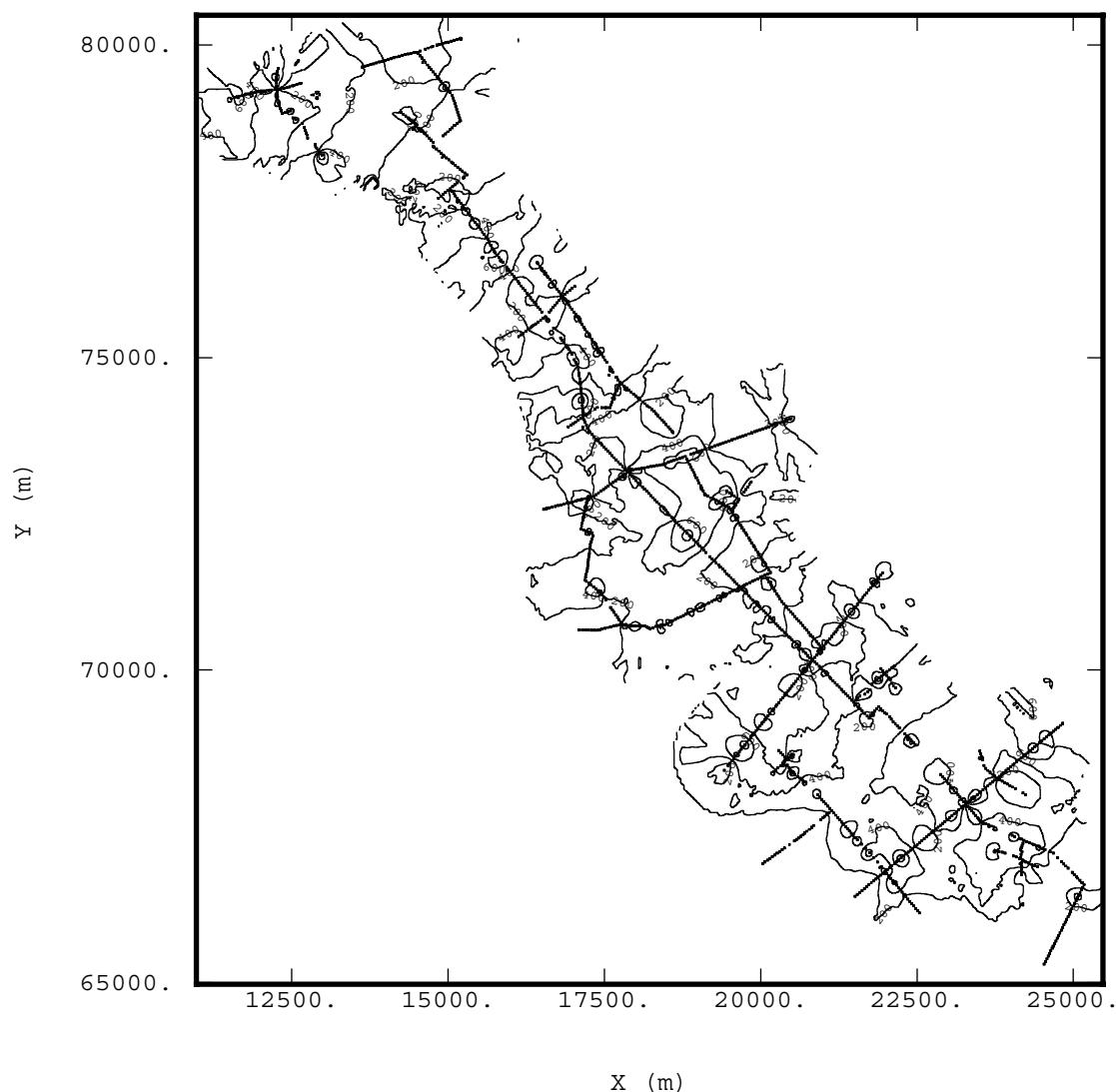


Abb. 8-21 Die Quotienten $B=U/T$ im gesamten Abbaueinflussgebiet. Die Interpolation mit der Methode Inverse Distanz.

Zur Bestimmung des Parameters B aus den gemessenen Größen der Schiefelage T und der horizontalen Verschiebung U wurde eine zusätzliche Analyse durchgeführt. Aus dem Datensatz wurden Werte U und T ausgewählt, deren Betrag größer als eine angenommene Grenze war. Durch die Standardabweichung wurden die Grenzen der Filterung für beide Größen einzeln bestimmt. Der Grund für diese Vorgehensweise war eine Hypothese, dass sich mit den großen Werten der Schiefelage und der horizontalen Verschiebung, die über der Abbaukante ihre Maxima erreichen, die dem theoretisch berechneten Parameter B_{theor} (ca. 240 m) nahe liegenden, empirischen Quotienten $B=U/T$ berechnen lassen.

In der Tabelle wurden statistische Charakteristika der Quotienten $B=U/T$ mit der Anzahl der in die Berechnung einbezogenen Punkte zusammengestellt. Die Ergebnisse der Analyse, die

für drei Varianten der Filterung durchgeführt wurde, weisen auf die unabhängige von der Filterung große Streuung Quotienten $B=U/T$ auf.

Wertebereich	Anzahl der Punkte	Min. U/T	Max. U/T	Mittelwert U/T	Standard-abw. s_B
$abs(T)>3s_T$ $abs(U)>3s_u$	8	154,8	359,0	256,6	61,6
$abs(T)>2s_T$ $abs(U)>2s_u$	24	136,2	359,0	236,2	62,0
$abs(T)>1s_T$ $abs(U)>1s_u$	132	80	705,7	303,0	143,6

Tab. 8-6 Statistische Charakteristika der für drei Varianten der Filterung T und U berechneten Quotienten $B=U/T$ in LGOM.

Die Analyse der Quotienten B , die aus den gemessenen Werten der horizontalen Verschiebung U und der Schiefelage T berechnet worden sind, zeigt, dass der in der markscheiderischen Praxis für die Prognose der horizontalen Bodenbewegungselemente angenommene Proportionalitätsfaktor B in der Natur unterschiedliche und weit gestreute Werte annimmt (Abb. 8-21). Die Annahme, dass der Faktor B in einem Abbaueinflussbereich konstant ist, ist eine grobe Vereinfachung. Die mit dem angenommenen konstanten Faktor B prognostizierten Werte der relativen horizontalen Längenänderung können mit einem Fehler belastet werden, der sich als Konsequenz der obigen Annahme ergibt.

9 Simulation der bergbauinduzierten Bodenbewegungen

Die dargestellten statistischen Analysen weisen auf die bedeutenden Unterschiede zwischen den vorhergesagten und beobachteten Bodenbewegungselementen hin. Die Differenzen weisen einen stochastischen Charakter auf, und lassen sich damit mit den deterministischen Formeln nicht erfassen. Die Vielzahl der Faktoren, die den Bodenbewegungsprozess beeinflussen, macht eine genaue Vorausberechnung der Bodenbewegungselemente unmöglich.

Die Komplexität des Bodenbewegungsprozesses, hat Litwiniszyn (1956) in seiner Theorie mathematisch ausgedrückt. Die von ihm abgeleitete Differentialgleichung beschreibt die Bodenbewegung mit Hilfe von zahlreichen im Raum variablen Parametern. Wenn auch die genaue Bestimmung von 63 Faktoren in einem Gebirgskörper möglich wäre, wäre solche Vorgehensweise aus der markscheiderischen Sicht völlig unpraktisch (siehe Formel 3.9).

Die von Klein (1979) auf Sandmodellen durchgeführten Experimente beweisen, dass die Bodenbewegung einen stochastischen Charakter hat. Obwohl die Kennwerte des Mediums relativ gut bekannt waren, fielen die Ergebnisse der Experimente ganz unterschiedlich aus.

„Jedes Experiment hat trotz aller Bemühungen um gleiche Experimentbedingungen ein anderes messbares Resultat gebracht, so als hätte man jedes Experiment in einem Medium mit anderen Eigenschaften durchgeführt. Die Varianzen der zufälligen Abweichungen, die man beobachten kann, sind Folgen der von Experiment zu Experiment variierten Einflussparameter“.

Die obigen Schlussfolgerungen zeigen, dass jeder Senkungsprozess nur als die einzige in der Natur ausgebildete Realisierung eines Zufallsprozesses betrachtet werden kann. Zur Veranschaulichung der Bergsenkung, die als Zufallsprozess betrachtet wird, eignet sich die Simulation, die die Realisierungen des Prozesses für die variierten Abbau- und Gebirgsbedingungen beliebig oft wiederholen kann.

Die Idee der Anwendung eines Simulationsverfahrens wurde von Menz (1991) ausgedrückt:

„Wenn die Natur uns nicht den Gefallen getan hat, mehr als eine Realisierung bereitzustellen, so tut es die Simulation, und ermöglicht die experimentelle Arbeit mit diesen“.

Im nachfolgenden Kapitel wird eine Methode zur Vorausberechnung der Bergsenkung vorgestellt, die auf dem Prinzip der Simulation basiert. Die Abbau- und Gebirgsparameter, die in den herkömmlichen Vorausberechnungsverfahren zur Beschreibung der Abbau- und Gebirgseigenschaften angewandt werden, werden nicht als Konstanten, sondern als Zufallsfunktionen betrachtet. Mit der Anwendung der geostatistischen Verfahren werden diese im Raum simuliert und zur Berechnung der Bodenbewegungen herangezogen.

Einem anhand von $n \geq 100$ Simulationen berechneten Bodenbewegungselement kann neben dem wahrscheinlichsten Verlauf auch ein Konfidenzintervall zugeordnet werden. Mit einfachen statistischen Mitteln kann die Wahrscheinlichkeit berechnet werden mit der ein Bodenbewegungselement einen angenommenen Schwellenwert überschreiten wird.

9.1 Die Beschreibung des Verfahrens

Die Frage, die man mit der Simulation beantworten möchte, lautet:

Wie wirken sich die Unbestimmtheiten der Abbau- und Gebirgsparameter auf die berechneten Bodenbewegungselemente aus?

Angenommen, dass die Quelle der an der Tagesoberfläche beobachteten Unregelmäßigkeiten der Bodenbewegungselemente ausschließlich in den Schwankungen der Abbau- und Gebirgsparameter liegt sollte folgende Frage beantwortet werden:

Wie groß sind die Schwankungen der Abbau- und Gebirgsparameter, die die Unregelmäßigkeiten der beobachteten Bodenbewegungselemente verursachen?

Eine Antwort auf diese Fragen soll mit der Methode „trial and error“ gefunden werden. Dabei wird angenommen, dass das Modell, das man für die Beschreibung der Bodenbewegungen benutzt, ausreichend gut diese Prozesse beschreibt.

Die Methode benutzt das Gesetz der Superposition (Kap. 3). Die Bewegung des Gebirges über einem abgebauten Abbauelement verursacht die Entstehung eines elementaren Senkungstrogens, dessen Volumen und Ausdehnung von den Abbau- und

Gebirgseigenschaften abhängig ist. Die Senkungsmulde, die an der Tagesoberfläche zu beobachten ist, entsteht als die Summe der einzelnen Einflüsse von elementaren Abbauelementen. Das Superpositionsgesetz wurde in zahlreichen Experimenten an Sandmodellen bestätigt und liegt allen herkömmlichen markscheiderischen Theorien zugrunde. Die auf dem Superpositionsgesetz basierende markscheiderische computergestützte Vorausberechnungsmethode wurde in Kratzsch (1997) ausführlich erläutert. Ein Modell zur Simulation der Bodenbewegungselemente wurde von Wälder (2003) vorgestellt.

Die Abb. 9-1 stellt das Schema des Simulationsverfahrens dar.

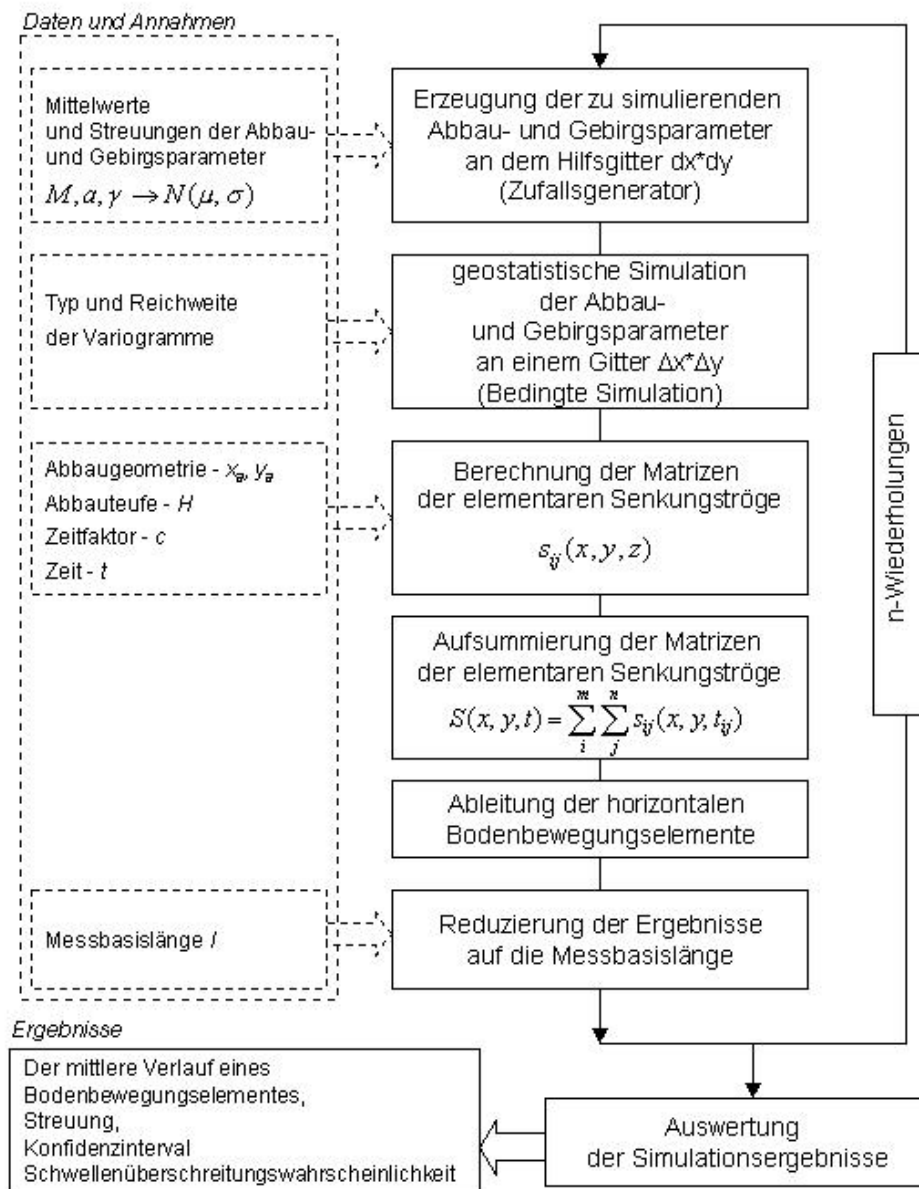


Abb. 9-1 Schema des Simulationsverfahrens

Im Gegensatz zu den Vorausberechnungsverfahren, in denen die Abbau- und Gebirgseigenschaften mit konstanten Parametern beschrieben werden, wird in der vorgestellten Simulation den Parametern eine Schwankung in einem zugelassenen Bereich, der bestimmt werden musste, überlagert. Man geht davon aus, dass die Kennwerte, die Eigenschaften des Gebirges und die Abbaubedingungen beschreiben, unregelmäßige, räumlich verteilte Werte annehmen. Die Parametern werden als Zufallsfelder in Matrizen simuliert, mit deren Hilfe die einzelnen Senkungströge unabhängig voneinander erzeugt werden können. Mit dem Begriff elementares Abbauelement (EAE) wird eine beliebig kleine Einheit des Hohlraumes bezeichnet.

$$s_{ij}(x, y, t) = -a_{ij} \cdot M_{ij} \cdot f(x - x_{ij}, y - y_{ij}, r_{ij}) \cdot g(t - t_{ij}) \cdot P_{ij} \quad (9.1)$$

Wobei:

- $s_{ij}(x, y, t)$ - die Senkungstrogmatrix $m \cdot n$,
- m - die Anzahl der elementaren Abbauelemente (EAE) in Richtung X,
- n - die Anzahl der Elemente in Richtung Y,
- i, j - die Indizes, die die Lage der ij -EAE in Bezug auf Matrix s_{ij} bestimmen. Die Elemente der Matrix entsprechen den Senkungen über dem Abbaufeld, die aus den elementaren ij -EAE resultieren ($1 < i < m$ und $1 < j < n$),
- a_{ij} - der Wert des Abbaufaktors für das ij -EAE,
- M_{ij} - die Mächtigkeit des Flözes im ij -EAE,
- $f(x - x_{ij}, y - y_{ij}, r_{ij})$ - eine Einflussfunktion,
- $g(t - t_{ij})$ - eine Zeitfunktion,
- r_{ij} - der Gebirgskennwert im Einwirkungsbereich des ij -EAEs (hier: Haupteinwirkungsradius nach Knothe r_K),
- P_{ij} - die Fläche des EAE_{ij} und
- x_{ij}, y_{ij} - Koordinaten des EAE_{ij} .

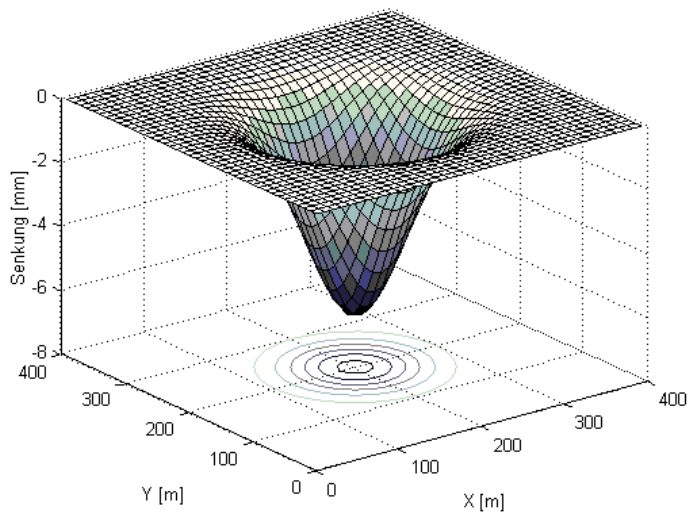


Abb. 9-2 Ein simulierter Senkungstrog eines Abbauelementes.

Die Matrix der gesamten Senkungsmulde $S(x,y,t)$ ergibt sich aus der Summe der Matrizen der einzelnen Senkungströge $s_{ij}(x,y,t_{ij})$:

$$S(x,y,t) = \sum_i^m \sum_j^n s_{ij}(x,y,t_{ij}). \tag{9.2}$$

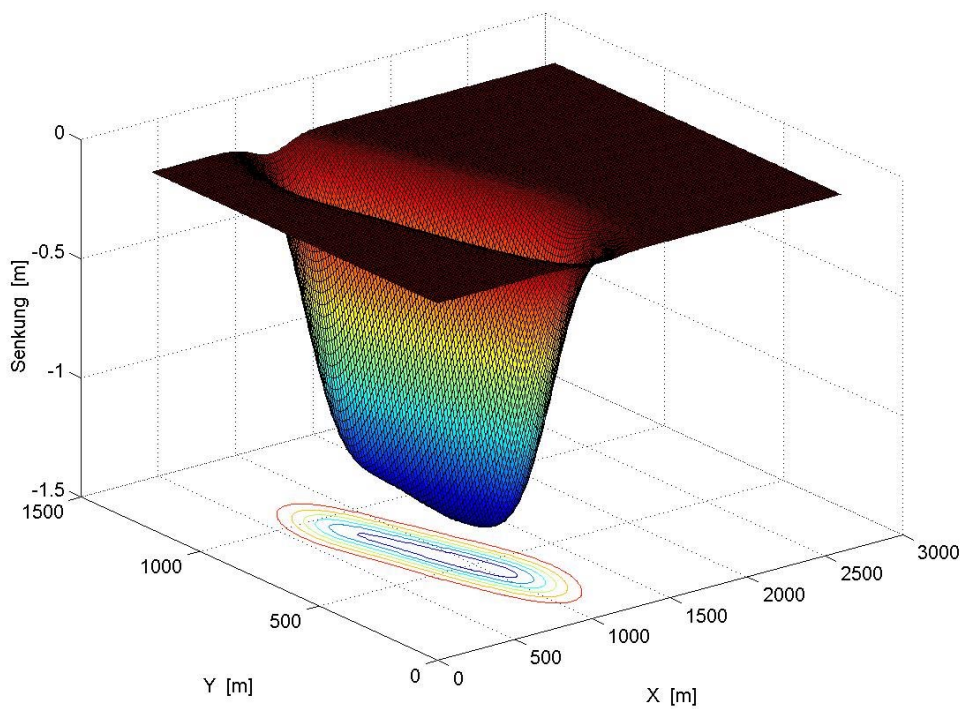


Abb. 9-3 Eine simulierte Senkungsmulde.

Die Abb. 9-3 stellt ein Beispiel einer simulierten Senkungsmulde dar.

Für die praktische Darstellung der horizontalen Bodenbewegungselemente wird eine Vereinfachung angewandt. Die Bodenbewegungselemente können statt auf der gesamten Abbaueinflussfläche nur entlang einer theoretischen Messlinie simuliert werden (Formel 9.3 und Abb. 9-4). Diese Vorgehensweise eignet sich jedoch nur für bestimmte Abbausysteme, die z.B. für den Steinkohlenbergbau typisch sind. In diesem Fall wird ein Abbauelement als ein Streifen $\Delta x \cdot d$ definiert, wobei Δx der Abbaufortschritt (z.B. innerhalb eines Tages) und d die Streblänge ist (Abb. 9-4).

$$S(x, y, t) = \sum_{i=1}^{n(t)} a(x_i) M(x_i) \Delta x \cdot f(x - x_i, r(x_i)) \cdot g(t - t_i) \cdot \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} f(y, r(x_i)) dy \quad (9.3)$$

Die angewandten Bezeichnungen:

- $S(x, y, t)$ - die Senkung als Funktion der Lage und der Zeit,
- x_i - Koordinate eines i-EAE (EAE in Form eines Streifens),
- $a(x_i)$ - der Absenkungsfaktor im i-EAE,
- $M(x_i)$ - die Mächtigkeit des abgebauten Flözes im i-EAE,
- $r(x_i)$ - der Haupteinflussradius im Einwirkungsbereich des i-EAEs,
- $f(x - x_i, r(x_i))$ - die Einflussfunktion und
- $g(t - t_i)$ - die Zeitfunktion.

Die Summierung entlang der Y-Achse wird durch ein Integral realisiert. Dafür muss die Homogenität der Abbau- und Gebirgsparameter innerhalb eines Streifens angenommen werden. Obwohl man durch die Integration und die Homogenitätsannahme eine gewisse Zuverlässigkeit der Simulation verliert, lohnt sich jedoch diese Vorgehensweise, weil die nötigen Berechnungen wesentlich schneller durchgeführt werden können und die Analyse der berechneten Ergebnisse viel einfacher als im ersten Fall (9.2) ist.

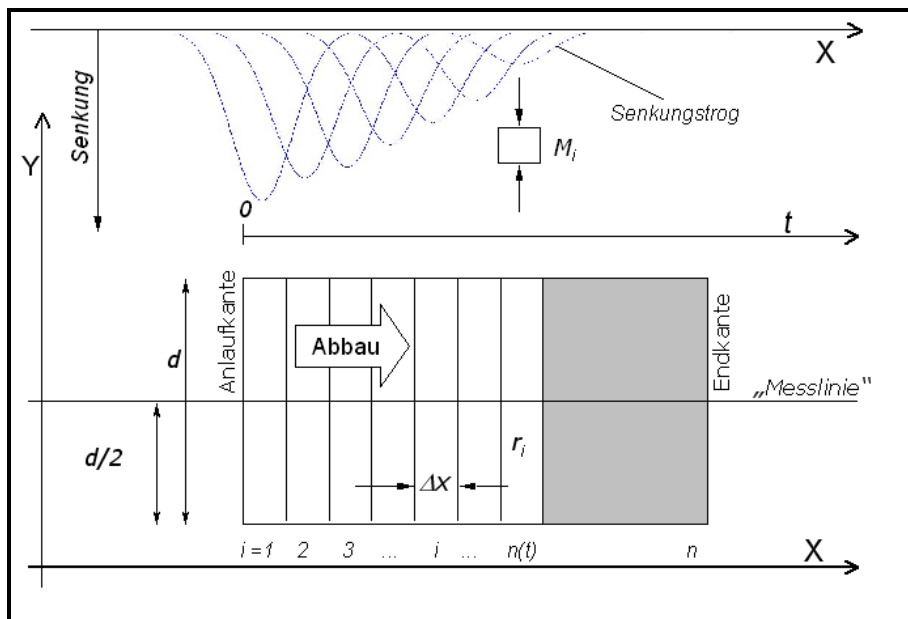


Abb. 9-4 Schema des Abbaus mit den aus den Streifen EAE resultierenden elementaren Senkungströgen. M_i – Mächtigkeit des Flözes in i -EAE, r_i – Gebirgsparameter für i -EAE (hier: Haupteinwirkungsradius), d – Breite der Abbaufront, Δx – Abbaufortschritt.

9.2 Simulation der Abbau- und Gebirgsparameter

Bevor die Senkungen und ihre Ableitungen berechnet werden können, sollten die Abbau- und Gebirgsparameter anhand der bekannten Abbaudaten und markscheiderischen Vorkenntnisse simuliert werden. Dabei werden die simulierten Parameter Mächtigkeit des Flözes M_i , Abbaufaktor a_i und der Haupteinwirkungswinkel γ_i , abhängig von der Simulationemethode in Vektoren (9.3) oder in Matrizen (a_{ij} , M_{ij} , γ_{ij} – Formel 9.2) bereitgestellt.

Die Simulation der Abbau- und Gebirgsparameter wird auf dem Matrizenbeispiel erläutert. Zuerst werden in einem Hilfsgitter der Maschenweite $dx \cdot dy$ normalverteilte Stützwerte der Parameter mit einem Zufallsgenerator erzeugt (Abb. 9-1). Die Maschenweite des Hilfsgitters, an dem die Stützwerte erzeugt werden, ist bedeutend größer als die Maschenweite des Gitters, die der Größe der einzelnen elementaren Abbauelemente entspricht.

$$dx \gg \Delta x \text{ bzw. } dy \gg \Delta y$$

wobei

- dx, dy - Maschenweite des Hilfsgitters (für die Erzeugung der Stützwerte) und
- $\Delta x, \Delta y$ - Maschenweite des Gitters, die der Größe der EAE entspricht, ist.

Diese Werte sind voneinander unabhängig und weisen eine vorgegebene Streuung σ^2 um einen angenommenen Mittelwert μ auf. Mittelwerte der Abbau- und Gebirgsparameter werden anhand der geplanten Abbaubedingungen und der markscheiderischen Vorkenntnisse vorgegeben. Sowohl die Maschenweite des Hilfsgitters für die Erzeugung unabhängiger Stützwerte, als auch das Ausmaß der Streuung der bestimmten Parameter, haben einen bedeutenden Einfluss auf die Berechnungsergebnisse.

Für die Festlegung der Maschenweite des Gitters wäre die Kenntnis des Variogramms des zu simulierenden Merkmals (a , M oder γ) eine wesentliche Hilfe, weil man daraus den Mindestabstand der voneinander unabhängigen Punkte des Raumbereiches ableiten könnte. Leider ist das Variogramm unbekannt. Deshalb werden Experimente mit unterschiedlichen Reichweiten der Nachbarschaftsbeeinflussung, das heißt, mit unterschiedlichen Werten a^1 im Variogramm, durchgeführt und die daraus durch Simulation abgeleiteten Ergebnisse mit den Messwerten verglichen, um nach dem Prinzip „trial and error“ geeignete, zu den Messungen passende Einstellungen, zu finden. Dabei kann man bei der Auswahl der Startwerte von den Werten der Reichweite der Nachbarschaftsbeeinflussung ausgehen, die man aus den Kovarianzfunktionen der trendreduzierten Senkungen erhalten hat, wobei der Trend anhand der Vorausberechnungen festgelegt werden muss.

Die fehlenden Werte zwischen den unabhängigen, mit dem Zufallsgenerator erzeugten, Stützwerten sollten interpoliert oder simuliert werden. Dabei ist zu beachten, dass die geologischen Daten nicht unabhängig voneinander auftreten, sondern eine bestimmte *Nachbarschaftsbeeinflussung* aufweisen. Um diese Abhängigkeit der simulierten Daten zu erzeugen, werden geostatistische Verfahren eingesetzt. Die Werte können entweder durch Kriging vorhergesagt oder mit der Methode der bedingten Simulation generiert werden.

Beim Kriging erfolgt die Schätzung der Werte unter dem Optimalitätskriterium der minimalen Schätzvarianz. Damit wird der wahrscheinlichste Verlauf der Gebirgsparameter zwischen den Stützpunkten angegeben und die tatsächliche Veränderlichkeit bezüglich der geschätzten Parameter geglättet. Aufgabe der geostatistischen Simulation dagegen ist es, zu zeigen, wie die einzelne Realisierung und so auch die in der Natur ausgebildete von dem wahrscheinlichsten Verlauf abweichen kann. Wenn die räumliche und zeitliche Veränderlichkeit der Merkmale ausgewiesen werden soll, eignet sich zur Lösung der Aufgabe die Simulation (Menz 1996, Tonn 1996).

¹ hier bezieht sich a auf den Parameter des Variogramms

Die in der vorliegenden Arbeit dargestellten Beispiele wurden mit der Turning-Bands-Methode simuliert, mit Hilfe eines Moduls, das in dem geostatistischen Programm *Isatis Version 4.1.3* implementiert wurde. Da sich die zu simulierenden Werte auf die zuerst mit dem Zufallsgenerator im Gitter erzeugten Werte stützen sollen, wurde eine bedingte Simulation angewandt (Conditional Simulation). Zur Erläuterung der Turning-Bands-Methode wird auf die Literatur verwiesen (Journel, Huijbregts 1981, Tonn 1996, Bleines, Deraisme 2002).

Die räumliche Abhängigkeit zwischen den zu simulierenden Werten wird durch die angenommene Variogrammfunktion festgelegt (Kap- 7).

Die Auswirkung der Form und der Reichweite einer Variogrammfunktion auf den Verlauf der simulierten Werte wurde in der Abb. 9-5 bis Abb. 9-8 dargestellt. Mit wachsender Reichweite (Range) eines Variogramms weisen die simulierten Werte einen immer regelmäßigeren Verlauf auf.

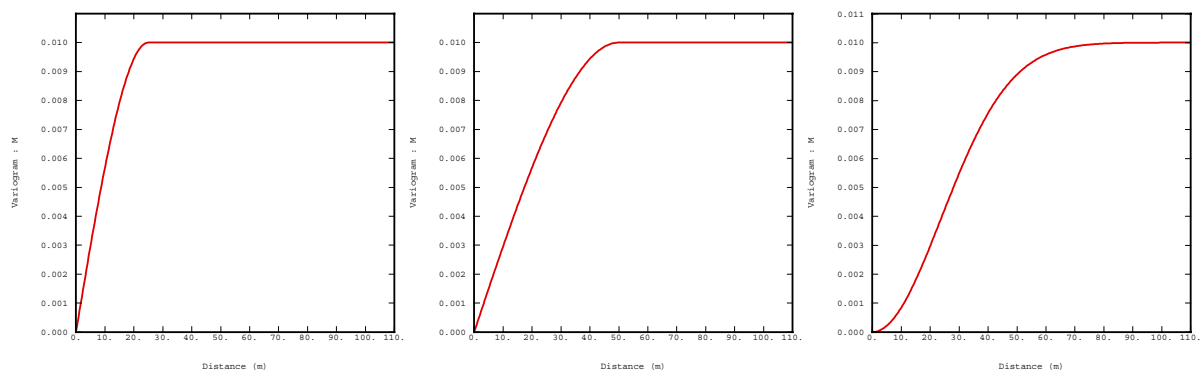


Abb. 9-5 Die für die nachstehend simulierten Beispiele der Flözmächtigkeit angewandten Variogrammmodelle. Das sphärische Variogramm mit der Reichweite $a_1=25\text{ m}$ (links), das sphärische Variogramm mit Reichweite $a_2=50\text{ m}$ (Mitte) und das Gaußsche Variogramm mit der Reichweite $a_3=50\text{ m}$ (rechts).

Die Abbildungen 9-6 bis 9-8 stellen die Beispiele der simulierten Mächtigkeit eines Flözes in drei Varianten dar. Alle drei simulierten Flözmächtigkeiten wurden anhand der gleichen 12 Stützwerte für $dx=0(100)500$ und $dy=0(100)100$ durchgeführt. Die Stützwerte wurden mit dem Zufallsgenerator aus dem Mittelwert $\mu(M)=1\text{ m}$ und der Standardabweichung $\sigma(M)=0,1\text{ m}$ erzeugt.

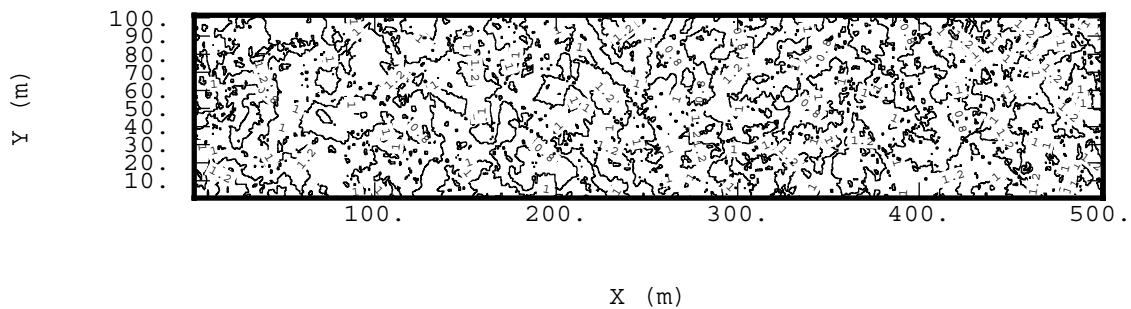


Abb. 9-6 Die simulierte Mächtigkeit des Flözes. Die unabhängigen Stützwerte wurden auf $dx=100\text{ m}$ und $dy=100\text{ m}$ Gitter mit dem Zufallsgenerator aus dem Mittelwert $\mu(M)=1\text{ m}$ und der Standardabweichung $\sigma(M)=0,1\text{ m}$ erzeugt. Für das geostatistische Simulationsverfahren wurde ein sphärisches Variogramm mit der Reichweite $a=25\text{ m}$ angewandt (vergleiche Abb. 9-5 – links).

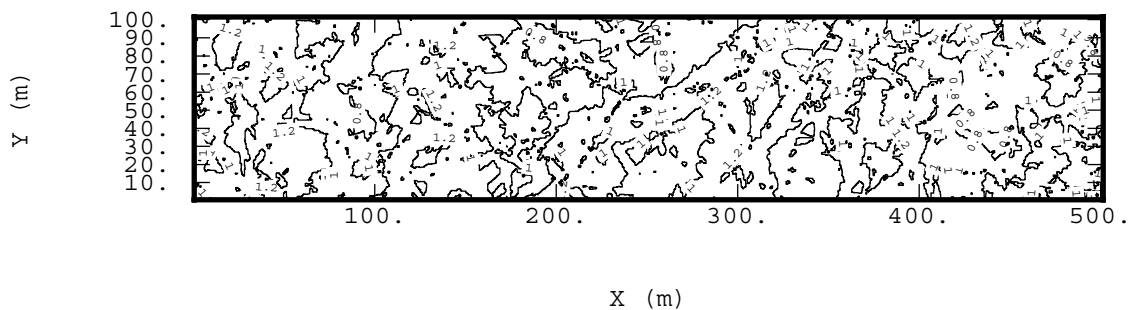


Abb. 9-7 Die simulierte Mächtigkeit des Flözes. Es wurde für die bedingte Simulation ein sphärisches Variogramm mit der Reichweite $a=50\text{ m}$ angewandt (vergleiche Abb. 9-5 in der Mitte). Übrige Bedingungen wie in Abb. 9-6.

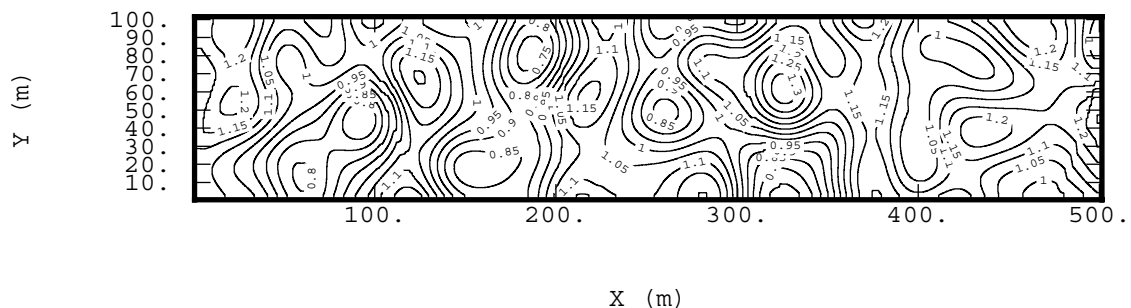


Abb. 9-8 Die simulierte Mächtigkeit des Flözes. Es wurde für die bedingte Simulation ein Gaußsches Variogramm mit Reichweite $a=50\text{ m}$ angewandt (vergleiche Abb. 9-5 rechst). Übrige Bedingungen wie in Abb. 9-6.

Abb. 9-9 stellt die drei Profile der in den Abb. 9-6 bis Abb. 9-8 dargestellten Flözmächtigkeiten entlang der X-Achse für $Y=1$ dar. Alle drei Kurven treffen sich in den Stützwerten für $dx=0(100)500$, was bei der bedingten Simulation vorausgesetzt wird.

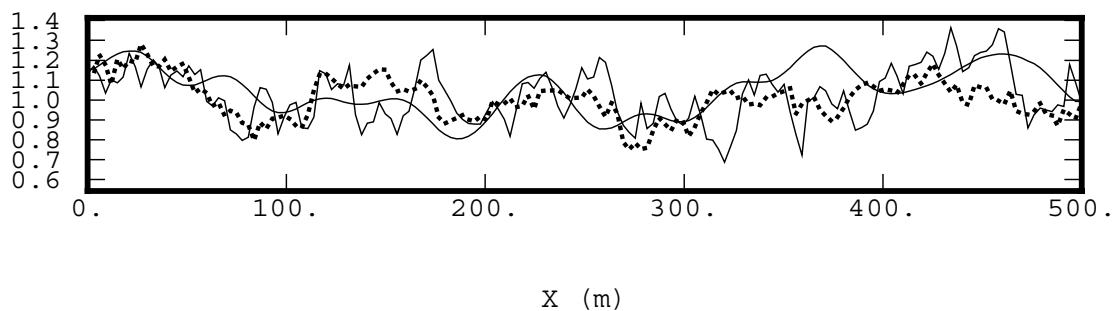


Abb. 9-9 Drei Profile der simulierten Flözmächtigkeiten in m (Abb. 9-6 bis 9-8). Die glatte durchgezogene Linie entspricht dem Verlauf der Flözmächtigkeit aus der Abb. 9-8, die gestrichelte Linie – Abb. 9-7 und die zackige durchgezogene Linie - Abb. 9-6.

9.3 Simulation der Senkung

Die einzelnen Senkungströge werden anhand der simulierten Abbau- und Gebirgsparameter berechnet und laut Gleichung (9.2) summiert. Die Einflussfunktion beruht auf dem Verfahren von Knothe:

$$f(x-x_{ij}, y-y_{ij}, r(x_{ij})) = \frac{1}{[r(x_{ij})]^2} \exp \left[-\pi \frac{(x-x_i)^2 + (y-y_{ij})^2}{[r(x_{ij})]^2} \right] \quad (9.4)$$

Die Formeln und die Abbildungen sind für den vereinfachenden Fall (Gleichung 9.3, Abb. 9-4) anschaulicher, deshalb werden weitere Überlegungen für diesen Fall dargestellt. Somit nimmt die Formel für die Einflussfunktion folgende Form an:

$$f(x-x_i, r(x_i)) = \frac{1}{r(x_i)} \exp \left(-\pi \frac{(x-x_i)^2}{[r(x_i)]^2} \right), \quad (9.5)$$

wobei

$r(x_i)$ - der Haupteinwirkungsradius im Einwirkungsbereich des i -EAEs ist.

Die in Gleichung (9.6) nach Knothe eingeführte Zeitfunktion liefert das Ausmaß des Senkungstrogens für die Zeit, die seit dem Abbau des *EAEs* abgelaufen ist, und zwar als Reaktion des Gebirges auf den abgebauten Hohlraum:

$$s_i(x,t) = s_i^E(x) \cdot (1 - \exp(-c(t-t_i))) \quad (9.6)$$

mit:

$s_i^E(x)$ - Funktion der Endsenkung, die aus dem *i-EAE* resultiert.

c - der Zeitkoeffizient, Parameter des Gebirges [1/Jahr].

t - die Abbauzeit des Elementes i , $t > t_i$.

Die Auswirkung der eingeführten Zeitfunktion auf die simulierte Senkungsmulde wurde in der Abb. 9-10 dargestellt. Es wurden zwei Senkungskurven abgebildet. Der Verlauf der dynamischen Senkungsmulde, entspricht der Mulde, die in der Zeit $t=1 \text{ Jahr}$ nach dem Abbauanfang entstanden ist. Die dynamische Senkungsmulde entsteht als die Summe der elementaren Senkungströge, deren Größe von der Zeit t_i des Abbaus einzelnen Abbauelementen abhängt. In dem Simulationsverfahren hängt das Volumen eines Troges von dem Wert der eingeführten Zeitfunktion (9.6) ab. Die Zeitfunktion nimmt die Werte von nahe Null bis einschließlich Eins an.

Dieser Zusammenhang ist in der Abb. 9-4 dargestellt.

Die zweite Kurve entspricht dem Endsenkungszustand. Alle einzelnen Senkungströge haben im Verlauf des Senkungsprozesses die Endgröße erreicht. Die Summe einzelner Tröge bildet die Endsenkungsmulde.

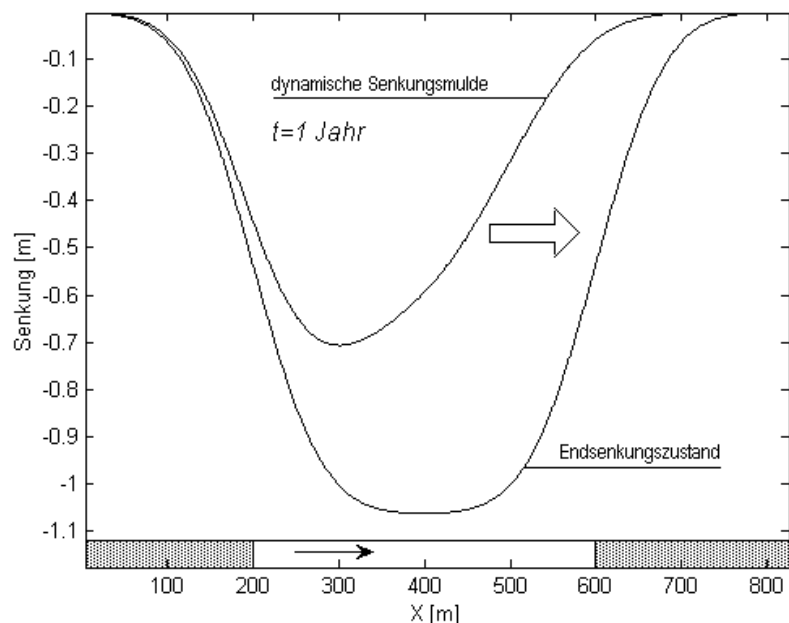


Abb. 9-10 Dynamische Senkungskurve für den Zeitpunkt $t=1$ Jahr und der Endzustand der Senkung – simuliertes Beispiel.

9.4 Ableitung der horizontalen Bodenbewegungselemente

Die horizontalen Bodenbewegungselemente wie Verschiebung $u(x)$ und relative Längenänderung $\varepsilon(x)$ werden aus der Senkungskurve mit der Berücksichtigung des Proportionalitätsfaktors B abgeleitet. Der Proportionalitätsfaktor B hängt von der Größe des Gebirgsparameters γ und der Abbauhöhe H ab (9-7). Da der Gebirgsparameter $\gamma(x)$ im Simulationsverfahren als Zufallsfunktion (bzw. Zufallsfeld) betrachtet wird, wird auch der Faktor im gesamten Abbaueinflussbereich als Zufallsfunktion betrachtet werden.

$$B(x_i) = \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{H}{\tan \gamma(x_i)} = \lambda \cdot \bar{B}(x_i) \quad (9.7)$$

Der Annahme zu Folge werden die horizontalen Bodenbewegungselemente entlang der theoretischen Messlinie nach Formel 3.37 (horizontale Verschiebung) und 3.41 (relative horizontale Längenänderung) berechnet.

In den folgenden Abbildungen (9-11 bis 9-13) ist die dynamische Senkungskurve und daraus resultierende horizontale Verschiebung und die Kurve der relativen horizontalen

Längenänderung dargestellt. In jedem Fall werden zwei Kurven dargestellt. Eine die mit den simulierten Parametern berechnet wurde und eine Vergleichskurve, die mit konstanten Parametern erzeugt wurde. Die konstanten Parameter nehmen die Werte der für die Simulation angenommenen Mittelwerte der Abbau- und Gebirgsparameter an. Die Unterschiede zwischen jeweils zwei dargestellten Kurven zeigen, wie sich die variierten Abbau- und Gebirgsparameter in den simulierten Bodenbewegungselementen auswirken.

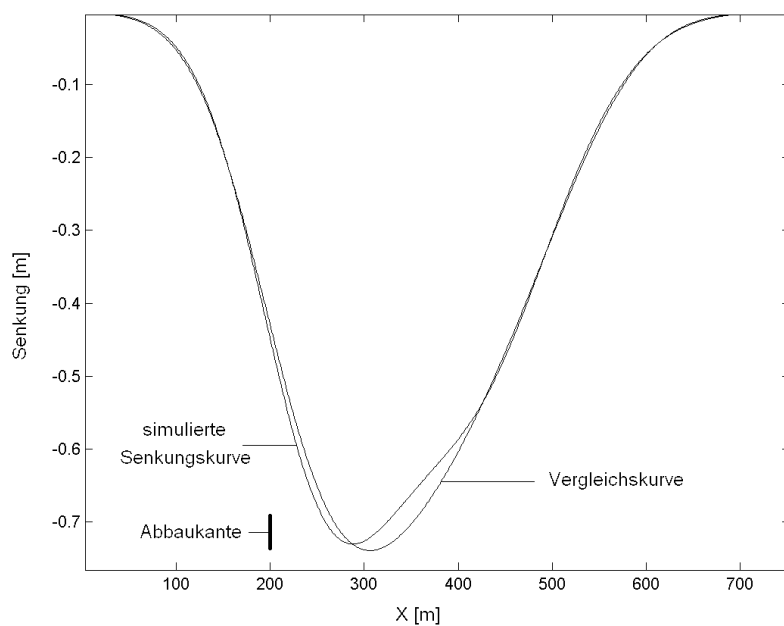


Abb. 9-11 Eine simulierte dynamische Senkungskurve mit der Vergleichskurve.

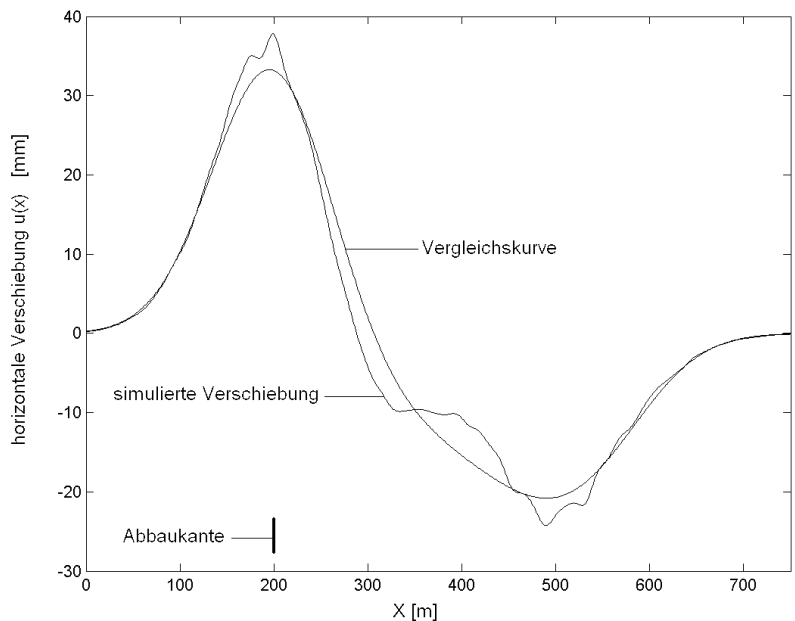


Abb. 9-12 Simulierte horizontale Verschiebung mit der Vergleichskurve.

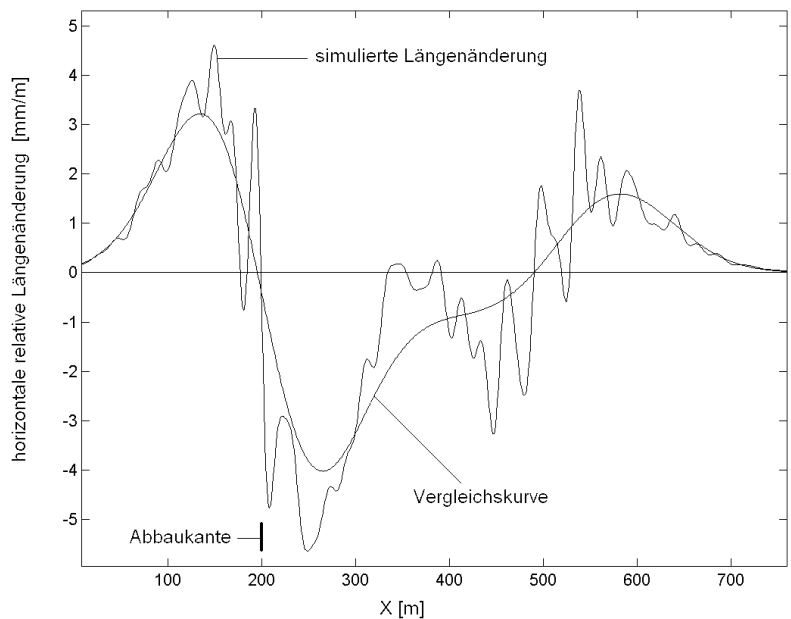


Abb. 9-13 Simulierte relative horizontale Längenänderung mit der Vergleichskurve.

Die in der Abbildung 9-13 dargestellte simulierte Kurve der relativen horizontalen Längenänderung hat einen stetigen Verlauf. Die echte Messlinie dagegen setzt sich aus den Punkten zusammen, die in einem durchschnittlichen Abstand l voneinander vermarktet sind.

Daraus folgt, dass die anhand einer echten Messlinie beobachtete relative horizontale Längenänderung eine diskrete mit einem daraus resultierenden Fehler belastete Größe ist.

Um den simulierten Verlauf der relativen horizontalen Längenänderung an die in der Natur vorhandenen Bedingungen anzupassen, werden nach Formel (4.7) zusätzliche Berechnungen durchgeführt. Die Abb. 9-14 stellt das Simulationsergebnis mit der Berücksichtigung einer Messbasislänge $l=20\text{ m}$ vor. Die Auswirkung einer Messbasislänge auf den Verlauf der beobachteten relativen horizontalen Längenänderung wurde in Kapitel 4.4 erläutert.

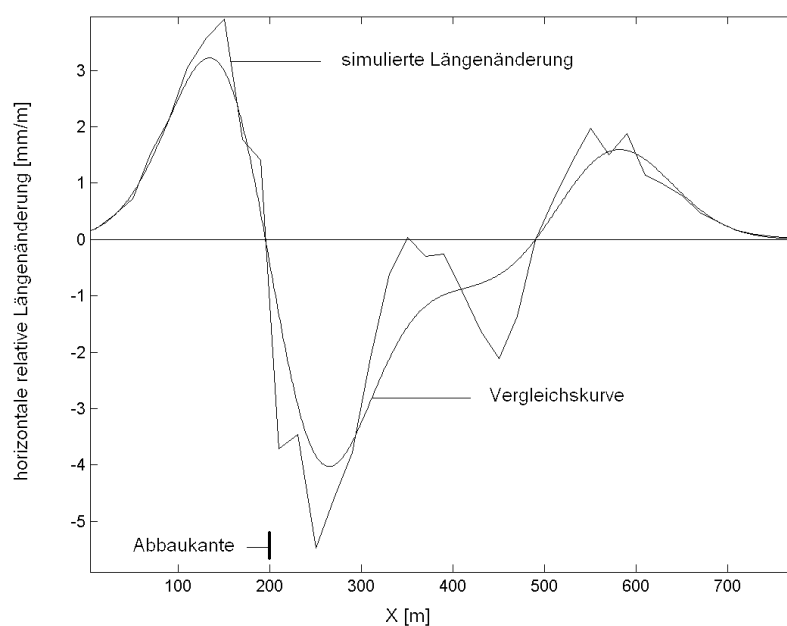


Abb. 9-14 Simulierte relative horizontale Längenänderung mit dem Effekt der Messbasislänge. Der angenommene Abstand zwischen den theoretischen Messpunkten $l=20\text{ m}$.

9.5 Das Ergebnis der Simulation

Um aus dem Simulationsergebnis Schlussfolgerungen ziehen zu können, sollte das Experiment mehrmals wiederholt werden. Die Zahl der durchgeführten Simulationen sollte sich aus dem Kompromiss zwischen zwei widersprüchlichen Bedingungen ergeben und zwar aus der höchsten Zuverlässigkeit des Simulationsergebnisses und des geringsten Zeitaufwandes der notwendigen Berechnungen. Abb. 9-15 stellt ein Ergebnis aus 100 Simulationen vor. Die auf einem herkömmlichen PC mit einer Taktfrequenz von 1 GHz

durchgeführte Berechnung dauert ohne Einbeziehung der Zeit für die Ermittlung der benötigten Abbau- und Gebirgsparameter ca. 2 Stunden.

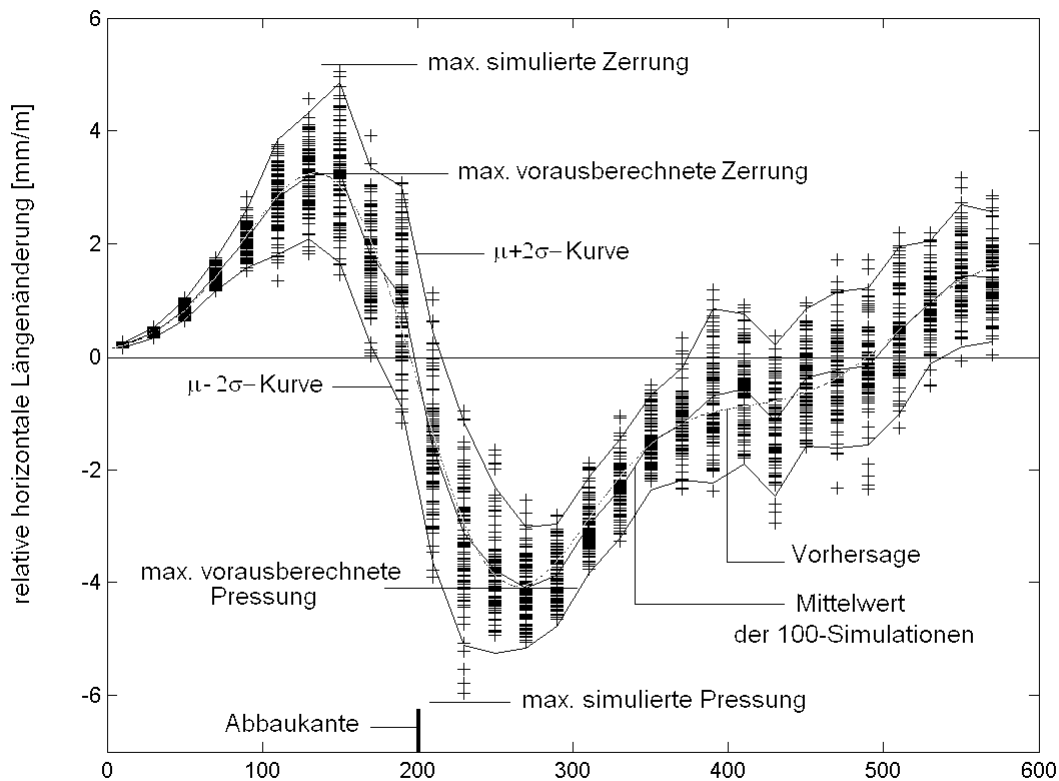


Abb. 9-15 Die relative horizontale Längenänderung im Randbereich einer dynamischen Senkungsmulde. Das Ergebnis von hundert Simulationen. Die angewandten Parameter der Simulation zeigen die Tab. 9-2 und Tab. 9-3.

Abb. 9-15 zeigt das Ergebnis von hundert Simulationen. Für jeden „Messpunkt“ x wurden Mittelwert und Standardabweichung anhand der simulierten Werte berechnet. Der Verlauf der Kurve, die simulierte Mittelwerte verbindet, nähert sich erwartungsgemäß mit zunehmender Anzahl der Simulationen immer mehr der Kurve, die anhand der Mittelwerte der Abbau- und Gebirgsparameter in der Vorausberechnung ermittelt wurde (in der Abb. 9-15 als *Vorhersage* bezeichnet). Die simulierten Werte zwischen den äußeren Kurven erfüllen die Ungleichung:

$$\bar{\varepsilon}_{simm} - 2\sigma < \bar{\varepsilon}_{simm} < \bar{\varepsilon}_{simm} + 2\sigma$$

Mit der Annahme, dass die Werte normalverteilt sind, lässt sich anhand der berechneten Standardabweichung die Überschreitungswahrscheinlichkeit eines beliebigen Schwellenwertes berechnen.

Für die angenommenen Abbau- und Gebirgsparameter, die in Tab. 9-2 bis 9-3 zusammengestellt wurden, liegt die maximale Zerrung zwischen 1,7 und 4,9 mm/m in den 2σ -Grenzen (mit der Wahrscheinlichkeit von 95,4% bei normal verteilten Größen). Maximale Pressungen erreichen die Werte im Bereich von -4,6 bis -3,6 mm/m, wobei die Streuung kleiner als die für die maximale Zerrung ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass bei den angenommenen Varianzen¹ der Abbau- und Gebirgsparameter die relativen horizontalen Längenänderungen dieser Werte überschreiten, liegt unter 2,5%.

Die Maxima der simulierten Zerrung und Pressung erreichen die Beträge von 5,21 mm/m und 5,97 mm/m.

Die Werte im Bereich der Abbaukante $x=210$ weisen die maximale Standardabweichung auf. Ihr Wert beträgt hier 1,0 mm/m. Alle Berechnungen beziehen sich auf einen Messpunktabstand $l=20$ m.

	Einheit	max. Zerrung	max. Pressung	max. Varianz
Lage des Punktes x [m]	m	150	270	210
Mittelwert ϵ_{mitt}	mm/m	3,26	-4,09	-1,60
Standardabweichung s_{ϵ}	mm/m	0,80	0,54	1,01
$\epsilon_{\text{mitt}}-2s_{\epsilon} \div \epsilon_{\text{mitt}}+2s_{\epsilon}$	mm/m	1,66÷4,86	-4,63 ÷ -3,55	-2,61÷ +0,59
Extreme Werte	mm/m	5,21	-5,97	-

Tab. 9-1 Ergebnisse der Simulation (Abb. 9-15)

¹ Die angenommene Dispersion der Abbau- und der Gebirgsparametern kann auch als das Maß der Unsicherheit der markscheiderischen Annahme verstanden werden.

Parameter	Mittelwert μ	Standardabweichung σ (% des Mittelwertes)
Absenkungsfaktor (a)	0.70	0.014 (2%)
Mächtigkeit des Flözes (M)	2 m	0.04 (2%)
Haupteinwirkungswinkel (γ)	75 gon	1.5 (2%)

Tab. 9-2 Abbau- und Gebirgsparameter, angenommene Daten für die Simulation

Abbauteufe	Messbasislänge	Breite der Abbaufont	Zeit	Zeitfaktor	Anzahl der Simulationen
H	l	d	t	c	n
[m]	[m]	[m]	[Tage]	[1/Jahr]	
400	20	150	120	2	100

Tab. 9-3 Die Daten für die Berechnung der Bodenbewegungselemente

9.6 Diskussion zum Simulationsverfahren

Das in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Simulationsverfahren ist ein Beitrag zur Entwicklung einer rechnergestützten Methode zur Vorausberechnung der Senkung und der daraus resultierenden horizontalen Bodenbewegungselemente. In diesem Kapitel wird auf einige Probleme eingegangen, die sich bei der Vorbereitung des Programms erwiesen haben.

9.6.1 Differenzierungsproblem

Die horizontalen Bodenbewegungselemente werden aus den simulierten Senkungen durch die numerische Differenzierung abgeleitet. Dabei ist zu beachten, dass die Senkungskurve und die Kurve der horizontalen Verschiebung differenzierbar ist.

Die Senkungskurve (bzw. Senkungsfeld) wird anhand des Superpositionsgesetzes als die Summe der einzelnen Senkungströge berechnet. Ein Senkungstrog ist der Gaußschen Glockenkurve ähnlich und als solche beliebig oft differenzierbar. Daraus folgt, dass auch die Senkungskurve, die aus der Summe der einzelnen differenzierbaren Kurven resultiert,

unabhängig von der Charakteristik der simulierten Abbau- und Gebirgsparameter ebenfalls beliebig oft differenzierbar ist.

Eine weitere Frage nach der Differenzierbarkeit muss bei der Berechnung der Zerrung und Pressung gestellt werden. Die relative horizontale Längenänderung $\varepsilon(x)$ wird wie folgt aus der Ableitung der horizontalen Verschiebung berechnet:

$$\varepsilon(x) = -\frac{d}{dx} \left(B(\gamma(x)) \cdot \frac{ds(x)}{dx} \right). \quad (9.8)$$

Die horizontale Verschiebung wird als Produkt zweier Größen – der Ableitung der Senkung und des Zufallsfunktion $B(x)$ (bzw. Zufallsfeldes) berechnet. Aus formalen Gründen ist die Differenzierbarkeit beider Größen erforderlich. Die erste Ableitung der Senkung ist, wie schon bewiesen, differenzierbar. Jedoch bei der Differenzierung der Zufallsfunktion $B(x)$ stellen sich bestimmte Einschränkungen heraus.

Der Proportionalitätsfaktor B ist mit dem Gebirgsparameter γ funktional verbunden (9.8). Auch im Simulationsverfahren wird die Funktion $B(x)$ anhand der Funktion $\gamma(x)$ berechnet. Aus der Differenzierbarkeitsbedingung der Funktion $B(x)$ folgt also das gleiche für die Zufallsfunktion $\gamma(x)$. Die Bedingung kann nur dann erfüllt werden, wenn bei der Simulation der Zufallsfunktion $\gamma(x)$ bestimmte Bedingungen berücksichtigt werden. Für die geostatistische Simulation muss eine Variogrammfunktion angewandt werden, die im Ursprung differenzierbar ist und die Nugget Varianz in der angenommenen Variogrammfunktion muss Null sein, also verschwinden. Diese Bedingung erfüllt z.B. das Gaußsche Variogramm (Abb. 9-5 rechst). Das in Abb 9-8 mit dem Gaußschen Variogramm simulierte Zufallsfeld zeigt einen glatten Verlauf (keine Knicke und Sprünge). Dagegen weisen, die mit den sphärischen Variogrammen erzeugten Zufallsfelder (Abb. 9-6 und Abb 9-7) Knicke und Sprünge aus und sind mathematisch nicht differenzierbar.

Aus der obigen Überlegungen folgt:

Wenn die Zufallsfunktion $B(x)$ als Funktion der simulierten Gebirgsparameter berechnet werden soll, muss darauf geachtet werden, dass die simulierte Zufallsfunktion $\gamma(x)$ differenzierbar ist. Das ist zu erreichen, indem für die geostatistische Simulation der Funktion $\gamma(x)$ das Gaußsche Variogramm ohne Nuggeteffekt verwendet wird.

9.6.2 Simulation des Zufallsfeldes $B(x)$ – unabhängig von dem Zufallsfeld des Einflussradius $R(x)$

Der Proportionalitätsfaktor B kann auch mit einem geostatistischen Verfahren als Realisierung einer Zufallsfunktion $B(x)$ im analysierten Abbaueinflussbereich simuliert werden. Anhand der Formel (9.7), die das Verhältnis zwischen dem Faktor B und dem Gebirgsparameter γ beschreibt, kann der Mittelwert B berechnet werden. Die Simulation der Zufallsfunktion $B(x)$ kann analog zu den simulierten Abbau- und Gebirgsparametern durchgeführt werden. Die Hinweise zur Simulation $B(x)$ können der im Kapitel 8.7 dargestellten Analyse der Quotienten $B=U/T$ entnommen werden.

Da die nachfolgenden Berechnungen der horizontalen Bodenbewegungselemente mit der Differenzierung der Zufallsfunktion $B(x)$ verbunden sind, müssen die simulierten Realisierungen der Zufallsfunktion $B(x)$ im ganzen Bereich die Differenzierbarkeitsbedingung erfüllen (vergleiche Kap. 9.6.1).

9.6.3 Die von der Senkung unabhängige Simulation der horizontalen Bodenbewegungselemente

Die im Kap. 9.6.1 beschriebenen Beschränkungen, die aus der Differenzierbarkeitsbedingung folgen, können umgangen werden, indem die horizontalen Bodenbewegungselemente unabhängig von der Senkung simuliert werden. Anhand der simulierten Abbau- und Gebirgsparameter werden für jedes Abbauelement die Längenänderungsformen simuliert (Abb. 9-16). Durch die Superposition der simulierten Formen entsteht die Kurve (oder Fläche), die dem Verlauf der relativen horizontalen Längenänderung im gesamten Abbaueinflussbereich entspricht.

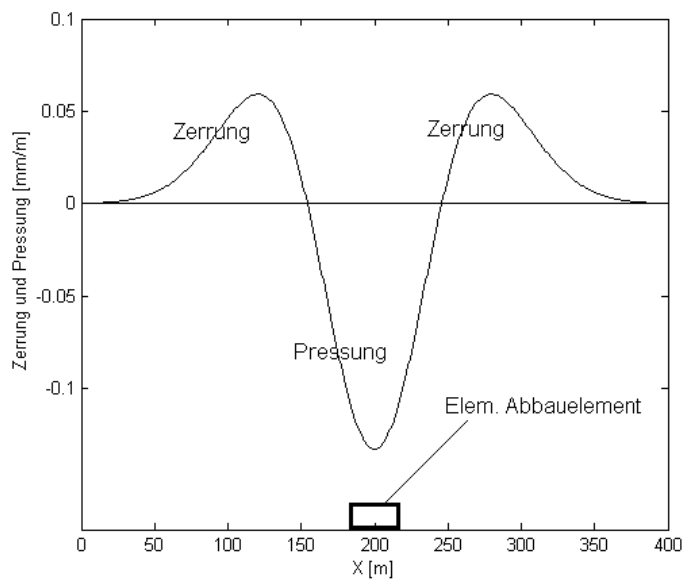


Abb. 9-16 Die aus einem Abbauelement resultierende Zerrung und Pressung. Eine Funktion für die Simulation der relativen horizontalen Längenänderung, die von der Senkung unabhängig ist.

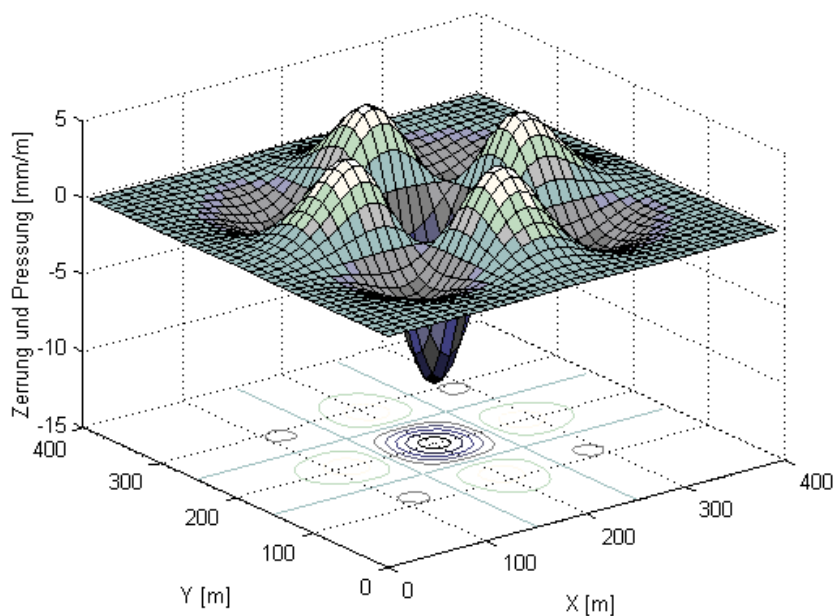


Abb. 9-17 Die aus einem Abbauelement (mit der Fläche in Form eines Quadrates) resultierende Zerrung und Pressung. Eine dreidimensionale Funktion für die Simulation der relativen horizontalen Längenänderung, die von der Senkung unabhängig ist.

Die Formel für die Simulation der Zerrung und der Pressung für den eindimensionalen Fall wird aus der Gleichung für den Senkungstrog abgeleitet

$$\varepsilon_i(x) = -s_{\max}(x_i) \cdot \Delta x \cdot B(x_i) \cdot \frac{2\pi}{r(x_i)^3} \cdot \exp(-\pi\Theta) \cdot [1 - (2\pi\Theta)] \cdot \int_{-\mu_2}^{\mu_1} \exp(-\pi\mu^2) d\mu, \quad (9.9)$$

wobei:

- x_i - die Koordinate des Abbauelementes (i-EAE),
- $r(x_i) = \frac{H(x_i)}{\tan(\gamma(x_i))}$ - der Haupteinflussradius für den i-EAE,
- $H(x_i)$ - die Abbauteufe des i-EAEs,
- $\gamma(x_i)$ - der Haupteinflussradius nach Knothe für i-EAE,
- $s_{\max}(x_i) = a(x_i) \cdot M(x_i)$ - die maximale Senkung des i-EAEs,
- $\Theta = \left(\frac{x - x_1}{r(x_i)} \right)^2$ - die Hilfsvariable Θ ,
- $\mu_1 = \frac{d}{2r(x_i)}$ - die Hilfsvariable μ_1 ,
- $\mu_2 = \frac{-d}{2r(x_i)}$ - die Hilfsvariable μ_2 und
- d - die Breite der Abbaufont (siehe Abb. 9-3) ist.

Die obige Formel für die Simulation der aus den einzelnen Abbauelementen resultierenden relativen Längenänderungen gilt für ein vereinfachtes Modell des Abbaus (siehe Abb. 9-4).

10 Fallstudie - Steinkohlenbergwerk Czczot

Anhand der Messdaten aus dem Abbaueinflussgebiet des Steinkohlenbergwerkes KWK Czczot im polnischen Oberschlesien werden die Genauigkeitsanalysen durchgeführt. Mit den bekannten Abbau- und Gebirgsparametern werden die Bodenbewegungselemente mit dem im Kapitel 9 vorgestellten Verfahren simuliert.

10.1 Beschreibung des Abbauggebietes und der Messdaten

10.1.1 Geologische Bedingungen des Abbaus

Die oberen Schichten bilden die Sedimente des Quartärs insbesondere Sand, Kies und Ton mit der durchschnittlichen Mächtigkeit von 23 bis 30 m. Der Tertiär, der aus den sandigen Lehmschichten zusammengesetzt ist, hat unterschiedliche Mächtigkeiten von 45 bis 238 m. Die Kohlenlagerstätten treten in den Karbonschichten auf. Den Karbon bilden hauptsächlich Sandstein und Tonschiffer.

Die Mächtigkeit des Flözes 209/2-3, zusammen mit den Einlagerungen von Tonschifferschichten, beträgt zwischen 3,05 und 3,75 m. In lokalen Verdünnungen ist die Mächtigkeit geringer. Die festgestellte größte Verdünnung erreicht den Wert von 2,10 m.

Das Einfallen des Flözes schwankt zwischen 3° bis 11° in Nord-Ost Richtung.

10.1.2 Die Bergbautätigkeit in dem zu untersuchenden Bereich

Der Abbau der Steinkohlenlagerstätte mit der Abbauhöhe No 804, 805 und 806 wurde von Juni 1997 bis August 2000 durchgeführt. Insbesondere wurde die Abbauhöhe 804 vom Ende des III. Quartals 1997 bis Anfang des I. Quartals 1999 abgebaut. Die Mächtigkeit des Flözes betrug ca. 3 Meter. Der Abbau fand in einer mittleren Teufe von ca. $H=490$ m statt.

Im ersten Quartal 1999 wurde mit dem Abbau der Abbauhöhe 805 begonnen. Im Juni 1999 wurde die Abbauhöhe 806 abgebaut. Die Mächtigkeit des abgebauten Kohlenflözes betrug ca. 3 m. Der Abbau wurde mit dem Abbruchsystem in einer mittleren Teufe von ca. $H=500$ m durchgeführt.

10.1.3 Charakteristik der markscheiderischen Messarbeiten

Die Messungen wurden 1997 begonnen und in einem Zeitabstand von 3 Monaten regelmäßig durchgeführt. Die analysierten Messergebnisse erfassen die Ergebnisse von 10 Messserien. Die Senkungen wurden mittels präzisen Nivellements gemessen (Abb. 10-2), wobei die Längenmessungen mit einem Entfernungsmesser durchgeführt worden sind (Abb. 10-3). Die Messlinie setzt sich aus den 60 Messpunkten, die in einem durchschnittlichen Abstand von 45 m vermarktet wurden, zusammen (Abb. 10-1).

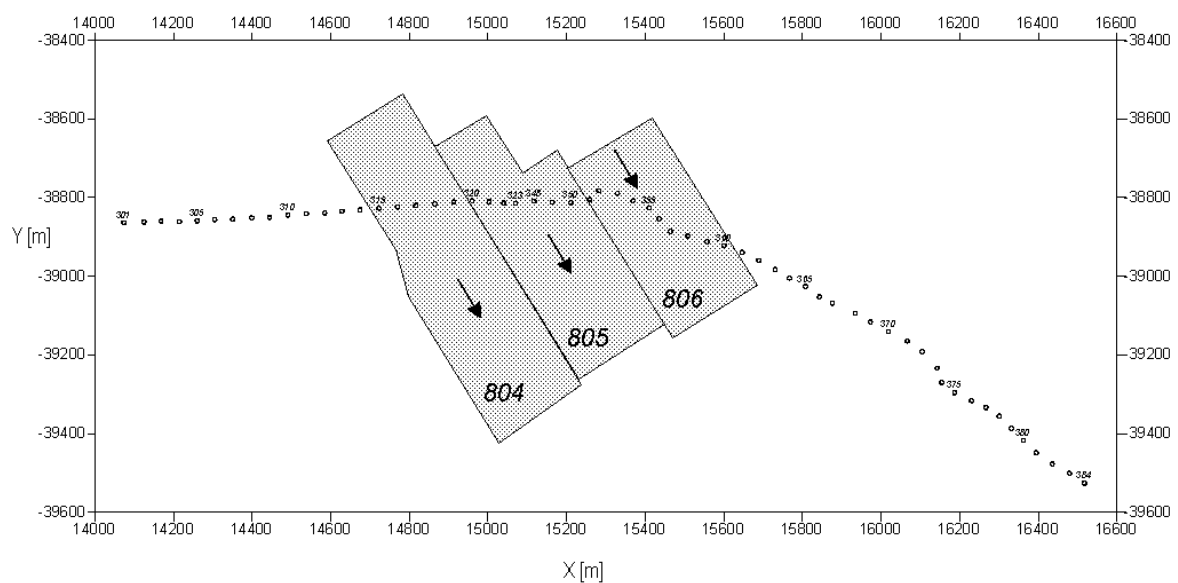


Abb. 10-1 Das Steinkohlenbergwerk Czeozot. Die Abbausituation, die Abbaurichtung und die Lage der Messpunkte.

Nachfolgende Abbildungen stellen die Ergebnisse der 9 Messserien der Senkung und der horizontalen relativen Längenänderung dar. Auf die Darstellung des ersten Messergebnisses wurde verzichtet.

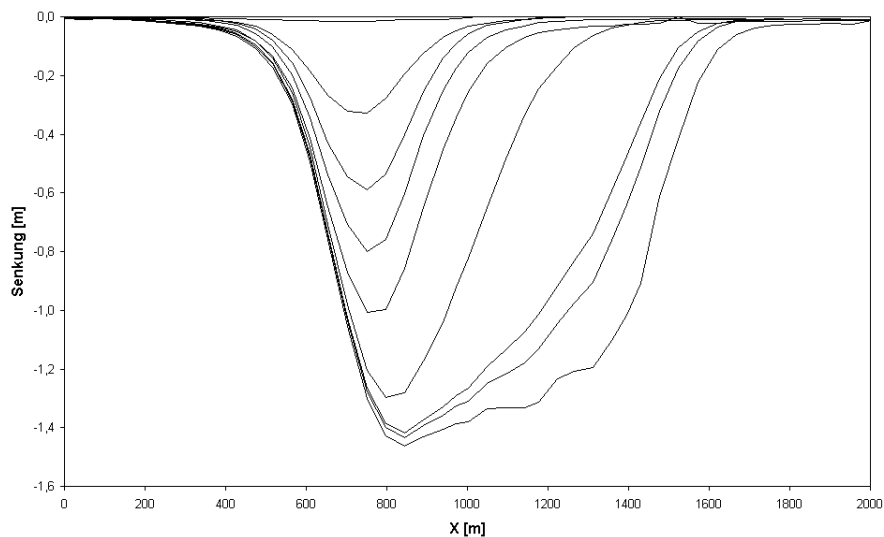


Abb. 10-2 Steinkohlenbergwerk Czeozot - die in 9 Messepochen gemessene Senkung.

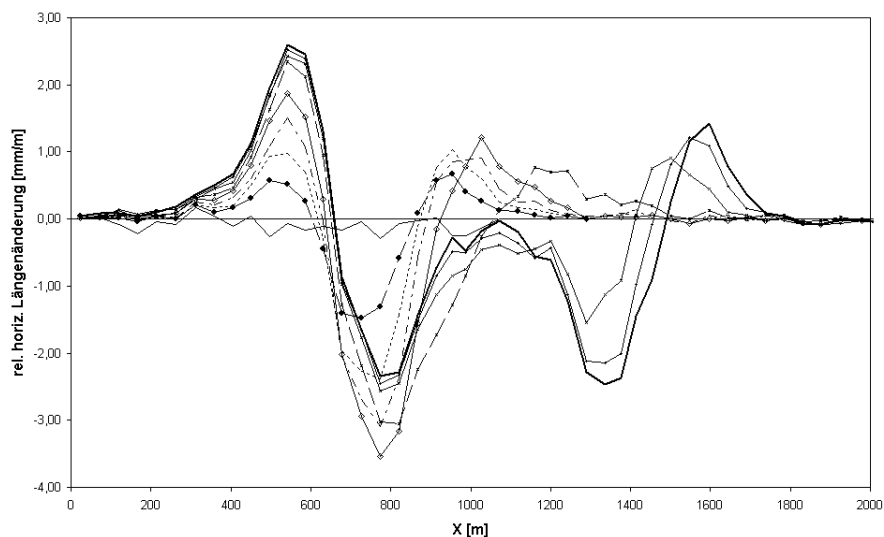


Abb. 10-3 Steinkohlenbergwerk Czeozot - die in 9 Messepochen gemessene horizontale relative Längenänderung. Stark durchgezogene Linie entspricht der letzten Längenänderungsmessung.

10.2 Auswahl der Simulationsparameter

In einem Gitter werden die Matrizen der für die Senkungsvorausberechnung notwendigen Parameter vorbereitet. Mit der festgelegten Maschenweite des Gitters auf 10 mal 10 m beträgt die Fläche eines elementaren Abbauelementes 100 m². Die Maschenweite des Gitters hat bedeutenden Einfluss auf die Rechenzeit und sollte damit im Fall der zweidimensionalen

Simulation entsprechend groß sein. Diese Größe ist allerdings nach oben durch die erwartete Genauigkeit der Simulation beschränkt. Das Gitter umfasst das ganze zu untersuchende Abbaueinflussgebiet.

Die für die Bergsenkungsvorausberechnung notwendigen Parameter: die Mächtigkeit des abgebauten Flözes M , der Absenkungsfaktor a , und der Gebirgsparameter γ , werden an den Knoten des Gitters als Realisierungen von Zufallsfeldern in Form von Matrizen simuliert.

Die Simulation eines Parameters in der Matrix verläuft in folgenden Schritten:

- die Vorbereitung der Stützwerte,
- die Annahme eines Semivariogrammodells und
- die geostatistische Simulation.

Zuerst werden die für die bedingte Simulation notwendigen voneinander unabhängigen Stützwerte in einem Gitter mit der Maschenweite von $\Delta x = 200$ m mit Hilfe eines Zufallsgenerators erzeugt. Dafür müssen Mittelwert und Streuung des Parameters vorgegeben werden. Die angenommene Streuung der Parameter ist für das Simulationsergebnis von großer Bedeutung. Bei dem vorgestellten Simulationsverfahren bestimmt die angenommene Varianz *das Maß der Unsicherheit* der für die Prognose der Bergsenkung angenommenen Abbau- und Gebirgsparameter.

Die angenommene Maschenweite des Gitters Δx (hier: 200 m) bestimmt die o. g. Grenze der Nachbarschaftsbeeinflussung. Die mit dem Zufallsgenerator erzeugten Stützwerte sind deshalb voneinander unabhängig.

Von dem angenommenen Modell des Semivariogramms, das in dem geostatistischen Simulationsverfahren verwendet wird, hängt das räumliche Verhalten der simulierten Werte ab (vergleiche Kap. 9.2). Zu wählen ist der Typ der Variogrammfunktion, der Sill und ihre Reichweite. Die obere Grenze der Reichweite wurde durch Δx bestimmt. Der Sill bzw. Schwellwert des Variogrammmodells muss an die Varianz s^2 der erzeugten Stützwerte angepasst werden, die dem Zufallsgenerator vorgegeben wurde.

Charakteristische Daten zur geostatistischen Simulation der Abbau- und Gebirgsparameter der Czeozot-Studie wurden in der Tab. 10-1 zusammengestellt:

Für die Simulation des Zufallsfeldes der Mächtigkeit des Flözes $M(x,y)$ und des Absenkungsfaktors $a(x,y)$ wurde das sphärische Variogrammmodell verwendet. Für den Gebirgsparameter $\gamma(x,y)$ wurde wegen der Differenzierbarkeit ein Gaußsches Modell benutzt. Das Simulationsverfahren wurde mit einem Modul des geostatistischen Programm *Isatis*

4.1.3. durchgeführt. In Abb. 10-4 wurden Histogramme der Stützwerte und der im ganzen untersuchten Gebiet simulierten Werte der Flözmächtigkeit $M(x,y)$ dargestellt.

	Mittelwert μ	Standard- abweichung σ	Variogramm- modell	Reichweite des Variogramms [m]
Flözmächtigkeit M	2,8 [m]	0,14 [5%]	sphärisches	100
Absenkungsfaktor a	0,7	0,07 [10%]	sphärisches	100
Haupteinwirkungswinkel γ	68 gon	3,4 [5%]	Gaußsches	100

Tab. 10-1 Die angenommene Parameter zur Simulation

Bemerkung

Der mit dem geostatistischen Simulationsverfahren erzeugte Wert des Gebirgsparameters γ_{ij} an eine Stelle x_{ij} , sollte nicht als eine bestimmte physikalische Eigenschaft des Gebirges an dieser Stelle verstanden werden. Der Wert des Gebirgsparameters bezieht sich eher auf eine mögliche Reaktion des Gebirges auf die Entnahme eines elementaren Teils der Lagerstätte (Elementares Abbauelement), das der Stelle x_{ij} zugeordnet ist.

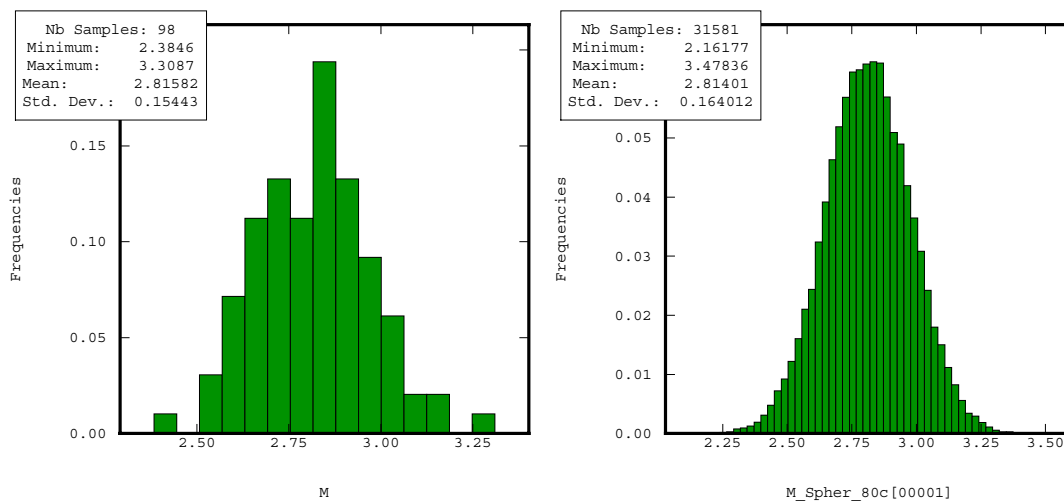


Abb. 10-4 Statistische Charakteristik der für die bedingte Simulation notwendigen Stützwerte (links) und der anhand der Stützwerte simulierten Werte der Flözmächtigkeit $M(x,y)$ (rechst).

Außer den simulierten Matrizen der abgebauten Mächtigkeit, des Abbaufaktors und des Gebirgsparameters werden für die Vorausberechnung der Bergsenkungen zwei zusätzliche

Matrizen benötigt: eine, die dem Zeitablauf des Abbaus entspricht und die zweite, die die Grenze der Abbaufelder bestimmt.

Die Abbaugrenzenmatrix ist mit zwei Werten belegt und zwar mit einer Eins – im Bereich des abgebauten Flözes und einer Null außerhalb des Abbaubereiches (Abb. 10-6).

Für die Konstruktion der Zeitmatrix wurde angenommen, dass die Abbaugeschwindigkeit konstant ist. Diese prägt die Neigung der in der Abb. 10-5 dargestellten Ebenen. Jede Ebene, entspricht einer Abbauhöhe. Die Abbaufelder 804, 805 und 806 wurden anschließend nacheinander abgebaut. Anhand dieser Matrix, die die relativierte Zeit des Abbaus angibt (von 0 bis 1), wird mit einem zusätzlichen Programmmodul die reale Zeit des Abbaus $t=t_1-t_0$ für beliebig angegebene Zeitpunkte des Abbaus t_1 im Programm gesteuert.

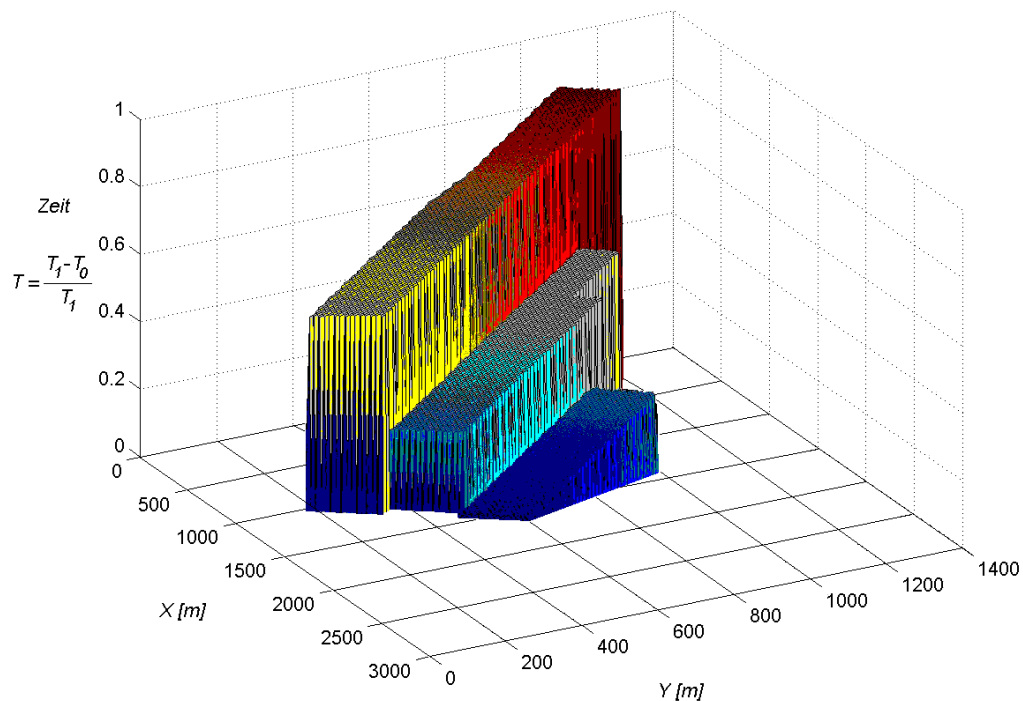


Abb. 10-5 Das relativierte Zeitmodell des Abbaus. Jede Ebene entspricht einer Abbauhöhe. Die Abbaugeschwindigkeit, die sich in der Neigung der Ebenen ausdrückt, wurde als Konstante angenommen.

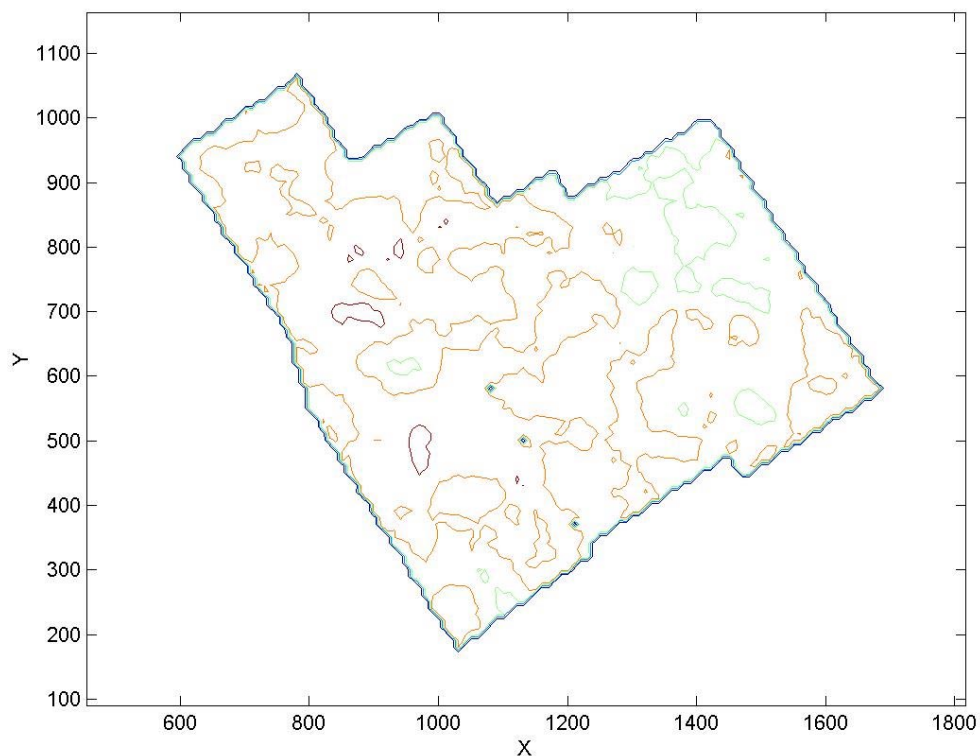


Abb. 10-6 Die simulierte mögliche maximale Senkung $S_{max}(x,y)$. Das Produkt dreier Matrizen: der Flözmächtigkeit M_{ij} , des Absenkungsfaktors a_{ij} und der Abbaugrenzen E_{ij} . Die kantigen Linien der Abbaugrenzen sind die Folge der angenommenen Maschenweite des Gitters (hier: 10 m x 10 m).

10.3 Simulation der Senkung

Anhand der simulierten Abbau- und Gebirgsparameter werden zuerst die Senkungen berechnet. Der Ablauf des Vorausberechnungsverfahrens, das das Superpositionsgesetz der einzelnen Abbaueinflüsse nutzt, wird im Schema (Abb. 9-1) erläutert. Die nachfolgenden Abbildungen stellen die zeitliche Entwicklung einer Senkungsmulde vor, die mit Hilfe der vorbereiteten Zeitmatrix für unterschiedliche Zeitpunkte des Senkungsprozesses berechnet wurden.

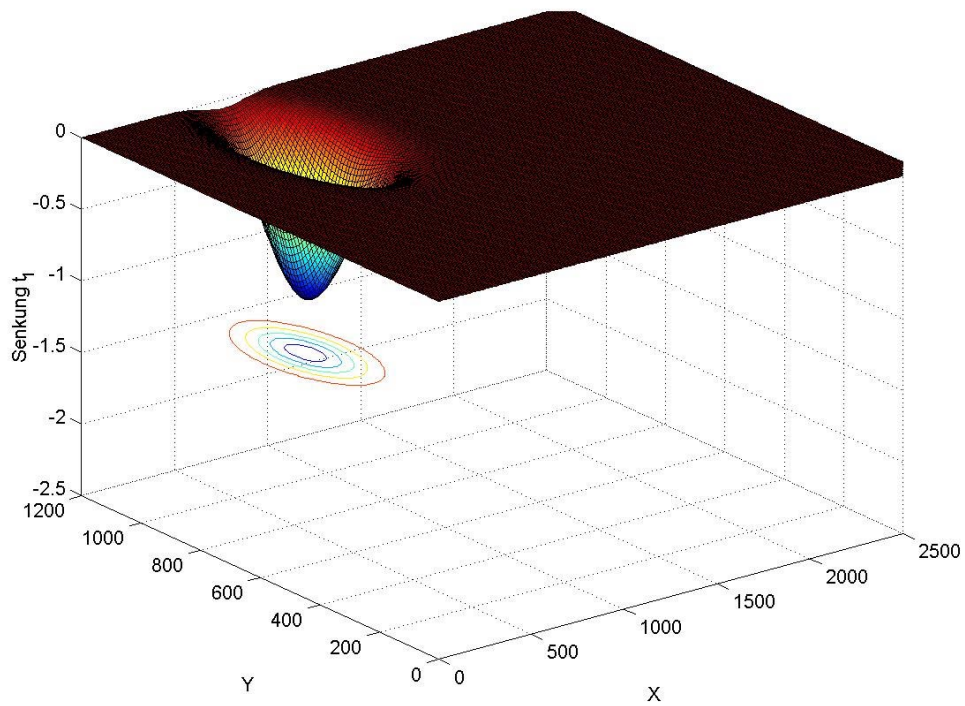


Abb. 10-7 Die zeitliche Entwicklung einer Senkungsmulde. Simulation für Zeitpunkt t_1 .

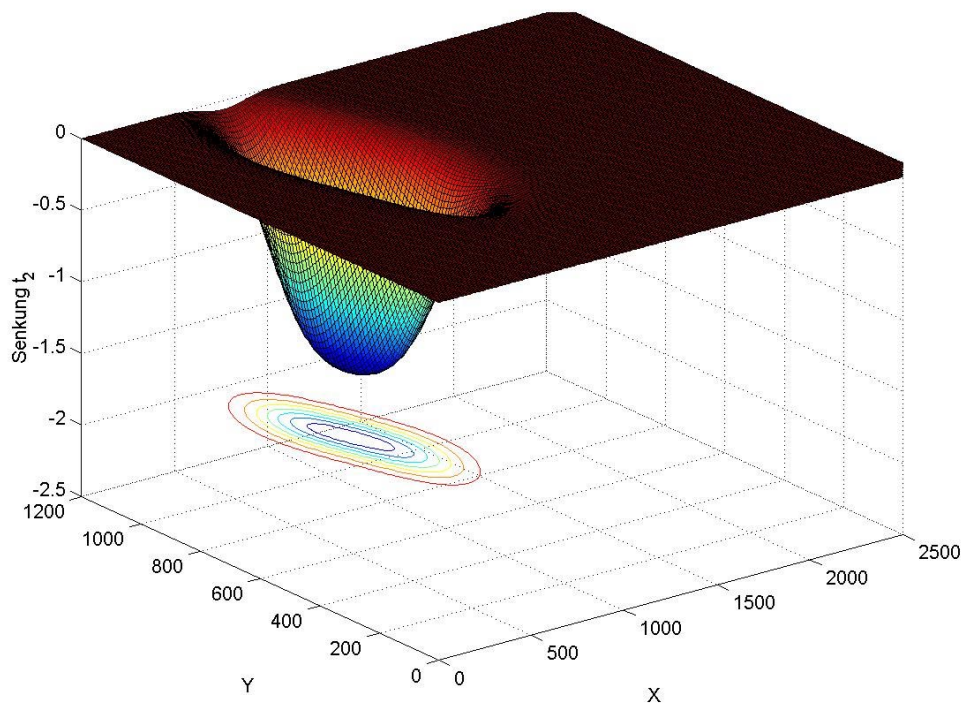


Abb. 10-8 Die zeitliche Entwicklung einer Senkungsmulde. Simulation für Zeitpunkt t_2 .

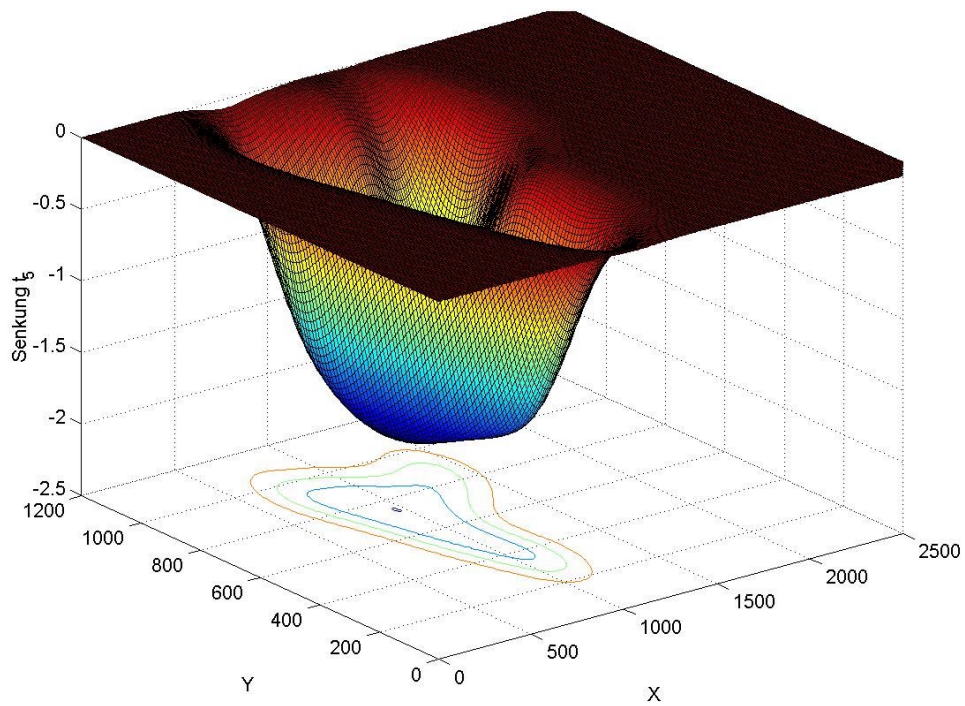


Abb. 10-9 Die zeitliche Entwicklung einer Senkungmulde. Simulation für Zeitpunkt t_5 .

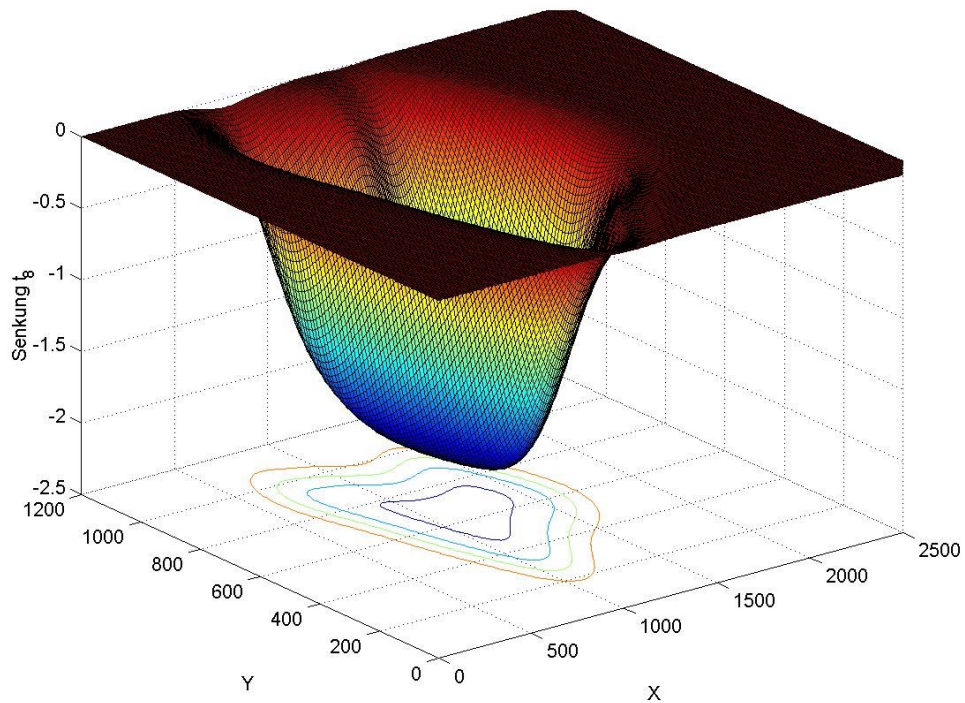


Abb. 10-10 Die zeitliche Entwicklung einer Senkungmulde. Simulation für Zeitpunkt t_8 .

10.4 Einfluss der simulierten Abbau- und Gebirgsparameter auf die berechneten Senkungen.

Der Einfluss der variierten Parameter auf die simulierte Senkungsmulde wurde für den Fall der Endsenkung untersucht. In der Abb. 10-11 wurden Profile der simulierten Senkungsmulde dargestellt. Jedes Profil entspricht einer Simulation. Für jede Senkungsmulde wurde das Simulationsverfahren verwendet, das mit gleichen Ausgangsparametern, die in der Tab. 10-1 zusammengestellt sind, wiederholt wurde. Es ist zu beachten, dass sich bedeutende Unterschiede zwischen den Senkungsprofilen im Bodenbereich der Senkungsmulde hervorheben. Um diese Differenzen untersuchen zu können, wurde eine Vergleichsmulde angefertigt. Diese wurde statt mit den simulierten mit den konstanten Abbau- und Gebirgsparametern vorausberechnet. Die konstanten Parameter wurden dabei mit den Mittelwerten der Parameter belegt (Tab. 10-1). Die Vergleichsmulde wurde als Trendfläche verwendet, um die trendbereinigten Differenzen (Residuen) bei den simulierten Senkungen berechnen zu können.

$$R(x, y) = S^{sim}(x, y) - S^{vergl.}(x, y) \quad (10.1)$$

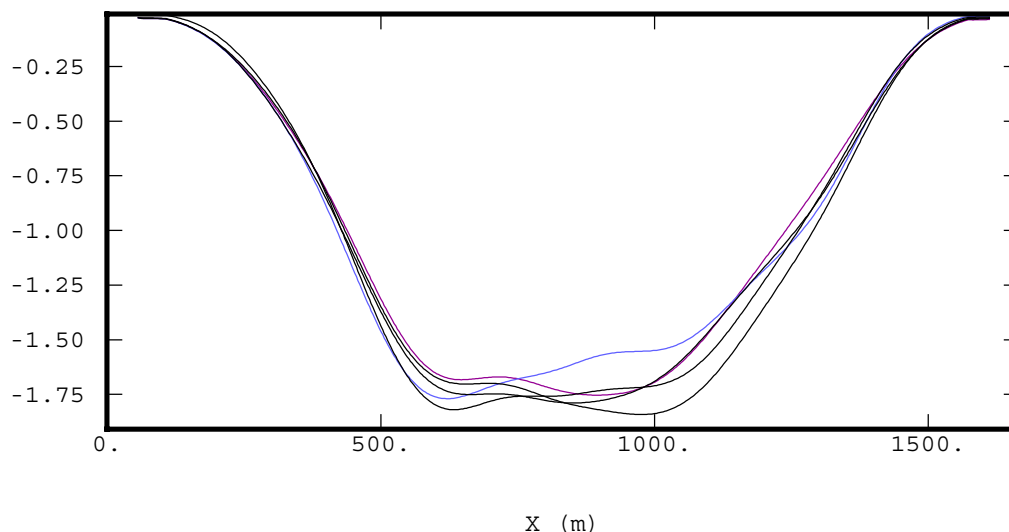


Abb. 10-11 Profile der simulierten Senkungsmulden

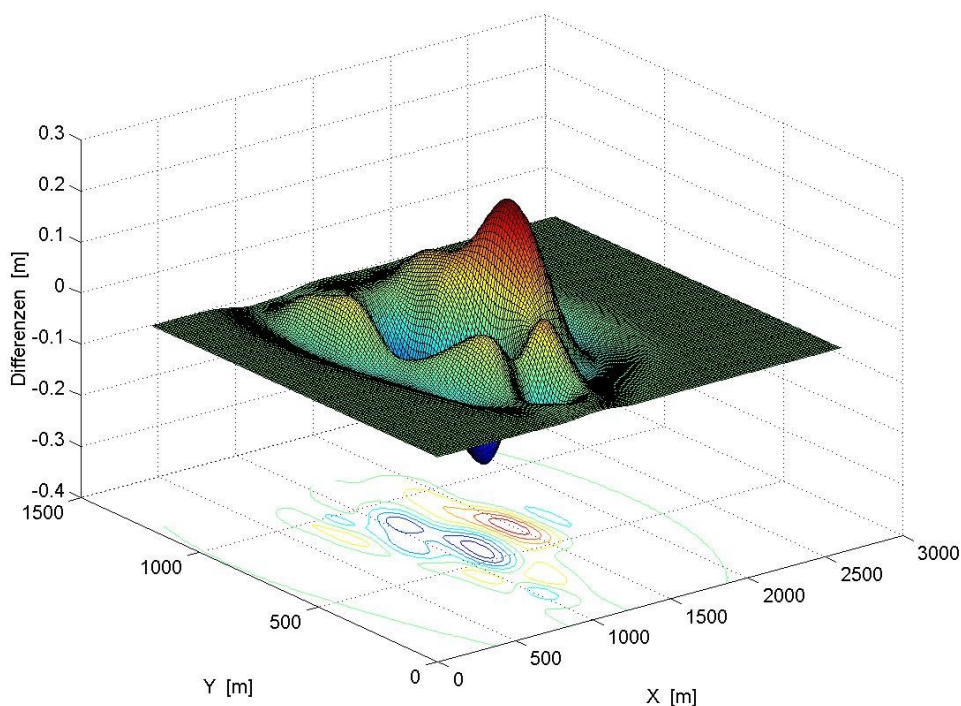


Abb. 10-12 Die Differenzen zwischen den simulierten Senkungsmulden $S^{sim}(x,y)$ und einer Vergleichsfläche $S^{vergl.}(x,y)$, die mit den konstanten Parametern berechnet wurden. Beispiel für eine ausgewählte Simulation.

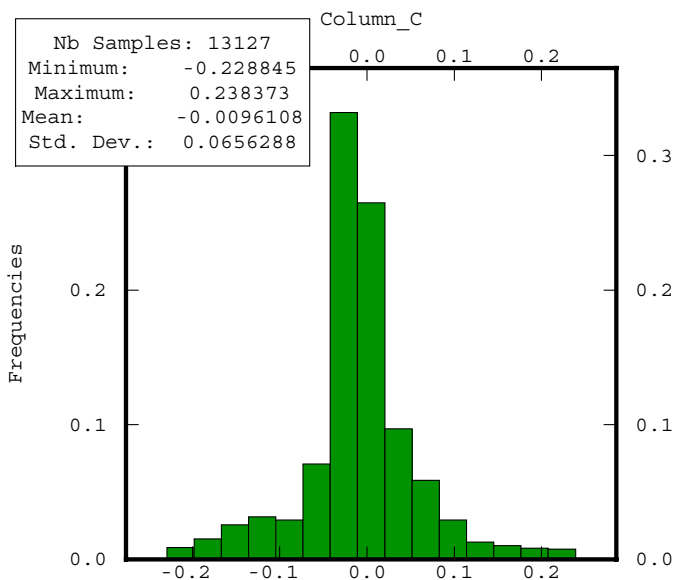


Abb. 10-13 Histogramm der in der Abb. 10-12 dargestellten Differenzen. Die Höhenwerte, die sich außer des simulierten Abbaueinflussbereiches befanden, wurden in die Berechnung des Histogramms nicht mit einbezogen.

Abb. 10-12 stellt eine Variante der räumlichen Verteilung der bei einer ausgewählten Simulation der Senkungen entstandenen Abweichungen vor. Die größten Differenzen sind im Bodenbereich der Senkungsmulde zu sehen. Das Streudiagramm (Abb. 10-14), auf dem die Residuen für ein simuliertes Beispiel den Senkungen gegenübergestellt wurden, macht es deutlich.

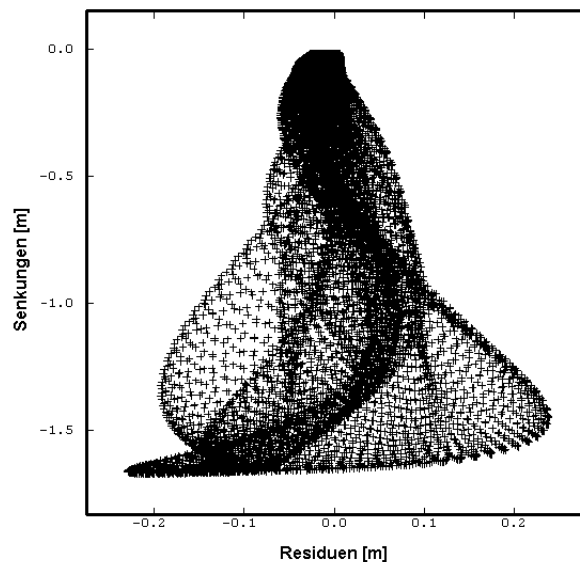


Abb. 10-14 Streudiagramm. Den Senkungen wurden die Abweichungen (Residuen) gegenübergestellt. Die größten Abweichungen treten im Bodenbereich der Senkungsmulde auf.

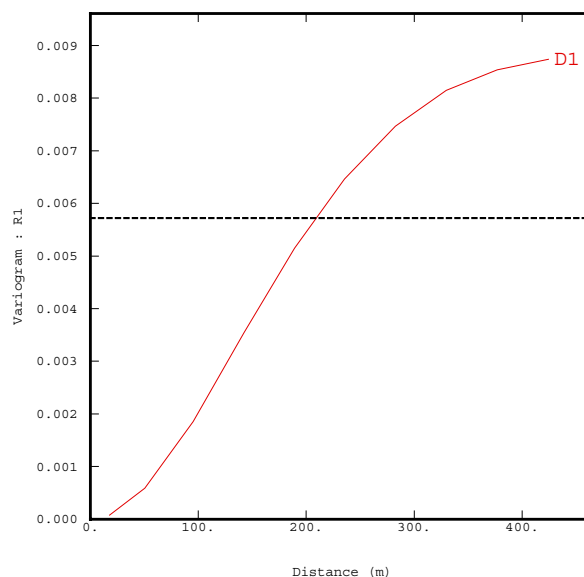


Abb. 10-15 Das experimentelle Variogramm der aus einer simulierten Senkungsmulde berechneten Residuen.

Bei der Interpretation des Verhaltens der simulierten Residuen sollte berücksichtigt werden, dass die vorgestellte Methode auf einer vereinfachenden Annahme basiert und zwar, dass die

Abweichungen in dem Verlauf der simulierten Bodenbewegungselemente ausschließlich durch die Variabilität der Abbau- und Gebirgsparameter auf dem Niveau des Abbaus verursacht werden.

Durch die ausgleichende Wirkung der Superposition der Senkungströge, die aus den einzelnen elementaren Abbauelementen entstanden sind, zeigen sich die in den Abbau- und Gebirgsparametern simulierten Ungleichheiten nicht im vollen Maße in der Senkungsmulde. Das in der Abb. 10-15 dargestellte Variogramm der Differenzen ist einem Gaußschen Modell ähnlich, was den Charakter der simulierten Abweichungen gut widerspiegelt. Die simulierte Senkungsmulde als die Summe der einzelnen unterschiedlichen Senkungströge entsteht als eine differenzierbare Fläche. Die effektive Reichweite des für die Residuen berechneten Variogramms geht weit über die für die Simulation der Abbau- und Gebirgsparameter verwendeten effektiven Reichweiten der Nachbarschaftsbeeinflussung hinaus.

Die maximalen Abweichungen in den simulierten Senkungsmulden nehmen im Durchschnitt Werte von $-0,21\text{ m}$ bis $0,21\text{ m}$ an. Die Standardabweichung der Residuen, die als Differenzen zwischen der simulierten Senkung und der Vergleichssenkungsmulde berechnet wurden, erreicht den Wert von $0,06\text{ m}$.

Für die durchgeführten Simulationen wurde ein Variationskoeffizient der Senkung von:

$$M_s = \frac{\sigma_s}{S_{\max}} \cdot 100\% \approx 4\% \quad (10.2)$$

berechnet.

Nach den durchgeführten Simulationen kommt man zu folgenden Schlussfolgerungen:

1. *Für die Unsicherheitsmaße der angenommenen Abbau- und Gebirgsparameter und für die mit den Variogrammmodellen angenommene Nachbarschaftsbeeinflussung liegt das Zuverlässigkeitsmaß M_s der Senkungsvorausberechnung in Höhe von 4% (Tab. 10-1, Gleichung 10.2).*
2. *Die in den simulierten Senkungsmulden entstandenen größten Abweichungen kommen im Bodenbereich der Senkungsmulde vor (Abb. 10-14).*
3. *Durch die Superposition der aus den einzelnen Abbauelementen resultierenden Senkungströge bildet sich die simulierte Senkungsmulde unabhängig von dem räumlichen Charakter der Abbau- und Gebirgsparameter als differenzierbare Fläche aus (Abb. 10-12 Abb. 10-15).*

10.5 Untersuchung der Varianz der Modellparameter mittels der Ausgleichsrechnung

Die für die Simulation verwendeten Varianzen der Abbau- und Gebirgsparameter (Tab. 10-1) wurden als Unsicherheitsmaße angenommen. Für das angenommene Ausmaß der Varianzen gab es aber keine bestimmte mathematische Begründung. Den Hintergrund für die Annahme der Veränderlichkeit eines abgebauten Flözes bilden bergmännische, geologische und markscheiderische Vorkenntnisse. Die Mächtigkeit eines abgebauten Flözes hängt nicht nur von den geologischen Bedingungen, sondern auch von der technischen Möglichkeiten des durchgeführten Abbaus ab. Die allmählichen und sprunghaften Veränderungen der abgebauten Flöze werden im bergmännischen Risswerk dokumentiert.

Die restlichen Parameter der Vorausberechnungsverfahren wie der Gebirgsparameter γ und der Absenkungsfaktor a lassen sich in der Natur nicht einfach untersuchen. Man kann aus den an der Tagesoberfläche beobachteten Bodenbewegungselementen schließen, dass die Kennwerte, von denen der Senkungsprozess abhängt, nicht konstant sind.

Mittels Ausgleichsrechnung können aus den gemessenen Werten der Senkung die unbekannt Parameter des angenommenen Senkungsmodells geschätzt und dabei die Varianzen dieser Modellparameter ermittelt werden.

In diesem Kapitel wird eine auf der Ausgleichsrechnung basierende Untersuchung der Varianzen der Modellparameter für die Studie - Steinkohlenbergwerk Czeozot durchgeführt.

Die vorhandenen Daten, die in der Abb. 10-2 dargestellt wurden, beinhalten Werte der in 10 Epochen gemessenen dynamischen Senkungsmulden. Auch die letzte 10-te Messung stellt keine Endsenkung dar. Sollte einer dynamischen Senkungsmulde ein Modell angepasst werden, so müsste das Modell mit zusätzlichen Zeitparametern versehen werden.

Da in der folgenden Rechnung nur die zwei Hauptparameter des Modells untersucht werden, müssen sich die Überlegungen auf diejenigen Messwerte beschränken, die einer Endsenkung entsprechen. So wurden für die Ausgleichsrechnung aus den Senkungswerten der letzten 10-ten Messepoche 19 Punkte verwendet, die an der westlichen Böschung der Senkungsmulde liegen und deren Werte sich innerhalb der letzten zwei Messungen kaum verändert haben. Diese ausgewählten Messpunkte liegen an einer Böschung der Senkungsmulde, die sich über der zuerst gefahrenen Abbauhöhe 804 gebildet hat. Da in

diesem Bereich seit dem Abbauende über 2 Jahre vergangen sind und die letzten zwei Messungen keine Senkungsveränderung an dieser Stelle ausgewiesen haben, kann man davon ausgehen, dass die vorhandenen Messwerte die Endphase der Senkung repräsentieren. Dieser Teil der Senkungsmulde wird mit dem statischen Senkungsmodell beschrieben.

Zunächst wurden mit den angenommenen Modellparameter für die bekannte Abbaugeometrie mittels der vorbereiteten Programme die Senkungen vorausberechnet. Die für die Berechnung angenommenen Parameter haben folgende Werte:

Mächtigkeit des abgebauten Flözes	$M_0=2,8 \text{ m,}$
Absenkungsfaktor	$a_0=0,55$ und
Haupteinwirkungswinkel	$\gamma_0=70 \text{ gon.}$

Die Lage der Punkten in Verbindung mit der Abbaugeometrie wurde in der Abb. 10-1 dargestellt.

Die in der linearisierten Beobachtungsgleichung bzw. Verbesserungsgleichung berechneten Werte werden in weiteren Schritten der Ausgleichsrechnung verwendet (Niemeier 2001)

$$S_i + v_i = \varphi_i(a_0, \gamma_0) + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial a} \right)_0 \cdot \Delta a + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \gamma} \right)_0 \cdot \Delta \gamma, \quad (10.3)$$

wobei

- S_i – die an dem Punkt i beobachtete Senkung,
- v_i – deren Verbesserung und
- $\varphi(a_0, \gamma_0)$ – der Wert des Modells bei den angenommenen Modellparameter a_0, γ_0 ist.

Die in Gleichung (10.3) einbezogenen partiellen Ableitungen berechnen sich aus:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a} = \frac{\varphi(a_0, \gamma_0)}{a_0} \quad \text{und}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \gamma} = \frac{\partial(\gamma_2) - \partial(\gamma_1)}{\gamma_2 - \gamma_1},$$

wobei die Werte des Winkels entsprechend

$$\gamma_1=68 \text{ gon und}$$

$$\gamma_2=72 \text{ gon}$$

betragen. Der Vektor der verkürzten Beobachtungen I ergibt sich auf Grund der Näherungswerte a_0, γ_0 :

$$I_i = S_i - \varphi_i(a_0, \gamma_0). \quad (10.4)$$

Die Koeffizientenmatrix nimmt die Werte der partiellen Ableitungen an:

$$A(i,2) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_i}{\partial a_0} & \frac{\partial \varphi_i}{\partial \gamma_0} \end{bmatrix}. \quad (10.5)$$

Die Normalgleichungsmatrix N ist gleich:

$$N = A^T P A = A^T A \quad (10.6)$$

$$N = \begin{bmatrix} 0,0013 & 0,1173 \\ 0,1173 & 24,0306 \end{bmatrix} \quad (10.7)$$

weil alle Beobachtungen unkorreliert und gleichgenau sind, ist die Matrix P eine Einheitsmatrix.

Für die Näherungswerte a_0, γ_0 der gesuchten Parameter werden Verbesserungen aus

$$\hat{x} = N^{-1}n \quad (10.8)$$

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} -1,2311 \\ 0,0303 \end{bmatrix},$$

berechnet. Damit nehmen die korrigierten Parameter folgende Werte an:

$$\bar{\gamma} = 68,77 \text{ gon und}$$

$$\bar{a} = 0,5803.$$

Die Kofaktormatrix der Unbekannten berechnet sich aus:

$$T = [A^T A]^{-1} \quad (10.9)$$

$$T = 10^3 \cdot \begin{bmatrix} 1,3050 & -0,0064 \\ -0,0064 & 0,0001 \end{bmatrix}.$$

Der Vektor der Verbesserungen ist gleich

$$v = Ax - I. \quad (10.10)$$

Die empirische Standardabweichung lässt sich aus

$$s_0 = \sqrt{\frac{v^T v}{19 - 2}} = 0,0297 \quad (10.11)$$

berechnen, wobei 19 – Anzahl der in die Berechnung einbezogenen Punkten und 2 – Anzahl der Modellparameter ist.

Die Standardabweichungen der Parameter werden mit Einbeziehung der Elemente der Kofaktormatrix T wie folgt berechnet:

$$s_{\bar{\gamma}} = s_0 \cdot \sqrt{T_{\gamma\gamma}} = 1,0726 \quad \text{und} \quad s_{\bar{a}} = s_0 \cdot \sqrt{T_{aa}} = 0,0080.$$

Die im Rahmen der Ausgleichung bestimmten Größen $\bar{\gamma}$ und \bar{a} sind im Prinzip „Mittelwerte“ und die berechneten Genauigkeitsmaße $s_{\bar{\gamma}}^2$ und $s_{\bar{a}}^2$ weisen die Varianzen dieser Größen aus. Für die Simulation braucht man jedoch die Varianz der im Abbaugbiet variierenden Einzelwerte von γ und a .

Unter der Voraussetzung, dass die Korrelationsfunktionen (bzw. Variogramme) von γ und a bekannt sind, lässt sich über den 5 % Range der Mindestabstand der voneinander unabhängigen Stützwerte für die Simulation bestimmen. Mit dieser Maschenweite wird in der dargestellten Simulation (Kap. 10.2) ein Gitter über das Abbaufeld gelegt, das die in die Ausgleichung eingegangenen Beobachtungen beeinflussen kann. Die Anzahl N der Knoten dieses Gitters kann zur Berechnung der Varianzen der einzelnen Stützwerte a und γ benutzt werden

$$s_a^2 = N_a s_a^2 \quad (10.12)$$

bzw.

$$s_\gamma^2 = N_\gamma s_\gamma^2 \quad (10.13)$$

Im vorliegenden Beispiel wurden für Simulation der Matrix des Absenkungsfaktors a $N_a=13$ Stützwerte und für den Gebirgsparameter γ ebenso $N_\gamma=13$ Stützwerte benutzt, so dass sich für die Standardabweichungen s_a und s_γ nach (10.12), (10.13) die Werte

$$s_\gamma = 3,86 \text{ und}$$

$$s_a = 0,03$$

ergeben.

Die Varianzkoeffizienten nehmen damit die Werte

$$M_\gamma = \frac{s_\gamma}{\gamma} \cdot 100\% = 5,6\%$$

$$M_a = \frac{s_a}{a} \cdot 100\% = 5,2\%$$

an. Sie entsprechen in der Größenordnung den für die Simulation angenommenen Werten (vergl. Tab. 10-1).

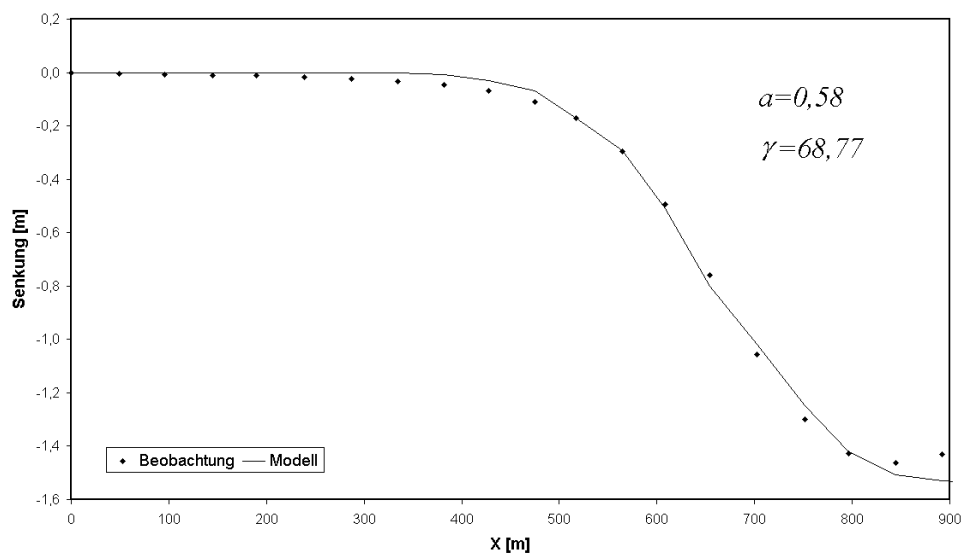


Abb. 10-16 Die beobachtete und mit den korrigierten Parametern a und γ berechneten Werte der Senkung in dem westlichen Randbereich der Senkungsmulde. Fallstudie Steinkohlenbergwerk Czeozot.

Der Effekt der Simulation zeigt, dass sich die Ungleichheiten der Abbau- und Gebirgsparameter, die auf dem Niveau des abgebauten Flözes: $z=H$ vorkommen, in den auf der Tagesoberfläche registrierten Bodenbewegungselementen nicht im vollen Maße widerspiegeln können. Durch den Mechanismus des Senkungsprozesses kommt es im Gebirge zur Ausgleichung der im Flöz und Gebirge vorhandenen Ungleichheiten. Die in einem Senkungsverlauf beobachteten Undulationen entstehen als ausgeglichener Effekt der aus den einzelnen Abbauelementen resultierenden Ungleichheiten.

11 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden die Analysen zur Genauigkeit der markscheiderischen Vorausberechnung, dargestellt. Die Untersuchungen wurden unter geostatistischen Modellannahmen durchgeführt. Besondere Aufmerksamkeit wurde der relativen horizontalen Längenänderung gewidmet, weil diese Größe die größte Korrelation mit den an den Gebäuden beobachteten Schäden aufweist.

Die Arbeit setzt sich hauptsächlich aus drei Teilen: den theoretischen Überlegungen, der Analyse des Messmaterials und der Darstellung eines Simulationsverfahrens zur Vorausberechnung der Bodenbewegungselemente, zusammen.

Im ersten theoretischen Teil nach der Einführung in die Problematik der Vorhersage der bergbauinduzierten Bodenbewegungen wurden Theorien und Methoden, die auf der Theorie der stochastischen Medien von Litwiniszyn basieren, dargestellt. Besondere Aufmerksamkeit wurde der Theorie von Knothe gewidmet, weil sich die in der vorliegenden Arbeit dargestellten Berechnungen auf deren Formeln beziehen.

Anschließend wurden die Ursachen und Einflussgrößen genannt, die auf die Genauigkeit der markscheiderischen Vorausberechnung und auf die Auswertung der beobachteten Bodenbewegungselemente einen negativen Einfluss haben. Darunter fallen die Modellfehler, die bei der Beschreibung des Senkungsprozesses gemacht werden, die Messfehler, die stochastischen Abweichungen, deren Ursache störende Infravariabilität der an zu untersuchenden Merkmale sind, die Stabilität der Vermarkung der Messpunkte und der Einfluss einer Messbasislänge auf die beobachtete Größe der relativen horizontalen Längenänderung.

Die dargestellten Analysen stützten sich auf die bisher auf diesem Wissensgebiet durchgeführten Forschungsarbeiten. Von besonderer Bedeutung für die vorliegende Arbeit sind die Forschungsergebnisse von Batkiewicz (1971) und Popiołek (1976).

Der zweite Teil der Arbeit befasst sich mit den Untersuchungen des Messmaterials. Die Analysen wurden auf zwei Ebenen durchgeführt. Die erste umfasst die von Popiołek (1976) zusammengestellten und ausgewerteten Messergebnisse aus ca. 50 Senkungsmulden aus 4 Bergbauregionen Polens und gibt allgemeine Aufschlüsse über die Zusammenhänge zwischen der Streuung der beobachteten Zerrung und den Abbau- und Gebirgsparametern.

Den dargestellten Streudiagrammen ist zu entnehmen, dass die Streuung der Zerrung eine sichtbare Abhängigkeit von der Größe der Zerrung aufweist. Die Abbauteufe als auch die damit korrelierte Größe des Haupeinwirkungsradiuses hat einen mindernden Einfluss auf die Streuung der Zerrung. Die Regressionskurven zeigen die inverse Abhängigkeit der Streuung der Zerrung von diesen beiden Größen. Die Streuung der Zerrung weist keine sichtbare Korrelation mit der Größe der beobachteten maximalen Senkung auf.

In einer zweiten Analyse werden Messdaten aus dem polnischen Kupfererzabbaurevier auf ihre räumliche Variabilität unter geostatistischen Modellannahmen untersucht. Die Beobachtungen, die mehrere Senkungsmulden umfassen, wurden mittels der Variogramme analysiert. Es wurde gezeigt, dass sich die Daten auch mit der Annahme eines konstanten Trends als ein homogenes schwach stationäres Zufallsfeld untersuchen lassen.

Aus einer theoretischen Analyse der zu den Messdaten passenden Modelle der Kovarianzfunktionen ergibt sich, dass zwischen den Reichweiten der Kovarianzfunktionen der Senkung und der ersten und zweiten Ableitung - der Schiefelage und der Krümmung ein Zusammenhang besteht, der sich in den empirischen Variogrammen widerspiegelt.

Die besondere Aufmerksamkeit wurde auf die Mikrovariabilität der relativen horizontalen Längenänderung, die sich aus der Nuggetvarianz des experimentellen Variogramms ablesen lässt, gelegt. Es wurde gezeigt, dass die Infravariabilität in der sich die stochastische Abweichungen, die Instabilität an der Vermarkung der Messpunkte als auch die Messfehler der beobachteten relativen Längenänderung sichtbar machen, mit der Größe der Pressung und Zerrung im Zusammenhang steht. Der festgestellte Unterschied zwischen der Mikrovariabilität der Pressung und den Zerrung resultiert aus den von der Pressung aufgewiesenen größeren Werten. Die relative Mikrovariabilität beider Größen ist im untersuchten Gebiet gleich. Durch die Untersuchung der Nuggetvarianz der Variogramme der relativen horizontalen Längenänderung an den ausgewählten Messpunkten wurde der Anteil des Messfehlers in der beobachteten relativen Längenänderung auf ca. 30% der gesamten Mikrovariabilität geschätzt.

Anhand der aus der Senkung abgeleiteten Schiefelage und der aus der Längenmessung abgeleiteten horizontalen Verschiebung wurde eine räumliche Analyse des Quotienten $B=U/T$ durchgeführt. Der empirische Quotient, der nach der Hypothese von Aviershin dem Proportionalitätsfaktor B entspricht, weist im ganzen Spektrum der gemessenen horizontalen Verschiebungen und der Schieflagen eine große Streuung auf, wobei der Mittelwert des untersuchten Quotienten der theoretischen Größe für das Untersuchungsgebiet entspricht. Die

ausgewiesene Instabilität des Zusammenhangs zwischen der Schieflage $T(x)$ und der horizontalen Verschiebung $U(x)$, die in der markscheiderischen Vorhersage als Konstante zur Berechnung der horizontalen Bodenbewegungselemente angenommen wird, beeinflusst die Fehler der Vorhersage.

Den Kern der Arbeit bildet die Methode zur Simulation der bergbauinduzierten Bodenbewegungen. In der Methode werden die Bodenbewegungselemente anhand der variierten Abbau- und Gebirgsparameter simuliert. Die Parameter der Prognose werden mittels des geostatistischen Simulationsverfahrens unter der Berücksichtigung der Nachbarschaftsbeeinflussung bereitgestellt.

Angenommen, dass die im Verlauf der Bodenbewegungselemente beobachteten Abweichungen ausschließlich durch die auf dem Niveau des Abbaus vorhandenen Ungleichheiten verursacht werden, wird mit Hilfe des Simulationsverfahrens untersucht, wie sich im Senkungsprozess diese Ungleichheiten auf den Verlauf der Bodenbewegungselemente auswirken.

Die vorgestellte Methode, mit der sich die dynamischen Bodenbewegungen erfassen lassen, liefert neben dem durchschnittlichen Verlauf eines Bodenbewegungselementes, das Konfidenzintervall und die Überschreitungswahrscheinlichkeit eines angenommenen Schwellenwertes.

Mittels der Ausgleichsrechnung wurde der Zusammenhang zwischen der Variabilität der Parameter des Simulationsverfahrens und der Variabilität der Senkung untersucht.

Die vorgestellte Simulationsmethode kann als ein Werkzeug zur markscheiderischen Vorhersage benutzt werden, bei der die Variabilität der in der markscheiderischen Vorausberechnung benutzten Parameter als Unsicherheitsmaß der Annahmen berücksichtigt werden kann.

Quellenverzeichnis

- AKIN, H., SIEMENS, H. (1988) *Praktische Geostatistik: Eine Einführung für den Bergbau und die Geowissenschaften*. Springer Verlag, Berlin.
- AVIERSHIN, S.G. (1947): *Sdwizenije gornych porod pri podziemnych razrabotkach* (rus.). *Ugletiechiezdat*, Moskau.
- BACHMANN, F., SCHÄRER H., WILLIMANN, L-S. (1996): *Mathematik mit MATLAB Aufgaben und Lösungen*, Hochschulverlag AG an der ETH Zürich.
- BANASIAK, K., KURPINSKI, R u. a. (1995): *Problematyka ochrony powierzchni w górnictwie miedziowym* (poln.), *III Dni Miernictwa Górniczego i Ochrony Terenów Górniczych*, Ustroń Zawodzie.
- BALS, R. (1931): *Beitrag zur Frage der Vorausberechnung bergbaulicher Senkungen*, *Mitteilungen aus dem Markscheidewesen* 38, S. 98-111.
- BATKIEWICZ, W. (1971): *Odchylenia standardowe poeksploatacyjnych deformacji górotworu* (poln.). *Prace Komisji Górniczo-Geodezyjnej. Geodezja 10*. Kraków.
- BATKIEWICZ, W. (1976): *Ochrona obiektów inżynierskich przed szkodami górnictwem w oparciu o metody statystyki matematycznej* (poln.), *Zesz. Nauk. AGH, Geodezja, Heft 31*, S. 15-34. Kraków.
- BIRAN, A., BREINER, M. (1999): *MATLAB 5 für Ingenieure - Systematische und praktische Einführung*, Addiaian-Wesley Verlag.
- BLEINES, C., DERAISME, J., u a. (2002): *ISATIS, Isatis Software Manual, 4-th Edition*, Geovariances & Ecole des Mines de Paris, Paris.
- BUDRYK, W. (1953): *Wyznaczenie wielkości poziomych odkształceń terenu* (poln.), *Arch. Górn. i Hutn. T. I, H. 1*, S. 63-74.
- BUTRA, J., KICKI, J. (red.) (2003): *Ewolucja technologii eksploatacji złóż rud miedzi w polskich kopalniach* (poln.), Biblioteka Szkoły Eksploatacji Podziemnej, Kraków.
- CHILES; J-P., DELFINER; P (1999): *Geostatistics*, Wiley Verlag, New York.
- CRESSIE, N. (1991): *Statistics for Spatial Data*. A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons, INC., New York u.a.
- DEUTSCH, C., JOURNEL, A. (1998): *GSLIB Geostatistical software library and user's guide*, Oxford Univ. Pr., New York.
- DŻEGNIUK, B., FENK, J., PIELOK, J (1987): *Analyse und Prognose von Boden- und Gebirgsbewegungen im Flözbergbau. Freiburger Forschungshefte A 729, Bergbau und Geotechnik, Markscheidewesen*. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig.
- EHRHARDT, W., SAUER, A. (1961): *Die Vorausberechnung von Senkung, Schiefelage und Krümmung über dem Abbau in flacher Lagerung*, *Bergbauwissenschaften* 8 (1961), H. 18.
- GRÜN, E. (1998): *Planung von Hochleistungsstreben unter Berücksichtigung der Umweltverträglichkeit in bezug auf Bauwerksprophylaxe und Bergschadenserwartung*, *Freiburger Forschungshefte, A 847 Bergbau und Geotechnik*, TU Bergakademie Freiberg.
- HEGEMANN, M. (2003): *Ein Beitrag zur Vorausberechnung horizontaler Bodenbewegungen im Steinkohlenbergbau*, Dissertation TU Bergakademie Freiberg. Schriftenreihe des Institutes für Markscheidewesen und Geodäsie an der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, H. 2003-2, Verlag Glückauf GmbH – Essen.
- HEJMANOWSKI, R. (red.) (2001): *Prognostowanie deformacji górotworu i powierzchni terenu na bazie uogólnionej teorii Knothego dla złóż surowców stałych, ciekłych i gazowych* (poln.), Biblioteka Szkoły Eksploatacji Podziemnej, Kraków.
- HEJMANOWSKI; R: (2004): *Czasoprzestrzenny opis deformacji górotworu wywołanych filarowo-komorową eksploatacją złoża pokładowego* (poln.), *Rozprawy Monografie, H 131*, Uczelniane wydawnictwa naukowo-dydaktyczne AGH, Kraków.
- ISAAKS, E., SRIVASTAVA, R. (1989): *Applied geostatistics*, Oxford Univ. Pr., New York.
- JOURNEL, A., HUIJBREGTS, CH. J. (1981): *Mining geostatistics*, Academic Press, London.
- KATELOE, H-J. (2002): *Lineare Modellierung der durch Abbaugeschwindigkeit und Abbaustillstände charakterisierten zeitlichen Senkungsmulde in einem stochastischen Medium*, Dissertation RWTH Aachen, Verlag Mainz, Wissenschaftsverlag, Aachen.
- KEINHORST, H. (1925): *Die Berechnung der Bodensenkungen im Emschergebiet*, *Festschrift 25 Jahre Emschergerossenschaft*, Essen, S. 347-350.
- KLEIN, G. (1979): *Możliwości określenia stanu deformacji w górotworze naruszonym eksploatacją górnictwem, rozpatrywanym jako środek stochastyczny* (poln.), *Zeszyty Naukowe AGH, Geodezja*, Kraków
- KNOTHE, S. (1953): *Równanie profilu ostatecznie wykształconej niecki osiadania* (poln.). *Arch. Górn. Hutn. H 1*, S. 50-62.

- KNOTHE, S. (1984): *Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej* (poln.). Wyd. Śląsk. Katowice.
- KOWALSKI, A. (1985): Zmienność parametru zasięgu wpływów głównych w górotworze (poln.). *Ochr. Ter. Górn. Nr 72/2*, S. 17-23.
- KRATZSCH, H. (1997): *Bergschadenkunde*. Deutscher Markscheider-Verein e.V. Bochum.
- KRATZSCH, H. (2002): Die wachsende Bergschadenaversion – Ursachen und Maßnahmen. 3. *Geokinematischer Tag, Schriftenreihe des Institutes für Markscheidewesen und Geodäsie an der Technischen Universität Bergakademie Freiberg*, Verlag Glückauf GmbH – Essen.
- KRZYSZTOŃ, D. (1965): Parametr zasięgu niecek osiadania w ośrodku sypkim (poln.), *Arch. Górn. H 1*, S. 29-51.
- LITWINISZYN, J. (1956): Gebirgsbewegungen über einem Abbau als stochastischer Prozess aufgefasst. *Freiberger Forschungshefte, C 22*, S. 45-64.
- LITWINISZYN, J. (1956): Zastosowanie równań procesów stochastycznych do mechaniki górotworu (poln.). *Arch. Górn., H. 3*, S. 243-267.
- LITWINISZYN, J., MACZYŃSKI, J., SMOLARSKI, A. (1956): O pewnych eksperymentalnych badaniach nad zastosowaniem piasku jako ośrodka stochastycznego (poln.). *Arch. Górn.* 1956, T. I, H. 3.
- LITWINISZYN, J. (1958): *Statistische Methoden in der Gebirgsmechanik*. Akademie-Verlag, Berlin, S. 93-101.
- LOOS, W. (1960): Die Ausbildung der Senkungsmulde im Saarbergbau, *Mitt. Markscheidewesen 67*, 266/65.
- MENZ, J. (1981): *Die Bedeutung der Geostatistik für das Markscheidewesen*. Vortrag 14. Fachtagung Markscheidewesen in Gera.
- MENZ, J. (1990): *Anwendung der Geostatistik zur Gebirgs- und Lagerstättegeometrisierung*. Monographie und Studienhilfe, TU Bergakademie Freiberg.
- MENZ, J. (1991): *Gebirgs- und Lagerstättegeometrie*. Monographie und Studienhilfe, TU Bergakademie Freiberg.
- MENZ, J., PILZ, J. (1994): Kollokation, Universelles Kriging und Bayesscher Zugang, *Das Markscheidewesen 101*, Essen (Verlag Glückauf GmbH).
- MENZ, J. (1999): Forschungsergebnisse zur Geomodellierung und ihre Bedeutung. – Vortrag, Geo-Berlin'98, Symposium Geoinformatik und Modellierung, *Mathematische Geologie, Band 4*, S. 19-30, Dresden, C-Press Verlag.
- MENZ, J. (2000): Angewandte Geostatistik in Bergbau, Geologie, Geophysik, Geodäsie und Umweltschutz, *Mathematische Geologie, Band 5*, C-Press Verlag, Dresden
- MENZ, J. (2001): Vorlesung zur Geomodellierung, TU Bergakademie Freiberg
- NAWORYTA, W. (2004): Geostatistische Genauigkeitsuntersuchungen zur markscheiderischen Vorausberechnung horizontaler Gebirgsbewegungen, 5. *Geokinematischer Tag, Schriftenreihe des Institutes für Markscheidewesen und Geodäsie an der Technischen Universität Bergakademie Freiberg*, Verlag Glückauf GmbH – Essen.
- NIEDOJADŁO, Z. (1984): *Model funkcjonalny przemieszczenia punktów nad eksploatacją górniczą* (poln.), Dissertation AGH Kraków, (nicht veröffentlicht).
- NIEDOJADŁO, Z., PIWOWARSKI, W. (1990): Ein Vorschlag zur genaueren Berechnung horizontaler Verschiebungen und Verformungen nach der Theorie von Knothe, *Neue Bergbautechnik 20, Heft 7*.
- NIEMEIER, W. (2002): *Ausgleichsrechnung*. Walter de Gruyter, Berlin-New York.
- NOFAL, S. (2003): Zależność między promieniem zasięgu eksploatacji górniczej a zasięgiem (progiem) semiwariogramu zmienności wskaźników deformacji powierzchni terenu (poln.). *Geodezja 2003, T.9, H.2/1*.
- PIELOK, J. (1982): Über die zeitliche Wiederholung von Deformationsmessungen im Bergsenkungsgebiet und die Auswahl der Basisgrößen. *Das Markscheidewesen 89*, S. 105-107.
- POPIOLEK, E. (1976): Rozproszenie statystyczne odkształceń poziomych terenu w świetle geodezyjnych obserwacji skutków eksploatacji górniczej (poln.). *Zeszyty Naukowe AGH Nr 594*, Kraków.
- POPIOLEK, E. (1977): Próba oceny dokładności prognozowania maksymalnych poeksploatacyjnych odkształceń poziomych terenu (poln.), *Ochr. Ter. Górn. Nr 39*.
- POPIOLEK, E., GREŃ, K. (1983): *Wpływ eksploatacji górniczej na powierzchnię i górotwór* (poln.), Skrypt AGH Nr 889, Kraków.
- POPIOLEK, E. (1995): Über die Genauigkeit der Vorausberechnungen von Deformationskennziffern der Tagesoberfläche, Rudarsko-metalurški zbornik, Vol. 42, S. 43-48.
- POPIOLEK, E., HEJMANOWSKI, (1999): Über die Genauigkeit der Vorausberechnung von Bodenbewegungselementen der Tagesoberfläche im polnischen Steinkohlenbergbau. *Aachener Bergschadenkundliches Kolloquium, „Bergbauinduzierte Gebirgs- und Bodenbewegungen“*, S. 110-116. Aachen.
- POPIOLEK, E., OSTROWSKI, J. (1978): Zależność między nachyleniem i wydłużeniem względnym w ostatecznie wykształconych nieckach osiadania (poln.), *Ochr. Ter. Górn. Nr 46*, Katowice.

-
- PREUßE, A. (1990): *Markscheiderische Analyse und Prognose der vertikalen Beanspruchung von Schachtsäulen im Einwirkungsbereich untertägigen Steinkohlenabbaus*, Dissertation TU Clausthal.
- ROGOSZ, Z. (1991): Prędkość przemieszczania się frontu eksploatacji a odkształcenia poziome powierzchni (poln.). *Przegląd Górniczy*, S. 8-13.
- SROKA, A. (1976): Przybliżona metoda określania przemieszczeń punktów górotworu i powierzchni dla małych, regularnych pól eksploatacyjnych (poln.). *Zeszyty Naukowe AGH, Geodezja, H. 46*, S. 81-95, Kraków.
- SROKA, A. SCHOBER, F. (1986): Beitrag zur Vorausberechnung von Bodenbewegungselementen für rechteckige Abbaufelder Teil I, *Das Markscheidewesen 93, Nr. 4*
- SROKA, A. SCHOBER, F. (1987): Beitrag zur Vorausberechnung von Bodenbewegungselementen für rechteckige Abbaufelder Teil II, *Das Markscheidewesen 94, Nr. 1*.
- SZPETKOWSKI, S. (1972): Kształtowanie się wartości wskaźników poziomych odkształceń właściwych na podstawie obserwacji z terenów kilku zagłębi górniczych (poln.), *Prace Kom. Górn.-Geod., Górnictwo 11*, S. 29-43.
- SZPETKOWSKI, S. (1974): Wyznaczanie największych obniżeń górotworu i powierzchni przy pełnej eksploatacji stropu i z podszatką hydrauliczną (poln.), *Ochr. Ter. Górn. 1974 Nr 29*.
- SZPETKOWSKI, S. (1979): Horizontale Verschiebungen und Verformungen der Geländeoberfläche nach den W. Budryks Formeln und nach den Untersuchungen des Verfassers, *Arch. Górn., Band 24, H. 4*. S. 387-403
- RÖTTIG, A. (1997): *Gradientenkriging – eine integrierende geostatistische Methode zur einheitlichen Auswertung von absoluten und relativen Messdaten*. Dissertation TU Bergakademie Freiberg.
- TONN, F. (1996): *Anwendung der geostatistischen Simulation zur computergestützten Generierung praxisnaher Erkundungsdaten*, Dissertation TU Bergakademie Freiberg.
- WACKERNAGEL, H. (1995): *Multivariate Geostatistics*. Springer-Verlag, Berlin.
- WÄLDER, O. (2003): Ein Modell zur Beschreibung von räumlich-zeitlichen bergbauinduzierten Bodenbewegungen, 3. *Geokinematischer Tag, Schriftenreihe des Institutes für Markscheidewesen und Geodäsie an der Technischen Universität Bergakademie Freiberg*, H. 2002-1, Verlag Glückauf GmbH – Essen.

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1-1	Die verschiedenen Arten der Abbaueinwirkung auf die Erdoberfläche (Kratzsch 1997).	6
Abb. 1-2	Auswirkung der Bergbautätigkeit auf die bebaute Tagesoberfläche (Kratzsch 1997).	7
Abb. 1-3	Die Bodenbewegungselemente über einer Abbauvollfläche. Linke Hälfte: Lotrechte Elemente (Senkung, Schiefelage, Krümmung); rechte Hälfte: Waagerechte Elemente (Verschiebung, Zerrung, Pressung), (Kratzsch 1997).	8
Abb. 1-4	Ursache – Übertragung – Wirkung.	9
Abb. 1-5	Beobachtete und durchschnittliche Verläufe der Senkungen, Zerrungen und Pressungen (Popiołek, Hejmanowski 1999).	11
Abb. 1-6	Differenzen [mm/m] zwischen den beobachteten und prognostizierten maximalen Werten der relativen horizontalen Längenänderungen (nach Szpetkowski 1979).	13
Abb. 3-1	Transitivitätsprinzip (aus Kateloe 2002)	19
Abb. 3-2	Senkungsfunktion $S(x)$ und Einflussfunktion $f(x)$ nach Knothe (Dzegniuk/Fenk/ Pielok 1987). ..	23
Abb. 3-3	Der Abbau in der idealisierten Form einer Vollfläche.	25
Abb. 3-4	Verlauf des Senkungsprozesses in der Zeitfunktion. Drei Kurven entsprechen den drei verschiedenen Werten des Zeitfaktors c	28
Abb. 3-5	Abhängigkeit der Ausdehnung der Senkungsmulde ($\tan \gamma$) von den Eigenschaften des Gebirges, die mit dem Quotient n (3.41) definiert sind. Die Analyse umfasst Daten aus 49 Senkungsmulden (Daten aus Popiołek 1976).	31
Abb. 3-6	Die festen Schichten (z.B. Karbon) mit der Mächtigkeit $M_K=N-H$ und das lockere Deckgebirge $M_D=N$ über einer Lagestätte.	32
Abb. 3-7	Die Ableitung von $B(z)$ aus der Volumengleichheit der Flächen PQR und QST (nach Budryk 1953)	33
Abb. 3-8	Parameter des Verfahrens nach Erhard/Sauer (Sroka, Schober 1986)	37
Abb. 4-1	Zerrung und Pressung – Beobachtete Werte, Regressionskurve und das Modell	40
Abb. 4-2	Relative horizontale Längenänderung – Messergebnis mit Messfehlerbalken. Beispiel aus dem Steinkohlenbergbau.	41
Abb. 4-3	Relative horizontale Längenänderung mit einer Störgröße an der Stelle $x=19\ 348\ m$, deren Ursache in der vom Abbau unabhängigen Verschiebung des Messpunktes liegt. Beispiel aus LGOM.	42
Abb. 4-4	Die Standardabweichung der gemessenen relativen horizontalen Längenänderung. Die Kurven stellen die Größe des theoretischen Messfehlers s_e (4.3) für den Streckenmessungsfehler $s_l=3$ und $s_l=5\ mm$ dar. Daten aus (Popiołek 1976).	44
Abb. 4-5	Einfluss der Messbasislänge auf das Messergebnis der relativen horizontalen Längenänderung. Simulation für $l=15\ m$	47
Abb. 4-6	Einfluss der Messbasislänge auf das Messergebnis der relativen horizontalen Längenänderung. Simulation für $l=50\ m$	47
Abb. 5-1	Der Mechanismus der Entstehung der bergbaubedingten Verformungen an der Tagesoberfläche, a) die Zerrungen ($AB < A'B'$), b) die Pressungen ($AB > A'B'$). (nach Batkiewicz 1971).	49
Abb. 5-2	Messwerte, Regressionskurve und Modell der relativen horizontalen Längenänderung (Untersuchungen von Popiołek wurden auf sich auf die Zerrungszone beschränkt).	52
Abb. 6-1	Empirische Standardabweichung der Zerrung als Funktion der maximalen approximierten Zerrung. Streudiagramm mit der exponentiellen Regressionskurve.	59
Abb. 6-2	Empirische Standardabweichung der Zerrung als Funktion der maximalen approximierten Zerrung. Streudiagramm mit der exponentiellen Regressionskurve in der logarithmischen Skala.	60
Abb. 6-3	Inverse Abhängigkeit der empirischen Standardabweichung der Zerrung von der Abbauteufe. Streudiagramm mit Regressionskurve.	61
Abb. 6-4	Inverse Abhängigkeit der empirischen Standardabweichung der Zerrung von dem Haupteinwirkungswinkel nach Knothe. Streudiagramm mit der Regressionskurve.	61
Abb. 6-5	Empirische Standardabweichung der Zerrung und beobachtete maximale Senkung s_{max} . Streudiagramm.	62
Abb. 6-6	Die empirische Standardabweichung der Zerrung und die Mächtigkeit des lockeren Deckgebirges. Streudiagramm.	62
Abb. 7-1	Das standardisierte empirische Variogramm.	66
Abb. 7-2	Das sphärische und Gaußsche Modell des Variogramms	67

Abb. 8-1	System der Messlinien mit den Senkungsgleichen im polnischen Kupfererzabbaurevier (LGOM).	79
Abb. 8-2	NW-SO Senkungsprofil über das System der Senkungsmulden in LGOM.	80
Abb. 8-3	Das Profil einer Senkungsmulde im Randbereich - Messergebnis.	80
Abb. 8-4	Die aus der Senkungsmessung abgeleitete Schiefelage.	81
Abb. 8-5	Krümmung - Zweite Ableitung der gemessenen Senkung.	81
Abb. 8-6	Die aus der gemessenen Längenänderungen abgeleitete horizontale Verschiebung.	82
Abb. 8-7	Relative horizontale Längenänderung.	82
Abb. 8-8	Das für zwei Richtungen X und Y berechnete empirische Variogramm der Senkung (links). Die Linien ZX und ZY sind die Achsen des transformierten Koordinatensystems, wobei die Richtung Y der Lage der meisten Messlinien entspricht (rechts).	83
Abb. 8-9	Die empirische Variogrammfunktion der Senkung. Die gestrichene Linie stellt das Niveau der gesamten Varianz der Senkungswerte dar.	84
Abb. 8-10	Das empirische Variogramm der relativen horizontalen Längenänderung. Die gestrichelte Linie stellt das Niveau der gesamten Varianz der untersuchten Werte dar.	85
Abb. 8-11	Einteilung des untersuchten Messgebietes.	87
Abb. 8-12	Zusammenhang zwischen der Variabilität der relativen horizontalen Längenänderung und der Größe der Zerrung und der Pressung (Tab. 8-4). Jeder Punkt repräsentiert den Mittelwert einer Klasse. An die Werte wurde eine parabolische Trendkurve angepasst.	91
Abb. 8-13	Das empirische Variogramm mit dem Modell für die Werte der relativen horizontalen Längenänderung im Wertebereich von $-0,5$ bis $0,5$ mm/m. Gesamte Varianz $s^2(\mathbf{e})=0,07$ (mm/m) ² , Mittelwert $\mu(\mathbf{e})=0,01$ mm/m, Nuggetvarianz $\chi(0)=0,02$ (mm/m) ²	92
Abb. 8-14	Das Variogramm der relativen horizontalen Längenänderung im ganzen Untersuchungsgebiet (links) und das sphärische Modell mit der Nuggetvarianz $\chi(0)=0,018$ (mm/m) ² und der effektiven Reichweite $R=653$ m (rechts).	93
Abb. 8-15	Variogramme der Zerrung (links) und Pressung (rechts) getrennt berechnet für das gesamte Untersuchungsgebiet. Es wird auch die zur Berechnung der Variogrammwerte benutzte Anzahl der einbezogenen Punktepaare angegeben.	93
Abb. 8-16	Das empirische Variogramm für die ausgefilterten kleinen Werte der Längenänderung (von – $0,34$ mm/m bis $0,26$ mm/m) mit dem angepassten sphärischen Modell. Nuggetvarianz $\chi(0)=0,006$ (mm/m) ²	95
Abb. 8-17	Senkung S , Schiefelage T und horizontale Verschiebung U . Die Schiefelage wurde mit dem Faktor 100 multipliziert. Ein Messergebnis aus einer Messlinie, die über zwei benachbarten Senkungsmulden angelegt wurde - Beispiel.	96
Abb. 8-18	Das Streudiagramm der Schiefelage T und der horizontalen Verschiebung U (links). Streudiagramm nach der Filterung der Ausreißer (rechts).	97
Abb. 8-19	Quotienten B nach Betrag – Kastendiagramm. Es werden Median, Viertelwerte und die Ausreißer dargestellt [m].	98
Abb. 8-20	Das Streudiagramm – relative horizontale Längenänderung und Quotienten B (nach Betrag). Die Kurve zeigt die für 10 Klassen der Längenänderung berechneten Mittelwerte B . Die Zahlen entsprechen der Anzahl der für die Mittelwertberechnung einbezogenen Punkte.	99
Abb. 8-21	Die Quotienten $B=U/T$ im gesamten Abbaueinflussgebiet. Die Interpolation mit der Methode Inverse Distanz.	100
Abb. 9-1	Schema des Simulationsverfahrens.	104
Abb. 9-2	Ein simulierter Senkungstrog eines Abbauelementes.	106
Abb. 9-3	Eine simulierte Senkungsmulde.	106
Abb. 9-4	Schema des Abbaus mit den aus den Streifen EAE resultierenden elementaren Senkungströgen. M_i – Mächtigkeit des Flözes in i -EAE, r_i – Gebirgsparameter für i -EAE (hier: Haupteinwirkungsradius), d – Breite der Abbaufont, Δx – Abbaufortschritt.	108
Abb. 9-5	Die für die nachstehend simulierten Beispiele der Flözmächtigkeit angewandten Variogrammmodelle. Das sphärische Variogramm mit der Reichweite $a_1=25$ m (links), das sphärische Variogramm mit Reichweite $a_2=50$ m (Mitte) und das Gaußsche Variogramm mit der Reichweite $a_3=50$ m (rechts).	110
Abb. 9-6	Die simulierte Mächtigkeit des Flözes. Die unabhängigen Stützwerte wurden auf $dx=100$ m und $dy=100$ m Gitter mit dem Zufallsgenerator aus dem Mittelwert $\mu(M)=1$ m und der Standardabweichung $\sigma(M)=0,1$ m erzeugt. Für das geostatistische Simulationsverfahren wurde ein sphärisches Variogramm mit der Reichweite $a=25$ m angewandt (vergleiche Abb. 9-5 – links).	111

Abb. 9-7	Die simulierte Mächtigkeit des Flözes. Es wurde für die bedingte Simulation ein sphärisches Variogramm mit der Reichweite $a=50\text{ m}$ angewandt (vergleiche Abb. 9-5 in der Mitte). Übrige Bedingungen wie in Abb. 9-6.	111
Abb. 9-8	Die simulierte Mächtigkeit des Flözes. Es wurde für die bedingte Simulation ein Gaußsches Variogramm mit Reichweite $a=50\text{ m}$ angewandt (vergleiche Abb. 9-5 rechst). Übrige Bedingungen wie in Abb. 9-6.	111
Abb. 9-9	Drei Profile der simulierten Flözmächtigkeiten (Abb. 9-6 bis 9-8). Die glatte durchgezogene Linie entspricht dem Verlauf der Flözmächtigkeit aus der Abb. 9-8, die gestrichelte Linie – Abb. 9-7 und die zackige durchgezogene Linie – Abb. 9-6.	112
Abb. 9-10	Dynamische Senkungskurve für den Zeitpunkt $t=1\text{ Jahr}$ und der Endzustand der Senkung – simuliertes Beispiel.	114
Abb. 9-11	Eine simulierte dynamische Senkungskurve mit der Vergleichskurve.	115
Abb. 9-12	Simulierte horizontale Verschiebung mit der Vergleichskurve.	116
Abb. 9-13	Simulierte relative horizontale Längenänderung mit der Vergleichskurve.	116
Abb. 9-14	Simulierte relative horizontale Längenänderung mit dem Effekt der Messbasislänge. Der angenommene Abstand zwischen den theoretischen Messpunkten $l=20\text{ m}$	117
Abb. 9-15	Die relative horizontale Längenänderung im Randbereich einer dynamischen Senkungsmulde. Das Ergebnis von hundert Simulationen. Die angewandten Parameter der Simulation zeigen die Tab. 9-2 und Tab. 9-3.	118
Abb. 9-16	Die aus einem Abbauelement resultierende Zerrung und Pressung. Eine Funktion für die Simulation der relativen horizontalen Längenänderung, die von der Senkung unabhängig ist.	123
Abb. 9-17	Die aus einem Abbauelement (mit der Fläche in Form eines Quadrates) resultierende Zerrung und Pressung. Eine dreidimensionale Funktion für die Simulation der relativen horizontalen Längenänderung, die von der Senkung unabhängig ist.	123
Abb. 10-1	Das Steinkohlenbergwerk Czczot. Die Abbausituation, die Abbaurichtung und die Lage der Messpunkte.	126
Abb. 10-2	Steinkohlenbergwerk Czczot - die in 9 Messepochen gemessene Senkung.	127
Abb. 10-3	Steinkohlenbergwerk Czczot - die in 9 Messepochen gemessene horizontale relative Längenänderung. Stark durchgezogene Linie entspricht der letzten Längenänderungsmessung.	127
Abb. 10-4	Statistische Charakteristik der für die bedingte Simulation notwendigen Stützwerte (links) und der anhand der Stützwerte simulierten Werte der Flözmächtigkeit $M(x,y)$ (rechst).	129
Abb. 10-5	Das relativierte Zeitmodell des Abbaus. Jede Ebene entspricht einer Abbauhöhe. Die Abbaugeschwindigkeit, die sich in der Neigung der Ebenen ausdrückt, wurde als Konstante angenommen.	130
Abb. 10-6	Die simulierte mögliche maximale Senkung $S_{max}(x,y)$. Das Produkt dreier Matrizen: der Flözmächtigkeit M_{ij} , des Absenkungsfaktors a_{ij} und der Abbaugrenzen E_{ij} . Die kantigen Linien der Abbaugrenzen sind die Folge der angenommenen Maschenweite des Gitters (hier: $10\text{ m} \times 10\text{ m}$).	131
Abb. 10-7	Die zeitliche Entwicklung einer Senkungsmulde. Simulation für Zeitpunkt t_1	132
Abb. 10-8	Die zeitliche Entwicklung einer Senkungsmulde. Simulation für Zeitpunkt t_2	132
Abb. 10-9	Die zeitliche Entwicklung einer Senkungsmulde. Simulation für Zeitpunkt t_3	133
Abb. 10-10	Die zeitliche Entwicklung einer Senkungsmulde. Simulation für Zeitpunkt t_8	133
Abb. 10-11	Profile der simulierten Senkungsmulden.	134
Abb. 10-12	Die Differenzen zwischen den simulierten Senkungsmulden $S^{sim}(x,y)$ und einer Vergleichsfläche $S^{vergl.}(x,y)$, die mit den konstanten Parametern berechnet wurden. Beispiel für eine ausgewählte Simulation.	135
Abb. 10-13	Histogramm der in der Abb. 10-12 dargestellten Differenzen. Die Höhenwerte, die sich außer des simulierten Abbaueinflussbereiches befanden, wurden in die Berechnung des Histogramms nicht mit einbezogen.	135
Abb. 10-14	Streudiagramm. Den Senkungen wurden die Abweichungen (Residuen) gegenübergestellt. Die größten Abweichungen treten im Bodenbereich der Senkungsmulde auf.	136
Abb. 10-15	Das experimentelle Variogramm der aus einer simulierten Senkungsmulde berechneten Residuen.	136
Abb. 10-16	Die beobachtete und mit den korrigierten Parametern a und γ berechneten Werte der Senkung in dem westlichen Randbereich der Senkungsmulde. Fallstudie Steinkohlenbergwerk Czczot.	142

Tabellenverzeichnis

Tab. 1-1	Statistische Durchschnittsstreuung der Bodenbewegungselemente in den polnischen Steinkohlenrevieren (Popiołek, Hejmanowski 1999).....	12
Tab. 1-2	Systematischer Fehler der Bodenbewegungselemente für die Theorie von Knothe in den polnischen Steinkohlenrevieren (Popiołek, Hejmanowski 1999).....	13
Tab. 3-1	Werte des Absenkungsfaktors in Abhängigkeit von Abbausystem (nach Szpetkowski 1972). ...	29
Tab. 4-1	Kategorisierung von Objekten in Bezug auf Bodenbewegungselemente (Grün, 1998).....	38
Tab. 5-1	Standardabweichung und Variationskoeffizient der relativen horizontalen Längenänderung in der Zerrungszone für 5 Bergbaureviere Polens (Popiołek 1976).	53
Tab. 5-2	Qualitativer Vergleich der Formeln für den Variationskoeffizient der relativen horizontalen Längenänderung.	58
Tab. 7-1	Berechnungsformeln der Modellfunktionen (Tonn 1996).....	68
Tab. 8-1	Statistik der Bodenbewegungselemente in den untersuchten Messregionen	86
Tab. 8-2	Explorative Analyse der Zerrung und der Pressung in den untersuchten Messgebieten.	87
Tab. 8-3	Variationsanalyse der Zerrung und der Pressung in den untersuchten Messgebieten anhand der Variogrammwerte für $l=48\text{ m}$	88
Tab. 8-4	Die für jeweils 3 Größenklassen der Zerrung und der Pressung berechnete Variogrammwerte. Angegebene Werte entsprechen dem kleinsten Abstand zwischen den Messpunkten $l=48\text{ m}$	90
Tab. 8-5	Die Häufigkeiten der Quotienten B (Betrag B) [m].	98
Tab. 8-6	Statistische Charakteristika der für drei Varianten der Filterung T und U berechneten Quotienten $B=U/T$ in LGOM.	101
Tab. 9-1	Ergebnisse der Simulation (Abb. 9-15).....	119
Tab. 9-2	Abbau- und Gebirgsparameter, angenommene Daten für die Simulation.....	120
Tab. 9-3	Die Daten für die Berechnung der Bodenbewegungselemente	120
Tab. 10-1	Die angenommene Parameter zur Simulation	129

Anlage 1

Senkungen, Schiefelage und Krümmungen mit ihren zugehörigen empirischen Kovarianzfunktionen für 3 Varianten der Abbaulänge c

Bedeutung der angewandten Bezeichnungen

c - die Abbaulänge in m, $c = 2,8R+d$

d – Parameter der Abbaulänge in m

R - Haupteinwirkungsradius nach Knothe in m

Variante	\bar{S} [mm]	σ_s^2 [mm ²]	σ_T^2 [(mm/m) ²]	σ_K^2 [(mm/m ²) ²]
d=0	-500	169570	6,3	0,00049
d=2,8R	-667	168406	4,2	0,00033
d=5,6R	-750	147064	3,2	0,00025

Tab. A-1-1 Mittelwerte und Varianzen

Variante	Senkung	Schiefelage	Krümmung
d=0	230	295	110
d=2,8 R	290	350	110
d=5,6 R	300	375	110

Tab. A-1-2 Reichweite h_0 bis zum ersten Nulldurchgang der Kovarianzfunktion [m].

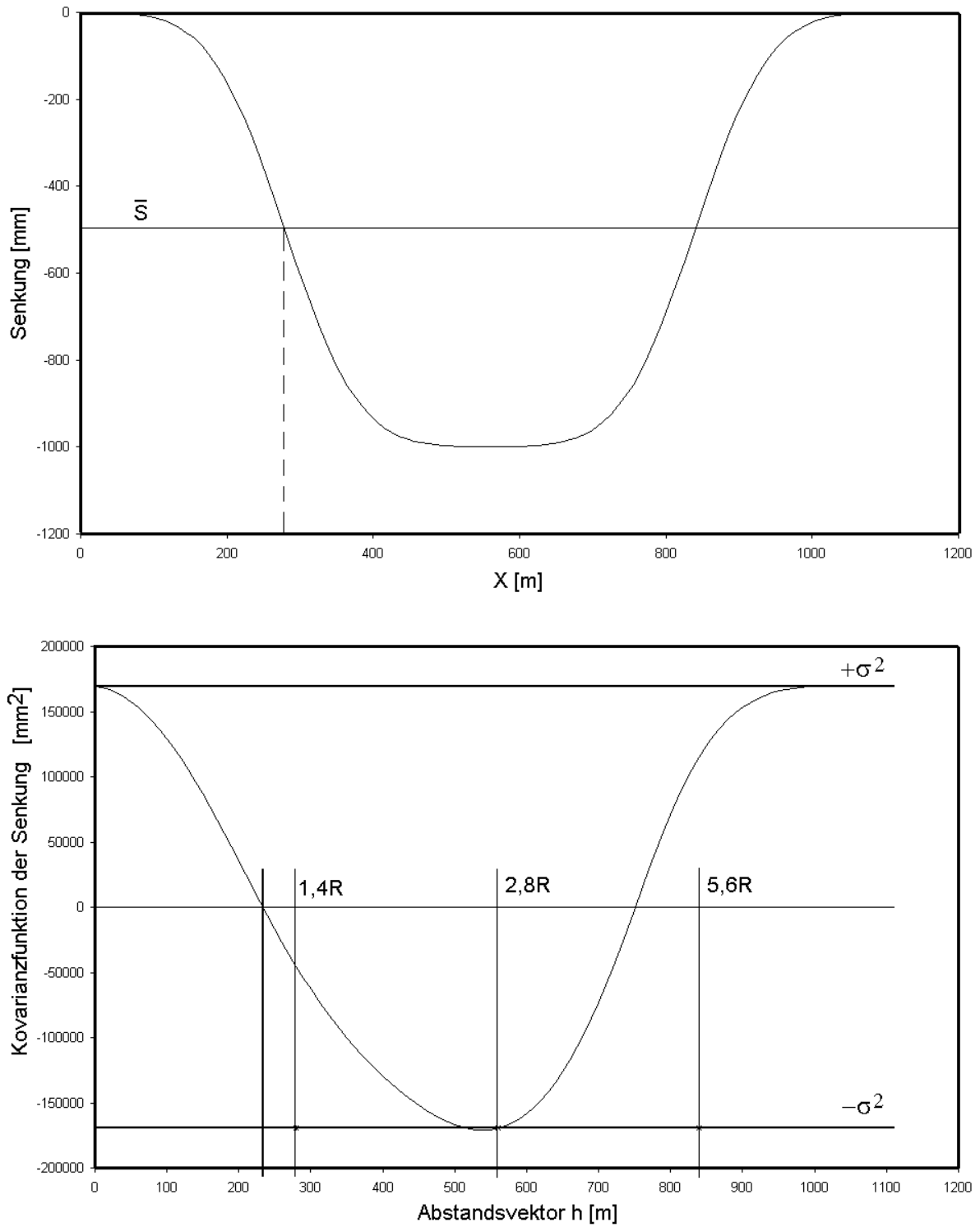


Abb. A-1-1 Senkung und Kovarianzfunktion der Senkung, $d=0$

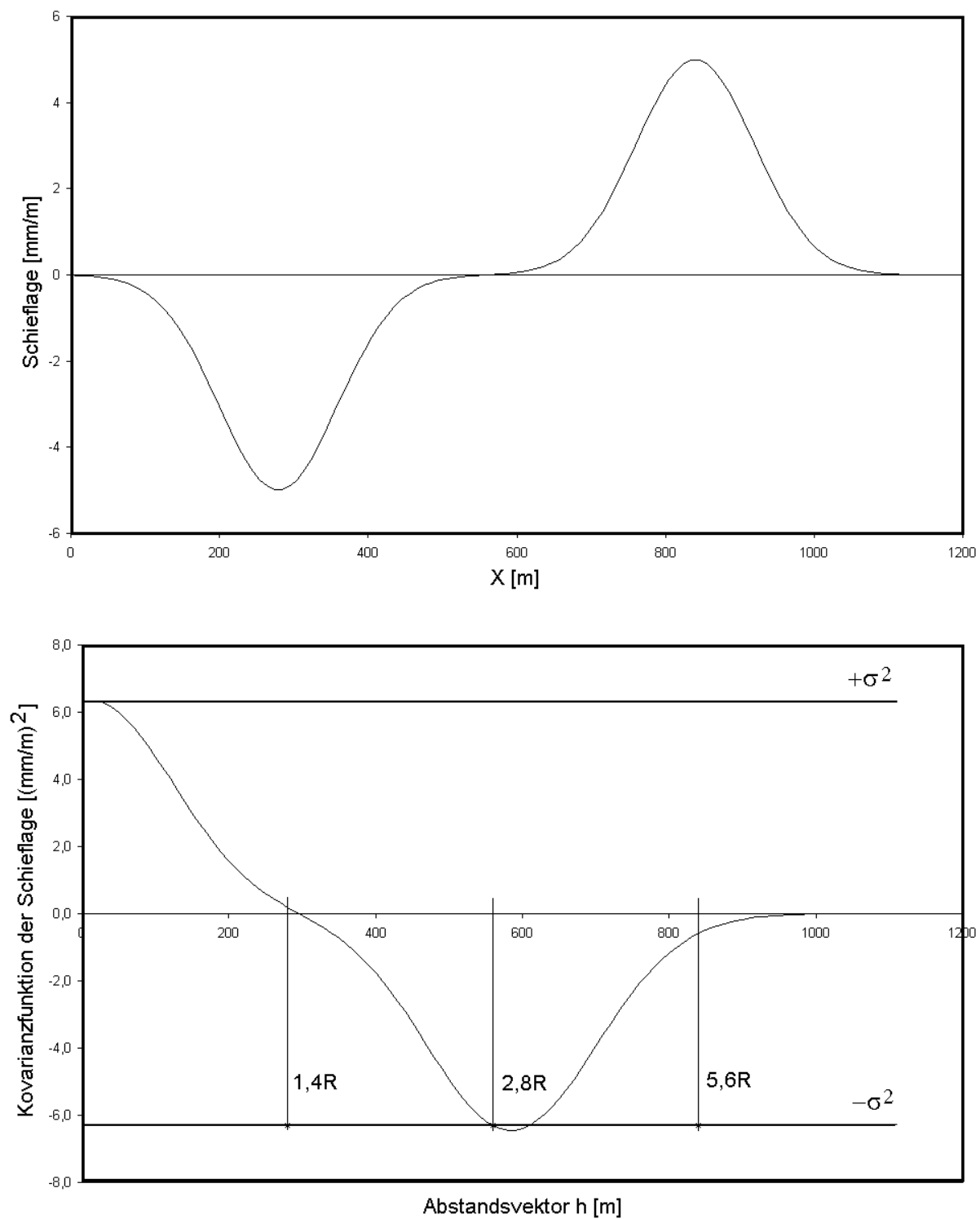


Abb. A-1-2 Schieflage und Kovarianzfunktion der Schieflage, $d = 0$

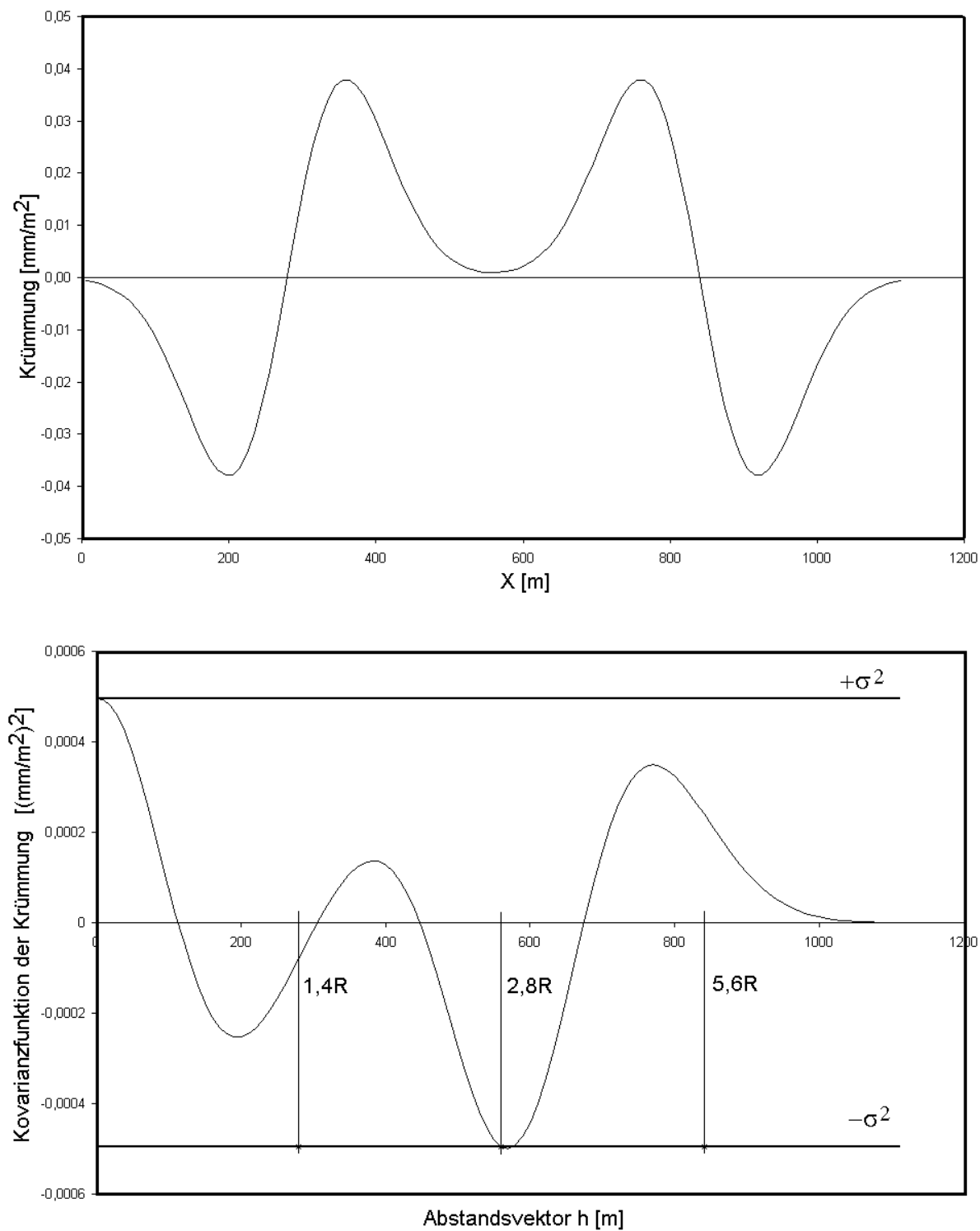


Abb. A-1-3 Krümmung und Kovarianzfunktion der Krümmung $d = 0$

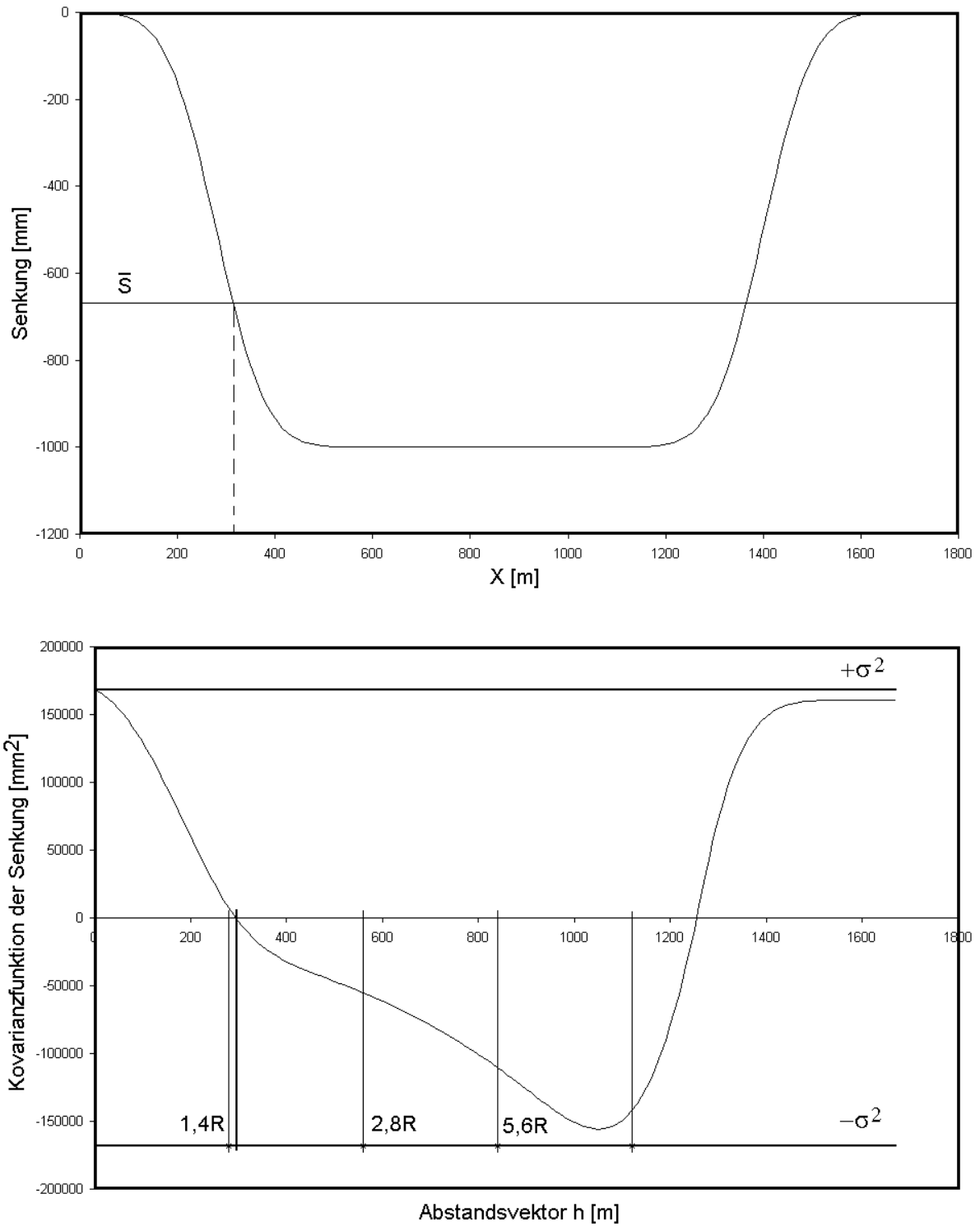


Abb. A-1-4 Senkung und Kovarianzfunktion der Senkung, $d = 2,8 R$

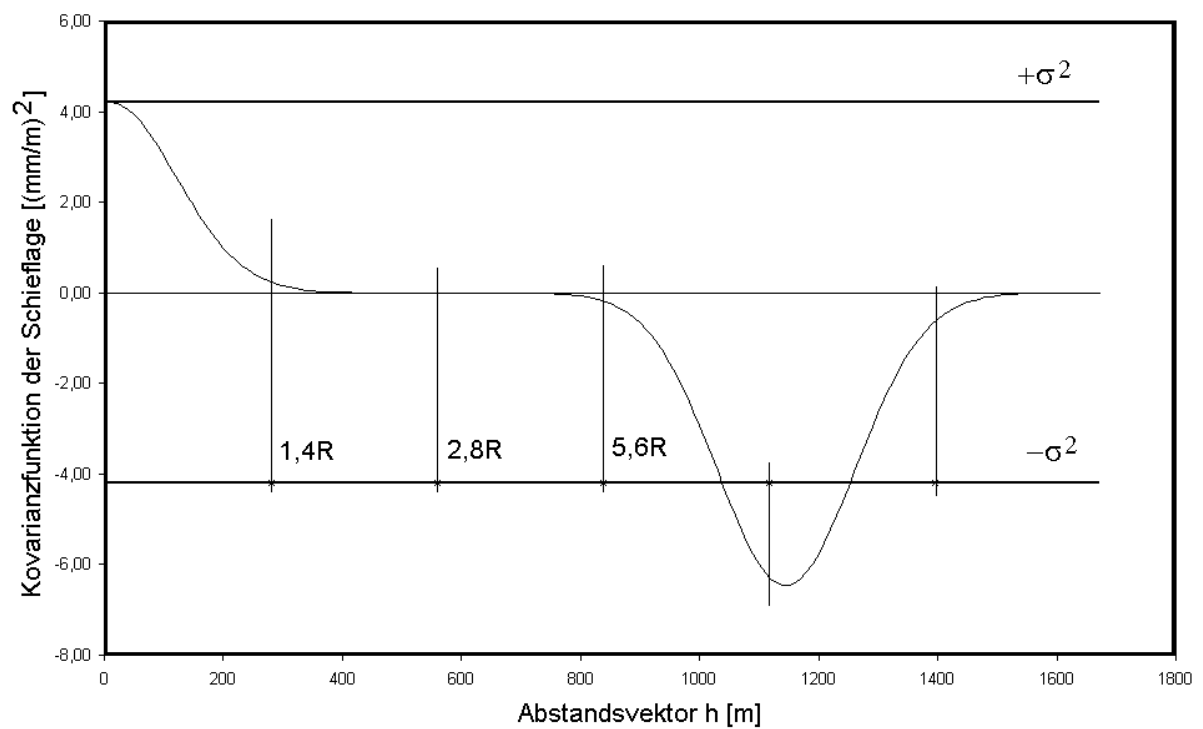
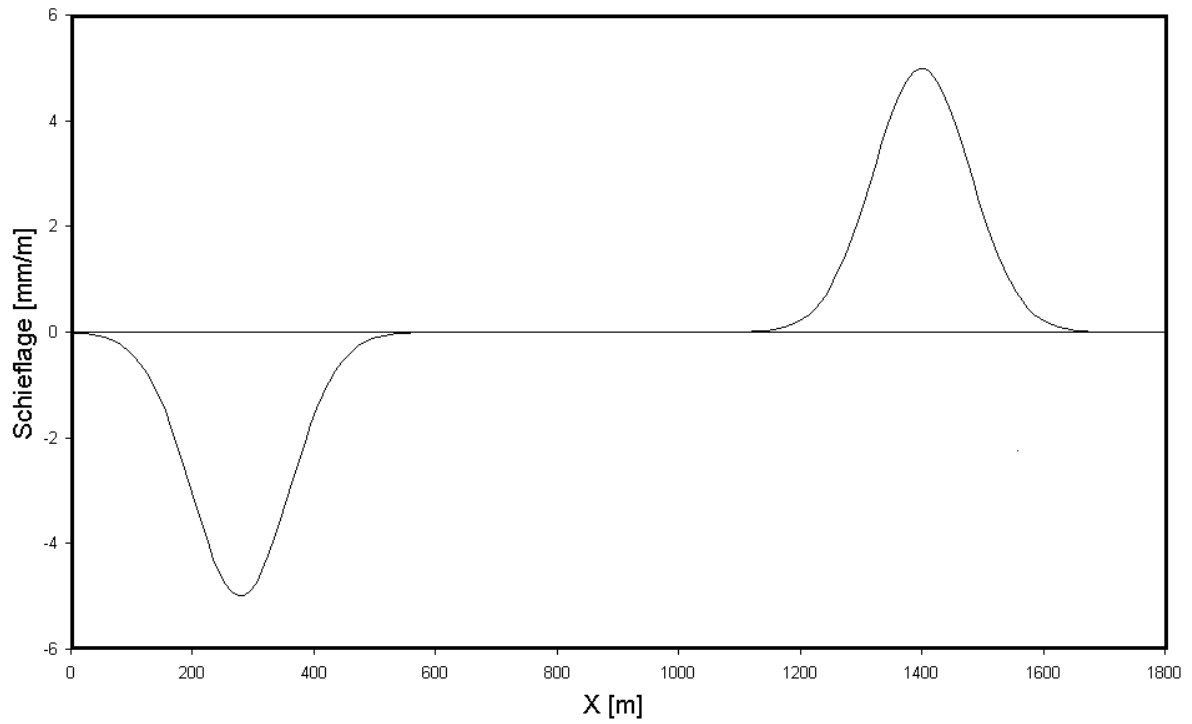


Abb. A-1-5 Schieflage und Kovarianzfunktion der Schieflage, $d = 2,8R$

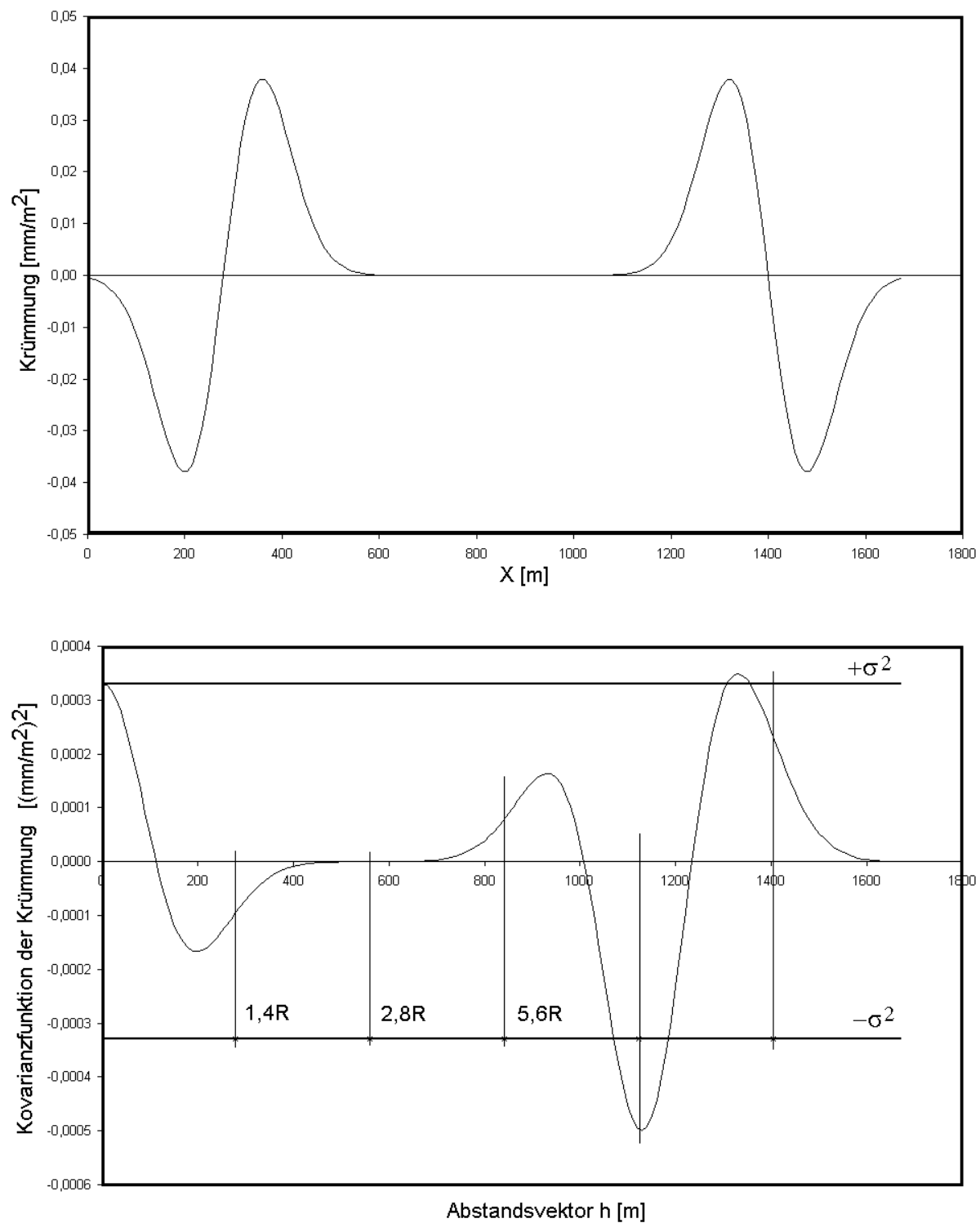


Abb. A-1-6 Krümmung und Kovarianzfunktion der Krümmung, $d = 2,8 R$

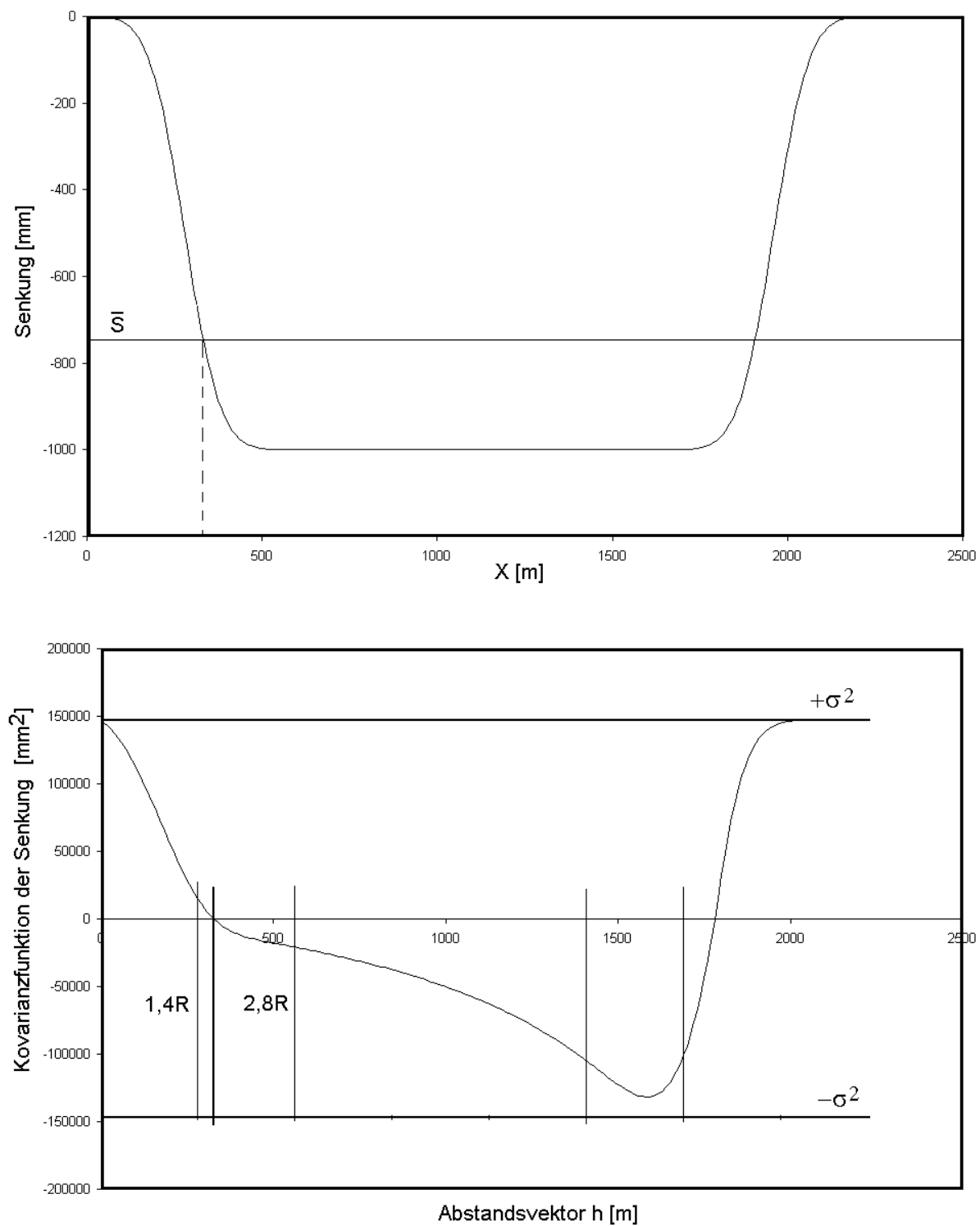


Abb. A-1-7 Senkung und Kovarianzfunktion der Senkung, $d = 5,6 R$

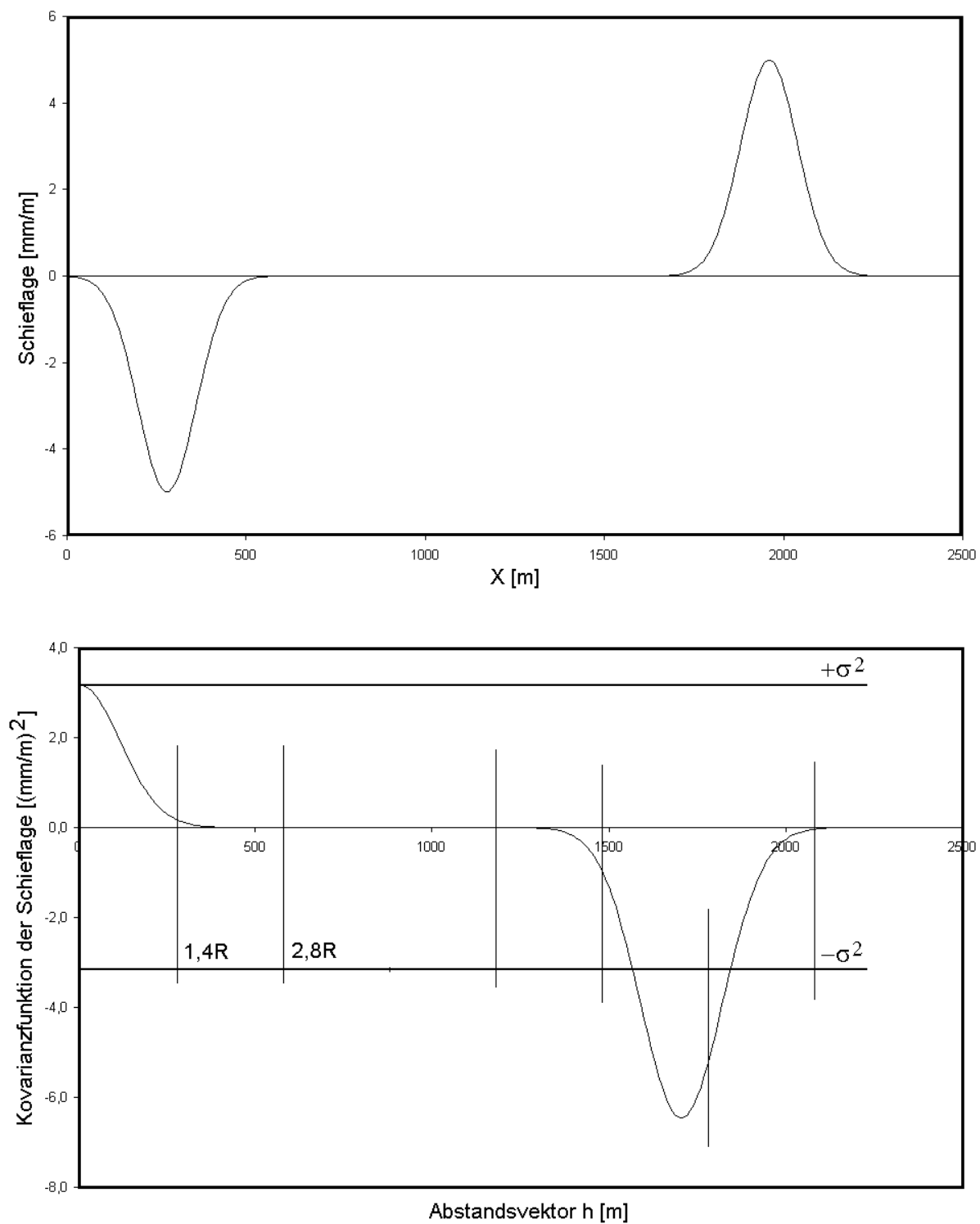


Abb. A-1-8 Schieflage und Kovarianzfunktion der Schieflage, $d = 5,6 R$

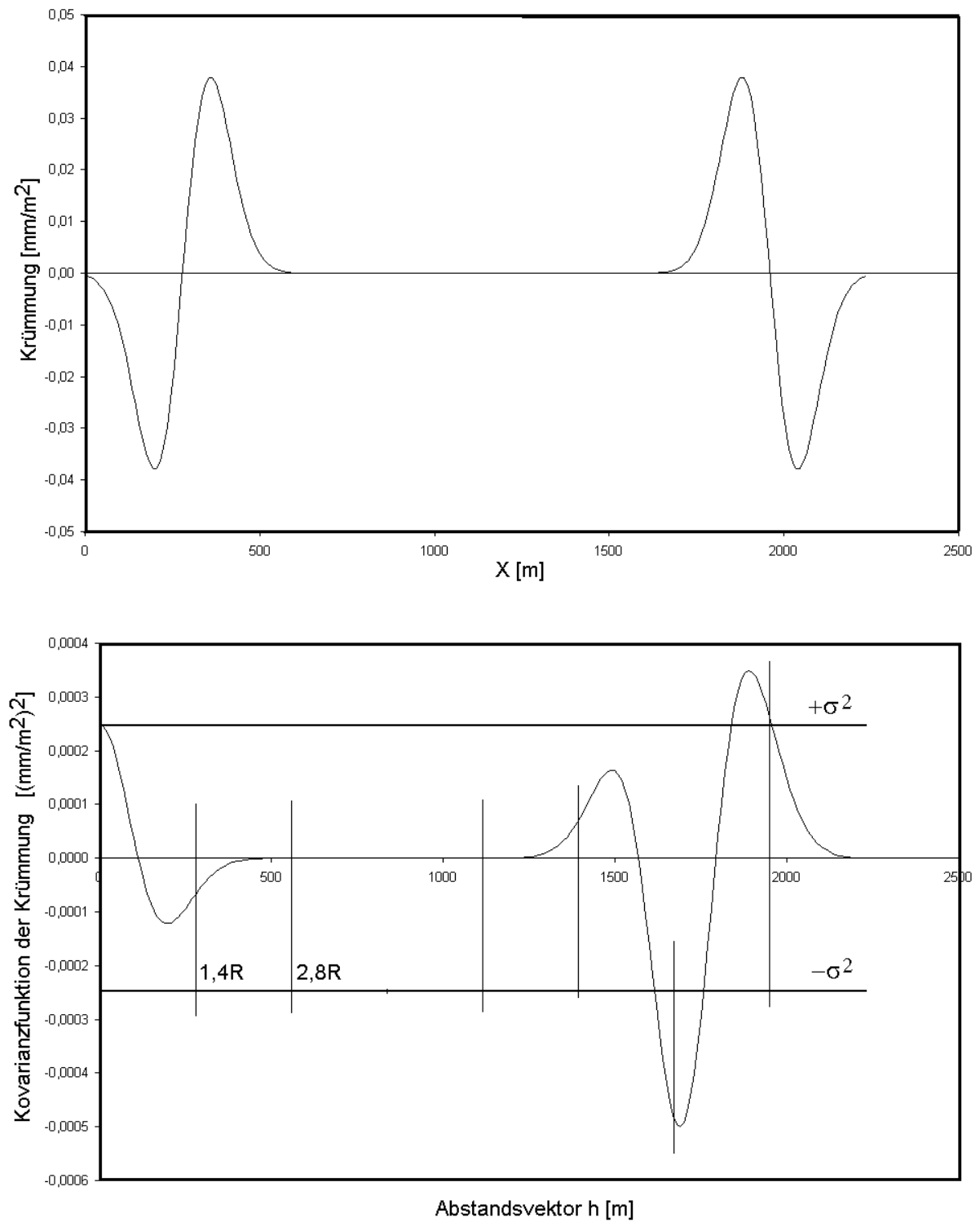


Abb. A-1-9 Krümmung und Kovarianzfunktion der Krümmung, $d = 5,6 R$

Anlage 2

Das Gauss- und Gauss-cos-Modell der Kovarianzfunktion und seine zweite und vierte Ableitungen

Das Gaussche Modell der Kovarianzfunktion

$$\delta(h) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right) \quad (\text{A-2-1})$$

mit den Parameter

$$\sigma^2 = 170000 \text{ mm}^2$$

$$a = \sqrt{3} \cdot 235 = 135,7 \text{ m}$$

Das Gauss-cos-Modell der Kovarianzfunktion

$$\delta(h) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot b} h\right) \quad (\text{A-2-2})$$

mit den Parameter

$$\sigma^2 = 170000 \text{ mm}^2$$

$$a = 600 \text{ m}$$

$$b = 235 \text{ m}$$

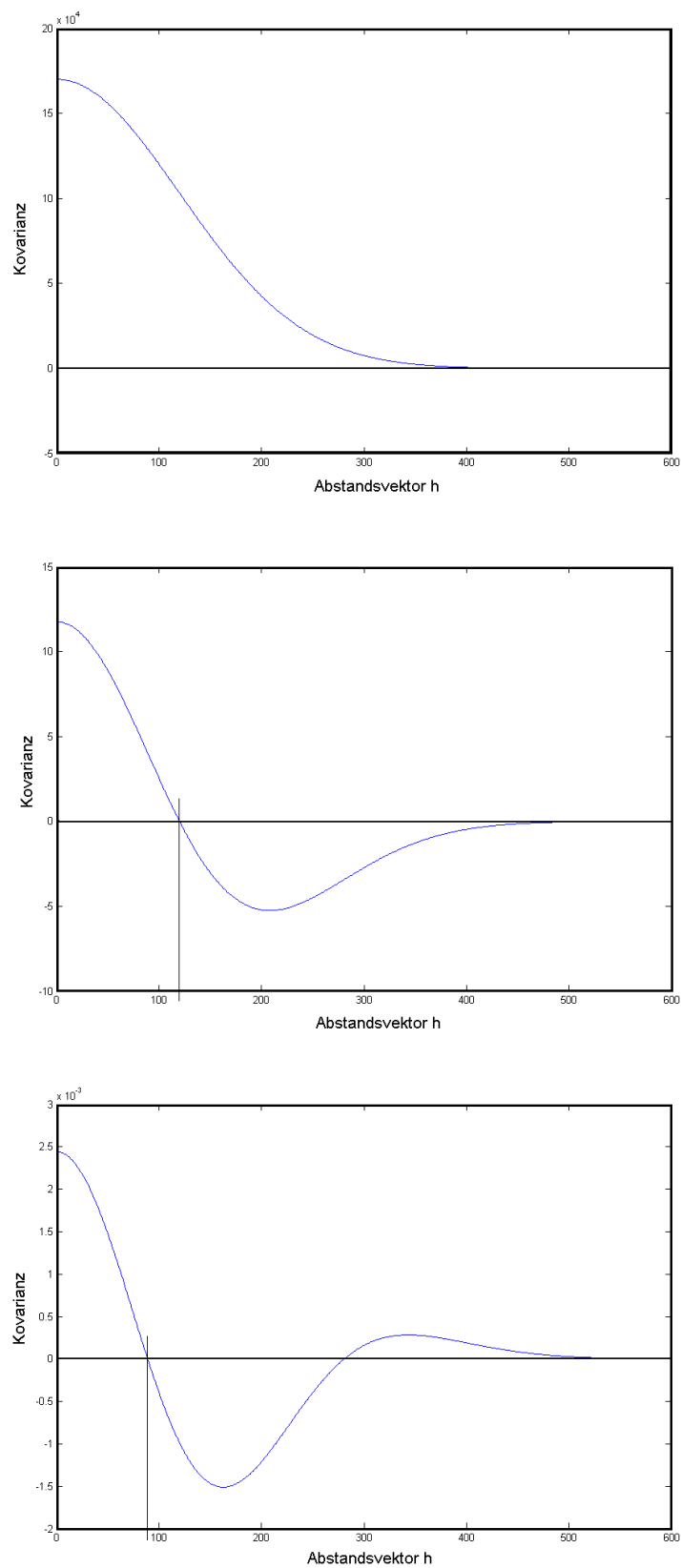


Abb. A-2-1. Das Gaussche Modell der Kovarianzfunktion mit der 2. und 4. Ableitung

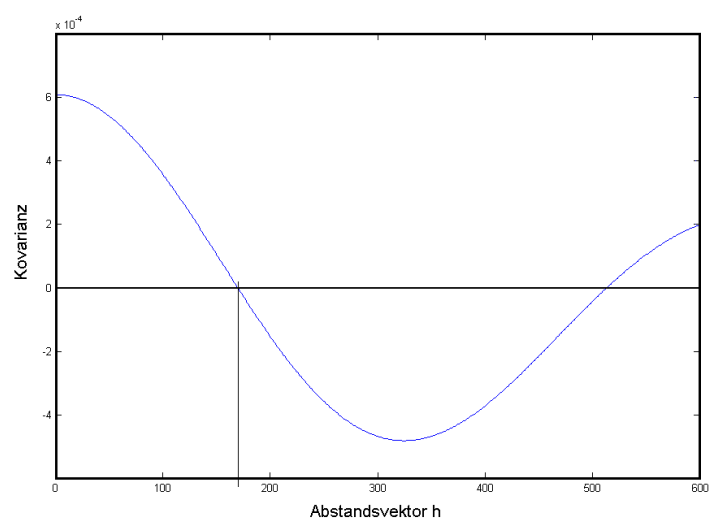
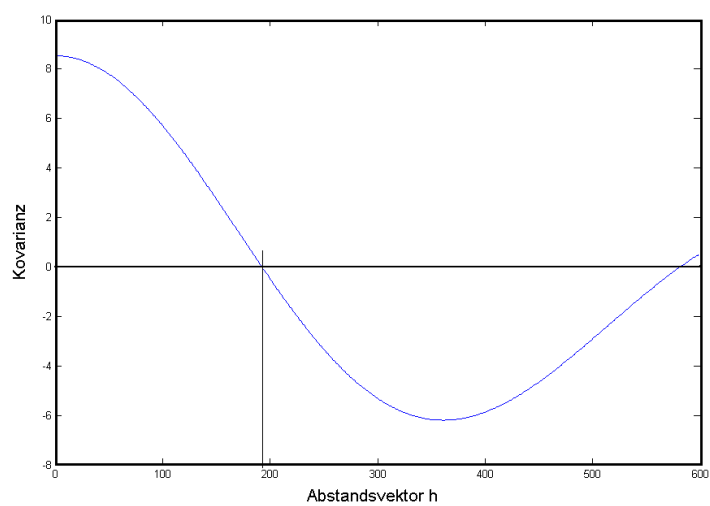
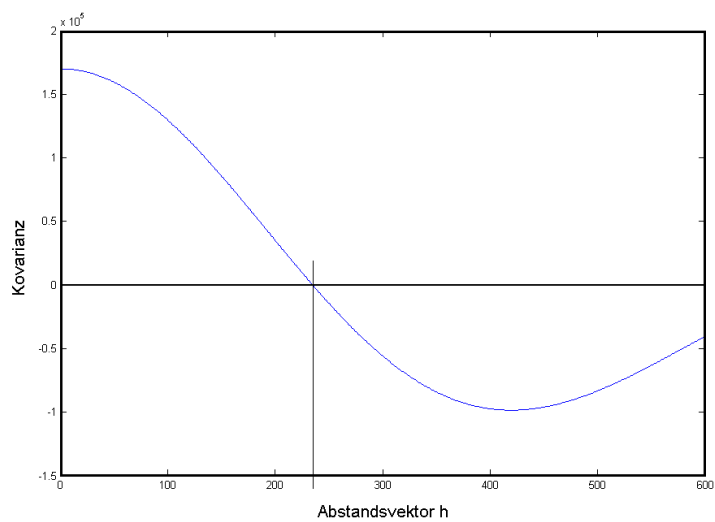


Abb. A-2-2. Das Gauss-cos-Modell der Kovarianzfunktion mit der 2. und 4.Ableitung

Lebenslauf

Name Wojciech Naworyta

Geburtsdatum 21. Februar 1969

Geburtsort Maków Podhalański/Polen

Anschrift os. 2 Pułku Lotniczego 28/16
31-869 Kraków
Polen

Familienstand verheiratet, ein Sohn

Ausbildung

1984-1988 Besuch der Gymnasium in Sucha Beskidzka/Polen
Erwerb der Hochschulreife

1988-1990 Besuch der Fachoberschule für Fremdverkehrsbedienung in
Zakopane/Polen

1990-1995 Hochschulstudium an der TU Berg- und Hüttenakademie
Kraków/Polen
Fachrichtung Umweltschutz in der Industrie an der Fakultät für
Markscheidewesen und Umweltschutztechnik – Abschluss Diplom

1996-1997 Besuch der Volkshochschule Nürnberg – Sprachkurs Deutsch

seit 1997 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Tagebau der TU
Berg- und Hüttenakademie Kraków

2001-2004 Promotionsstudium im Graduiertenkolleg „Räumliche Statistik“
an der TU Bergakademie Freiberg

Promotion

Verteidigung der Dissertation mit dem Titel „Gebirgskinematische Analyse unter Nutzung der räumlichen Statistik“ am 21. Januar 2005.